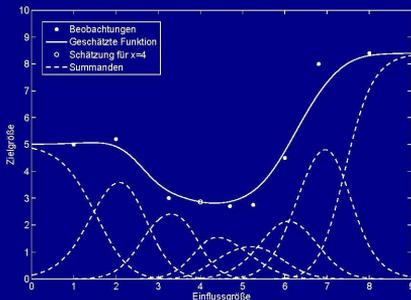


# Nichtparametrische integrierte Rendite- und Risikoproggnosen im Asset Management mit Hilfe von Prädiktorselektionsverfahren

Johannes Hildebrandt



Johannes Hildebrandt

**Nichtparametrische integrierte  
Rendite- und Risikoprognosen im  
Asset Management mit Hilfe von  
Prädiktorselektionsverfahren**



**Cuvillier Verlag Göttingen**  
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen: Cuvillier, 2009

Zugl.: Bremen, Univ., Diss., 2009

978-3-86955-033-6

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2009

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

[www.cuvillier.de](http://www.cuvillier.de)

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2009

Gedruckt auf säurefreiem Papier

978-3-86955-033-6

# Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung	5
1.3	Vorgehensweise	7
2	Asset Management	9
2.1	Vorbemerkungen	9
2.2	Ebenen des Asset Managements	9
2.3	Portfoliomanagementprozess	11
2.3.1	Portfolioplanung	12
2.3.2	Portfoliorealisierung	13
2.3.3	Portfoliokontrolle	17
2.3.4	Zwischenfazit	19
2.4	Grundlagen der Finanzanalyse	19
2.4.1	Vorbemerkungen	19
2.4.2	Informationseffizienz der Finanzmärkte	20
2.4.3	Systematisierung	22
2.4.4	Technische Analyse	22
2.4.5	Fundamentalanalyse	23
2.5	Zwischenfazit	27
3	Ökonometrische Modellierung	29
3.1	Vorbemerkungen	29
3.2	Risikobegriff	32
3.3	Schätzmethodik	34
3.3.1	Parametrischer Zusammenhang	34
3.3.2	Nichtparametrischer Zusammenhang	37
3.4	Modellevaluierung	38
3.4.1	Gütemaße	38
3.4.1.1	Statistische Gütemaße	38
3.4.1.2	Ökonomische Gütemaße	41
3.4.1.3	Gütemessung bei Risikomodellen	42
3.4.1.4	Evaluation der Prognosegüte durch Asset Allokation	43
3.4.1.5	Bedeutung der Gütemaße für die Modellierung	44

3.4.2	Signifikanztests . . . . .	44
3.5	Modellkomplexität . . . . .	46
3.5.1	Überanpassung . . . . .	46
3.5.2	Multikollinearität . . . . .	48
3.5.3	Prädiktorselektion . . . . .	49
3.5.4	Kombination von Prognosen . . . . .	52
3.6	Überblick der Modellierung . . . . .	54
3.7	Zwischenfazit . . . . .	57
4	Der nichtparametrische Kernregressionsschätzer . . . . .	59
4.1	Vorbemerkungen . . . . .	59
4.2	Modellkonfiguration . . . . .	61
4.2.1	Nadaraya-Watson-Schätzer . . . . .	61
4.2.2	Die Wahl der Kernfunktion . . . . .	64
4.2.3	Die Approximation der optimalen Bandweite . . . . .	67
4.2.3.1	Faustformel . . . . .	68
4.2.3.2	Leave-one-out Kreuzvalidierung . . . . .	68
4.2.3.3	Plug-In-Methode . . . . .	71
4.2.4	Zur Bedeutung der Kernfunktion und der optimalen Bandweite . . . . .	71
4.2.5	Zwischenfazit . . . . .	74
4.3	Vergleich mit alternativen nichtparametrischen Verfahren . . . . .	75
4.3.1	Kernbasierte Verfahren . . . . .	75
4.3.2	Support Vector Regression . . . . .	78
4.3.3	Künstliche neuronale Netze . . . . .	78
4.3.4	Zwischenfazit . . . . .	81
4.4	Finanzwirtschaftliche Anwendungen . . . . .	81
4.4.1	Vorbemerkungen . . . . .	81
4.4.2	Studien zu Renditeprognosen . . . . .	82
4.4.2.1	Poddig: GRNN für mittelfristige Zinsprognosen . . . . .	82
4.4.2.2	Leung und Cheng: GRNN für Wechselkurse . . . . .	83
4.4.2.3	Wolberg: Titelselektion mittels Kernregression . . . . .	83
4.4.2.4	Dichtl: GRNN im Asset Management . . . . .	84
4.4.2.5	Beckers und Blair: Kernregression für Wochenrenditen . . . . .	84
4.4.2.6	Richter, Poddig und Hildebrandt: GRNN in der Praxis . . . . .	85
4.4.2.7	Chavarnakul und Enke: Autoregressives GRNN . . . . .	86
4.4.2.8	Li et alii: Autoregressives GRNN . . . . .	86
4.4.3	Studie zu Risikoprognosen: Chen und Leung . . . . .	87
4.4.4	Studien zu Rendite- und Risikoprognosen . . . . .	87
4.4.4.1	Petersmeier: Kernregression im Asset Management . . . . .	87
4.4.4.2	Hildebrandt und Poddig: Kernregression im Asset Management . . . . .	88
4.4.5	Zwischenfazit . . . . .	90

4.5	Dimensionsreduktion und Prädiktorselektion . . . . .	91
4.5.1	Vorbemerkungen . . . . .	91
4.5.2	Fluch der Dimension . . . . .	92
4.5.3	Signifikanztests für Kernregressionsschätzung . . . . .	94
4.5.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	94
4.5.3.2	Der Test von Fan und Li . . . . .	95
4.5.3.3	Der Test von Lavergne und Vuong . . . . .	96
4.5.3.4	Alternative Tests . . . . .	97
4.5.4	Kombination von Prognosemodellen . . . . .	98
4.6	Zwischenfazit . . . . .	99
5	Modellierung von Erwartungen und Risiken im Asset Management . . . . .	101
5.1	Vorbemerkungen . . . . .	101
5.2	Modellierung des bedingten Renditeerwartungswertes . . . . .	102
5.3	Modellierung der bedingten Renditevarianz . . . . .	103
5.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	103
5.3.2	Konsistente Modellierung . . . . .	104
5.3.3	ARCH-Modell und Verallgemeinerungen . . . . .	106
5.3.4	Nichtparametrische Regression bedingter Heteroskedastizität . . . . .	109
5.3.5	Zwischenfazit . . . . .	110
5.4	Integrierte Modellierung mehrerer Zielgrößen . . . . .	110
5.4.1	Vorbemerkungen . . . . .	110
5.4.2	Erwartungswertvektor . . . . .	111
5.4.3	Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix . . . . .	113
5.4.3.1	Vorbemerkungen . . . . .	113
5.4.3.2	Constant Conditional Correlation . . . . .	114
5.4.3.3	Dynamic Conditional Correlation . . . . .	115
5.4.3.4	Simultanmodell . . . . .	116
5.4.3.5	Elementweises multiples Modell . . . . .	116
5.4.3.6	Vereinfachtes multiples Modell . . . . .	117
5.4.3.7	Würdigung . . . . .	118
5.5	Zwischenfazit . . . . .	119
6	Empirische Untersuchungen . . . . .	121
6.1	Untersuchungsziele . . . . .	121
6.2	Untersuchung künstlicher Daten . . . . .	122
6.2.1	Untersuchungsziel . . . . .	122
6.2.2	Datengenerierung . . . . .	123
6.2.3	Methodischer Aufbau . . . . .	124
6.2.4	Erwartungswertschätzung . . . . .	126
6.2.5	Varianzschätzung . . . . .	128
6.2.6	Korrelationsschätzung . . . . .	130

6.2.7	Zusammenfassung . . . . .	133
6.3	Untersuchung realer Daten . . . . .	133
6.3.1	Untersuchungsziel . . . . .	133
6.3.2	Datengrundlage . . . . .	134
6.3.3	Methodischer Aufbau . . . . .	137
6.3.4	Renditeerwartungswertmodellierung . . . . .	140
6.3.4.1	Prädiktorselektion . . . . .	140
6.3.4.2	Anpassungsgüte . . . . .	144
6.3.4.3	Kreuzvalidierungsgüte . . . . .	147
6.3.4.4	Prognosegüte . . . . .	148
6.3.4.4.1	Vorbemerkungen . . . . .	148
6.3.4.4.2	Schätzzeitraum 214 Monate . . . . .	148
6.3.4.4.3	Schätzzeitraum 144 Monate . . . . .	149
6.3.4.4.4	Schätzzeitraum 72 Monate . . . . .	150
6.3.4.5	Zusammenfassung . . . . .	150
6.3.5	Renditevarianzmodellierung . . . . .	151
6.3.5.1	Prädiktorselektion . . . . .	152
6.3.5.2	Anpassungsgüte . . . . .	152
6.3.5.3	Prognosegüte . . . . .	155
6.3.5.4	Zusammenfassung . . . . .	156
6.3.6	Renditekorrelationsmodellierung . . . . .	157
6.3.6.1	Prädiktorselektion . . . . .	157
6.3.6.2	Anpassungsgüte . . . . .	159
6.3.6.3	Zusammenfassung . . . . .	159
6.3.7	Portfolioperformance . . . . .	161
6.3.8	Weitere Verfahrensvarianten . . . . .	163
6.4	Zusammenfassung der empirischen Untersuchungen . . . . .	166
7	Konklusion . . . . .	169
7.1	Zusammenfassung . . . . .	169
7.2	Ausblick . . . . .	170
A	Selektierte Prädiktoren . . . . .	175
A.1	Renditeerwartungswert . . . . .	175
A.2	Renditevarianz . . . . .	203
A.3	Renditekorrelation . . . . .	221
B	Anpassungsgüte . . . . .	225
B.1	Renditeerwartungswert . . . . .	225
B.2	Renditevarianz . . . . .	231
C	Prognosegüte . . . . .	235

C.1 Renditeerwartungswert . . . . .	235
C.2 Renditevarianz . . . . .	240
D Portfolioperformance	245
E Verfügbare Datenreihen	249



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kumulierter Nettomittelzufluss von US-Large-Caps-Fonds . . . . .	2
1.2	Aufbau der Arbeit . . . . .	7
2.1	Strukturierung der Asset Allokation nach dem Aggregationsniveau . . . .	10
2.2	Ebenen der Asset Allokation nach Wirkungsgrad . . . . .	11
2.3	Prozessmodell Portfoliomanagement . . . . .	12
3.1	Idealisiertes Verhältnis zwischen Modellkomplexität und Schätzfehler . .	47
3.2	Multistage-Modellierung . . . . .	54
3.3	Ablauf der Modellierung . . . . .	55
4.1	Nearest-Neighbour-Verfahren für Beispieldaten . . . . .	60
4.2	Kompakte und nicht-kompakte Kernfunktionen . . . . .	62
4.3	Beispiel für die Berechnung der Kernregressionsschätzung . . . . .	64
4.4	Numerische Minimierung . . . . .	70
4.5	Schätzfehlerabhängigkeit von Bandweite und Kernfunktion . . . . .	73
4.6	Abhängigkeit der Kernregressionsschätzung von der Bandweite . . . . .	74
4.7	Local-linear-Kernregression im Vergleich . . . . .	77
4.8	Grundformen radialer Basisfunktionen und sigmoider Aktivierungsfunktionen . . . . .	79
4.9	Die Grundstruktur eines Multi-Layer-Perceptrons . . . . .	80
6.1	Tangens Hyperbolicus . . . . .	125
6.2	Verteilung der monatlichen stetigen Zielgrößenrenditen 1975–2008 . . . .	136
6.3	Verlauf der selektierten Faktoren des linearen Modells für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	142
6.4	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	142
6.5	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	143
6.6	Verlauf der selektierten Faktoren der Kombination von Kernregressionsmodellen für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	143
6.7	Anpassungsgüte für Dow Jones Renditeerwartung bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	145

6.8	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression mit LV-Test für Renditevarianz Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	153
6.9	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für Renditevarianz Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	153
6.10	Anpassungsgüte für Dow Jones Renditevarianz bei 18 Jahren Schätzzeitraum . . . . .	154
6.11	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression mit LV-Test für die Korrelationsmatrix . . . . .	158
6.12	Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für die Korrelationsmatrix . . . . .	158
6.13	Kumulierte Portfoliorenditen bei 214-Monats-Schätzzeiträumen . . . . .	164

# Tabellenverzeichnis

2.1	Vermutete ökonomische Zusammenhänge . . . . .	25
4.1	Beispiel für die Berechnung der Kernregressionsschätzung . . . . .	63
4.2	Mittlere Prognosegüte 02/2005 bis 01/2007 . . . . .	89
4.3	Annualisierte Performance 02/2005 bis 01/2007 . . . . .	90
4.4	Überblick über finanzwirtschaftliche Studien . . . . .	91
4.5	Datenanforderung in Abhängigkeit von der Modellkomplexität . . . . .	93
6.1	Identifikation künstlicher Zusammenhänge für den Renditeerwartungswert	127
6.2	Identifikation künstlicher Zusammenhänge für die Renditevarianz . . . .	129
6.3	Identifikation künstlicher Zusammenhänge für die Renditekorrelation . .	132
6.4	Rollierende Modellierung von 1993 bis 2008 . . . . .	135
6.5	Statistische Kennzahlen der monatlichen stetigen Zielgrößenrenditen 1975–2008 . . . . .	136
6.6	Vergleich der Anpassungs- und Kreuzvalidierungsgüte . . . . .	147
6.7	Vergleich der Anpassungs- und Prognosegüten . . . . .	151
6.8	Prognosegüte Varianzmodellierung Schätzdatenumfang 214 Monate . . .	156
6.9	Mittlere Anpassungsgüte der rollierenden Korrelationsmodellierung bei 214-Monats-Schätzzeiträumen . . . . .	160
6.10	Portfolioperformance bei knapp 18jährigen Schätzzeiträumen und Risiko- aversionsparameter 3 . . . . .	162



# Abkürzungs- und Notationsverzeichnis

## Abkürzungen

arma	Autoregressive Moving Average Modell
DAX	Deutscher Aktienindex
DJIA	Dow Jones Industrial Average
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
GRNN	General Regression Neural Network
GSCI	Goldman Sachs Commodity Index
kdr	Kernregressionsmodell (kernel density regression) in Verbindung mit LV-Test
kdrvc	Kernregressionsmodell in Verbindung mit Kreuzvalidierung
KNN	Künstliches Neuronales Netz
komb	Kombination von univariaten Kernregressionsmodellen
LV-Test	Test nach LAVERGNE und VUONG (2000)
mlp	Multi Layer Perceptron, Klasse künstlicher neuronaler Netze
MSCI	Morgan Stanley Capital International
mvgarch	Multivariates GARCH-Modell
NW	Nadaraya-Watson
RBF	Radiale Basisfunktion
regr	Lineares Regressionsmodell in Verbindung mit t-Test
RMSE	Root Mean Squared Error
S&P	Standard & Poor's
SR	Sharpe-Ratio
YOY	Jahresvergleich (year-on-year)

## Notationen

$\arg \min_x f(x)$	Argument $x$ , das den darauf folgenden Ausdruck $f(x)$ minimiert
$\varepsilon$	Störgröße bzw. Residuum einer Modellgleichung, Zufallsvariable
$E(Y X)$	Bedingter Erwartungswert von $Y$ unter $X$
$h$	Bandweite eines Kernregressionsschätzers
$K$	Kernfunktion
$\text{Kov}(Y_1, Y_2 X)$	Bedingte Kovarianz von $Y_1$ und $Y_2$ unter $X$
$\text{Korr}(Y_1, Y_2 X)$	Bedingte Korrelation von $Y_1$ und $Y_2$ unter $X$
$\lambda$	Risikoaversionsparameter
$M^T$	Transponierte Matrix $M$
$r$	Residuum eines bereits konfigurierten und geschätzten Modells, beobachtete bzw. geschätzte Daten
$\rho$	Korrelationskoeffizient
$\tilde{R}^2$	Nichtparametrisches Bestimmtheitsmaß
$\sigma(Y X)$	Bedingte Volatilität von $Y$ unter $X$
$\tanh$	Tangens Hyperbolicus
$\text{Var}(Y X)$	Bedingte Varianz von $Y$ unter $X$
$\hat{Y}$	Schätzung für $Y$
$\hat{Y}_{-i}$	Leave-one-out-Schätzung für $Y_i$

# 1 Einführung

## 1.1 Problemstellung

Im Asset Management stellt sich dem Investor die zentrale Aufgabe der adäquaten Verteilung des Anlagekapitals auf die verschiedenen Investitionsalternativen. Dieses Kapitalanlageentscheidungsproblem liegt prinzipiell jeder Investitionsentscheidung zugrunde. Das moderne Asset Management verwendet mathematische Optimierungskalküle wie z.B. die Portfolio Selection nach MARKOWITZ (1952). Solche Optimierungskalküle basieren insbesondere auf der Betrachtung der Renditen der Anlagealternativen als stochastische Zufallsvariablen und auf der Annahme, dass die zukünftigen Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Renditeverteilungen bekannt sind oder zumindest näherungsweise bestimmt werden können. Die wahre Verteilung der Renditen ist jedoch nicht beobachtbar. Aus der Vergangenheit sind lediglich frühere Realisationen der als Zufallsvariablen verstandenen Renditen bekannt. Anhand dieser Vergangenheitswerte können zukünftige Erwartungswerte und die Kovarianzmatrix niemals zweifelsfrei bestimmt, sondern bestenfalls geschätzt werden: „Since the future is not known with certainty, it must be ‘expected’ or ‘anticipated’ returns“<sup>1</sup>.

Zur Prognose der für das Asset Management notwendigen Rendite- und Risikoerwartungen existieren grundsätzlich zwei Möglichkeiten. Neben der qualitativen Analyse durch menschliche Kapitalmarktexperten gewinnen quantitative Modelle, die mittels aller verfügbaren Informationen und ökonometrischer Modelle konkrete Rendite- und Risikoprognosen berechnen, immer mehr an Bedeutung: „The world of active portfolio management has been changing over the last few years to become more quantitative in nature. This trend is inspiring because it lends itself to a more controlled approach to asset management, which ultimately benefits individual and institutional investors.“<sup>2</sup> Durch den Einsatz quantitativer Methoden in automatisierten Entscheidungssystemen im Asset Management soll eine streng rationale Umsetzung eines Anlagekonzeptes erreicht werden, da Risiken, Kosten und Wartezeiten, die durch den Entscheidungsfindungsprozess menschlicher Manager entstehen, teilweise vermieden werden können. Der Einsatz automatisierter Entscheidungs- bzw. Entscheidungsunterstützungssysteme reicht vom

---

<sup>1</sup> MARKOWITZ (1952) S. 77.

<sup>2</sup> CHINCARINI und KIM (2006) S. xvii.

algorithmischen Intraday-Handel<sup>1</sup> über Index Tracking, Titelselektion und die taktische Asset Allokation bis hin zur strategischen Ausrichtung der Investments. Bei einem qualitativen Management kommen quantitative Modelle zur Vorauswahl zum Einsatz (sog. Entscheidungsunterstützungssystem). Mit quantitativen Methoden sind Strategien umsetzbar, die aufgrund der Komplexität der relevanten Daten und/oder der Reaktionsgeschwindigkeit der Finanzmärkte nur von Computern zu bewältigen sind. Der Einsatz quantitativer Methoden gilt daher als unumgänglich für Finanzdienstleister.<sup>2</sup> Rein quantitativ gemanagte Produkte zeigten über die letzten Jahre einen enormen Mittelzufluss, wie Abbildung 1.1 zeigt.<sup>3</sup> Quantitativ gemanagte US-Large-Caps-Fonds haben im Zeitraum von Anfang 2002 bis Ende 2004 die übrigen US-Large-Caps-Fonds bei geringerer Volatilität in der jährlichen Rendite um gut einen Prozentpunkt übertroffen.<sup>4</sup> Der Transparenz, Objektivität und konsequenten Umsetzung der Ergebnisse quantitativer Modelle steht die Abhängigkeit von historischen Daten entgegen. Die Ergebnisse quantitativer Modelle können eine Scheingenauigkeit suggerieren. Es ist daher unverzichtbar, die Prognoseunsicherheit zu berücksichtigen.<sup>5</sup>

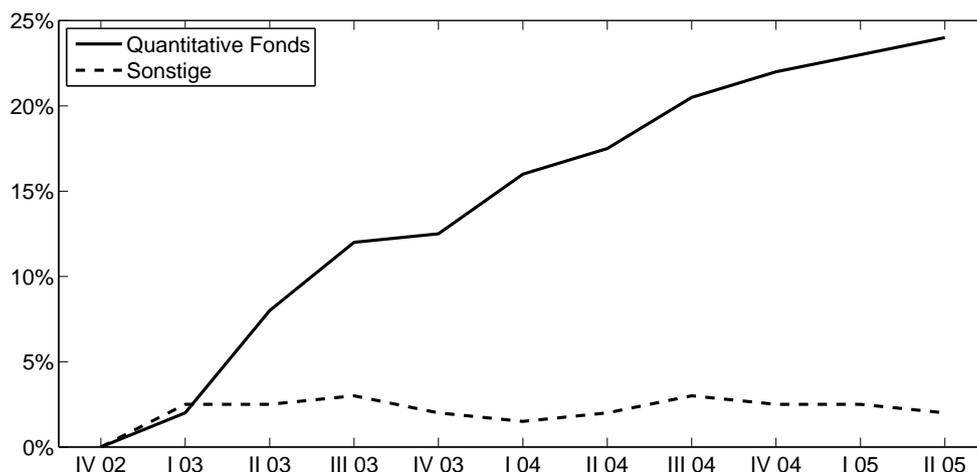


Abbildung 1.1: Quartalsweise kumulierter Nettomittelzufluss von US-Large-Caps-Fonds in Prozent des Gesamtkapitals Ende 2002 bis Mitte 2005. Quelle: CELEGHIN, DOGGETT und QUIRK (2005)

<sup>1</sup> Z.B. automatische Stop-Loss-Marken, Arbitrageausnutzung im Sekundenbereich.

<sup>2</sup> Vgl. FABOZZI, FOCARDI und JONAS (2007) S. 116f.

<sup>3</sup> Vgl. CELEGHIN, DOGGETT und QUIRK (2005); InvestorForce Datenbank. Mitte 2005 wurden 157 Milliarden US-\$ in quantitativen US-Large-Caps-Fonds verwaltet.

<sup>4</sup> Vgl. CELEGHIN, DOGGETT und QUIRK (2005); InvestorForce Datenbank.

<sup>5</sup> Vgl. CHINCARINI und KIM (2006)S. 8f, Vermeidung der sog. Over-Confidence.

Einige empirische Befunde legen nahe, dass für den Zweck des Asset Managements Renditeschätzungen bedeutsamer als Risikoschätzungen sind.<sup>1</sup> Während für Renditeprognosen mehr oder weniger elaborierte Modelle zum Einsatz kommen, werden als Risikoschätzer häufig noch (gewichtete) historische Varianz-Kovarianz-Matrizen verwendet.<sup>2</sup> Der Zielkonflikt zwischen akzeptiertem Risiko und erwarteter Rendite ist jedoch eines der grundlegenden Probleme in der Finanzwirtschaft, so dass die mit einer Investition verbundene Unsicherheit für die finanzwirtschaftliche Theorie und Praxis eine große Rolle spielt. Zudem sind die Risiken – insbesondere Renditeschwankung und Prognoseunsicherheit – nicht zwingend konstant, sondern können je nach aktueller (Markt-)Situation durchaus unterschiedlich sein.<sup>3</sup> Durch historische (Ko-)Varianzen kann diese Heteroskedastizität nicht berücksichtigt werden.

Bei der Portfoliobildung kommt dem Verhältnis der geschätzten zukünftigen Erwartungen in Bezug auf Rendite und Risiko zentrale Bedeutung zu. So steht zum einen eine erwartete Rendite eines Assets stets im Verhältnis zu dem zukünftigen Risiko, das mit diesem Asset verbunden ist. Gerade Schätzfehler in den Renditeerwartungen können einen großen Einfluss auf die Portfoliobildung haben und stellen einen wesentlichen Unsicherheitsfaktor dar. Die Schätzfehler der verwendeten Verfahren können jedoch ebenfalls geschätzt werden. Bei der Umsetzung der Asset Allokation taucht daher insbesondere das Problem der adäquaten Risikoquantifizierung auf, um eine konsistente Schätzung der Rendite- und Risikoerwartungen zu gewährleisten. Der Begriff der Konsistenz von Schätzungen bezieht sich dabei auf die widerspruchsfreie Modellierung von Rendite- und Risikoerwartungen eines jeden einzelnen Assets. Zum anderen aggregiert die Asset Allokation die geschätzten zukünftigen Erwartungen bezüglich einzelner Assets. Der Begriff der (Informations-)Aggregation bezieht sich auf die Zusammenfassung der Erwartungen bezüglich aller zur Verfügung stehenden Investitionsalternativen als Eingangsgrößen der Asset Allokation. Bei der Zusammenfassung der Renditeerwartungen aller Alternativen ist insbesondere die Korrelation der Assetrenditen zu berücksichtigen.<sup>4</sup> Diese Informationsaggregation erfordert eine konsistente, vielleicht sogar integrierte Schätzung der Erwartungen bezüglich aller berücksichtigten Anlagealternativen.<sup>5</sup>

Die Problemstellung der vorliegenden Arbeit ergibt sich aus der Notwendigkeit der Prognose zukünftiger Erwartungen von Investitionsalternativen und besteht aus der Aufgabenstellung der konsistenten Modellierung von Rendite- und Risikoerwartungen für das

<sup>1</sup> Vgl. KALLBERG und ZIEMBA (1984); CHOPRA und ZIEMBA (1993); weitere Verweise bei PETERSMEIER (2003) S. 30f.

<sup>2</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006)S. 840.

<sup>3</sup> CHAN, KARCESKI und LAKONISHOK (1999) konditionieren die Kovarianzmatrix auf makroökonomische Variablen.

<sup>4</sup> Vgl. DROBETZ (2003) S. 206f; BRINKMANN (2007) S. 81f.

<sup>5</sup> Der Begriff der Konsistenz von Schätzungen bezieht sich dabei auf die widerspruchsfreie Modellierung von Rendite- und Risikoerwartungen aller berücksichtigten Assets. Der Begriff der integrierten Schätzung bezieht sich auf die Schätzung der Erwartungen bzgl. aller berücksichtigten Anlagealternativen in einem (Mehrgleichungs-)Modell.

Asset Management. Zur Schätzung der für die Asset Allokation benötigten zukünftigen Renditeerwartungen und -risiken existieren zahlreiche Verfahren, die allerdings fast ausschließlich entweder Renditeerwartungen oder Renditeschwankungsrisiken separiert modellieren. Der bedingten Heteroskedastizität von Kapitalmarktrenditen trägt z.B. die GARCH-Modellfamilie mit ihren vielfältigen Varianten Rechnung. Diese Modelle basieren im Kern auf quadratischen Datentransformationen und linearen Parameterisierungen autoregressiver Terme. Zur Vermeidung allzu einschränkender Annahmen über die unbekanntes Zusammenhänge von finanzwirtschaftlichen Daten werden nichtparametrische Modelle angewendet. Mit dem sog. Kernregressionsschätzer existiert ein nichtparametrisches ökonometrisches Modell zur Mustererkennung auf Zusammenhänge zwischen einer Zielgröße und evtl. mehreren Einflussgrößen. Im Gegensatz zu linearen Regressionsmodellen und anderen parametrischen Verfahren wie der GARCH-Modellfamilie erlaubt der nichtparametrische Kernregressionsschätzer die Berücksichtigung grundsätzlich beliebiger funktionaler Zusammenhänge zwischen den Daten, indem zu einem Bezugspunkt jeweils eine Nachbarschaft beobachteter Daten mit ähnlichem Muster berücksichtigt wird.

Die Anwendung derartiger nichtparametrischer Verfahren zur Modellierung von Finanzmarkterwartungen wird mit steigender Rechenleistung durchschnittlicher Personalcomputer und immer höheren Anforderungen an finanzwirtschaftliche Modelle in der Literatur verstärkt diskutiert. Restriktive Annahmen wie Parametrisierung, Annahme linearer Zusammenhänge oder spezieller Verteilungen und/oder die ausschließliche Berücksichtigung autoregressiver Terme bergen einige wesentliche Nachteile. „Financial market modeling is typically associated with large amounts of high dimensional multivariate data. Furthermore, the data typically have a low signal to noise ratio and the signals are usually nonlinear. ... Another major problem associated with financial market modeling is that one really doesn't know which if any related time series are relevant.“<sup>1</sup> Daher wird zunehmend auf weniger restriktive Modelle zurückgegriffen, welche die Untersuchung auch nichtlinearer Zusammenhänge zu allen verfügbaren potentiellen Einflussgrößen erlauben. Je weniger ein Modell auf einschränkenden Annahmen basiert, desto stärker kann das Modell an die Daten angepasst werden. Für unbekanntes, in der Regel stark verrauschte Zusammenhänge zwischen Kapitalmarkt- und ökonomischen Daten soll zunächst die Anwendbarkeit derartiger Modelle untersucht werden. Die weitgehende Flexibilität des nichtparametrischen Ansatzes erfordert eine individuelle Konfiguration der einzelnen zur Modellierung notwendigen methodischen Schritte, wie in der folgenden Beschreibung der Ziele der vorliegenden Arbeit verdeutlicht werden soll.

---

<sup>1</sup> WOLBERG (2000) S. xiiiif.

## 1.2 Zielsetzung

Gegenstand dieser Arbeit ist zunächst die Untersuchung der theoretischen Eignung, adäquaten Umsetzbarkeit und empirischen Leistungsfähigkeit der nichtparametrischen Kernregression für die Erstellung von Prognosemodellen für die Asset Allokation. Zur nichtparametrischen Selektion der relevanten Einflussgrößen (sog. Prädiktoren) existieren vielversprechende Ansätze, deren empirische Leistungsfähigkeit analysiert wird. Ein solches Modell soll nicht nur statistisch fundiert, sondern auch ökonomisch interpretierbar sein und somit die Möglichkeit bieten, den Zusammenhang nachzuvollziehen und qualitativ zu bewerten. Der theoretischen Eignung und adäquaten Umsetzbarkeit der Verfahren widmet sich diese Arbeit daher unter Berücksichtigung sowohl der finanzwirtschaftlichen Problemstellung als auch der Anforderungen der statistischen Methoden. Die empirische Leistungsfähigkeit der Modelle wird anhand umfangreicher Simulationsstudien und historischer Kapitalmarktdaten untersucht.

Die verwendete Methodik kann nun nicht nur zur Modellierung von Renditeerwartungen verwendet werden. Vielmehr formuliert die vorliegende Arbeit ein Prognosemodell mit einer konsistenten nichtparametrischen Rendite- und Risikoschätzung. Das Modell orientiert sich im Aufbau an der GARCH-Modellfamilie, stellt jedoch eine wesentliche Erweiterung dieses Ansatzes dar. Die Arbeit umfasst die adäquate Formulierung eines Risikomodells, insbesondere die Analyse der das Risiko beeinflussenden finanzwirtschaftlichen Größen. Diese nichtparametrische Variablenselektion für Risikoprognosemodelle stellt eine Neukonzeption dar.

Das Verfahren ist weiterhin für die integrierte multivariate Modellierung von Kovarianzen geeignet, die der Informationsaggregation Rechnung trägt. Die Portfoliooptimierung reduziert das Portfoliorisiko durch Diversifikation der Risiken auf die verschiedenen Investitionsalternativen. Daher beeinflussen die Interdependenzen der Rendite-Kovarianzen die Portfoliooptimierung.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird somit ein konsistentes integriertes nichtparametrisches Rendite- und Risikoprognosemodell konstruiert. Die verschiedenen Aspekte der Zielsetzung sollen im Folgenden hervorgehoben werden.

- Nichtparametrische Modellierung: Einem parametrischen Modell liegt die Annahme zugrunde, dass der funktionale Zusammenhang grundsätzlich der Parametrisierung – also der angenommenen Funktion – entspricht. Eine evtl. schlechte Anpassungsgüte des Modells ist nicht notwendigerweise ein Zeichen dafür, dass kein oder nur ein geringer Zusammenhang zwischen den betrachteten Größen besteht. Vielmehr kann eine unpassende Parametrisierung die (bessere) Anpassung des Modells verhindern. Eine geeignete nichtparametrische Modellierung ist wesentlich flexibler und im Ansatz intuitiver anwendbar als jedes parametrische Modell, da es auf wesentlich einschränkende, a priori zu treffende Annahmen verzichtet.

- Nichtlineare Zusammenhänge: Zur Prognose von Kapitalmarktveränderungen sind allgemein viele mögliche Einflussgrößen zu berücksichtigen, deren Zusammenhang zu der Zielgröße im Allgemeinen höchstens grob in der Tendenz vermutet werden kann. Durch den Einsatz nichtparametrischer Methoden ist eine Berücksichtigung sowohl (beinahe) linearer als auch nichtlinearer Zusammenhänge möglich. Diese Arbeit hat daher neben anderen Zielen den Anspruch, die Existenz nichtlinearer Zusammenhänge auf Kapitalmärkten zu untersuchen.
- Signifikanztestbasierte Prädiktorselektion: Idealerweise wird die Selektion relevanter Prädiktoren aus einer großen Anzahl von Prädiktorkandidaten aufgrund eines geeigneten statistischen Signifikanztests durchgeführt. Bei parametrischen Modellen sind solche Signifikanztests methodisch problemlos durchführbar und daher omnipräsent, bei nichtparametrischen Modellen haben die methodischen Entwicklungen erst in den letzten Jahren zu anerkannten, umsetzbaren Tests geführt, deren Leistungsfähigkeit im Rahmen dieser Arbeit untersucht wird. Die Identifikation von Prädiktoren ist ein wesentlicher Gütefaktor von Prognosemodellen.
- Potentialanalyse auf künstlichen Daten: Bei realen Daten sind die tatsächlichen Zusammenhänge unbekannt. Eine Verifizierung der selektierten Prädiktoren ist somit ausgeschlossen. Daher wird eine umfassende Studie mit künstlich generierten Datensätzen durchgeführt, um zu untersuchen, bei welchen nichtlinearen Zusammenhängen und bis zu welchen Verrauschungsgraden die Prädiktorselektion zuverlässig funktioniert und die generierten Zusammenhänge korrekt erkannt werden.
- Dynamische Modellierung auf einer langen Historie realer finanzwirtschaftlicher Daten: Bei einem Echtzeiteinsatz der Modellierung hätte man im Zeitablauf das Modell immer wieder neu konfiguriert. Daher wird die Modellierung auf einer langen historischen Datenbasis dynamisch rollierend quasi ex ante durchgeführt. Interessant ist insbesondere, ob sich die Selektion von Prädiktoren als stabil erweist oder im Zeitablauf stark schwankt. Stabil selektierte Prädiktoren stehen dabei für persistente (zeitstabile) Zusammenhänge.
- Konsistente bedingte Renditeerwartungswert- und Renditevarianzmodellierung: Gängige Portfoliooptimierungsmodelle basieren auf Schätzern für die Erwartungswerte, Varianzen und Kovarianzen der Assetrenditen. Diese Größen sind aufgrund der Definition der Volatilität als mittlere Schwankungsbreite um die Renditeerwartung untrennbar miteinander verbunden und werden daher im Folgenden im Verbund untersucht.
- Integrierte bedingte Korrelationsmodellierung: Ein wesentliches Ziel der Portfolio-Selection ist mit der sog. Diversifikation eine Streuung des Risikos auf verschiedene Anlageobjekte. Die Korrelationen der Assetrenditen erfahren daher zentrale Bedeutung als Risikogröße bei der Portfoliooptimierung. Um dieser zentralen Bedeutung

gerecht zu werden, bedarf die Modellierung dieses zentralen Risikomaßes besondere Beachtung. Die Korrelationsmatrix hängt von allen berücksichtigten Assets ab und wird daher integriert – d.h. für alle Assets kombiniert – modelliert.

## 1.3 Vorgehensweise

Die Arbeit gliedert sich in sechs Kapitel. Eine Übersicht über die Verknüpfungen der einzelnen Kapitel gibt Abbildung 1.2.

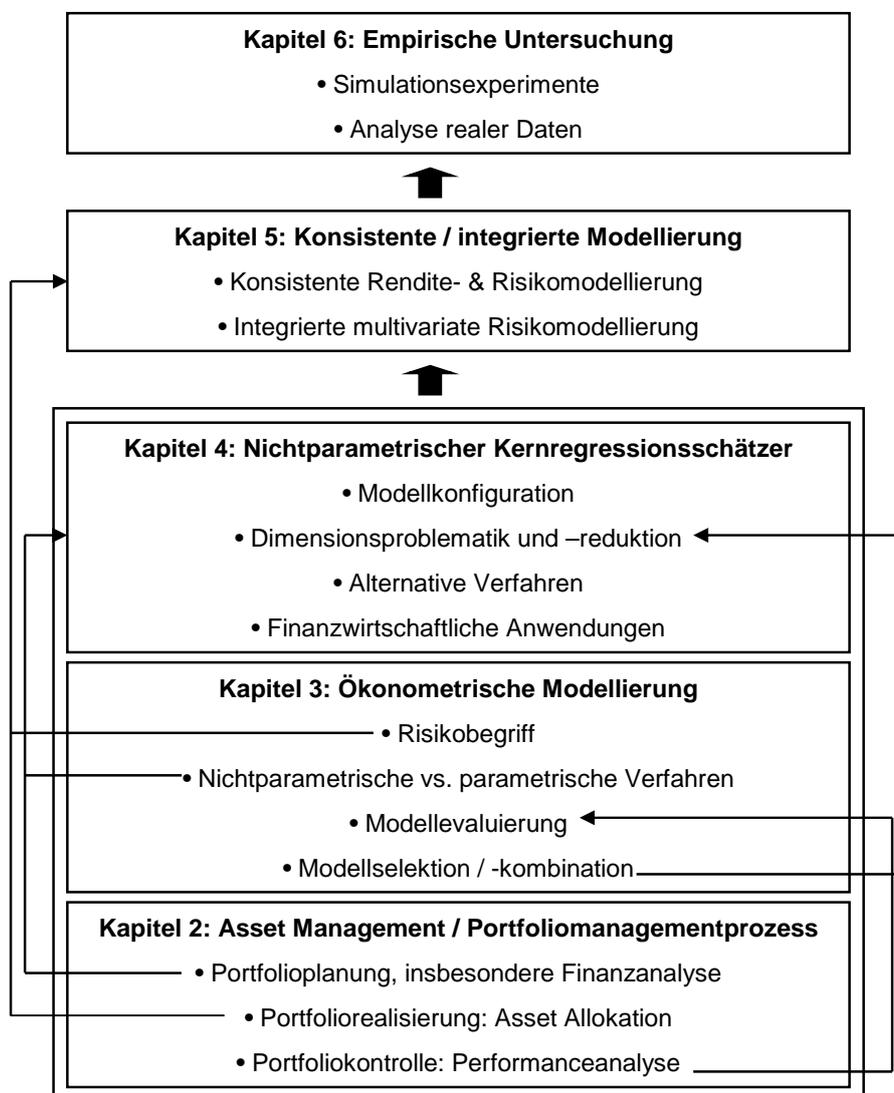


Abbildung 1.2: Aufbau der Arbeit

Nach dieser Einführung mit der Problembeschreibung und der Darstellung der Zielsetzung wird im folgenden, zweiten Kapitel das Asset Management als betriebswirtschaftlicher Rahmen der vorliegenden Arbeit dargestellt. Neben den Grundlagen des Asset Managements wird auf die verschiedenen Ebenen einer Kapitalallokation eingegangen, bevor die Phasen des Portfoliomanagementprozesses diskutiert werden. Ebenfalls werden in diesem Kapitel grundlegende Methoden und Voraussetzungen der Finanzanalyse, des für diese Arbeit wichtigsten Bestandteil des Asset Managements, behandelt.

Das dritte Kapitel liefert eine umfassende Darstellung der ökonometrischen Modellierung. Die ökonometrische Modellierung umfasst Fragen des Modellierungsgegenstandes, der Unsicherheit von Prognosen, des Prognosehorizontes, der Schätz- und Analysemethoden, der Variablenauswahl sowie der Modellevaluation. Neben der Konsistenz der ökonomischen Theorie mit empirischen Zusammenhängen werden insbesondere deren Implikationen für die Modellierung berücksichtigt.

Der nichtparametrische Kernregressionsschätzer als die zentrale ökonometrisch-statistische Methodik dieser Arbeit sowie seine adäquate Konfiguration zu Zwecken der Finanzanalyse werden im vierten Kapitel analysiert. Neben der zentralen Modellgleichung gilt die Aufmerksamkeit insbesondere der Aufgabenstellung der Selektion geeigneter Prädiktoren. Abschließend wird die Fülle technischer Detailfragen und ihre Bedeutung für die finanzwirtschaftliche Umsetzung diskutiert.

Die konsistente Modellierung von bedingten Verteilungsmomenten der teilweise integriert zu prognostizieren Größen ist Gegenstand des fünften Kapitels. Neben einer multivariaten Modellierung wird hier insbesondere die Beziehung zwischen Renditeerwartungswerten und Risiken adäquat berücksichtigt.

Das sechste Kapitel beschreibt die empirischen Untersuchungen. Die Effektivität, Effizienz und Sensibilität der einzelnen methodischen Schritte wird anhand künstlicher Daten untersucht. Eine umfassende Untersuchung der ökonomischen Leistungsfähigkeit der statistisch-ökonometrischen Modellierung erfolgt anhand von breiten historischen Daten.

Die Arbeit wird mit zusammenfassenden Schlussfolgerungen sowie einem Ausblick abgeschlossen. Umfassende Ergebnisübersichten wurden in den Anhang ausgegliedert.

## 2 Asset Management

Nach der Einführung in die Problemstellung und der Vorstellung der Ziele der Arbeit soll dieses Kapitel die Grundlagen des Asset Managements darstellen und damit der Grundstein der Thematik gelegt werden. Nach der Diskussion der Ebenen des Asset Managements wird das Portfoliomanagement als betrieblicher Prozess dargestellt. Den im Hinblick auf den weiteren Gang der Arbeit inhaltlichen Schwerpunkt des Kapitels bilden die Grundlagen der Finanzanalyse, in der die zukünftigen Erwartungen generiert werden.

### 2.1 Vorbemerkungen

Unter *Asset Management* versteht man alle Managementaufgaben, die die Verwaltung von Wertpapieren bzw. allgemein Vermögenswerten betreffen. Das Ziel kann es sein, eine hohe Wertsteigerung mit dem gegebenen Kapital zu erreichen (Maximumprinzip), oder eine geplante Wertsteigerung durch möglichst wenig Kapital zu erreichen (Minimumprinzip). „Das *Portfoliomanagement* kann als Gesamtheit aller Aufgaben, welche im Zusammenhang mit Kapitalanlageentscheidungen zu lösen und durchzuführen sind, betrachtet werden.“<sup>1</sup> Die Begriffe Asset Management und Portfoliomanagement werden daher in dieser Arbeit synonym verwendet.

### 2.2 Ebenen des Asset Managements

Aufgrund der hohen Komplexität der Ausgestaltungsmöglichkeiten, die beim Asset Management sowohl aus der Wahl der zur Verfügung stehenden Anlagetypen, Regionen und Segmente bis hinunter zu einzelnen Titeln als auch aus unterschiedlichen Planungshorizonten resultiert, erscheint eine Strukturierung von Anlageentscheidungen in Unterebenen sinnvoll.

Eine mögliche Strukturierung differenziert nach den Anlageobjekten (siehe Abbildung 2.1). Auf einer übergeordneten Ebene zentraler Assetklassen findet die *strategische* Asset Allokation statt. Die Umsetzung einer solchen strategischen Entscheidung

---

<sup>1</sup> PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 15.

auf rangniedere Assetklassen findet im Rahmen der *taktischen* Asset Allokation statt. Unterhalb der taktischen Asset Allokation kann eine Titelselektion<sup>1</sup> Bestandteil des Prozesses sein.<sup>2</sup> In jeder Ebene ist der Portfoliomanagementprozess zu durchlaufen. Das von der nächsthöheren Ebene zugewiesene Anlagekapital wird auf die Anlagealternativen der jeweiligen Ebene (z.B. regionale Märkte) verteilt.<sup>3</sup>

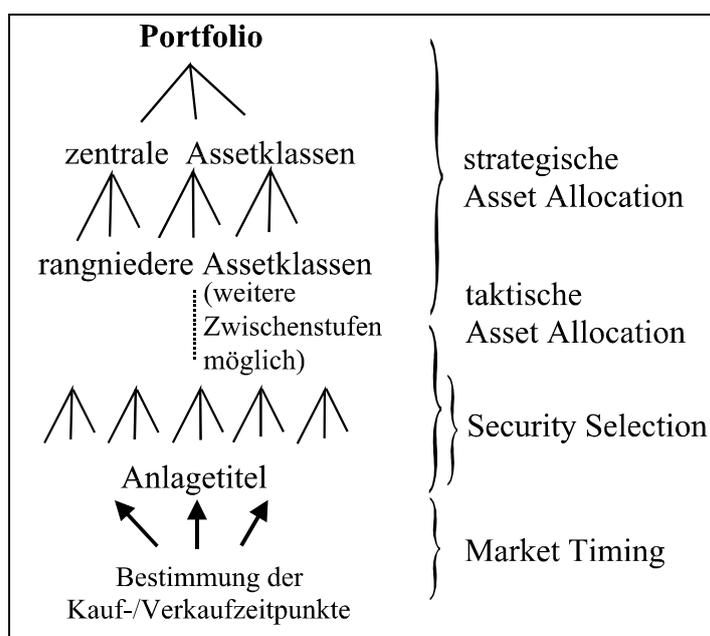


Abbildung 2.1: Strukturierung der Asset Allokation nach dem Aggregationsniveau. Quelle: SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 27

Eine andere Möglichkeit der Strukturierung differenziert nach dem Planungshorizont. Eine strategische Anlageentscheidung gibt demnach einen langfristigen Rahmen für die Asset Allokation vor, z.B. durch Festlegung eines Bereiches zulässiger Assetklassengewichte (z.B.  $25\% \pm 5\%$  Aktien). Innerhalb dieser Grenzen kann der Anteil auf einer taktischen Ebene mittelfristig variiert werden. Innerhalb der taktischen Ebene können durch Market Timing kurzfristige Entwicklungen berücksichtigt werden.<sup>4</sup>

Die Kriterien dieser beiden Strukturierungen – Aggregationsgrad der Anlageobjekte und Planungshorizont – erlauben keine strikte Abgrenzung der strategischen von der taktischen Asset Allokation, vielmehr sind die Grenzen fließend, wie Abbildung 2.2 veranschaulicht. So kann z.B. die – im Grundsatz langfristig planende und an zentralen

<sup>1</sup> Unter Titelselektion (auch Security Selection) versteht man die Selektion einzelner Titel zur Aufnahme in das Portfolio.

<sup>2</sup> Vgl. REHKUGLER (2002) S. 24.

<sup>3</sup> Eine umfassende Darstellung der Asset Allokation als Entscheidungsprozess gibt SCHMIDT-VON RHEIN (1996), S. 13-66.

<sup>4</sup> Vgl. RICHTER, PÖDDIG und HILDEBRANDT (2007).

Assetklassen orientierte – strategische Asset Allokation für den kurzfristigen Planungshorizont und einzelne Assets zulässige Assetklassenanteile vorgeben. Daraus ergibt sich, dass sich die taktische Asset Allokation kurz- bzw. mittelfristig sowohl mit zentralen Assetklassen, den jeweiligen Märkten als auch mit einzelnen Anlagetiteln befassen kann und somit alle Aggregationsgrade umfasst.

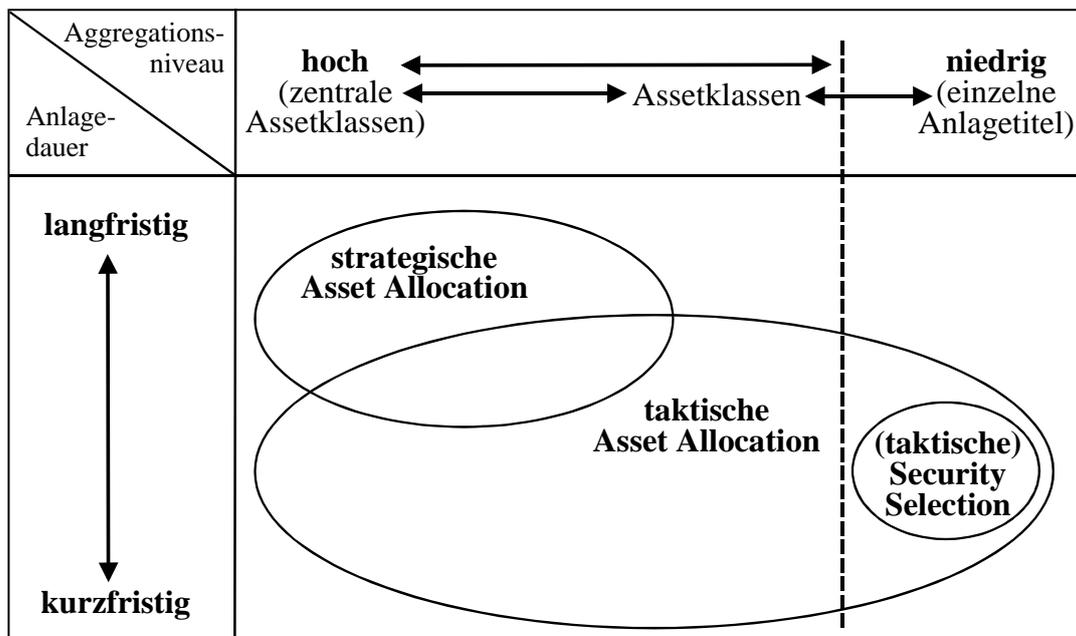


Abbildung 2.2: Ebenen der Asset Allokation nach Wirkungsgrad. Quelle: SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 58

Die empirischen Untersuchungen dieser Arbeit beschäftigen sich mit monatlichen Daten zentraler Assetklassen und sind daher der taktischen Asset Allokation zuzuordnen.

## 2.3 Portfoliomanagementprozess

Bei der Betrachtung des Portfoliomanagements als Managementprozess unterteilt sich dieser in die drei Phasen Portfolioplanung, Portfoliorealisation und Portfoliokontrolle.<sup>1</sup> „The first stage starts with observation and experience and ends with beliefs about the future performances of available securities. The second stage starts with the relevant beliefs about future performances and ends with the choice of portfolio.“<sup>2</sup> Die dritte Phase analysiert die Performance des Portfolios. REHKUGLER (2002) beschreibt den Portfoliomanagementprozess als einen komplexen, kontinuierlichen, systematischen

<sup>1</sup> Vgl. SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 13ff.

<sup>2</sup> MARKOWITZ (1952) S. 77.

Prozess, der alle Fragestellungen der Kapitalanlageentscheidung umfasst.<sup>1</sup> Die einzelnen Prozessphasen und ihre Zusammenhänge werden in Abbildung 2.3 veranschaulicht und im Folgenden erläutert. Die vorliegende Arbeit ist der Portfolioplanung zuzuordnen, wie noch auszuführen sein wird.

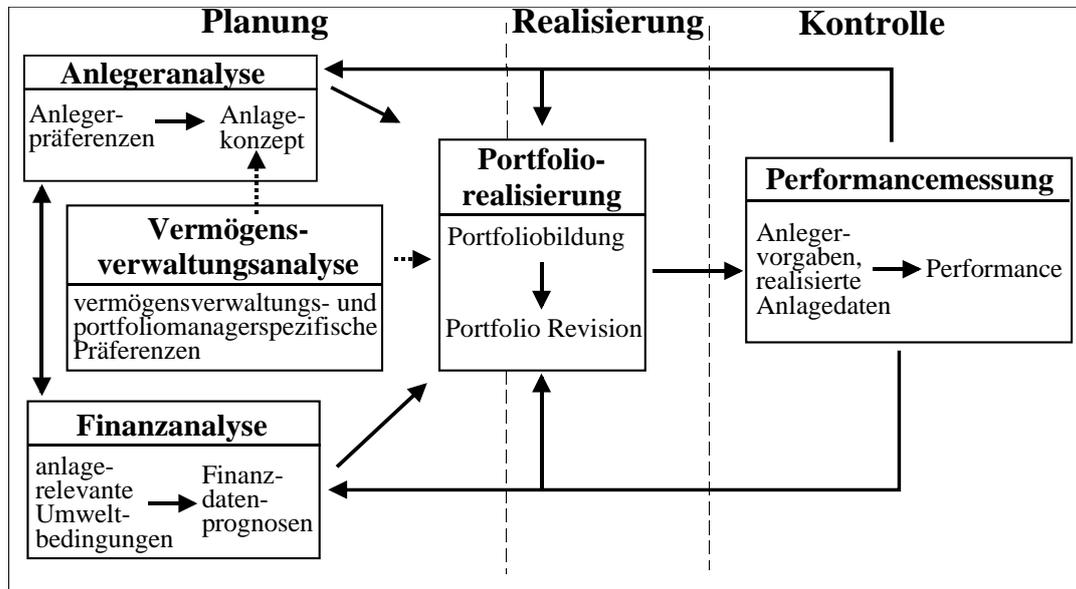


Abbildung 2.3: Prozessmodell Portfoliomanagement. Quelle: SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 14

### 2.3.1 Portfolioplanung

Im Rahmen der Portfolioplanung werden alle zur eigentlichen Kapitalanlageentscheidung notwendigen Analysen durchgeführt.

Zunächst werden im Rahmen einer Anlegeranalyse die Anlegerpräferenzen erhoben. Es wird festgestellt, welche Ziele mit der Investition verfolgt werden sollen und welche Anlageobjekte zur Verfügung stehen. Die Schwerpunkte der Analyse bilden Vorgaben zur Rentabilität, zum Risiko, zur Liquidierbarkeit und zur Verwaltbarkeit der Kapitalanlage. Das Resultat der Analyse der Anlegerpräferenzen ist ein *Anlagekonzept*, das als Spezifikation für das weitere Vorgehen von entscheidender Bedeutung ist. Es enthält sinnvollerweise ein Referenzportfolio (sog. *Benchmark*) als Vergleichsgröße, anhand derer später der Anlageerfolg kontrolliert werden kann. Die Benchmark sollte in ihrer Struktur die wesentlichen Anlegerpräferenzen abbilden und insbesondere das gewünschte Rendite-/Risikoprofil operationalisieren.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Vgl. REHKUGLER (2002) S. 5.

<sup>2</sup> Vgl. SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 20f; PÖDDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 25f.

Bei einer (evtl. teilweisen) Verwaltung des Portfolios durch externe Vermögensverwalter ist eine Managerauswahl (Vermögensverwalter, Fonds) notwendig. Dazu ist das Anlagekonzept mit den verschiedenen Konzepten der verfügbaren Manager abzugleichen.

In der *Finanzanalyse* erfolgt die für die Portfoliobildung notwendige Datenanalyse in Abhängigkeit von der verfolgten Investmentphilosophie. Ein wesentliches Merkmal ist die Frage, „inwiefern die ausgewählte Benchmark als konkretes Ziel zu verstehen ist.“<sup>1</sup> Bei einer *passiven Strategie* soll die Benchmark möglichst genau und dabei möglichst kostengünstig nachgebildet werden (sog. *Index Tracking*). Im Gegensatz dazu versucht eine *aktive Strategie*, die Benchmark durch geeignete Finanzdatenprognosen hinsichtlich der risikoadjustierten Performance zu übertreffen. Die nachfolgenden Darstellungen beziehen sich auf den Fall einer aktiven Strategie.<sup>2</sup>

Die Performance einer aktiven Anlagestrategie basiert auf Prognosen der zukünftigen Entwicklung der Anlagealternativen. Die Aufgabe der Finanzanalyse liegt daher bei einer aktiven Strategie insbesondere in der Erstellung der entscheidungsrelevanten Finanzdatenprognosen (zukünftige Rendite- und Risikoerwartungen) durch Auswertung aller relevanten Informationen. Die Finanzanalyse ist daher der primäre Erfolgsfaktor für die aktive Asset Allokation.<sup>3</sup> Dies setzt allerdings eine Prognostizierbarkeit der Entwicklungen der Anlageobjekte mit hinreichender Güte voraus. Die Finanzanalyse kann sich dazu unterschiedlicher Methoden und verschiedener Datengrundlagen bedienen.

Aufgrund ihrer herausragenden Bedeutung für das Asset Management und der zentralen Stellung in der vorliegenden Arbeit werden die Grundlagen der Finanzanalyse ausführlicher in Abschnitt 2.4 diskutiert. Zunächst werden hier die weiteren Phasen des Portfoliomanagementprozesses erläutert.

### 2.3.2 Portfoliorealisierung

„Schwerpunkt der Portfoliorealisierung ist die systematische Aufteilung des Anlagebetrages auf die Anlageobjekte, die sog. *Asset Allokation*“<sup>4</sup>. Im Rahmen der Asset Allokation erfolgt die umsetzungsbezogene Kombination und Integration der Informationen der vorgelagerten Planungsphase, insbesondere des Anlagekonzeptes und der Finanzdatenprognosen.<sup>5</sup>

Diese Kombination und Integration der Prognoseinformationen (Informationsaggregation<sup>6</sup>) in der Asset Allokation bezieht sich sowohl auf das anlageobjektübergreifende Ver-

---

<sup>1</sup> PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 28.

<sup>2</sup> Zum passiven Management vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 243ff.

<sup>3</sup> Vgl. DICHTL (2001) S. 530, 545f.

<sup>4</sup> PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 21, Hervorhebungen im Original.

<sup>5</sup> Vgl. BRINKMANN (2007) S. 14, mit weiteren Verweisen.

<sup>6</sup> Vgl. BRINKMANN (2007) S. 81f; DROBETZ (2003) S. 206f.

hältnis von Erwartungen bzgl. der Renditen verschiedener Investitionsalternativen als auch auf das anlageobjektinhärente Verhältnis von Renditeerwartungswerten und Risikoerwartungen (Kovarianzmatrix) jedes einzelnen Assets. Für die Finanzanalyse ergibt sich daraus die Erfordernis der konsistenten bzw. integrierten Schätzung der Erwartungen. Der Begriff der *Konsistenz* bezieht sich dabei auf die widerspruchsfreie Modellierung von Rendite- und Risikoerwartungen eines Assets, während sich der Begriff der *Integration* auf die simultane Berücksichtigung der Erwartungen bezüglich aller zur Verfügung stehenden Investitionsalternativen bezieht.

Zur Durchführung der Asset Allokation existiert mit der Portfolio Selection nach MARKOWITZ (1952) ein normatives<sup>1</sup> Modell zur Portfoliooptimierung.<sup>2</sup> Nach diesem Modell legen rationale, risikoaverse Investoren aufgrund von Unsicherheiten bezüglich zukünftig eintretender Umweltzustände ihr Kapital nicht in einer einzelnen Anlage an, sondern investieren in mehrere, möglichst heterogene Anlagemöglichkeiten, um die eingegangenen Risiken auf möglichst viele Assets bzw. Assetklassen zu streuen (sog. Diversifikation).<sup>3</sup> Durch diese Streuung soll eine Reduktion des Gesamtrisikos erzielt werden, da sich Gewinne und Verluste einzelner Investitionen zum Teil ausgleichen.

Bei der Suche nach einem optimalen Portfolio ist zunächst ein Optimalitätskriterium zu definieren. Ein Interessenkonflikt ergibt sich aus den beiden konkurrierenden Zielen Renditemaximierung und Risikominimierung. Das Optimalitätskriterium leitet sich bei der Portfolio Selection vom Bernoulliprinzip der Erwartungsnutzenmaximierung ab.<sup>4</sup> Der Erwartungsnutzen eines Portfolios lässt sich unter gewissen Annahmen<sup>5</sup> durch eine äquivalente Zielfunktion darstellen:

$$ZF_{\mu,\sigma}(P) = \mu_P - \lambda\sigma_P^2 \quad (2.1)$$

mit  $\mu_P$ : erwartete Portfoliorendite  
 $\sigma_P^2$ : erwartete Portfoliovarianz  
 $\lambda$ : Risikoaversionsparameter.

Die erwartete Portfoliorendite berechnet sich mittels der Anteilsgewichte  $\omega$  und der Assetrenditen  $\mu$  als  $\mu_P = \omega^T \cdot \mu$ , die Portfoliovarianz mittels der Assetkovarianzmatrix  $\Sigma$

<sup>1</sup> Zur Unterscheidung normativer und deskriptiver Modelle vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 29 und die dort angegebene Literatur.

<sup>2</sup> Es existieren alternative Modelle zur Portfoliooptimierung wie z.B. die Safety-First-Ansätze. Diesen Ansätzen liegt ein einseitiges Risikoverständnis zugrunde, nach dem nur die Unterschreitung einer Mindestrendite als Risiko verstanden wird. Im Gegensatz dazu gilt bei einem zweiseitigen Risikoverständnis jede Renditeschwankung – also auch eine „nach oben“ – als Risiko. Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 362ff.

<sup>3</sup> Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 53ff.

<sup>4</sup> Vgl. BRINKMANN (2007) S. 28.

<sup>5</sup> Vgl. STEINER und UHLIR (2001) S. 144ff. Bei Formel 2.1 handelt es sich nicht um eine Nutzenfunktion, vgl. hierzu PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 105ff mit weiteren Anmerkungen zu den für die Portfolio Selection getroffenen Annahmen und Einschränkungen.

als  $\sigma_P^2 = \omega^T \cdot \Sigma \cdot \omega$ . Der *Risikoaversionsparameter* als vom Anlagekonzept vorzugebende Größe gibt an, wie der Zielkonflikt zwischen Rendite und Risiko subjektiv quantifiziert wird:

- $\lambda = 0$ : Risikoneutraler Investor: Das Optimalitätskriterium ist allein die erwartete Rendite (sog. Maximum-Ertrag-Portfolio). Bei zwei Anlageobjekten würde diejenige mit der höheren Renditeerwartung präferiert.
- $\lambda < 0$ : Risikofreudiger Investor: Die Zielfunktion (2.1) steigt bei fester Portfoliorendite mit steigendem Portfoliorisiko  $\sigma_P^2$ . Aus zwei Anlagealternativen mit gleicher Renditeerwartung würde die Alternative mit der größeren Volatilität gewählt. Die Motivation dieses Ansatzes basiert auf einem zweiseitigen Risikoverständnis, da eine höhere Volatilität bedeutet, dass auch eine höhere Rendite als erwartet erzielt werden kann.
- $\lambda > 0$ : Risikoaverser Investor: Die Zielfunktion (2.1) fällt bei fester Portfoliorendite mit steigendem Portfoliorisiko. Bei zwei Anlagemöglichkeiten mit gleicher Renditeerwartung würde die Alternative mit der niedrigeren Volatilität bevorzugt. Die gleiche Renditeerwartung kann somit unter einem geringeren erwarteten Risiko realisiert werden.

Da in der Regel von risikoaversen Investoren auszugehen ist<sup>1</sup>, wird der Risikoaversionsparameter in Formel 2.1 mit einem negativen Vorzeichen ausgewiesen.<sup>2</sup> Zur Bestimmung des Risikoaversionsparameters existieren verschiedene Ansätze, für die Zwecke der Darstellung der Portfoliorealisierung kann er jedoch als extern vorzugebende Größe gelten.<sup>3</sup> Die Risikoaversion ist Bestandteil der Analyse der Anlegerpräferenzen und damit Teil des Anlagekonzeptes. Die empirischen Untersuchungen sollen in der vorliegenden Arbeit mit unterschiedlichen Werten für den Risikoaversionsparameter durchgeführt werden.<sup>4</sup>

Die Optimierungsaufgabe kann dann mittels der Zielfunktion

$$ZF_{\mu,\sigma}(P) = \mu_P - \lambda \sigma_P^2 \rightarrow \max! \quad (2.2)$$

unter zumindest der Budgetrestriktion

$$\sum_i \omega_i = 1 \quad (2.3)$$

<sup>1</sup> Vgl. REHKUGLER (2002) S. 9f.

<sup>2</sup> Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 86.

<sup>3</sup> Die verschiedenen Ansätze zur Bestimmung des Risikoaversionsparameters sollen hier nicht referiert werden, eine umfassende Darstellung findet sich bei PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 93-105. Vgl. auch GRINOLD und KAHN (2000) S. 96ff.

<sup>4</sup> Dabei soll der von CHOPRA und ZIEMBA (1993) S. 10, DICHTL (2001) S. 390 und PETERSMEIER (2003) S. 318 verwendete Standardwert, der  $\lambda = 2$  entspricht, variiert werden. Vgl. auch GRINOLD und KAHN (2000) S. 96f.

formuliert werden.<sup>1</sup> Viele weitere Nebenbedingungen wie z.B. eine Unterbindung von Leerverkäufen, Höchst- bzw. Mindestgewichte für einzelne Assets und Umschichtungsrestriktionen zur Vermeidung von häufig wechselnden Extrempositionen sind denkbar und teilweise für die adäquate Umsetzung (z.B. zur Erfüllung von Vorgaben des Anlagekonzeptes bzw. aufsichtsrechtlicher Anforderungen) erforderlich.<sup>2</sup> Das Ergebnis der Portfolio Selection ist ein aus optimalen Portfoliogewichten  $\omega_i^{\text{opt}}$  bestehendes optimales Portfolio, das den Erwartungsnutzen (2.1) maximiert.

Das Modell der Portfolio Selection nach MARKOWITZ (1952) basiert auf einer Reihe von anlageobjekt-, anleger- und kapitalmarktbezogenen Annahmen, die hier nicht diskutiert werden sollen.<sup>3</sup> Von zentraler Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist die Annahme stochastischer zukünftiger Assetrenditen sowie die Annahme, dass die Erwartungswerte und (Ko-)Varianzen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Assetrenditen zu bestimmen sind. Diese Annahme erzwingt den Einsatz von Schätzmethoden und motiviert damit die Beschäftigung mit entsprechenden Verfahren in der vorliegenden Arbeit.

Auf Änderungen in den relevanten Schätzungen reagiert die Portfoliooptimierung sensitiv. Unter dem Begriff der Sensitivität wird in diesem Zusammenhang verstanden, dass kleine Änderungen in den Erwartungen große Änderungen in den optimalen Portfoliogewichten hervorrufen können. In aktuellen Arbeiten werden unter dem Begriff der „robusten“ Asset Allokation Anstrengungen unternommen, weniger sensitive Portfoliooptimierungsmodelle zu konzipieren.<sup>4</sup> Die Zielsetzung bei diesen Ansätzen besteht grundsätzlich darin, zusätzlich zum allgemeinen Investmentrisiko das individuelle Prognoserisiko zu berücksichtigen.<sup>5</sup> Laut SCHERER (2007) tragen sog. robuste Optimierungsansätze nicht zur Lösung des Problems bei. Bei der Portfolio Selection handelt es sich um eine Entscheidungssituation unter Risiko, bei der mit der zukünftigen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Assetrenditen zukünftig eintretende Umweltzustände mit Eintrittswahrscheinlichkeiten als bekannt bzw. bestimmbar angenommen werden. Dabei reduziert man die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Assetrenditen auf Erwartungswert und Standardabweichung (Volatilität) der Verteilung.<sup>6</sup> Grundsätzlich können dazu historische Rendi-

---

<sup>1</sup> Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 86.

<sup>2</sup> Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 110-114.

<sup>3</sup> Die wesentlichen Annahmen erläutert BRINKMANN (2007) S. 25ff. DICHTL (2001) S. 101ff und SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 230ff (mit weiteren Verweisen) liefern ausführliche Darstellungen. Zur theoretischen Herleitung vgl. die Anmerkungen bei PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 87.

<sup>4</sup> Vgl. die Monographien zur „robusten“ Asset Allokation von BRINKMANN (2007) bzw. zur Prognoseunsicherheit von HEROLD (2004).

<sup>5</sup> Unter dem Investmentrisiko versteht man die historische Volatilität der Assetrenditen und damit das Risiko von Abweichungen vom historischen Renditemittelwert. Der Begriff Prognoserisiko bezeichnet dagegen die Unsicherheit, ob eine Prognose tatsächlich zutrifft. Weitere Überlegungen zum Risikobegriff folgen in Abschnitt 3.2.

<sup>6</sup> Im Fall normalverteilter Renditen ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Erwartungswert und Standardabweichung eindeutig spezifiziert.

temittelwerte bzw. -volatilitäten als Schätzung der zukünftigen Renditeverteilung herangezogen werden. Diese Annahme der konstanten Renditeverteilung ist jedoch weder intuitiv einsichtig noch empirisch belegt, im Gegenteil belegen zahlreiche Studien heterogene Renditeverteilungen.<sup>1</sup> Bei Berücksichtigung elaborierterer Renditeerwartungswertprognosen zur Investitionsentscheidung ist dann jedoch der Begriff Investmentrisiko in seiner üblichen Definition irreführend, da in diesem Fall das mit der aufgrund einer Prognose getroffenen Investitionsentscheidung verbundene Risiko aus dem Prognoserisiko entsteht, während die historische Volatilität des Assets zum Teil durch das elaborierte Renditeprognosemodell erklärt werden kann.<sup>2</sup> Der mittlere Schätzfehler eines Renditeerwartungswertes kann als erwartetes Prognoserisiko selbst als bedingte stochastische Größe modelliert werden, anstatt – wie durchaus üblich<sup>3</sup> – unbedingte empirische Standardabweichungen heranzuziehen. Auf diesen Aspekt wird in Kapitel 5 näher eingegangen. Diese konsistente Modellierung ist geeignet, die Auswirkungen der unvermeidlichen Schätzfehler und damit der Sensitivität der Portfoliooptimierung einzugrenzen.

Mittels der Portfolio Selection kann die Prozessphase der Portfoliorealisation umgesetzt werden. Die generierte optimale Portfoliostruktur muss nun im Rahmen der Portfoliokontrolle mit den Zielen der Portfolioplanung abgeglichen werden.

### 2.3.3 Portfoliokontrolle

Die Portfoliokontrolle als letzter Teilprozess des Portfoliomanagements misst mittels der Performanceanalyse den Anlageerfolg des Portfolios. Neben der Kontrolle des Anlageerfolges als Hauptaufgabe kann die Performanceanalyse der Überprüfung des Anlagekonzeptes dienen.<sup>4</sup>

Die sog. aktive Performance eines Portfolios wird als Performanceunterschied der Portfolioperformance zu einem Referenzportfolio (sog. Benchmark) gemessen. Im einfachsten Fall besteht die Benchmark aus einem als risikolos angenommenen Vergleichszinssatz. Insbesondere werden Renditemittelwert und -standardabweichung des Portfolios mit denen der Benchmark verglichen. Die aktive Rendite oder Überrendite ist die Differenz der erzielten Portfoliorendite  $R_P$  und der Benchmarkrendite  $R_B$ . Da mit höheren Renditen regelmäßig auch höhere Risiken verbunden sind, werden Rendite und Risiko zur gemeinsamen Beurteilung häufig ins Verhältnis gesetzt. Unter der *Sharpe Ratio* soll hier nach

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 2.4.5.

<sup>2</sup> Auf dieser Überlegung basiert die Formulierung der GARCH-Modellfamilie, vgl. ENGLE (1982), BOLLERSLEV (1986). Ein anschauliches Beispiel wird in Abschnitt 3.2 gegeben.

<sup>3</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 840.

<sup>4</sup> Vgl. DICHTL (2001) S. 32.

SHARPE (1994) das Verhältnis der aktiven Rendite zur Portfoliovolatilität  $\sigma_P$  verstanden werden.<sup>1</sup>

$$\text{SR} = \frac{R_P - R_B}{\sigma_P} \quad (2.4)$$

Ein weiterer Ansatz zur Beurteilung der Performance ist eine Regression der Portfoliorenditen  $R_P$  auf die Benchmarkrenditen  $R_B$ .<sup>2</sup>

$$R_P = \alpha_P + \beta_P R_B + \varepsilon_P \quad (2.5)$$

Der konstante Term  $\alpha_P$  der Regressionsgleichung wird als *Jensens Alpha* bezeichnet. Diese Größe zeigt auf, um welche Rendite die Benchmark risikoadjustiert übertroffen werden konnte.<sup>3</sup> Das Verhältnis von Jensens Alpha zur Portfoliovolatilität

$$\frac{\alpha_P}{\sigma_P} \quad (2.6)$$

wird als *Information Ratio* bezeichnet.<sup>4</sup>

Mit der direkten Beurteilung des Erfolgs der Portfoliobildung ist auch eine indirekte Messung der Prognoseleistung möglich. Bei Verwendung der Prognosen zur Asset Allokation hängt die Performance eines Portfolios sowohl von den Prognosemodellen als auch von der Portfoliooptimierung ab. Die Selektionsfähigkeit basiert in hohem Maße auf den zugrunde liegenden Prognosen und erlaubt daher Rückschlüsse auf deren Güte.<sup>5</sup> Bei der Performancemessung erfolgt daher eine Evaluierung der Einheit aus Prognose und Asset Allokation.<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup> SHARPE (1966) führte eine ursprüngliche Version unter Verwendung eines als risikolos angenommenen Zinssatzes ein. Während das Maß einige Popularität erlangte, konnte sich die ursprüngliche Bezeichnung Reward-to-Variability Ratio nicht durchsetzen. Die Reward-to-Variability Ratio resultiert aus der Tobin-Separation und misst die Steigung der ex-post-Effizienzlinie, vgl. auch CAMPBELL, LO und MACKINLAY (1997) S. 299f. SHARPE (1994) definiert die Sharpe Ratio in der hier verwendeten Form, vgl. auch GRINOLD und KAHN (2000) S. 32. JOBSON und KORKIE (1981) haben einen Test für die Differenz der Sharpe-Ratio zweier Renditereihen vorgeschlagen. Der Test wurde von MEMMEL (2003) korrigiert. LEDOIT und WOLF (2008) zeigen, dass auch die korrigierte Version des Tests ungültig ist, falls die Renditereihen korreliert oder nicht normalverteilt sind. LEDOIT und WOLF (2008) schlagen robustere Inferenzmethoden vor, deren Diskussion hier jedoch nicht zielführend ist.

<sup>2</sup> In Anlehnung an das CAPM werden hierbei ursprünglich die Überschussrenditen gegenüber einem risikofreien Zins herangezogen. Die Subtraktion eines solchen konstanten Zinssatzes verändert jedoch den Wert der Regressionskonstanten  $\alpha_P$  nicht.

<sup>3</sup> Vgl. GRINOLD und KAHN (2000) S. 488; CHINCARINI und KIM (2006) S. 22ff.

<sup>4</sup> Vgl. GRINOLD und KAHN (2000) S. 109ff.

<sup>5</sup> Vgl. PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 24.

<sup>6</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.1.4.

### 2.3.4 Zwischenfazit

In der Portfolioplanung, insbesondere der Finanzanalyse, werden die für die Portfoliorealisierung benötigten Prognosen der zukünftigen Assetrenditen generiert. Aus den Ausführungen zur Portfoliorealisation durch Optimierungskalküle ergeben sich einige Anforderungen an die methodische Umsetzung der Finanzanalyse. Die Performanceanalyse kontrolliert den Erfolg der Asset Allokation und damit den Erfolg der Finanzanalyse.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Finanzanalyse und leistet einen Beitrag zur konsistenten Modellierung und Prognose von Rendite- und Risikoerwartungen der Anlagealternativen. Im Folgenden sollen zunächst die Grundlagen der Finanzanalyse diskutiert werden, bevor im weiteren Verlauf der Arbeit auf spezielle Verfahren eingegangen wird.

## 2.4 Grundlagen der Finanzanalyse

### 2.4.1 Vorbemerkungen

Gegenstand der Finanzanalyse ist die Schätzung zukünftiger Rendite- und Risikoerwartungen. „Die Finanzanalyse stellt sich als einer der wesentlichen, der eigentlichen Portfoliorealisierung vorangeschalteten Prozesse dar.“<sup>1</sup> Daher werden die Grundlagen der Finanzanalyse eingehender diskutiert.

Im Portfoliomanagement existieren zwei grundsätzlich verschiedene Strategien.<sup>2</sup> Das passive Management hat zum Ziel, eine Benchmark möglichst exakt nachzubilden. Dem aktiven Portfoliomanagement liegt die Annahme zugrunde, dass sich durch eine auf Finanzdatenprognosen basierende Portfoliooptimierung systematisch Überrenditen erwirtschaften lassen. Da sich die vorliegende Arbeit mit Verfahren zur Finanzdatenprognose beschäftigt und somit dem aktiven Management zuzuordnen ist, wird im Folgenden anhand der Effizienzthese die grundsätzliche Prognostizierbarkeit von Finanzdaten diskutiert. Anschließend sollen die verschiedenen Verfahrensalternativen systematisiert und kurz referiert werden.

---

<sup>1</sup> PÖDDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 17.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 2.3.1.

### 2.4.2 Informationseffizienz der Finanzmärkte

Unter Effizienz bzw. genauer *Informationseffizienz* von Kapitalmärkten versteht man die vollständige Reflektion einer Menge relevanter Informationen in Wertpapierpreisen.<sup>1</sup> Der Grad der Effizienz wird nach der Menge der vollständig reflektierten Informationen unterschieden.

- Bei *schwacher Effizienz* sind alle historische Preise bzw. alle Informationen aus dem Kurs des jeweils betrachteten Wertpapiers im aktuellen Wert berücksichtigt.
- Zur Erfüllung der *halbstrengen Effizienz* muss der aktuelle Wertpapierpreis alle öffentlich verfügbaren Informationen – insbesondere alle makro- und mikroökonomischen Daten – widerspiegeln.
- Das Vorliegen einer *strengen Effizienz* erfordert schließlich, dass alle öffentlichen und privaten Informationen – also insbesondere auch Insiderwissen – in den Wertpapierpreisen vollständig berücksichtigt sind.

Der Effizienzbegriff impliziert, dass auf Basis der jeweils berücksichtigten Informationsmenge keine Überrenditen erzielt werden können.<sup>2</sup> Wenn beispielsweise schwache Effizienz vorliegt, kann auf Basis der Historie des betrachteten Wertpapierpreises allein keine Überrendite erwirtschaftet werden.

Die Effizienzhypothese ist eine der meistdiskutierten Problemstellungen in der Kapitalmarkttheorie. Zahlreiche empirische Untersuchungen zur Kapitalmarkteffizienz geben Grund zu der Annahme, dass historische Preise keine Wertrelevanz für die zukünftigen Renditen dieser Zeitreihe haben und Kapitalmärkte damit schwach effizient sind, jedoch ist dies nach wie vor umstritten.<sup>3</sup> Die Ablehnung der beiden strengeren Effizienzstufen ist weniger umstritten. Einer abschließenden Klärung dieser Frage bezüglich aller Stufen steht der Umstand entgegen, dass schwerlich alle denkbaren Analyseverfahren getestet und aus empirischen Studien keine allgemeingültigen Aussagen abgeleitet werden können.

Bei einer theoretischen Analyse der Effizienzhypothese ergeben sich ebenfalls Inkonsistenzen. Aus der Kapitalmarkteffizienz resultiert insbesondere das *Informationsparadoxon* im Sinne von GROSSMANN und STIGLITZ (1980). Bei vollständiger Reflektion aller verfügbaren Informationen wäre eine mit Kosten verbundene Informationsbeschaffung für

---

<sup>1</sup> Vgl. FAMA (1970), der Fehlen von Transaktionskosten, kostenlose Informationsbeschaffung und homogene Erwartungen voraussetzt. Andere Autoren definieren Informationseffizienz allgemeiner als Unmöglichkeit, aufgrund der jeweiligen Informationsmenge Überrenditen zu erzielen, vgl. GROSSMANN und STIGLITZ (1980) S. 393, 400f; WITTRÖCK (1996) S. 8.

<sup>2</sup> Vgl. die Arbeit von FAMA (1970) sowie den aktuelleren Überblick von PESARAN (2005).

<sup>3</sup> Vgl. FAMA (1991) mit einem umfangreichen Überblick und dem wichtigen Hinweis, dass die Problemstellung aufgrund methodischer Probleme wie der Verbundhypothese evtl. unlösbar ist; vgl. TIMMERMANN (2008) mit einer umfangreichen aktuellen Studie.

Marktteilnehmer irrational.<sup>1</sup> Wenn jedoch kein Marktteilnehmer Informationen beschafft und auswertet, können die Preise nicht alle Informationen reflektieren. HELLOWIG (1982) argumentiert darüber hinaus, dass Marktteilnehmer aufgrund beschaffter Informationen erst Transaktionen durchführen müssen, bevor die aufgrund dieser Transaktionen gebildeten Preise die Informationen reflektieren können.<sup>2</sup> Konkreter formulieren CHINCARINI und KIM (2006) Gründe, aufgrund derer Märkte ineffizient sein könnten und daher eine Finanzdatenprognose sinnvoll erscheint.<sup>3</sup>

- Informationsbeschaffung und -auswertung ist mit Kosten verbunden. Nicht jeder Marktteilnehmer kann oder will für Informationen bezahlen.
- Die Beschaffung, Auswertung und Verbreitung von Informationen benötigt Zeit, auch bei öffentlich verfügbaren Informationen.
- Nicht jeder Investor kann große – insbesondere quantitative – Informationsmengen auswerten.
- Marktteilnehmer generieren durch Filterung evtl. privates Wissen aus öffentlichen Informationen.
- Manche Investoren treffen Entscheidungen aufgrund ihres Gefühls anstatt aufgrund rationaler Auswertung von Informationen.
- Ineffizienz kann aus Versuchen entstehen, Irrationalitäten anderer auszunutzen.
- Die Anpassung an sich ständig verändernde Bedingungen (z.B. Technologie) benötigt einige Zeit.
- Aufsichtsrechtliche Regulierung und Transaktionskosten trennen Realität und ökonomische Modelle.
- Steuern verzerren die Märkte.

Die Testbarkeit der Hypothese effizienter Märkte leidet ferner unter dem Problem verbundener Hypothesen, da die Kapitalmarkteffizienz nur in Verbindung mit einem angenommenen Renditegenerierungsprozess überprüft werden kann. Bei Ablehnung der verbundenen Hypothese kann man keine Aussage darüber treffen, welche der beiden Teilhypothesen abzulehnen ist.<sup>4</sup> Darüber hinaus können bei Annahme linearer Renditegenerierungsprozesse nichtlineare Zusammenhänge in den Daten nicht erkannt werden, was zur fälschlichen Bestätigung oder Verwerfung der Kapitalmarkteffizienz führen kann. Daher müssen geeignete Untersuchungen zur Form der Renditegenerierungsprozesse auf Kapitalmärkten durchgeführt werden, bevor im Rahmen der verbundenen Hypothese der

---

<sup>1</sup> Vgl. WITTRUCK (1996) S. 8f und die dort angegebene Literatur.

<sup>2</sup> Vgl. ausführlicher dazu PODDIG (1996) S. 34ff.

<sup>3</sup> Vgl. CHINCARINI und KIM (2006) S. 42.

<sup>4</sup> Vgl. FAMA (1991); CAMPBELL, LO und MACKINLAY (1997) S. 22.

Kapitalmarkteffizienz sinnvoll ein konkreter Prozess angenommen werden kann.<sup>1</sup> Auch dies motiviert dazu, sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit der (nichtlinearen) Finanzdatenprognose auseinander zu setzen.

### 2.4.3 Systematisierung der Finanzanalyse

Die Finanzanalyse kann sich unterschiedlicher Methoden und verschiedener Datengrundlagen bedienen. Sie lässt sich daher nach der berücksichtigten Datengrundlage und/oder nach der verwendeten Methodik systematisieren.

Bei der Systematisierung der Finanzanalyse nach der berücksichtigten Datengrundlage unterscheidet man die alleinige Berücksichtigung der Kurs-, Preis- bzw. Renditehistorie der betrachteten Finanztitel und die Berücksichtigung aller relevanten (öffentlichen) Informationen, insbesondere makro- und mikroökonomische Daten. Eine *technische Analyse* basiert auf der Annahme, dass sich die zukünftige Entwicklung eines Assets allein auf Basis historischer Kurse, Preise bzw. Renditen dieses Assets vorhersagen lässt. Eine *Fundamentalanalyse* hingegen postuliert einen Zusammenhang der zukünftigen Wertentwicklung des Assets mit einer oder mehreren exogenen Größen.<sup>2</sup>

Eine Systematisierung nach der verwendeten Methodik unterscheidet qualitative und quantitative Analyseverfahren. Unter quantitativer Analyse wird allgemein der Einsatz mathematisch-statistischer Verfahren zur Finanzanalyse verstanden. Die Verfahren lassen sich nach der Art der berücksichtigten Information auch der ersten Systematisierung zuordnen.<sup>3</sup> Die Unterscheidung beider Systematisierungen wird daher hier nicht weiter verfolgt. Vielmehr kann zur Abgrenzung von quantitativer technischer Analyse bzw. quantitativer Fundamentalanalyse gesprochen werden, wenn explizit mathematisch-statistische Verfahren gemeint sind.<sup>4</sup>

### 2.4.4 Technische Analyse

Die für die Analyse historischer Kurse, Preise bzw. Renditen von Finanztiteln gängigen Methoden lassen sich in drei Unterbereiche gliedern.

- Chartanalyse: Graphische Darstellung und qualitative visuelle Analyse<sup>5</sup> des Kursverlaufs.

---

<sup>1</sup> Vgl. PODDIG (1996) S. 44ff.

<sup>2</sup> Im engeren Sinn bestehen die exogenen Größen aus fundamentalen Daten des einzelnen Unternehmens, vgl. PODDIG (1996) S. 48ff; PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 18f.

<sup>3</sup> Vgl. PODDIG (2006) S. 3372f.

<sup>4</sup> Vgl. PODDIG (1996) S. 75, PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 19.

<sup>5</sup> In sog. Expertenregeln lassen sich einige Aspekte der qualitativen visuellen Analyse auch quantifizieren.

- Technische Indikatoren: Analyse von aus dem Kursverlauf abgeleiteten Indikatoren (z.B. gleitende Durchschnitte), häufig in Verbindung mit der Chartanalyse.
- Zeitreihenanalyse: Quantitative Analyse der Kurs-, Preis- bzw. Renditereihe mit entsprechenden autoregressiven Verfahren. Neben ARMA-, TAR-, VAR-Modellen und Spektralanalysen<sup>1</sup> zählt hierzu insbesondere die GARCH-Modellfamilie.<sup>2</sup>

Eine ausschließliche Berücksichtigung der Kurs-, Preis- bzw. Renditehistorie impliziert die Annahme einer Wertrelevanz früherer Beobachtungen der Zeitreihe (Autokorrelationen). Aktienrenditen weisen überwiegend schwache Autokorrelationen auf.<sup>3</sup> Die Diskussion der Informationseffizienz in Abschnitt 2.4.2 und die dortigen Literaturverweise geben Grund zu der Annahme, dass Kapitalmärkte schwach effizient sind und daher mit technischer Analyse keine Überrenditen erzielt werden können. TIMMERMANN (2008) stellt für die von ihm untersuchten zeitreihenanalytischen Verfahren fest: „Our empirical findings suggest that most of the time stock returns are not predictable“<sup>4</sup>. Aus diesem Grund haben zeitreihenanalytische Verfahren in der Finanzdatenprognose keine große Bedeutung. Vielmehr sind Verfahren relevant, die weitere Informationen – sog. exogene werttreibende Faktoren – berücksichtigen können. Entsprechende Verfahren werden im folgenden Abschnitt skizziert.

### 2.4.5 Fundamentalanalyse

„Die Fundamentalanalyse unterstellt, dass die zukünftige Entwicklung des Kurses eines betrachteten Finanztitels sich letztendlich aus seinem Substanz- und Ertragswert oder der diese bestimmenden fundamentalen ökonomischen Daten ermitteln lässt.“<sup>5</sup> Die Berücksichtigung solcher fundamentaler ökonomischer Daten (Faktoren) führt idealtypisch zur Verwendung geeigneter ökonometrischer Modelle (quantitative Fundamentalanalyse). Solche (Faktor-)Modelle beschreiben einen hypothetischen Zusammenhang zwischen der betrachteten Zielgröße und einem oder mehreren Faktoren. „Der Einfluss volkswirtschaftlicher Variablen auf die Aktienkurse ist in Theorie und Praxis zwar unumstritten, gleichzeitig existiert aber kein Modell, welches diese Beziehung modelliert und dabei konkrete Variablen vorgibt.“<sup>6</sup> Die zentralen Fragen bei der Konfiguration von Faktormodellen sind,

- welche Einflussgrößen

---

<sup>1</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 152ff; SCHLITGEN und STREITBERG (1999) S. 132ff, 466ff, 377ff.

<sup>2</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 549ff; SCHLITGEN und STREITBERG (1999) S. 450ff. Die Methoden werden zum Teil im weiteren Verlauf dieser Arbeit beschrieben.

<sup>3</sup> Vgl. CAMPBELL, LO und MACKINLAY (1997) S. 66f; CONRAD und KAUL (1988) S. 409; FAMA und FRENCH (1988) S. 246.

<sup>4</sup> TIMMERMANN (2008) S. 17.

<sup>5</sup> PODDIG, BRINKMANN und SEILER (2005) S. 19.

<sup>6</sup> NOWAK (1994) S. 143.

- mit welcher Relevanz
- mit welcher Zeitverzögerung
- in welchem funktionalen Zusammenhang

den zukünftigen Wert einer Zielgröße beeinflussen.<sup>1</sup> „If it takes multiple factors to predict stock returns most accurately, then quantitative models of stock returns are needed to identify and combine factors efficiently.“<sup>2</sup> Allgemein können zur Modellierung makroökonomische, fundamentale (mikroökonomische) und/oder statistische<sup>3</sup> Faktoren berücksichtigt werden.<sup>4</sup> LANG (2005) diskutiert ausführlich verschiedene potentielle ökonomische Zusammenhänge zwischen den zu prognostizierenden Zielgrößen und einer Reihe von potentiellen Einflussgrößen. In der ökonomischen Theorie werden bezüglich der Zins-, Aktienmarkt- und Wechselkursentwicklungen Zusammenhänge zu den in Tabelle 2.1 aufgeführten Faktoren vermutet.<sup>5</sup>

Beispielhaft werden hier theoretische Aspekte des vermuteten Zusammenhangs zwischen dem Aktienmarkt und dem Zinsniveau aufgegriffen. Ein Ansatz zur Modellierung von Aktienkursen ist das Dividendenbarwertmodell.<sup>6</sup> Nach diesem Modell bestimmt sich der Wert  $P_t$  einer Aktie durch Diskontierung aller zukünftigen Zahlungen (Dividenden)  $D_{t+i}$  mit einem risikoadjustierten Diskontsatz  $r$ .<sup>7</sup>

$$P_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{D_{t+i}}{(1+r)^i} \quad (2.7)$$

Die zukünftigen Dividenden hängen maßgeblich vom Unternehmenserfolg ab, weswegen Aktienkurse grundsätzlich von allen den Unternehmenserfolg beeinflussenden Wirtschaftskennzahlen beeinflusst werden können. Der risikoadjustierte Diskontsatz wird vom (erwarteten) Zinsniveau und vom Risiko der Aktie bestimmt, weswegen nach diesem Modell ein theoretischer Zusammenhang zwischen dem Zinsniveau und dem Wert einer Aktie besteht.<sup>8</sup> Im weiteren Verlauf dieser Arbeit sollen jedoch empirische Studien der Zusammenhänge auf Finanzmärkten berücksichtigt werden.

Es existiert eine Fülle empirischer Studien zur Bedeutung ökonomischer Daten bzw. Finanzmarktdaten für die Prognose verschiedener Assetklassen, so dass hier nur die bedeutendsten genannt werden können. Für unterschiedliche Regionen ergeben sich teilweise

---

<sup>1</sup> Vgl. LANG (2005) S. 5.

<sup>2</sup> CHINCARINI und KIM (2006) S. 1.

<sup>3</sup> Statistische Faktoren sind z.B. die Faktoren einer Hauptkomponentenanalyse, wie sie in Abschnitt 3.5.2 beschrieben wird. Solche Faktoren stellen komprimierte Informationen dar, die nicht ökonomisch interpretierbar sind.

<sup>4</sup> Vgl. CONNOR (1995); CAUCHIE, HOESLI und ISAKOV (2004).

<sup>5</sup> Vgl. LANG (2005) S. 41, 78, 118.

<sup>6</sup> Vgl. LANG (2005) S. 42.

<sup>7</sup> Vgl. CHEN, ROLL und ROSS (1986) S. 385 mit einer ähnlichen Darstellung.

<sup>8</sup> Vgl. CHEN, ROLL und ROSS (1986) S. 385.

Tabelle 2.1: Vermutete ökonomische Zusammenhänge

Einflussgröße	Zielgrößen		
	Aktienmarkt	Zinsen	Wechselkurs
Aktienmarkt	+	±	-
Zinsniveau	-	+	±
Wechselkurs	±	+	+
Geldmenge	±	-	+
Inflation	±	+	+
Staatsverschuldung	±	+	±
Bruttoinlandsprodukt	±	+	?
Arbeitslosenquote	±	-	?
Dividendenrendite	+	-	?
Unternehmenssteuern	-	±	?
Ölpreis	±	±	±
Importe	±	±	+
Exporte	±	±	-

Legende

+: Gleichgerichteter Zusammenhang; Zielgröße steigt mit steigender Einflussgröße.

-: Gegengerichteter Zusammenhang; Zielgröße fällt mit steigender Einflussgröße.

±: In der Wirkungsrichtung unklarer vermuteter Zusammenhang.

?: Kein Zusammenhang vermutet.

Quelle: Zusammenfassung der Darstellungen von LANG (2005) S. 41, 78, 118

unterschiedliche Bedeutungen der Indikatoren.<sup>1</sup> Die makroökonomischen Variablen, die Aktienrenditen im Allgemeinen beeinflussen, lassen sich wie folgt zusammenfassen:<sup>2</sup>

- Kennzahlen zur gesamtwirtschaftlichen Aktivität (z.B. Industrieproduktion, Konsum, Ölpreis)
- monetäre Indikatoren (z.B. Geldmenge, Inflation)
- internationale Indikatoren (z.B. Wechselkurse, Im- bzw. Exporte)
- Kapitalmarktindikatoren (z.B. Marktindizes, Zinsstruktur, Risikoprämie)

KEIM und STAMBAUGH (1986), CAMPBELL (1987) sowie FAMA und FRENCH (1989) konnten zeigen, dass sich Aktien- und Bondrenditen unter Verwendung von Daten der Aktienmärkte (insbesondere Dividendenrendite), Default Spreads sowie der Zinsstruktur prognostizieren lassen. Insbesondere fanden FAMA und FRENCH (1989) heraus, dass

<sup>1</sup> Vgl. NOWAK (1994); KLÄHN (2000) S. 27f mit tabellarischen Übersichten.

<sup>2</sup> Vgl. CHAN, CHEN und HSIEH (1985); CHEN, ROLL und ROSS (1986); ASPREM (1989); letztere auch bei Zeitverzögerung und damit auch für Prognosen geeignet.

sich Renditen von einem Monat bis zwei Jahren sowohl von Aktien als auch von Unternehmensanleihen (guter und schlechter Bonität) mit *Term Spreads* prognostizieren lassen, empfehlen jedoch bei Verwendung neuer Daten eine Neuspezifikation<sup>1</sup> der Modelle. Die Ergebnisse werden von zahlreichen aktuelleren Studien bestätigt.<sup>2</sup> RAPACH, WOHAR und RANGVID (2005), RAPACH und WOHAR (2006), GUO (2006) sowie CAMPBELL und THOMPSON (2008) betonen die Relevanz der Evaluierung der Zusammenhänge insbesondere auf dem Modell unbekanntem Daten.

KALOTAY, GRAY und SIN (2007) zeigen signifikante Prognostizierbarkeit von vierteljährlichen Aktienrenditen durch die Konsumquote. WILMOT, MIELCZARSKI und SWEENEY (2004) schlagen den „Risk Appetite Index“ als Prädiktorkandidat vor. Dieser Index wird über tatsächlich beobachtete Risikoprämien berechnet und misst die Risikoneigung der Investoren. GUO und SAVICKAS (2008) zeigen unter Berücksichtigung der o.g. Faktoren die Prognostizierbarkeit von Wechselkursen.

Der Kritik, dass im Rahmen derartiger Studien mehr Modellierungsaufwand betrieben werden kann als dies für Investoren im Echtzeiteinsatz möglich wäre, begegnen PESARAN und TIMMERMANN (2000) sowie COOPER, GUTIERREZ und MARCUM (2005) mit Untersuchungen, die auch im „Echtzeiteinsatz“ Prognosekraft zeigen.

Zusammengefasst zeigten sich in den zahlreichen Studien folgende acht signifikante Prädiktoren für Aktienmärkte:

1. Dividendenrendite
2. Risikoprämie bzw. -neigung
3. Zinsstruktur
4. Inflation
5. Industrieproduktion
6. Geldangebot
7. Bruttoinlandsprodukt
8. Konsumquote

---

<sup>1</sup> D.h. erneute Parameterschätzung und Beurteilung der Relevanz der Faktoren.

<sup>2</sup> Vgl. FAMA und FRENCH (1993); FERSON und HARVEY (1993); BRANDT (1999); AÏT-SAHALIA und BRANDT (2001); BOUCHER (2006); ZAHER (2007); ANG und BEKAERT (2007); DÖPKE, HARTMANN und PIERDZIOCH (2008); SIMPSON und RAMCHANDER (2008).

Für Bond- und Währungsmärkte werden diese Variablen ebenfalls als Prädiktorkandidaten herangezogen und haben sich teilweise als signifikant erwiesen.<sup>1</sup> Alternative Assetklassen – wie z.B. Rohstoffe – werden in jüngerer Vergangenheit verstärkt berücksichtigt.<sup>2</sup> Die Preisbildung an Rohstoffmärkten wird nicht nur von finanzwirtschaftlichen Daten, sondern in starkem Maße und eventuell regional begrenzt von Warenangebot und -nachfrage beeinflusst.<sup>3</sup> Rohstoffpreise lassen sich nach ERB und HARVEY (2006) noch am ehesten mit entsprechenden Futurepreisen antizipieren.

## 2.5 Zwischenfazit

Mit den Ebenen der Asset Allokation, den Prozessphasen des Portfoliomanagementprozesses und den Grundlagen der Finanzanalyse hat dieses Kapitel den betriebswirtschaftlichen Rahmen der Arbeit dargelegt. Die Finanzdatenprognose wurde als der wesentliche Werttreiber des aktiven Asset Management identifiziert.

Zahlreiche empirische Studien zeigen Möglichkeiten auf, mittels einer Fundamentalanalyse unter Berücksichtigung einer Reihe ökonomischer Größen zukünftige Assetrenditeerwartungen mit einiger Prognosegüte zu generieren. Zur Modellierung und Prognose ökonomischer Variablen liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit daher auf quantitativen Fundamentalmodellen, bei denen die Entwicklung der Zielgröße aus derartigen kausalen Einflussgrößen abgeleitet wird. Die Techniken ökonometrischer Modellierung sind der Gegenstand des folgenden Kapitels.

---

<sup>1</sup> Vgl. den obigen Literaturüberblick, insbesondere KEIM und STAMBAUGH (1986), CAMPBELL (1987), FAMA und FRENCH (1989) sowie GUO und SAVICKAS (2008).

<sup>2</sup> Vgl. ERB und HARVEY (2006); MARSHALL, CAHAN und CAHAN (2008).

<sup>3</sup> Für die rohstoffverarbeitende Industrie reicht es in der Regel nicht aus, gegen nachteilige Preisentwicklungen oder Angebotsengpässe finanziell abgesichert zu sein. Vielmehr muss die Ware tatsächlich und „just in time“ vor Ort sein, um den Produktionsbetrieb aufrecht zu erhalten.



# 3 Ökonometrische Modellierung

In diesem Kapitel werden die Grundlagen ökonometrischer Modellierung analysiert. Nach den Vorbemerkungen wird diskutiert, was beim aktiven Management unter Risiko verstanden wird und wie dieses Risiko gemessen werden kann. Anschließend werden die beiden grundlegend verschiedenen Konzepte der parametrischen bzw. nichtparametrischen Schätzung vorgestellt. Auf die Frage der Messung der Modellgüte geht der Abschnitt zur Modellevaluierung ein. Im Anschluss werden Probleme komplexer Modelle analysiert und Ansätze zur Komplexitätsreduktion diskutiert. Insbesondere die Prädiktorselektion zur Identifikation relevanter Zusammenhänge ist als zentrales Verfahren zur Komplexitätsreduktion zu nennen. Abschließend werden die einzelnen methodischen Schritte bei der ökonometrischen Modellierung in einem Ablaufplan übersichtlich dargestellt.

## 3.1 Vorbemerkungen

Unter dem Begriff *Ökonometrie* kann allgemein empirische Wirtschaftsforschung, also die Erforschung ökonomischer Zusammenhänge bzw. Analyse ökonomischer Theorien mittels mathematisch-statistischer Verfahren verstanden werden. Die zentralen Aufgaben der Ökonometrie sind daher die Spezifikation und Schätzung von Modellen ökonomischer Zusammenhänge.<sup>1</sup> Im Rahmen der Finanzökonometrie wären also bestehende ökonomische Theorien für kausale Wirkungszusammenhänge zwischen bestimmten finanzwirtschaftlichen Daten zu analysieren. Alternativ sollte eine modellgestützte Suche von Zusammenhängen nachträglich einer ökonomischen Plausibilitätsprüfung unterzogen werden.

Nach MARKOWITZ (1952) betrachtet man im Asset Management Renditen als stochastische Größen, sog. Zufallsvariablen. Die Verteilung der Zufallsvariablen ist unbekannt. Es ist nur eine begrenzte Anzahl historischer Realisationen der Zufallsvariablen zu beobachten. Für das Asset Management werden Prognosen zukünftiger Rendite- und Risikoerwartungen benötigt. Die Ausführungen im vorangehenden Abschnitt haben ergeben, dass neben der Zielgröße auch die Informationen aus verfügbaren beeinflussenden Faktoren berücksichtigt werden müssen. Die historischen Renditebeobachtungen sollen mittels

---

<sup>1</sup> Vgl. ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 1.

ökonometrischer Modelle auf Zusammenhänge untersucht werden, die die Erstellung von Prognosen der Assetrenditen erlauben.

Nach den Ebenen der Asset Allokation<sup>1</sup> ergeben sich stark unterschiedliche Prognosehorizonte, welche zumeist gänzlich verschiedene Prognosemethoden erfordern. Die langfristige, strategische Ebene bezieht sich auf Prognosehorizonte von einem Jahr und länger. Während für Zeiträume bis zu zwei Jahren Faktormodelle einige Prognosekraft zeigen<sup>2</sup>, fehlen in der Literatur Studien mit entsprechenden Prognoseergebnissen über längere Horizonte. Im mittelfristigen Wochen- bis Monatsbereich wurden grundlegende ökonomische Zusammenhänge in den Kapitalmarktdaten erkannt, die zumindest teilweise in Prognosemodellen abgebildet werden können.<sup>3</sup> Diesem mittelfristigen Prognosehorizont widmet sich diese Arbeit sowohl bezüglich der Methodenauswahl als auch der Datengrundlage für die späteren empirischen Untersuchungen.

Bei der ökonometrischen Modellierung von Zusammenhängen zwischen Kapitalmarktdaten und (makro-)ökonomischen Faktoren zur Finanzdatenprognose im Rahmen des Portfoliomanagementprozesses ergeben sich aus dem Gesamtzusammenhang der Methodik, Daten und Instrumente einige Anforderungen, die bei einer adäquaten Umsetzung zu berücksichtigen sind.<sup>4</sup>

- **Konsistenz mit ökonomischer Theorie:** Eine ökonometrische Modellierung basiert per Definition auf einer ökonomischen Theorie. Ökonometrische Modelle können nicht nur zur Bestätigung bzw. Verwerfung ökonometrischer Theorien, sondern ebenso allgemeiner zur Analyse von Zusammenhängen ökonomischer Daten herangezogen werden. Jedoch wird in der Regel ein identifizierter empirischer Zusammenhang auf ökonomische Plausibilität überprüft.
- **Verständlichkeit, Interpretierbarkeit bzw. Plausibilität:** Ein ökonometrisches Modell sollte sich ökonomisch nachvollziehen lassen, um die Ergebnisse des Modells ökonomisch nutzen zu können.
- **Möglichkeit der Kombination verschiedener Faktoren:** Wenn angenommen wird, dass mehrere (makroökonomische) Faktoren die Wertentwicklung einer Zielgröße beeinflussen, muss das ökonometrische Modell eine Kombination der Einflussgrößen berücksichtigen können.
- **Abbildung zeitstabiler Strukturen:** Da die Identifikation von Zusammenhängen – und damit eine Prognose – stets auf historischen Beobachtungen der ökonomischen Variablen basiert, muss die Persistenz der identifizierten Zusammenhänge angenommen werden können.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 2.2.

<sup>2</sup> FAMA und FRENCH (1989) zeigen Prognostizierbarkeit von u.a. Aktienrenditen über Zeiträume von einem Monat bis zu zwei Jahren.

<sup>3</sup> Vgl. die in Abschnitt 2.4 und Abschnitt 4.4 diskutierten Studien.

<sup>4</sup> Vgl. CHINCARINI und KIM (2006) S. 27, 81ff.

- Berücksichtigung der Prognoseunsicherheit: Wenn bei der Portfoliooptimierung Erwartungswertprognosen der Assetrenditen berücksichtigt werden, ist zur Berechnung des Portfoliorisikos die Prognoseunsicherheit zu berücksichtigen.<sup>1</sup>
- Datenanforderungen, Automatisierbarkeit bzw. Implementierungsaufwand: Je nach Schätzverfahren bestehen bei einem Modell unterschiedliche Datenanforderungen insbesondere bezüglich der Anzahl der historischen Beobachtungen. Elaborierte Verfahren müssen in der Regel eigens implementiert werden. Soll die quantitative Analyse ohne Eingriffe menschlicher Experten durchführbar sein, so muss die Methodik automatisierbar sein, d.h. für aktualisierte Daten automatisch valide Analyseergebnisse berechnen können.

Ein ökonometrisches Modell formuliert einen Zusammenhang zwischen ökonomischen Variablen. Eine erklärte (endogene) Variable wird in einen funktionalen Zusammenhang zu einer oder mehreren erklärenden (exogenen) Variablen gesetzt:<sup>2</sup>

$$Y = E(Y|X) + \sigma(Y|X) \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

mit

- $Y$ : Zielgröße, erklärte Variable
- $X$ : Einflussgröße(n), erklärende Variable(n)
- $E(Y|X)$ : Bedingter Erwartungswert von  $Y$  unter  $X$
- $\sigma(Y|X)$ : Bedingte Standardabweichung von  $Y$  unter  $X$
- $\varepsilon$ : Störgröße

Die Störgröße  $\varepsilon$  wird als zentriert ( $E(\varepsilon)=0$ ) und unabhängig von  $X$  angenommen. Obwohl dies eine recht schwache Annahme ist, wird empfohlen, sie zu überprüfen.<sup>3</sup>

Unter einem Modell lässt sich zum einen die Formulierung eines funktionalen Zusammenhangs verstehen, oft in Verbindung mit einem verwendeten Schätzverfahren (z.B. lineare Regression). Mit einem Modell kann jedoch auch eine konkrete Konfiguration eines Zusammenhangs gemeint sein, die die Bestandteile Methodik, selektierte Variablen und geschätzte Parameter umfasst. Wenn die erklärenden Variablen zeitlich früher beobachtet wurden als die erklärte Variable, ist das Modell geeignet zur Erstellung von Prognosen.

Wenn die Zielgröße  $Y$  kategoriell normiert ist, also nur diskrete Werte (z.B. 1 für Zahlungsausfall, sonst 0) annehmen kann, dann spricht man von einem Modell zur *Klassifizierung*. Im Folgenden soll jedoch der Fall reellwertiger Zielgrößen  $Y$  (z.B. Renditen)

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 2.3.2; Abschnitt 3.2.

<sup>2</sup> Die exogenen Variablen können auch zeitverzögerte Elemente der Zielgröße selbst enthalten, um z.B. Autokorrelationen zu berücksichtigen.

<sup>3</sup> Vgl. NEUMEYER, DETTE und NAGEL (2006); PARDO-FERNANDEZ, VAN KEILEGOM und GONZALEZ-MANTEIGA (2007); DETTE, NEUMEYER und VAN KEILEGOM (2007) mit weiteren Verweisen; NEUMEYER (2007); VAN KEILEGOM, GONZALEZ-MANTEIGA und SANCHEZ-SELLERO (2008); EINMAHL und VAN KEILEGOM (2008) S. 88.

betrachtet werden. Bei reellwertigen Zielgrößen spricht man von einem *Regressionsmodell*. Bei einer stetigen Verteilung der Größe  $Y$  existiert eine Verteilungsdichte  $f_Y$  und der Erwartungswert der Größe lässt sich durch

$$E(Y) = \int y f_Y(y) dy \quad (3.2)$$

berechnen. Dabei handelt es sich um den sog. unbedingten Erwartungswert, der bei Vorliegen einer Stichprobe durch deren empirischen Mittelwert geschätzt werden kann. Bei Kapitalmarktdaten kann jedoch nicht immer davon ausgegangen werden, dass die Verteilung konstant im Zeitablauf ist. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass sich insbesondere Momente der Verteilung wie Erwartungswert und Standardabweichung verändern. Wenn ein Zusammenhang zu exogenen Größen  $X$  angenommen wird, ergibt sich der sog. bedingte Erwartungswert von  $Y$  in Abhängigkeit von Beobachtungen  $x$  der  $X$ .

$$E(Y|x) = E(Y|X = x) = \int y f(y|x) dy = \frac{\int y f_{X,Y}(x, y) dy}{\int f_{X,Y}(x, y) dy} \quad (3.3)$$

wobei  $f_{X,Y}$  die (unbekannte) gemeinsame Dichte von  $X$  und  $Y$  ist.

Ein *Renditemodell* ist ein Modell des Generierungsprozesses des Erwartungswertes der Rendite ( $E(Y|X)$  in Formel 3.1). Ein *Risikomodell* ist ein Modell der Standardabweichung der Renditen ( $\sigma(Y|X)$  in Formel 3.1), bei mehrdimensionaler Betrachtung der Renditen mehrerer Assets beinhaltet ein Risikomodell auch Kovarianzen. Es soll jedoch zunächst erörtert werden, was unter Risiko zu verstehen ist.

## 3.2 Risikobegriff

Es existiert keine allgemeingültige Risikodefinition.<sup>1</sup> Das Marktpreis- oder auch Investmentrisiko ist das Risiko von Wertverlusten der Investments. Die Unsicherheit des Zutreffens von Prognosen kann man als Prognoserisiko bezeichnen.

Die adäquate Definition von Risiko hängt auch von der Zielsetzung des Investors ab. Das mit einem Investment verbundene Risiko kann sowohl als Wahrscheinlichkeit der Verfehlung einer Mindestrendite als auch als Schwankung der Renditen verstanden werden. Dem Verständnis der Renditevolatilität als zweiseitigem Risiko, dass sich aus den Risiken einer Abweichung vom Mittelwert nach oben bzw. unten zusammen setzt, steht aufgrund der Interpretation der Schwankung nach oben – die i.d.R. mit einem Gewinn verbunden

---

<sup>1</sup> Vgl. FRANTZMANN (2002) S. 57; PODDIG, DICHTL und PETERSMEIER (2003) S. 122. Zu den betrieblichen, insbesondere finanzwirtschaftlichen Risikoarten vgl. OEHLER und UNSER (2001) S. 13ff.

ist – das Konzept der Semivarianz bzw. allgemeiner der Lower Partial Moments gegenüber. Dabei wird nur die Unterschreitung eines gewissen Anspruchsniveaus – z.B. des risikofreien Zinses – als Risiko verstanden, nicht jedoch eine evtl. Überschreitung.<sup>1</sup>

Die Volatilität von Wertpapierrenditen als mittlere Schwankungsbreite um den Mittelwert ist nicht mit Risiko gleichzusetzen. Die empirische Varianz als Risikoschätzer hat eine geringe Prognosegenauigkeit.<sup>2</sup> Die Schwankung der Renditen wird als mittlere Abweichung von einem Referenzwert gemessen. Neben dem empirischen historischen Mittelwert kommt für diesen Referenzwert insbesondere eine Renditeschätzung in Frage. Da die Investmententscheidung im Falle des aktiven Managements auf derartigen Schätzungen beruht, müssen die Schätzfehler berücksichtigt werden. Die empirische Renditevarianz ist in diesem Fall keine gute Approximation für das Risiko.<sup>3</sup> Das Risiko besteht vielmehr in der Unsicherheit des Eintreffens einer zugrundeliegenden Prognose, also der Varianz der Prognoseabweichungen, die sich als mittlerer quadrierter Schätzfehler berechnet. Dieses Prognoserisiko hängt direkt von den Prognosen und der Zielgröße ab und ist daher im Allgemeinen im Zeitablauf nicht konstant und von Markt zu Markt unterschiedlich.

Zur Verdeutlichung soll ein Beispiel herangezogen werden. Eine finanzwirtschaftliche Renditereihe, die einer starken Schwankung unterliegt, weist eine hohe empirische Volatilität auf. Wenn diese empirische Renditevolatilität als Risiko begriffen wird, ist im angenommenen Fall ein Investment in das dahinter stehende Asset risikoreich, da die Rendite stark um den Mittelwert schwankt. Wenn ein wie auch immer geartetes Renditemodell zur Prognose der erwarteten Rendite verwendet wird und zumindest einen Teil der Schwankungen der wahren Werte prognostizieren kann, würde sich einem Investor, der gemäß der Prognosen des Renditemodells investiert, die Abweichung der Prognosen von den wahren Werten als Risiko darstellen. Nun können zwei Extremfälle auftreten. Wenn es eine perfekte Prognose gäbe, die die wahren Werte exakt vorhersagen kann, dann besteht keinerlei Unsicherheit bezüglich der Investition. Prognostiziert ein Modell jedoch völlig falsche Werte, ist die mittlere Abweichung der wahren Werte von der Schätzung eventuell sogar größer als die Volatilität der wahren Werte.

Als Risikogröße wäre somit nicht die Volatilität der Renditen heranzuziehen, sondern die Volatilität der Abweichungen der Renditeschätzungen (sog. Residuen). Der vermeintliche Unterschied zwischen Investmentrisiko und Schätzrisiko lässt sich aus mathematischer Sicht durch eine Würdigung der Definition der Volatilität als

$$\sigma(Y) = \sqrt{\text{Var}(Y)} = \sqrt{E((Y - E(Y))^2)} \quad (3.4)$$

<sup>1</sup> Vgl. SCHMIDT-VON RHEIN (1996) S. 410ff.

<sup>2</sup> Vgl. POON und GRANGER (2003) S. 478, 492.

<sup>3</sup> Vgl. BALABAN und BAYAR (2005).

auflösen. In diese Formel geht der jeweils verwendete Erwartungswert von  $Y$  ein. Aus Realisationen von  $Y$  kann der (unbedingte) *empirische* Volatilitätsschätzer

$$\hat{\sigma}(Y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (3.5)$$

unter Verwendung des Mittelwertes als (unbedingten) Erwartungswertschätzer berechnet werden.<sup>1</sup> Dies ist jedoch nur sinnvoll, wenn der Mittelwert auch über die Berechnung der Volatilität hinaus als Renditeschätzung Verwendung findet und *Homoskedastizität* (konstante Volatilität im Zeitablauf) angenommen wird. Finanzwirtschaftliche Zeitreihen sind jedoch in der Regel heteroskedastisch, weisen Homoskedastizität aber u.U. über lange Zeiträume auf. Man spricht dann von bedingter Heteroskedastizität bzw. von bedingten Varianz- und Kovarianzschätzern. Das Vorliegen von Heteroskedastizität kann mit entsprechenden statistischen Tests überprüft werden.<sup>2</sup>

Zur Berücksichtigung des Risikos im Rahmen des Portfoliomanagements soll in dieser Arbeit bei Verwendung von bedingten Renditeprognosen neben der unbedingten empirischen Standardabweichung auch das bedingte Prognoserisiko

$$\text{Var}(Y|X) = E((Y - E(Y|X))^2|X) \quad (3.6)$$

berücksichtigt werden. Die Risikomodellierung wird in Kapitel 5 diskutiert. Die Einbettung dieser Wahl in die entscheidungstheoretische Fundierung der Portfolio Selection nach MARKOWITZ (1952) findet sich in Abschnitt 2.3.2.

## 3.3 Schätzmethodik

Der zu modellierende Zusammenhang zwischen einer Zielgröße und einer oder mehreren Einflussgrößen und damit die konkrete funktionale Form der Modellgleichung (3.1) sind in der Regel unbekannt. Es muss daher entweder eine funktionale Form angenommen werden (sog. parametrischer Zusammenhang) oder der Zusammenhang muss ohne Parametrisierung rein aufgrund von beobachteten Daten der relevanten Variablen geschätzt werden. Diese beiden Alternativen werden im Folgenden vorgestellt.

### 3.3.1 Parametrischer Zusammenhang

Methoden, die den funktionalen Zusammenhang bis auf einige Parameter als gegeben annehmen, sind durch diese parametrisiert. Durch ein parametrisiertes Modell kann überprüft werden, ob die angenommene funktionale Form adäquat ist. Es sind „nur“ die

<sup>1</sup> Vgl. SCHLITGEN und STREITBERG (1999) S.3f.

<sup>2</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 384ff.

Parameter des Modells zu schätzen, was je nach Funktion unterschiedlich aufwändig ist.

Im linearen Fall wird ein parametrisierter Zusammenhang mit einer linearen Funktion angenommen (z.B. lineare uni- und multivariate Faktormodelle, Kointegration- und Fehlerkorrekturmodelle)<sup>1</sup>. Ein lineares Modell wird idealtypisch durch ein multivariates lineares Regressionsmodell<sup>2</sup> geschätzt, das wie folgt formuliert wird.

$$Y = \alpha + X\beta + \varepsilon \quad (3.7)$$

mit  $Y = (Y_1, \dots, Y_N)^T$ : Vektor der  $N$  Beobachtungen der Zielgröße  
 $X$ :  $(N \times p)$ -Matrix der Einflussgrößen  
 $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_p)^T$ : Vektor der  $p$  Parameter der Einflussgrößen  
 $\alpha$ : Modellkonstante  
 $\varepsilon$ : Störterm

Vereinfachend schreibt man auch

$$Y = Xb + \varepsilon \quad (3.8)$$

mit  $b$ : Parametervektor inkl. Konstante,  $b = (\alpha, \beta_1, \dots, \beta_p)^T$   
 $X$ : um eine Einserspalte ergänzte  $(N \times (1 + p))$ -Matrix der Einflussgrößen

Wenn die durch Matrizenmultiplikation der transponierten Matrix der Einflussgrößen mit sich selbst gebildete Matrix  $X^T X$  keine linear abhängigen Spalten aufweist, ist sie invertierbar und der Kleinste-Quadrate-Schätzer ist zugleich der Maximum-Likelihood-Schätzer des Koeffizientenvektors der linearen Regressionsgleichung (3.8):<sup>3</sup>

$$\hat{b} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3.9)$$

Dieses Modell trifft neben der Linearität weitere restriktive Annahmen<sup>4</sup> über die Struktur der Daten und erzielt numerisch stabile, aber u.U. ungenaue Schätzungen.<sup>5</sup>

Während im linearen Regressionsmodell (3.8) die Reihenfolge der  $Y_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) keine Rolle spielt, sondern nur der Zusammenhang zwischen den einzelnen Tupeln  $(X_i, Y_i)$  ( $i = 1, \dots, N$ ), wird diese Reihenfolge von zeitreihenanalytischen Modellen berücksichtigt. Ein autoregressives Modell  $p$ -ter Ordnung wird AR( $p$ ) abgekürzt und setzt die

<sup>1</sup> Vgl. Poddig (1996) S. 23-28.

<sup>2</sup> Vgl. Poddig, Dichtl und Petersmeier (2003) S. 226ff.

<sup>3</sup> Vgl. Hastie, Tibshirani und Friedman (2006) S. 12.

<sup>4</sup> Der Störterm  $\varepsilon$  wird als (1.) zentriert ( $E(\varepsilon_i) = 0$ ), (2.) homoskedastisch ( $E(\varepsilon_i) = \sigma^2$  konstant) und (3.) unkorreliert ( $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$  für  $i \neq j$ ) angenommen. Während (1.) durch ein entsprechendes Schätzverfahren relativ einfach erzwungen werden kann, sind (2.) und (3.) für finanzökonomische Variablen nicht unproblematisch. Es existieren Tests auf Heteroskedastizität (Goldfeld-Quandt-, Breusch-Pagan- und White-Test) und Autokorrelation (Durbin-Watson-, Breusch-Godfrey- und Ljung-Box-Test), um zu überprüfen, ob die Annahmen erfüllt sind oder ein Modelldefekt vorliegt, vgl. Eckey, Kosfeld und Dreger (2004) S. 98ff.

<sup>5</sup> Vgl. Hastie, Tibshirani und Friedman (2006) S. 11.

Beobachtung zu einem Zeitpunkt  $t$  in einen linearen Zusammenhang zu den  $p$  vorhergehenden Beobachtungen:

$$Y_t = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

Wenn zusätzlich frühere Residuen  $\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$  berücksichtigt werden, spricht man von einem ARMA-Modell (von autoregressive moving average):

$$Y_t = \alpha + \beta_1 Y_{t-1} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \gamma_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.11)$$

Eine Verallgemeinerung des AR-Modells stellt das Vektorautoregressionsmodell (VAR-Modell) dar:

$$Y_t = c + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} \quad (3.12)$$

wobei  $c$  eine Vektorkonstante und  $\Phi_i$  Parametermatrizen bezeichnen. Diese multivariate Modellierung stellt einen Simultanansatz dar. Ähnliche Ansätze gibt es mit Simulangleichungsmodellen auch als Verallgemeinerung des linearen Regressionsmodells (3.8).<sup>1</sup> Der wesentliche Vorteil solcher Simultanansätze gegenüber Partialansätzen besteht in der Berücksichtigung von Interdependenzen der Zielgrößen.<sup>2</sup> Dieser Punkt wird in Kapitel 5 aufgegriffen.

Eine andere Form der Verallgemeinerung linearer Modelle besteht in der (Vor-)Transformation der Zielgrößen. Solche Transformationen führen u.a. zu sog. generalisierten linearen Modellen (GLM).<sup>3</sup> Der wohl bekannteste Vertreter dieser Modellfamilie ist das Logit-Modell, bei dem binäre Zielgrößen durch eine Transformation zu einer stetigen Variable werden. Eine andere Form der Transformation führt zur ARCH-Modellfamilie (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity). In der Grundform dieser Modellfamilie wird ein AR-Modell nach (3.10) auf quadrierte Zielgrößen angewendet, um heterogene Volatilität zu modellieren. Eine detaillierte Vorstellung der Modellierung der Volatilität erfolgt in Kapitel 5.

Durch Transformation der Zielgrößen können mit linearen Modellen indirekt bestimmte nichtlineare Zusammenhänge parametrisiert werden. Im allgemeinen nichtlinearen Fall entspricht der angenommene parametrisierte Zusammenhang einer nichtlinearen Funktion (z.B. additive und multiplikative nichtlineare Modelle<sup>4</sup>, Switching Regressions oder Markow-Switching Models<sup>5</sup>). Das Prinzip, eine funktionale Form anzunehmen und daraufhin deren Parameter zu schätzen, bleibt jedoch auch bei derartigen nichtlinearen parametrisierten Modellen erhalten. Daher dominiert bei der Analyse jedes parametrischen Modells die Frage, ob die angenommene Funktion oder Transformation adäquat ist. Bei

---

<sup>1</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 578ff.

<sup>2</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 239ff.

<sup>3</sup> Vgl. OELERICH (2005) S. 107-148.

<sup>4</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 30-33.

<sup>5</sup> Vgl. TERÄSVIRTA (2006) S. 414ff.

der Interpretation der Ergebnisse der Modellschätzung ist zu berücksichtigen, dass eine schlechte Anpassung durch eine falsche Parametrisierung begründet sein kann.

Obwohl parametrische Modelle einfach zu handhaben sind, sind sie theoretisch selten zu rechtfertigen und aufgrund der stark einschränkenden Parametrisierung oft schlecht an die Daten anzupassen.<sup>1</sup> Ein möglicher Ausweg ist die Suche nach einer adäquateren Parametrisierung des Zusammenhangs durch andere mögliche Funktionen. Der Ausgang dieser Suche ist ungewiss und man benötigt ein entsprechendes Modellselektionskriterium, das die „wahre“ Funktion oder eine gute Näherung als Lösung identifizieren kann.<sup>2</sup> Eine andere Möglichkeit besteht darin, weniger einschränkende Annahmen zu treffen und die funktionale Form nicht zu parametrisieren.

### 3.3.2 Nichtparametrischer Zusammenhang

Oftmals ist die funktionale Form des Zusammenhangs zwischen ökonomischen Variablen weitgehend unbekannt. Die Funktion wird im Rahmen nichtparametrischer Modelle zur Vermeidung einer Fehlspezifikation nicht parametrisiert, sondern als unbekannt angenommen und als Ganzes geschätzt. Die Modellschätzung an sich ist dabei erheblich aufwändiger als im parametrisierten Fall, da der gesamte funktionale Zusammenhang und nicht nur dessen Parameter zu schätzen sind. Der wesentliche Vorteil nichtparametrischer Verfahren liegt darin, dass keine Gefahr einer Fehlspezifikation besteht. Eine nichtparametrische Modellierung ist im Vergleich zu parametrischen Modellen besser an die Daten anzupassen.<sup>3</sup> Bezüglich der Sensitivität gegenüber Ausreißern in den Daten sind nichtparametrische Verfahren mit parametrischen Modellen vergleichbar.<sup>4</sup>

Die gängigen nichtparametrischen Verfahren gehen auf Arbeiten von ROSENBLATT (1956) und PARZEN (1962) bzw. NADARAYA (1964) und WATSON (1964) zurück. Man verwendet lokale gewichtete Mittelwerte als Schätzungen.<sup>5</sup> Die grundlegende Idee dieses Ansatzes kann wie folgt intuitiv beschrieben werden. Ausgehend von historisch beobachteten Daten kann sich eine Schätzmethode an *nächsten Nachbarn*<sup>6</sup> orientieren. Wenn der aktuelle Wert einer Einflussgröße in der Nähe früher Werte dieser Größe liegt, führt die Annahme der Relevanz dieser Einflussgröße für die Entwicklung der Zielgröße zu dem Schluss, dass auch die entsprechenden Zielgrößen ähnliche Werte annehmen. Bei

<sup>1</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 270; GEWEKE, HOROWITZ und PESARAN (2006) S. 28 mit Hinweisen auf empirische Beispiele.

<sup>2</sup> Vgl. GEWEKE, HOROWITZ und PESARAN (2006) S. 28.

<sup>3</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 370.

<sup>4</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 232.

<sup>5</sup> Vgl. HÄRDLE (1999) S. 14f.

<sup>6</sup> Der Begriff der Nachbarschaft bezieht sich hier nicht auf zeitlich aufeinander folgende, sondern vielmehr auf dem Wert nach ähnliche Beobachtungen.

zwei Nachbarn als Stützstellen wäre das Vorgehen einer Inter- bzw. Extrapolation ähnlich. Nun kann sich das Verfahren auf beliebig viele nächste Nachbarn stützen, sollte dann aber eine Gewichtung der Nachbarn nach deren Distanz zur aktuellen Beobachtung berücksichtigen, damit weiter entfernte Daten weniger Gewicht für die Schätzung erhalten. Eine solche Gewichtung enthält der sog. Nadaraya-Watson-Schätzer, der aufgrund der Komplexität der Konfigurationsmöglichkeiten und der zentralen Bedeutung in dieser Arbeit in Kapitel 4 ausführlich diskutiert wird.

Es gibt viele alternative nichtparametrische Modelle. Als relativ bekannte Verfahren sind künstliche neuronale Netze und die Support Vector Regression zu nennen. Eine Diskussion der alternativen nichtparametrischen Schätzmethoden erfolgt in Abschnitt 4.3.

Bei der Frage der adäquaten (parametrischen bzw. nichtparametrischen) Modellierung des Zusammenhangs zwischen den betrachteten ökonomischen Variablen ist von zentraler Bedeutung, wie die Güte eines Modells gemessen wird, um zu beurteilen, welches Modell (-konzept) zu bevorzugen ist.

## 3.4 Modellevaluierung

### 3.4.1 Gütemaße

Zur Evaluierung der Güte eines Modells existieren nach den unterschiedlichen genannten Kriterien verschiedene Messansätze, die sich in statistische, ökonomische und spezielle Gütemaße für Risikomodelle unterscheiden lassen. Dabei beschränken sich die folgenden Darstellungen auf Ansätze, die die beobachteten Daten  $Y$  mit den Schätzungen  $\hat{Y}$  eines Modells ohne nähere Kenntnis des zugrundeliegenden Modells vergleichen. Ansätze, die eine genauere Kenntnis der verwendeten Methodik erfordern, werden im Zuge der Diskussion der betreffenden Methodik behandelt.

#### 3.4.1.1 Statistische Gütemaße

Zur Gütemessung wird neben dem direkten Vergleich der  $Y$  mit den  $\hat{Y}$  ein indirekter Vergleich über die als *Residuen*<sup>1</sup> bezeichneten Abweichungen der Schätzungen von den wahren Werten  $r = Y - \hat{Y}$  durchgeführt.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Die Störgröße bzw. das Residuum einer Modellgleichung ist eine Zufallsvariable und wird in dieser Arbeit mit  $\varepsilon$  bezeichnet. Die Residuen eines bereits konfigurierten und geschätzten Modells sind beobachtete bzw. geschätzte Daten und werden in dieser Arbeit mit  $r$  bezeichnet. Diese Notation ist insbesondere bei den Risikomodellen in Abschnitt 5.3.3 hilfreich.

<sup>2</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 94; PODDIG (1996) S. 429f; RAUSCHER (2001) S. 68, 77f.

Das gängigste Gütemaß ist der mittlere Schätzfehler. Darunter versteht man mittlere quadratische oder absolute Residuen. Der mittlere absolute Fehler (mean absolute error)

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (3.13)$$

berechnet sich als Durchschnitt der Absolutbeträge der Residuen.<sup>1</sup> Der Mean Absolute Percentage Error

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right| \quad (3.14)$$

misst die prozentuale absolute Abweichung.<sup>2</sup> Sollen wie z.B. beim Kleinste-Quadrate-Schätzer bei der linearen Regression große Abweichungen (Ausreißer) überproportional (quadratisch) gewichtet werden, ist der mittlere quadratische Fehler zu berechnen. Dessen Quadratwurzel (rooted mean squared error)<sup>3</sup>

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2} \quad (3.15)$$

entspricht der Standardabweichung der Schätzung von der Zielgröße. Es existiert eine aufschlussreiche Zerlegung des RMSE. Unter Verwendung der Darstellung  $\bar{r}$  für den Mittelwert der Residuen  $r$  gilt<sup>4</sup>

$$\text{RMSE} = \sqrt{\bar{r}^2 + \text{Var}(r)} \quad (3.16)$$

Demnach besteht der Fehler aus zwei zugrunde liegenden Größen:

1. Term: Systematische Verzerrung (Bias) der Schätzung im Quadrat.
2. Term: Streuung der Residuen (Varianz).

Zur Minimierung des Schätzfehlers sind daher die Verzerrung der Schätzung und die Varianz der Residuen zu minimieren. Dies sind bei einigen Schätzverfahren konkurrierende Ziele, weswegen der Terminus *Bias-Varianz-Dilemma* eingeführt wurde.<sup>5</sup>

Als alternative Gütemaße werden häufig Vergleiche mit einfachen, intuitiven Schätzungen herangezogen. Diese Schätzansätze verstehen sich nicht als ernsthafte Alternative, sondern als Quantifizierung einer Mindestanforderung in dem Sinne, dass die Güte

<sup>1</sup> Vgl. HÜTTNER (1986) S. 260; PODDIG (1994) S. 225.

<sup>2</sup> Vgl. HÜTTNER (1986) S. 260.

<sup>3</sup> Vgl. HÜTTNER (1986) S. 261; PODDIG (1994) S. 225.

<sup>4</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 94; RAUSCHER (2001) S. 68, 77f.

<sup>5</sup> Vgl. BISHOP (1995) S. 333ff. Abschnitt 4.2.3 erläutert das Dilemma für den Fall des nichtparametrischen Kernregressionsschätzers.

eines Modells die Güte dieser sog. Benchmarkprognosen übertreffen sollte. Als Benchmarkprognose unterscheidet THEIL (1971) zwei Versionen der sog. naiven Prognose. Neben der „no-change extrapolation“ (Rendite von Null) ist hier insbesondere die „same change“-Variante (gleiche Rendite) von Interesse.<sup>1</sup> Bei der zuletzt genannten Version wird stets die Wiederholung der letzten Assetrendite angenommen. Diese naive Prognose weist in Märkten mit kontinuierlichen Auf- oder Abstiegen eine hohe Trefferquote auf. Zum Vergleich eines Prognosemodells mit der naiven Prognose hat THEIL (1971) einen Ungleichheitskoeffizienten vorgeschlagen. Bei Verwendung der beschriebenen „same change“-Variante ergibt sich<sup>2</sup>

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (Y_{i-1} - Y_i)^2}} \quad (3.17)$$

Dabei korrespondiert  $U = 0$  mit perfekter Prognoseleistung. Bei  $U < 1$  ( $U > 1$ ) ist der RMSE des Modells kleiner (größer) als der der naiven Prognose.

Die Modellgüte kann weiterhin mittels des linearen Korrelationskoeffizienten

$$\rho = \text{Korr}(\hat{Y}, Y) \quad (3.18)$$

analysiert werden. Je höher die Korrelation, desto ähnlicher ist der Verlauf der Schätzungen dem Verlauf der Beobachtungen. Ebenso kommt zur Analyse der Schätzung eine univariate lineare Regression der Schätzwerte auf die wahren Werte in Betracht (sog. *Mincer-Zarnowitz-Regression*)<sup>3</sup>

$$Y = \alpha + \beta \hat{Y} + \epsilon \quad (3.19)$$

Bei dieser Regression tritt bei guter Anpassung keine konstante Abweichung auf, d.h.  $\alpha \approx 0$ . Darüber hinaus ist  $\beta \approx 1$  ein Zeichen für eine gute Erklärungskraft. Die Befunde einer solchen Regressionsanalyse unterscheiden sich im Grundsatz nicht von einer Korrelationsanalyse, jedoch sind die Ergebnisse hier detaillierter, z.B. mit der Angabe einer eventuellen konstanten Abweichung  $\alpha$ .

Für – nicht nur lineare bzw. parametrische – Regressionsschätzungen ist Pearsons Korrelationsverhältnis

$$\tilde{R}^2 = \frac{\text{Var}(\hat{Y})}{\text{Var}(Y)} \quad (3.20)$$

ein natürliches Maß der Stärke des Zusammenhangs.<sup>4</sup> Es misst den Anteil der erklärten Varianz und kann daher als nichtparametrisches *Bestimmtheitsmaß* bzw. *Determinationskoeffizient* interpretiert werden. Es ist jedoch nicht gewährleistet, dass das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß zwischen Null und Eins liegt. Bei einer linearen Regression

<sup>1</sup> Vgl. THEIL (1971) S. 28.

<sup>2</sup> Bei dieser Darstellung muss ein  $Y_0$  als naive Prognose für  $Y_1$  existieren oder geeignet definiert werden. Andernfalls darf die Summation nur über  $i = 2, \dots, N$  erfolgen.

<sup>3</sup> Vgl. MINCER und ZARNOWITZ (1969).

<sup>4</sup> Vgl. ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 49ff.

bzw. entsprechenden Eigenschaften der Residuen entspricht das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß dem  $R^2$  der linearen Regressionsanalyse. Bei einer univariaten linearen Regression entspricht dieses Bestimmtheitsmaß dem quadrierten Korrelationskoeffizienten zwischen der Zielgröße und dem einzigen Regressor.<sup>1</sup>

### 3.4.1.2 Ökonomische Gütemaße

Die Definition der verschiedenen Schätzfehler (MAE bzw. RMSE) bewirkt, dass das Vorzeichen der Residuen – die Richtung der Abweichung der Schätzung vom wahren Wert – keine Rolle spielt und dass neben der überproportionalen Gewichtung großer Abweichungen beim quadratischen Fehler keine weiteren Gewichtungen erfolgen. Dies ist jedoch insbesondere bei Renditen nicht immer sinnvoll. Das folgende, bewusst einfach gehaltene Beispiel soll das verdeutlichen. Zwar hat eine Schätzung von -1% für einen wahren Wert von 1% den gleichen Fehler wie eine Schätzung von 3% für denselben Wert, letztere schätzt jedoch die Tendenz richtig. Bei Renditen ist neben dem Schätzfehler insbesondere die Richtung, d.h. das Vorzeichen von Interesse. Für einen Vorzeichenvergleich wird die *Trefferquote* als Anteil der richtig geschätzten Vorzeichen berechnet.<sup>2</sup>

$$\text{Trefferquote} = \frac{1}{N} \sum_{\text{sign}(\hat{Y}_i) = \text{sign}(Y_i)} 1 \quad (3.21)$$

wobei  $\text{sign}(Y)$  je nach Vorzeichen von  $Y$  die Werte +1 bzw. -1 annimmt. Die Trefferquote nimmt Werte zwischen 0% und 100% an. Dabei steht 50% für eine nach dem Vorzeichen in der Hälfte der Beobachtungen korrekte Schätzung.

Die Trefferquote gewichtet unabhängig vom Betrag der wahren Assetrendite jede im Vorzeichen korrekte Prognose gleich. Sie sagt damit nichts über die ökonomische Bedeutung der im Vorzeichen richtig prognostizierten Assetrenditen aus. „Ein Modell, welches zwar 75% aller Trends richtig vorhersagt, kann trotzdem per Saldo immer noch Verluste produzieren, wenn die falsch vorhergesagten 25% aller Kursbewegungen gerade systematisch die hohen, ökonomisch bedeutsamen Ausschläge darstellen.“<sup>3</sup> Bei bedeutenden Ausschlägen in den Renditen erlaubt eine korrekte Richtungsschätzung einen bedeutenden Handelsgewinn. Für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Prognosen ist daher die sog. *Wegstrecke*<sup>4</sup>

$$\frac{\sum_i \text{sign}(\hat{Y}_i) Y_i}{\sum_i |Y_i|} \quad (3.22)$$

von Interesse. Die Wegstrecke misst unter Berücksichtigung von Leerverkaufspositionen die aufgrund der Prognoseinformation realisierbare kumulierte Rendite im Verhältnis

<sup>1</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 152; PÖDDIG, DICHTL und PETERSMEIER (2003) S. 261.

<sup>2</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 433.

<sup>3</sup> PÖDDIG (1996) S. 434f.

<sup>4</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 439.

zum im Betrachtungszeitraum maximal erreichbaren Handelsgewinn.<sup>1</sup> Die Wegstrecke kann Werte zwischen  $-100\%$  und  $100\%$  annehmen. Dabei steht  $50\%$  für Prognosen, welche die Hälfte der maximal erzielbaren kumulierten Rendite ermöglicht hätten.

Bei der Analyse der Güte von Renditeschätzungen können die beobachteten Renditen als „wahre“ Werte herangezogen werden. Diese „wahren“ Werte stellen zwar auch („nur“) Realisationen einer Zufallsvariable mit einer (unbekannten) Verteilung dar, jedoch existieren einige intuitiv interpretierbare Gütemaße wie Trefferquote und Wegstrecke. Für die Beurteilung der Güte einer (stets positiven) Volatilitätsprognose jedoch ist z.B. die Trefferquote nicht aussagekräftig, weswegen hier andere Gütemaße herangezogen werden.

#### 3.4.1.3 Gütemessung bei Risikomodellen

Das Prognoserisiko als mittlere quadratische Abweichung der Prognose von dem „wahren“ Wert ist latent unbeobachtbar und im Rahmen eines ökonometrischen Modells nur über historische Realisationen der Zufallsvariablen anzunähern. Die mittlere Abweichung ist als Durchschnittsgröße eigentlich nicht sinnvoll für eine einzelne Beobachtung berechenbar. Da jedoch die Differenz eines „wahren“ Wertes der Rendite von der Renditeschätzung (sog. Residuum) für den Prognosefehler steht, wird diese Differenz zur Approximation des Risikos herangezogen.<sup>2</sup> Es werden daher quadrierte Residuen

$$r^2 = (Y - \hat{Y})^2 \quad (3.23)$$

zur Modellierung der Varianz der Zielgröße  $Y$  herangezogen.<sup>3</sup> Zur Evaluierung werden einige der vorgenannten Gütemaße verwendet.<sup>4</sup> Für „wahre“ Residuen  $r_i^2$  und Varianzschätzungen  $\hat{\sigma}_i^2$  ergeben sich

---

<sup>1</sup> Vgl. Poddig (1996) S. 434f.

<sup>2</sup> Bei der Untersuchung der Volatilität von Finanzdaten kann das Konzept der sog. Realized Volatility verwendet werden. Dabei misst man die Volatilität einer Periode anhand unterperiodiger Daten, vgl. Bollerslev et al. (2006). Für eine Modellierung der Residuen eines Modells ist eine solche unterperiodige Betrachtung nicht sinnvoll, da das Renditemodell und damit die Residuen nicht unterperiodig vorliegen.

<sup>3</sup> Auf dieser Überlegung basiert die Formulierung der GARCH-Modellfamilie, vgl. Engle (1982), Bollerslev (1986).

<sup>4</sup> Vgl. Poon und Granger (2003) S. 490.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_i^2 - \hat{\sigma}_i^2)^2} \quad (3.24)$$

$$U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{\sigma}_i^2 - r_i^2)^2}{\sum_{i=1}^N (r_{i-1}^2 - r_i^2)^2}} \quad (3.25)$$

$$\rho = \text{Korr}(\hat{\sigma}^2, r^2) \quad (3.26)$$

$$\tilde{R}^2 = \frac{\text{Var}(\hat{\sigma}^2)}{\text{Var}(r^2)} \quad (3.27)$$

Bei Risikoprognosen ist in der Regel eine Unterschätzung des Risikos problematischer als eine Überschätzung. Daher schlagen POON und GRANGER (2003) insbesondere das Gütemaß LINEX vor.

$$\text{LINEX} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\exp(-a(\hat{\sigma}_i - \sigma_i)) + a(\hat{\sigma}_i - \sigma_i) - 1) \quad (3.28)$$

mit  $\sigma_i$ : Zu schätzende Standardabweichung der Prognose  $i$

$\hat{\sigma}_i$ : Schätzung für  $\sigma_i$

$a$ : Parameter,  $a > 0$ , als Standardwert wird  $a = 1$  angenommen

LINEX steht für linear-exponentiell und hat für Risikoüberschätzungen (bzw. Unterschätzungen) einen beinahe linearen (bzw. exponentiellen) Verlauf, wodurch die wünschenswerte höhere Gewichtung einer Unterschätzung des Risikos erreicht wird. Es handelt sich um ein Fehlermaß, daher stehen kleinere Werte für eine bessere Modellgüte. Darüber hinaus sind die Werte dieses Gütemaßes jedoch durch die komplizierte Ausgestaltung schwer zu interpretieren. Es ist daher nicht verbreitet.<sup>1</sup>

#### 3.4.1.4 Evaluation der Prognosegüte durch Asset Allokation

Grundsätzlich berücksichtigen Prognosegütemaße nur ein einzelnes Modell, in einigen Fällen ist auch ein paarweiser Vergleich möglich. Bei Verwendung der Prognosen zur Asset Allokation spielt jedoch das Verhältnis mehrerer verschiedener Prognosen eine zentrale Rolle. Die Auswirkung des Prognoseerfolgs eines einzelnen Modells auf das Asset Management muss daher schließlich durch die Performanceauswertung der aufgrund der Prognoseinformationen durchgeführten Portfoliooptimierung gemessen werden. Daher soll die Abweichung der tatsächlich realisierten Renditen des aufgrund der Prognoseinformation gebildeten Portfolios mit den geschätzten Portfoliorenditen als Gütemaß

<sup>1</sup> Vgl. POON und GRANGER (2003) S. 490.

berücksichtigt werden. Diese Größe quantifiziert den kombinierten Prognosefehler über alle Assets im Portfolio. Zusätzlich können alle Performancemaße aus Abschnitt 2.3.3 auf Portfolioebene als indirekte Gütemaße für die verwendeten Prognosemodelle dienen.

#### 3.4.1.5 Bedeutung der Gütemaße für die Modellierung

Die Schätzung ökonometrischer Modelle basiert in der Regel auf der Minimierung des quadratischen Schätzfehlers RMSE. Zur Reduzierung des Einflusses von Ausreißern in den Daten wird stattdessen gelegentlich der absolute Fehler MAE berücksichtigt, der große Abweichungen nicht überproportional stark gewichtet. In beiden Fällen wird die mittlere Abweichung der Schätzung  $\hat{Y}_i$  von den beobachteten Daten  $Y_i$  gemessen. Wenn der Schätzfehler als Optimalitätskriterium der Modellanpassung verwendet wird, so wird das Schätzrisiko minimiert. Bei Verwendung anderer Kriterien – beispielsweise der Wegstrecke – resultiert das Problem, dass u.U. überhaupt keine Lösung existiert oder diese nicht numerisch stabil berechnet werden kann.

Zur Modell- bzw. Variablenselektion, d.h. zur Auswahl zwischen konkurrierenden Modellen bzw. Einflussgrößen können jedoch beinahe beliebige Gütemaße herangezogen werden. Gütemaße erlauben eine Reihung der Alternativen (Variablen oder Modelle) nach der Güte. Allgemein sollte das „beste“ Modell in möglichst vielen Gütemaßen möglichst gut abschneiden. Es müsste also eine Analyse verschiedener Modelle nach mehreren Kriterien erreicht werden. Je nach Komplexität der Anforderungen des Anlagekonzeptes wäre eine Kombination von Gütemaßen mit unterschiedlicher Relevanz notwendig.<sup>1</sup> Eine entsprechende Operationalisierung der Anlegerzielsetzung ist nicht Teil der Finanzanalyse und wird damit in dieser Arbeit nicht verfolgt. Aufgrund der unterschiedlichen Aussagekraft einzelner Gütemaße stellt sich hier vielmehr die Frage, welches einzelne Kriterium die Ziele einer Modell- bzw. Variablenselektion adäquat quantifiziert. Dazu sollen zunächst weitere Instrumente zur Modell- bzw. Variablenselektion diskutiert werden.

#### 3.4.2 Signifikanztests

Bei der Modellierung kommt es darauf an, möglichst viele Schritte ökonomisch und statistisch begründen zu können. Das Risiko, ein ungeeignetes Modell zu selektieren, soll minimiert werden. Zur Beurteilung der Korrektheit eines funktionalen Zusammenhangs, des Einflusses einer Variablen oder der Modellspezifikation als Ganzes kommen in der

---

<sup>1</sup> Dazu kämen Entscheidungsregeln, das Rangsummenverfahren und die sog. Data Envelopment Analysis in Frage, vgl. RAUSCHER (2001) S. 86, 88.

Ökonometrie Signifikanztests zum Einsatz. Falls für einen Teilbereich ein entsprechender Test mit einer Hypothese und der Verteilung der zugehörigen Testgröße hergeleitet wurde, kann eine Fehlerrauswahl in diesem Teilbereich mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden. Zur Vermeidung einer zufällig falschen Selektion werden daher statistische Signifikanztests verwendet.

Unter einem Signifikanztest versteht man einen statistischen Test einer Hypothese. Unter Verwendung einer Verteilungsannahme kann die Hypothese mit einer vorgegebenen Irrtumswahrscheinlichkeit verworfen oder bestätigt werden. Signifikanztests erlauben eine allgemeine Beurteilung der Relevanz einer Größe nach der theoretischen Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Wertes unabhängig von Vergleichsfällen.

Es existieren modellunabhängige Tests auf Schätzgenauigkeit zweier Prognosereihen  $\hat{Y}_{1i}$  und  $\hat{Y}_{2i}$  für die Zielgröße  $Y_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ .  $g$  sei ein Fehlermaß, das sich insbesondere (sinnvoll) für einzelne Beobachtungen berechnen lässt, z.B.  $g(Y_i, \hat{Y}_{1i}) = (Y_i - \hat{Y}_{1i})^2$ . Es soll also getestet werden, ob der Unterschied des Prognosefehlers zweier Modelle signifikant ist. Die Nullhypothese nimmt gleiche Prognosegenauigkeit beider Modelle an.

$$H_0 : E(g(Y_i, \hat{Y}_{1i})) = E(g(Y_i, \hat{Y}_{2i})) \quad (3.29)$$

Je nach den Eigenschaften der Fehlerfunktion  $g$  und der Residuen der Prognosen können verschiedene Signifikanztests angewendet werden. Wenn

1. die Fehlerfunktion  $g$  quadratisch ist (z.B.  $g(Y_i, \hat{Y}_{1i}) = (Y_i - \hat{Y}_{1i})^2$ ) und
2. die Residuen der beiden Modelle
  - a) Erwartungswert Null haben,
  - b) normalverteilt sind,
  - c) nicht autokorreliert sind,
  - d) paarweise unkorreliert sind,

dann reduziert sich die Hypothese gleicher Prognosegenauigkeit auf gleiche Prognosefehlervarianzen. Das Verhältnis dieser Varianzen ist F-verteilt und führt zum sog. *F-Test*.<sup>1</sup> Dieser Test findet insbesondere beim linearen Regressionsmodell Verwendung.

Die Annahmen des F-Tests sind jedoch so restriktiv, dass sie gerade ausserhalb linearer Modelle beinahe nie erfüllt sind.<sup>2</sup> Es existieren daher verschiedene Tests unter schwächeren Annahmen, z.B. der *Morgan-Granger-Newbold-Test*<sup>3</sup>, der *Meese-Rogoff-Test*<sup>4</sup>, der

<sup>1</sup> Vgl. DIEBOLD und MARIANO (1995) S. 136.

<sup>2</sup> Vgl. DIEBOLD und MARIANO (1995) S. 137.

<sup>3</sup> Vgl. GRANGER und NEWBOLD (1977).

<sup>4</sup> Vgl. MEESE und ROGOFF (1988).

*Vorzeichen-Test* (Sign-Test) und der *Vorzeichen-Rang-Test* (Wilcoxon's Signed-Rank-Test).<sup>1</sup>

Mit den genannten Tests lassen sich Unterschiede in den Schätzfehlern konkurrierender Modelle auf Signifikanz testen. Neben diesen allgemein anwendbaren Tests existieren für einige ökonometrische Modelle spezifische Signifikanztests. Zu diesen Tests zählt der Test von LAVERGNE und VUONG (2000). Dieser Test ist speziell für die nichtparametrische Kernregressionsschätzung konzipiert und wird daher in Abschnitt 4.5.3 vorgestellt.

Ein signifikant kleinerer Modellfehler steht jedoch nicht notwendigerweise für ein gutes Modell. Bei der Berücksichtigung von immer mehr Einflussgrößen bei fester Datengrundlage steigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kandidat auf dem betrachteten Zeitfenster eine signifikante Verbesserung bewirkt.<sup>2</sup> Zur Überprüfung der Zeitstabilität bzw. Persistenz der identifizierten Zusammenhänge ist daher eine Analyse der Prognoseergebnisse auf dem Modell unbekanntem Daten notwendig. Insbesondere muss die Anzahl der berücksichtigten Einflussgrößen und damit die Modellkomplexität kontrolliert werden.

## 3.5 Modellkomplexität

In vielen Situationen hat man eine große Zahl von (potentiellen) erklärenden Variablen und damit potentiell komplexe Modelle. Der Begriff der Modellkomplexität bezieht sich auf die Anzahl der zu schätzenden Parameter und/oder auf die Anzahl der berücksichtigten Einflussgrößen. Eine hohe Modellkomplexität birgt insbesondere bei nichtparametrischen Verfahren einige Probleme, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

### 3.5.1 Überanpassung

Die *Anpassungsgüte* misst, wie gut das Modell bei der Schätzung an die zur Schätzung verwendeten Daten angepasst werden kann. Bei der Beurteilung eines Modells ist die Anpassungsgüte im Schätzzeitraum (in sample, ex post) und die *Generalisierungsfähigkeit* (Prognosegüte) auf unbekanntem Daten des Generalisierungszeitraumes (out of sample, quasi ex ante) zu unterscheiden.<sup>3</sup> Die Anpassungsgüte ist regelmäßig höher als die Prognosegüte, da die zur Gütemessung herangezogenen Daten bereits zur Schätzung

---

<sup>1</sup> Vgl. DIEBOLD und MARIANO (1995) S. 136f.

<sup>2</sup> Vgl. CHINCARINI und KIM (2006) S. 54f.

<sup>3</sup> Vgl. PODDIG (1994) S. 227f; RAUSCHER (2001) S. 59. Die Diskussion von Verzerrungen durch die Gütemessung auf der Schätzmenge geht auf QUENOUILLE (1956) zurück und wird seitdem in zahlreichen Quellen aufgegriffen, weswegen im Folgenden stellvertretend aktuelle einschlägige Standardwerke referenziert werden.

des Modells verwendet wurden. Bei den meisten Modellen steigt die Anpassungsgüte kontinuierlich mit steigender Modellkomplexität an.

Bei einem komplexen, sehr gut an die Daten angepassten Modell besteht die Gefahr der *Überanpassung*. Wenn die gleichen Daten zur Schätzung des Modells und zur Untersuchung der Modellgüte verwendet werden, kann nicht ohne weiteres von einer Generalisierungsfähigkeit ausgegangen werden.<sup>1</sup> Ein zu komplexes Modell bildet bei Überanpassung nicht nur generelle Zusammenhänge, sondern auch zufälliges Rauschen in den Schätzdaten ab. Das Modell zeigt dann eine sehr gute Anpassung, versagt jedoch auf Generalisierungsdaten (Abbildung 3.1).<sup>2</sup>

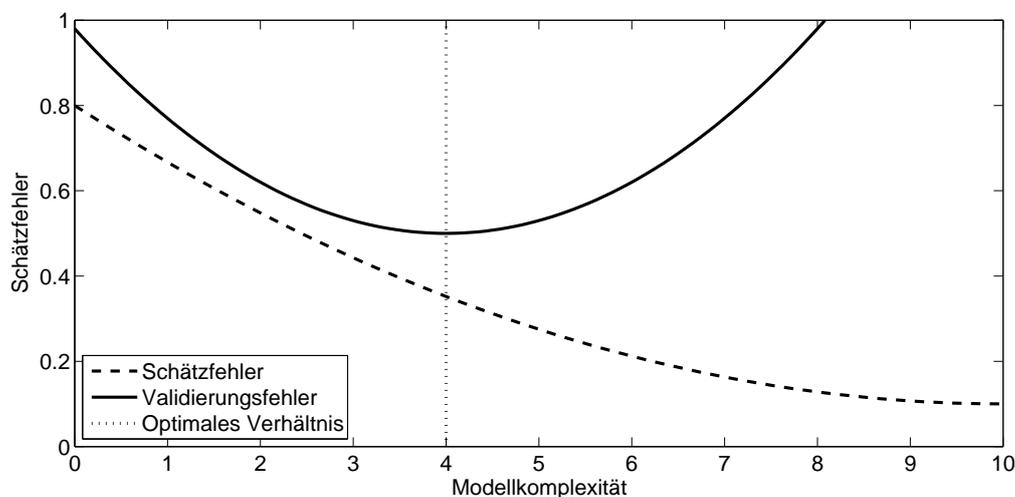


Abbildung 3.1: Idealisertes Verhältnis zwischen Modellkomplexität und Schätzfehler

Unter einem *Informationskriterium* versteht man ein Kriterium zur Gütemessung eines ökonometrischen Modells, das neben der Anpassungsgüte ebenso die Komplexität des Modells berücksichtigt. Allgemein handelt es sich dabei um einen Modellfehler mit Strafterm (sog. Penalized Prediction Error). Die Anzahl der berücksichtigten Einflussgrößen eines Modells wird in einem Strafterm in der Bewertung berücksichtigt, um die Modellkomplexität zu kontrollieren.<sup>3</sup> Es gibt zahlreiche Informationskriterien, insbesondere auch für nichtparametrische Regressionsschätzer.<sup>4</sup> In dieser Arbeit wird jedoch der Schwerpunkt auf Signifikanztests zur Variablen- und damit Modellselektion gelegt.

Neben der Güte der Anpassung an die Daten ist daher bei der Modellierung laufend insbesondere die Persistenz der identifizierten Zusammenhänge auf dem Modell unbe-

<sup>1</sup> Vgl. PODDIG (1994) S. 227f; HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 200.

<sup>2</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 194.

<sup>3</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 204.

<sup>4</sup> Vgl. YANG (1999); LI und RACINE (2007) S. 72.

kannten Daten der Generalisierungsmenge zu überprüfen.<sup>1</sup> Zur Vermeidung einer zu hohen Komplexität ist eine Variablenselektion einzusetzen.

Die dem Modell unbekanntem Daten müssen nicht zwangsläufig zukünftige Daten sein. Bei einer multiplen *Kreuzvalidierung*<sup>2</sup> werden die Beobachtungen sukzessive in eine (Unter-)Schätzmenge und schrittweise in disjunkte Validierungsmengen unterteilt. Weil diese Validierungsmenge jeweils nicht zur Schätzung verwendet wird, sie jedoch aus demselben Zeitraum wie die Schätzmenge stammt, spricht man von „out of sample, in time“.

Einen wichtigen Spezialfall stellt das *Leave-one-out*-Verfahren dar.<sup>3</sup> Dabei besteht die Validierungsmenge aus jeweils nur einer Beobachtung. Idealerweise sollte sich der Befund auf der um lediglich eine Beobachtung veränderten Schätzmenge nicht nennenswert ändern. Die Hinzunahme bzw. der Wegfall einzelner extremer Beobachtungen (sog. Ausreißer) kann jedoch nennenswerte Effekte bewirken. Ebenso können mit diesem Ansatz im Rahmen datengetriebener Schätzverfahren statistische Artefakte vermieden werden, wie im weiteren Verlauf noch zu erörtern sein wird.

#### 3.5.2 Multikollinearität

Ökonomische Variablen sind oft untereinander hoch korreliert. Die Datenmatrix  $X$  der Einflussgrößen ist dann nahe an der linearen Abhängigkeit, d.h. einige Daten enthalten fast überflüssige Informationen. Dies kann über die sog. Singulärwerte der Matrix (Variance Inflation Factors, VIF) analysiert werden. Bei hohen Werten der VIF spricht man von *Multikollinearität*. Bei der linearen Regression führen multikollineare Regressoren zu erheblichen Problemen. Die Berechnungsvorschrift der Koeffizienten nach Formel 3.9 ist bei multikollinearem  $X$  numerisch instabil, so dass die berechneten Koeffizienten verfälscht sind.<sup>4</sup>

Zur Reduzierung der Anzahl der Inputs und Beseitigung der Multikollinearität stellt die *Faktoranalyse* Verfahren bereit, die Linearkombinationen der Inputs bilden. Da die Linearkombinationen von der Skalierung der Inputs abhängen, standardisiert man diese zunächst.<sup>5</sup> Für eine Inputmatrix  $X$  werden die Eigenvektoren  $v_j$  von  $X^T X$  als Hauptkomponenten von  $X$  bezeichnet. Die Linearkombinationen  $z_j = X v_j$  werden dann statt  $X$  als Inputs für die Regression verwendet.<sup>6</sup> Die Hauptkomponenten sind orthogonal und daher unkorreliert. Nicht alle dieser statistischen Faktoren beinhalten gleich viel

---

<sup>1</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 196.

<sup>2</sup> Auch Jackknife-Verfahren, geht auf QUENOUILLE (1956) zurück; vgl. GYÖRFI ET AL. (2002) S. 112ff; HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 214ff.

<sup>3</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 214.

<sup>4</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 266ff.

<sup>5</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 62, 66.

<sup>6</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 195, 206ff.

Informationen, vielmehr nimmt die Bedeutung der Hauptkomponenten mit dem Betrag des zugehörigen Eigenwertes ab. Nach dem sog. *Kaiser-Kriterium* berücksichtigt man z.B. nur die Hauptkomponenten, deren zugehöriger Eigenwert größer als Eins ist.<sup>1</sup>

Da die Hauptkomponenten Linearkombinationen der Inputs darstellen, handelt es sich um ein lineares Verfahren. Es existieren auch nichtparametrische Verfahren zur Faktoranalyse.<sup>2</sup> Im Gegensatz zur linearen Regression wird die nichtparametrische Kernregressionsschätzung jedoch durch Multikollinearität nicht gravierend verfälscht.<sup>3</sup> Die Gründe für diese Robustheit können erst im Zuge der detaillierten Darstellung der Methodik in Abschnitt 4.3 dargestellt werden. Trotzdem besteht auch bei der Kernregression die Notwendigkeit einer Kontrolle der Modellkomplexität.<sup>4</sup>

Da die durch eine Faktoranalyse extrahierten statistischen Faktoren in der Regel keine Rückschlüsse auf den Einfluss einzelner originärer Einflussgrößen erlauben und daher eine ökonomische Würdigung der identifizierten Zusammenhänge erschweren oder gar verhindern, werden alternative Vorgehensweisen gesucht. SCOTT (1992) präferiert eine Selektion relevanter Einflussgrößen.<sup>5</sup>

### 3.5.3 Prädiktorselektion

Für eine statistisch und ökonomisch sinnvolle Spezifikation eines funktionalen Zusammenhangs zwischen einer Zielgröße und evtl. mehreren Einflussgrößen im Rahmen eines Prognosemodells benötigt man ein geeignetes Verfahren zur Variablenselektion.<sup>6</sup> Die Suche nach relevanten Prädiktoren ist daher neben der Modellierung des Zusammenhangs die wichtigste Aufgabe bei der Erstellung eines ökonometrischen Modells.<sup>7</sup>

Im Allgemeinen sind nicht alle (zur Verfügung stehenden) ökonomischen Variablen relevant für die Prognose einer interessierenden Größe. Übliches Kriterium bei der Suche der „besten“ Variablen ist die Minimierung des Modellfehlers. Abhängig von Stichprobenumfang und Ausprägung eines gefundenen Zusammenhangs kann es jedoch sein, dass eine Variable die Modellgüte nur zufällig verbessert.

Bei der Suche nach einer automatisierbaren Operationalisierung eines Kriteriums ist insbesondere die Frage der Persistenz der gefundenen Zusammenhänge zu berücksichtigen. Ein statistisch signifikanter Zusammenhang wird als nicht zufällig erachtet und kann

<sup>1</sup> Es existieren weitere Kriterien, auf deren Darstellung hier verzichtet wird, vgl. ECKEY, KOSFELD und RENGERS (2002) S. 34f.

<sup>2</sup> Vgl. SCHÖLKOPF, SMOLA und MÜLLER (1998).

<sup>3</sup> Vgl. KULASEKERA und OLAYA (2004) S. 153.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.2 zum sog. Fluch der Dimension.

<sup>5</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 195.

<sup>6</sup> Vgl. JUDGE ET AL. (1985) S. 857ff.

<sup>7</sup> Vgl. GEORGE (2000) S. 1, JUDGE ET AL. (1985) S. 854f.

am ehesten als persistent angenommen werden, da eine Überanpassung des Modells an zufällige Komponenten vermieden wird.

Bei nichtparametrischen Modellen hat man im Allgemeinen einen im Vergleich zu parametrischen Verfahren erhöhten Datenbedarf, weil nicht nur einzelne Parameter, sondern die ganze Funktion geschätzt werden muss. Je mehr Einflussgrößen einbezogen werden, desto mehr Freiheitsgrade hat der funktionale Zusammenhang und umso höher ist der Datenbedarf. Aus rein technischer Sicht ist daher eine Auswahl geeigneter erklärender Variablen aus einer großen Zahl von potentiellen Einflussgrößen bei nichtparametrischen Verfahren umso notwendiger, um die Schätzung aufgrund im Verhältnis zur benötigten Datenmenge kurzer Beobachtungszeiträume überhaupt valide durchführen zu können.<sup>1</sup> Es geht also darum, den Zusammenhang mit wenigen relevanten Prädiktoren zu erfassen.<sup>2</sup>

Die Auswahl von erklärenden Variablen erfolgt in der Regel abhängig von der übrigen Modellspezifikation. Man entscheidet sich zuerst für eine Modellgleichung und selektiert dann die bei Verwendung dieser Modellgleichung relevanten Einflussgrößen. Es existieren auch Ansätze, um die relevanten Variablen modellunabhängig zu identifizieren, z.B. über Korrelationsanalysen. Allgemeine Tests wurden in Abschnitt 3.4.2 aufgeführt. RECH, TERÄSVIRTA und TSCHERNIG (2001)<sup>3</sup> sowie KULASEKERA (2001) bzw. KULASEKERA und OLAYA (2004)<sup>4</sup> haben weitere Tests zur Variablenauswahl vorgestellt, die allgemein bei einer nichtparametrischen Modellierung geeignet sein sollen. Neben diesen formalen Tests gibt es einige Vorschläge heuristischer Methoden, die den Charakter von Gütemaßen haben und daher hier nicht diskutiert werden sollen.<sup>5</sup> Darüber hinaus haben u.a. POMPE (2002), MÖLLER (2003) sowie LI, COOK und NACHTSHEIM (2005) nichtparametrische Abhängigkeitstests vorgeschlagen. Das Problem bei diesem Vorgehen besteht neben einem hohen Rechenaufwand darin, dass nicht gesichert ist, dass

---

<sup>1</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 195; sehr anschaulich PETERSMEIER (2003) S. 180f und HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 22-27.

<sup>2</sup> Vgl. PODDIG, DICHTL und PETERSMEIER (2003) S. 420.

<sup>3</sup> Dem Vorschlag von RECH, TERÄSVIRTA und TSCHERNIG (2001) liegt das Ziel zugrunde, den mit jeder nichtparametrischen Modellierung und großen Datenmengen einher gehenden hohen Rechenaufwand durch eine polynomische Approximation des Modells zu verringern. Eine Folge dieses Ansatzes ist, dass eine hohe Ungenauigkeit in Kauf genommen werden muss. Das Modell ist somit per Konstruktion nur für große Schätzmengen geeignet, vgl. RECH, TERÄSVIRTA und TSCHERNIG (2001) S. 1227f, 1239. Die zwingende Konsequenz daraus ist die Nichtberücksichtigung des Verfahrens für Schätzmengen von nicht mehr als wenigen Hundert Beobachtungen in der vorliegenden Arbeit.

<sup>4</sup> KULASEKERA (2001) bzw. KULASEKERA und OLAYA (2004) stellen ein Verfahren vor, das auf einer Gruppierung der Daten und auf der Annahme unabhängiger Residuen beruht. Die verschiedenen Annahmen zur Abhängigkeit der Residuen und ihre Auswirkungen auf Tests wurden bereits in Abschnitt 3.4.2 diskutiert. Bei nicht unabhängigen Residuen gilt die Verteilungsannahme von KULASEKERA (2001) bzw. KULASEKERA und OLAYA (2004) nicht, der vorgeschlagene Test ist dann nicht anwendbar.

<sup>5</sup> Einen kurzen Überblick gibt bspw. KULASEKERA (2001) S. 327f.

die von solchen Abhängigkeitstests gefundenen Zusammenhänge im Rahmen der später verwendeten Modellgleichung adäquat berücksichtigt werden. Daher werden solche modellunabhängigen Abhängigkeitstests in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

Im Allgemeinen würde man eine Teilmenge von relevanten Prädiktoren aus einer Menge potentieller Einflussgrößen selektieren. Dazu müssten alle möglichen Teilmengen der Menge von potentiellen Einflussgrößen getestet werden. Es ergibt sich eine Art Suchbaum, der aufwändig abgearbeitet werden muss. Mit jeder weiteren potentiellen Einflussgröße verdoppelt sich die Menge aller möglichen Teilmengen, was die Berechnungszeit exponentiell ansteigen lässt.<sup>1</sup> Daher kann dieses Vorgehen bei größeren Datenmengen für rechenintensivere Modelle nicht mehr in adäquater Zeit durchgeführt werden. Es hat sich daher durchgesetzt, die Variablen schrittweise zu testen.<sup>2</sup>

Für den schrittweisen Test von Variablen existieren im Wesentlichen zwei Strategien. Bei der sog. *Vorwärts-Suche* werden alle potentiellen Einflussgrößen in einem ersten Schritt einzeln auf ihre Relevanz für die Zielgröße geprüft und die beste Variable wird als erster gefundener Prädiktor in das Modell aufgenommen. In den weiteren Schritten werden jeweils alle verbleibenden potentiellen Variablen in einem Modell zusammen mit den bereits gefundenen Prädiktoren überprüft und die beste der verbleibenden Variablen in das Modell aufgenommen. Dieses Verfahren wird solange durchgeführt, bis keine weitere Variable das Modell verbessern würde bzw. ein gefordertes Signifikanzniveau nicht erreicht.<sup>3</sup>

Bei der sog. *Rückwärts-Suche* werden hingegen in einem ersten Schritt alle potentiellen Einflussgrößen in das Modell aufgenommen. In den weiteren Schritten werden jeweils die verbleibenden nicht signifikanten Variablen aus dem Modell entfernt. Dieses Verfahren wird solange durchgeführt, bis alle verbleibenden Variablen ein gefordertes Signifikanzniveau erreichen. Die Rückwärtssuche ist jedoch bei der linearen Regression im Falle multikollinearer Regressoren nicht durchführbar. Bei der nichtparametrischen Kernregressionsschätzung ist die Rückwärts-Suche bei irrelevanten Regressoren nicht sinnvoll durchführbar, wie im Zuge der Vorstellung dieses Verfahrens in Abschnitt 4.5.3 erläutert werden kann.

Bei einer Mischform der beiden Suchverfahren wird wie bei der Vorwärts-Suche vorgegangen, aber in jedem Schritt werden evtl. nicht mehr signifikante Variablen entfernt. Die Vorwärtssuche kann in Verbindung mit einem Signifikanztest als Quasi-Standard-Verfahren bei der Variablenselektion angesehen werden, sie findet insbesondere beim linearen Regressionsmodell Anwendung.

---

<sup>1</sup> Vgl. MILLER (2002) S. 48; GEORGE (2000) S. 3.

<sup>2</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 55f.

<sup>3</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 55; MILLER (2002) S. 39ff; DRAPER und SMITH (1998) S. 327ff.

Bei einer dynamischen Modellierung mit wiederholter Prädiktorselektion auf rollierenden Zeitfenstern können jeweils unterschiedliche Variablen selektiert werden. Dieser Effekt kann mehrere Gründe haben. Zum einen verändert sich der Einfluss einzelner Prädiktoren, wenn ökonomische Variablen in unterschiedlichen (Markt- bzw. Konjunktur-)Phasen verschiedene Zusammenhänge aufweisen. Zum anderen kann sich die gemessene Signifikanz bei den unterschiedlichen Stichproben rollierender Zeitfenster verändern, was in der Nähe des kritischen Bereiches besondere Relevanz erfährt. Der Verlauf der Selektion einzelner Variablen bei rollierenden Zeitfenstern ist daher von besonderem Interesse bei der Analyse eines Prognosemodells.<sup>1</sup>

Bei der linearen Regression kann aufgrund der Eigenschaften der Residuen der t-Test als Signifikanztest zur Variablenselektion verwendet werden. Speziell für die nichtparametrische Kernregression entwickelte Signifikanztests als zentraler Gegenstand der vorliegenden Arbeit werden in Abschnitt 4.5.3 umfassend behandelt. Zunächst soll aber noch eine andere Sichtweise des Selektionsproblems vorgestellt werden.

#### 3.5.4 Kombination von Prognosen

Durch Prädiktorselektionsverfahren lassen sich Modelle konfigurieren. Als zentrales Ziel wird angestrebt, eine Menge der Variablen zu identifizieren, die ein einziges – im Vergleich der Güte der berücksichtigten Alternativen bestes – Modell ergibt. Bei Verwendung alternativer Modellierungsverfahren wird in der Regel für jedes Verfahren eine individuelle Variablenselektion durchgeführt und die Modellgüte der verschiedenen Verfahren verglichen. Anhand der Modellgüte verschiedener Verfahren lässt sich auch eine Modellselektion vornehmen, bei der man ein schlussendlich „bestes“ Modell – bestehend aus einem Modellierungsverfahren und einer Menge selektierter Prädiktoren – identifiziert.

Die Selektion des „besten“ aus mehreren Modellen für eine einzige Zielgröße ist problematisch, da es in der Regel kein Modell gibt, dessen Prognosen fast immer zutreffen. Daher ist das „beste“ Modell evtl. nicht oder nicht konstant „gut“. Mit Signifikanztests wird eine statistische Einschätzung der Relevanz der Modellgüte angestrebt. Jedoch basiert auch diese stets auf historischen Daten, für zukünftige Daten muss von einer Persistenz der Zusammenhänge ausgegangen werden. Evtl. sind z.B. die besten drei konkurrierenden Modelle zu unterschiedlichen Zeitpunkten unterschiedlich gut, was sich schwerlich oder sogar unmöglich antizipieren lässt. Aus diesen Gründen kann es sinnvoll sein, die Prognosen unterschiedlicher Modelle zu kombinieren.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Zu Tests auf Parameterinstabilität vgl. PODDIG (1996) S. 516ff (univariater, linearer Test auf Zeitstabilität, ULTZ) und ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 216ff (CUSUM-, CUSUMQ-, RESET-, Harvey-Collier- bzw. Jarque-Bera-Test).

<sup>2</sup> Es existieren weitere Gründe für die Kombination von Prognosen, vgl. Abschnitt 4.5.2 zum sog. Fluch der Dimension.

Zur Kombination unterschiedlicher Prognosen für ein und dieselbe Zielgröße existieren verschiedene Ansätze. Der einfachste Ansatz bildet den ungewichteten Durchschnitt der Prognosen, um den Effekt unterschiedlicher Prognosen zu mitteln. Ein Beispiel kann die Idee hinter diesem Ansatz verdeutlichen. Der Durchschnitt 1,5% zweier Prognosen -0,5% und 3,5% für dieselbe Zielgröße trägt der Tatsache Rechnung, dass zum einen eine betragsmäßig kleine negative Rendite und zum anderen eine relativ hohe positive Rendite prognostiziert werden, die zusammen eher eine positive Entwicklung erwarten lassen, soweit man beiden Einzelprognosen gleiches Vertrauen entgegen bringt.

Zur alternativen Gewichtung der einzelnen Prognosen existieren mit Gewichtungsansätzen und sog. Multistage-Modellen zwei grundsätzliche Verfahrensweisen, die im Folgenden umrissen werden sollen. Viele weitere Möglichkeiten der Kombination von Prognosen diskutiert beispielsweise TIMMERMANN (2006).

Die einzelnen Prognosen lassen sich nach der jeweiligen Prognoseunsicherheit gewichten. Es erscheint intuitiv, im obigen Beispiel der hohen positiven Prognose weniger zu vertrauen, wenn sich das dahinter stehende Modell als fehleranfällig herausgestellt hat. Eine hohe Prognoseunsicherheit lässt sich beispielsweise über den Schätzfehler messen. Modelle mit einem hohen Schätzfehler würden dann weniger Gewicht erhalten.

Andererseits kann die Kombination mehrerer Modelle im Rahmen einer sog. *Multistage-Modellierung*<sup>1</sup> durch ein eigenes Modell erfolgen. Dabei werden die Beobachtungen der Zielgröße anstatt (nur) auf originäre Einflussgrößen (auch) auf die Prognosen mehrerer Modelle regressiert (siehe Abbildung 3.2). Dazu kommt grundsätzlich jedes Regressionsmodell in Frage. Im Ergebnis lassen sich mit einem solchen Multistage-Modell nicht nur Aussagen über die Relevanz einzelner Prognosemodelle im Vergleich treffen, sondern auch das Problem der Dimensionalität behandeln, indem mehrere kleinere Modelle kombiniert werden.

Durch die Kombination werden regelmäßig Defizite einzelner Prognosemodelle ausgeglichen (analog zum Diversifikationseffekt<sup>2</sup>). Die Kombination ist unanfälliger gegenüber Miss-Spezifikationen und Ausreißern in den Daten. Durch die Kombination von Prognosen erweitert sich im Allgemeinen die berücksichtigte Informationsbasis, da mehrere Modelle mit im Allgemeinen nicht deckungsgleichen Mengen von Prädiktoren berücksichtigt werden. Damit die Kombination der Prognosen in jedem Fall eine bessere Güte aufweist, als die einzelnen Prognosen im Mittel erreichen, müssen die einzelnen Prognosen unabhängig voneinander sein, wie analytisch gezeigt werden kann. Beinahe jeder genannte Vorteil der Kombination kann sich jedoch umkehren, wenn die einzelnen Prognosen systematische Fehler aufweisen, also insbesondere nicht unabhängig sind.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Vgl. WOLBERG (2000) S. 93f.

<sup>2</sup> Vgl. TIMMERMANN (2006) S. 137,139.

<sup>3</sup> Vgl. TIMMERMANN (2006).

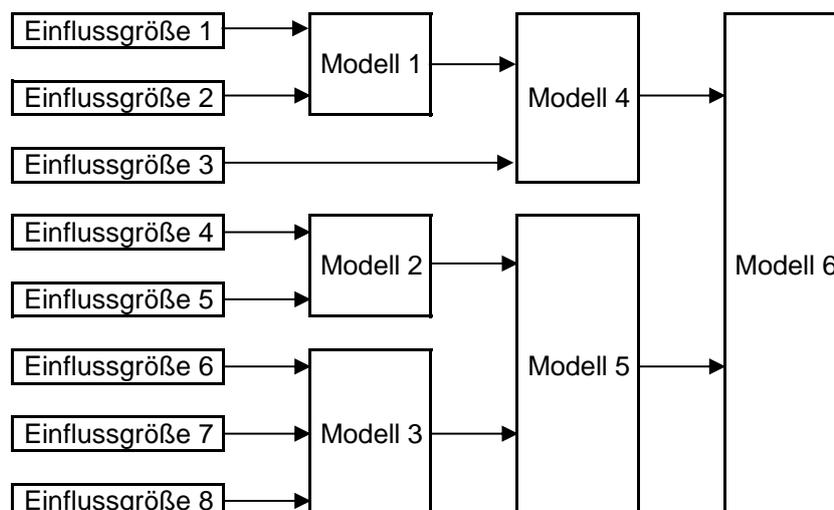


Abbildung 3.2: Multistage-Modellierung. Eigene Darstellung in Anlehnung an WOLBERG (2000) S. 93

Prognosekombinationen wurden in vielen empirischen Untersuchungen erfolgreich angewendet.<sup>1</sup> „Combining multiple forecasts leads to increased forecast accuracy ... in many cases one can make dramatic performance improvements by simply averaging the forecasts.“<sup>2</sup> Die Ergebnisse bestätigten sich in zahlreichen aktuellen Studien.<sup>3</sup> Die Kombination von Prognosen wird daher in Abschnitt 4.5.4 aufgegriffen.

## 3.6 Überblick der Modellierung

Zusammenfassend soll der folgende Ablaufplan die einzelnen zur ökonometrischen Modellierung notwendigen methodischen Schritte in einen Gesamtzusammenhang einordnen. Die Struktur baut auf verschiedenen Vorschlägen für Vorgehensmodelle auf.<sup>4</sup> Hier werden die Aspekte der Renditeerwartungswertmodellierung nachgelagerten Risikomodellierung und der dynamischen Modellierung auf rollierenden Schätzdaten<sup>5</sup> betont.

Ein grafischer Ablaufplan findet sich in Abbildung 3.3. Die Übersicht verdeutlicht durch Pfeile zwischen den einzelnen Schritten die Ablafrichtung, insbesondere die Modellierungsschleife bei Berücksichtigung verschiedener Modellierungsverfahren. Die gestrichelte Schale umfasst die Schritte, die bei einer dynamischen Modellierung mit rollierenden

<sup>1</sup> Vgl. CLEMEN (1989) mit einem breiten Literaturüberblick.

<sup>2</sup> CLEMEN (1989) S. 559.

<sup>3</sup> Vgl. TIMMERMANN (2006) S. 137 mit einem Überblick.

<sup>4</sup> Vgl. PÖDDIG und HUBER (1998) S. 366ff; DICHTL (2001) S. 295; PETERSMEIER (2003) S. 221.

<sup>5</sup> engl. Rolling Regressions.

Zeitfenstern aber ansonsten gleichen Modellierungsverfahren wiederholt durchgeführt werden.

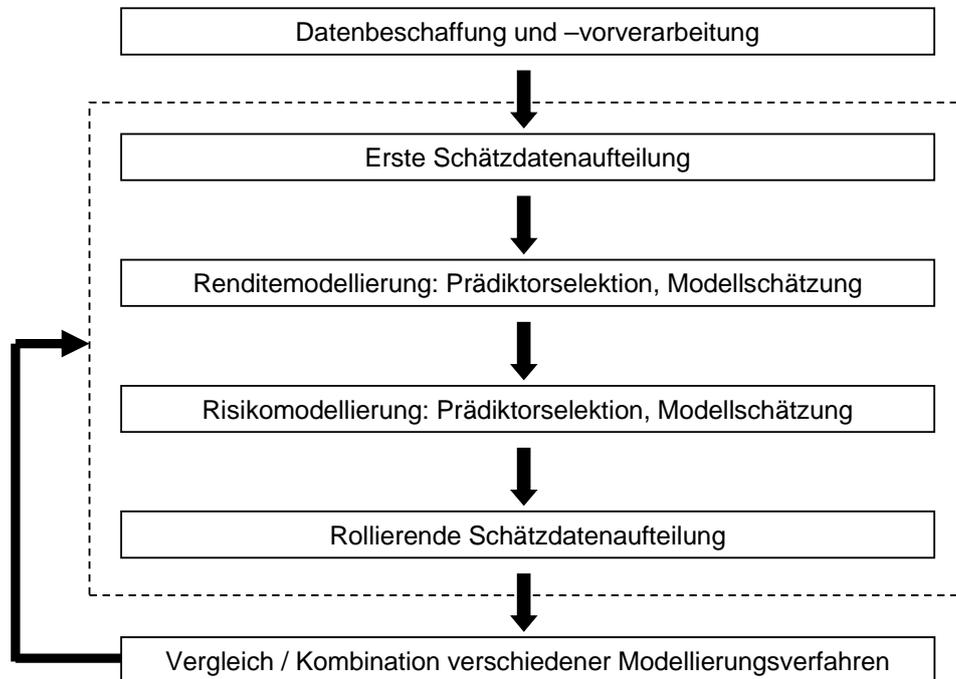


Abbildung 3.3: Ablauf der Modellierung

Die einzelnen Schritte werden im Folgenden erläutert. Insbesondere soll verdeutlicht werden, an welcher Stelle in der weiteren Auseinandersetzung mit fortgeschrittenen Modellierungsmethoden angesetzt wird.

1. Datenbeschaffung und -vorverarbeitung: Zunächst sind eine oder mehrere zu prognostizierende Zielgrößen (sog. endogene bzw. abhängige Variablen) auszuwählen. Eventuell ist eine ökonomische Vorauswahl potentieller erklärender Variablen (sog. exogene bzw. unabhängige Variablen bzw. Regressoren) vorzunehmen.<sup>1</sup> Anschließend ist historisches Datenmaterial der Zielgrößen und der potentiellen erklärenden Variablen zu beschaffen. Anschließend müssen autokorrelierte<sup>2</sup> oder instationäre<sup>3</sup> Datenreihen transformiert werden, weil diese Eigenschaften zu erheblichen Problemen bei der Modellschätzung und -interpretation führen können.<sup>4</sup> In der Regel müssen aus ökonomischen Zeitreihen (Log-)Differenzen gebildet werden. Im Fall von Wertpapierkursen sind in der Regel Log-Differenzen (stetige Renditen) vor-

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 2.4.5 zu bedeutsamen Einflussgrößen.

<sup>2</sup> Zum Test auf Autokorrelation existiert z.B. der Durbin-Watson-Test.

<sup>3</sup> Zum Test auf Stationarität existiert z.B. der Dickey-Fuller-Test.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.2.

zuziehen.<sup>1</sup> Bei Konjunkturdaten o.ä. sind u.U. die gewöhnlichen Veränderungen (Differenz zum Wert der Vorperiode) zu verwenden. Zur Prognose der Zielgröße können ausschließlich zeitverzögerte erklärende Variablen herangezogen werden. Daher sind ausschließlich derartige Zeitverzögerungen – sog. *Lags* – der erklärenden Variablen zu verwenden. In den Datenpaaren  $(x_i, y_i)$  ist der Index  $i$  daher kein Zeitindex. Ein Datenpaar  $(x_i, y_i)$  besteht z.B. aus Daten  $(x_{t-1}, y_t)$  für einen Zeitindex  $t$ .

2. Schätzdatenunterteilung: Zur Schätzung des Modells ist aus dem Beobachtungszeitraum bzw. den Beobachtungsdaten eine Schätzmenge (in-sample) zu bilden. Hierfür bietet sich der zeitlich früher beobachtete Teil der vorhandenen Daten an. Einzig zur abschließenden Evaluierung des fertigen Modells steht der verbleibende Teil der Daten als Generalisierungsmenge (out-of-sample, quasi ex ante) zur Verfügung.
3. Zur Prognose der Renditeerwartungswerte ist ein ökonometrisches Modell auszuwählen. Den Kern dieser Arbeit bilden nichtparametrische Schätzverfahren.<sup>2</sup> In einer Schleife wiederholter Modellschätzungen werden die relevanten Renditeprädiktoren aus der Menge der potentiellen erklärenden Variablen in Abhängigkeit von dem ausgewählten ökonometrischen Modell selektiert.<sup>3</sup> Evtl. erfolgt eine nachgelagerte Überprüfung der ökonomischen Sinnhaftigkeit der selektierten Größen, falls nicht bereits eine entsprechende Vorauswahl erfolgte. Anschließend wird die Modellgüte des Renditemodells evaluiert.
4. Zur Risikoprognose sind die Residuen des Renditemodells als Maß der Abweichung der Prognosen und damit des Risikos<sup>4</sup> zu berechnen und ein ökonometrisches Modell auszuwählen. Auf die konsistente integrierte Modellierung von Rendite und Risiko wird insbesondere in Kapitel 5 eingegangen. Die nichtparametrische Modellierung des Risikos stellt in wesentlichen Teilen eine Neuerung dieser Arbeit dar.<sup>5</sup> In einer Selektionsschleife können je nach Risikomodell relevante Risikoprädiktoren aus der Menge der potentiellen erklärenden Variablen in Abhängigkeit von dem ausgewählten ökonometrischen Modell selektiert werden. Anschließend wird die Modellgüte des Risikomodells evaluiert.
5. Rollierende Schätzdatenunterteilung: Eine dynamische Modellierung wiederholt die Modellierungsschritte 2 bis 4 auf rollierenden Schätzzeiträumen. Dazu wird zu Schritt 2 zurück gekehrt, der Schätzzeitraum verschoben und die Modellierung auf dem modifizierten Schätzdaten mit ansonsten gleichen Modellierungsverfahren

---

<sup>1</sup> Stetige Renditen beruhen im Gegensatz zu diskreten Renditen auf der Annahme einer stetigen Verzinsung, wovon bei Marktkursen in der Regel auszugehen ist.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.2.1.

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.3.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.2.

<sup>5</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.

wiederholt, um den Erfolg der Modellierung über einen längeren Zeitraum unter dem Bekanntwerden neuer Daten realitätsnah zu berücksichtigen.

6. Zum Vergleich oder Kombination<sup>1</sup> der Prognosen verschiedener Modelle werden die Schritte 2 bis 5 wiederholt, um die Modellierung durch Verwendung eines anderen Rendite- und/oder Risikomodells zu modifizieren.

## 3.7 Zwischenfazit

Dieses Kapitel stellte die Grundlagen der ökonometrischen Modellierung vor. Es wurden Gütekriterien und -maße sowie Probleme und Reduktionsansätze bei hoher Modellkomplexität behandelt. Insbesondere wurden die beiden grundlegend verschiedenen Konzepte parametrischer bzw. nichtparametrischer Schätzverfahren vorgestellt. Aufgrund methodischer Überlegungen bieten sich für – sowohl in der konkreten Form als auch bzgl. der relevanten Faktoren – unbekannte Zusammenhänge finanzwirtschaftlicher Daten nicht-parametrische Verfahren an, auf die daher das folgende Kapitel 4 umfassend eingeht. Die Diskussion des bei einem aktiven Management eingegangenen Risikos hat gezeigt, dass insbesondere die Schätzfehler eines Prognosemodells berücksichtigt werden müssen. Dieser Forderung trägt Kapitel 5 Rechnung.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.4.



## 4 Der nichtparametrische Kernregressionsschätzer

Nach der Darstellung des Portfoliomanagementprozesses als Umsetzungsprozess des Asset Managements und der Grundlagen der ökonometrischen Modellierung zur Finanzdatenprognose kann nunmehr der nichtparametrische Kernregressionsschätzer vorgestellt und diskutiert werden.

Nach den Vorbemerkungen zur Grundidee des Verfahrens werden die zur Modellkonfiguration notwendigen Instrumente und Konzepte sowie einige Besonderheiten behandelt. Anschließend wird die Methode des nichtparametrischen Kernregressionsschätzers im Rahmen eines modelltheoretischen Vergleichs mit alternativen Verfahren gewürdigt, bevor ausgewählte Studien der finanzwirtschaftlichen Anwendung diskutiert werden. Schließlich wird der Problembereich der Modellkomplexität aufgegriffen und spezielle Ansätze zur Prädiktorselektion und Modellkombination für den nichtparametrischen Kernregressionsschätzer beschrieben.

### 4.1 Vorbemerkungen

Zur Schätzung des Regressionsmodells (3.1)

$$Y = E(Y|X) + \sigma(Y|X) \varepsilon$$

ist der bedingte Erwartungswert und die bedingte Varianz zu schätzen.<sup>1</sup> Eine nichtparametrische Schätzung hat verschiedene Vorteile gegenüber einer Parametrisierung des Zusammenhangs.<sup>2</sup>

Zur Veranschaulichung der Grundidee kann das *Nearest-Neighbour-Modell*<sup>3</sup> (4.1) dienen.<sup>4</sup> Man verwendet lokale Mittelwerte als Schätzfunktion.<sup>5</sup> Als Erwartungswertschät-

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.1.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 3.3.

<sup>3</sup> Das Nearest-Neighbour-Modell geht auf COVER und HART (1967) zurück und kann als einfachstes maschinelles Lern- bzw. Mustererkennungsverfahren bezeichnet werden.

<sup>4</sup> Vgl. das Beispiel in Abbildung 4.1.

<sup>5</sup> Vgl. HÄRDLE (1999) S. 14f.

zer wird der Mittelwert derjenigen früheren Beobachtungen  $Y_i$  verwendet, deren zugehörige Einflussgrößen  $X_i$  nahe an den aktuellen Werten  $x$  der Einflussgrößen liegen:<sup>1</sup>

$$E(Y|X = x) = \frac{1}{k} \sum_{X_i \in N_k(x)} Y_i \quad (4.1)$$

mit  $N_k(x)$ : Nachbarschaft der  $k$  nächsten Beobachtungen um  $x$ .

Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf des so geschätzten Zusammenhangs für Beispieldaten. Abhängig von den Daten können die jeweils berücksichtigten nächsten Beobachtungen unterschiedlich weit auseinander liegen und sich in der Distanz<sup>2</sup> zum aktuellen Wert stark unterscheiden. Beim Nearest-Neighbour-Ansatz werden dennoch alle Beobachtungen in der Nachbarschaft gleich gewichtet. Der Mittelwert (4.1) der nächsten Nachbarn ändert sich für verschiedene Ausgangsgrößen  $x$  sprunghaft, wenn sich die Menge der nächsten Nachbarn ändert. Daraus resultiert ein unstetiger Schätzer (4.1), wie Abbildung 4.1 zeigt. „This discontinuity is ugly and unnecessary. Rather than give all the points in the neighborhood equal weight, we can assign weights that die off smoothly with distance from the target point.“<sup>3</sup> Die Gewichtung der Nachbarn über die Distanz ist zudem schneller berechenbar als die Suche nach den nächsten Nachbarn, weil für letzteren Fall nach einer Distanzberechnung eine Ordnung der Beobachtungen nach der Distanz durchgeführt werden muss.<sup>4</sup>

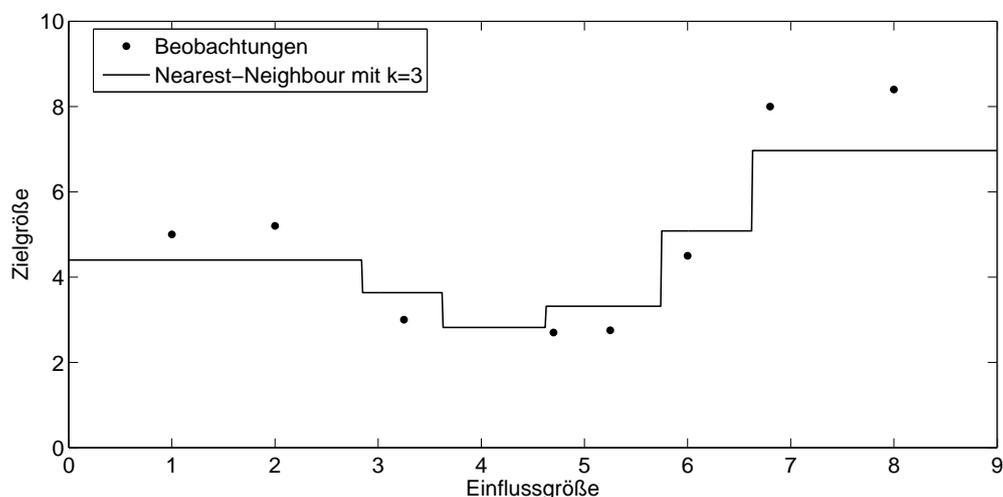


Abbildung 4.1: Nearest-Neighbour-Verfahren für Beispieldaten

<sup>1</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 14.

<sup>2</sup> Die Distanz zwischen zwei Werten wird über eine (Vektor-)Norm gemessen.

<sup>3</sup> HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 166.

<sup>4</sup> Sortieralgorithmen sind aufwändiger als eine Gewichtung.

## 4.2 Modellkonfiguration

### 4.2.1 Nadaraya-Watson-Schätzer

Eine Gewichtung der Nachbarn über die Distanz führt zum in dieser Arbeit verwendeten nichtparametrischen Kernregressionsschätzer. Durch eine entsprechende ökonomische Modellierung in Formel 4.2 erhält man zu gegebenen Werten der Einflussgrößen eine Schätzung der Zielgröße durch eine anhand der Distanz der Einflussgrößen gewichtete Linearkombination früherer Beobachtungen. Der sog. *Nadaraya-Watson-Schätzer*<sup>1</sup> gibt eine erwartungstreue<sup>2</sup> Schätzfunktion für den bedingten Erwartungswert der abhängigen Variablen  $Y$  über gewichtete Durchschnitte bisheriger Beobachtungen an:<sup>3</sup>

$$E(Y|X = x) = \sum_{i=1}^N \omega_i(x) Y_i \quad (4.2)$$

wobei

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x-X_i\|}{h}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x-X_j\|}{h}\right)}, \quad \sum_{i=1}^N \omega_i(x) = 1 \quad (4.3)$$

- mit
- $x$ : Vektor der jeweils aktuell betrachteten Einflussgrößen
  - $N$ : Anzahl der Beobachtungen
  - $X_i$ :  $i$ -ter Beobachtungsvektor der Einflussgrößen  $X$
  - $\|\cdot\|$ : Vektornorm
  - $K$ : geeignet zu wählende Gewichtungsfunktion,  $K \geq 0$ , besser  $K > 0$
  - $h$ : zu optimierende Bandweite,  $h > 0$

Die Gewichte  $\omega$  stellen die Koeffizienten der Linearkombination dar.<sup>4</sup> Als Gewichtungsfunktion wird eine sog. *Kernfunktion* herangezogen, um die Distanzen in Gewichte zu überführen.<sup>5</sup> Einen Eindruck vermittelt die Darstellung verschiedener Kernfunktionen

<sup>1</sup> Vgl. NADARAYA (1964); WATSON (1964); HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 166.

<sup>2</sup> Erwartungstreue (Unverzerrtheit) bedeutet, dass der Erwartungswert des Schätzers dem zu schätzenden Parameter entspricht.

<sup>3</sup> Zur Herleitung des Schätzers über bedingte Wahrscheinlichkeitsdichten vgl. Abschnitt 4.3.1 und PETERSMEIER (2003) S. 138ff.

<sup>4</sup> Da die Gewichte von den exogenen Informationen, den Beobachtungen, der Bandweite und der Kernfunktion abhängen, würde man vollständig  $\omega(x, X, i, h, K)$  schreiben. Weil in der Regel eine einheitliche Kernfunktion und eine entsprechend approximierte optimale Bandweite für eine feste Datenbasis verwendet wird, verzichtet man auf eine explizite Angabe dieser beiden Elemente und verschiebt aus Gründen der Übersichtlichkeit die Nummer der Beobachtung, für die das Gewicht gültig ist, in den Index.

<sup>5</sup> Kernfunktionen werden in vielen Bereichen der Mathematik verwendet. Eine Funktion kann grundsätzlich als Kernfunktion gelten, wenn sie symmetrisch und nichtnegativ ist sowie sich zu Eins integriert, vgl. z.B. EUBANK (1999). Für die Kernregression unter Verwendung eines Normkerns (s.u.)

in Abbildung 4.2. Mittels der *Bandweite* kann die Kernfunktion gestaucht oder gestreckt werden, um abhängig von den beobachteten Daten eine bestmögliche Modellanpassung zu erreichen. Auf spezielle Aspekte der Kernfunktion als Gewichtungsfunktion für den Nadaraya-Watson-Schätzer, die Approximation der optimalen Bandweite und Interdependenzen der Wahl von Kernfunktion und Bandweite gehen die nachfolgenden Abschnitte ein.

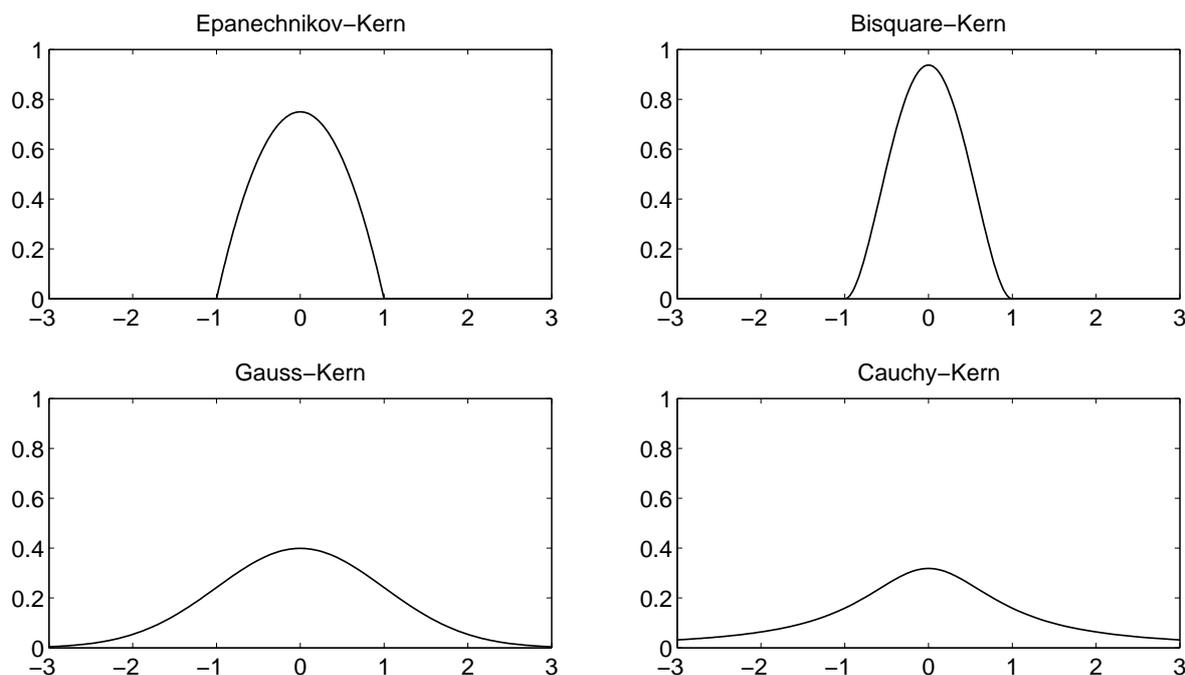


Abbildung 4.2: Kompakte und nicht-kompakte Kernfunktionen

Die Gewichtung basiert auf Mustern der Ähnlichkeit der Schätzdaten. Die Gewichte  $\omega_i$  ergeben sich in Abhängigkeit von Kernfunktion und Bandweite aus der Distanz des aktuellen von den beobachteten Werten. Je näher die Werte beieinander liegen, desto größer wird das Gewicht  $\omega_i$  der entsprechenden Beobachtung  $Y_i$ . Im Wesentlichen werden nur die durch die Bandweite als nächste Nachbarn bestimmten Beobachtungen berücksichtigt, da die Gewichte weiter entfernter Beobachtungen sehr klein werden. Die Schätzung nach

---

ist die Symmetrie nicht relevant. Da die Gewichte  $\omega$  der Kernregression auf eine Summe von Eins normiert werden, ist das Integral der verwendeten Kernfunktion hier ebenfalls irrelevant. Die Nichtnegativität ist allerdings eine notwendige Voraussetzung, da negative Gewichte nicht sinnvoll sind. Negative Gewichte würden einem betragsgleichen positiven Gewicht für negierte Zielgrößen entsprechen, wodurch trotz fehlender Ähnlichkeit ein antiproportionaler Zusammenhang angenommen würde. Zusätzlich zur Nicht-Negativität kann sinnvollerweise eine Monotonie gefordert werden, nach der die Funktion ihr Maximum an der Stelle Null besitzt und für größere Werte monoton fällt. Somit führen größere Entfernungen zu einem kleineren Gewicht, siehe Abbildung 4.2.

(4.2) errechnet sich als Linearkombination der gewichteten früheren Beobachtungen. Die Berechnung einer Schätzung lässt sich anhand der Gewichtung  $\omega_i(x)$  nachvollziehen.<sup>1</sup>

Die Formel des Nadaraya-Watson-Schätzers (4.2) ähnelt der eines autoregressiven Prozesses hoher Ordnung, im Gegensatz zu Koeffizienten eines autoregressiven Modells hängen die Gewichte  $\omega_i(x)$  jedoch offensichtlich von den aktuellen Werten  $x$  der exogenen Prädiktoren ab. Das Gewicht einzelner früherer Beobachtungen variiert je nach dem aktuellen Umfeld.<sup>2</sup> Somit kann die Kernregression als nichtparametrische Filterung früherer Renditen ohne Verteilungsannahme beschrieben werden.

Ein Beispiel soll die Schätzung mittels (4.2) verdeutlichen. Tabelle 4.1 und Abbildung 4.3 zeigen die Berechnungsdaten und den geschätzten Zusammenhang auf einem beispielhaften Datensatz. Für  $x = 4$  ergibt sich die Schätzung für die in Tabelle 4.1 aufgeführten Daten als Summe der letzten Spalte der Tabelle.

$$E(Y|X = 4) = \sum_{i=1}^8 \omega_i(4) Y_i = 2,86$$

Tabelle 4.1: Beispieldaten für die Berechnung der Kernregressionsschätzung in  $x = 4$  mittels Gauss-Kern und Bandweite 0,65. Die Spalten der Tabelle enthalten einen Index  $i$ , die Einflussdaten  $X_i$ , die Zielgröße  $Y_i$ , die Abstände der Einflussdaten von  $x = 4$ , die sich daraus ergebenden Gewichte  $\omega_i(4)$  und die Summanden der Linearkombination  $\omega_i(4) Y_i$ .

$i$	$X_i$	$Y_i$	$ X_i - 4 $	$\omega_i(4)$	$\omega_i(4) Y_i$
1	1	5	3	0	0
2	2	5,2	2	0,007	0,036
3	3,25	3	0,75	0,412	1,235
4	4,7	2,7	0,7	0,449	1,211
5	5,25	2,75	1,25	0,125	0,346
6	6	4,5	2	0,007	0,031
7	6,8	8	2,8	0	0,001
8	8	8,4	4	0	0

Die beiden die Gewichtung im Rahmen der Kernregressionsschätzung bestimmenden Größen Kernfunktion und Bandweite beeinflussen einander. Da die optimale Bandweite von der Kernfunktion abhängt, sind die Wechselwirkungen unterschiedlicher Ansätze zu berücksichtigen. Dazu werden jedoch zunächst die einzelnen Elemente diskutiert.

<sup>1</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 271f.

<sup>2</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 270.

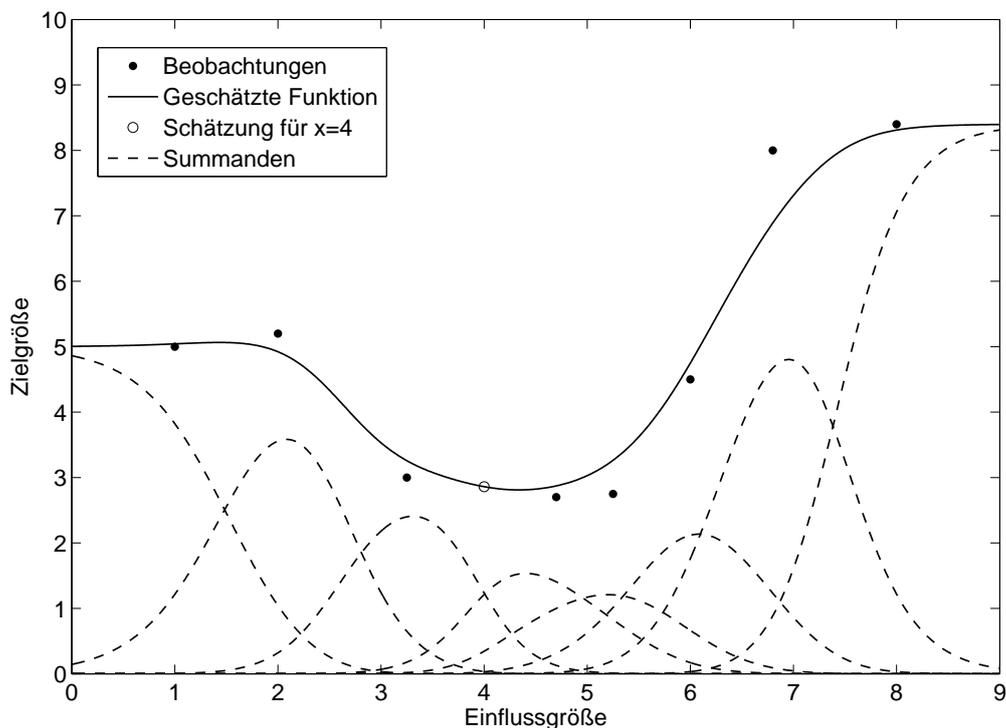


Abbildung 4.3: Beispiel für die Berechnung der Kernregressionsschätzung

#### 4.2.2 Die Wahl der Kernfunktion

Da die Kernfunktion bei der Berechnung der Gewichte nach (4.3) auf die Distanz als Norm  $\|\cdot\|$  der Differenz zweier Beobachtungsvektoren angewendet wird, spricht man von einem *Normkern*. Als Norm kann die euklidische Norm

$$\|v\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N v_i^2} \quad (4.4)$$

verwendet werden. Diese entspricht der Entfernung („Luftlinie“) im Raum. Eine Alternative stellt die Betragssummennorm (auch Taxi-, City-Block- oder Manhattan-Metrik)

$$|v| = \sum_{i=1}^N |v_i| \quad (4.5)$$

dar, sie entspricht dem Weg, den man zwischen zwei Punkten entlang eines vorgegebenen Gitters (Häuserblöcke) zurücklegt. Es gilt  $\|v\| \leq |v|$ , wesentliche Unterschiede

zwischen diesen beiden Normen ergeben sich nur bei größeren Distanzen. Bei einem Produktkern würde die Kernfunktion auf jedes Vektorelement separat angewendet und die Funktionswerte multipliziert werden.<sup>1</sup> Der Normkern wird wegen seiner schnelleren Berechenbarkeit und der intuitiven Abhängigkeit von der Distanz der Werte vorgezogen. Vor der Berechnung der Norm ist jedoch aufgrund der Skalenabhängigkeit der Norm für eine Vergleichbarkeit der Distanzen eine Standardisierung der Daten vorzunehmen. Dabei werden die einzelnen Einflussgrößen durch Subtraktion des Mittelwertes zentriert und durch die Standardabweichung dividiert.<sup>2</sup>

Die Wahl der Kernfunktion hat kaum Auswirkungen auf die grundsätzliche methodische Möglichkeit der Anpassung des Modells an die Daten.<sup>3</sup> Die Kernfunktion kann daher nach der Rechenlaufzeit oder anderen Eigenschaften ausgewählt werden.<sup>4</sup>

Die Kernfunktion gewichtet die Distanz der Beobachtungs- oder Schätzdaten zu aktuellen Daten der Einflussgrößen und sollte eine glatte, positive, monoton fallende Funktion mit dem globalen Maximum bei Null sein. Je größer die Distanz, desto kleiner sollte das Gewicht sein, um ähnliche (im Sinne von näher liegende) Schätzdaten höher zu gewichten. Wie das Gewicht mit steigender Entfernung sinkt, hängt von der verwendeten Kernfunktion ab. Insbesondere ist dieser Verlauf das Unterscheidungsmerkmal verschiedener Kernfunktionen. Wesentlich ist dabei die Unterscheidung nach dem sog. Träger der Kernfunktion. Unter dem Träger versteht man den Wertebereich, auf dem die Kernfunktion positive Werte annimmt. Außerhalb dieses Bereichs ist die Kernfunktion identisch Null, da negative Werte ausgeschlossen sind.<sup>5</sup> Eine Kernfunktion mit einem endlichen Träger wird als kompakt bezeichnet und vergibt für hinreichend große Distanzen ein Gewicht von Null.<sup>6</sup> Eine nicht-kompakte Kernfunktion mit unendlichem Träger vergibt zwar für große Distanzen extrem kleine Gewichte, wird jedoch niemals Null.<sup>7</sup> Nicht-kompakte Kernfunktionen sind also stets positiv. Dadurch kann der Nenner in (4.3) niemals Null werden, was entsprechende Ausnahmeregelungen erspart. Insbesondere ergeben sich aus diesen beiden Kernfunktionsklassen spezielle Eigenschaften, die sich auf den Nadaraya-Watson-Schätzer übertragen und daher im Folgenden von Bedeutung

<sup>1</sup> Dann könnte auch je Einflussgröße eine separate Kernfunktion verwendet werden.

<sup>2</sup> Vgl. SILVERMAN (1986) S. 77; HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 174.

<sup>3</sup> Vgl. WAND und JONES (1995) S. 31.

<sup>4</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 139. Eine Diskussion der Konsistenz und Robustheit kernbasierter Regression findet sich z.B. in GYÖRFI ET AL. (2002) oder CHRISTMANN und STEINWART (2007). Allgemein behandeln GYÖRFI ET AL. (2002) umfassende mathematische Herleitungen, vgl. z.B. S. 56, 60ff, 71ff zur Konsistenz. Derartige theoretische statistische Eigenschaften werden hier nur diskutiert, soweit dies zur adäquaten ökonomischen Modellierung bzw. finanzwirtschaftlichen Anwendung beiträgt.

<sup>5</sup> Negative Gewichte wären auch nicht sinnvoll, da diese einem betragsmäßig gleichen positiven Gewicht für negierte Zielgrößen entsprechen würden, wodurch trotz fehlender Ähnlichkeit ein antiproportionaler Zusammenhang angenommen würde.

<sup>6</sup> Vgl. Abbildung 4.2 oben.

<sup>7</sup> Vgl. Abbildung 4.2 unten.

sind.<sup>1</sup> Die scheinbar enormen Unterschiede der verschiedenen möglichen Kernfunktionen verlieren sich in der Umsetzung zu wesentlichen Teilen, da die Kernfunktion mittels der Bandweite zur Anpassung an die Daten gestaucht bzw. gestreckt wird.

Bei großen Datenmengen in Größenordnungen ab ca. Tausend Beobachtungen ist aufgrund der erforderlichen Berechnungszeit eine Kernfunktion mit endlichem Träger empfehlenswert.<sup>2</sup> Derart große Datenmengen sind jedoch außer im Bereich der Kurzfristprognosen in der finanzwirtschaftlichen Anwendung nicht gegeben bzw. eine Berücksichtigung derart weit zurück liegender Daten nicht sinnvoll.<sup>3</sup>

Nicht-kompakte Kernfunktionen sind sehr glatt, d.h. mehrmals stetig differenzierbar. Da sich Stetigkeits- und Differenzierbarkeitseigenschaften der Kernfunktion auf die Schätzung übertragen, haben diese Eigenschaften auch für die Schätzung einige Bedeutung.<sup>4</sup> Die Diskussion der Vorteile dieser Eigenschaften bedarf weiterer Betrachtungen u.a. der Approximation der Bandweite und kann daher erst in Abschnitt 4.2.4 erfolgen. Die gängigste Wahl einer nicht-kompakten Kernfunktion ist die exponentielle Glättungsfunktion.<sup>5</sup>

$$K(z) = \exp(-z^2) \quad (4.6)$$

Die Exponentialfunktion stellt sicher, dass der Einfluss von weit entfernten Beobachtungen minimal ist, da der Term  $\exp(-z^2)$  für große  $z$  extrem klein wird.<sup>6</sup> Diese Glättungsfunktion ist beliebig oft stetig differenzierbar, d.h. es ist eine sehr glatte Funktion, bei der weder die Funktion selbst noch ihre Steigung oder Krümmung Sprünge aufweisen. Sie ist daher die Standardwahl in der einschlägigen Literatur.<sup>7</sup>

Für verschiedene Kernfunktionen ergeben sich unterschiedliche Gewichtungen. Innerhalb der Klasse der kompakten bzw. nicht-kompakten Kernfunktionen sind diese Unterschiede jedoch sehr gering, da die Gewichtung wesentlich von der Bandweite beeinflusst wird.<sup>8</sup> Die Unterschiede reichen jedoch aus, teilweise verschiedene Modellkonfigurationen zu bewirken.<sup>9</sup> Insbesondere werden bei Aufnahme mehrerer Einflussgrößen in ein Modell

---

<sup>1</sup> Vgl. SCHLITGEN und STREITBERG (1999) S.439.

<sup>2</sup> Vgl. SIMONOFF (1996) S. 73.

<sup>3</sup> Bei Monatsdaten entspricht eine 10-Jahres-Historie 120 Beobachtungsdaten.

<sup>4</sup> Vgl. SCHLITGEN und STREITBERG (1999) S. 439.

<sup>5</sup> Obwohl sie sich nicht zu eins integriert, ist diese Funktion im Rahmen der Kernregression äquivalent zum Gauss-Kern (Abbildung 4.2 links unten), da die Gewichte  $\omega$  normiert sind.

<sup>6</sup>  $\exp(-z^2)$  wird jedoch niemals Null, weswegen es sich hier um eine nicht-kompakte Kernfunktion mit unendlichem Träger handelt.

<sup>7</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 141; CAMPBELL, LO und MACKINLAY (1997) S. 501; HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 183; CHRISTMANN und STEINWART (2007).

<sup>8</sup> Vgl. Abschnitt 4.2.4.

<sup>9</sup> Die unter Verwendung verschiedener Kernfunktionen gebildeten unterschiedlichen Prognosen könnten kombiniert werden, wenn die einzelnen Prognosen unabhängig voneinander sind, vgl. Abschnitt 3.5.4. Unabhängigkeit ist jedoch bei Verwendung verschiedener Kernfunktionen und eventueller Unterschiede in der Berücksichtigung zumindest weniger relevanter Einflussgrößen nicht zwingend gegeben, da es sich um minimale Unterschiede handelt.

eventuell unterschiedliche weitere Einflussgrößen selektiert.<sup>1</sup> Eine Analyse der möglichen Ursachen dieser Effekte sollte zunächst auf der Ebene der numerischen Statistik erfolgen und kann im Rahmen dieser Arbeit nicht geleistet werden.<sup>2</sup>

Da die Gewichtung wesentlicher von der Bandweite als von der Kernfunktion beeinflusst wird, konzentriert sich diese Arbeit im Folgenden auf die Unterschiede in den Auswirkungen der beiden Klassen kompakter bzw. nicht-kompakter Kernfunktionen.<sup>3</sup> Zuvor sind Verfahren zur Approximation der optimalen Bandweite zu diskutieren, da die Wahl der Kernfunktion und die Approximation der optimalen Bandweite einander beeinflussen.

### 4.2.3 Die Approximation der optimalen Bandweite

Die Bandweite kann für jede Einflussgröße separat optimiert werden, so dass  $h$  ein Vektor von optimalen Bandweiten mit der Dimension von  $X_i$  ist. Dadurch ließe sich theoretisch eine bessere Anpassung erreichen, da die Bandweite auf die Besonderheiten einzelner Einflussgrößen abgestimmt werden könnte. Die Optimierung der mehrdimensionalen Bandweite ist jedoch relativ aufwändig, der Aufwand würde durch die separate Bandweitenschätzung proportional zur Anzahl der Einflussgrößen steigen. In Verbindung mit dem Normkern und standardisierten Daten wird daher eine gemeinsame Bandweite präferiert.<sup>4</sup> Diese gemeinsame Bandweite kann nun als Skalar  $h$  für den gesamten Wertebereich optimiert werden. Zur weiteren lokalen Anpassung der Schätzung an die Daten kann die Bandweite als Funktion  $h(x)$  abhängig von den aktuellen Einflussgrößen  $x$  gewählt werden. In dünn besetzten Bereichen würde die Bandweite höher gewählt als in Bereichen mit vielen Beobachtungen. Dieses Vorgehen ist jedoch sehr aufwändig und aufgrund der bei einer lokalen Schätzung wenigen zur Verfügung stehenden Beobachtungen numerisch nicht sinnvoll durchführbar.<sup>5</sup>

Die Wahl der skalaren, über den Wertebereich konstanten Bandweite wird als wichtiger erachtet als die Wahl der Kernfunktion.<sup>6</sup> Unter der optimalen Bandweite wird die Bandweite verstanden, die den quadratischen Schätzfehler RMSE minimiert. Diese optimale Bandweite hängt sowohl von der verwendeten Kernfunktion als auch von dem unbekanntem zu schätzenden funktionalen Zusammenhang zwischen Ziel- und Einflussgrößen ab. Aufgrund dieser Abhängigkeit von dem unbekanntem Zusammenhang ist die optimale Bandweite unbekannt und muss als einziger zu schätzender Parameter des Verfahrens

<sup>1</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 276, 278 mit Ergebnissen der Modellbildung aufgrund unterschiedlicher Gewichtungen.

<sup>2</sup> Vgl. z.B. FAN und LINTON (2003), CORRADI und SWANSON (2006), BAO und LEE (2006), BAO, LEE und SALTOGLU (2007) sowie CHRISTMANN und STEINWART (2007).

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 4.2.4.

<sup>4</sup> Vgl. SILVERMAN (1986) S. 77.

<sup>5</sup> Vgl. SIMONOFF (1996) S. 154f.

<sup>6</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 133, 139.

anhand der Schätzdaten approximiert werden. Dazu existieren verschiedene Ansätze, die im folgenden diskutiert werden sollen.<sup>1</sup>

### 4.2.3.1 Faustformel

Wenn eine Annahme über den funktionalen Zusammenhang getroffen würde, könnte die theoretisch optimale Bandweite zumindest näherungsweise analytisch hergeleitet werden. Für eine solche Annahme fehlen jedoch sinnvolle Ansätze, sie widerspricht im Übrigen völlig dem Prinzip einer nichtparametrischen Schätzung.<sup>2</sup> Trotzdem existieren *Faustformeln*, die ohne eine explizite Annahme eines funktionalen Zusammenhangs die Bandweite für standardisierte Einflussgrößen als

$$\hat{h} = \frac{c}{\sqrt[4+p]{N}} \quad (4.7)$$

mit  $c > 0$ : Konstante, oft  $c = 1$  oder zumindest  $c \approx 1$   
 $N$ : Schätzdatenumfang  
 $p$ : Anzahl der berücksichtigten Einflussgrößen

annehmen.<sup>3</sup> Die Begründung für diese willkürliche Bandweite ist die Ersparnis an Rechenzeit.<sup>4</sup> Die aus einer solchen Wahl resultierende Schätzungenauigkeit kann nicht allgemeingültig abgeschätzt werden. Aus diesen Gründen wird dieser Ansatz hier nicht weiter berücksichtigt.<sup>5</sup>

### 4.2.3.2 Leave-one-out Kreuzvalidierung

Auf der Basis beobachteter Schätzdaten kann die optimale Bandweite über einen sog. nichtlinearen Kleinste-Quadrate-Ansatz (Non-Linear Least Squares, NLLS)

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (4.8)$$

---

<sup>1</sup> Vgl. BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 31,77; PAGAN und ULLAH (1999) S. 118f; BECKERS und BLAIR (2003) S. 271.

<sup>2</sup> Vgl. BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 77.

<sup>3</sup> Dies ist die optimale Bandweite für die Kerndichteschätzung normalverteilter Größen, welche hier irritierenderweise zweckentfremdet wird, vgl. LI und RACINE (2007) S. 66.

<sup>4</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 66.

<sup>5</sup> Eventuell kann das Ergebnis einer solchen Faustformel als Startwert für eine Optimierung der Bandweite herangezogen werden. Jedoch stellen verschiedene Optimierungsansätze teilweise gänzlich andere Anforderungen an diesen Startwert. Die im folgenden herangezogenen Optimierungsverfahren benötigen beispielsweise nicht einen skalaren Startwert, sondern eine initiale Einschachtelung des Optimums.

mit der von der Bandweite abhängigen Schätzung

$$\hat{Y}_i = E(Y|X = X_i) = \sum_{j=1}^N \omega_j(X_i) Y_j \quad (4.9)$$

iterativ approximiert werden.<sup>1</sup> Wenn jedoch die Beobachtungen der Schätzmenge mit sich selbst geschätzt werden<sup>2</sup>, dann wird die jeweilige Beobachtung  $Y_i$  für die Schätzung ihrer selbst das höchste Gewicht  $\omega_i(X_i)$  erhalten, da dieses nach Formel 4.3 die Form

$$\omega_i(X_i) = \frac{K\left(\frac{\|X_i - X_i\|}{h}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|X_i - X_j\|}{h}\right)} = \frac{K\left(\frac{0}{h}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|X_i - X_j\|}{h}\right)} = \frac{K(0)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|X_i - X_j\|}{h}\right)} \quad (4.10)$$

annimmt und Kernfunktionen an der Stelle Null ihr Maximum besitzen.<sup>3</sup> Die optimale Bandweite wäre daher extrem nahe Null. Dann würde im Wesentlichen die jeweilige Beobachtung zur Schätzung ihrer selbst herangezogen.<sup>4</sup> Zur Vermeidung dieser extremen Überanpassung wird zur Schätzung einer Beobachtung diese selbst nicht berücksichtigt. Die betreffende Beobachtung wird jeweils außer Acht gelassen (sog. *Leave-one-out* Kreuzvalidierung), um zu numerisch stabilen Ergebnissen zu gelangen und extreme Überanpassung zu vermeiden.<sup>5</sup>

$$\hat{Y}_{-i} = \frac{\sum_{j \neq i} K\left(\frac{\|X_i - X_j\|}{h}\right) \cdot Y_j}{\sum_{k \neq i} K\left(\frac{\|X_i - X_k\|}{h}\right)} \quad (4.11)$$

Bei Verwendung derartiger *Leave-one-out* Schätzungen ergibt sich eine robuste, asymptotisch äquivalente Approximation der optimalen Bandweite nach<sup>6</sup>

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_{-i})^2 \quad (4.12)$$

Zur Optimierung dieses Ausdrucks werden numerische Iterationsverfahren verwendet. Das Optimum wird zunächst mittels der sog. Golden Section Search eingeschachtelt, um dann mit einer parabolischen Interpolation angenähert zu werden, siehe Abbildung 4.4. Diese numerischen Verfahren ermöglichen eine relativ schnelle und relativ genaue iterative Annäherung der optimalen Bandweite.<sup>7</sup>

<sup>1</sup> Vgl. HÄRDLE (1999); GYÖRFI ET AL. (2002) S. 112ff.

<sup>2</sup> Fall  $i = j$  in Formel 4.9.

<sup>3</sup> Siehe Abbildung 4.2.

<sup>4</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 200.

<sup>5</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 671.

<sup>6</sup> Vgl. CAMPBELL, LO und MACKINLAY (1997) S. 502; ZHANG (2001); LI und RACINE (2007) S. 71.

<sup>7</sup> Vgl. BRENT (1973) Kap. 5; FORSYTHE, MALCOLM und MOLER (1977) S. 182; PRESS ET AL. (2007) S. 492ff.

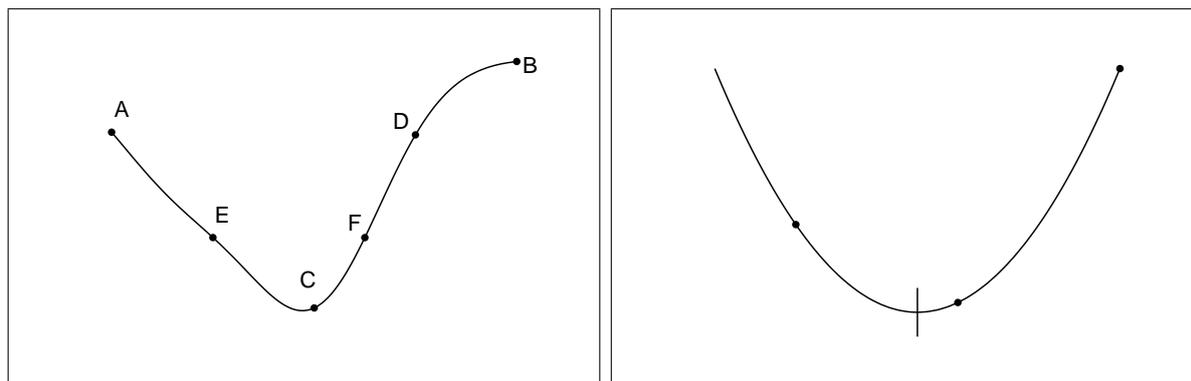


Abbildung 4.4: Numerische Minimierung. Links: Golden Section Search. Einschachtelung des Minimums. Das Minimum einer unbekannt Funktion (hier durchgezogene Linie) wird durch Startpunkte A, B und C eingeschachtelt. In weiteren Schritten werden jeweils drei Punkte gesucht, deren mittlerer kleiner ist als die beiden äußeren Punkte. Die Funktion wird zuerst im Punkt D ausgewertet, der den Punkt B ersetzt; dann in Punkt E, der A ersetzt; dann in Punkt F, der D ersetzt. Dann wird das Minimum durch die Punkte E, C und F eingeschachtelt.

Rechts: Parabolische Interpolation: Durch drei Punkte einer unbekannt zu minimierenden Funktion wird eine Parabel (hier durchgezogene Linie) gelegt. Die Funktion wird im Punkt des Minimums der Parabel ausgewertet. Dies wird im Beispiel der neue mittlere Punkt bzw. das approximierte Minimum. Quelle: PRESS ET AL. (2007) S. 493, 497.

Bei der numerischen Minimierung können lokale Minima und insbesondere unstetige Fehlerverläufe die Konvergenz des Verfahrens und damit die Identifikation des globalen Minimums verhindern.<sup>1</sup> In Verbindung mit einer geeigneten Kernfunktion lässt sich dieses Problem jedoch in der Anwendung unterbinden, was in Abschnitt 4.2.4 noch zu erläutern sein wird.

Ein Nachteil der Leave-one-out Kreuzvalidierung ist die benötigte Rechenzeit, da für die numerische Optimierung mehrere Berechnungen des Schätzfehlers mit unterschiedlichen Bandweiten durchgeführt werden müssen. Es existieren Ansätze zur Beschleunigung der Berechnung. Der Gauss-Kern lässt sich unter Verwendung einer geeigneten Transformation schneller berechnen. Da jedoch für diese Transformation rechenintensiv Cluster gebildet werden müssen, ist eine Beschleunigung der Berechnung erst ab einer relativ großen Datenmenge möglich.<sup>2</sup>

Die Leave-one-out Kreuzvalidierung wird in einigen Studien dafür kritisiert, dass die Bandweite eher zu klein geschätzt wird.<sup>3</sup> Andere Quellen beurteilen derartige Effekte grundsätzlich anders. LOADER (1999) führt den angeführten Kritikpunkt auf die generelle Unsicherheit bei der Approximation der theoretisch optimalen Bandweite zurück.

<sup>1</sup> Vgl. WAND und JONES (1995) S. 64.

<sup>2</sup> Vgl. YANG ET AL. (2003).

<sup>3</sup> Vgl. SIMONOFF (1996) S. 152; HÄRDLE und MARRON (1985) S. 482; HÄRDLE, HALL und MARRON (1988).

Nach SPECHT (1991) kann im Rahmen der numerischen Minimierung mit wenigen Iterationen eine gute Lösung gefunden werden.<sup>1</sup>

#### 4.2.3.3 Plug-In-Methode

Ein weiterer Ansatz zur Approximation der optimalen Bandweite basiert auf einer analytischen Betrachtung des zu minimierenden Schätzfehlers. Die Approximation soll im Vergleich zur Leave-One-Out Kreuzvalidierung beschleunigt werden, indem der Schätzfehler analytisch näherungsweise bestimmt wird. Dazu werden Schätzungen der zweiten Ableitung des unbekannt funktionalen Zusammenhangs zwischen der Ziel- und den Einflussgrößen eingesetzt (*Plug-In*).<sup>2</sup>

Die dazu notwendige Schätzung der zweiten Ableitung des unbekannt funktionalen Zusammenhangs zwischen der Ziel- und den Einflussgrößen ist jedoch aufwändig.<sup>3</sup> Das Verfahren erreicht nur bei sehr großen Datenumfängen eine Beschleunigung gegenüber Verfahren ohne Approximation der Ableitungen.<sup>4</sup> Für die Berechnung der Schätzung der zweiten Ableitung benötigt man zudem ebenfalls eine Bandweite. Eigentlich wird das Problem der Bandweitenapproximation nur auf die Schätzung der zweiten Ableitung verschoben. Suboptimale behelfsmäßige Bandweiten für die Schätzung der Ableitung führen zu fehlerhaften Approximationen.<sup>5</sup> Schließlich wird beim Plug-In-Ansatz vorausgesetzt, dass alle Regressoren relevant sind. Für irrelevante Regressoren liefert die Plug-In-Approximation verfälschte Ergebnisse. Obwohl Plug-In-Verfahren die Bandweite im Allgemeinen überschätzen,<sup>6</sup> wird sie niemals extrem groß geschätzt. Bei irrelevanten Regressoren ist die optimale Bandweite jedoch extrem groß und bewirkt ein Modell, dass dem historischen Mittelwert der Zielgröße entspricht.<sup>7</sup> Daher wird das Verfahren hier nicht weiter berücksichtigt.

#### 4.2.4 Zur Bedeutung der Kernfunktion und der optimalen Bandweite

Aus der Diskussion der verschiedenen Ansätze zur Approximation der optimalen Bandweite resultiert die Erkenntnis, dass die Leave-One-Out Kreuzvalidierung zu bevorzugen ist. Zwar beeinflusst die Bandweite die Höhe der Gewichtung und damit die Schätzung wesentlich, jedoch wird das Gewichtungsschema durch die Kernfunktion bestimmt.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abbildung 4.5 zeigt den flachen Verlauf der zu minimierenden Funktion um das Minimum.

<sup>2</sup> Vgl. Z.B. HOROVÁ und ZELINKA (2007) sowie KOLÁČEK (2008) mit aktuellen Beiträgen.

<sup>3</sup> Vgl. BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 34; RAYKAR und DURAIWAMI (2006).

<sup>4</sup> Vgl. RAYKAR und DURAIWAMI (2006).

<sup>5</sup> Vgl. LOADER (1999).

<sup>6</sup> Vgl. LOADER (1999).

<sup>7</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 67f, 73f.

Da sich Stetigkeits- und Differenzierbarkeitseigenschaften der Kernfunktion auf die Schätzung übertragen<sup>1</sup>, können bei Verwendung kompakter Kernfunktionen mit endlichem Träger<sup>2</sup> bei der Optimierung der Bandweite über die Minimierung des kreuzvalidierten Schätzfehlers lokale Minima auftreten.<sup>3</sup> Derartige lokale Minima resultieren aus der Möglichkeit, dass u.U. alle Schätzdaten das gleiche oder gar kein Gewicht erhalten und sich der Schätzfehler damit unstetig verändern kann.<sup>4</sup> Die Konvergenz des Verfahrens zur Approximation der optimalen Bandweite ist dann nicht gesichert, da die iterative numerische Minimierung glatte Funktionsverläufe annimmt und sonst fälschlicherweise in einem lokalen Minimum die vermeintlich optimale Bandweite identifizieren kann.

Bei nicht-kompakten Kernfunktionen treten derartige lokale Minima nur bei extrem kleinen Bandweiten auf, die nur bei eindeutigen, fast unverrauschten Zusammenhängen zu beobachten wären.<sup>5</sup> Das Problem lokaler Minima und damit die Bedeutung der Wahl einer nicht-kompakten Kernfunktion verdeutlicht die Abbildung 4.5. Das Problem lokaler Minima ist bei nicht-kompakten Kernfunktionen unbedeutend, weswegen diese Klasse von Kernfunktionen bevorzugt wird. Aufgrund der Diskussion der verschiedenen Kernfunktionen in Abschnitt 4.2.2 wird in dieser Arbeit die exponentielle Gewichtungsfunktion  $K(z) = \exp(-z^2)$  verwendet.

Die Glattheitsanforderung gilt neben der Kernfunktion auch für das verwendete Gütemaß. Der Schätzfehler als mittlere absolute bzw. quadrierte Abweichung der Schätzungen von den wahren Werten ist eine hinreichend glatte Funktion. Grundsätzlich können zur Optimierung der Bandweite andere Gütemaße wie z.B. die Wegstrecke<sup>6</sup> verwendet werden. Allerdings ist die Wegstrecke wie die Trefferquote keine stetige Funktion. Für zwei zu vergleichende Werte liegt ein Treffer bei übereinstimmenden Vorzeichen vor, d.h. bei Vorzeichenwechsel einer Größe sind Trefferquote und Wegstrecke nicht stetig. Bei der iterativen Optimierung der Bandweite würde diese Unstetigkeit die Identifikation der optimalen Bandweite stören.<sup>7</sup>

Da die Kernfunktion als die Schätzung bestimmendes Element in den Hintergrund tritt, sofern sie die diskutierten notwendigen Eigenschaften erfüllt, stellt die Bandweite den we-

<sup>1</sup> Vgl. SCHLITZGEN und STREITBERG (1999) S. 439.

<sup>2</sup> Vgl. Abbildung 4.2.

<sup>3</sup> Vgl. WAND und JONES (1995) S. 64.

<sup>4</sup> Wenn alle Gewichte gleich sind, resultiert der Mittelwert der historischen Beobachtungen als Schätzung. Wenn bei einer kompakten Kernfunktion alle Gewichte Null sind, kann die Schätzung auf den historischen Mittelwert oder auf Null gesetzt werden. In keinem Fall kann die Unstetigkeit des Fehlerverlaufs verhindert werden.

<sup>5</sup> Bei verrauschten Daten sind derart kleine Bandweiten nicht sinnvoll und werden daher unterbunden, bspw. nur  $h > 0,1$  zulässig.

<sup>6</sup> Die Wegstrecke ist eine mit dem Renditebetrag gewichtete Trefferquote des Vorzeichens, vgl. Abschnitt 3.4.1.

<sup>7</sup> Vgl. Abbildung 4.5 und PRESS ET AL. (2007) S. 493, 497.

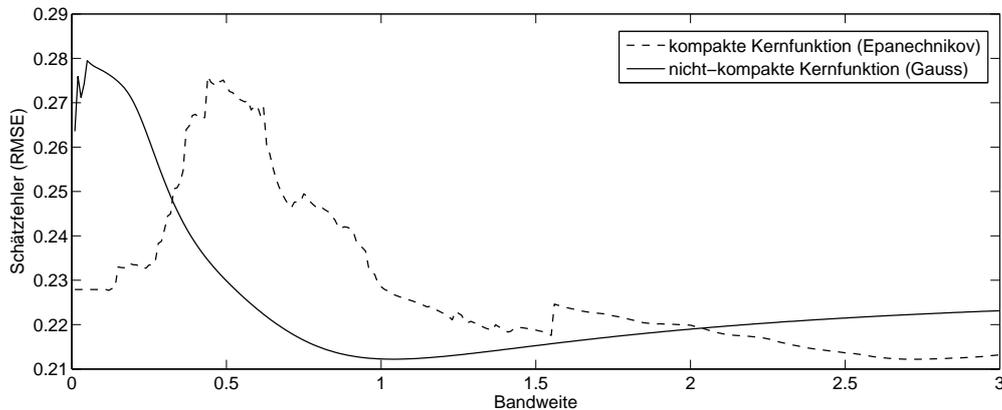


Abbildung 4.5: Schätzfehlerabhängigkeit von Bandweite und Kernfunktion. Basierend auf einem beispielhaften realen Datensatz (Aktienrenditen und Spread zwischen lang- und kurzfristigem Zinssatz) und zwei Kernfunktionen werden für verschiedene Bandweiten die Kernregressionsschätzungen und die resultierenden Schätzfehler berechnet, um die optimale Bandweite zu visualisieren.

sentlichen, als einzigen an die Daten anzupassenden Parameter der nichtparametrischen Kernregressionsschätzung dar. Die Bedeutung der Bandweite kann anhand eines Vergleichs verdeutlicht werden. In Abbildung 4.6 werden zwei Schätzungen mit einer zu kleinen bzw. einer zu großen Bandweite gegenüber gestellt. Bei einer zu kleinen Bandweite liegt ein extremer Fall von Überanpassung vor. Die Beobachtungen werden beinahe exakt geschätzt, weil die Schätzung relativ direkt von den einzelnen Beobachtungen abhängt. Eine zu große Bandweite bewirkt dagegen eine zu starke Mittelung. Die Schätzung verläuft zu glatt und weist erhebliche Abweichungen von den einzelnen Beobachtungen auf.

Durch die Darstellung der Auswirkung der Höhe der Bandweite auf die Kernregressionsschätzung wird ein elementarer Zusammenhang deutlich. Die Höhe der an die Daten angepassten Bandweite quantifiziert die Ausprägung des Zusammenhangs zwischen Zielgröße und Prädiktoren. Eine kleine Bandweite weist auf einen deutlichen Zusammenhang hin. Eine große Bandweite bedeutet dagegen, dass kaum ein Zusammenhang zwischen den berücksichtigten Einflussgrößen und der Zielgröße besteht bzw. dass der Zusammenhang stark verrauscht ist. Bei univariaten Modellen lässt sich daher aus der Bandweite direkt auf die Relevanz des Prädiktors schließen.

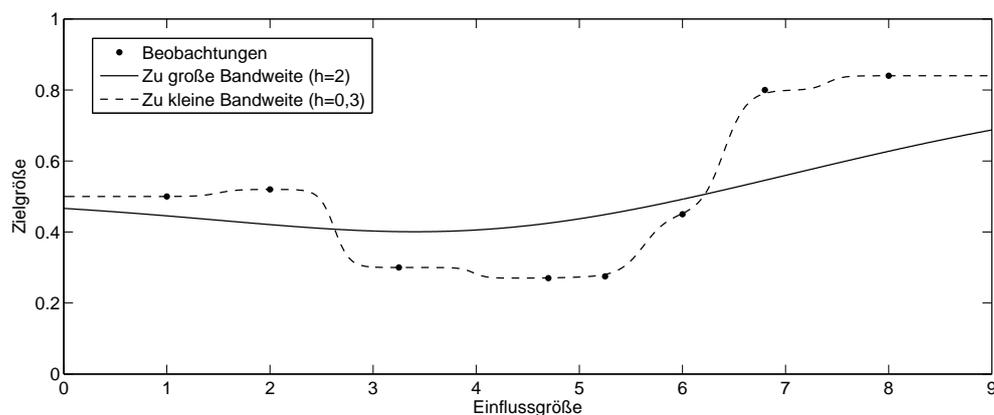


Abbildung 4.6: Abhängigkeit der Kernregressionsschätzung von der Bandweite. Schätzung der abgebildeten Datenbeobachtungen (vgl. Beispiel Tabelle 4.1) mit den beiden angegebenen extremen Bandweiten.

### 4.2.5 Zwischenfazit

Die grundlegende Idee des nichtparametrischen Kernregressionsschätzers ist intuitiv verständlich.<sup>1</sup> Der Nadaraya-Watson-Schätzer wird als naheliegendste Wahl für die Regression von Daten unbekannter Verteilungen und als flexibler, transparenter sowie innovativer Ansatz für die Prognose zeitvariabler ökonomischer Zusammenhänge finanzwirtschaftlicher Daten beschrieben.<sup>2</sup> Die Methodik ist im Vergleich zu anderen nichtparametrischen Verfahren trotz des scheinbar einfachen Ansatzes erstaunlich leistungsfähig.<sup>3</sup> Die Flexibilität des Verfahrens illustrieren BECKERS und BLAIR (2003) anhand von verschiedenen Gewichtecharakteristiken der Schätzung.<sup>4</sup> Die Kernregression ist in der Lage, gänzlich verschiedene Muster bzw. Zusammenhänge und sogar Sprungprozesse zu modellieren.<sup>5</sup> Sie ist daher universell sowohl für Kurs- und Renditeprognosen als auch für höhere Momente der zu prognostizierenden Verteilung einsetzbar.<sup>6</sup>

Die in Abschnitt 3.5.2 diskutierte Robustheit der Kernregression gegenüber multikollinearen Regressoren kann nunmehr erläutert werden. Aufgrund der Berücksichtigung der Einflussgrößen über die Distanz der beobachteten Werte könnte ein und der selbe Regressor sogar mehrfach in ein Modell aufgenommen werden. Die einzelnen Distanzen nehmen dann zwar in der Regel im Niveau andere Werte an, das Muster der Distanzen zu den früheren Beobachtungen verändert sich jedoch nicht, weil der doppelte Regressor

---

<sup>1</sup> Vgl. Abbildung 4.1.

<sup>2</sup> Vgl. SIMONOFF (1996) S. 137; BECKERS und BLAIR (2003) S. 269.

<sup>3</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 118.

<sup>4</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 272.

<sup>5</sup> Vgl. GYÖRFI ET AL. (2002) S. 11f.

<sup>6</sup> Vgl. Kapitel 5.

alle Beobachtungen betritt. Das bedeutet, dass selbst hoch korrelierte Regressoren die Schätzung nicht mehr als man erwarten würde beeinflussen.<sup>1</sup> Dies steht in einem völligen Gegensatz zu den numerischen Stabilitätsproblemen bei z.B. der linearen Regression.

Die Entscheidung für die Kernregression als bevorzugtes Verfahren für die empirische Untersuchung fußt auf Vergleichen der theoretischen Anwendbarkeit und empirischen Referenzen, die in den nächsten beiden Abschnitten diskutiert werden sollen.

## 4.3 Vergleich mit alternativen nichtparametrischen Verfahren

Alternative nichtparametrische Verfahren sind entweder sehr viel einfacher oder sehr viel komplizierter als der Nadaraya-Watson-Schätzer. Dieser Abschnitt gibt eine Übersicht über Alternativen und schließt mit einer Würdigung der Kernregression als Verfahren der Wahl. Von den Verfahrensalternativen wird mit dem Multi-Layer-Perceptron eine Variante künstlicher neuronaler Netze als Vergleichsverfahren für die empirischen Untersuchungen herangezogen.

### 4.3.1 Kernbasierte Verfahren

Unter einem kernbasierten Verfahren wird ein Verfahren verstanden, das eine Kernfunktion zur Schätzung verwendet. Kernbasierte Verfahren sind ein großer und häufig verwendeter Teilbereich nichtparametrischer Verfahren. Der Nadaraya-Watson-Kernregressionsschätzer ist der vielleicht prominenteste Vertreter, es gibt jedoch zahlreiche Varianten und weitere kernbasierte Verfahren.<sup>2</sup>

Einfache exponentielle Glättungsverfahren wie der sog. Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

$$\hat{Y}_{T+1} = \omega \hat{Y}_T + (1 - \omega) Y_T \quad (4.13)$$

$$= (1 - \omega) \sum_{t=0}^{T-1} \omega^t Y_{T-t} \quad (4.14)$$

---

<sup>1</sup> Vgl. KULASEKERA und OLAYA (2004) S. 153.

<sup>2</sup> Aktuelle Überblicke bzw. Bestandsaufnahmen alternativer Prognosetechniken liefern MATZKIN (2007), TERÄSVIRTA (2006), ARMSTRONG (2006), COX und LOOMIS (2006) sowie DE GOOIJER und HYNDMAN (2006). Insbesondere kernbasierte Verfahren behandeln LI und RACINE (2007) sowie HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006).

mit  $0 < \omega < 1$  und  $\hat{Y}_1 = Y_1$  sind elementare Verfahren der Zeitreihenanalyse mit einem einzigen Glättungsfaktor  $\omega$ . Exponentielle Glättungsverfahren können als einfache Kernregressionsschätzer dargestellt werden. Der normierte EWMA

$$\hat{Y}_{T+1} = \frac{\sum_{t=0}^{T-1} \omega^t Y_{T-t}}{\sum_{t=0}^{T-1} \omega^t} \quad (4.15)$$

ist der Nadaraya-Watson-Schätzer für  $K\left(\frac{|Y_{T+1}-Y_{T-t}|}{h}\right) = \omega^t$ .<sup>1</sup>

Die Kernregressionsschätzung leitet sich als bedingter Erwartungswert aus der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion ab, die über eine Kerndichteschätzung berechnet werden kann.<sup>2</sup> Eine Kerndichteschätzung kann man sich als ein geglättetes gleitendes Histogramm vorstellen. Während bei der Kerndichteschätzung der gesamte Verlauf der Wahrscheinlichkeitsdichte einer Stichprobe kernbasiert geschätzt wird, schätzt man im Rahmen einer Kernregressionsschätzung direkt nur den Erwartungswert der Verteilung, der sich aus der Wahrscheinlichkeitsdichte ableitet. Die Schätzung der Verteilungsfunktion ist nicht notwendig, wenn nur der Erwartungswert geschätzt werden soll.<sup>3</sup>

Der Nadaraya-Watson-Schätzer wird auch als Local-Constant-<sup>4</sup>, Local-Mean-<sup>5</sup>, Local-Averaging<sup>6</sup>-Kernregression bzw. Kernregression der Ordnung Null<sup>7</sup> bezeichnet. Diese Bezeichnungen beziehen sich auf die Berechnung der Schätzung (4.2) als lokale Mittelwerte in einer Nachbarschaft bzw. Approximation dieses datenabhängigen Wertes über eine Gewichtung nach der Distanz und einer Linearkombination der Beobachtungen. Der Schätzer lässt sich als lokale Konstante in der Nachbarschaft von  $x$  interpretieren.<sup>8</sup>

Eine naheliegende Erweiterung stellt die sog. Local-Linear-Kernregression<sup>9</sup> bzw. Kernregression erster Ordnung dar.<sup>10</sup> Das Minimierungsproblem wird von einer lokal optimierten Konstante zu einer lokal geschätzten Gerade erweitert.

$$E(Y|X = x) = (1, x) (B^T W(x) B)^{-1} B^T W(x) Y \quad (4.16)$$

<sup>1</sup> Dies ist durch  $h = |Y_{T+1} - Y_{T-t}|/(t \ln \omega)$  und  $K(z) = \exp(z)$  zu erreichen, vgl. GIJBELS, POPE und WAND (1999) S. 40.

<sup>2</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 138ff.

<sup>3</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 120-123.

<sup>4</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 60ff.

<sup>5</sup> Vgl. BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 49.

<sup>6</sup> Vgl. GYÖRFI ET AL. (2002) S. 19.

<sup>7</sup> Vgl. WOLBERG (2006) S. 205ff.

<sup>8</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 80.

<sup>9</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 79ff; BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 49f; GYÖRFI ET AL. (2002) S. 19f.

<sup>10</sup> Vgl. WOLBERG (2006) S. 208ff.

- mit  $(1, x)$  Um einen Eintrag 1 ergänzter Vektor  $x$   
 $B$ : Um Einserspalte ergänzte Matrix der Einflussgrößen,  $B = (1, X)$   
 $W(x)$ :  $(N \times N)$ -Diagonalmatrix der Gewichte  $K\left(\frac{\|x - X_j\|}{h}\right)$   
 $Y$ :  $(N \times 1)$ -Vektor der Zielgrößen  
 $N$ : Anzahl der Beobachtungen

In der nichtparametrisch gewichteten Nachbarschaft jeder Beobachtung wird also ein lineares Modell geschätzt.<sup>1</sup> Damit ist eine bessere Anpassung des Modells an die Daten möglich, insbesondere am dünn besetzten Rand des Definitionsbereichs (siehe Abbildung 4.7). Diese Form der Modellierung reduziert daher den sog. *Boundary Bias*. Nur in der Nähe dieser Bereichsgrenzen ergeben sich wesentliche Unterschiede zur Local-Constant-Regression, weswegen die Local-Linear-Erweiterung in der einschlägigen Literatur nur am Rande erwähnt wird.<sup>2</sup> Sämtliche Diskussion der Modellentwicklung – insbesondere der Bandweitenoptimierung und der noch zu diskutierenden Signifikanztests – bezieht sich auf die Local-Constant-Kernregression, weswegen sich die vorliegende Arbeit auf diesen Ansatz konzentriert.

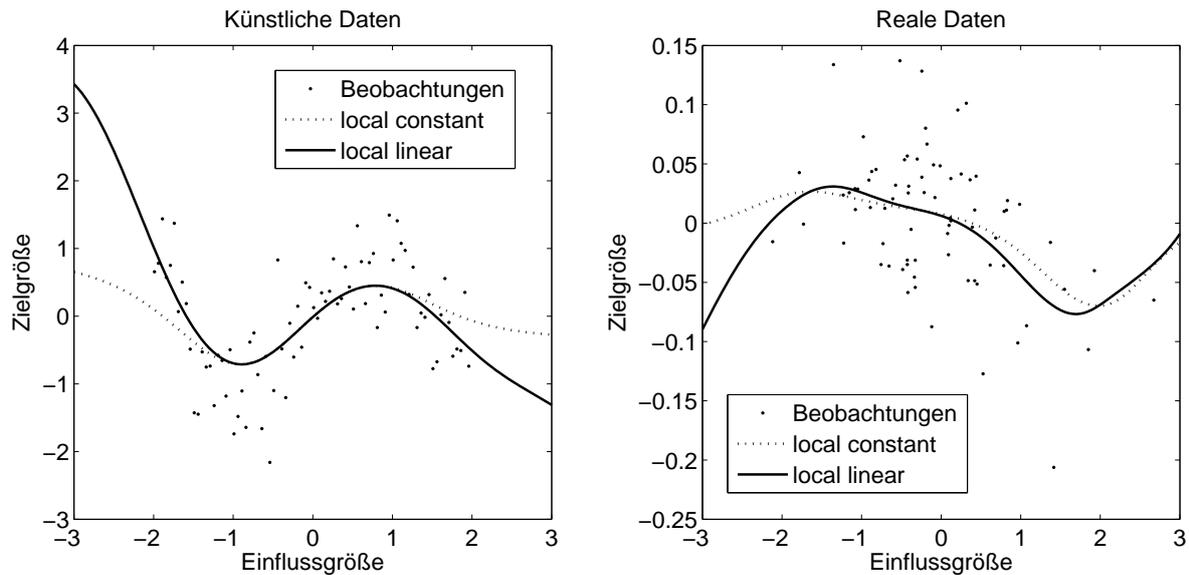


Abbildung 4.7: Local-linear-Kernregression im Vergleich zur Local-constant-Kernregression. Links: Künstliche Daten  $y = \sin(2x) + \frac{1}{2}\varepsilon$  mit  $\varepsilon \sim N(0, 1)$ . Rechts: Reale Daten bestehend aus beispielhafter Aktienindexrendite und Zinsspreadänderung.

<sup>1</sup> Vgl. WAND und JONES (1995) S. 116ff; FAN und GIJBELS (1996); SIMONOFF (1996) S. 138f; WOLBERG (2006) S. 212ff; LI und RACINE (2007) S. 85ff.

<sup>2</sup> Vgl. BOWMAN und AZZALINI (1997) S. 50f, HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 165ff und GOMEZ-VALLE und MARTINEZ-RODRIGUEZ (2008) S.616 mit anschaulichen Darstellungen.

### 4.3.2 Support Vector Regression

*Support Vector Machines* (SVM) wurden 1963 von Vapnik zur Klassifizierung entwickelt.<sup>1</sup> Die grundlegende Idee ist, ein Schätzproblem durch Reduktion auf die namensgebenden Support Vectors zu vereinfachen. Bei der 1996 daraus abgeleiteten *Support Vector Regression* (SVR) kann eine Funktionsapproximation berechnet werden, die möglichst glatt ist und deren Schätzfehler gleichzeitig einen vorgegebenen Schwellenwert möglichst wenig überschreitet.<sup>2</sup> Bleibt ein einzelner Schätzfehler unter dem Schwellenwert, gilt die einzelne Schätzung als fehlerfrei. Diese Definition ist notwendig, um das Konzept der Support Vectors auf die Regression zu übertragen.<sup>3</sup> Die Gewichtung früherer Beobachtungen erfolgt über Gewichte

$$\omega_i(x) = \beta_i K\left(\frac{\|x - X_i\|}{h}\right) \quad (4.17)$$

mit zu schätzenden Parametern  $\beta_i$ .<sup>4</sup> Die Gewichte (4.3) des Nadaraya-Watson-Schätzers sind ein Spezialfall, bei dem die

$$\beta_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x - X_j\|}{h}\right)} \text{ für alle } i = 1, \dots, N \quad (4.18)$$

nicht von  $i$ , allerdings von den aktuellen Werten  $x$  abhängen. Per Konstruktion ist die SVR der Kernregression vom grundlegenden Modellansatz sehr ähnlich. Die Operationalisierung der SVR und damit die Schätzmethodik sind jedoch aufwändiger und nicht so intuitiv wie die der Kernregression. Insbesondere müssen mit dem Schwellenwert für den Schätzfehler und den  $\beta_i$  weitere Parameter geschätzt werden. Daher wird die SVR in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

### 4.3.3 Künstliche neuronale Netze

Eine mächtige Klasse nichtparametrischer Verfahren stellen künstliche neuronale Netze (KNN) dar.<sup>5</sup> KNN adaptieren Strukturen des menschlichen Gehirns, um das Leistungspotential natürlicher neuronaler Netze teilweise auszunutzen. Sie basieren auf der

---

<sup>1</sup> Vgl. SCHÖLKOPF und SMOLA (2002) S. 251. Ursprünglich als lineares Verfahren entwickelt, erfolgte 1992 mittels Kernfunktionen die nichtparametrische Erweiterung.

<sup>2</sup> Vgl. VAPNIK (2000).

<sup>3</sup> Vgl. SCHÖLKOPF und SMOLA (2002) S. 251.

<sup>4</sup> Vgl. VAPNIK (2000) S. 258.

<sup>5</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 100ff beschreibt die Konzeption von KNN zur Finanzanalyse.

Vernetzung vieler sog. Units oder Neuronen.<sup>1</sup> Eine Unit berechnet aus den ihr zur Verfügung gestellten Inputdaten mittels einer Gewichtung und einer Aktivierungsfunktion einen Output:

$$o_i = f \left( \sum_j^M \omega_{ij} x_j \right) \quad (4.19)$$

mit  $o_i$ : Output der Unit  $i$   
 $\omega_{ij}$ : Gewicht der Unit  $i$  für Input  $j$   
 $x_j$ : Input  $j$   
 $f$ : Aktivierungsfunktion

Die Gewichte werden zu einer gegebenen Aktivierungsfunktion mittels eines Lernalgorithmus an die Daten angepasst. Unter der Netzwerkarchitektur versteht man neben den Units auch die Topologie eines Netzes, also die Verbindungen zwischen den einzelnen Knoten. Der Begriff KNN umfasst verschiedenste Netzwerkarchitekturen.<sup>2</sup> Neben den sog. sigmoiden Aktivierungsfunktionen bietet sich als Netzwerkarchitektur das lokale Konzept der gewichteten Linearkombination sog. radialer Basisfunktionen (RBF) an, welches effektive Lernalgorithmen ermöglicht (siehe Abbildung 4.8).<sup>3</sup>

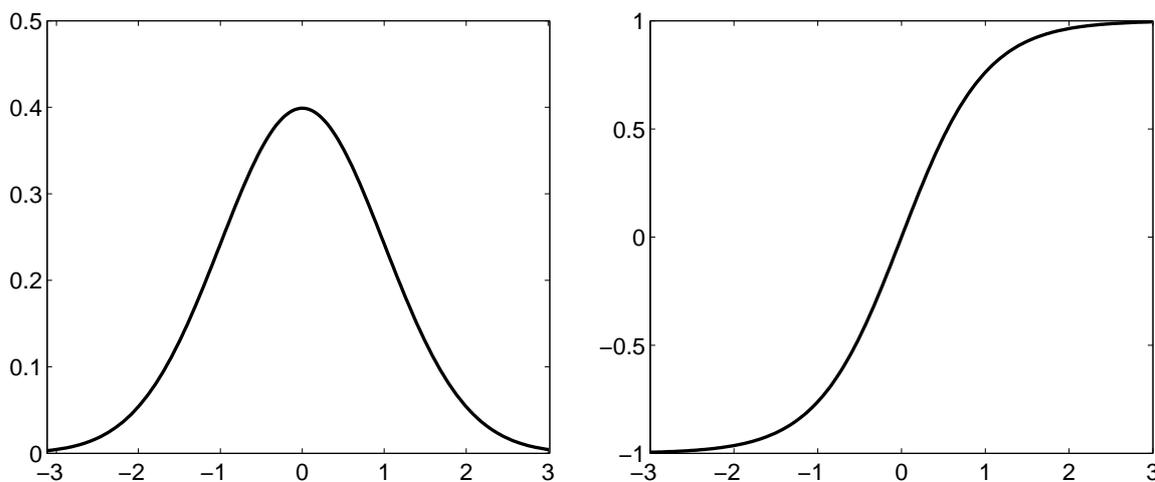


Abbildung 4.8: Grundformen radialer Basisfunktionen (links) und sigmoider Aktivierungsfunktionen (rechts)

Bei einem sog. General Regression Neural Network (*GRNN*) handelt es sich um ein RBF-Netz, welches von SPECHT (1991) zur Schätzung der Kernregression nach (4.2) konstruiert wurde. Es handelt sich also um ein ökonometrisches Verfahren, für das zur

<sup>1</sup> Vgl.  $U_1, \dots, U_N$  in Abbildung 4.9.

<sup>2</sup> Vgl. REHKUGLER und KERLING (1995) mit einer Übersicht.

<sup>3</sup> Vgl. NEUNEIER und TRESP (1994) S. 91ff, insbesondere die Abbildungen 1 bis 5.

Modellschätzung ein spezielles, relativ einfaches RBF-Netz konzipiert wurde. Die so berechneten Schätzungen gleichen denen von (4.2).<sup>1</sup> Die RBF-Netze und die Kernregression basieren also auf dem gleichen lokalen Modellierungsansatz.

Im Folgenden soll mit der Klasse der Multi-Layer-Perceptrons (MLP) eine gängige einfache Variante sigmoider Netze skizziert werden. MLP bestehen in der Regel aus drei Schichten, wie Abbildung 4.9 zeigt. Die Inputschicht besteht aus den Einflussgrößen, die Outputschicht besteht aus der Zielgröße. Die Modellierung erfolgt in einer oder mehreren verborgenen Schichten. Jede Schicht besteht aus mehreren Units. Die Units repräsentieren die (Zwischen-)Ergebnisse der Modellierung, da jede Unit nach (4.19) aus mehreren Inputsignalen über Summation und nichtlineare Transformation Outputsignale berechnet. Ein MLP lässt sich daher als ein mehrstufiges, additives, nichtlinear transformiertes Regressionsmodell umschreiben.

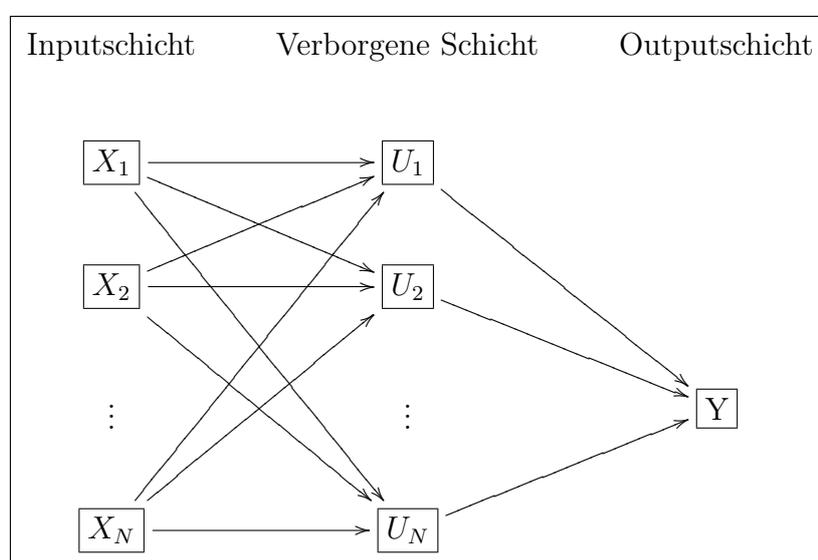


Abbildung 4.9: Die Grundstruktur eines Multi-Layer-Perceptrons

Ein MLP kann als universeller Approximator für eine Vielzahl von Problemstellungen herangezogen werden, da es prinzipiell beliebige funktionale Zusammenhänge approximieren kann. Der Preis für diese Eigenschaft ist zunächst eine aufwändige Modellanpassung aufgrund hoher Freiheitsgrade.<sup>2</sup> Darüber hinaus ist das angepasste Modell schwierig zu interpretieren, da die Einflussgrößen in komplexer Weise verarbeitet werden und der Einfluss einzelner Größen schwer zu erfassen ist. Daher sind künstliche neuronale Netze unzuweckmäßig, wenn das Modell auch zu einem besseren Verständnis des Datengenerierungsprozesses führen soll.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Vgl. PÖDDIG (1996) S. 118-122.

<sup>2</sup> Vgl. KERLING (1998) S. 325f.

<sup>3</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 348, 366.

Der MLP-Ansatz wird dennoch in den empirischen Untersuchungen als nichtparametrisches Vergleichsverfahren berücksichtigt. Zur Vermeidung von Nachteilen durch Überanpassung wird eine Berücksichtigung mehrerer, unterbestimmter MLP vorgeschlagen. Ein unterbestimmtes MLP wird groß angelegt, d.h. die Netzwerkarchitektur beinhaltet viele Units und evtl. mehrere verborgene Schichten. Die Gewichte der Units dieser unterbestimmten MLP können zur Initiierung in gewissen Grenzen zufällig gewählt werden. Die Prognosen von mehreren, unterschiedlich initiierten MLP werden kombiniert, um über die verschiedenen Modelle zu mitteln und einen generellen Trend abzuleiten.<sup>1</sup>

### 4.3.4 Zwischenfazit

Die diskutierten alternativen nichtparametrischen Verfahren sind entweder sehr viel einfacher oder sehr viel komplizierter als die Kernregression. Aufgrund der intuitiven Eingängigkeit sowie noch zu diskutierender Signifikanztests zur Prädiktorselektion bei der Kernregression konzentriert sich diese Arbeit auf die Behandlung der Kernregression als Kompromiss zwischen Leistungsfähigkeit und Interpretierbarkeit.

Die Entscheidung für die Kernregression als bevorzugtes Verfahren für die empirische Untersuchung fußt neben den erläuterten theoretischen Quellen und Überlegungen ebenso auf empirischen Referenzen, die im nächsten Abschnitt diskutiert werden sollen.<sup>2</sup>

## 4.4 Finanzwirtschaftliche Anwendungen

### 4.4.1 Vorbemerkungen

Die Methode der nichtparametrischen Kernregressionsschätzung ist methodisch für finanzwirtschaftliche Anwendungen geeignet, wie die bisherigen Betrachtungen gezeigt haben. Zur Anwendung des Verfahrens sind einige Routinen in der frei verfügbaren Statistik-Software „R project“ bzw. dem halbkommerziellen „XploRe“ verfügbar. Für eigene Untersuchungen muss dennoch in der Regel der wesentliche Teil der Implementierung der Methodik selbst geleistet werden.

Vielleicht auch deswegen findet die Methodik gemessen an den veröffentlichten Beiträgen relativ selten Eingang in empirische Studien.<sup>3</sup> Im Folgenden werden ausgewählte finanz-

---

<sup>1</sup> Vgl. ZHANG (2007).

<sup>2</sup> Spezielle Signifikanztests zur Prädiktorselektion für den Nadaraya-Watson-Schätzer können im übernächsten Abschnitt hervorgehoben werden.

<sup>3</sup> Vgl. CHEN und LEUNG (2005) S. 406; PETERSMEIER (2003) S. 189; BECKERS und BLAIR (2002) S. 213.

wirtschaftliche Anwendungen beschrieben.<sup>1</sup> Dabei werden die aufgeführten Studien in Prognosen von Renditeerwartungen und Risiken (Volatilität, Korrelation) systematisiert.

Nach der Diskussion der Methoden in den vorangegangenen Abschnitten wird im Folgenden nicht mehr detailliert auf technische Aspekte eingegangen. Es soll jedoch aufgezeigt werden, welche methodischen Potentiale in früheren Arbeiten vernachlässigt wurden und welche in der vorliegenden Arbeit verfolgt werden sollen.

### 4.4.2 Studien zu Renditeprognosen

#### 4.4.2.1 Poddig: GRNN für mittelfristige Zinsprognosen

Im Rahmen der Studie von PODDIG (1994) wird der 3-Monats-Geldmarktsatz der Jahre 1980 bis 1993 bei einem Prognosehorizont von drei Monaten modelliert (Schätzzeitraum 1980 bis 1991, Generalisierungszeitraum 1991 bis 1993).<sup>2</sup> Als Einflussgrößen stehen 47 internationale Finanzmarktdaten, Konjunkturdaten, öffentliche Haushaltsdaten, daraus abgeleitete Zeitreihen, sowie bis zum Lag 5 zeitverzögerte Zielgrößen zur Verfügung.

Die Studie greift auf drei zu vergleichende Verfahren zurück. Als Standardverfahren wird die lineare Regression berücksichtigt. Als weiteres Verfahren kommt das GRNN<sup>3</sup> in Verbindung mit einer Hauptkomponentenanalyse zum Einsatz.<sup>4</sup> Eigentlicher Untersuchungsgegenstand der Studie ist schließlich ein künstliches neuronales Netz (MLP).<sup>5</sup>

Die Ergebnisse des GRNN und des MLP sind uneinheitlich. Während das GRNN beim mittleren quadratischen Fehler besser abschneidet, zeigen die Schätzungen des MLP eine deutlich höhere Korrelation mit den wahren Werten. Die lineare Regression schneidet in beiden Gütemaßen deutlich schlechter ab. Der Autor würdigt das GRNN als unkompliziert und kaum schlechter als wesentlich komplexere Verfahren.

Der Autor wendet die beschriebenen Verfahren in PODDIG (1994) und PODDIG (1996) in weiteren Studien an. Die Ergebnisse unterscheiden sich nicht wesentlich von den hier

---

<sup>1</sup> Zur hier nicht berücksichtigten Untersuchung von WITTKEMPER (1994) vgl. die sehr treffende kritische Würdigung von PETERSMEIER (2003) S. 194-198.

<sup>2</sup> Auf dem Schätzzeitraum wird das Modell geschätzt. Dieses Modell wird auf dem Generalisierungszeitraum anhand der dem Modell unbekannt Daten untersucht.

<sup>3</sup> Ein GRNN ist ein MLP zur Umsetzung des Kernregressionsschätzers.

<sup>4</sup> Die Zahl von 52 Einflussgrößen bzw. 13 Hauptkomponenten ist kritisch zu betrachten. Die Datenhistorie von 134 Monatsdaten reicht i.A. nicht aus, um ein Modell mit einer zweistelligen Anzahl ungeprüft aufgenommener Einflussgrößen valide schätzen zu können, vgl. Abschnitt 4.5.2. Dies bedeutet jedoch nicht, dass die Ergebnisse wertlos sind. Bei fehlenden Beobachtungen nähert sich die Schätzung der nächsten historischen Beobachtung oder dem historischen empirischen Mittelwert an und ist insofern robust.

<sup>5</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.3.

umrissenen. Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass das GRNN selbst ohne Prädiktorselektion besser abschneidet als das lineare Regressionsmodell und einer elaborierteren nichtparametrischen Alternative ebenbürtig ist.

### 4.4.2.2 Leung und Cheng: GRNN für Wechselkurse

Die Arbeit von LEUNG, CHEN und DAOUK (2000) untersucht Wechselkursprognosen für das Britische Pfund, den kanadischen Dollar und den Yen jeweils gegenüber dem US-Dollar als Zielgrößen. Makroökonomische Größen und zeitverzögerte autoregressive Zielgrößen werden als Einflussgrößen berücksichtigt. Die Daten stehen von 1974 bis 1995 monatlich zur Verfügung (Schätzzeitraum 1974 bis 1984, Validierungszeitraum zur Variablenauswahl 1984 bis 1990, Generalisierungszeitraum 1990 bis 1995).<sup>1</sup>

Es wird ein GRNN mit einer Variablenselektion aufgrund des Schätzfehlers auf dem Validierungszeitraum verwendet. Als Vergleichsmethoden kommen das lineare Regressionsmodell sowie ein MLP<sup>2</sup> zum Einsatz. Die Autoren resümieren, dass das GRNN deutlich bessere Ergebnisse als die Vergleichsmethoden liefert und daher zur Wechselkursprognose geeignet ist. Das GRNN zeigt sich in dieser Untersuchung also sogar einer nichtparametrischen Alternative überlegen.

### 4.4.2.3 Wolberg: Titelselektion mittels Kernregression

Die Datengrundlage besteht bei WOLBERG (2000) aus den monatlichen aktiven Renditen von durchschnittlich 1620 Aktien im Zeitraum 1984 bis 1998 (Schätzzeitraum 1984 bis 1986, rollierender Generalisierungszeitraum 1987 bis 1998). Die aktive Rendite versteht sich dabei als Überschussrendite gegenüber der Rendite eines gleichgewichteten Portfolios über alle Aktien als Benchmarkportfolio. Als potentielle Einflussgrößen werden elf auf der Kurshistorie und Jahresabschlussdaten basierende, nicht näher erläuterte Indikatoren berücksichtigt. Es handelt sich insbesondere um eine Mischung aus Längs- und Querschnittsregression über eine Historie von 24 Monaten und mehrere Aktientitel.

Der für die hier vorliegende extrem große Datenmenge verwendete Kernregressionschätzer unterscheidet sich von dem im Allgemeinen vorzuziehenden Nadaraya-Watson-Schätzer (4.2) und ähnelt dem Nearest-Neighbour-Ansatz (4.1). Die Durchführung der

---

<sup>1</sup> Der Validierungszeitraum wird bei der Modellschätzung zur Vermeidung einer Überanpassung verwendet, um den Effekt einzelner Variablen bei unbekanntem Daten zu untersuchen. Bzgl. des konfigurierten Modells sind diese Validierungsdaten jedoch nicht mehr unbekannt, so dass nur die Generalisierungsmenge als Test des fertigen Modells auf unbekanntem Daten herangezogen werden kann.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.3.

Modellierung auf rollierenden Zweijahreszeiträumen kann als undurchsichtig und aufwändig bezeichnet werden. Das Modell liefert eine Titelselektion auf Basis der Renditeprognosen. Die Titel mit den 10% besten Renditeprognosen werden gekauft, für die Titel mit den schlechtesten 10% Renditeprognosen wird eine Leerverkaufsposition eingegangen. Dabei werden alle Titel gleich gewichtet.

Als implizite Benchmark wird der Durchschnitt aller Aktienrenditen verwendet. Die Titelselektion auf Basis der Prognoseinformationen konnte ohne Berücksichtigung von Transaktionskosten gegenüber dieser Benchmark eine signifikante Überrendite erwirtschaften. Da in der Studie keine Vergleichsverfahren berücksichtigt werden, lassen sich die Ergebnisse jedoch nur schwer interpretieren.

##### 4.4.2.4 Dichtl: GRNN im Asset Management

DICHTL (2001) untersucht anhand unterschiedlicher Anlageuniversen mit diversen Aktien-<sup>1</sup>, Bond- und Rohstoffindizes die Interdependenzen der einzelnen Komponenten des Portfoliomanagementprozesses. Die Breite der sehr ausführlichen Betrachtungen kann hier nur angedeutet werden. Neben unterschiedlichen Prognosemethoden untersucht er insbesondere verschiedene Anlagerestriktionen und Risikotoleranzen, die als Nebenbedingungen bei der Umsetzung der Prognoseinformation in Markowitz-optimale Portfolios berücksichtigt werden müssen.

Als Prognoseverfahren werden eine naive Prognose, historische Mittelwerte, lineare Regressionsmodelle, ARIMA-Modelle sowie das GRNN in Verbindung mit einer Hauptkomponentenanalyse berücksichtigt. Die Ergebnisse sind bezüglich des zu präferierenden Prognosemodells eindeutig. Das GRNN in Verbindung mit einer Hauptkomponentenanalyse ohne Variablenselektion schneidet in Prognosegüte und generierter Performance deutlich besser ab als die parametrischen Alternativen.<sup>2</sup>

##### 4.4.2.5 Beckers und Blair: Kernregression für Wochenrenditen

Die Datengrundlage besteht bei BECKERS und BLAIR (2003) aus dem europäischen Aktienindex Dow Jones Stoxx 600 und dem J.P. Morgan European Bond Index als Zielgrößen. Als potentielle erklärende Variablen wird eine Reihe finanzwirtschaftlicher Daten<sup>3</sup> berücksichtigt. Die Daten stehen im Zeitraum 1996 bis 2001 wöchentlich zur Verfügung (Schätzzeitraum 1996 bis 1999, rollierende Generalisierung 1999 bis 2001).

---

<sup>1</sup> U.a. Emerging Markets und Branchenindizes.

<sup>2</sup> Vgl. DICHTL (2001) S. 533.

<sup>3</sup> Aktien-, Volatilitäts- und Ölpreisindizes, Zinsdaten, Wechselkurse, Geldmengen und Spreads.

Die Studie verwendet die Kernregression mit einer separaten optimierten Bandweite je Einflussgröße.<sup>1</sup> Die sich aus dieser aufwändigen Modellierung ergebende Möglichkeit der Analyse der Relevanz einzelner Variablen über die Bandweite wird nicht genutzt. Die Variablenselektion erfolgt mittels eines „Pseudo-t-Tests“<sup>2</sup>, der aufgrund der Nichterfüllung der Annahmen eines t-Tests nur als Heuristik gelten kann. Weiterhin starten die Autoren die Variablenselektion mit einer Menge ungeprüft aufgenommenen Variablen. Jede verbleibende Variable wird nur einmal auf ihre Relevanz für das Modell überprüft, d.h. es erfolgt keine schrittweise Modellselektion.<sup>3</sup>

Die Autoren stellen die Dynamik der Kernregression als Mustererkennungsverfahren sowie die Robustheit, Transparenz und Interpretierbarkeit heraus. Die Ergebnisse der Studie bestätigen die Relevanz der in vielen früheren Studien identifizierten Einflussgrößen für Wochendaten. Aufgrund des umrissenen methodischen Vorgehens, fehlender Vergleichsverfahren und einer fehlenden Benchmark sind die durchweg positiven Ergebnisse schwer zu interpretieren.

### 4.4.2.6 Richter, Poddig und Hildebrandt: GRNN in der Praxis

In dem Beitrag von RICHTER, PODDIG und HILDEBRANDT (2007) wird die Implementierung eines Softwaretools zur Automatisierung der Arbeitsschritte Finanzdatenprognose, Asset Allocation und Performancemessung im praktischen Asset Management beschrieben. Die Zielgrößen sind verschiedene Aktien- und Bondindizes sowie Währungen. Die verwendete Datenbasis wird nicht näher beschrieben. Prognosegüten werden lediglich beispielhaft für die Zielgrößen Euro-US-Dollar Wechselkurs, DAX und zehnjährige Bundesanleihen aufgeführt.

Die Modellierung erfolgt mittels des GRNN in Verbindung mit einer Variablenauswahl durch Kreuzvalidierung. Als Vergleich wird eine lineare Regression berücksichtigt. Die Modellierung erfolgt sowohl auf den originären potentiellen Einflussgrößen als auch unter Zuhilfenahme einer vorherigen Hauptkomponentenanalyse. Der Beitrag verdeutlicht anhand eines aktuellen Projektes die Möglichkeiten des Echtzeiteinsatzes der diskutierten

---

<sup>1</sup> Zur Analyse des Einflusses der Bandweite wählen die Autoren als Vergleich eine konstante Bandweite nach einer Faustregel. Bei Verwendung der verschiedenen Bandweiten resultieren verschiedene Ergebnisse. Die Autoren werten die Ergebnisse jedoch als Zeichen dafür, dass die Wahl der Bandweite kaum Einfluss auf die Schätzung hat. Eine Analyse der Hintergründe der Unterschiede erfolgt nicht, vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 276.

<sup>2</sup> Vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 275.

<sup>3</sup> Die ungeprüft aufgenommenen Variablen und der Verzicht auf eine schrittweise Modellierung erscheinen willkürlich. Die Autoren kommen dennoch zu der Einschätzung, dass die Reihenfolge der Variablen und der verwendete Selektionsmechanismus kaum Einfluss auf die Schätzung hat. Eine Analyse der Hintergründe der Unterschiede erfolgt nicht, vgl. BECKERS und BLAIR (2003) S. 278.

Methoden. Insbesondere kann gezeigt werden, dass für die verwendeten Daten die Kombination der Prognosen aus den unterschiedlichen Modellen über einen ungewichteten Durchschnitt eine bessere Güte erreicht als der Durchschnitt der Einzelmodelle.

##### 4.4.2.7 Chavarnakul und Enke: Autoregressives GRNN

CHAVARNAKUL und ENKE (2008) untersuchen, ob sich der S&P 500 Aktienindex mittels des volumenadjustierten gleitenden Durchschnitts<sup>1</sup> und der sog. Freigängigkeit<sup>2</sup> prognostizieren lässt. Es stehen 1508 Tagesdaten der Jahre 1998 bis 2003 zur Verfügung (Schätzzeitraum 1998 bis 2002, Generalisierung 2003).

Das GRNN wird in dieser Studie mit autoregressiven Termen der Zielgrößen als Prädiktoren konzipiert und mit gleitenden Durchschnitten und Filtertechniken verglichen. Die Autoren fassen die Ergebnisse wie folgt zusammen: „This research shows the benefits of using a GRNN ... for stock trading. ... The results ... outperform other benchmarking tools“<sup>3</sup>. Diese Benchmark-Verfahren umfassen jedoch nur einfachere zeitreihenanalytische Verfahren.

##### 4.4.2.8 Li et alii: Autoregressives GRNN

LI ET AL. (2008) berücksichtigen die Aktienindizes Dow Jones Industrial Average bzw. S&P 500. Die Daten umfassen Tagesdaten des Zeitraums 2001 bis 2004 bzw. 2002 bis 2005. Die jeweils 970 ersten Daten werden als Schätzmenge verwendet, die nachfolgenden Daten zur Generalisierung.<sup>4</sup>

Das GRNN wird in dieser Studie mit autoregressiven Termen der Zielgrößen bis zum Lag 20 als Prädiktoren konzipiert. Als Vergleichsmethoden werden ARMA-Modelle eingesetzt. Die Autoren fassen die Ergebnisse wie folgt zusammen: „the forecasting results from GRNN are satisfying and are more accurate than those from ARMA“<sup>5</sup>. Jedoch konstatieren die Autoren, dass mehr als nur autoregressive Terme der Zielgrößen als Prädiktoren benötigt werden, um ein adäquates Prognosemodell zu erhalten.<sup>6</sup>

---

<sup>1</sup> Volume Adjusted Moving Average, VAMA.

<sup>2</sup> Ease of Movement, EMV.

<sup>3</sup> CHAVARNAKUL und ENKE (2008) S. 1016.

<sup>4</sup> Der Umfang der Generalisierungsmenge wird nicht explizit angegeben. Gemäß Beginn und Ende des Gesamtzeitraums sowie des angegebenen Umfangs der Schätzmenge kann von etwa 40 Tagesdaten in der Generalisierungsmenge ausgegangen werden.

<sup>5</sup> LI ET AL. (2008) S. 446.

<sup>6</sup> Vgl. LI ET AL. (2008) S. 447.

### 4.4.3 Studie zu Risikoprognosen: Chen und Leung

CHEN und LEUNG (2005) untersuchen den monatlichen Korrelationskoeffizienten zwischen den täglichen Daten der beiden Wechselkurse US-Dollar zu Yen und US-Dollar zu Deutsche Mark sowie zwischen den beiden Wechselkursen US-Dollar zu Pfund Sterling und US-Dollar zu Deutsche Mark. Der Datensatz enthält 252 Monate von 1978 bis 1998 (Schätzmenge 1978 bis 1990, Validierungsmenge zur Variablenselektion 1990 bis 1994, Generalisierung 1994 bis 1998).

Zur Modellierung wird ein GRNN verwendet. Eine Variablenselektion findet aufgrund des Schätzfehlers auf dem Validierungszeitraum statt. Als Vergleichsmethode kommt ein MLP<sup>1</sup> zum Einsatz. Details der Modellierung der Korrelation als Zielgröße sollen an dieser Stelle nicht wiedergegeben werden, auf den wichtigen Aspekt der konsistenten Risikomodellierung geht Kapitel 5 umfassend ein. Zum Vergleich der Ergebnisse des GRNN und des MLP stellen die Autoren fest: „the results ... show that GRNN produces out-of-sample forecasts that are systematically less biased and more efficient“<sup>2</sup>. Das GRNN zeigt sich in dieser Untersuchung also sogar einer nichtparametrischen Alternative überlegen.

### 4.4.4 Studien zu Rendite- und Risikoprognosen

#### 4.4.4.1 Petersmeier: Kernregression im Asset Management

PETERSMEIER (2003) diskutiert sehr ausführlich grundsätzliche methodische Probleme im Asset- und Risikomanagement. Neben der Kernregression als Verfahren zur Punktprognose finanzwirtschaftlicher Rendite- und Risikokennzahlen wird insbesondere die Kern-dichteschätzung behandelt.<sup>3</sup> Den methodischen Hauptteil der Arbeit bildet die Diskussion des Nadaraya-Watson-Schätzers als nichtparametrischen Kernregressionsschätzer für die Portfoliobildung mit dem Markowitz-Ansatz und damit verbundener Fragestellungen wie der Bandweiten- und Variablenselektion. Als Prognoseverfahren kommen ein lineares Regressionsmodell sowie die Kernregression mit einer Variablenselektion über Signifikanztests bzw. einer Kreuzvalidierung zum Einsatz. Die Autorin untersucht die Methodik in mehreren Studien.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.3.

<sup>2</sup> CHEN und LEUNG (2005) S. 418.

<sup>3</sup> Die Dichteschätzung erfährt insbesondere bei der Berechnung des Value-at-Risk Relevanz, wenn für die zugrunde liegende Größe keine sinnvolle Verteilungsannahme getroffen werden kann.

<sup>4</sup> In dem empirischen Hauptteil der Studie von PETERSMEIER (2003) wird untersucht, ob sich Aktienkursrenditen mit Jahresabschlussinformationen erklären und prognostizieren lassen. Dazu lagen Bilanz- und Aktienkursdaten von 392 Unternehmen der Jahre 1990 bis 1999 vor. Allerdings waren nicht alle Daten vollständig, so dass pro Jahr zwischen 179 und 280 Unternehmen untersucht werden konnten. Insgesamt wurden 2308 Jahresabschlüsse berücksichtigt. Als potentielle Einflussgrößen ka-

Die Ergebnisse mehrerer Untersuchungen künstlicher Daten zeigen im Vergleich verschiedener Variablenselektionsmethoden kein einheitliches Bild. Jedoch zeigt das nichtparametrische Regressionsmodell die besten Ergebnisse im Vergleich zu einfachen Benchmarkmodellen und der linearen Regression.<sup>1</sup>

Die für diese Arbeit relevante Studie mit realen Daten berücksichtigt neun Branchenindizes<sup>2</sup> des deutschen Aktienmarktes für eine Branchenallokation. Als potentielle Einflussgrößen werden volkswirtschaftliche Größen<sup>3</sup> berücksichtigt. Es stehen Monatsschlusskurse des Zeitraums 1983 bis 2001 zur Verfügung (Schätzzeitraum 1983 bis 1997, Generalisierung 1997 bis 2001). Die Kernregression zeigt sich dem linearen Modell überlegen. Die Ergebnisse im Vergleich verschiedener Variablenselektionsverfahren sind wiederum uneinheitlich.<sup>4</sup>

Die Autorin verwendet die Kernregressionsschätzung auch dazu, über bedingte Varianzen eine Risikoschätzung zu erhalten. Dabei kommt ein Modellkonzept zur Anwendung, dass u.a. bereits von PAGAN und HONG (1991) beschrieben wurde. Als Einflussgrößen werden bei PETERSMEIER (2003) die relevanten Prädiktoren des Renditemodells herangezogen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Untersuchungen von PETERSMEIER (2003) die Überlegenheit nichtparametrischer Renditeprognosen gegenüber linearen Alternativen bestätigen und dass nichtparametrische Risikoschätzungen für die Asset Allokation erhebliches Potential bieten.

##### 4.4.4.2 Hildebrandt und Poddig: Kernregression im Asset Management

Die Studie von HILDEBRANDT und PODDIG (2008) stellt eine Voruntersuchung der vorliegenden Arbeit dar. Als Zielgrößen berücksichtigt diese Studie Aktien- (Europa, Deutschland sowie Emerging Markets) und Bondindizes (Europa und USA). Als exogene Variablen stehen neben diesen und weiteren Aktien- und Bondindizes auch Zins- und Wechselkursänderungen, Konjunkturdaten sowie Rohstoffdaten zur Verfügung. Die exogenen Variablen werden um ein bis einschließlich drei Monate zeitverzögert berücksichtigt. Alle Daten liegen als Monatsschlusskurse des Zeitraums 12/1998 bis

---

men 43 Bilanzkennzahlen (z.B. Eigenkapitalquote, -rentabilität, Cash Flow usw.) zum Einsatz. Als Ergebnis wird festgehalten, dass eine geeignete Prognose nicht möglich ist, vgl. PETERSMEIER (2003) S. 417f. Die möglichen Gründe sind vielschichtig und ihre Diskussion hier nicht zielführend.

<sup>1</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 329,340.

<sup>2</sup> Automobiles & Transportation, Banks & Financial Services, Chemicals & Pharma, Construction, Insurance, Machinery & Industrial, Retail & Consumer, Software & Technology, Utilities & Telecommunication.

<sup>3</sup> Aktienindizes, Geldmengen, Bundesanleihen, Geschäftsklima, Auftragseingänge, Industrieproduktion, Wechselkurse, Energiepreisindex, Preisindizes, Inflationsrate.

<sup>4</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 360f.

01/2007 vor (Schätzzeitraum 12/1998 bis 01/2005, rollierende Generalisierung 02/2005 bis 01/2007).

Die Kernregression kommt in Verbindung mit einem kernbasierten Signifikanztest zum Einsatz.<sup>1</sup> Zu Vergleichszwecken werden eine multivariate lineare Regression, der rollierende empirische Mittelwert und eine naive Prognose berücksichtigt. Die Prädiktorselektion der nichtparametrischen Kernregression zeigt für die herangezogenen Monatsrenditen signifikante Zusammenhänge mit den berücksichtigten exogenen Variablen. Die signifikanztestbasierte Kernregressionsschätzung liefert die beste über alle Zielmärkte gemittelte Wegstrecke. In dem Beitrag wird ebenfalls die Generierung von Risikoprognosen mittels der Kernregression beschrieben. Die Kernregression zeigt beim Vergleich der beobachteten Abweichungen von der Renditeprognose mit der Prognose dieser Abweichung den kleinsten Prognosefehler (RMSE) und das höchste Bestimmtheitsmaß (siehe Tabelle 4.2).<sup>2</sup>

Tabelle 4.2: Mittlere Prognosegüte 02/2005 bis 01/2007. Entnommen aus HILDEBRANDT und PÖDDIG (2008) S. 273

Renditemodell	RMSE	Trefferquote	Wegstrecke
Kernregr.	3,45 %	60 %	32 %
Lin. Reg.	4,58 %	55 %	12 %
naiv	4,40 %	53 %	11 %
hist. MW	3,21 %	60 %	22 %
Risikomodell	RMSE	$\tilde{R}^2$	
Kernregr.	0,28 %	44 %	
GARCH	0,34 %	14 %	
hist. Var.	0,39 %	03 %	

Die durch die Prognosen zu generierende Performance wird mittels der Renditedifferenz des jeweils aufgrund der Portfolio-Selection mit Risikoaversionsparameter  $\lambda = 3$  gebildeten Portfolios gegenüber einem gleichgewichteten Benchmarkportfolio untersucht. Die Kernregression zeigt die höchste Überrendite und die beste Sharpe-Ratio. Insbesondere ergibt sich durch die Verwendung der nichtparametrischen Risikoprognosen anstatt der empirischen Kovarianzmatrix der Residuen in Verbindung mit der Kernregressionsschätzung der Renditen eine höhere Rendite bei niedrigerer Volatilität. Die Verwendung des GARCH-Vergleichmodells erzielt hingegen keine Verbesserung der Performance (siehe Tabelle 4.3).

<sup>1</sup> Derartige Tests werden in Abschnitt 4.5.3 noch zu diskutieren sein.

<sup>2</sup> Da der tatsächliche Erwartungswert bzw. die wahre Varianz der Renditen unbeobachtbar sind, werden die beobachteten Renditen bzw. die quadrierten Residuen des Renditemodells als Zielgrößen berücksichtigt.

Tabelle 4.3: Annualisierte Performance 02/2005 bis 01/2007. Entnommen aus HILDEBRANDT und PODDIG (2008) S. 274

Renditeprognose	Risikoprognose	Überrendite	Volatilität	Sharpe-Ratio
Kernregr.	Kernregr.	6,45 %	9,18 %	0,70
Kernregr.	hist. (Ko-)Var.	4,71 %	10,87 %	0,43
Lin. Reg.	GARCH	-10,95 %	10,09 %	
Lin. Reg.	hist. (Ko-)Var.	-11,44 %	9,17 %	
naiv	hist. (Ko-)Var.	0,06 %	18,84 %	0,00
hist. MW	hist. (Ko-)Var.	-6,47 %	7,91 %	

Die Ergebnisse dieser Voruntersuchung zeigen, dass mit dem vorgestellten Modellansatz eine deutliche Performancesteigerung erzielt werden kann. Nach einer Darstellung der Modellierung sollen umfangreichere empirische Untersuchungen zeigen, ob eine solche Verbesserung auch in dieser Deutlichkeit durchgängig erwartet werden kann.

#### 4.4.5 Zwischenfazit

Die diskutierten bisherigen empirischen Arbeiten zeigen eindrucksvoll, dass die nichtparametrische Kernregressionsschätzung ein robustes und parametrischen sowie einigen nichtparametrischen Alternativen überlegenes Werkzeug darstellt. Darüber hinaus werden zwei wesentliche Forschungsfragen aufgeworfen.

Zum einen stellt die Modell- und Variablenselektion einen elementaren Ergebnistreiber des Verfahrens dar. Außer PETERSMEIER (2003) und HILDEBRANDT und PODDIG (2008) verwendet keine der genannten Studien eine Kernregression mit signifikanztestbasierter Prädiktorselektion, siehe Tabelle 4.4. Die Identifikation relevanter Einflussgrößen gehört zu den interessantesten Bereichen der Kapitalmarktforschung. Welches Verfahren dazu am geeignetesten erscheint, sollen die Betrachtungen in Abschnitt 4.5.3 ergründen.

Zum anderen ist die Modellierung des mit der Prognose verbundenen Risikos in den bisherigen Arbeiten gar nicht oder nur ansatzweise beleuchtet worden. Mit HILDEBRANDT und PODDIG (2008) berücksichtigt einzig die Voruntersuchung zu der vorliegenden Arbeit eine Kernregression mit signifikanztestbasierter Prädiktorselektion zur Risikomodellierung, siehe Tabelle 4.4. Die Methodik der konsistenten integrierten Modellierung von Renditeerwartungen und -risiken soll in Kapitel 5 umfassend eingeführt werden.

Tabelle 4.4: Überblick über finanzwirtschaftliche Studien

<b>Studien Renditeerwartung</b>	<b>Zielgröße(n)</b>	<b>Dimensionsreduktion</b>
PODDIG (1994)	3-Monats-Geldmarktzins	Hauptkomponentenanalyse
LEUNG, CHEN und DAOUK (2000)	div. Währungen	Kreuzvalidierung
WOLBERG (2000)	div. Aktien (Einzeltitel)	Kreuzvalidierung
DICHTL (2001)	div. Indizes (Aktien, Bonds, Rohstoffe)	Hauptkomponentenanalyse
BECKERS und BLAIR (2003)	Aktien- & Bondindex Europa	Heuristik
RICHTER, PODDIG und HILDEBRANDT (2007)	Euro-US\$, DAX, Bundesschatzbriefe	Hauptkomponentenanalyse, Kreuzvalidierung
CHAVARNAKUL und ENKE (2008)	S&P500	keine, nur autoregressive Größen
LI ET AL. (2008)	Dow Jones, S&P500	keine, nur autoregressive Größen
<b>Studie Prognoserisiko</b>	<b>Zielgröße(n)</b>	<b>Dimensionsreduktion</b>
CHEN und LEUNG (2005)	Wechselkurskorrelationen	Kreuzvalidierung
<b>Studien Renditeerwartung &amp; Risiko</b>	<b>Zielgröße(n)</b>	<b>Dimensionsreduktion</b>
PETERSMEIER (2003)	deutsche Branchenindizes (Aktien)	Signifikanztest, Kreuzvalidierung (nur Renditemodell)
HILDEBRANDT und PODDIG (2008)	Aktien- & Bondindizes Europa	Signifikanztest

## 4.5 Dimensionsreduktion und Prädiktorselektion

### 4.5.1 Vorbemerkungen

Ein zentraler Grund für den Zwang zur Dimensionsreduktion bzw. Selektion der relevanten Größen liegt im Fluch der Dimension bei nichtparametrischen Verfahren, auf die im folgenden Abschnitt eingegangen wird.

Neben der reinen Anzahl von Einflussgrößen können insbesondere einzelne irrelevante Einflussgrößen die Eigenschaften des Schätzers zerstören. Das Problem der Irrelevanz einzelner Variablen bei kernbasierten Verfahren muss deutlich hervorgehoben werden. EFROMOVICH (2005) betont den Einfluss weiterer, evtl. irrelevanter Einflussgrößen auf

die Bewertung einzelner relevanter Variablen: „Existing treatments of kernel methods, in particular, bandwidth selection methods, presume that all variables are relevant. For example, existing treatments of plug-in or cross-validation methods presume that all covariates in a regression model are in fact relevant, i.e., that all covariates help [to] explain variation in the outcome (i.e., the dependent variable). When this is not the case, however, existing results such as rates of convergence and the behaviour of bandwidths no longer hold.“<sup>1</sup> Irrelevante Variablen müssen daher im Rahmen einer Prädiktorselektion herausgefiltert werden, bzw. es müssen die relevanten Variablen identifiziert werden.<sup>2</sup>

### 4.5.2 Fluch der Dimension

Allgemein muss bei der Anwendung von Regressionsverfahren der Stichproben- bzw. Schätzdatenumfang ausreichend groß sein, um die Parameter valide zu schätzen und Inferenzanalysen durchzuführen.

Der notwendige Stichprobenumfang einer multivariaten linearen Regressionsanalyse hängt von der Anzahl der Regressoren, dem geforderten Signifikanzniveau des F-Tests, dem Bestimmtheitsmaß und dem maximal tolerierten Fehler 2. Art ab. Gängige Approximationen des notwendigen Stichprobenumfangs stellen einen validen Test auf Signifikanz der Parameter sicher. Jedoch erfordert eine akkurate Schätzung der Parameter und einer nützlichen Prognosegleichung eine größere Stichprobe. Für die lineare Regression nennt eine Faustformel das Zehntel des Schätzdatenumfangs als Obergrenze für die Anzahl der Regressoren.<sup>3</sup>

Ein allgemeines, allerdings bei nichtparametrischen Verfahren extrem bedeutsames Problem liegt im sog. *Fluch der Dimension* (Curse of Dimensionality).<sup>4</sup> Mit steigender Anzahl von Einflussgrößen steigt die latente Ungenauigkeit der Schätzung.<sup>5</sup> Dies liegt am sog. *Empty Space Phenomenon*, bei dem in hohen Dimensionen bei einer moderaten Anzahl von Schätzdaten viele Bereiche nahezu keine Beobachtungen enthalten, weswegen

---

<sup>1</sup> LI und RACINE (2007) S. xix.

<sup>2</sup> Die Störung eines Modells durch einzelne irrelevante Größen führt auch dazu, dass eine spezielle Form der sog. Rückwärtssuche bei kernbasierten Verfahren nicht sinnvoll eingesetzt werden kann. Bei dieser speziellen Form wird nach denjenigen Größen gesucht, die auf das Gesamtmodell mit allen zur Verfügung stehenden Informationen einen signifikanten Einfluss haben. Zwar hat diese Form der Variablenauswahl den großen Vorteil, dass sie in einem einzigen Durchlauf jeden Prädiktorkandidat nur einmal und dabei im Zusammenhang mit allen verfügbaren Informationen auf Relevanz prüft, jedoch ist eine solche Betrachtung aller verfügbaren Informationen in einem Modell schon dann nicht mehr modelltechnisch adäquat durchführbar, wenn eine einzelne irrelevante Größe berücksichtigt wird, da diese die Schätzung stört.

<sup>3</sup> Vgl. KNÖFCZYNSKI und MUNDFROM (2008) mit weiteren Verweisen.

<sup>4</sup> Vgl. SCOTT (1992) S. 195; GYÖRFI ET AL. (2002) S. 23f.

<sup>5</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 22-27, 196-199.

dort eine Schätzung gar nicht sinnvoll möglich ist.<sup>1</sup> Daraus folgt ein methodisch notwendiger minimaler Datenumfang in Abhängigkeit von der Anzahl der Einflussgrößen bzw. eine maximal zulässige Anzahl von Einflussgrößen in Abhängigkeit vom Datenumfang.

SILVERMAN (1986) gibt abhängig von der Anzahl der Regressoren den erforderlichen (exponentiell steigenden) Schätzdatenumfang an (siehe Tabelle 4.5), um das Problem zu verdeutlichen und die sich daraus ergebenden Anforderung zu operationalisieren.<sup>2</sup>

Tabelle 4.5: Datenanforderung in Abhängigkeit von der Modellkomplexität

Anzahl der Einflussgrößen	Erforderlicher Stichprobenumfang
1	4
2	19
3	67
4	223
5	768
6	2.790
7	10.700
8	43.700
9	187.000
10	842.000

Quelle: SILVERMAN (1986) S. 94

SCOTT und WAND (1991) stellen umfangreichere Simulationsrechnungen mit verschiedenen Fehlermaßen an und empfehlen für 200-300 Schätzdaten<sup>3</sup> eine Höchstgrenze von vier Regressoren.<sup>4</sup> Eine Modellschätzung mit mehr Prädiktoren bei konstantem Schätzdatenumfang ist möglich, jedoch muss ein höherer erwarteter Schätzfehler toleriert werden. In dünn besetzten Bereichen nähert sich der Schätzer der nächstliegenden Beobachtung oder dem empirischen Mittelwert.

Eine Begrenzung der Anzahl der Regressoren ist auch aus ökonomischer Sicht sinnvoll. Schließlich sollen nur kausale und zeitstabile Wirkungszusammenhänge berücksichtigt

---

<sup>1</sup> Vgl. SILVERMAN (1986) S. 93.

<sup>2</sup> Vgl. SILVERMAN (1986) S. 94.

<sup>3</sup> Bei Monatsdaten entspricht dieser Umfang einem Schätzzeitraum von ca. 15-25 Jahren und ist für die späteren empirischen Untersuchungen relevant.

<sup>4</sup> Vgl. SCOTT und WAND (1991) S. 201, Tab. 2. Sämtlichen Zahlen liegen Simulationsrechnungen für idealisierte Kerndichteschätzungen normalverteilter Daten und moderate Fehlergrenzen zugrunde. Bei strengeren Fehlergrenzen erfordert eine Schätzung mit nur einer Einflussgröße bereits ca. 50 Daten. Bei moderateren Fehlergrenzen werden bei 5 Prädiktoren etwa 300 Beobachtungen benötigt, vgl. SCOTT und WAND (1991) S. 202.

werden. Diese sind mit einem entsprechenden Verfahren aus der Menge der Prädiktor-kandidaten zu selektieren.

### 4.5.3 Signifikanztests für Kernregressionsschätzung

#### 4.5.3.1 Vorbemerkungen

Dieser Abschnitt geht der Frage der theoretischen Eignung, der Umsetzbarkeit und der Leistungsfähigkeit verschiedener Ansätze zur Prädiktorselektion für die nichtparametrische Kernregression nach. Verschiedene entsprechende Signifikanztests sollen analysiert und miteinander verglichen werden. Im Rahmen eines späteren empirischen Vergleichs sollen ebenfalls methodisch einfachere, rechenintensivere Selektionsansätze mit Kreuzvalidierungen<sup>1</sup> berücksichtigt werden.<sup>2</sup>

Ein Test auf Signifikanz des Einflusses zusätzlicher Variablen auf ein vorhandenes kernbasiertes Regressionsmodell postuliert in der Nullhypothese die Gleichheit der beiden Modelle. Eine Ablehnung der Nullhypothese impliziert fast sicher einen tatsächlich vorhandenen Einfluss der zusätzlichen Variablen, da die Verteilung der Teststatistik asymptotisch – d.h. mit steigender Anzahl an Beobachtungen – gegen eine bekannte Verteilung konvergiert und somit die Irrtumswahrscheinlichkeit kontrolliert werden kann. Ein als signifikant identifizierter Einfluss einer Variablen auf die Erwartungswertschätzung führt zu einer Verbesserung der Anpassung, da entsprechende Teststatistiken vom Schätzfehler abhängen und Einflüsse bestrafen, die den Fehler vergrößern.

Die nichtparametrische Prädiktorselektion ist ein aktives Forschungsfeld sowohl der mathematischen Statistik als auch der nichtparametrischen Ökonometrie, wobei die Grenzen hier fließend sind.<sup>3</sup> Für die schrittweise Prädiktorselektion (z.B. Vorwärtssuche) ist der sog. verschachtelte Fall (Nested Case) relevant, da sich bei Aufnahme weiterer Variablen in ein bestehendes Modell die Variablen der zu vergleichenden Modellvarianten (bestehendes Modell vs. Modell mit einer weiteren Variable) überschneiden.<sup>4</sup>

---

<sup>1</sup> Vgl. HASTIE, TIBSHIRANI und FRIEDMAN (2006) S. 214ff.

<sup>2</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 249-253.

<sup>3</sup> Vgl. YATCHEW (1992); GOZALO (1993); weitere Verweise bei FAN und LI (1996) bzw. LAVERGNE und VUONG (2000).

<sup>4</sup> Der nichtverschachtelte Fall (Non-Nested Case), wo Modelle mit überschneidungsfreien Variablenmengen verglichen werden, ist methodisch anders zu behandeln, vgl. PETERSMEIER (2003) S. 254f. Er hat aber praktisch keine Bedeutung, da i.d.R. keine derart verschiedenen Variablenmengen miteinander verglichen werden.

4.5.3.2 Der Test von Fan und Li

FAN und LI (1996) haben einen entsprechenden Signifikanztest auf Relevanz weiterer Variablen vorgestellt.<sup>1</sup> Dieser Test wird hier in der Form nach LI und RACINE (2007) umrissen. Die Nullhypothese

$$H_0 : E(Y|W, Z) = E(Y|W) \quad (4.20)$$

mit  $W$ : im Modell berücksichtigte Variable(n)  
 $Z$ : auf Relevanz zu prüfende Variable(n)

wird mittels der asymptotisch standardnormalverteilten Teststatistik  $I/\hat{\sigma}$  überprüft, wobei

$$I = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left[ (Y_i - \hat{Y}_i) \hat{f}_{W_i}(Y_j - \hat{Y}_j) \hat{f}_{W_j} \prod_{s=1}^{\dim(X)} \frac{1}{h_s} K\left(\frac{X_{is} - X_{js}}{h_s}\right) \right] \quad (4.21)$$

mit  $X = (W, Z)$ : Menge der vorhanden und zu prüfenden Variablen  
 $\hat{f}_{W_i}$ : Schätzer für die Verteilungsdichtefunktion der  $W_i$   
 $\hat{Y}_i$ : Kernregressionsschätzung für  $Y_i$   
 $h_s$ : separate Bandweite für Einflussgröße  $s$   
 $\hat{\sigma}$ : Schätzung der Standardabweichung der Teststatistik

Die Schätzung der Standardabweichung der Teststatistik ist relativ aufwändig.<sup>2</sup> Der Test nimmt separat geschätzte optimale Bandweiten in Verbindung mit einem Produktkern an. Diese Konfiguration widerspricht dem in der vorliegenden Arbeit präferierten Ansatz. Der Test ist aufgrund von langsamer asymptotischer Konvergenz ungeeignet für kleine Stichproben, wie LI (1999) sowie LAVERGNE und VUONG (2000) anhand von Datensätzen mit 100 bzw. 200 Datenpunkten zeigen.<sup>3</sup> Bei Monatsdaten würden daher Schätzzeiträume von gut 15 Jahren nicht ausreichen. Darüber hinaus sind die Voraussetzungen des Tests bei einer kleinen Anzahl von Einflussgrößen nicht immer zu erfüllen. Dies betrifft insbesondere den Fall der Prüfung einer Hinzunahme einer zweiten Einflussgröße in ein Modell mit einem einzigen Prädiktor.<sup>4</sup> Damit ist der Test für die praktische Anwendung zu ungenau.

<sup>1</sup> Der Test von FAN und LI (1996) wurde von PETERSMEIER (2003) für Untersuchungen zur Verwendung von Kernregressionsschätzern im Asset Management berücksichtigt.

<sup>2</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 372. Auf die Darstellung der Herleitung der asymptotischen Verteilung wird hier aus Gründen der Lesbarkeit verzichtet.

<sup>3</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 578f, 584.

<sup>4</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 581.

#### 4.5.3.3 Der Test von Lavergne und Vuong

LAVERGNE und VUONG (2000) haben eine unverzerrte und damit exaktere Version des Tests von FAN und LI (1996) entwickelt. Abweichend zu obiger Formulierung seien  $X_1 \subset X_2 = (X_1, Z)$  verschachtelte Mengen potentiell erklärender Variablen. Die Nullhypothese

$$H_0 : E(Y|X_1) = E(Y|X_2) \quad (4.22)$$

lässt sich äquivalent als

$$H_0 : E(Y - E(Y|X_1)|X_2) = 0 \quad (4.23)$$

darstellen, um deutlich zu machen, dass getestet werden soll, ob  $X_2$  einen zusätzlichen Informationswert liefern kann. Die Teststatistik

$$V = \frac{(N-4)!}{N!} \sum_{\{i,j,k,\ell\} \in \{1,\dots,N\}} (Y_i - Y_k)(Y_j - Y_\ell) K_{1ik} K_{1j\ell} K_{2ij} \quad (4.24)$$

ist asymptotisch normalverteilt. Erwartungswert und Varianz der Teststatistik können anhand (4.24) bestimmt werden, jedoch existieren numerisch effizientere Berechnungsansätze.<sup>1</sup>

$$K_{pij} = \frac{1}{h_p^{\dim(X_p)}} K \left( \frac{\|X_{pi} - X_{pj}\|}{h_p} \right) \quad (4.25)$$

ist ein Normkern und  $h_p$  für  $p = 1, 2$  die optimierte Bandweite für das Modell mit  $X_1$  bzw.  $X_2$ . Zur Berechnung der Teststatistik kann die Formel 4.24 basierend auf beobachteten Daten, der Bandweite und der Kernfunktion direkt ausgewertet werden.<sup>2</sup>

Obwohl beide Teststatistiken auf demselben Hypothesentest basieren, existieren wichtige Unterschiede. Zum einen erlaubt (4.24) auch den Normkern. Zum anderen ist die Teststatistik (4.24) weniger verzerrt.<sup>3</sup> Dies liegt u.a. an einer geringeren Sensitivität auf ungenau geschätzte Bandweiten.<sup>4</sup> Der Test von LAVERGNE und VUONG (2000) ist daher vorzuziehen, wie auch LI und RACINE (2007) empfehlen.<sup>5</sup>

Die Teststatistik (4.24) basiert auf einer asymptotischen Verteilungsannahme, die mathematisch-statistisch hergeleitet wurde.<sup>6</sup> Eine solche Herleitung basiert wesentlich auf mehr oder weniger restriktiven Annahmen. Bei der Anwendung des Tests muss daher die Erfüllung dieser Voraussetzungen – evtl. auch fallweise – überprüft werden.

<sup>1</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 579. Auf die Darstellung der Herleitung der asymptotischen Verteilung wird hier aus Gründen der Lesbarkeit verzichtet.

<sup>2</sup> Lavergne hat den Test für das halbkommerzielle Statistiksoftwarepaket „XploRe“ implementiert. Eine Wiedergabe dieses Algorithmus, der aufgrund numerischer Methoden zur effizienten Berechnung der Summe in (4.24) unübersichtlich geraten ist, trägt nicht zum besseren Verständnis des Tests bei.

<sup>3</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 578.

<sup>4</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 580, 585.

<sup>5</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 373.

<sup>6</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 577ff.

Der Test nach LAVERGNE und VUONG (2000) basiert auf üblichen Unabhängigkeits-, Glattheits- und Konvergenzannahmen.<sup>1</sup> Die größte Herausforderung bei der Herleitung sind die Auswirkungen des Bias-Varianz-Dilemmas<sup>2</sup> der nichtparametrischen Regression auf die asymptotische Verteilung der Teststatistik. LAVERGNE und VUONG (2000) zeigen theoretisch und anhand empirischer Studien, dass das Bias-Varianz-Dilemma die Verteilungseigenschaften nicht zerstört.<sup>3</sup>

#### 4.5.3.4 Alternative Tests

AIT-SAHALIA, BICKEL und STOKER (2001) stellen einen verallgemeinerten Test vor, bei dem eine andere Teststatistik ohne Dichteschätzung verwendet werden kann. Diese Verallgemeinerung verkompliziert die Abschätzung der asymptotischen Verteilung erheblich. Darüber hinaus ist fraglich, ob die getroffenen Annahmen mit einer nichtparametrischen Modellierung vereinbar sind. Schließlich setzt der verallgemeinerte Test kompakte Kernfunktionen voraus und ist damit hier nicht anwendbar.

Alternativ zu asymptotischen Verteilungsannahmen, die teilweise nicht für kleine Stichproben gültig sind, lässt sich die Verteilung der Teststatistik über Bootstrap-Ansätze bestimmen.<sup>4</sup> Dieser Ansatz ist in der aktuellen Literatur sehr populär.<sup>5</sup> Unter *Bootstrap* wird in der Statistik ein Resamplingansatz verstanden, bei dem aus der Schätzmenge wiederholt zufällig weitere Stichproben gezogen werden, um die Datengrundlage künstlich zu erweitern. Dazu werden zufällig einzelne Beobachtungen aus der Schätzmenge gezogen und zu einer neuen Stichprobe zusammengefasst. Die einzelnen Daten der Bootstrapstichproben sind somit die bereits in der Schätzmenge vorhandenen, neu ist der Stichprobenumfang, die Reihenfolge der Daten und deren Zusammensetzung, da nicht notwendigerweise alle Beobachtungen übernommen werden und einzelne Beobachtungen mehrfach gezogen werden können. Hierin liegen auch die Unterschiede zur Kreuzvalidierung (Jackknife), bei der die disjunkten Unterstichproben nach einer festen

---

<sup>1</sup> Die Diskussion dieser Annahmen ist hier nicht zielführend. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 579 nennen als die drei zentralen Voraussetzungen (1.)  $(X_{2i}, Y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  ist eine unabhängige, identisch verteilte Stichprobe einer absolut stetigen Verteilung mit endlichen höheren Momenten. (2.) Der unbekannt funktionale Zusammenhang und die verwendete(n) Kernfunktion(en) erfüllen übliche Glattheitsbedingungen der nichtparametrischen Regression. (3.) Es gelten übliche Konvergenzbedingung in Bezug auf die Bandweite(n). Insbesondere steigt mit der Dimension des Modells die Varianz der Schätzung.

<sup>2</sup> Vgl. GYÖRFI ET AL. (2002) S. 24f.

<sup>3</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000) S. 580.

<sup>4</sup> Vgl. LI und RACINE (2007) S. 373.

<sup>5</sup> Vgl. FAN und LINTON (2003), CORRADI und SWANSON (2006), LI und TKACZ (2006), RACINE, HART und LI (2006), BAO, LEE und SALTOGLU (2007), LI und RACINE (2007), HSIAO, LI und RACINE (2007), DEL VAL, BIELSA und FORTIANA (2007), LAVERGNE und PATILEA (2008) sowie EINMAHL und VAN KEILEGOM (2008).

Vorschrift und nicht zufällig bestimmt werden.<sup>1</sup> Unter Berücksichtigung der hohen Rechenzeiten von Bootstrap-Verfahren und der verbesserten asymptotischen Konvergenz des Tests nach LAVERGNE und VUONG (2000) sollen Bootstrap-Ansätze jedoch in dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden.

Mittels eines Signifikanztests lässt sich eine Prädiktorselektion statistisch fundiert und automatisiert durchführen. Aufgrund des Fluchs der Dimension muss die Selektion jedoch in Abhängigkeit vom Schätzdatenumfang bei einer gewissen Anzahl selektierter Prädiktoren beendet werden. Einen Ausweg bieten Modellkombinationen.

### 4.5.4 Kombination von Prognosemodellen

Bei der Berücksichtigung vieler Prädiktorkandidaten sind eventuell mehr Einflussgrößen relevant, als aufgrund des Fluchs der Dimension in Abhängigkeit von der Schätzdatenanzahl in einem Kernregressionsmodell berücksichtigt werden können. Mögliche Gründe für viele relevante Einflussgrößen sind komplexe Zusammenhänge zwischen der Zielgröße und mehreren werttreibenden Faktoren.

In einem solchen Fall bietet sich eine Kombination von mehreren Modellen an. Mit jeder Variable, die einen signifikanten Einfluss auf die Zielgröße hat, kann zunächst ein univariates Modell geschätzt werden.<sup>2</sup> Die Kombination dieser Einzelmodelle wird entweder im Rahmen sog. Multistage-Modelle oder durch eine einfache Durchschnittsbildung realisiert.<sup>3</sup> Aufgrund der Diskussion der Kombination von Modellen in Abschnitt 3.5.4 wird in einem solchen Fall eine Kombination über den Mittelwert der Schätzungen präferiert.

Diese Vorgehensweise hat zwei Vorteile. Zum einen kann in univariaten Kernregressionen die Relevanz der Einflussgrößen über die Bandweiten der jeweiligen Modelle beurteilt werden.<sup>4</sup> Zum anderen lassen sich in mehreren weniger komplexen Modellen mehr Variablen berücksichtigen als in einem einzigen komplexen Modell.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.1.

<sup>2</sup> Die Schätzung eines Modell für z.B. jede mögliche dreielementige Teilmenge der Prädiktoren wäre rechentechnisch extrem aufwändig. Zudem wurden die Prädiktoren aufgrund ihres univariaten Einflusses auf die Zielgröße selektiert, das Verhalten im Zusammenhang mit anderen Prädiktoren in multivariaten Modellen müsste zunächst analysiert werden.

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.4.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 4.2.4.

## 4.6 Zwischenfazit

Nach der Diskussion des nichtparametrischen Kernregressionsschätzers hat die Analyse bisheriger finanzwirtschaftlicher Anwendungen im vorherigen Kapitel zwei wesentliche Fragestellungen aufgeworfen. Der letzte Abschnitt hat mit der Analyse kernbasierter Signifikanztests zur Prädiktorselektion die erste Fragestellung theoretisch behandelt. Das folgende Kapitel widmet sich der Konsistenz des mit der Prognose verbundenen Risikos, insbesondere der Anwendung der kernbasierten Prädiktorselektion auf Risikomodelle und damit der zweiten wesentlichen Forschungsrichtung, bevor im weiteren Verlauf der Arbeit die eigenen empirischen Untersuchungen beschrieben und ausgewertet werden.



# 5 Modellierung von Erwartungen und Risiken im Asset Management

Der im vorherigen Kapitel diskutierte Nadaraya-Watson-Kernregressionsschätzer ist nach bisherigen empirischen Vergleichen mit alternativen parametrischen und nichtparametrischen Verfahren anscheinend grundsätzlich zur Verbesserung der Prognosequalität geeignet. Besonders hervorzuheben ist die Existenz von speziellen kernbasierten Signifikanztests mit asymptotischer Verteilungseigenschaft zur Prädiktorselektion, weil damit die Modellbildung statistisch fundiert und automatisiert werden kann.

Die Prognosequalität und die Aufgabe der nichtparametrischen Prädiktorselektion betrifft bei ökonometrischen Modellen neben dem Renditeerwartungswert insbesondere auch Risikomodelle, also Renditevolatilitäten und -korrelationen. Von zentraler Bedeutung ist dabei die konsistente Modellierung der Rendite- und Risikoschätzung, der sich dieses Kapitel widmet. Neben der Interdependenz von Renditeschätzung und dem damit verbundenen Risiko sind insbesondere die Interdependenzen zwischen den verschiedenen im Asset Management zu modellierenden Assets zu berücksichtigen.

## 5.1 Vorbemerkungen

Zur Schätzung eines heteroskedastischen Regressionsmodells

$$Y = E(Y|X) + \sigma(Y|X) \varepsilon \quad (5.1)$$

mit

- $Y$ : Zielgröße, Zufallsvariable
- $X$ : Einflussgröße(n), Zufallsvariablen
- $E(Y|X)$ : bedingter Erwartungswert von  $Y$  unter  $X$
- $\sigma^2(Y|X)$ : bedingte Varianz von  $Y$  unter  $X$
- $\varepsilon$ : Störterm,  $E(\varepsilon) = 0$ ,  $\text{Var}(\varepsilon) = 1$

sind der bedingte Erwartungswert und die bedingte Varianz (bzw. die Standardabweichung als Quadratwurzel der Varianz) zu schätzen.<sup>1</sup>  $\sigma(Y|X)$  wird als nicht konstant

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.1.

angenommen, um (bedingte) Heteroskedastizität berücksichtigen zu können.<sup>1</sup> Häufig werden zur Vereinfachung des doppelten Schätzproblems (5.1) zwar bedingte Erwartungswertschätzer  $E(Y|X)$ , jedoch unbedingte Risikoschätzer verwendet. Als unbedingte Risikoschätzer werden in der Regel empirische historische Standardabweichungen herangezogen.

$$Y = E(Y|X) + \sigma \varepsilon$$

Im Gegensatz zu diesem homoskedastischen Modell mit konstanter Standardabweichung  $\sigma$  ist in Formel 5.1 neben  $E(Y|X)$  eine zweite unbekannt Funktion  $\sigma(Y|X)$  zu schätzen.<sup>2</sup> Das heteroskedastische Modell (5.1) ermöglicht die Modellierung der Volatilität bzw. der Heteroskedastizität der Zielgröße. Gesucht werden indirekte Zusammenhänge mit der mittleren Schwankungsbreite um das Renditemodell, also zwischen den quadrierten Residuen  $(Y - \hat{Y})^2$  und den Einflussgrößen  $X$ .<sup>3</sup> Es existieren Tests zur Überprüfung der Annahme von Heteroskedastizität.<sup>4</sup>

Die zentrale Problemstellung ist nun die nichtparametrische Schätzung der unbekannt Funktionen  $E(Y|X)$  und  $\sigma(Y|X)$ . Der gebräuchlichste nichtparametrische Regressionschätzer, die Kernregression nach Nadaraya-Watson, wurde im vorigen Kapitel umfassend diskutiert. Die Anwendung dieses Schätzers auf die Renditeschätzung  $E(Y|X)$  kann analog zu der Modellgleichung (4.2) erfolgen. Die entsprechende Formulierung liefert der folgende Abschnitt. Die konsistente Modellierung von  $\sigma(Y|X)$  in Verbindung zu  $E(Y|X)$  wird im Anschluss diskutiert.

## 5.2 Modellierung des bedingten Renditeerwartungswertes

Für die Schätzung des bedingten Erwartungswertes von Assetrenditen kann der nichtparametrische Kernregressionsschätzer (4.2) direkt angewendet werden. Für beobachtete Daten  $(X_i, Y_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  und aktuelle Einflussgrößen  $x$  wird

$$\hat{Y}(x) = E(Y|X = x) = \sum_{i=1}^N \omega_i(x) Y_i \quad (5.2)$$

---

<sup>1</sup> Vgl. AKRITAS und VAN KEILEGOM (2001); VAN KEILEGOM und VERAVERBEKE (2002); CHENG (2004); MÜLLER, SCHICK und WEFELMEYER (2004); ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 98ff.

<sup>2</sup> Vgl. EFROMOVICH (1999) S. 119ff, 126ff.

<sup>3</sup> Dieser Ansatz liegt auch der GARCH-Modellfamilie zugrunde, vgl. Abschnitt 5.3.3. Unter dem Begriff Volatility Clustering sind durch GARCH-Modelle zu erklärende Autokorrelationen der Volatilität recht bekannt geworden.

<sup>4</sup> Goldfeld-Quandt-Test, Breusch-Pagan-Test, White-Test; vgl. PODDIG, DICHTL und PETERSMEIER (2003) S. 324; ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 102ff.

mit

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x-X_i\|}{\hat{h}}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x-X_j\|}{\hat{h}}\right)} \quad (5.3)$$

$$\hat{h} = \arg \min_h \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_{-i})^2 \quad (5.4)$$

als Renditeerwartungswertschätzung berechnet, wobei  $\hat{Y}_{-i}$  die Leave-One-Out-Schätzung für  $Y_i$  nach (4.11) ist. Die relevanten Prädiktoren  $X$  werden mittels der Teststatistik nach (4.24)

$$V_Y = \frac{(N-4)!}{N!} \sum_{\{i,j,k,\ell\} \in \{1,\dots,N\}} (Y_i - Y_k)(Y_j - Y_\ell) K_{1ik} K_{1j\ell} K_{2ij} \quad (5.5)$$

selektiert, wobei die  $K_{pij}$  nach Formel 4.25 verwendet werden.

Die Schätzung eines Renditemodells nach (5.2) wurde in zahlreichen Arbeiten theoretisch und empirisch untersucht.<sup>1</sup> Die Variablenselektion über Signifikanztests ist in finanzwirtschaftlichen Anwendungen jedoch die Ausnahme. Der hier verwendete Test ist anderen in früheren Studien verwendeten Versionen vorzuziehen.<sup>2</sup>

## 5.3 Modellierung der bedingten Renditevarianz

### 5.3.1 Vorbemerkungen

Die Risikomodellierung wurde im Asset Management bisher weniger intensiv untersucht. Aufgrund von Untersuchungen, nach denen sich Fehler in geschätzten Varianzen und Kovarianzen viel weniger auf die Asset Allokation auswirken als Fehler in den Renditeschätzungen, wurde der Risikomodellierung wenig Bedeutung beigemessen.<sup>3</sup> Die Fehler einer Renditeschätzung und die Renditevarianz sind jedoch untrennbar miteinander verbundene Größen.<sup>4</sup> Seit einigen Jahren werden daher Schätz- bzw. Prognosefehler verstärkt diskutiert. Im Rahmen der sog. „robusten“ Portfoliooptimierung wird versucht, die Auswirkungen der Schätzfehler auf die Asset Allokation zu reduzieren.<sup>5</sup> Laut SCHERER (2007) tragen die vorgeschlagenen Optimierungsansätze nicht zur Lösung des Problems bei. Um die Schätzunsicherheit in der Asset Allokation berücksichtigen zu können, ist es

<sup>1</sup> Vgl. Kapitel 4, insbesondere Abschnitt 4.4. Vgl. auch DICHTL (2001) und PETERSMEIER (2003).

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.3 und PETERSMEIER (2003) mit dem ähnlichen Test nach FAN und LI (1996).

<sup>3</sup> Vgl. KALLBERG und ZIEMBA (1984), CHOPRA und ZIEMBA (1993) sowie PETERSMEIER (2003) S. 30f.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.2.

<sup>5</sup> Vgl. BRINKMANN (2007), HEROLD (2004).

daher modelltheoretisch zielführender, die Risiken einer Renditeprognose auf dem Renditemodell basierend zu modellieren.<sup>1</sup> Der folgende Abschnitt stellt die Verbindung zwischen diesem Risikobegriff und dem heteroskedastischen Regressionsmodell (5.1) her.

### 5.3.2 Konsistente Modellierung

Das Modell (5.1) wird in der Regel nicht simultan geschätzt, d.h. die beiden unbekanntem zu schätzenden Funktionen  $E(Y|X)$  und  $\sigma(Y|X)$  werden regelmäßig partiell modelliert. Die Modellierung muss jedoch konsistent erfolgen, da die beiden Größen offensichtlich zusammen die Zielgröße schätzen. Die konsistente Modellierung von (5.1) erfolgt in zwei Stufen. Zunächst wird für die Schätzdaten eine Renditeschätzung  $\hat{Y}$  gemäß dem vorhergehenden Abschnitt 5.2 berechnet. Das Modell (5.1) ist konsistent zur Definition der Varianz, zur Modellierung der unbekanntem Funktion  $\sigma(Y|X)$  lässt es sich wie folgt umformen, wenn eine Schätzung  $\hat{Y}$  des Erwartungswertes  $E(Y|X)$  vorliegt.

$$Y = \hat{Y} + \sigma(Y|X) \varepsilon \quad (5.6)$$

$$\Leftrightarrow Y - \hat{Y} = \sigma(Y|X) \varepsilon \quad (5.7)$$

Die bedingte Varianz der Schätzung für  $Y$  wird daher über die quadratischen Abweichungen der Zielgröße von den Renditeschätzern modelliert.<sup>2</sup>

$$\text{Var}(Y|X) = \sigma^2(Y|X) = E\left((Y - \hat{Y})^2|X\right) \quad (5.8)$$

Dies ist der Standardansatz zur Berücksichtigung von Heteroskedastizität.<sup>3</sup> Die Darstellung der Varianz lässt sich nach dem sog. Varianzverschiebungssatz zu

$$\text{Var}(Y|X) = E\left((Y - E(Y|X))^2|X\right) = E(Y^2|X) - (E(Y|X))^2$$

umformen. Einige frühere Arbeiten zur Modellierung der Varianz beruhen auf dieser Darstellung.<sup>4</sup> Jedoch hat sich die Version (5.8) durchgesetzt.<sup>5</sup>

Für die Schätzung der bedingten Varianz benötigt man ein Renditemodell als Voraussetzung, und nur in Zusammenhang mit den berücksichtigten Renditeschätzungen sind die

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 2.3.2.

<sup>2</sup> Insbesondere wird zwar nicht davon ausgegangen, dass in den Residuen des Renditemodells noch Zusammenhänge zu den Einflussgrößen entdeckt werden können, jedoch existieren solche Zusammenhänge evtl. für die quadrierten Residuen, wenn nur das Vorzeichen der Abweichung nicht erklärbar ist, jedoch die Ausprägung der Schwankung, siehe *Volatility Clustering*.

<sup>3</sup> Vgl. ENGLE (1982) S. 988.

<sup>4</sup> Vgl. z.B. PAGAN und ULLAH (1999) S. 79 oder PETERSMEIER (2003).

<sup>5</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 671; HALL und MITCHELL (2007) S. 3; DETTE, NEUMEYER und VAN KEILEGOM (2007) S. 905.

Varianzschätzungen überhaupt interpretierbar. Insbesondere modelliert man die als Residuen bezeichneten Abweichungen der früheren Beobachtungen von den jeweiligen Renditeerwartungswertschätzungen anstatt der Abweichungen vom historischen Mittelwert, der bei der Berechnung der empirischen Varianz heranzuziehen wäre.<sup>1</sup> Eine Nichtberücksichtigung der verwendeten Renditeerwartungswertschätzung führt zu einer falschen Risikomessung.<sup>2</sup> Die Risikomodellierung und damit die resultierenden Prognosen sind vice versa stets im Verbund mit den berücksichtigten Renditeprognosen zu verwenden.<sup>3</sup>

Bei der Interpretation des aufgrund der quadrierten Residuen berechneten Schätzrisikos ist jedoch zu berücksichtigen, dass es sich bei den zugrundeliegenden Renditeschätzdaten um die Schätzmenge handelt, die zur Modellanpassung herangezogen wurde. Auf dieser Schätzmenge wird der Schätzfehler eher unterschätzt.<sup>4</sup> Zur Verdeutlichung kann zwischen einem Schätzrisiko (auf den Schätzdaten) und einem Prognoserisiko (auf den Generalisierungsdaten) unterschieden werden. Dieser Umstand ist zu berücksichtigen, wenn eine Risikoprognose auf den Schätzfehlern basiert. Entweder sollten Risikoprognosen unter Berücksichtigung „echter“ Prognosefehler<sup>5</sup> berechnet werden, oder die Risikoaversion ist zur Kompensation der Unterschätzung des Prognoserisikos zu erhöhen.

Dem Risikomodell liegt insbesondere eine Verbundhypothese zugrunde. Die Modellierung erfolgt unter der Annahme, dass das bedingte Renditeerwartungswertmodell gültig ist. Eine schlechte Anpassung des Risikomodells geht so unter Umständen auf eine schlechte Anpassung des zugrunde liegenden Renditemodells zurück. Selbst bei perfekten Renditeerwartungswert- und -varianzmodellen ist die prognostizierte Zielgröße keinesfalls für jede Beobachtung sicher prognostizierbar, wie ENGLE (1993) bildlich darstellt: „Volatility forecasting is a little like predicting whether it will rain: You can be correct in predicting the probability of rain, but still have no rain.“<sup>6</sup>

In der Literatur werden zur Vereinfachung der Risikomodellierung das ARCH-Modell und seine Verallgemeinerungen vorgeschlagen. Diese Modellfamilie soll aufgrund ihrer weiten Verbreitung hier diskutiert und als Vergleichsverfahren berücksichtigt werden. Darüber hinaus wird anhand dieser populären Theorie das Grundkonzept der Risikomodellierung deutlich. Dieses Grundkonzept wird dann im weiteren Gang der Arbeit erweitert.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.2. Sollte der historische empirische Mittelwert tatsächlich als Schätzung verwendet werden, so muss er allerdings auch hier berücksichtigt werden. An der nachfolgend diskutierten Vorgehensweise ändert sich dadurch nichts.

<sup>2</sup> Vgl. POON und GRANGER (2003).

<sup>3</sup> Vgl. PAGAN und HONG (1991) S. 55.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.1.

<sup>5</sup> Evtl. Jackknife-Verfahren für out of sample, in time Kreuzvalidierung, vgl. Abschnitt 3.5.1.

<sup>6</sup> ENGLE (1993) S. 72.

### 5.3.3 ARCH-Modell und Verallgemeinerungen

Die Einführung exogener Variablen zur bedingten Modellierung der Varianz ist der Standardansatz zur Berücksichtigung von Heteroskedastizität.<sup>1</sup> Zur Vermeidung des Problems der Identifikation der die Varianz bestimmenden Größen schlägt ENGLE (1982) ein Modell zur Berücksichtigung autoregressiver bedingter Heteroskedastizität (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, ARCH) vor. Dieses Modell eignet sich insbesondere zur Analyse von Autokorrelationen in den Volatilitäten (sog. *Volatility Clustering*). Das ARCH-Modell der Ordnung  $p$  modelliert die Residuen zum Zeitpunkt  $t$

$$r_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad (5.9)$$

als autoregressiven Prozess der Ordnung  $p$ :

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (5.10)$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = c + \sum_{i=1}^p b_i r_{t-i}^2 \quad (5.11)$$

mit  $\varepsilon_t$ : Störgröße,  $E(\varepsilon_t) = 0$ ,  $\text{Var}(\varepsilon_t) = 1$   
 $c$ : Modellkonstante,  $c > 0$   
 $b_i$ : Parameter,  $b_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^p b_i < 1$

Die Parametereinschränkungen sind erforderlich, weil die Varianz nicht-negativ ist.<sup>2</sup>  $\hat{\sigma}_t^2$  gilt dann als Schätzung für die Varianz zum Zeitpunkt  $t$ . Da die Varianzschätzung nicht-negativ ist, existiert  $\hat{\sigma}_t$  als Schätzung der Standardabweichung. Um auf autoregressive Zusammenhänge zu testen, formuliert ENGLE (1982) für die Parameter in (5.11) die Nullhypothese

$$H_0 : b_1 = \dots = b_p = 0 \quad (5.12)$$

und führt einen entsprechenden Lagrange-Multiplikator-Test durch.<sup>3</sup> Unter der Nullhypothese ist (5.11) konstant und damit kein autoregressiver Zusammenhang vorhanden. Kann die Nullhypothese verworfen werden, ist mindestens ein Parameter signifikant von Null verschieden und somit besteht ein autoregressiver Zusammenhang.

Allgemeiner könnte  $\hat{\sigma}_t^2$  auch von früheren Werten  $\hat{\sigma}_{t-q}^2$  abhängen. Dies ist die Entsprechung zur Erweiterung des AR-Modells um gleitende Durchschnitte zu einem ARMA-Modell.<sup>4</sup> Der Ansatz

$$\hat{\sigma}_t^2 = c + \sum_{i=1}^p b_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q a_j \hat{\sigma}_{t-j}^2 \quad (5.13)$$

---

<sup>1</sup> Vgl. ENGLE (1982) S. 988.

<sup>2</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 658.

<sup>3</sup> Vgl. ENGLE (1982) S. 999f.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.3.1.

mit  $c$ : Modellkonstante,  $c > 0$   
 $b_i, a_j$ : Parameter,  $b_i, a_j \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^p b_i + \sum_{j=1}^q a_j < 1$

wurde von BOLLERSLEV (1986) als GARCH(p,q)-Modell (Generalized ARCH) vorgestellt. Das Standard-GARCH-Modell ist ein GARCH(1,1)-Modell.

$$\hat{\sigma}_t^2 = c + b r_{t-1}^2 + a \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (5.14)$$

Mittels rekursiver Substitution von  $\hat{\sigma}_{t-1}^2$  in Formel 5.14 kann gezeigt werden, dass das GARCH(1,1)-Modell äquivalent zu einem ARCH( $\infty$ )-Modell ist.<sup>1</sup>

$$\hat{\sigma}_t^2 = c + b r_{t-1}^2 + a \hat{\sigma}_{t-1}^2 \quad (5.15)$$

$$= \frac{c}{1-a} + b \sum_{i=1}^{\infty} a^{i-1} r_{t-i}^2 \quad (5.16)$$

Wegen der einfachen Form hat das GARCH(1,1)-Modell den Vorteil, dass nur drei Parameter ( $c$ ,  $b$  und  $a$ ) geschätzt werden müssen. Je weniger Parameter zu schätzen sind, desto robuster ist das Modell.<sup>2</sup> GARCH-Modelle höherer Ordnung zeigen oft keine bessere Prognoseleistung.<sup>3</sup> Niedrige Ordnungen  $p$  und  $q$  sind sogar über längere Zeiträume Modellen mit mehr Parametern vorzuziehen.<sup>4</sup>

Das GARCH-Modell wird u.a. wegen seiner Symmetrie kritisiert. Positive und negative Residuen werden modellbedingt als in der Wirkung äquivalent angenommen, dabei sind die Effekte von negativen Abweichungen oft stärker:<sup>5</sup> „The basic GARCH model ... assumes that positive and negative shocks of the same absolute magnitude will have the identical influence on the future conditional variances. In contrast, the volatility of aggregate equity index return, in particular, has been shown to respond asymmetrically to past negative and positive return shocks, with negative returns resulting in larger future volatilities.“<sup>6</sup> Dementsprechend nimmt z.B. das sog. Exponential GARCH(1,1) Modell (EGARCH) eine exponentielle Entwicklung der Varianz an.<sup>7</sup> Daher ist das EGARCH-Modell unsymmetrisch und kann negative Shocks höher gewichten.<sup>8</sup> Es existiert eine Vielzahl weiterer GARCH-Modelle mit alternativen Parameterisierungen.<sup>9</sup> Ein parametrisches

<sup>1</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 800.

<sup>2</sup> Vgl. BOX, JENKINS und REINSEL (2008).

<sup>3</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 109. Das GARCH(1,1)-Modell erklärt einen Großteil der Variabilität der meisten kurzfristigen Renditen, vgl. HANSEN und LUNDE (2005).

<sup>4</sup> Vgl. BOLLERSLEV, CHOU und KRONER (1992); HANSEN und LUNDE (2005).

<sup>5</sup> Vgl. PAGAN und HONG (1991) S. 55, 62.

<sup>6</sup> BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 803.

<sup>7</sup> Vgl. SHEPHARD (1996) S. 14f; BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 803f; BRANDT und JONES (2006).

<sup>8</sup> Vgl. FAN und YAO (2005) S. 170.

<sup>9</sup> Vgl. AYDEMIR (2002); BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 812-814. Einen Überblick über 93 Studien mit zahlreichen verschiedenen GARCH-Modellen geben POON und GRANGER (2003).

Risikomodell gilt allgemein als schwierig zu konfigurieren.<sup>1</sup> Daher ist ein flexibleres Modell notwendig.<sup>2</sup> Trotzdem werden nichtparametrische Ansätze zur Risikomodellierung selten berücksichtigt.<sup>3</sup>

Den nichtparametrischen Kernregressionsschätzer haben bereits PAGAN und SCHWERT (1990) sowie PAGAN und HONG (1991) zur Formulierung eines nichtparametrischen ARCH-Modells verwendet. Die Verwendung einer nichtparametrischen Methodik für die Zeitreihenanalyse konnte die Varianz besser erklären als parametrische Modelle.<sup>4</sup> HAMILTON (1994) schlägt zur Schätzung nichtparametrischer ARCH-Modelle einen autoregressiven Nadaraya-Watson-Kernregressionsschätzer der Ordnung  $p$  vor. Die Schätzung basiert auf denjenigen Werten, deren  $p$  Vorgänger den  $p$  Vorgängern des zu schätzenden Wertes ähnlich sind.<sup>5</sup> FAN und YAO (2005) verwenden den Ansatz

$$Y_t = E(Y_t|Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}) + \sigma(Y_t|Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}) \varepsilon_t \quad (5.17)$$

und nennen dieses nichtparametrische AR( $p$ )/ARCH( $p$ )-Modell *NARCH*( $p$ ). Sie empfehlen aus Gründen der stabilen numerischen Berechenbarkeit  $p \leq 2$ .<sup>6</sup> Andernfalls wäre eine Selektion geeigneter autoregressiver Terme durchzuführen.

POON und GRANGER (2003) besprechen 93 empirische Studien zur Prognostizierbarkeit der Volatilität. Bei diesen und weiteren aktuelleren Studien<sup>7</sup> kommen ausnahmslos zeitreihenanalytische Modelle zum Einsatz.<sup>8</sup> Schon ENGLE (1982) konstatiert jedoch, dass der Standardansatz zur Modellierung von Heteroskedastizität exogene Informationen berücksichtigt.<sup>9</sup> In den Untersuchungen von PETERSMEIER (2003) hat sich die nichtparametrische Modellierung von Zusammenhängen zwischen exogenen Größen und

---

<sup>1</sup> Vgl. SADORSKY (2005).

<sup>2</sup> Vgl. PAGAN und HONG (1991) S. 55f.

<sup>3</sup> Z.B. liefern BOLLERSLEV ET AL. (2006) einen aktuellen Überblick über Risikoprognosemodelle, ohne nichtparametrische Methoden zu berücksichtigen.

<sup>4</sup> Vgl. PAGAN und SCHWERT (1990) S. 289.

<sup>5</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 671. Ein ebenfalls nichtparametrisches autoregressives Modell schlagen MERCURIO und SPOKOINY (2004) vor.

<sup>6</sup> Vgl. FAN und YAO (2005) S. 19.

<sup>7</sup> Vgl. LEDOIT und WOLF (2003), BELLINI und FIGÀ-TALAMANCA (2005), EDERINGTON und GUAN (2005), BALABAN und BAYAR (2005), BALABAN, BAYAR und FAFF (2006), BOLLERSLEV ET AL. (2006), GOSPODINOV, GAVALA und JIANG (2006), RAUNIG (2006) sowie FORSBERG und GHYSELS (2007).

<sup>8</sup> Weitere nennenswerte Entwicklungen zur autoregressiven Modellierung der Volatilität sind das Konzept der stochastischen Volatilität und Wurzel-Diffusionsprozesse, vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 814ff.

<sup>9</sup> Die Berücksichtigung eines dynamischen Faktormodells in (G)ARCH-Modellen wurde in Form von sog. Faktor-(G)ARCH-Modellen von DIEBOLD und NERLOVE (1989), ENGLE, NG und ROTHSCHILD (1990), NG, ENGLE und ROTHSCHILD (1992), BOLLERSLEV und ENGLE (1993) und SENTANA (1998) beschrieben, vgl. auch KAISER (1997). Dieser Ansatzes liegt mit zeitdynamischen Faktorsensitivitäten und der Ausnutzung von Kointegration der Varianzen in einem multivariaten Modell jedoch nicht Fokus dieser Arbeit und wird daher nicht diskutiert.

der monatlichen Renditevolatilität als vorteilhaft herausgestellt, weswegen hier dieser Ansatz verfolgt wird.

### 5.3.4 Nichtparametrische Regression bedingter Heteroskedastizität

Für die Schätzung der erwarteten quadratischen Abweichung von der Renditeerwartungswertschätzung kann ein Erwartungswertschätzer wie die nichtparametrische Kernregressionsschätzung direkt angewendet werden. Der nichtparametrische Kernregressionsschätzer nach (4.2)

$$\hat{Y}(x) = E(Y|X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) Y_i \quad (5.18)$$

impliziert direkt eine Schätzung der Varianz. Die implizite Varianz lässt sich unter Verwendung der gleichen Prädiktoren, Bandweite, Gewichtung  $\omega_i(x)$  und den Residuen  $Y_i - \hat{Y}_i$  über

$$\hat{\sigma}(x) = \text{Var}(Y|X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (5.19)$$

auswerten. Diese Varianzschätzung basiert insbesondere auf denselben Einflussgrößen wie die Renditeerwartungsschätzung.

Alternativ kann eine erneute Prädiktorselektion mittels des Signifikanztests (4.24) durchgeführt werden. Für beobachtete Daten bzw. Residuen des Renditemodells  $(X_i, r_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  und aktuelle Einflussgrößen  $x$  wird

$$\hat{\sigma}^2(Y|X = x) = E(r^2|X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) r_i^2 \quad (5.20)$$

mit

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x - X_i\|}{\hat{h}}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x - X_j\|}{\hat{h}}\right)} \quad (5.21)$$

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N (r_i^2 - \hat{\sigma}_{-i}^2)^2 \quad (5.22)$$

als Varianzschätzung berechnet, wobei  $\hat{\sigma}_{-i}^2$  die Leave-one-out-Schätzung analog zu (4.11) für die bedingte Varianz von  $Y_i$  ist. Die Prädiktoren  $X$  des Varianzmodells werden mittels der Teststatistik

$$V_\sigma = \frac{(N-4)!}{N!} \sum_{\{i,j,k,\ell\} \in \{1,\dots,N\}} (r_i^2 - r_k^2)(r_j^2 - r_\ell^2) K_{1ik} K_{1j\ell} K_{2ij} \quad (5.23)$$

selektiert, wobei die  $K_{pij}$  nach Formel 4.25 verwendet werden.

### 5.3.5 Zwischenfazit

Das Standardmodell zur Risikomodellierung kann prinzipiell mit beliebigen Verfahren durchgeführt werden. Von elementarer Bedeutung ist jedoch die Nichtnegativitätsbedingung der Varianz. Dieser Bedingung wird beim (G)ARCH-Modell mit einer Parameterbeschränkung Rechnung getragen. Die Kernregression liefert durch die konvexe Linearkombination beobachteter quadrierter Residuen per Definition ausschließlich positive Schätzungen.<sup>1</sup>

Wenn ein ökonometrischer Modellansatz wie die Kernregression sowohl für Erwartungswert- als auch Varianzprognosen einer Assetrendite verwendet wird, kann die Modellschätzung und insbesondere die Selektion von Prädiktoren für jede zu prognostizierende Größe durchgeführt werden.<sup>2</sup> Für das Varianzmodell benötigt man die Residuen des Renditemodells. Insbesondere modelliert man als Risikogröße die Abweichungen der wahren Werte von den jeweiligen Renditeerwartungswertschätzungen anstatt vom empirischen Mittelwert, der bei der Berechnung der empirischen Varianz heranzuziehen wäre. Für Varianzschätzungen sind eventuell andere Prädiktoren relevant als für das Renditemodell. Die im Rahmen eines Renditemodells selektierten Prädiktoren sollten daher nicht ungeprüft für das Varianzmodell übernommen werden.<sup>3</sup> Aufgrund der Voraussetzungen des Tests von LAVERGNE und VUONG (2000) kann die Prädiktorselektion für das Varianzmodell methodisch analog zum Renditemodell durchgeführt werden. Die resultierenden Varianzprognosen können anschließend nicht isoliert verwendet werden, da es sich um bedingtes Maß der Renditeschwankung um die spezielle Renditeschätzung handelt.

Bei der Berücksichtigung mehrerer Assets sind neben dem Renditeerwartungswert und der -volatilität einzelner Assets die Interdependenzen zwischen den Assetrenditen zu berücksichtigen, insbesondere die Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix.

## 5.4 Integrierte Modellierung mehrerer Zielgrößen

### 5.4.1 Vorbemerkungen

Bisher wurde bei der Modellierung jeweils nur eine einzelne Zielgröße betrachtet. Ein entsprechendes Modell wird als *Partialmodell* bezeichnet. Die identifizierten Zusammenhän-

---

<sup>1</sup> Die Anwendung der linearen Regression auf das Risikomodell scheitert an der Nichtnegativitätsbedingung. Für alternative Verfahren muss die Möglichkeit der Sicherstellung der Nichtnegativität im Einzelfall geprüft werden.

<sup>2</sup> Vgl. DETTE, NEUMEYER und VAN KEILEGOM (2007) S. 905.

<sup>3</sup> PETERSMEIER (2003) übernimmt zwar die selektierten Variablen (vgl. a.a.O. S. 312-314), weist aber auf die Unzulänglichkeit dieses Ansatzes hin (vgl. a.a.O. S. 426).

ge zwischen der Zielgröße und anderen Variablen wurden unidirektional modelliert. Im Asset Management werden jedoch mit den verschiedenen Anlagealternativen stets mehrere Zielgrößen berücksichtigt. Bei Annahme interdependenter Kapitalmärkte werden bidirektionale Wechselwirkungen vermutet. Die Stärke eventueller (messbarer) Rückkopplungseffekte bestimmt, in welchem Ausmaß der Interdependenz im Rahmen der Modellierung Rechnung zu tragen ist. Unter einem *Simultanmodell* versteht man ein Modell zur Berücksichtigung interdependenter Zielgrößen. Die erhöhte Komplexität der Simultanmodellbildung wird jedoch nur in Kauf genommen, wenn der zu erwartende Erkenntnisfortschritt beträchtlich ist. Je nach Freiheitsgraden des Modells kann es sogar sein, dass die Modellkomplexität aufgrund der Anzahl der Zielgrößen so hoch ist, dass ein Simultanmodell nicht numerisch sinnvoll geschätzt werden kann.<sup>1</sup>

Für multiple Zielgrößen  $\mathbf{Y}$  kann ein heteroskedastisches ökonometrisches Modell analog zu (5.1) formuliert werden.

$$\mathbf{Y} = E(\mathbf{Y}|X) + \Sigma(\mathbf{Y}|X) \mathbf{e} \quad (5.24)$$

mit  $\mathbf{Y}$ :  $(m \times 1)$ -Zufallsvektor der Zielgrößen  
 $E(\mathbf{Y}|X)$ :  $(m \times 1)$ -Erwartungswertvektor von  $\mathbf{Y}$  unter  $X$   
 $\Sigma(\mathbf{Y}|X)$ :  $(m \times m)$ -Matrixwurzel der Kovarianzmatrix von  $\mathbf{Y}$  unter  $X$   
 $\mathbf{e}$ :  $(m \times 1)$ -Störgröße,  $E(\mathbf{e}) \equiv 0$ ,  $\text{Var}(\mathbf{e}_k) = 1$ ,  $\text{Kov}(\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_\ell) = 0$

Analog zu (5.1) sind die unbekannt Funktionen  $E(\mathbf{Y}|X)$  und  $\Sigma^2(\mathbf{Y}|X)$  konsistent zu schätzen. Entsprechende Ansätze zur Modellierung der multiplen Zielgröße  $\mathbf{Y}$  werden im Folgenden diskutiert.

### 5.4.2 Integrierte Modellierung des Erwartungswertvektors

Zur Modellierung des Erwartungswertvektors  $E(\mathbf{Y}|X)$  können die in Abschnitt 3.3.1 vorgestellten AR bzw. ARMA-Modelle zu Simultanmodellen verallgemeinert werden. Einen parametrischen, linearen, autoregressiven Simultanansatz zur Modellierung des Renditeerwartungswertes stellen die Vektorautoregression (VAR) bzw. die um gleitende Durchschnitte erweiterte Vektorautoregression (VARMA) dar.<sup>2</sup> Ein VARMA(1,1)-Modell lässt sich darstellen als

$$\mathbf{Y}_t = C + A \mathbf{Y}_{t-1} + B \mathbf{e}_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad (5.25)$$

mit  $\mathbf{Y}_t$ :  $(m \times 1)$ -Vektor der Beobachtungen der Zielgrößen zum Zeitpunkt  $t$   
 $C$ :  $(m \times 1)$ -Parametervektor (Modellkonstante)  
 $A, B$ :  $(m \times m)$ -Parametermatrizen  
 $\mathbf{e}_t$ :  $(m \times 1)$ -Störgröße,  $E(\mathbf{e}_t) \equiv 0$ ,  $\text{Var}(\mathbf{e}_k) = 1$ ,  $\text{Kov}(\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_\ell) = 0$

<sup>1</sup> Vgl. GREENE (1993) S. 578ff; PODDIG (1996) S. 374ff; ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 305ff.

<sup>2</sup> Vgl. NEUSSER (2006) S. 153ff.

Ein VARMA(1,1)-Modell umfasst insgesamt  $2m^2 + m$  zu schätzende Parameter. Bei nur fünf Zielgrößen wären daher 55 Parameter zu schätzen, was eine recht hohe Modellkomplexität bedeutet. Insbesondere ist nicht gesichert, dass tatsächlich alle der berücksichtigten Größen einander beeinflussen, weswegen eine Dimensionsreduktion nach der Relevanz der Zusammenhänge sinnvoll wäre. Zudem ist fraglich, warum zwar alle Wechselwirkungen der Zielgrößen, jedoch keine exogenen Einflussgrößen berücksichtigt werden sollen.

Zur Berücksichtigung exogener Einflussgrößen lässt sich die lineare Regression zu einem ökonomischen Mehrgleichungsmodell verallgemeinern.

$$\Gamma \mathbf{Y}_t + B X_t = \mathbf{e}_t$$

mit  $\mathbf{Y}_t$ :  $(m \times 1)$ -Vektor der t-ten Beobachtung der multiplen Zielgröße  
 $\Gamma$ :  $(m \times m)$ -Koeffizientenmatrix  
 $X_t$ :  $(p \times 1)$ -Vektor der t-ten Beobachtung der Einflussgrößen  
 $B$ :  $(m \times p)$ -Koeffizientenmatrix  
 $\mathbf{e}_t$ :  $(m \times 1)$ -Vektor von Störgrößen

Ein vollständiges ökonomisches Mehrgleichungsmodell enthält je abhängiger Variable eine Gleichung, da das Gleichungssystem nur dann eindeutig bestimmt ist.<sup>1</sup> Wenn  $\Gamma$  invertierbar ist, lautet die sog. reduzierte Form des Mehrgleichungsmodells

$$\mathbf{Y}_t = -\Gamma^{-1} B X_t + \Gamma^{-1} \mathbf{e}_t$$

Es existieren weitere Darstellungen des Mehrgleichungsmodells. Die Schätzung erfolgt aus verschiedenen Gründen in vielen Fällen direkt und nicht über die reduzierte Form. Eine Simultanschätzung des Mehrgleichungsmodells wird als *Methode bei vollständiger Information* bezeichnet und mit der Maximum-Likelihood-Methode berechnet.<sup>2</sup>

Ähnliche Erweiterungen für den nichtparametrischen Kernregressionsschätzer fehlen in der Literatur.<sup>3</sup> Mit der Kernregression ist grundsätzlich eine integrierte Modellierung multivariater Zielgrößen möglich. Die Modellgleichung lässt sich direkt übertragen. Das Modell wird über die Minimierung des Schätzfehlers über alle Zielgrößen angepasst. Es handelt sich dabei jedoch um eine Anwendung eines Partialmodells auf multiple Zielgrößen ohne entsprechende Erweiterung der freien Parameter (reduzierte Form eines Simultanmodells), weswegen sich das Modells nur eingeschränkt an die Daten anpassen

<sup>1</sup> Vgl. ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 305ff.

<sup>2</sup> Vgl. ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 335, 364ff.

<sup>3</sup> SU und ULLAH (2008) formulieren ein Modell mit nichtparametrischen Simultangleichungen  $X_i = h_i(Z) + u_i$  für  $i = 1, \dots, \dim(X)$ , jedoch wird nur eine abgeleitete skalare Zielgröße  $Y = g(X, Z) + \varepsilon$  geschätzt.

lässt. Die Schätzung gewichtet implizit die Struktur der Beobachtungen der multiplen Zielgrößen.<sup>1</sup>

$$E(\mathbf{Y}|X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) \mathbf{Y}_i \quad (5.26)$$

mit

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x-X_i\|}{\hat{h}}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x-X_j\|}{\hat{h}}\right)} \quad (5.27)$$

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_{-i}\|^2 \quad (5.28)$$

Dabei ist  $\mathbf{Y}_i$  der  $(m \times 1)$ -Vektor der  $i$ -ten Beobachtungen der Zielgrößen und  $\mathbf{Y}_{-i}$  die zugehörige Leave-One-Out-Schätzung. Jedes Element des Vektors erhält das gleiche Gewicht  $\omega_i(x)$ . Insbesondere wird nach wie vor eine einzige Bandweite verwendet. Der Signifikanztest nach LAVERGNE und VUONG (2000) ist jedoch für dieses Modell wegen der multiplen Zielgröße nicht anwendbar. Die potentiellen Einflussgrößen  $X$  beinhalten regelmäßig auch alle zeitverzögerten Zielgrößen, so dass bei der Variablenselektion z.B. über Kreuzvalidierungen Wechselwirkungen der Zielgrößen modelliert werden können. Das Vorgehen modelliert die Interdependenzen der Zielgrößen jedoch nicht über mehrere freie Parameter, sondern mittels der datenabhängigen Gewichtung. Daher kann regelmäßig keine bessere Anpassung als in entsprechenden Partialmodellen erwartet werden.<sup>2</sup> Das Verfahren soll aufgrund der genannten Einschränkungen in den empirischen Untersuchungen nur zur Modellierung der Korrelationsmatrix herangezogen werden, wie im Folgenden dargestellt wird.

### 5.4.3 Integrierte Modellierung der Kovarianz- bzw. Korrelationsmatrix

#### 5.4.3.1 Vorbemerkungen

Für die bedingte Kovarianz- bzw. Korrelationsmodellierung gilt analog zur Varianzmodellierung, dass die Schwankung der Renditen um einen Erwartungswertvektor gemessen wird. Für eine vorhandene Erwartungswertvektorschätzung berechnen sich die Residuen nach

$$\mathbf{r} = \mathbf{Y} - E(\mathbf{Y}|X) \quad (5.29)$$

<sup>1</sup> Dies ist eventuell bei der Verwendung des geschätzten Renditeerwartungswertvektors zur Asset Allokation hilfreich, da die Schätzungen die Korrelationsstruktur der Zielgrößen berücksichtigen sollten.

<sup>2</sup> Vgl. PODDIG (1996) S. 480f zum Spezialfall GRNN.

und damit gilt für die bedingte Kovarianzmatrix von  $\mathbf{Y}$

$$\text{Kov}(\mathbf{Y}|X) = E((\mathbf{Y} - E(\mathbf{Y}|X))(\mathbf{Y} - E(\mathbf{Y}|X))^T|X) = E(\mathbf{r} \mathbf{r}^T|X) \quad (5.30)$$

Der bedingte Korrelationskoeffizient berechnet sich paarweise als

$$\rho_{k\ell} = \frac{\text{Kov}(\mathbf{Y}_k, \mathbf{Y}_\ell|X)}{\sqrt{\text{Var}(\mathbf{Y}_k|X) \text{Var}(\mathbf{Y}_\ell|X)}} \quad (5.31)$$

wobei  $\mathbf{Y}_k$  das  $k$ -te Element des Zufallsvektors  $\mathbf{Y}$  ist.<sup>1</sup>

#### 5.4.3.2 Constant Conditional Correlation

Eine gängige Vereinfachung von Kovarianz- bzw. Korrelationsprognosen ist, die Korrelationen als konstant anzunehmen.<sup>2</sup> Die Kovarianzschätzung  $\hat{\Sigma}_{k\ell}^2$  für  $\text{Kov}(\mathbf{Y}_k, \mathbf{Y}_\ell|X)$  wird dann mittels unbedingter, empirisch geschätzter Korrelationen und der bedingten Schätzungen der Standardabweichung nach Abschnitt 5.3 berechnet.<sup>3</sup>

$$\hat{\Sigma}_{k\ell}^2 = \hat{\rho}_{k\ell} \hat{\sigma}(\mathbf{Y}_k|X) \hat{\sigma}(\mathbf{Y}_\ell|X) \quad (5.32)$$

BOLLERSLEV ET AL. (2006) sprechen bei diesem Ansatz vom Constant Conditional Correlation (CCC) Modell.

Jedoch legen empirische Studien nahe, dass Korrelationen von Kapitalmärkten nicht konstant sind. Mit *Decoupling* wird das Einbrechen von Korrelationen zwischen Aktien- und Bondmärkten bei starken Kursschwankungen bzw. Kapitalmarktkrisen bezeichnet.<sup>4</sup> Eine Untersuchung von GUIDOLIN und TIMMERMANN (2006) gibt Hinweise, dass die bedingte Korrelation zwischen verschiedenen (nationalen) Kapitalmarktrenditen vom Konjunkturzyklus abhängt. Eine Modellierung der bedingten Korrelation von Kapitalmarktdaten schlägt ENGLE (2002) mit dem DCC-Modell (Dynamic Conditional Correlation) vor.

<sup>1</sup> Bei großer Anzahl von Zielgrößen und damit Dimension der Kovarianzmatrix im Vergleich zum Schätzdatenumfang bzw. der lokalen Umgebung bei Mustererkennungsverfahren können bei der Schätzung der empirischen Kovarianzmatrix numerische Probleme auftreten, vgl. LEDOIT und WOLF (2003). LEDOIT und WOLF (2004) schlagen zur Abhilfe einen Bayes-Schätzer vor. Bei der im Folgenden adaptierten Kernregressionsschätzung mit nicht-kompakter Kernfunktion besteht die Schätzmenge immer aus der Gesamtschätzdatenmenge und ist damit groß im Verhältnis zur Dimension der Kovarianzmatrix.

<sup>2</sup> Einen Test auf konstante bedingte Korrelationen haben BERA und KIM (2002) vorgestellt.

<sup>3</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 670.

<sup>4</sup> Vgl. ERB, HARVEY und VISKANTA (1994); HARPER (2003); CHEN und LEUNG (2005); SPREMANN (2005) S. 312.

### 5.4.3.3 Dynamic Conditional Correlation

Der bedingte Korrelationskoeffizient (5.31) lässt sich nach (5.30) umformen zu

$$\rho_{k\ell} = \frac{\text{Kov}(\mathbf{Y}_k, \mathbf{Y}_\ell | X)}{\sqrt{\text{Var}(\mathbf{Y}_k | X) \text{Var}(\mathbf{Y}_\ell | X)}} = \frac{E(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_\ell | X)}{\sqrt{E(\mathbf{r}_k^2 | X) E(\mathbf{r}_\ell^2 | X)}} \quad (5.33)$$

mit den Residuen  $\mathbf{r}_k = \mathbf{Y}_k - E(\mathbf{Y}_k | X)$ . Zur Modellierung der Korrelation werden beim DCC-Modell nach ENGLE (2002) standardisierte Residuen betrachtet. Für standardisierte Residuen

$$\mathbf{e}_k = \frac{\mathbf{r}_k}{\sqrt{\text{Var}(\mathbf{Y}_k | X)}} \quad (5.34)$$

erhält man

$$\mathbf{r}_k = \sqrt{\text{Var}(\mathbf{Y}_k | X)} \mathbf{e}_k \quad (5.35)$$

und schließlich durch Substitution in (5.33)

$$\rho_{k\ell} = \frac{E(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_\ell | X)}{\sqrt{E(\mathbf{e}_k^2 | X) E(\mathbf{e}_\ell^2 | X)}} = E(\mathbf{e}_k \mathbf{e}_\ell | X) \quad (5.36)$$

Die Modellierung der Korrelationsmatrix folgt damit der Gleichung

$$\text{Korr}(\mathbf{Y} | X) = D^{-1} \text{Kov}(\mathbf{Y} | X) D^{-1} = E(\mathbf{e} \mathbf{e}^T | X) \quad (5.37)$$

wobei  $D$  eine Diagonalmatrix der Standardabweichungen  $\sqrt{\text{Var}(\mathbf{Y}_k | X)}$  ist.<sup>1</sup> Somit lässt sich die Modellierung der Kovarianzmatrix in ein Modell der Korrelationsmatrix überführen und umgekehrt. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden dem DCC-Modell nach ENGLE (2002) entsprechend Partialmodelle für die Varianzen der Zielgrößen mit einem Simultanmodell für die Korrelationsmatrix der Zielgrößen kombiniert. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass Einflussgrößen der Varianz und der Korrelation getrennt untersucht werden können.

Zum Test auf dynamische Korrelationen formulieren ENGLE und SHEPPARD (2001) den *DCC-Test*, der als Nullhypothese konstante Korrelationen annimmt. „Testing data for constant correlation has proven to be a difficult problem, as testing for dynamic correlation with data that have time-varying volatilities can result in misleading conclusions and can lead to rejecting constant correlation when it is true due to misspecified volatility models.“<sup>2</sup> ENGLE und SHEPPARD (2001) greifen auf einen Likelihood-Ratio-Test zurück. Dabei wird getestet, ob die Parameter des DCC-Modells signifikant von Null verschieden sind.<sup>3</sup> Zum DCC-Modell existieren die im Folgenden dargestellten verschiedenen Ansätze, die sich grundsätzlich auch zur direkten Modellierung der Kovarianzmatrix eignen, im DCC-Modell jedoch zur Modellierung der Korrelationsmatrix verwendet werden.

<sup>1</sup> Vgl. ENGLE (2002) S. 341.

<sup>2</sup> ENGLE und SHEPPARD (2001) S. 10f.

<sup>3</sup> Vgl. ENGLE und SHEPPARD (2001) S. 10ff.

#### 5.4.3.4 Simultanmodell

Das GARCH(1,1)-Modell lässt sich direkt auf multivariate Zielgrößen und die zugehörige Kovarianzmatrix übertragen.<sup>1</sup>

$$V(\hat{\Sigma}_t^2) = C + B V(\mathbf{r}_{t-1} \mathbf{r}_{t-1}^T) + A V(\hat{\Sigma}_{t-1}^2) \quad (5.38)$$

mit  $V(M)$ :  $(\frac{1}{2}m(m+1) \times 1)$ -Vektor der Elemente einer symmetrischen Matrix  $M$   
 $C$ :  $(\frac{1}{2}m(m+1) \times 1)$ -Parametervektor  
 $A, B$ :  $(\frac{1}{2}m(m+1) \times \frac{1}{2}m(m+1))$ -Parametermatrizen  
 $\mathbf{r}_t$ :  $(m \times 1)$ -Residualvektor zur Beobachtung  $t$

Da Kovarianzmatrizen symmetrisch sind, enthält eine  $(m \times m)$ -Kovarianzmatrix  $\frac{1}{2}m(m+1)$  zu modellierende Elemente.<sup>2</sup> Jedes Element der Kovarianzmatrix kann von den früheren Werten aller Residuen und Kovarianzschätzungen abhängen. Bei  $m = 5$  wären bei einem entsprechenden multivariaten GARCH(1,1)-Modell bereits 465 Parameter zu schätzen. Ein Modell dieser Komplexität lässt sich nur mit einer extrem großen Anzahl von Beobachtungen schätzen und ist daher in der Regel nicht praxisrelevant.<sup>3</sup> Ein entsprechendes nichtparametrisches Simultanmodell fehlt in der Literatur, das Problem der Modellkomplexität ist jedoch bei nichtparametrischen Modellen noch gravierender.<sup>4</sup>

#### 5.4.3.5 Elementweises multiples Modell

Aus Effizienzgründen wird davon ausgegangen, dass die paarweisen Kovarianzen nur von früheren Residuen und Kovarianzschätzungen der beiden paarweise betrachteten Zielgrößen abhängen, um die notwendige Vereinfachung des GARCH(1,1)-Simultanmodells (5.38) zu erreichen.<sup>5</sup> Diese Beschränkung unterstellt jedoch segmentierte Märkte, Interdependenzen der multiplen Zielgrößen werden auch nicht unidirektional berücksichtigt. Es ergibt sich eine paarweise Modellierung der Kovarianzen<sup>6</sup> bzw. in Matrixschreibweise bei Verwendung eines Symbols für die elementweise Multiplikation „\*“ folgende Darstellung:

$$\hat{\Sigma}_t^2 = C + B * \mathbf{r}_{t-1} \mathbf{r}_{t-1}^T + A * \hat{\Sigma}_{t-1}^2 \quad (5.39)$$

mit symmetrischen, positiv definiten  $(m \times m)$ -Matrizen  $A, B$ , und  $C$ . Für beliebige (Spalten-)Vektoren  $\mathbf{r}$  ist die Matrix  $\mathbf{r} \mathbf{r}^T$  symmetrisch und positiv semidefinit. Diese Eigenschaft bleibt bei elementweiser Addition bzw. Multiplikation mit symmetrischen,

<sup>1</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 670.

<sup>2</sup> Es sind  $m$  Varianzen und  $\frac{1}{2}m(m-1)$  Kovarianzen.

<sup>3</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 842.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.2.

<sup>5</sup> Vgl. HAMILTON (1994) S. 670; BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 843.

<sup>6</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 844.

positiv semidefiniten Matrizen  $A$ ,  $B$ , und  $C$  erhalten. Daher ist die geschätzte Kovarianzmatrix positiv definit. Für  $m = 5$  sind statt 465 Parametern in (5.38) nunmehr 45 Parameter zu schätzen.

Das Äquivalent zu diesem elementweisen, beschränkt simultanen GARCH-Modell ist die elementweise Modellierung der Kovarianzmatrix  $\Sigma^2$  mittels des Nadaraya-Watson-Schätzers.

$$\hat{\Sigma}_{k\ell}^2 = \text{Kov}(\mathbf{Y}_k, \mathbf{Y}_\ell | X = x) = E(\mathbf{r}_k \mathbf{r}_\ell | X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) \mathbf{r}_{ki} \mathbf{r}_{\ell i} \quad (5.40)$$

wobei

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x - X_i\|}{\hat{h}}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x - X_j\|}{\hat{h}}\right)} \quad (5.41)$$

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_{ki} \mathbf{r}_{\ell i} - \hat{\Sigma}_{k\ell-i}^2)^2 \quad (5.42)$$

- mit  $\mathbf{Y}_k$ :  $k$ -tes Element des Zufallsvektors  $\mathbf{Y}$   
 $\mathbf{r}_{ki}$ :  $i$ -te Beobachtung der Residuen  $\mathbf{r}_k = \mathbf{Y}_k - \hat{\mathbf{Y}}_k$   
 $\hat{\Sigma}_{k\ell-i}^2$ : Leave-one-out Schätzung für  $\text{Kov}(\mathbf{Y}_k, \mathbf{Y}_\ell | X = X_i)$

Da das Produkt  $\mathbf{r}_{ki} \mathbf{r}_{\ell i}$  ein Skalar ist, können die relevanten Prädiktoren  $X$  mittels der Teststatistik nach (4.24)

$$V_\Sigma = \frac{(N-4)!}{N!} \sum_{\{i,j,q,s\} \in \{1,\dots,N\}} (\mathbf{r}_{ki} \mathbf{r}_{\ell i} - \mathbf{r}_{kq} \mathbf{r}_{\ell q})(\mathbf{r}_{kj} \mathbf{r}_{\ell j} - \mathbf{r}_{ks} \mathbf{r}_{\ell s}) K_{1iq} K_{1js} K_{2ij} \quad (5.43)$$

selektiert werden, wobei die  $K_{pij}$  nach Formel 4.25 verwendet werden. Es sind  $\frac{1}{2}m(m-1)$  Kovarianzmodelle zu schätzen, für  $m = 5$  also 10 Modelle.

#### 5.4.3.6 Vereinfachtes multiples Modell

Der Fall (5.39) ist mit 45 Parametern immer noch relativ aufwändig. Eine weitere Vereinfachung sieht daher vor, in (5.39) jeweils alle Elemente innerhalb von  $A$  und  $B$  gleichzusetzen.<sup>1</sup> Dies reduziert die Komplexität im Fall  $m = 5$  auf 17 Parameter, davon 15 in der symmetrischen Matrix  $C$  als Modellkonstante bei skalaren Parametern  $a$  und  $b$ .

$$\hat{\Sigma}_t^2 = C + a \mathbf{r}_{t-1} \mathbf{r}_{t-1}^T + b \hat{\Sigma}_{t-1}^2 \quad (5.44)$$

<sup>1</sup> Vgl. BOLLERSLEV ET AL. (2006) S. 843.

Dazu äquivalent ist der multiple Nadaraya-Watson-Schätzer für die gesamte Kovarianzmatrix.

$$\hat{\Sigma}^2 = \text{Kov}(\mathbf{Y}|X = x) = E(\mathbf{r} \mathbf{r}^T | X = x) = \sum_{i=1}^n \omega_i(x) \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T \quad (5.45)$$

Dabei kann die vom Renditevektormodell (5.26) implizierte Kovarianzmatrix berechnet werden, indem die Gewichte  $\omega_i(x)$  des Renditemodells herangezogen werden, oder die Modellierung wird inklusive Prädiktorselektion für das Kovarianzmodell erneut durchgeführt mit

$$\omega_i(x) = \frac{K\left(\frac{\|x - X_i\|}{\hat{h}}\right)}{\sum_{j=1}^N K\left(\frac{\|x - X_j\|}{\hat{h}}\right)} \quad (5.46)$$

$$\hat{h} = \arg \min_{h>0} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T - \hat{\Sigma}_{-i}^2\|^2 \quad (5.47)$$

mit  $\mathbf{r}_i$ :  $i$ -te Beobachtung des Residuenvektors  $\mathbf{r}_i = \mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{Y}}_i$   
 $\hat{\Sigma}_{-i}^2$ : Leave-one-out Schätzung für  $\text{Kov}(\mathbf{Y}|X = X_i)$   
 $\|\cdot\|$ : Matrixnorm, z.B.  $\|M\|^2 = \sum_{k,\ell=1}^m M_{k,\ell}^2$

Der Schätzer  $\hat{\Sigma}^2$  ist aufgrund der normierten Gewichte  $\sum_{i=1}^N \omega_i(x) = 1$  eine Konvexkombination von symmetrischen, positiv semidefiniten  $(m \times m)$ -Matrizen  $\mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T$  und als solche symmetrisch und positiv semidefinit. Für die Matrizen  $\mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T$  ist jedoch der Signifikanztest nach (4.24) nicht anwendbar. Die potentiellen Einflussgrößen  $X$  beinhalten regelmäßig auch zeitverzögerte Zielgrößen, so dass bei der Variablenselektion z.B. über Kreuzvalidierungen Wechselwirkungen der Zielgrößen modelliert werden können.

#### 5.4.3.7 Würdigung

Im Rahmen eines Simultanrisikomodells sind im parametrischen Fall des multiplen GARCH(1,1)-Modell extrem viele Parameter zu schätzen, wobei die Relevanz der zugrundeliegenden Größen nicht analysiert wird. Ein nichtparametrisches simultanes Modell ähnlicher Komplexität kann kaum numerisch stabil sein.<sup>1</sup>

In Partialmodellen können sämtliche exogene Informationen, also insbesondere auch die weiteren Anlagealternativen berücksichtigt und auf Relevanz getestet werden. Im Fall des partiellen Kernregressionsmodells ist der Signifikanztest zur Prädiktorselektion anwendbar. Bisherige Untersuchungen zeigten gute Ergebnisse von partiellen Varianzmodellen für einzelne Zielgrößen.<sup>2</sup> In den empirischen Untersuchungen werden daher die Varianzen durch Partialmodelle untersucht.

---

<sup>1</sup> Vgl. SU und ULLAH (2008).

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.4.3.

Das Simultanmodell in der Vereinfachung nach Abschnitt 5.4.3.6 wird zur Modellierung der Korrelationsmatrix verwendet, indem die durch die Varianzschätzung standardisierten Residuen berücksichtigt werden. Die aus diesem Ansatz resultierende Korrelationsmatrix wird mit den partiellen Varianzschätzungen zu einer Kovarianzmatrix kombiniert. Dieser dem DCC-Modell nach ENGLE (2002) entsprechende Ansatz hat den Vorteil, dass die Varianzen und die Korrelationsmatrix der Zielgrößen getrennt untersucht werden können. Die alternative direkte Untersuchung der Kovarianzmatrix birgt die Gefahr von Fehlspezifikationen durch zeitvariable Volatilitäten der Daten.<sup>1</sup>

Die Schätzungen der Varianzen und Korrelationen sind untrennbar mit den zugrundeliegenden bedingten Erwartungswertschätzungen verbunden, da sie das Schätzrisiko der bedingten Erwartungswertschätzungen quantifizieren. Insbesondere ist daher die Analyse des Minimum-Varianz-Portfolios aufgrund der geschätzten Kovarianzmatrix nicht sinnvoll, da dieser Portfoliooptimierungsansatz keine bedingten Renditeschätzungen berücksichtigt.<sup>2</sup>

## 5.5 Zwischenfazit

Diese Arbeit behandelt die nichtparametrische Modellierung von Kapitalmarktrenditen, insbesondere die Identifizierung der für einen Renditegenerierungsprozess relevanten ökonomischen Variablen. Die Unsicherheit von Renditeerwartungswertprognosen als Gegenstand aktueller Forschung wurde bei der nichtparametrischen Modellierung berücksichtigt. Im Mittelpunkt stand die Prädiktorselektion bei nichtparametrischen Kernregressionsschätzern und deren Anwendung auf konsistente Risikomodelle mit der Zielsetzung der Generierung der für das Asset Management relevanten Prognoseinformationen.

Vorhandene Ansätze wurden hinsichtlich der statistischen sowie ökonomischen theoretischen Eignung und der praktischen Umsetzbarkeit analysiert. Die Untersuchung der theoretischen Eignung bestand aus einer detaillierten Auseinandersetzung mit dem finanzwirtschaftlichen Risikobegriff und der statistischen Testtheorie für Kernregressionsschätzer. Die Beurteilung der ökonomischen Eignung berücksichtigte die Interpretierbarkeit ökonometrischer Modelle. Ein Überblick bisheriger finanzwirtschaftlicher Anwendungen untermalte das Potential der Methodik.

Im Folgenden widmet sich diese Arbeit der Untersuchung der empirischen Leistungsfähigkeit der nichtparametrischen Kernregression in Verbindung mit der signifikanztestbasierten Prädiktorselektion zur Rendite- und Risikoprognose im Asset Management.

---

<sup>1</sup> Vgl. ENGLE und SHEPPARD (2001) S. 10f.

<sup>2</sup> Zur Analyse des Minimum-Varianz-Portfolios sind unbedingte historische empirische Mittelwerte als Erwartungswertschätzungen zu berücksichtigen.



# 6 Empirische Untersuchungen

Nach der Darstellung der Grundlagen des Asset Managements und der Finanzdatenprognose sowie der Analyse der theoretischen Eignung und der grundsätzlichen Anwendbarkeit des nichtparametrischen Kernregressionsschätzers auf bedingte Renditeerwartungswert-, Volatilitäts-, Kovarianz- und Korrelationsmodelle soll nunmehr die empirische Leistungsfähigkeit der Methodik untersucht werden. Dazu wird nach der Diskussion der Untersuchungsziele der methodische Aufbau der Untersuchungen beschrieben. Anschließend werden jeweils die Datengrundlagen der einzelnen Untersuchungen und ihre Ergebnisse diskutiert. Die Untersuchungen sind nach der verwendeten Datenbasis gegliedert. Bevor reale Daten herangezogen werden, erfolgt eine Potentialanalyse auf künstlichen Daten.

## 6.1 Untersuchungsziele

Das Ziel der Untersuchungen ist die Analyse der empirischen Leistungsfähigkeit der diskutierten Methodik. Dies umfasst die Untersuchung der Prognosegüte und der Performance der mit den Prognoseinformationen durchgeführten Asset Allokation. Insbesondere die Prognoseleistung der Volatilitäts- und Korrelationsmodellierung im Asset Management ist eher indirekt über die Porfolioperformance einschätzbar, da eine direkte Einschätzung wegen der Nichtbeobachtbarkeit von wahren Varianzen und Korrelationen sowie aufgrund des Fehlens griffiger Gütemaße für Risikoprognosen schwierig ist.

Neben dieser absoluten Analyse der Prognoseergebnisse ist die Relation von Aufwand und Nutzen der nichtparametrischen Modellierung gegenüber parametrischen Verfahren von Interesse, weshalb zum Vergleich parametrische Alternativen untersucht werden.

Unabhängig von der verwendeten Methodik hängen die Prognoseergebnisse davon ab, ob Zusammenhänge in den Daten existieren, die relevanten werttreibenden Faktoren beobachtet wurden und die Zusammenhänge über den Schätzzeitraum hinaus bestehen. Die Analyse wird daher die identifizierten Einflussgrößen besonders berücksichtigen.

Um die für das Asset Management relevanten Finanzdatenprognosen untersuchen zu können, sind entsprechende reale Finanzdaten erforderlich. Jedoch ist es zur Analyse

des Methodenpotentials hilfreich, künstlich generierte Daten mit bekannten, jedoch zufällig verrauschten Zusammenhängen zu analysieren. Insbesondere eignen sich künstliche Daten dazu, Szenarien zu identifizieren, bei denen selbst tatsächlich vorhandene Zusammenhänge in den berücksichtigten Daten nicht zu modellieren sind.

Zur separaten Untersuchung der einzelnen methodischen Neuerungen sollen verschiedene Aspekte sowohl auf künstlichen Daten als auch auf realen Kapitalmarktdaten analysiert werden. Zunächst wird die Selektionsfähigkeit der nichtparametrischen Identifikation relevanter Prädiktoren im Vergleich zu parametrischen Verfahren analysiert. Bei künstlichen Daten ist ein Abgleich der selektierten mit den per Konstruktion relevanten Größen möglich. Schließlich werden die nichtparametrischen Prognosen der Renditeerwartung, -varianz und -korrelation mit parametrischen Modellen und nichtparametrischen Alternativen verglichen, um Aufwand und Nutzen der nichtparametrischen Modellierung ins Verhältnis zu setzen.

## 6.2 Untersuchung künstlicher Daten

Zur Untersuchung der grundsätzlichen Modellierungseigenschaften von Prognoseverfahren können künstliche Daten herangezogen werden. In diesem Zusammenhang versteht man unter künstlichen Daten Pseudo-Zufallszahlen als potentielle Einflussgrößen und mittels eines vorgegebenen funktionalen Zusammenhangs gebildete Zielgrößen, die zusätzlich verrauscht werden.

### 6.2.1 Untersuchungsziel

Anhand von künstlichen Daten kann insbesondere die Effektivität eines Modells besser beurteilt werden als bei realen Daten mit unbekanntem Zusammenhängen. Weil bei künstlichen Daten die Zusammenhänge bekannt sind, kann somit untersucht werden, ob die Methodik grundsätzlich in der Lage ist, die künstlich generierten verrauschten Zusammenhänge zu erkennen. Insbesondere kann untersucht werden, ob das Verfahren die tatsächlich relevanten Einflussgrößen selektiert. Dabei sollte die Menge der potentiellen Einflussgrößen deutlich mehr als die tatsächlich relevanten Größen enthalten.

Die grundsätzliche Möglichkeit der Erkennung nichtlinearer Zusammenhänge durch die Kernregression haben frühere Studien gezeigt.<sup>1</sup> In der vorliegenden Arbeit soll insbesondere untersucht werden, ob die künstlichen Einflussgrößen der Varianzen und der Korrelation korrekt identifiziert werden können. Über verschieden starke Verrauschung der konstruierten Zusammenhänge wird untersucht, wie sensibel die Verfahren auf diese Störung reagieren.

---

<sup>1</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000); PETERSMEIER (2003).

## 6.2.2 Datengenerierung

Zur Anwendung der Kernregression müssen die potentiellen Einflussgrößen standardisiert vorliegen.<sup>1</sup> Auf die Variablenselektion der linearen Regression hat die Standardisierung von Regressoren keinen Einfluss. Daher können als künstliche Variablen standardnormalverteilte Pseudo-Zufallszahlen herangezogen werden.<sup>2</sup>

$$x_{ki} \sim N(0, 1) \quad (6.1)$$

- mit  $k$ :  $k$ -te Variable,  $k = 1, \dots, p$   
 $p$ : Anzahl der künstlichen Variablen, im Folgenden  $p = 20$   
 $i$ :  $i$ -te Realisation,  $i = 1, \dots, n$   
 $n$ : Anzahl der Realisationen, im Folgenden  $n = 200$

Für die Untersuchung wird die Anzahl von 200 Realisationen verwendet, da sich die Anzahl der Schätzdaten bei Untersuchungen monatlicher Daten maximal etwa in dieser Größenordnung bewegt.<sup>3</sup> Die Anzahl der künstlichen Variablen geht mit  $p = 20$  deutlich über die tatsächlich relevanten hinaus.

Als mögliche Funktionen zur Generierung künstlicher Zielgrößen aus diesen Pseudo-Zufallszahlen werden in der Literatur vielfältige Möglichkeiten vorgeschlagen. Die Vorschläge umfassen zahlreiche multivariate nichtlineare, zumindest polynomische Zusammenhänge.<sup>4</sup> Die Kernregression kann grundsätzlich jegliche stetige Zusammenhänge approximieren. Bei der Modellierung von Renditeerwartungen und -risiken ist neben dem konkreten funktionalen Zusammenhang zunächst von Interesse, auf welches Moment der Verteilung (Erwartungswert, Varianz oder Korrelation) der Einfluss wirkt. Die Zielgröße  $y = (y_1, y_2)$  kann bei der Modellierung durch einen Erwartungsterm  $m_\ell$ , einen Varianzterm  $s_\ell$  und einen Korrelationsterm  $k_\ell$  und standardisierten Rauschterm erzeugt werden:

$$y_1 = m_1(x) + s_1(x) e_1 + \delta\sigma_1\varepsilon_1 \quad (6.2)$$

$$y_2 = m_2(x) + s_2(x) e_2 + \delta\sigma_2\varepsilon_2 \quad (6.3)$$

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} \sim N \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & k(x) \\ k(x) & 1 \end{pmatrix} \right) \quad (6.4)$$

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 4.2.2.

<sup>2</sup> Dass reale Kapitalmarktrenditen häufig nicht standardnormalverteilt sind, stört die nichtparametrische Modellierung nicht, im Gegenteil haben z.B. leptokurtische Verteilungen den Vorteil, dass aufgrund der sog. Fat Tails an den Rändern mehr Daten zur Verfügung stehen, um den Zusammenhang zu schätzen.

<sup>3</sup> 200 Monatsdaten entsprechen einem Zeitraum von gut  $16\frac{1}{2}$  Jahren.

<sup>4</sup> Vgl. LAVERGNE und VUONG (2000); RECH, TERÄSVIRTA und TSCHERNIG (2001); GYÖRFI ET AL. (2002); PETERSMEIER (2003).

- mit  $m_\ell$ : Angenommene Funktion für  $E(y_\ell|x)$   
 $s_\ell$ : Angenommene Funktion für  $\sigma(y_\ell|x)$ ,  $s_\ell \geq 0$   
 $e_\ell$ : Korrelationsterm,  $E(e_\ell) = 0$ ,  $\text{Var}(e_\ell) = 1$ ,  $\text{Kov}(e_1, e_2|x) = k(x)$   
 $k$ : Angenommene Funktion für  $\text{Korr}(y_1, y_2|x)$ ,  $-1 \leq k \leq 1$   
 $\delta$ : Verrauschungsgrad,  $\delta = 0, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 6$   
 $\sigma_\ell$ : Standardabweichung von  $m_\ell(x) + s_\ell(x) e_\ell$  zur relativen Störtermkontrolle  
 $\varepsilon_\ell$ : Störgröße,  $E(\varepsilon_\ell) = 0$ ,  $\text{Var}(\varepsilon_\ell) = 1$ ,  $\text{Kov}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0$

Zur Konstruktion künstlicher Daten werden die Störgrößen  $e_\ell$  gemäß der konstruierten Korrelation aus der Standardnormalverteilung gezogen. Eine Variation des Verrauschungsgrades erfolgt explizit über den Term  $\delta\sigma\varepsilon$  unter Berücksichtigung der Standardabweichung der konstruierten Zielgrößen. Im Folgenden wird die lineare Funktion und der *Tangens Hyperbolicus* als funktionaler Zusammenhang zwischen den Pseudo-Zufallszahlen und den künstlichen Zielgrößen angenommen.

$$m_1(x_i) = 2x_{1i} - x_{2i} \quad (6.5)$$

$$m_2(x_i) = 2 \tanh(2x_{3i}) - \tanh(2x_{4i}) \quad (6.6)$$

$$s_1(x_i) = 1 + 0.6 \tanh(2x_{5i}) + 0.4 \tanh(2x_{6i}) \quad (6.7)$$

$$s_2(x_i) = 1 + 0.5 \tanh(2x_{7i}) + 0.5 \tanh(2x_{8i}) \quad (6.8)$$

$$k(x_i) = \tanh(2x_{9i}) \quad (6.9)$$

Über einen linearen und einen nichtlinearen Zusammenhang soll das Verhalten der linearen bzw. nichtlinearen Modellierung untersucht werden. Der Verlauf des Tangens Hyperbolicus ist in Abbildung 6.1 visualisiert.<sup>1</sup> Diese Funktion besitzt die Eigenschaft  $-1 \leq \tanh \leq 1$  und ist damit prädestiniert für die künstliche Varianz- und Korrelationsgenerierung: Es folgt  $0 \leq s_\ell \leq 2$  und  $-1 \leq k \leq 1$ .

### 6.2.3 Methodischer Aufbau

Für die derart generierten Einfluss- und Zielgrößen wird die modellgestützte Identifikation der für Renditeerwartungen, -varianzen bzw. -korrelationen relevanten künstlichen Einflussgrößen untersucht. Die Ziehung der Pseudo-Zufallszahlen, die Generierung der künstlichen Zielgrößen sowie die Modellschätzung wird in 100 Simulationsläufen wiederholt, um wechselnde zufällige Einflussgrößen und Störterme zu berücksichtigen. Anhand

<sup>1</sup> Auf eine Analyse weitaus komplexerer Funktionen „höherer“ Nichtlinearität wird hier im Rahmen einer Potentialanalyse verzichtet, da die Daten zusätzlich verrauscht werden. PETERSMEIER (2003) untersucht die Prädiktorselektion unter Verwendung vieler verschiedener nichtlinearer Funktionen und kommt zu vergleichbaren Ergebnissen, da die Kernregression konstruktionsbedingt jede stetige Funktion approximieren kann, vgl. PETERSMEIER (2003) S. 247-299. Reale Wirkungszusammenhänge können als überwiegend monoton angenommen werden, was die Menge der relevanten Funktionen stark eingrenzt.

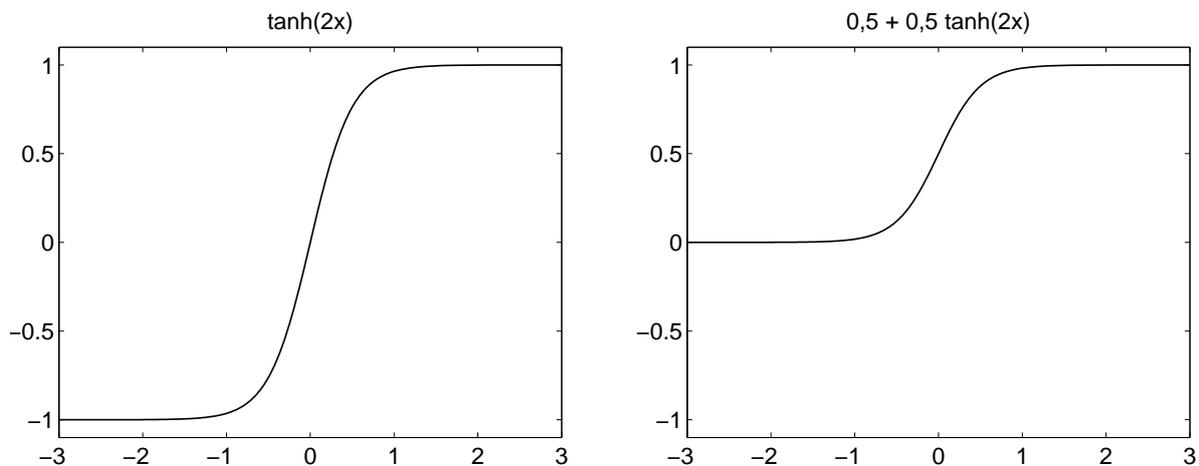


Abbildung 6.1: Tangens Hyperbolicus

der 100 Wiederholungen kann gemessen werden, in wie vielen Fällen die tatsächlichen Einflussgrößen korrekt identifiziert wurden. Der simulierte Umfang von 200 Beobachtungen wird in eine Schätzmenge mit 150 Datenpunkten und eine Prognosemenge mit 50 Datenpunkten aufgeteilt. Auf der Schätzmenge wird die Modellierung durchgeführt und auf der Prognosemenge der Prognosefehler des jeweiligen Modells ausgewertet.

Zur Prädiktorselektion kommt zunächst die lineare Regression mit dem t-Test zur Vorwärtssuche nach relevanten Einflussgrößen zum Einsatz.<sup>1</sup> Für die Selektion einer Einflussgröße wird jeweils ein Signifikanzniveau von 5% gefordert. Zur Untersuchung der nichtlinearen Zusammenhänge in den konstruierten künstlichen Daten wird die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test verwendet.<sup>2</sup> Die Berücksichtigung einer Kreuzvalidierung zur Variablenselektion bei der Kernregression führt in dieser Untersuchung zu ganz ähnlichen Ergebnissen, die daher im Folgenden nicht eigens aufgeführt werden.

Während konventionelle Verfahren wie der t-Test in Verbindung mit der linearen Regression in gängigen statistischen Softwarepaketen häufig bereits implementiert sind, wurden die nichtparametrischen Verfahren von Grund auf eigens implementiert. Insbesondere der nichtparametrische Signifikanztest zur Prädiktorselektion und die Konfiguration des Verfahrens für Renditeerwartungswerte, -volatilitäten und -korrelationen wurde für die empirische Untersuchung geeignet implementiert. Die dazu notwendigen Schritte der Modellierung wurden in Abschnitt 3.6 skizziert, die Methodik wurde im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit detailliert diskutiert.

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.3.1.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.3.3.

### 6.2.4 Simulationsexperiment zur Erwartungswertschätzung

Zur Modellierung der Renditeerwartungen der konstruierten Zielgrößen  $y_1$  und  $y_2$  werden die vorgenannten Verfahren in 100 Simulationsdurchläufen auf die künstlichen Daten angewendet. Die Vorwärtssuche zur Variablenselektion, die lineare Regression in Verbindung mit dem t-Test bzw. die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test können zur Modellierung des Erwartungswertes nach Abschnitt 5.2 unmittelbar auf die generierte Datenreihe angewendet werden, um auf Signifikanz der potentiellen Einflussgrößen zu prüfen, signifikante Variablen zu selektieren und dementsprechend Schätzungen der Zielgröße zu berechnen.

Tabelle 6.1 gibt für verschiedene Verrauschungsgrade die Anzahl der Fälle an, in denen die beiden jeweils tatsächlich für den Erwartungswert relevanten Variablen selektiert wurden. Zudem wird die Anzahl der Fälle angegeben, in denen mindestens eine weitere, irrelevante Variable selektiert wurde und wie viele Variablen im Durchschnitt selektiert wurden. Schließlich werden Prognosefehler für das jeweils geschätzte Modell, für ein ideales Modell mit genau den beiden relevanten Variablen sowie der Fehler bei Berücksichtigung des wahren künstlichen Mittelwertes  $m_1$  bzw.  $m_2$  der Datenkonstruktion ausgewiesen.

Die unterschiedlich starken Einflüsse von linearen und nichtlinearen Zusammenhängen werden je nach Modell und Verrauschungsgrad unterschiedlich zuverlässig erkannt. Sehr häufig werden auch irrelevante Variablen selektiert. Die Kernregression nimmt jedoch fast durchgängig weniger Variablen auf als das lineare Modell. Der LV-Test scheint also relativ restriktiv zu sein. Die Ergebnisse unterscheiden sich in den Relationen nicht wesentlich, wenn eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% bzw. 10% statt 5% vorgegeben wird.

Bei Fehlen einer zusätzlichen Verrauschung ( $\delta = 0$ ) werden die beiden relevanten Größen immer erkannt. Für den linearen Zusammenhang erzielt das lineare Modell einen kleineren Prognosefehler, während die Kernregression für den nichtlinearen Zusammenhang bessere Prognosen liefert, wie jeweils zu erwarten war. Die Prognosefehler sind jeweils nur wenig schlechter als unter Berücksichtigung der tatsächlichen Einflussgrößen bzw. des wahren Mittelwertes, was Hinweise auf eine Robustheit der Verfahren gegenüber irrelevanten Variablen liefert.

Bei einem steigenden Verrauschungsgrad wird zunächst die zweite, weniger stark gewichtete relevante Größe weniger zuverlässig erkannt, bei höherer Verrauschung auch die erste, stärker gewichtete Variable. Konsistenterweise sinkt die durchschnittliche Anzahl der selektierten Größen. Das lineare Modell erzielt auch bei dem nichtlinearen Zusammenhang einen minimal kleineren Prognosefehler. Die Verrauschung steht anscheinend der Abbildung des monotonen nichtlinearen Zusammenhanges im Wege. Die Prognosefehler

Tabelle 6.1: Identifikation künstlicher Zusammenhänge für den Renditeerwartungswert

Zielgröße	$y_1$		$y_2$	
Verfahren	Lin. Regr.	Kernregr.	Lin. Regr.	Kernregr.
Variablenselektion	t-Test	LV-Test	t-Test	LV-Test
Verrauschung $\delta = 0$				
1. Variable	100	100	100	100
2. Variable	100	100	100	100
Sonstige	53	14	48	36
Ø Anzahl	2,87	2,15	2,74	2,41
RMSE	0,119	0,129	0,138	0,129
RMSE ideal	0,117	0,127	0,136	0,125
RMSE wahr	0,115	0,115	0,116	0,116
Verrauschung $\delta = 2$				
1. Variable	99	95	90	88
2. Variable	55	34	40	28
Sonstige	53	57	51	61
Ø Anzahl	2,23	2,17	1,98	2,18
RMSE	0,526	0,544	0,534	0,544
RMSE ideal	0,517	0,527	0,525	0,527
RMSE wahr	0,513	0,513	0,513	0,513
Verrauschung $\delta = 4$				
1. Variable	64	37	44	29
2. Variable	21	11	13	8
Sonstige	56	54	49	53
Ø Anzahl	1,75	1,32	1,30	1,18
RMSE	1,040	1,048	1,049	1,062
RMSE ideal	1,014	1,022	1,031	1,033
RMSE wahr	1,004	1,004	1,016	1,016
Verrauschung $\delta = 6$				
1. Variable	38	16	33	25
2. Variable	13	9	10	6
Sonstige	51	60	66	57
Ø Anzahl	1,25	1,15	1,37	1,23
RMSE	1,574	1,608	1,167	1,175
RMSE ideal	1,542	1,547	1,137	1,144
RMSE wahr	1,527	1,527	1,126	1,126

sind trotzdem jeweils nur wenig schlechter als unter Berücksichtigung des wahren Mittelwertes, was die Robustheit der Verfahren unterstreicht. Insgesamt sind die Ergebnisse der Prädiktorselektion und der Prognosefehler in Anbetracht der starken Verrauschung relativ stabil, die Kernregression erlaubt jedoch keine durchgehend bessere Prognose.

### 6.2.5 Simulationsexperiment zur Varianzschätzung

Zur Modellierung der Varianzen der konstruierten Zielgrößen  $y_1$  und  $y_2$  werden die berücksichtigten Verfahren auf die quadrierten Residuen der Renditemodelle der künstlichen Daten angewendet. Die Modellierung der Varianzen  $E((y_1 - \hat{y}_1)^2|x)$  und  $E((y_2 - \hat{y}_2)^2|x)$  basiert daher auf der Renditeschätzung.<sup>1</sup> Dem liegt die Hypothese zugrunde, dass das Renditemodell korrekt spezifiziert wurde. Das Varianzmodell wird zusätzlich zu der Verrauschung der Ausgangsdaten von dem geschätzten Renditemodell gestört.

Zur Modellierung der bedingten Varianz der konstruierten Zielgrößen werden die Vorwärtssuche zur Variablenselektion und die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test gemäß Abschnitt 5.3 in 100 Simulationsdurchläufen auf die quadrierten Residuen des Renditemodells angewendet, um auf Signifikanz der potentiellen Einflussgrößen zu prüfen, signifikante Variablen zu selektieren und dementsprechend Schätzungen der Zielgröße zu berechnen.<sup>2</sup> Zum Vergleich kann zusätzlich ohne eine eigens für die quadrierten Residuen durchgeführte Variablenselektion die durch das Renditemodell und seine Gewichtung implizierte Varianz des Kernregressionsschätzers gemäß Formel 5.19 berechnet werden.

Tabelle 6.2 gibt für verschiedene Verrauschungsgrade zunächst die Anzahl der Fälle an, in denen die beiden jeweils tatsächlich für die Varianz relevanten Variablen selektiert wurden. Zudem wird die Anzahl der Fälle angegeben, in denen mindestens eine weitere, irrelevante Variable selektiert wurde und wie viele Variablen im Durchschnitt selektiert wurden. Schließlich werden Prognosefehler für das jeweils geschätzte Modell, für ein ideales Modell mit genau den beiden relevanten Variablen sowie der Fehler bei Berücksichtigung der wahren, tatsächlichen konstruierten Varianz der künstlichen Datenkonstruktion ausgewiesen.<sup>3</sup> Schließlich wird der Fehler bei Berücksichtigung der bei der Kernregression vom Renditemodell implizierten Varianzschätzung aufgeführt.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.

<sup>2</sup> Die lineare Regression kann nur methodisch inadäquat auf die Varianzschätzung angewendet werden. Da bei der Schätzung einer Regressionsgraden für die quadrierten beobachteten Residuen negative Varianzschätzungen resultieren, sind die Ergebnisse nur sehr eingeschränkt interpretierbar. Es soll daher lediglich überprüft werden, ob die künstlich konstruierten Zusammenhänge durch das lineare Modell erkannt werden können.

<sup>3</sup> Als wahre Varianz wird hier das quadrierte Residuum des Renditemodells berücksichtigt.

Tabelle 6.2: Identifikation künstlicher Zusammenhänge für die Renditevarianz

Zielgröße	$(y_1 - \hat{y}_1)^2$		$(y_2 - \hat{y}_2)^2$	
	Lin. Regr. t-Test	Kernregr. LV-Test	Lin. Regr. t-Test	Kernregr. LV-Test
Verrauschung $\delta = 0$				
1. Variable	100	100	99	100
2. Variable	100	94	98	99
Sonstige	52	63	63	61
Ø Anzahl	2,80	3,19	2,97	3,02
RMSE	0,009	0,017	0,021	0,016
RMSE ideal	0,009	0,016	0,020	0,015
RMSE wahr	0,006	0,016	0,020	0,014
RMSE implizit		0,021		0,020
Verrauschung $\delta = \frac{1}{2}$				
1. Variable	81	56	19	15
2. Variable	48	32	18	20
Sonstige	58	62	61	68
Ø Anzahl	2,11	1,95	1,31	1,53
RMSE	0,039	0,047	0,029	0,024
RMSE ideal	0,038	0,046	0,029	0,024
RMSE wahr	0,012	0,027	0,021	0,015
RMSE implizit		0,049		0,025
Verrauschung $\delta = 1$				
1. Variable	19	15	10	7
2. Variable	11	8	12	8
Sonstige	59	62	62	67
Ø Anzahl	1,14	1,32	1,09	1,25
RMSE	0,108	0,123	0,116	0,122
RMSE ideal	0,106	0,120	0,114	0,118
RMSE wahr	0,029	0,066	0,057	0,065
RMSE implizit		0,123		0,121
Verrauschung $\delta = 2$				
1. Variable	9	8	5	3
2. Variable	6	5	8	6
Sonstige	51	52	66	55
Ø Anzahl	0,89	0,99	1,16	0,92
RMSE	0,387	0,421	0,408	0,430
RMSE ideal	0,384	0,410	0,405	0,420
RMSE wahr	0,124	0,181	0,152	0,178
RMSE implizit		0,415		0,431

Die Einflussgrößen werden je nach Modell und Verrauschungsgrad unterschiedlich sicher als relevant erkannt. Häufig bis sehr häufig werden auch irrelevante Variablen selektiert. Die Ergebnisse unterscheiden sich in den Relationen nicht wesentlich, wenn eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% bzw. 10% statt 5% vorgegeben wird.

Bei Fehlen einer zusätzlichen Verrauschung ( $\delta = 0$ ) werden die beiden relevanten Größen fast immer erkannt. Für den linearen Zusammenhang in der Rendite erzielt das lineare Modell einen kleineren Prognosefehler. Anscheinend macht sich hier die bessere Anpassung des Renditemodells bemerkbar, da eventuelle Fehler des Renditemodells die Varianzmodellierung stören. Die Prognosefehler sind jeweils nur wenig schlechter als unter Berücksichtigung der tatsächlichen Einflussgrößen bzw. der wahren Varianz. Die bei Berücksichtigung der Kernregression vom Renditemodell implizierte Varianzschätzung erzielt einen deutlich höheren Fehler.

Bei einem steigenden Verrauschungsgrad wird die Selektion der relevanten Größen rapide unzuverlässiger.<sup>1</sup> Konsistenterweise sinkt wiederum die durchschnittliche Anzahl der selektierten Größen. Das lineare Modell erzielt einen minimal kleineren Prognosefehler. Die Verrauschung des monotonen nichtlinearen Zusammenhangs steht hier wieder der Abbildung eines monotonen nichtlinearen Zusammenhanges im Wege. Die Prognosefehler werden mit steigender Verrauschung immer schlechter als unter Berücksichtigung der wahren Variabilität. Der Fehler der bei Berücksichtigung der Kernregression vom Renditemodell implizierten Varianz erscheint mit steigender Verrauschung im Vergleich immer besser. Dieser Effekt ist konsistent vor dem Hintergrund, dass bei starker Verrauschung keine zusätzliche Information aus den Einflussgrößen extrahiert werden kann. Dem Aufwand für die explizite Modellierung der Varianz steht keine Ergebnisverbesserung gegenüber. Insgesamt ist die Varianzmodellierung wesentlich sensibler gegenüber der Verrauschung als die Renditeerwartungsmodellierung.

### 6.2.6 Simulationsexperiment zur Korrelationsschätzung

Zur Modellierung der Korrelation zwischen den beiden konstruierten Zielgrößen  $y_1$  und  $y_2$  werden die berücksichtigten Verfahren auf das Produkt der standardisierten Residuen der Renditemodelle der künstlichen Daten angewendet.<sup>2</sup> Bei der Modellierung der Renditekorrelation gemäß  $E\left(\frac{y_1 - \hat{y}_1}{\hat{\sigma}_1} \frac{y_2 - \hat{y}_2}{\hat{\sigma}_2} | x\right)$  liegt damit eine dreifache Verbundhypothese vor. Es wird angenommen, dass sowohl das Rendite- und das Varianzmodell als auch

<sup>1</sup> Abweichend zur Tabelle 6.1 mit Verrauschungsgraden 0, 2, 4 und 6 werden in Tabelle 6.2 und im weiteren Gang der Arbeit die wesentlich moderateren Verrauschungsgrade 0,  $\frac{1}{2}$ , 1 und 2 berücksichtigt, da die Risikomodellierung wesentlich sensitiver auf die Verrauschung reagiert.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 5.4.3.3. Dieser dem DCC-Modell nach ENGLE (2002) entsprechende Ansatz hat den Vorteil, dass die Varianzen und die Korrelationsmatrix der Zielgrößen getrennt untersucht werden können. Die alternative direkte Untersuchung der Kovarianzmatrix birgt die Gefahr von Fehlspezifikationen durch zeitvariable Volatilitäten der Daten, vgl. ENGLE und SHEPPARD (2001) S. 10f.

das Korrelationsmodell korrekt spezifiziert werden können. Das Korrelationsmodell wird daher zusätzlich zu der Verrauschung der Ausgangsdaten sowohl von den geschätzten Varianzmodellen als auch von den geschätzten Renditemodellen gestört. Die alternative Modellierung der Kovarianz gemäß  $E((y_1 - \hat{y}_1)(y_2 - \hat{y}_2)|x)$  liefert in dieser Untersuchung ähnliche Ergebnisse, die daher im Folgenden nicht eigens aufgeführt werden.

Zur Modellierung der bedingten Korrelation der konstruierten Zielgrößen werden die Vorwärtssuche zur Variablenselektion und die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test gemäß Abschnitt 5.4.3.6 in 100 Simulationsdurchläufen auf das Produkt der standardisierten Residuen der Renditemodelle angewendet, um auf Signifikanz der potentiellen Einflussgrößen zu prüfen, signifikante Variablen zu selektieren und dementsprechend Schätzungen der Zielgröße zu berechnen.<sup>1</sup>

Tabelle 6.3 gibt für verschiedene Verrauschungsgrade zunächst die Anzahl der Fälle an, in denen die beiden jeweils tatsächlich für die Korrelation relevanten Variablen selektiert wurden. Zudem wird die Anzahl der Fälle angegeben, in denen mindestens eine weitere, irrelevante Variable selektiert wurde und wie viele Variablen im Durchschnitt selektiert wurden. Schließlich werden Prognosefehler für das jeweils geschätzte Modell, für ein ideales Modell mit genau den beiden relevanten Variablen sowie der Fehler bei Berücksichtigung der wahren künstlichen Korrelation der Datenkonstruktion ausgewiesen.<sup>2</sup>

Die Einflussgrößen werden je nach Modell und Verrauschungsgrad unterschiedlich sicher als relevant erkannt. Häufig bis sehr häufig werden auch irrelevante Variablen selektiert. Die Ergebnisse unterscheiden sich in den Relationen nicht wesentlich, wenn eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 1% bzw. 10% statt 5% vorgegeben wird.

Bei Fehlen einer zusätzlichen Verrauschung ( $\delta = 0$ ) wird die relevante Größe immer erkannt. Die Prognosefehler sind jeweils nur wenig schlechter als unter Berücksichtigung der tatsächlichen Einflussgrößen bzw. der konstruierten Korrelation.

Bei einem steigenden Verrauschungsgrad wird die Selektion der relevanten Größen rapide unzuverlässiger. Konsistenterweise sinkt erneut die durchschnittliche Anzahl der

<sup>1</sup> Die lineare Regression kann nur methodisch inadäquat auf die Varianzschätzung angewendet werden. Da bei der Schätzung einer Regressionsgraden für die Korrelation Werte außerhalb des zulässigen Bereiches von  $\pm 1$  resultieren, sind die Ergebnisse nur sehr eingeschränkt interpretierbar. Es soll daher lediglich überprüft werden, ob die künstlich konstruierten Zusammenhänge durch das lineare Modell erkannt werden können.

<sup>2</sup> Als wahre paarweise Korrelation wird hier das Produkt der standardisierten Residuen der beiden paarweise betrachteten Zielgrößen herangezogen. Zum Vergleich könnte weiterhin die implizite Korrelationsschätzung einer Kernregression nach Abschnitt 5.4.3.6 durchgeführt werden. Diese basiert allerdings auf einem Simultanmodell des Renditeerwartungswertes. Die Renditeerwartungswertmodellierung wurde jedoch hier mit Partialmodellen durchgeführt, die Ergebnisse wären daher wenig vergleichbar.

Tabelle 6.3: Identifikation künstlicher Zusammenhänge für die Renditekorrelation

Zielgröße	$\frac{y_1 - \hat{y}_1}{\hat{\sigma}_1}$	$\frac{y_2 - \hat{y}_2}{\hat{\sigma}_2}$
Verfahren	Lin. Regr.	Kernregr.
Variablenselektion	t-Test	LV-Test
Verrauschung $\delta = 0$		
1. Variable	100	100
Sonstige	58	79
Ø Anzahl	1,91	2,40
RMSE	1,110	1,123
RMSE ideal	1,085	1,092
RMSE wahr	1,068	1,077
Verrauschung $\delta = \frac{1}{2}$		
1. Variable	74	65
Sonstige	57	64
Ø Anzahl	1,54	1,70
RMSE	1,261	1,268
RMSE ideal	1,241	1,244
RMSE wahr	1,279	1,281
Verrauschung $\delta = 1$		
1. Variable	19	17
Sonstige	59	58
Ø Anzahl	1,09	1,21
RMSE	1,272	1,297
RMSE ideal	1,256	1,276
RMSE wahr	1,422	1,429
Verrauschung $\delta = 2$		
1. Variable	9	6
Sonstige	57	62
Ø Anzahl	0,91	1,06
RMSE	1,341	1,502
RMSE ideal	1,327	1,478
RMSE wahr	1,456	1,611

selektierten Größen. Die Prognosefehler der wahren Korrelation werden mit steigender Verrauschung immer schlechter, da die standardisierten Residuen als berücksichtigte Zielgrößen durch das Rendite- und Varianzmodell gestört werden. Eine adäquate Modellierung ist dann schon bei geringer Verrauschung nicht mehr möglich. Insgesamt reagieren die Ergebnisse sehr sensibel auf die Verrauschung, obwohl ein univariater Zusammenhang konstruiert wurde.

### 6.2.7 Zusammenfassung der Untersuchung künstlicher Daten

Anhand der Ergebnisse der Untersuchungen künstlicher Daten wurde deutlich, dass bei verrauschten linearen Zusammenhängen auch das lineare Modell nicht durchgängig eine Identifizierung der tatsächlichen Zusammenhänge erlaubt. Bei monotonen nichtlinearen Zusammenhängen in Verbindung mit einer Verrauschung und einer Häufung der Beobachtungen um einen Mittelwert muss erwartet werden, dass die resultierende Verzerrung eine Identifikation des Zusammenhangs und der relevanten Einflussgrößen zumindest stark be- oder sogar verhindert. Zudem können in dieser Untersuchung verrauschte monotone nichtlineare Zusammenhänge durch die lineare Regression relativ gut modelliert werden.<sup>1</sup> Die Ergebnisse sind konsistent mit früheren Untersuchungen. PETERSMEIER (2003) berücksichtigt weitere nichtlineare, auch nicht-monotone Zusammenhänge, auf denen die Kernregression deutlich bessere Ergebnisse liefert. Jedoch ergeben sich auch dabei starke Verzerrungen durch verrauschte Daten.<sup>2</sup>

Trotzdem ist die Renditeerwartungsschätzung relativ robust gegenüber der Verrauschung. Jedoch ist die Modellierung der Varianzen und in noch stärkerem Maße die Modellierung der Korrelation sehr sensitiv gegenüber der Verrauschung.

Dennoch haben Fehlselektionen einen relativ geringen Einfluss auf die Prognosefehler. Die Anzahl der angenommenen Realisationen liegt mit 200 (bzw. 150 in der Schätzmenge) in einem realistischen Bereich. Die Anzahl der Prädiktorkandidaten ist mit 20 eher klein gewählt. Bei realen Daten steht ein Vielfaches an ökonomischen Zeitreihen zur Auswahl, weswegen vermehrt Fehlselektionen zu erwarten sind. Zudem wird sich bei realen Daten ein eventueller Zusammenhang im Zeitablauf verändern bzw. nicht durchgängig gelten. Obwohl bei den hier berücksichtigten künstlichen Daten die aufgeführten Gütemaße auf einer dem Modell unbekanntem Generalisierungsmenge berechnet wurden, ist zu erwarten, dass auf realen Daten Einflussgrößen für Varianzen bzw. Korrelationen im Vergleich zu Renditeerwartungen schwieriger zu identifizieren sind, wobei auch bei der Renditeerwartung eine Extraktion der relevanten Zusammenhänge störanfällig ist.

## 6.3 Untersuchung realer Daten

### 6.3.1 Untersuchungsziel

Zur weiteren Untersuchung der Methodik werden historische reale finanzwirtschaftliche Zeitreihen herangezogen. Im Gegensatz zu einer qualitativen Analyse (Expertenmeinung) kann die quantitative Analyse quasi ex-ante rückwirkend erfolgen. In einer

---

<sup>1</sup> Die Ergebnisse des linearen Modells für die Varianz- und Korrelationsschätzung sind jedoch nur sehr eingeschränkt interpretierbar.

<sup>2</sup> Vgl. PETERSMEIER (2003) S. 247ff.

dynamischen Modellierung auf rollierenden Zeitfenstern werden nur die zum jeweiligen Zeitpunkt bereits beobachtbaren Daten berücksichtigt und so untersucht, welche Prognosegüte erzielt worden wäre. So kann die tatsächliche historische Leistungsfähigkeit der Prognoseverfahren untersucht werden.

Bei der Modellierung von Zusammenhängen zwischen realen Daten liegt einem quantitativen Prognosemodell eine Verbundhypothese zugrunde. Erstens wird angenommen, dass ein Wirkungszusammenhang<sup>1</sup> zwischen den berücksichtigten (beobachtbaren bzw. verfügbaren) Daten existiert und dass dieser mit dem berücksichtigten Verfahren modelliert und als signifikant identifiziert werden kann, weil er nicht zu stark verrauscht ist. Zweites folgt eine Anwendung auf zukünftige Daten (Prognose) der Persistenzannahme, dass die identifizierten Zusammenhänge zeitstabil sind. Zur Überprüfung der Persistenz wird die Anpassungsgüte auf den Schätzdaten mit der Prognosegüte auf unbekanntem Daten verglichen.

### 6.3.2 Datengrundlage

Die historische Leistungsfähigkeit der Methodik wird aufgrund weit zurückreichender Datenhistorien über einen langen Anlagezeitraum mit verschiedenen Marktphasen untersucht. Aus der kommerziellen Datenbank Thomson Datastream werden für eine entsprechende Analyse eine Fülle von Daten in die eigens entwickelten Softwaretools übertragen. Sämtliche im Folgenden genannten Datenreihen stehen für den 33-jährigen Zeitraum von 01/1975 bis 01/2008 zur Verfügung (397 Monatsdaten).

Der Zeitraum 02/1993 bis 01/2008 bildet den Prognose- und Anlagezeitraum. Für die einzelnen Monatsprognosen dieses 15-jährigen Anlagezeitraums wurden rollierende Schätzzeiträume berücksichtigt. Bei Ausnutzung der kompletten Datenhistorie steht somit jeweils ein Schätzzeitraum von knapp 18 Jahren (214 Monatsdaten) zur Verfügung. Zur Analyse der Auswirkung der Länge des Schätzzeitraums wird die Modellierung mit Schätzzeitfenstern von 6, 12 und knapp 18 Jahren durchgeführt. Dabei wird aus Gründen der Vergleichbarkeit der Prognose- und Anlagezeitraum 02/1993 bis 01/2008 beibehalten. So basiert z.B. eine Prognose für 07/2000 auf den 214 Beobachtungen von 07/1982 bis 06/2000 (siehe Tabelle 6.4).

Für eine Untersuchung der prognosebasierten taktischen Asset Allokation auf Ebene zentraler Assetklassen<sup>2</sup> werden als Anlagealternativen und damit als Zielgrößen der Modellierung die in Thomson Datastream seit 1975 verfügbaren Indizes gängiger Assetklassen

---

<sup>1</sup> Ein statistisches Modell kann nicht auf Kausalität, sondern nur auf statistische Signifikanz schließen.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 2.2.

Tabelle 6.4: Rollierende Modellierung von 1993 bis 2008

Nr.	Schätzzeitraum	Prognosemonat
1.	04/1975 – 01/1993	02/1993
2.	05/1975 – 02/1993	03/1993
3.	06/1975 – 03/1993	04/1993
⋮	⋮	⋮
178.	01/1990 – 10/2007	11/2007
179.	02/1990 – 11/2007	12/2007
180.	03/1990 – 12/2007	01/2008

herangezogen. Das Anlageszenario berücksichtigt internationale Finanzmarktindizes.<sup>1</sup> Es wurden Monatsschlusskurse berücksichtigt, da viele ökonomische Schlüsselindikatoren in dieser Frequenz vorliegen.<sup>2</sup> Als Aktienindizes stehen der Dow Jones Industrial Average (DJIA), der MSCI World Equity Index, der MSCI Europe Equity Index und der Deutsche Aktienindex DAX zur Verfügung. Darüber hinaus liegt der Goldman Sachs Commodity Index (GSCI) als Rohstoffindex<sup>3</sup> sowie der US-Dollarkurs in Euro (USD)<sup>4</sup> vor. Rentenmarktindizes liegen für den berücksichtigten Zeitraum in der Datenbank nicht als Performanceindex vor und können daher nicht sinnvoll als Anlagealternative berücksichtigt werden.

<sup>1</sup> Bei in Fremdwährung notierten Wertpapieren besteht ein Währungsrisiko, gegen das sich ein Investor allerdings absichern kann. In der vorliegenden Arbeit wird daher von einer vollständigen Eliminierung von Währungsrisiken ausgegangen. Alternativ kann das Währungsrisiko über den als Zielgröße berücksichtigten Wechselkurs modelliert werden. Zur Analyse der Modellierung und der resultierenden Prognosen ist jedoch die Annahme der Eliminierung von Währungsrisiken vorteilhaft, weil somit die Ergebnisse direkt der Prognoseinformation und nicht in Teilen einem Währungsrisikomanagement zuzuordnen sind. Die Hedging-Kosten werden hier im Rahmen einer Analyse des Leistungspotentials der Prognosemethodik vernachlässigt. Ähnlich argumentiert DICHTL (2001) S. 382f mit entsprechenden Verweisen.

<sup>2</sup> BECKERS und BLAIR (2003) untersuchen den Kernregressionsschätzer auf wöchentlichen Kapitalmarktdaten. Nach einer aktuellen Studie von MORENO und OLMEDA (2007) sind jedoch Tages- und Wochenrenditeerwartungswerte auch mit nichtlinearen Modellen nicht prognostizierbar. Volatilitäten werden hingegen fast ausschließlich für Tages- und Wochenrenditen untersucht: „Many empirical studies find that the volatility ... of financial returns is predictable over short forecasting horizons, such as one day or one week ... Less is known about the predictability of volatility over longer horizons.“ (RAUNIG (2006) S. 363) In dieser Arbeit werden die bisher vernachlässigten monatlichen Volatilitäten untersucht.

<sup>3</sup> Der Goldman Sachs Rohstoffindex GSCI bildet Rohstoffpreise gemäß ihrem Weltproduktionsgewicht der letzten fünf Jahre ab. Daher ist dieser Index stark energielastig und hoch korreliert mit dem Ölpreis. Es existieren inzwischen einige ausgewogenere Subindizes mit reduziertem Energieanteil, deren Datenhistorie jedoch nicht seit 1975 vorliegt.

<sup>4</sup> Vor 1999 umgerechneter US-Dollarkurs in Deutsche Mark.

Tabelle 6.5 enthält Statistiken der Renditen der berücksichtigten sechs Anlagealternativen der Untersuchung und damit Zielgrößen der Modellierung. Neben dem Mittelwert und der Volatilität der monatlichen stetigen Renditen sind Sharpe Ratio<sup>1</sup>, minimale Monatsrendite und maximale Monatsrendite aufgeführt. Es fällt auf, dass der DAX die höchste mittlere Rendite bei allerdings höchster Volatilität erzielt hat. Dies untermauern die Extremwerte. Der Dow Jones zeigt die beste Sharpe Ratio. Abbildung 6.2 enthält Kerndichteschätzungen der Renditeverteilung der Anlagealternativen.<sup>2</sup>

Tabelle 6.5: Statistische Kennzahlen der monatlichen stetigen Zielgrößenrenditen 1975–2008

Zielgröße	DJIA	MSCI W	MSCI E	DAX	GSCI	USD
Mittelwert	0,74%	0,54%	0,64%	0,82%	0,61%	-0,11%
Volatilität	4,06%	3,79%	4,56%	6,52%	5,56%	2,31%
Sharpe Ratio	18,33%	14,19%	13,95%	12,55%	11,03%	
Minimum	-16,41%	-12,63%	-16,44%	-29,33%	-14,99%	-6,61%
Maximum	10,08%	11,95%	13,64%	19,37%	14,66%	4,48%

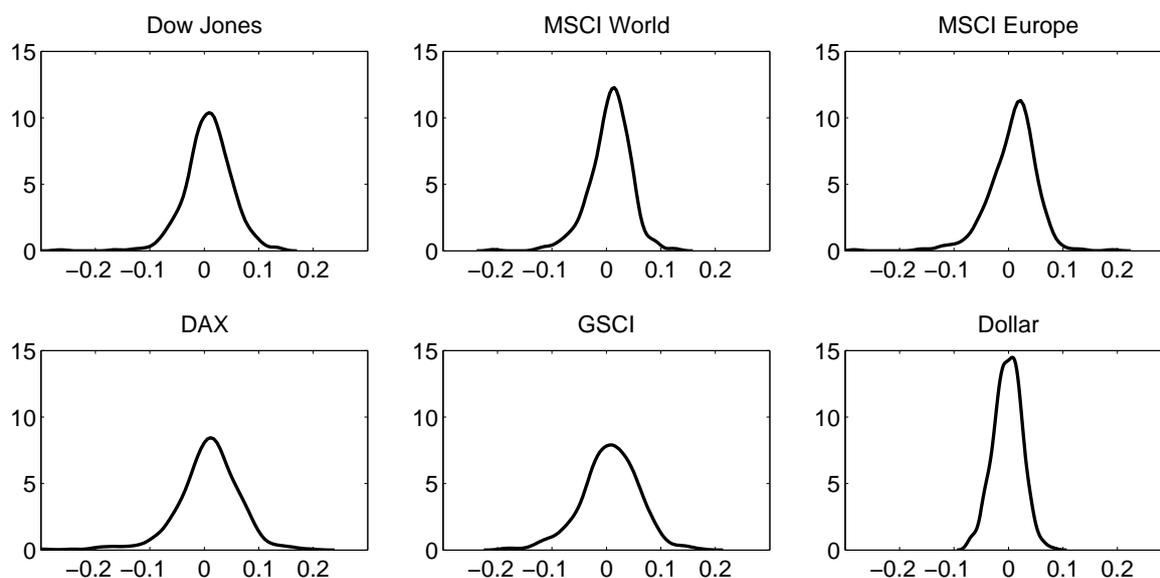


Abbildung 6.2: Verteilung der monatlichen stetigen Zielgrößenrenditen 1975–2008

<sup>1</sup> Die Sharpe Ratio wird nur für positive Renditen angegeben. Negative Sharpe Ratios sind nicht sinnvoll interpretierbar, da ein höherer Wert nicht mehr für ein günstigeres Verhältnis von Rendite und Risiko stehen würde.

<sup>2</sup> Zu Kerndichteschätzungen vgl. PETERSMEIER (2003).

Als potentielle Einflussgrößen liegen 113 weitere Kapitalmarktzeitreihen und ökonomische Schlüsselindikatoren<sup>1</sup> in monatlicher Frequenz vor. Diese enthalten Daten zu Inlandsprodukten, Pro-Kopf-Einkommen, Konsum, Erwerbstätigenzahl bzw. -quote, Arbeitslosenzahlen bzw. -quote, Anzahl unbesetzter Stellen, Inflation, Industrieproduktion, Konsumentenkredite, Geldpolitik, Zinsstruktur bzw. Zinsspreads und Zins-Cross-Rates, Konsumentenpreise, -zufriedenheit bzw. -einkommen, Sparleistung bzw. -quote, Im- und Exporte sowie Arbeitsproduktivität jeweils teils für die USA, Europa bzw. Deutschland.<sup>2</sup> Die Daten wurden um ein bis einschließlich drei Monate zeitverzögert berücksichtigt. Bei einigen Größen ist ein Veröffentlichungslag zu berücksichtigen.<sup>3</sup> Die berücksichtigten Modellierungsverfahren und die für eine Modellierung notwendigen Datentransformationen werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 6.3.3 Methodischer Aufbau

Mit dem (Augmented-)Dickey-Fuller-Test werden die originären Zeitreihen auf schwache *Stationarität*<sup>4</sup> überprüft. Schwache Stationarität der Datenreihen ist eine unbedingte Voraussetzung für eine sachgerechte Anwendung statistischer Regressionsverfahren.<sup>5</sup> Von jenen Zeitreihen, die nicht bereits schwach stationär vorliegen, werden stetige Renditen bzw. Differenzen gebildet. Bei den nicht schwach stationären berücksichtigten Datenreihen sind diese ersten Differenzen schwach stationär.<sup>6</sup>

Während konventionelle Verfahren wie die lineare Regression oder GARCH-Modelle in gängigen statistischen Softwarepaketen häufig bereits implementiert sind, müssen die nichtparametrischen Verfahren von Grund auf eigens implementiert werden. Insbesondere der nichtparametrische Kernregressionsschätzer, der Signifikanztest zur Prädiktorselektion und die Konfiguration dieser Verfahren zur Schätzung von Renditeerwartungswerten, -volatilitäten und -korrelationen sind für die empirischen Untersuchungen geeignet zu implementieren. Darüber hinaus müssen die gesamte Datenverarbeitung, die

<sup>1</sup> Zusammenstellung „Key Economic Indicators“ durch Thomson Datastream.

<sup>2</sup> Eine vollständige Auflistung findet sich in Anhang E. Insbesondere fehlen aufgrund der beschriebenen Datenbeschaffungsmöglichkeiten mit der Marktrisikoaversion, dem Goldpreis, dem Ölpreis und Bondperformancedaten einige Größen, die in früheren Untersuchungen als aussichtsreiche Prädiktorkandidaten identifiziert wurden.

<sup>3</sup> Z.B. liegen Beschäftigtenzahlen für Januar 2000 erst im März 2000 vor und können somit erst dann zur Modellierung verwendet werden.

<sup>4</sup> Eine schwach stationäre Zeitreihe hat zu allen Zeitpunkten den gleichen Erwartungswert und die gleiche (Autoko-)Varianz.

<sup>5</sup> Vgl. ECKEY, KOSFELD und DREGER (2004) S. 227ff.

<sup>6</sup> Die US-Bevölkerungszahl scheint integriert vom Grade zwei zu sein, da auch die ersten Differenzen der Zeitreihe nach dem ADF-Test nicht schwach stationär sind. Diese Zeitreihe wird daher nicht berücksichtigt.

verschiedenen Gütemaße, die Portfoliooptimierung und die Performancemessung programmiert werden. In Abschnitt 3.6 ist verdeutlicht, wie die Implementierung einer ökonomischen Modellierung grundsätzlich aufgebaut ist.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Softwareumgebung Matlab zur Implementierung eines solchen Prognose-, Allokations- und Performanceanalyse-Tools eingesetzt. Im modularen Aufbau orientiert sich diese Neuimplementierung wesentlich an früheren, in GAUSS-Code vorliegenden Prototypen von DICHTL (2001) und PETERSMEIER (2003). Die wesentlichen Algorithmen werden jedoch selbst bei methodischer Ähnlichkeit vollständig neu entwickelt.<sup>1</sup>

Zur Beurteilung der Güte der Prognosen des Kernregressionsschätzers sollen die empirischen Untersuchungen auf dieser zentralen Methodik dieser Arbeit und auf verschiedenen Vergleichsverfahren basieren. Als Vergleichsverfahren werden der empirische Mittelwert der Zielgrößenrenditen auf den Schätzdaten, die naive Prognose<sup>2</sup>, deren Gegenteil und ein ARMA(1,1)-Modell gebildet. Die Anpassungs- und Prognosegüte dieser Verfahren gibt einen Beurteilungsmaßstab für die Modellgüte. Die Anpassungsgüte des historischen Mittelwertes erlaubt Rückschlüsse auf einen langfristigen Trend, während die naive bzw. antinaive Schätzung das Auftreten von Phasen bzw. „flatternden“ Bewegungen annimmt. Die Güte dieser Vergleichsverfahren muss insofern als Mindestanforderung an die Güte eines Prognosemodells verstanden werden.

Zum Vergleich der empirischen Leistungsfähigkeit der nichtparametrischen Prädiktorselektion über den Signifikanztest nach LAVERGNE und VUONG (2000) (LV-Test<sup>3</sup>) soll die Auswahl der Variablen über den Schätzfehler einer Kreuzvalidierung<sup>4</sup> der Kernregression und ein Kernregressions-Kombinationsmodell<sup>5</sup> verwendet werden.<sup>6</sup> Aufgrund des sog. Fluch der Dimension<sup>7</sup> wird für die Kernregression eine je nach Schätzdatenumfang variierte Anzahl maximal zulässiger Prädiktoren berücksichtigt.

Als parametrisches Standardregressionsverfahren wird die lineare Kleinste-Quadrate-Regression in Verbindung mit einer Prädiktorselektion mittels des t-Tests verwendet.<sup>8</sup> Als nichtparametrische Alternative werden MLP-Ensembles eingesetzt.<sup>9</sup>

---

<sup>1</sup> Einzig das MLP-Modul wurde nicht vom Verfasser eigens für diese Arbeit implementiert.

<sup>2</sup> Zur naiven Prognose vgl. Abschnitt 3.4.1.1.

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.3.3.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 3.5.1.

<sup>5</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.4.

<sup>6</sup> Aufgrund der theoretischen Betrachtungen in Abschnitt 4.5.3 wird von einer Verwendung alternativer Signifikanztests abgesehen. Überdies haben die Untersuchungen von PETERSMEIER (2003) gezeigt, dass der Test von FAN und LI (1996) teilweise selbst auf künstlichen Daten mit bekannten Zusammenhängen keinen der relevanten Prädiktoren als signifikant erkennt, vgl. a.a.O. S. 320.

<sup>7</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.2.

<sup>8</sup> Vgl. Abschnitt 3.3.1.

<sup>9</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.3.

Zur Risikomodellierung werden empirische Varianzen und Kovarianzen sowie das GARCH(1,1)-Modell als parametrisches Standardverfahren herangezogen.<sup>1</sup> Als nichtparametrische Alternative wird der exponentiell gewichtete gleitende Durchschnitt (EWMA) und die Varianz der MLP-Ensembles berücksichtigt.<sup>2</sup>

Zur Portfolio-Selektion wird nach Abschnitt 2.3.2 der folgende Ansatz verwendet.

$$\hat{\mu}_P - \lambda \hat{\sigma}_P^2 \rightarrow \max!$$

- mit  $\hat{\mu}_P$ : geschätzte Portfoliorendite,  $\hat{\mu}_P = w^T \hat{\mathbf{Y}}$   
 $w$ : Vektor der Portfoliogewichte,  $\sum_{k=1}^m w_k = 1$   
 $\hat{\mathbf{Y}}$ : Vektor der geschätzten Zielgrößenrenditen  
 $\hat{\sigma}_P^2$ : geschätzte Portfoliovarianz,  $\hat{\sigma}_P^2 = w^T \hat{\Sigma}^2 w$   
 $\hat{\Sigma}^2$ : geschätzte Kovarianzmatrix der Zielgrößenrenditen  $\mathbf{Y}$   
 $\lambda$ : Risikoaversionsparameter,  $\lambda \geq 0$

Als Risikoaversionsparameter werden verschiedene Werte herangezogen. Aus  $\lambda = 0$  resultiert das Maximum-Ertrag-Portfolio zur isolierten Untersuchung der Renditeprognosen.  $\lambda = 2$  ist ein Standardwert institutioneller Anleger.<sup>3</sup> Aufgrund der Unterschätzung des Prognoserisikos auf Basis der Schätzdaten und zur Untersuchung der Effekte der Risikoprognosen auf die Portfoliooptimierung werden im Folgenden auch höhere Werte berücksichtigt, da sich anhand verschiedener Risikoaversionsparameter der Einfluss der Risikoprognosen auf die Portfolioperformance untersuchen lässt. Die Berücksichtigung des Minimum-Varianz-Portfolios

$$\hat{\sigma}_P^2 \rightarrow \min!$$

ist nicht sinnvoll, da die Risikoprognosen als Schätzrisikoerwartung der Renditemodelle konstruktionsbedingt nicht sinnvoll isoliert zu verwenden sind.<sup>4</sup>

Die Güte der konstruierten Portfolien wird ins Verhältnis zu einer naiven gleichgewichteten Benchmark gesetzt.<sup>5</sup> Über diese Benchmark lassen sich die aktive Rendite, die Portfoliovarianz, die Sharpe-Ratio und Jensens Alpha analysieren.<sup>6</sup>

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.3.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.1.

<sup>3</sup> Vgl. CHOPRA und ZIEMBA (1993) S. 10; DICHTL (2001) S. 390; PETERSMEIER (2003) S. 318; alle Quellen mit der äquivalenten Form  $\hat{\mu}_P/\lambda - \hat{\sigma}_P^2$  mit  $\lambda = \frac{1}{2}$ , vgl. GRINOLD und KAHN (2000) S. 96.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.2. Eine Risikoschätzung unter Verwendung des empirischen Mittelwertes kann freilich zur Konstruktion des Minimum-Varianz-Portfolios herangezogen werden.

<sup>5</sup> Diese naive Benchmark setzt implizit voraus, dass bei allen Anlagealternativen langfristig mit einer Risikoprämie gerechnet werden kann. Daher bieten sich hier vornehmlich Wertpapiere statt z.B. Rohstoffen und Währungen an. Die fortlaufende Wiederherstellung der Gleichgewichtung des Portfolios bietet sich insbesondere bei langen Anlagezeiträumen an, da ein Buy-and-hold-Portfolio im Zeitablauf starke Anteilsänderungen aufweisen kann.

<sup>6</sup> Bei einem Leerverkaufsverbot sollte eine risikolose Anlage zur Verfügung stehen, um negative Renditeprognosen adäquat berücksichtigen zu können. Andernfalls kann nur die aktive Portfolioperformance gegenüber einer geeigneten Benchmark sinnvoll interpretiert werden.

### 6.3.4 Renditeerwartungswertmodellierung

Zur Modellierung der Renditeerwartungen der Zielgrößen werden die vorgenannten Verfahren direkt auf die Daten angewendet. Die Vorwärtssuche zur Variablenselektion, die lineare Regression in Verbindung mit dem t-Test und die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test bzw. einer Kreuzvalidierung können zur Modellierung des Erwartungswertes nach Abschnitt 5.2 unmittelbar auf die Datenreihe angewendet werden, um auf Signifikanz der potentiellen Einflussgrößen zu prüfen, signifikante Variablen zu selektieren und dementsprechend Prognosen der Zielgröße zu berechnen.

#### 6.3.4.1 Prädiktorselektion

Obwohl das ARMA(1,1)-Modell als zeitreihenanalytisches Verfahren keine exogenen Prädiktoren berücksichtigen kann, lässt sich anhand der Modellparameter eine bestehende Autokorrelation erster Ordnung sowie die Bedeutung des gleitenden Mittelwertes analysieren. Insofern stellt das ARMA-Modell eine Kombination von naiver Prognose (AR-Term) und historischen Mittelwert (MA-Term) dar. Als Parameter eines ARMA(1,1)-Modells werden für jeden Schätzzeitraum eine Modellkonstante und je ein Parameter des autoregressiven Terms erster Ordnung sowie des gleitenden Mittelwertterms geschätzt. Die geschätzten Parameter schwanken für alle Zielgrößen stark im Zeitverlauf und sind selten signifikant. Bei keiner der Zielgrößen zeigt sich anhand der Parameter ein eindeutiger Schwerpunkt auf dem AR- oder dem MA-Term.

Zur Visualisierung der Prädiktorselektion im Verlauf der rollierenden Schätzzeiträume werden im Folgenden Abbildungen herangezogen, deren Aufbau kurz erläutert wird. Auf der Abszisse sind die rollierenden Schätzzeitfenster abgetragen, da für jedes Zeitfenster eine Prädiktorselektion durchgeführt wird. Auf der Ordinate sind die selektierten Prädiktoren aufgeführt. Eine Farbmarkierung dieser Abbildung bezeichnet nun, dass für das jeweilige Zeitfenster der entsprechende Prädiktor selektiert wurde. Die Legende am rechten Rand enthält das Farbschema, nach dem unterschiedliche Signifikanzniveaus der Prädiktoren gekennzeichnet sind. Bei der kreuzvalidierten Kernregression wird kein Signifikanztest verwendet, weswegen hier eine entsprechende Kennzeichnung fehlt. Beim Vergleich verschiedener derartiger Abbildung ist zu beachten, dass sich die Menge der selektierten Prädiktoren und damit die Ordinatenbeschriftung unterscheiden kann.

Das parametrische Standardverfahren zur Selektion relevanter Faktoren ist die lineare Regression in Verbindung mit dem t-Test auf Signifikanz der Parameter. Bei einer rollierenden Schätzung eines solchen linearen Faktormodells werden u.U. in jedem Schritt aufgrund der um eine Beobachtung verschobenen Schätzdaten verschiedene Faktoren selektiert. In Abbildung 6.3 zeigt sich am Beispiel des Dow Jones, dass in der ersten Hälfte des Anlagezeitraumes, also etwa 1993 bis 2000, langfristige Zinsen und in Teilen

Rohstoff- und Konsumentenpreise durchgängig als relevante Faktoren selektiert werden, wenn die jeweils vorangegangenen 18 Jahre als Schätzzeitraum berücksichtigt werden.

Für die zweite Hälfte des Anlagezeitraumes, also etwa 2001 bis 2008, wurden auf den Schätzdaten neben langfristigen Zinsen eher Konsumindikatoren als relevant erkannt. Zusätzlich zu diesen genannten Faktoren erfüllen wechselnde andere Indikatoren das geforderte Signifikanzniveau von 5%. Eventuell alterniert die Selektion auch zwischen einzelnen hoch korrelierten Größen. Die im Zeitablauf wechselnden selektierten Größen deuten zunächst auf eine Änderung der beim linearen Regressionsmodell für die Zielgröße relevanten Einflussgrößen hin. Anhand der Anpassungsgüte wird im nächsten Abschnitt ein konkretes Störphänomen deutlich gemacht.

Die Darstellungen zum linearen Regressionsmodell lassen sich nun mit den selektierten Variablen der Kernregressionsmodelle unter Berücksichtigung des LV-Tests in Abbildung 6.4, unter Verwendung einer Kreuzvalidierung in Abbildung 6.5 und für die Kombination mehrerer Kernregressionsmodelle in Abbildung 6.6 vergleichen.

Bei der Kernregression mit LV-Test fällt auf, dass im Vergleich zur linearen Regression teilweise andere Indikatoren als relevante Prädiktoren selektiert werden. Die langfristigen Zinsen sind jedoch auch hier zumindest in der ersten Hälfte des Anlagezeitraumes als relevant identifiziert. Insgesamt weist der Verlauf eine höhere Fluktuation auf. Teilweise wird nur ein Prädiktor selektiert. Zudem ändern sich die selektierten Prädiktoren bei Berücksichtigung eines kürzeren Schätzdatenzeitraumes. Beim Dow Jones z.B. taucht jedoch immer wieder das Im-/Exportverhältnis auf. Bei der Kernregression mit Kreuzvalidierung werden häufig der europäische Aktienindex, die langfristigen US-Zinsen und die Konsumentenpreisentwicklung selektiert. Bei der Berücksichtigung univariater Kernregressionsmodelle für ein Kombinationsmodell nach Abschnitt 4.5.4 werden ebenfalls der europäische Aktienindex, der reale Wechselkurs<sup>1</sup> und Zinsveränderungen als relevante Größen identifiziert. Ab dem 152. Zeitfenster ergibt sich aufgrund der rollierenden Datenbasis ein grundsätzlich anderes Bild. Die Hintergründe werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

Für die anderen Zielgrößen ergibt sich ein ähnliches Bild. Für die Aktienmärkte werden ähnliche, aber nicht immer identische Prädiktoren identifiziert. Im Verlauf der rollierenden Schätzdatenzeitfenster ergeben sich stets deutliche Änderungen der relevanten Prädiktoren. Die selektierten Größen der linearen Regression sind deutlich zeitstabiler als die der Kernregressionmodelle. Je kürzer der Schätzzeitraum gewählt wird, desto unregelmäßiger wird der Verlauf der selektierten Faktoren. Darstellungen der selektierten Prädiktoren sämtlicher Zielgrößen unter Berücksichtigung von 18, 12 und 6 Jahren Schätzdatenzeitraum finden sich im Anhang A.

Ein bedeutender Unterschied zwischen dem linearen und dem nichtparametrischen Modell ergibt sich zwangsläufig durch die Beschränkung der Modelldimension beim nichtpa-

<sup>1</sup> Austauschverhältnis zwischen den exportierten und den importierten Gütern, Terms of Trade.

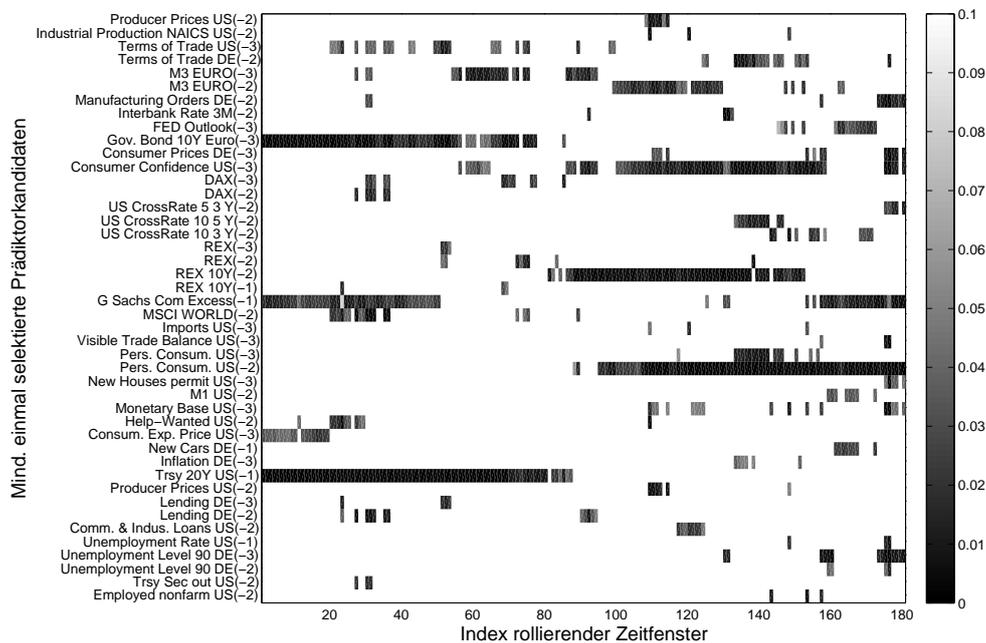


Abbildung 6.3: Verlauf der selektierten Faktoren des linearen Modells für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

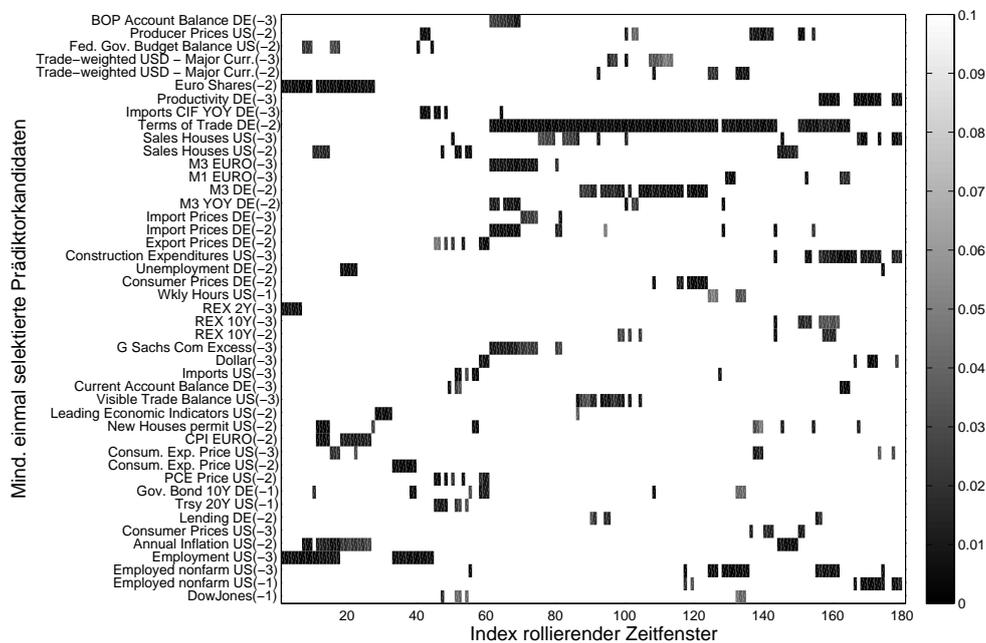


Abbildung 6.4: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

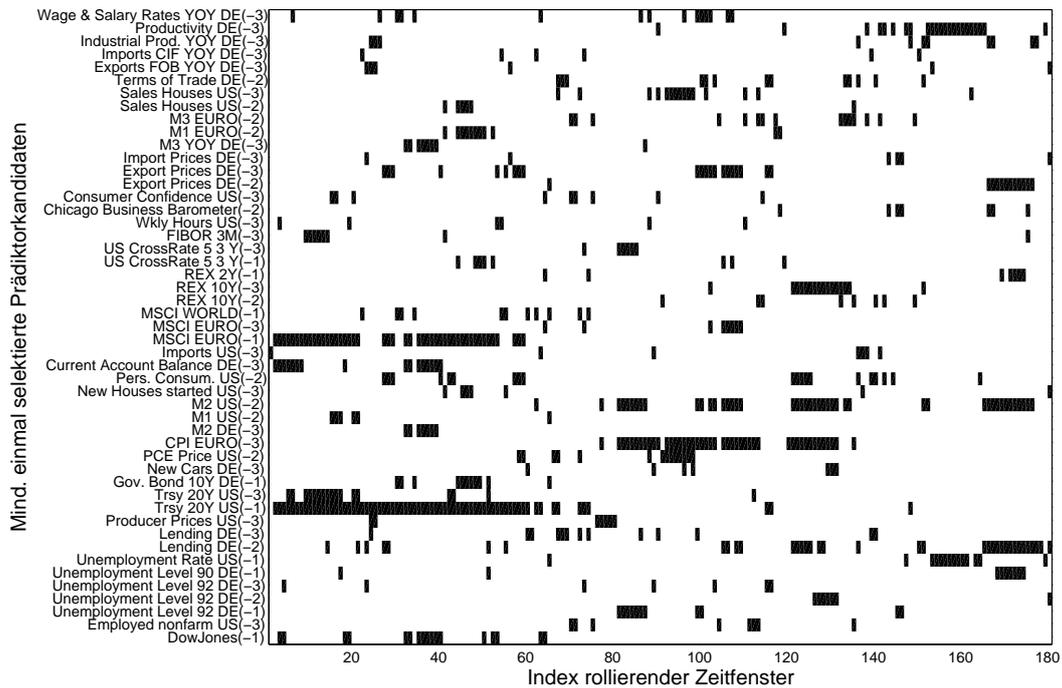


Abbildung 6.5: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

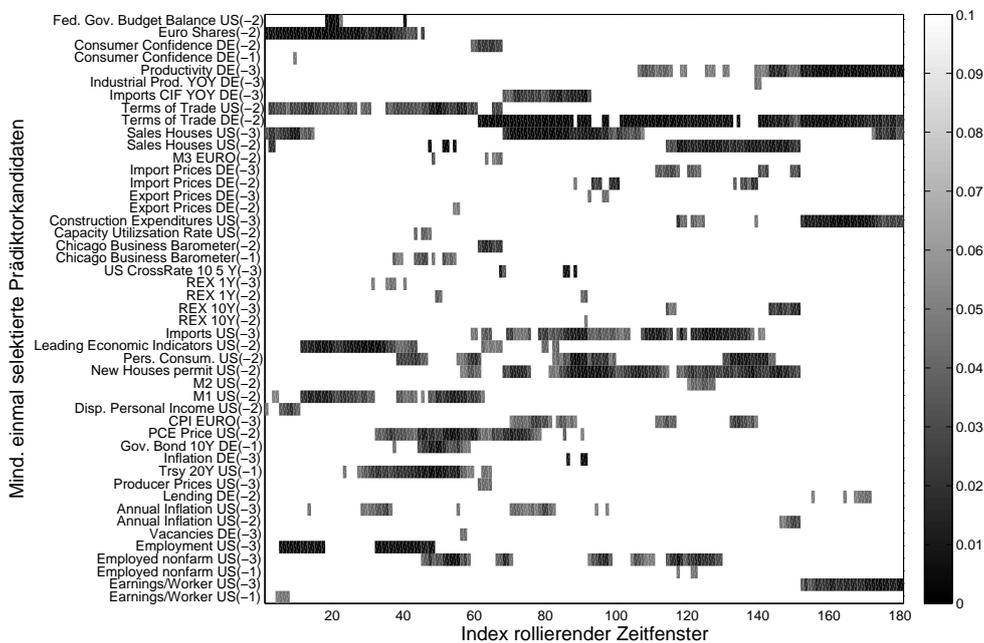


Abbildung 6.6: Verlauf der selektierten Faktoren der Kombination von Kernregressionsmodellen für Renditeerwartung Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

rametrischen Modell.<sup>1</sup> Insgesamt kann festgehalten werden, dass die nichtparametrische Prädiktorselektion größeren Schwankungen unterworfen ist als das lineare Modell. Eine derartige Sensitivität bzgl. des Austausches einer einzigen Beobachtung der Schätzdaten ist nicht wünschenswert. Ob die größere Schwankung dem zugrunde liegenden Datenmaterial eher gerecht wird als der leicht konsistentere Verlauf beim linearen Modell, ist – wenn überhaupt – anhand der Anpassungsgüte der Modelle zu beantworten.

### 6.3.4.2 Anpassungsgüte

Die Güte der Anpassung des Modells an die Daten im Schätzzeitraum zeigt, wie gut der Zusammenhang zwischen der Zielgröße und den selektierten Prädiktoren modelliert werden kann. Der Verlauf der Anpassungsgüte der verschiedenen Modelle über die rollierenden Zeitfenster gibt Aufschluss über die Modellanpassung an die Struktur der Daten im Schätzzeitraum.<sup>2</sup>

Die Anpassungsgüte der naiven Prognose ist für den Dollar mit einer Trefferquote von gut 61% und einer Wegstrecke von 38,4% im Mittel aller rollierenden Zeitfenster als Anpassungsgüte nicht besonders hoch. Es handelt sich jedoch bereits um eine Prognosegüte, da es kein Modell gibt, das angepasst wird. Jede naive Schätzung ist eine Prognose für unbekannte Daten. Für die Prognose des Anlagezeitraumes ist daher eine ganz ähnliche Güte zu erwarten. Daher sind die Ergebnisse herausragend. Ebenfalls maßgebend sind die Ergebnisse des gleitenden Mittelwertes für die Aktienmärkte und mit Einschränkungen für den Rohstoffpreisindex. Hier resultieren Trefferquoten zwischen 60% und 65% (Rohstoffindex: 53,8%) und Wegstrecken zwischen 16% und 28%.

Die Betrachtung der Ergebnisse der ad-hoc-Prognose-Faustregeln wie naive Prognose bzw. gleitender Mittelwert zeigt grundsätzliche Eigenschaften der Zielgrößen auf. Insbesondere wird ein Buy-and-hold-Portfolio auf den Aktienmärkten schwer zu schlagen sein. Für den Dollar wiederum scheint der autoregressive Term erster Ordnung als Prädiktor plausibel.

Abbildung 6.7 zeigt sechs wichtige Gütemaße der Anpassung der Modelle an den Dow Jones für rollierende Zeitfenster.<sup>3</sup> Bei der Korrelation der geschätzten mit den wahren Werten fallen einzelne konstante Modelle ohne selektierte Variable deutlich aus dem Rahmen und sind somit auf den entsprechenden Übersichten im Anhang gut zu erkennen. Darstellungen der Anpassungsgüte sämtlicher Modelle, sämtlicher Zielgrößen und unter Berücksichtigung von 6, 12 und knapp 18 Jahren Schätzdatenzeitraum finden sich im Anhang B.

---

<sup>1</sup> Für jeden Schätzdatenumfang wurden verschiedene Dimensionsbeschränkungen berücksichtigt, um die Vorteilhaftigkeit verschiedener Ansätze zu untersuchen. Die Auswirkungen dieser Wahl werden noch erläutert.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.1 zur Berechnung der Gütemaße.

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.1 zur Definition und Bedeutung der einzelnen Gütemaße.

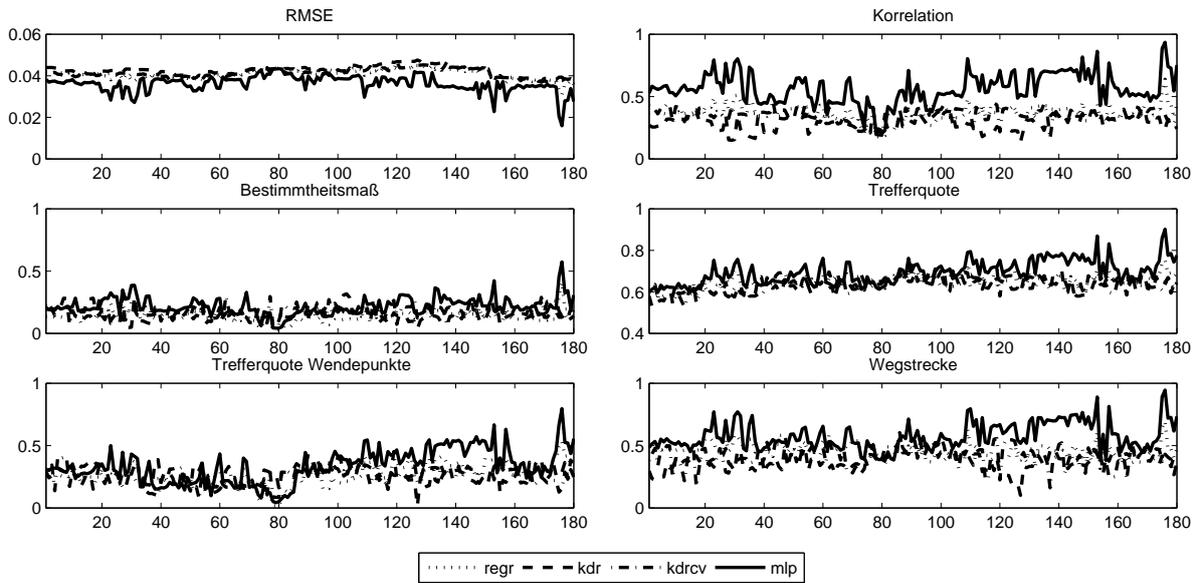


Abbildung 6.7: Anpassungsgüte für Dow Jones Renditeerwartung bei 18 Jahren Schätzzeitraum

Das ARMA(1,1)-Modell kombiniert die Einflüsse einer naiven Prognose und des gleitenden Mittelwertes und kann in der Anpassungsgüte im Mittel beide Faustregeln übertreffen. Aufgrund der schwankenden Parameter der Modellschätzung ist jedoch fraglich, inwiefern ähnliche Ergebnisse auf unbekanntem Daten erzielt werden können.

Insgesamt ist die Anpassungsgüte des ARMA-Modells und der Kernregression-Kombination vergleichsweise schlecht. Die Anpassungsgüte der MLP-Ensembles ist vergleichsweise besser, schwankt jedoch stärker als die der anderen Modelle (siehe Abbildung 6.7). Diese gute Anpassung ist konsistent mit der Modellkonstruktion der MLP-Ensembles.<sup>1</sup> Die übrigen Regressionsmodelle bewegen sich dazwischen. Teilweise schwankt die Anpassungsgüte der Regressionsmodelle ähnlich, was auf die konsistente Identifizierung ähnlicher Zusammenhänge schließen lässt.<sup>2</sup>

Von den Varianten der Kernregression erlaubt die kreuzvalidierungsbasierte Variablenselektion die beste Anpassung. Die signifikanztestbasierte Kernregression schneidet leicht schlechter ab. Die Kombination von univariaten Kernregressionsmodellen kann für die Aktienmärkte in weiten Teilen nicht überzeugen. Sehr kleine Bestimmtheitsmaße und sehr kleine Trefferquoten für Wendepunkte lassen erkennen, dass diese Variante kaum in der Lage ist, die Variabilität der Aktienmärkte zu modellieren. Für Rohstoffe und Dollar

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 4.3.3.

<sup>2</sup> Diese Konsistenz in der Prädiktorselektion verschiedener Verfahren zerstört jedoch evtl. deren Unabhängigkeit, die bei einer Modellkombination wünschenswert wäre, vgl. Abschnitt 4.5.4.

ist die Anpassungsgüte der Kombinationen nicht ganz so schlecht, jedoch keineswegs gut (siehe Anhang B).

Anhand des Verlaufs der Schätzfehler der Modelle in Abbildung 6.7 (Diagrammtitel: RMSE) wird ein wesentlicher modellübergreifender Effekt sichtbar. Offensichtlich ist bei allen Modellen außer dem MLP ab der 152. rollierenden Modellierung der Modellfehler wesentlich kleiner als zuvor. Bis zum 151. rollierenden Schätzzeitraum (10/1987 bis 07/2005) enthalten alle 214-Monats-Schätzzeiträume den Börsencrash im Oktober 1987. Erst der 152. rollierende 214-Monats-Schätzzeitraum (11/1987 bis 08/2005) enthält diese Beobachtung nicht mehr.<sup>1</sup> Die Aktienindexrenditen des Oktober 1987 von bis zu  $-28\%$  sind Ausnahmen, wie Abbildung 6.2 zeigt. Sie beeinflussen die Modellierung jedoch erheblich. Neben der deutlichen Beeinflussung des Modellfehlers zeigt sich im Verlauf der selektierten Variablen ab dem 152. Zeitfenster, dass andere Zusammenhänge identifiziert wurden.<sup>2</sup> Diese Merkmale zeigen sich durchgängig bei allen Aktienmarkt-Zielgrößen und Schätzzeiträumen. Die Ergebnisse der Renditeerwartungswertmodellierung verändern sich jedoch nicht wesentlich, wenn zur Milderung des Einflusses der Ausreißer als Optimalitätskriterium der Parameterschätzung der mittlere absolute Fehler (MAE) statt der Quadratwurzel des mittleren quadrierten Fehlers (RMSE) herangezogen wird oder eine Transformation angewendet wird, bei der Ausreißer auf eine standardisierte Zielgrößenrendite vom Wert drei begrenzt werden.<sup>3</sup>

Da die Anpassungsgüte die Schätzgüte der Modellierung auf den zur Modellkonfiguration – d.h. zur Prädiktorselektion und Parameterschätzung – verwendeten Schätzdaten darstellt, gibt diese Anpassungsgüte Auskunft über die Fähigkeit der Modellierung, die Struktur der zur Verfügung stehenden Daten nachzubilden. Einer weiteren Verwendung der angepassten Modelle liegt neben der Annahme eines kausalen Wirkungszusammenhangs auch die Persistenzannahme zugrunde. Anhand der Anpassungsgüte lässt sich jedoch nicht auf Persistenz und somit nicht auf die Modellgüte auf unbekanntem Daten schließen. Um sich der Abschätzung der Prognosegüte zu nähern, wird die Kreuzvalidierung eingesetzt.

---

<sup>1</sup> Bei einem 144-Monats-Schätzzeitraum (12 Jahre) enthält bereits das 82. Zeitfenster (11/1987 bis 10/1999) nicht mehr den Oktober 1987. Bei einem 72-Monats-Schätzzeitraum (6 Jahre) ist dies bereits für das 10. Zeitfenster (11/1987 bis 10/1993) der Fall.

<sup>2</sup> Vgl. Abbildungen 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 und Anhang A.

<sup>3</sup> Diese Transformation begrenzt den Einfluss der Ausreißer, ohne die Information einer großen Veränderung zu verlieren und ist an eine Transformation mit dem Tangens Hyperbolicus bzw. der robusten Regression angelehnt, bei der eine Glättung der standardisierten Zielgrößen allerdings über den gesamten Datenbereich erfolgt und somit alle Daten transformiert. Vgl. STREET, CARROLL und RUPPERT (1988); DUMOUCHEL und O'BRIEN (1992); ROUSSEUW und LEROY (2003); HUBER (2004).

## 6.3.4.3 Kreuzvalidierungsgüte

Zur Analyse der Güte eines konfigurierten Modells auf unbekanntem Daten kann bei der Modellierung neben dem Schätz- und dem Prognosezeitraum ein dazwischen liegender Validierungszeitraum berücksichtigt werden. Bei diesem Ansatz sind die Ergebnisse jedoch stark von dem Validierungszeitraum abhängig, der daher möglichst lang gewählt werden sollte. Dies steht jedoch der Konfiguration des Modells auf möglichst aktuellen Daten im Wege. Bei der Kreuzvalidierung wird das selektierte Modell mehrfach auf Teilzeiträumen der Schätzmenge geschätzt und die Prognoseleistung auf dem verbleibenden Teil der Schätzmenge validiert.<sup>1</sup> In jedem Fall können die Validierungsdaten nur einmal als dem Modell unbekanntes Daten herangezogen werden.

Tabelle 6.6 illustriert den Unterschied zwischen der Anpassungsgüte und der auf einer Kreuzvalidierung basierenden Schätzungsgüte für drei Modelle. Neben dem RMSE als Optimalitätskriterium der Modellschätzung ist die Korrelation zwischen Schätzung und beobachteten Zielgrößen aufgeführt. Die kreuzvalidierte Modellgüte stellt sich nur wenig schlechter dar als die Anpassungsgüte. Bei der Variante der Kernregression, die die Prädiktoren über eine Kreuzvalidierung selektiert, sind die Ergebnisse sogar beinahe gleich. Die Berücksichtigung der Kreuzvalidierung liefert daher wenig differenzierte Erkenntnisse. Die Kreuzvalidierung kann daher ebenso wie ein einzelner Validierungszeitraum am Ende des Schätzdatenzeitraumes zur Vermeidung einer Überanpassung des Modells an die Schätzdaten herangezogen werden, die Persistenz der identifizierten Zusammenhänge und die Prognosefähigkeit des Modells kann jedoch hier noch nicht beurteilt werden.

Tabelle 6.6: Vergleich der Gütemaße in Prozent der Anpassung und Kreuzvalidierung (Jackknife) mit 7 Subsamples gemittelt über 180 rollierende 214-Monats-Zeitfenster

	regr				kdr				kdr cv			
	RMSE		$\rho$		RMSE		$\rho$		RMSE		$\rho$	
	An	KV	An	KV	An	KV	An	KV	An	KV	An	KV
DJIA	4,10	4,21	36	30	4,24	4,35	29	22	4,12	4,09	36	38
MSCI W	3,36	3,56	51	42	3,72	3,85	32	24	3,62	3,59	38	40
MSCI E	4,02	4,26	46	35	4,27	4,41	35	29	4,20	4,19	38	39
DAX	5,15	5,52	50	39	5,69	5,93	31	20	5,50	5,47	38	40
GSCI	3,84	4,22	58	45	4,50	4,66	31	22	4,35	4,35	39	39
USD	1,98	2,20	69	60	2,45	2,53	44	39	2,40	2,39	47	48
Ø	3,74	4,00	52	42	4,15	4,29	34	26	4,03	4,01	39	40

<sup>1</sup> Zum Ansatz der Kreuzvalidierung vgl. Abschnitt 3.5.1.

### 6.3.4.4 Prognosegüte

#### 6.3.4.4.1 Vorbemerkungen

Zur Auswertung der Güte der Prognosemodelle auf unbekanntem Daten werden die rollierend gebildeten Prognosen auf dem Zeitraum 02/1993 bis 01/2008 mittels gängiger Gütemaße<sup>1</sup> mit den tatsächlich beobachteten Zielgrößenrenditen verglichen. Diese Gütemaße beschreiben die Qualität der Prognoseinformation separat für einzelne Zielgrößen. Tabellarische Übersichten der Prognosegüte der verschiedenen berücksichtigten Modelle für alle Zielgrößen unter Berücksichtigung von 6, 12 und knapp 18 Jahren Schätzzeitraum finden sich im Anhang C.

Die naive Prognose beruht nur auf der letzten Renditebeobachtung und ist daher unabhängig von dem berücksichtigten Schätzzeitraum. Die naive Prognose zeigt sehr gute Ergebnisse für den US-Dollar-Kurs. Eine Korrelation von 30% zwischen geschätzten und beobachteten Renditen, Trefferquoten von fast 60% und eine Wegstrecke von 40% sind eine maßgebende Referenz für die elaborierteren Verfahren. Für die übrigen Zielgrößen ist die naive Prognose kaum besser als ein Münzwurf.

#### 6.3.4.4.2 Schätzzeitraum 214 Monate

Für einen Schätzzeitraum von knapp 18 Jahren erzielt der historische empirische Mittelwert auf den Aktienmärkten die Performance einer Buy-and-hold-Strategie. Trefferquoten von gut 60% und Wegstrecken von knapp 17% bis gut 23% werden hier erreicht. Die Korrelation der geschätzten mit den beobachteten Zielgrößen ist jedoch überwiegend im einstelligen negativen Bereich. Das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß  $\tilde{R}^2$  ist für alle Zielgrößen Null, die Variabilität der Zielgröße wird also gar nicht erfasst. Schließlich wird bis auf den US-Dollar keine einzige negative Renditebeobachtung korrekt prognostiziert.

Das ARMA(1,1)-Modell kombiniert die Vorteile des empirischen Mittelwerts und der naiven Prognose, da es je nach Zielgröße starkes Gewicht auf den autoregressiven Term bzw. auf den gleitenden Durchschnitt legt. Hierin liegt wegen der Beschränkung auf diese beiden bestimmenden Größen jedoch gleichzeitig der große Nachteil des Modells. Die Trefferquoten und Wegstrecken für die Aktienmärkte sind für das ARMA-Modell vergleichbar mit denen des empirischen Mittelwertes und für den Dollar sogar leicht besser als das naive Modell. Jedoch ist das ARMA-Modell für die Aktienmärkte in Bezug auf die Korrelation zwischen geschätzten und beobachteten Zielgrößen, das Bestimmtheitsmaß und die Trefferquote negativer Renditebeobachtungen ähnlich schlecht wie das Mittelwertmodell.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.1.

Die lineare Regression bleibt in Bezug auf den RMSE, die Trefferquoten und die Wegstrecken hinter der Güte des ARMA-Modells zurück. Bei der Korrelation, dem Bestimmtheitsmaß und der Trefferquote für negative Renditebeobachtungen ist das Regressionsmodell jedoch deutlich besser. Die überwiegend bessere Erklärung der Variabilität der Zielgrößen erfasst jedoch nicht die meisten und/oder betragsmäßig bedeutenden Renditebeobachtungen, da die Wegstrecke gegenüber den vorgenannten Verfahren abfällt.

Die Varianten der Kernregression zeigen stark unterschiedliche Prognosegüten. In Verbindung mit dem LV-Test und der kreuzvalidierungsbasierten Prädiktorselektion ist die Kernregressionsschätzung in Bezug auf die Korrelation, das Bestimmtheitsmaß und die Wegstrecke schlechter als die lineare Regression. Die Kombination univariater Kernregressionsmodelle<sup>1</sup> zeigt im Vergleich gute Wegstrecken, jedoch sehr kleine Bestimmtheitsmaße. Letzteres lässt sich mit der Mittelung dieses Modellansatzes über viele verschiedene Einflüsse erklären, da ein stark gemittelter Schätzer eine sehr kleine Varianz aufweist.

Die MLP-Ensembles zeigen in diesem Vergleich die insgesamt besten Ergebnisse auf den Aktienmärkten. In Bezug auf GSCI und US-Dollar fallen die Ergebnisse der MLP-Ensembles jedoch gegenüber den anderen Verfahren ab.

### 6.3.4.4.3 Schätzzeitraum 144 Monate

Für einen Schätzzeitraum von 12 Jahren erzielt der historische empirische Mittelwert auf den Aktienmärkten erneut die Performance einer Buy-and-hold-Strategie. Trefferquoten von gut 60% und Wegstrecken von knapp 17% bis gut 23% werden auch hier erreicht. Die Ergebnisse sind beinahe identisch zu denen auf dem längeren Schätzzeitraum. Auch die Ergebnisse des ARMA-Modells sind vergleichbar mit denen für den längeren Schätzzeitraum. Das Bestimmtheitsmaß ist minimal höher, die Wegstrecke jedoch kleiner.

Die Ergebnisse der linearen Regression ähneln ebenfalls sehr denen für den längeren Schätzzeitraum. Hervorzuheben sind die im Vergleich höheren Bestimmtheitsmaße. Die überwiegend bessere Erklärung der Variabilität der Zielgrößen erfasst jedoch nicht die meisten und/oder betragsmäßig bedeutenden Renditebeobachtungen, da die Wegstrecken im Vergleich leicht abfallen.

Die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test und der kreuzvalidierungsbasierten Prädiktorselektion schneidet in Bezug auf das Bestimmtheitsmaß und die Wegstrecke für diesen Schätzzeitraum besser ab und schließt damit zur linearen Regression auf. Die Kombination univariater Kernregressionsmodelle zeigt sich insgesamt im Vergleich zum längeren Schätzzeitraum kaum verändert.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.4.

Die MLP-Ensembles gewinnen zwar ebenfalls in Bezug auf das Bestimmtheitsmaß; sie verlieren im Vergleich zum längeren Schätzzeitraum jedoch deutlich bei der Wegstrecke und fallen nun gegenüber den anderen Verfahren ab.

### 6.3.4.4.4 Schätzzeitraum 72 Monate

Für einen Schätzzeitraum von 6 Jahren erzielt der historische empirische Mittelwert auf den Aktienmärkten nicht mehr die Performance einer Buy-and-hold-Strategie. Außer für den Dow Jones fallen die Ergebnisse deutlich ab. Die Korrelation der geschätzten mit den beobachteten Zielgrößen ist wieder sehr klein bzw. sogar negativ. Das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß  $\hat{R}^2$  ist für alle Zielgrößen beinahe Null. Auch die Ergebnisse des ARMA-Modells fallen gegenüber denen für längere Schätzzeiträume in der Wegstrecke deutlich ab, während die anderen Gütemaße in vergleichbarer Höhe bleiben.

Die Ergebnisse der linearen Regression unterscheiden sich ebenfalls sehr von denen für die längeren Schätzzeiträume. Hervorzuheben sind die im Vergleich wesentlich höheren Prognosefehler (RMSE) und kleineren Wegstrecken bei höheren Bestimmtheitsmaßen. Erneut erfasst hier die überwiegend bessere Erklärung der Variabilität der Zielgrößen nicht die betragsmäßig bedeutenden Renditebeobachtungen.

Die Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test und der kreuzvalidierungsbasierten Prädiktorselektion schneidet für diesen Schätzzeitraum in Bezug auf das Bestimmtheitsmaß besser, in Bezug auf die Wegstrecke jedoch deutlich schlechter ab. Die Ergebnisse sind mit denen der linearen Regression vergleichbar. Auch die Kombination univariater Kernregressionsmodelle fällt im Vergleich zum längeren Schätzzeitraum in der Wegstrecke ab.

Die MLP-Ensembles gewinnen zwar ebenfalls in Bezug auf das Bestimmtheitsmaß; sie verlieren wie die anderen Verfahren jedoch deutlich bei der Wegstrecke und bleiben bei den Ergebnissen im Rahmen des linearen Modells und der Kernregressionsvarianten.

### 6.3.4.5 Zusammenfassung der Ergebnisse der Renditeerwartungswertmodellierung

Je nach Modellkonfiguration – insbesondere je nach Variante der Kernregression – ergeben sich sehr unterschiedliche Prognosegüten für einzelne Zielgrößen. Bei der Berücksichtigung kürzerer Schätzzeiträume ergeben sich je nach Modell und Zielgröße unterschiedliche Vor- und Nachteile.

Ex post kann beinahe für jedes Modell eine Konfiguration gefunden werden, die eine sehr gute Prognosegüte ermöglicht. Die erzielbare Wegstrecke kann in dieser Untersuchung jedoch nicht anhand der Anpassungsgüte des Modells antizipiert werden, wie Tabelle 6.7 zeigt. Bei ähnlich guten Anpassungsgüten für verschiedene Verfahren bzw. Zielgrößen ergeben sich teilweise extrem unterschiedliche Prognosegüten. Ex ante weiß man daher

nicht, welches Modell verwendet werden sollte. Insbesondere lässt sich keine Aussage ableiten, welcher Schätzzeitraum und welche Modellvariante allgemein zu empfehlen ist. Überdies werden sämtliche Modelle mit dem Modellfehler RMSE als Optimalitätskriterium geschätzt. Weitere, fehlerunabhängig abgeleitete Gütemaße wie Trefferquote und Wegstrecke werden nicht zur Modellschätzung herangezogen und können daher konstruktionsbedingt schwanken.

Tabelle 6.7: Vergleich der Wegstrecken in Prozent jeweils für den Schätzzeitraum gemittelt über rollierende 214-Monats-Zeitfenster (in) und den Prognosezeitraum (out)

	arma		regr		kdr		kdrcv		komb		mlp	
	in	out	in	out	in	out	in	out	in	out	in	out
DJIA	29	21	45	13	38	-2	42	13	29	22	57	25
MSCI W	27	19	53	10	42	8	47	5	29	16	72	18
MSCI E	29	21	54	12	43	9	46	7	30	15	71	18
DAX	20	7	51	13	37	12	42	18	29	14	73	11
GSCI	22	10	55	20	37	1	40	4	29	9	79	4
USD	35	41	71	20	49	20	51	15	41	26	89	15
Ø	27	20	55	15	41	8	45	10	31	17	73	15

Auf künstlichen Daten ist die Schätzung der Renditeerwartung relativ robust. Jedoch muss für reale Daten von einer erheblichen Verrauschung ausgegangen werden. Die Prädiktorselektion auf den realen Daten dieser Untersuchung ist verfahrensübergreifend sehr sensitiv gegenüber minimalen Änderungen in den Schätzdaten. Insbesondere abnormale Beobachtungen (Ausreißer) stören die Modellierung erheblich. Es existiert ex-ante kein Indikator für die Prognosegüte. Die schlechten Prognosegüten lassen eine ökonomische Vorselektion der Einflussgrößen sinnvoll erscheinen.

### 6.3.5 Renditevarianzmodellierung

Zur Modellierung der Varianzen der Zielgrößen werden die berücksichtigten Verfahren auf die quadrierten Residuen der jeweiligen Renditemodelle angewendet. Die Modellierung der Varianzen basiert daher auf der Renditeschätzung.<sup>1</sup> Der Gegenstand der Renditevarianzmodellierung ist somit die Analyse etwaiger Zusammenhänge zwischen quadrierten Residuen (Variabilität der Schätzfehler) und potentiellen erklärenden Größen.

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.

### 6.3.5.1 Prädiktorselektion

Nach dem ARCH-Test von ENGLE (1982)<sup>1</sup> sind in den Zielgrößen keine signifikanten ARCH-Effekte vorhanden. Es gibt also keine Hinweise auf Autokorrelationen in den Varianzen. Der Verlauf der Selektion von Prädiktoren für die Renditevarianz mittels Kernregression ist für den Dow Jones in den Abbildungen 6.8 (Kernregression mit LV-Test) und 6.9 (Kernregression mit Kreuzvalidierung) illustriert. Die Darstellungen für die weiteren Zielgrößen und verschiedene Schätzdatenzeiträume finden sich in Anhang A.

Die Varianzmodellierung wird durch Ausreißer<sup>2</sup> der Zielgrößenrenditen extrem gestört. Wenn der Schätzzeitraum die Aktienkursverluste im Oktober 1987 umfasst, kann kaum ein relevanter Prädiktor für die Varianz identifiziert werden.<sup>3</sup> Jedoch ist die Modellgüte der Varianzmodellierung nicht besser, wenn nur der Unterzeitraum betrachtet wird, bei dem die rollierenden Schätzzeiträume den Oktober 1987 nicht umfassen. Die Ergebnisse der Modellierung verändern sich allerdings bei der Kernregression mit Kreuzvalidierung wesentlich, wenn zur Milderung der Ausreißersensitivität Werte über einer standardisierten Zielgröße vom Betrag drei abgeschnitten werden (siehe Abbildung 6.9).<sup>4</sup> Jedoch zeigen sich auch dann keine zeitstabilen Zusammenhänge (vgl. Anhang A).

### 6.3.5.2 Anpassungsgüte

Die Güte von Varianzmodellen ist schwer interpretierbar. Gängige Fehlermaße, die Korrelation zwischen den wahren und den geschätzten Werten, das Bestimmtheitsmaß und der Theilsche Ungleichheitskoeffizient lassen mehr noch als bei einem Renditemodell nur einen Vergleich der Güte verschiedener Modelle zu als eine isolierte Aussage über die Güte eines Modells. Eingängige Gütemaße fehlen in der Literatur. Speziell für die Güte von Varianzmodellen vorgeschlagene Gütemaße sind allesamt Varianten der o.g. Maße und damit ähnlich zu interpretieren.<sup>5</sup> Zudem basiert die Varianzmodellierung auf den Residuen des entsprechenden Renditemodells, weswegen jedes Modell mit unterschiedlichen Daten operiert, was die Vergleichbarkeit beeinträchtigt. Abbildung 6.10 zeigt die Anpassungsgüte der berücksichtigten Modelle für die Zielgröße Dow Jones anhand von vier ausgewählten Gütemaßen. Für die weiteren Zielgrößen finden sich die entsprechenden Abbildungen in Anhang B.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 5.3.3.

<sup>2</sup> Vgl. Abbildung 6.2.

<sup>3</sup> Vgl. Abbildung 6.8.

<sup>4</sup> Diese Transformation begrenzt den Einfluss der Ausreißer, ohne die Information einer großen Veränderung zu verlieren und ist an eine Transformation mit dem Tangens Hyperbolicus bzw. der robusten Regression angelehnt, bei der eine Glättung der standardisierten Zielgrößen allerdings über den gesamten Datenbereich erfolgt und somit alle Daten transformiert. Vgl. STREET, CARROLL und RUPPERT (1988); DUMOUCHEL und O'BRIEN (1992); ROUSSEUW und LEROY (2003); HUBER (2004).

<sup>5</sup> Vgl. Abschnitt 3.4.1.

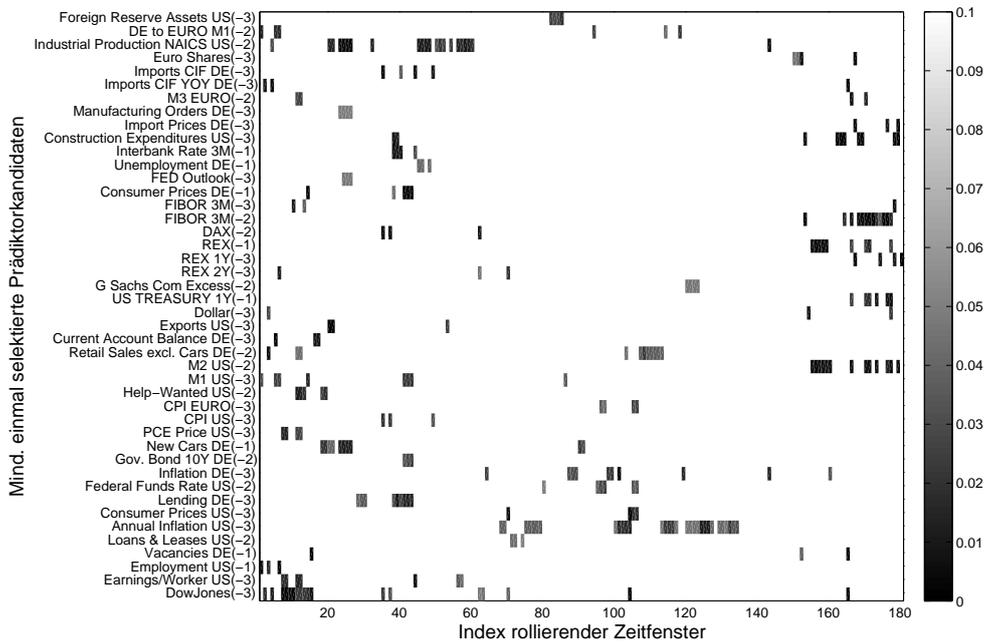


Abbildung 6.8: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression mit LV-Test für Renditevarianz Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

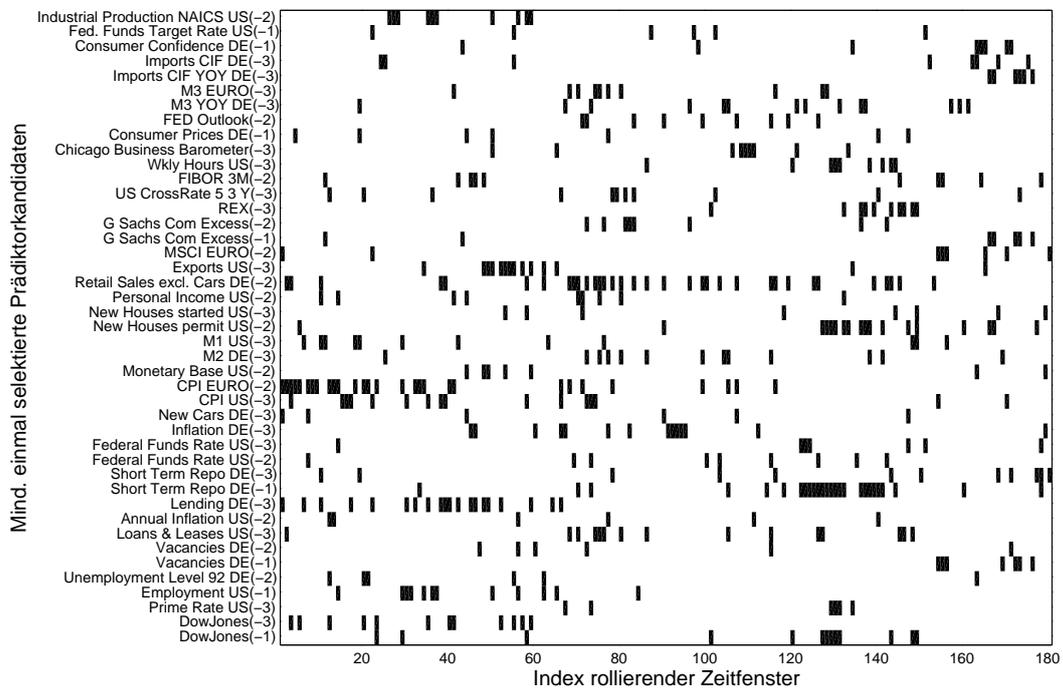


Abbildung 6.9: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für Renditevarianz Dow Jones bei 18 Jahren Schätzzeitraum

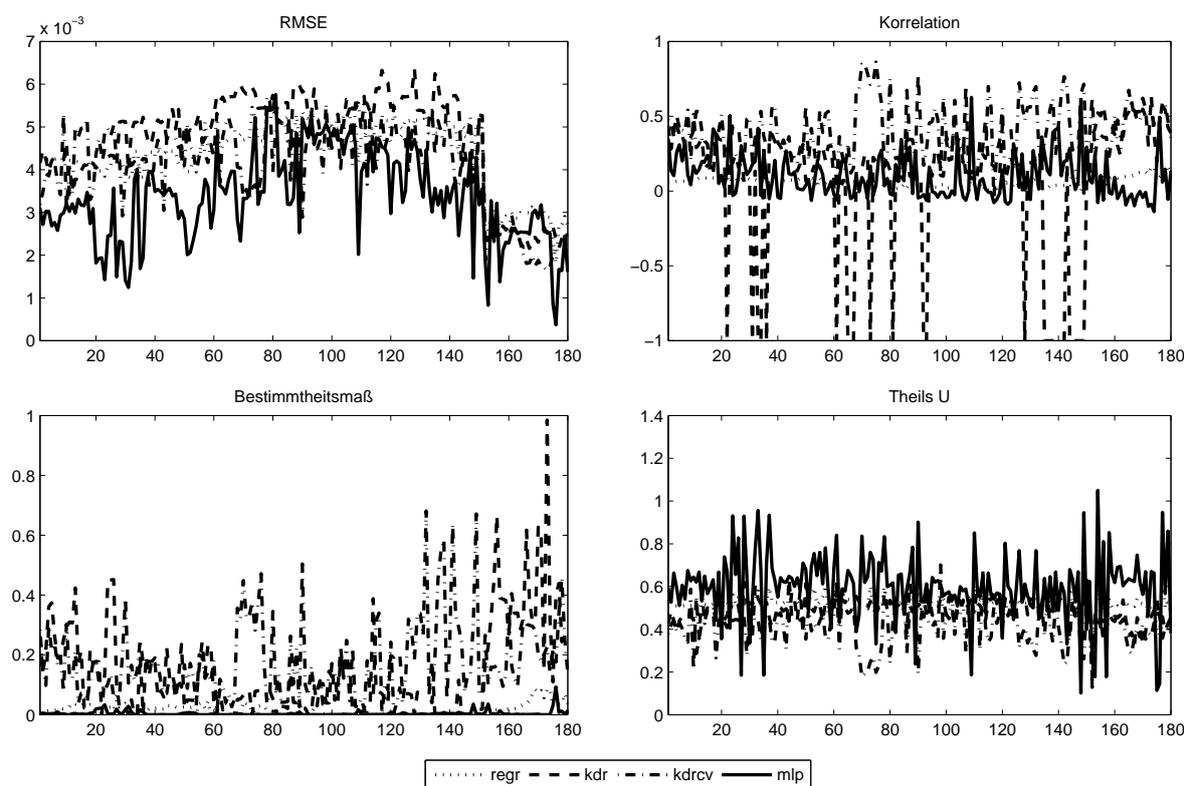


Abbildung 6.10: Anpassungsgüte für Dow Jones Renditevarianz bei 18 Jahren Schätzzeitraum

Die Anpassungsgüten zeigen hohe Schwankungen, insbesondere bei der Kernregression mit LV-Test und bei den MLP-Ensembles. Der Einfluss insbesondere des Oktober 1987 auf die Modellierung der Aktienindizes wird hier nochmal deutlich. Die Kreuzvalidierung zeigt sich dem LV-Test bei der Kernregression überlegen. Die Kernregression erzielt hohe Bestimmtheitsmaße, jedoch werden vom LV-Test oftmals keine Prädiktoren selektiert. Diese Fälle fallen in Abbildung 6.10 wegen der hohen negativen Korrelation auf. Erreicht kein Prädiktor das geforderte Signifikanzniveau, wird auf den Schätzdaten ein Leave-One-Out-Mittelwert geschätzt. Dieser berücksichtigt jeweils genau die zu schätzende Beobachtung nicht und ist daher perfekt negativ korreliert. Für die anderen Zielgrößen ergibt sich ein ähnliches Bild. Je kürzer der Schätzzeitraum ist, desto sensibler reagiert die Modellierung auf Ausreißer.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Vgl. Anhang B.

## 6.3.5.3 Prognosegüte

Die tabellarischen Übersichten der Prognosegüten aller berücksichtigten Verfahren und Schätzdatenzeiträume finden sich in Anhang C. Als Prognosegütemaße sind die Wurzel des mittleren quadrierten Prognosefehlers (RMSE), die Korrelation der Schätzungen mit den beobachteten Zielgrößen<sup>1</sup> ( $\rho$ ), das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß ( $\tilde{R}^2$ ) und der Theilsche Ungleichheitskoeffizient aufgeführt. Zum Vergleich wird der RMSE und die Korrelation auch für eine naive Prognose<sup>2</sup> und den historischen Mittelwert der beobachteten Zielgrößen ausgegeben.<sup>3</sup>

Für das ARMA-Modell und die lineare Regression wird zur Varianzmodellierung das GARCH(1,1)-Modell herangezogen. In beiden Fällen und für alle Schätzzeiträume sind die Prognosegüten kaum von den entsprechenden Referenzwerten für naives Modell und Mittelwertmodell unterscheidbar. Da sich das GARCH-Modell bereits in der Anpassung als nicht adäquat herausgestellt hat, waren diese Ergebnisse zu erwarten.

Die Varianzprognosen der Kernregression in Verbindung mit dem LV-Test bzw. der Kreuzvalidierung sind für alle Schätzzeiträume im Bestimmtheitsmaß deutlich besser als das GARCH-Modell. Da die Korrelationen klein bis nahe Null sind, kann nicht davon ausgegangen werden, dass der Erklärungsbeitrag des Bestimmtheitsmaßes relevant ist.<sup>4</sup> Die weiteren Gütemaße lassen keine allgemeine Beurteilung zu. Die Kombination univariater Kernregressionsmodelle zeigt durchgehend schlechtere Ergebnisse.

Die aus den MLP-Ensembles abgeleitete Varianzschätzung<sup>5</sup> zeigt über alle Schätzzeiträume mit relativ hohem  $\rho$  und Bestimmtheitsmaß gerade für die beiden kürzeren Schätzzeiträume im Vergleich die besten Ergebnisse.

Zum Vergleich soll auch die Prognosegüte der bei Berücksichtigung der Kernregression vom Renditemodell implizierten Varianz aufgeführt werden.<sup>6</sup> Tabelle 6.8 liefert einen entsprechenden Vergleich über alle Zielgrößen und einen Schätzzeitraum von knapp 18

<sup>1</sup> Als Zielgrößen werden zur Varianzmodellierung die quadrierten Residuen des entsprechenden Renditemodells herangezogen.

<sup>2</sup> Die naive Varianzprognose wird als quadriertes Residuum des jeweiligen Modells der Vorperiode berechnet.

<sup>3</sup> Aufgrund der Abhängigkeit der Residuen als beobachtete Zielgrößen vom verwendeten Renditemodell hängen die naive Prognose und der Mittelwert hier im Gegensatz zur Renditeerwartungsschätzung ebenfalls von dem jeweils berücksichtigten Modell ab.

<sup>4</sup> Ein hohes  $\tilde{R}^2$  bei niedriger Korrelation  $\rho$  deutet auf eine relativ hohe Varianz der Schätzung hin, ohne dass ein starker linearer Zusammenhang zwischen der Schätzung und den beobachteten Zielgrößen besteht. Während die Korrelation die lineare Abhängigkeit der Schätzung von den beobachteten Zielgrößen misst, handelt es sich bei dem Bestimmtheitsmaß um den Quotient der Varianzen.

<sup>5</sup> Aus den Prognosen der unabhängig voneinander initialisierten und trainierten MLP-Ensembles werden der empirische Mittelwert als Erwartungswertschätzer und die empirische Varianz als Varianzschätzer gebildet.

<sup>6</sup> Vgl. Formel 5.19.

Jahren. Die vom Renditemodell implizierte Varianzschätzung hat eine deutlich bessere Korrelation mit den berücksichtigten Zielgrößen und einen etwas kleineren Ungleichheitskoeffizienten, also einen im Vergleich zur naiven Schätzung kleineren Fehler. Für sich genommen rechtfertigen diese Ergebnisse die aufwändige Modellierung der Varianz mittels erneuter Prädiktorselektion nicht. Die ökonomische Güte der Varianzprognosen wird noch über die Performance von aufgrund der Prognosen gebildeten Portfolien zu untersuchen sein.

Tabelle 6.8: Prognosegüte Varianzmodellierung Schätzdatenumfang 214 Monate

kdrcv	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U
DJIA	0,51%	0,41%	0,34%	-4%	8%	8%	111%	155%
MSCI W	0,31%	0,30%	0,28%	8%	23%	7%	29%	102%
MSCI E	0,58%	0,52%	0,54%	-8%	31%	-3%	11%	123%
DAX	1,00%	1,02%	0,95%	3%	19%	7%	14%	95%
GSCI	0,59%	0,62%	0,51%	-6%	3%	4%	35%	92%
USD	0,10%	0,11%	0,09%	-3%	-5%	1%	14%	72%
Ø	0,51%	0,50%	0,45%	-2%	13%	4%	36%	106%
implizit	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U
DJIA	0,36%	0,41%	0,34%	-5%	8%	8%	6%	78%
MSCI W	0,29%	0,30%	0,28%	9%	23%	7%	7%	89%
MSCI E	0,55%	0,52%	0,54%	1%	31%	-3%	4%	110%
DAX	0,98%	1,02%	0,95%	5%	19%	7%	12%	92%
GSCI	0,50%	0,62%	0,51%	24%	3%	4%	9%	65%
USD	0,09%	0,11%	0,09%	23%	-5%	1%	22%	61%
Ø	0,46%	0,50%	0,45%	10%	13%	4%	10%	82%

#### 6.3.5.4 Zusammenfassung der Ergebnisse der Renditevarianzmodellierung

Die vorliegenden monatlichen Daten zeigen keine ARCH-Effekte. Die Berücksichtigung des GARCH-Modells liefert daher keine nützliche Prognoseinformation. Mit nichtparametrischen Regressionsmodellen wurde versucht, die Varianz durch exogene Einflussgrößen zu modellieren. Wirklich zeitstabile Zusammenhänge konnten nicht identifiziert werden.

Die Anpassungsgüte auf den Schätzdaten ist bei allen Regressionsmodellen wesentlich besser als die Prognosegüte auf unbekanntem Daten. Insbesondere wird der Modellfehler auf den Schätzdaten minimiert und das Bestimmtheitsmaß ist deutlich höher. Daher sind

die In-Sample-Residuen verzerrt. Wenn auf Basis dieser In-Sample-Residuen ein Varianzmodell geschätzt wird, dann werden die wesentlich geringeren In-Sample-Abweichungen auf unbekannte Daten extrapoliert. Die Untersuchungen auf künstlichen Daten zeigen, dass die Varianzmodellierung vergleichsweise sensibler auf verrauschte Daten reagiert. Nach den Ergebnissen der Renditemodellierung kann von relativ stark verrauschten Daten ausgegangen werden. Insofern sind die Ergebnisse der Varianzmodellierung auf den realen Daten dieser Untersuchung konsistent zu den auf künstlichen Daten basierenden Erkenntnissen.

### 6.3.6 Renditekorrelationsmodellierung

Zur Modellierung der Korrelation zwischen den Zielgrößen werden die berücksichtigten Verfahren auf das Produkt der standardisierten Residuen der jeweiligen Renditemodelle angewendet.<sup>1</sup> Bei der Modellierung der Renditekorrelation liegt damit eine dreifache Verbundhypothese vor. Es wird angenommen, dass sowohl das Rendite- und das Varianzmodell als auch das Korrelationsmodell korrekt spezifiziert werden können. Das Korrelationsmodell wird daher zusätzlich zu der Verrauschung der Ausgangsdaten sowohl von den geschätzten Varianzmodellen als auch von den geschätzten Renditemodellen gestört.

#### 6.3.6.1 Prädiktorselektion

Das multivariate GARCH-Modell für die Korrelationsmatrix<sup>2</sup> liefert deutliche Hinweise gegen GARCH-Effekte in den Korrelationen. So erkennt der statistische Test<sup>3</sup> des DCC-Modells keine GARCH-Effekte in der Korrelationsmatrix. Die Parameter des DCC-Modells sind dementsprechend niemals signifikant von Null verschieden. Daher ähneln die Schätzungen des DCC-Modells stark der empirischen Korrelationsmatrix.

Die Abbildungen 6.11 und 6.12 zeigen einen relativ alternierenden Verlauf der selektierten Größen des multivariaten nichtparametrischen Kernregressionsmodells für die Korrelationsmatrix.<sup>4</sup> Es gibt demnach keinen durchgängig identifizierten Prädiktor. Nur bei der kreuzvalidierten Kernregression (siehe Abbildung 6.12) lassen sich einige häufiger selektierte Größen erkennen.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 5.4.3.3. Dieser dem DCC-Modell nach ENGLE (2002) entsprechende Ansatz hat den Vorteil, dass die Varianzen und die Korrelationsmatrix der Zielgrößen getrennt untersucht werden können. Die alternative direkte Untersuchung der Kovarianzmatrix birgt die Gefahr von Fehlspezifikationen durch zeitvariable Volatilitäten der Daten, vgl. ENGLE und SHEPPARD (2001) S. 10f.

<sup>2</sup> Vgl. Abschnitt 5.4.3.3 zum DCC-Modell nach ENGLE (2002).

<sup>3</sup> Vgl. Abschnitt 5.4.3.3.

<sup>4</sup> Vgl. Abschnitt 5.4.3.6.

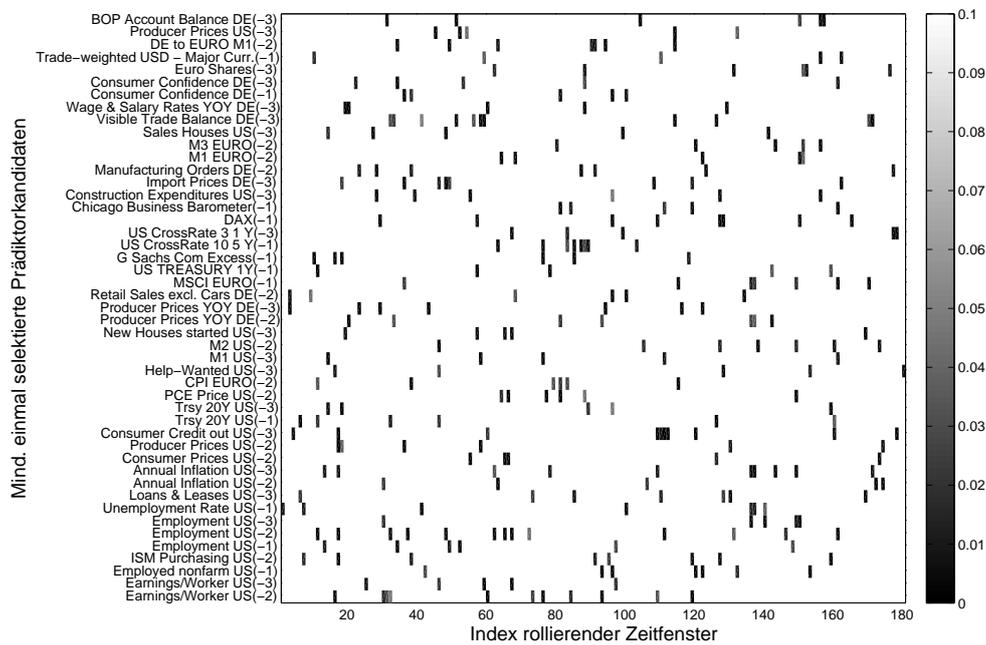


Abbildung 6.11: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression mit LV-Test für die Korrelationsmatrix

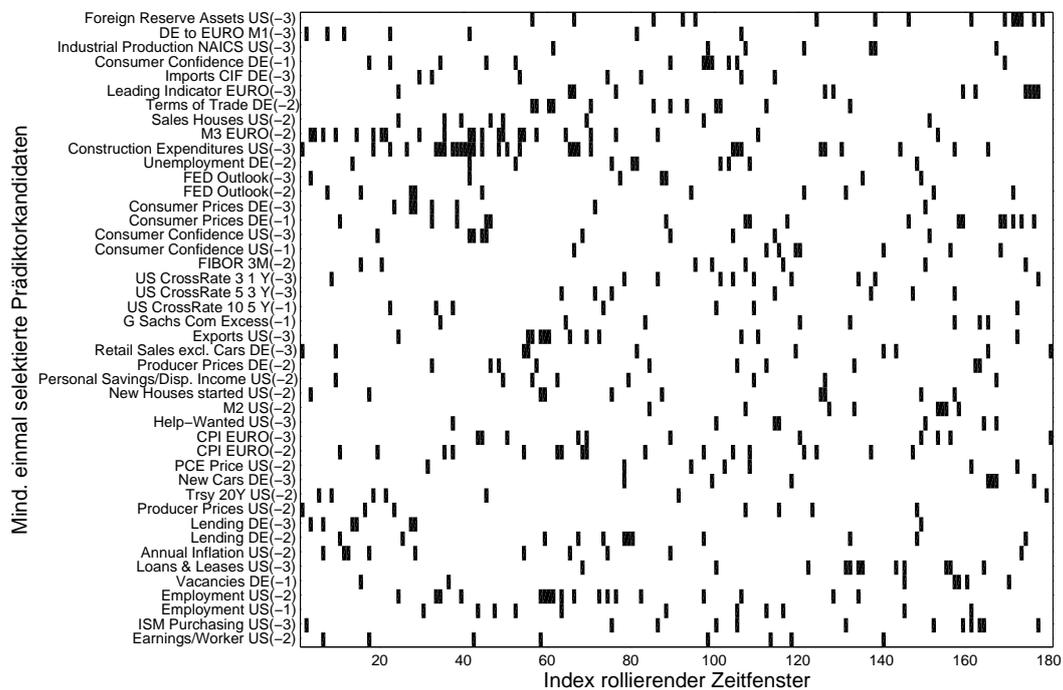


Abbildung 6.12: Verlauf der selektierten Faktoren der Kernregression bei Kreuzvalidierung für die Korrelationsmatrix

## 6.3.6.2 Anpassungsgüte

Tabelle 6.9 zeigt die Anpassungsgüte der Korrelationsschätzung für das multivariate GARCH-Modell und die Kernregression jeweils mit Prädiktorselektion durch den LV-Test bzw. eine Kreuzvalidierung.<sup>1</sup> Die Anpassungsgüte wird jeweils gemittelt über die Elemente der geschätzten Korrelationsmatrizen dargestellt. Als Gütemaße werden die Korrelation  $\rho$  zwischen Schätzung und beobachteten Zielgrößen<sup>2</sup>, das nichtparametrische Bestimmtheitsmaß  $\tilde{R}^2$ , der Theilsche Ungleichheitskoeffizient und die Trefferquote aufgeführt.<sup>3</sup> Die Trefferquote wird zum Vergleich auch für die naive Prognose und die historische Korrelation auf Basis der jeweiligen modellabhängig berücksichtigten Zielgrößen aufgeführt.

Die Anpassungsgüte des multivariaten GARCH-Modells und der nichtparametrischen Korrelationsschätzung gleicht beinahe exakt der empirischen Korrelationsmatrix. Das multivariate GARCH-Modell bzw. die kreuzvalidierungsbasierte Kernregression sind bei Bestimmtheitsmaßen von 0% bzw. 2% nicht bzw. kaum in der Lage, die Variabilität der Korrelationsmatrix zu modellieren. Die Schätzungen der signifikanztestbasierten Kernregression zeigen sogar hohe negative Korrelationen mit den aufgrund der Unbeobachtbarkeit der „wahren“ Korrelationen als Zielgröße herangezogenen beobachteten Residualkreuzprodukte.

Diese Gütemaße zeigen deutlich, dass eine Anpassung der Modelle an die Daten nicht möglich ist. Die Modellierung lässt sich in dieser Untersuchung nicht durch Betrachtung einzelner (paarweiser) Korrelationen, durch Modellierung der Kovarianzmatrix bzw. einzelner Kovarianzen verbessern. Die Diskussion der ähnlich einzuordnenden Prognosegüten erübrigt sich.

## 6.3.6.3 Zusammenfassung der Ergebnisse der Korrelationsmodellierung

Das multivariate GARCH-Modell vermag die Variabilität der Korrelationsmatrix nicht zu modellieren. Der Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) berechnet einen gleitenden Mittelwert unter stärkerer Gewichtung der aktuellsten Beobachtung, ähnelt

<sup>1</sup> Zum Vergleich könnte ergänzend die implizite Korrelationsschätzung einer Kernregression nach Abschnitt 5.4.3.6 durchgeführt werden. Diese basiert allerdings auf einem Simultanmodell des Renditeerwartungswertes und müsste mit entsprechenden Simultanmodellen verglichen werden. In dieser Untersuchung konnte dieser ergänzende Ansatz nicht mehr berücksichtigt werden.

<sup>2</sup> Wegen der Unbeobachtbarkeit der wahren Korrelationen als Zielgröße werden die beobachteten Residualkreuzprodukte als wahrer Wert herangezogen.

<sup>3</sup> Der Modellfehler ist hier nicht eigens aufgeführt. Das Verhältnis des Modellfehlers und des Fehlers der naiven Prognose ist als Theil-U aufgeführt.

Tabelle 6.9: Mittlere Anpassungsgüte der rollierenden Korrelationsmodellierung bei 214-Monats-Schätzzeiträumen

mvgarch	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>naiv</sub>	TQ <sub>hist</sub>
DJIA	1%	0%	51%	69%	63%	70%
MSCI W	4%	0%	53%	72%	66%	72%
MSCI E	2%	0%	52%	73%	65%	73%
DAX	4%	0%	53%	70%	63%	70%
GSCI	10%	0%	57%	61%	59%	61%
USD	-5%	0%	48%	62%	58%	62%
Ø	3%	0%	52%	68%	62%	68%
kdr	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>naiv</sub>	TQ <sub>hist</sub>
DJIA	-11%	25%	60%	65%	61%	67%
MSCI W	-10%	24%	60%	66%	63%	69%
MSCI E	-10%	21%	58%	67%	62%	69%
DAX	-10%	23%	60%	65%	61%	67%
GSCI	-15%	25%	64%	59%	58%	60%
USD	-15%	24%	60%	59%	59%	61%
Ø	-12%	24%	60%	64%	61%	65%
kdrvcv	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>naiv</sub>	TQ <sub>hist</sub>
DJIA	7%	2%	50%	67%	61%	67%
MSCI W	9%	2%	50%	69%	63%	69%
MSCI E	9%	2%	50%	70%	63%	70%
DAX	9%	2%	50%	67%	61%	67%
GSCI	7%	2%	51%	60%	59%	60%
USD	4%	2%	50%	60%	59%	61%
Ø	8%	2%	50%	66%	61%	66%

somit in der Grundidee einem ARCH( $\infty$ )-Modell und kommt zu ähnlich schlechten Ergebnissen.<sup>1</sup>

Die Untersuchungen auf künstlichen Daten haben gezeigt, dass Einflussgrößen der Korrelation aufgrund der Verrauschung kaum erkannt werden können. Die Ergebnisse der Prädiktorselektion und Modellanpassung auf realen Daten sind dazu konsistent. Die Prognoseverfahren vermögen die empirische Korrelationsschätzung weder in der Anpassung noch in der Prognosegüte zu übertreffen.

<sup>1</sup> Die zentralen Unterschiede liegen in der exponentiellen Gewichtung und der Art der Parameterschätzung.

### 6.3.7 Portfolioperformance

Der Anlagezeitraum von 02/1993 bis 01/2008 zeigt für alle berücksichtigten Zielgrößen langfristige Seitwärtsbewegungen sowie Auf- und Abschwungphasen. Eine gängige Strategie für sehr langfristige Anlagezeiträume ist, Wertpapiere zu kaufen und auf eine langfristig gute Kursentwicklung zu hoffen („buy and hold“). Die Aktienmärkte haben sich in dem genannten Zeitraum mit einer stetigen Rendite von durchschnittlich ca. 12,3% (ca. 8,2% p.a.) entwickelt. Ähnlich entwickelte sich der Rohstoffindex mit ca. 110%, der US-Dollar verlor indes -19,5%.

Ein gleichgewichtetes Portfolio, bei dem alle Anlagealternativen gleichgewichtet berücksichtigt werden und bei dem die Gleichgewichtung der Anlagealternativen laufend überprüft und gegebenenfalls wieder hergestellt wird, erzielte im genannten Anlagezeitraum eine stetige Rendite von ca. 9,7% (ca. 6,5% p.a.).<sup>1</sup> Diese Wertentwicklung kann als Mindestanspruchsniveau für jeden (aktiven wie passiven) Asset-Management-Ansatz auf diesem Anlagezeitraum gelten.

Die Aggregation der Prognoseinformationen in eine Portfoliostruktur dient zunächst der Renditemaximierung über alle Anlagealternativen und damit der Ausnutzung der Renditeprognoseinformation. Zur isolierten Analyse der Renditeprognosen wird zunächst eine Portfoliooptimierung mit Risikoaversionsparameter  $\lambda = 0$  durchgeführt. Aus diesem Wert resultiert das Maximum-Ertrag-Portfolio.

Zur Berücksichtigung der konkurrierenden Risikominimierung werden verschiedene Risikoprognosen berücksichtigt. Dazu wird zunächst die empirische Kovarianzmatrix der Residuen der Renditemodelle herangezogen.<sup>2</sup> Bei Berücksichtigung der Varianzmodellierung wird aus den entsprechenden Varianzschätzungen und der empirischen Korrelationsmatrix der Residuen eine geschätzte Kovarianzmatrix berechnet. Schließlich kann die Korrelationsmatrixmodellierung berücksichtigt werden, um mittels der Varianzschätzungen eine Kovarianzmatrixschätzung zu berechnen.<sup>3</sup> Der Einfluss dieser verschiedenen Risikoprognosen auf die Portfoliooptimierung wird über Risikoaversionsparameter in Höhe von  $\lambda = 2$ ,  $\lambda = 3$ ,  $\lambda = 4$  bzw.  $\lambda = 8$  untersucht.

Tabelle 6.10 vergleicht die Portfolioperformance der verschiedenen Prognoseverfahren für den knapp 18jährigen Schätzdatenzeitraum. Dabei ist jeweils die Performance unter Berücksichtigung der Renditeprognosen mit empirischer Kovarianzmatrix (R), der

<sup>1</sup> Obwohl bei Rohstoffpreisen und dem US-Dollar eine langfristige Wertsteigerung nicht in vergleichbarer Weise wie bei Aktienindizes erwartet werden kann und ein gleichgewichtetes Aktienportfolio, das alle Aktienindizes der Anlagealternativen berücksichtigt, mit einer stetigen Rendite von ca. 8,2% p.a. ex post als Benchmark realistischer erscheint, sind bei einer quasi ex ante definierten Benchmark alle Anlagealternativen gleichermaßen zu berücksichtigen.

<sup>2</sup> Die Ergebnisse ändern sich nicht wesentlich, wenn statt der Residualkovarianzmatrix die Kovarianzmatrix der originären Zielgrößen berücksichtigt wird.

<sup>3</sup> Vgl. Kapitel 5.

Rendite- und Varianzprognosen mit empirischer Korrelationsmatrix (R,V) sowie der Rendite-, Varianz- und Korrelationsprognosen (R,V,K) zur Portfoliooptimierung aufgeführt.<sup>1</sup> Eine vollständige tabellarische Auflistung von Kennzahlen zur Portfolioperformance aller berücksichtigten Verfahren über verschiedene Schätzzeiträume findet sich in Anhang D.

Tabelle 6.10: Portfolioperformance bei knapp 18jährigen Schätzzeiträumen und Risikoaversionsparameter 3

Modell	kum. Rendite	Rendite p.a.	Vola	Sharpe Ratio	Alpha
Benchmark	97%	0,54%	3,2%	0,17	
naiv	106%	0,59%	4,2%	0,14	0,22%
antinaiv	23%	0,13%	4,6%	0,03	-0,38%
mean	113%	0,63%	3,4%	0,19	0,09%
arma (R)	154%	0,86%	3,8%	0,23	0,40%
arma (R,V)	143%	0,79%	3,6%	0,22	0,33%
arma (R,V,K)	143%	0,79%	3,7%	0,22	0,33%
regr (R)	145%	0,80%	5,2%	0,16	0,22%
regr (R,V)	150%	0,83%	5,1%	0,16	0,25%
regr (R,V,K)	150%	0,83%	5,1%	0,16	0,25%
kdr (R)	134%	0,75%	4,4%	0,17	0,14%
kdr (R,V)	137%	0,76%	4,5%	0,17	0,14%
kdr (R,V,K)	130%	0,72%	4,5%	0,16	0,11%
kdrcv (R)	151%	0,84%	4,7%	0,18	0,25%
kdrcv (R,V)	157%	0,87%	4,9%	0,18	0,27%
kdrcv (R,V,K)	153%	0,85%	4,9%	0,17	0,24%
komb (R)	119%	0,66%	4,1%	0,16	0,05%
komb (R,V)	123%	0,68%	4,1%	0,17	0,08%
komb (R,V,K)	121%	0,67%	4,1%	0,17	0,07%
mlp (R)	174%	0,97%	5,3%	0,18	0,35%
mlp (R,V)	154%	0,86%	5,2%	0,16	0,25%

Wenn die naive Prognose oder der rollierende Mittelwert als Renditeschätzung und die empirische Kovarianzmatrix als Risikoschätzung zur Portfoliooptimierung verwendet werden, so kann die Benchmark bereits übertroffen werden. An diesen Vergleichsmodellen müssen sich die aufgrund der Prognosen der sechs berücksichtigten Prognoseverfahren gebildeten Portfolien messen lassen.

<sup>1</sup> Für die MLP-Ensembles wurden in dieser Untersuchung keine Simultanmodelle und somit keine Korrelationsprognose berechnet.

Bei Schätzzeiträumen von knapp 18 Jahren können alle Prognoseverfahren die Benchmark und Vergleichsmodelle schlagen. Aufgrund der Prognosegüten – insbesondere aufgrund der Wegstrecken – für einzelne Anlagealternativen war dieses Ergebnis nicht zu erwarten. Bei kürzeren Schätzzeiträumen von 12 bzw. 6 Jahren variiert die Performance teilweise ganz erheblich. So erzielen die MLP-Ensembles bzw. die Kernregression auf Schätzzeiträumen von 12 bzw. 6 Jahren jeweils die höchste Portfolioperformance.<sup>1</sup> Die Wahl des Schätzdatenumfanges hat also einen extremen Einfluss auf das ökonomische Erfolgspotential eines Prognosemodells, ohne dass sich dies in diesem Maße in der Anpassungs- oder Prognosegüte abzeichnet.

Die Auswirkungen der Risikoschätzungen auf die Portfolioperformance sind diffus. Nur in wenigen Fällen führt die teilweise aufwändige Risikomodellierung zu einer Verringerung der Portfoliovarianz, was jedoch das Ziel der Modellierung ist. Teilweise kann eine Renditesteigerung erzielt werden.<sup>2</sup> Abbildung 6.13 veranschaulicht den Einfluss der Wahl des Risikoaversionsparameters. Eine höhere Risikoaversion verstärkt den Einfluss des Prognoserisikos auf die Portfoliooptimierung. Es ist daher nicht zu erwarten, dass bei höherer Risikoaversion sicherere Anlagealternativen höher gewichtet werden, sondern solche mit sichereren Prognosen. Obwohl sich die Portfoliorendite und -volatilität bei höherer Risikoaversion reduziert, ergibt sich kein wesentlich anderes Bild der kumulierten Renditen für die Risikoaversionsparameter 2, 4 bzw. 8.

Die Ergebnisse sind im untersuchten Anlagezeitraum von 1993 bis 2008 nicht von Marktphasen (Auf-, Ab- oder Seitwärtsbewegungen) abhängig, da die Ergebnisse auf entsprechenden Unterzeiträumen nicht wesentlich variieren. Abbildung 6.13 zeigt, dass die Regressionsmodelle eine im Trend ähnliche Portfolioentwicklung induzieren. Zum einen lässt dieser Befund auf ähnliche Portfolien schließen. Zum anderen entwickelt sich jedoch mit den Aktienmärkten der Großteil der Anlagealternativen ähnlich, so dass eine ähnliche Entwicklung von auf diesen Anlagealternativen basierenden Portfolien erwartet werden konnte. Trotz schlechter Prognosegüten kann eine gute Portfolioperformance resultieren, wenn die Prognosen das Verhältnis der einzelnen Zielgrößen antizipieren und dadurch besser performende Anlagealternativen übergewichtet werden.

### 6.3.8 Weitere Verfahrensvarianten

Die empirischen Untersuchungen basieren auf vielfältigen Verfahrensvarianten. Dieser Abschnitt gibt einen Überblick und skizziert die in der Ergebnisbeschreibung bisher nicht berücksichtigten Varianten.

---

<sup>1</sup> Vgl. Anhang D.

<sup>2</sup> Ein interessanter Aspekt ist an dieser Stelle, ob aufgrund der Risikoschätzung bei einem Abschwung die entsprechende Zielgröße untergewichtet wird.

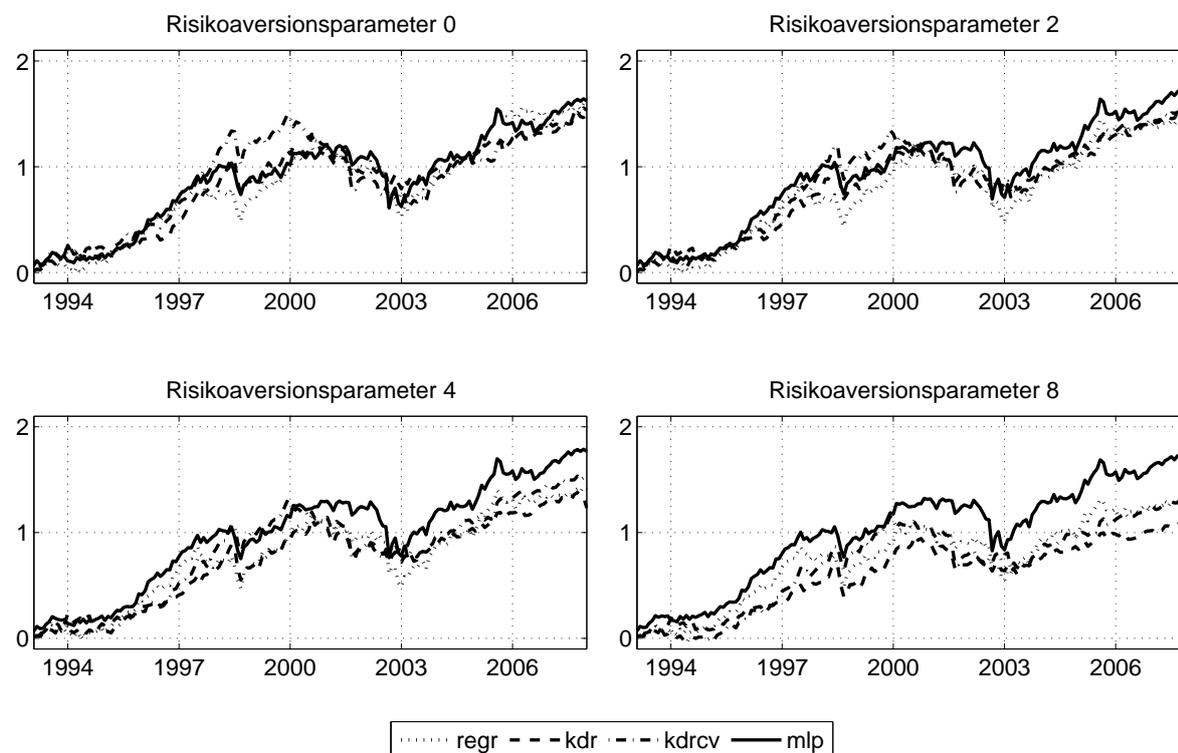


Abbildung 6.13: Kumulierte Portfoliorenditen bei 214-Monats-Schätzzeiträumen

- Mit der naiven Prognose, dem gleitenden Mittelwert, dem ARMA-Modell, dem GARCH-Modell, dem linearen Regressionsmodell, den drei Varianten der Kernregressionsschätzung<sup>1</sup> sowie den MLP-Ensembles werden mehrere alternative Prognoseverfahren berücksichtigt. Im Ergebnis kann kein Verfahren als überlegen bezeichnet werden.
- Der zur Modellschätzung und Variablenselektion berücksichtigte Schätzdatenzeitraum wird variiert. Die Spannweite reicht von 6 über 12 bis hin zu knapp 18 Jahren. Die Einzelergebnisse unterscheiden sich für verschiedene Zeiträume teilweise extrem, so dass sich keine Empfehlung bzgl. der Länge des Schätzdatenzeitraums ableiten lässt.
- Mittels der drei Varianten der Kernregression werden sowohl Simultan- als auch Partialmodelle geschätzt. Das Simultanmodell der Kernregression, bei dem alle Zielgrößen in einem Modell geschätzt werden, zeigt fast durchgängig höhere Prognosegüte, jedoch schlechtere Portfolioperformance als die jeweiligen Partialmo-

<sup>1</sup> Prädiktorselektion mittels LV-Test, mittels Kreuzvalidierung und Kombination von mehreren univariate Kernregressionsmodellen.

delle. Modelltheoretisch könnte das Gegenteil erwarten werden, da ein Simultanmodell weniger speziell auf einzelne Zielgrößen modelliert wird, jedoch eine gemeinsame Modellierung das Verhältnis zwischen den Zielgrößenrenditen berücksichtigt. Insbesondere scheint das Simultanmodell die hoch korrelierten Aktienmärkte besser zu erklären, weil es Einflussgrößen über regionale Unterschiede gemittelt selektiert. Bei der Portfolioperformance ergibt sich jedoch nur vereinzelt eine Verbesserung. Die modelltheoretisch zu erwartende bessere Modellierung von Interdependenzen der Zielgrößen stellt sich also nicht ein bzw. liefert keine Ergebnisverbesserung. Gegenüber anderen Varianten treten diese Unterschiede zwischen Simultan- und Partialmodellen in den Hintergrund.

- Aufgrund der Sensitivität der Verfahren gegenüber Ausreißern in den beobachteten Daten wird eine entsprechende Transformation berücksichtigt. Teilweise kann durch die Ausreißerkontrolle eine Verbesserung der Portfolioperformance erreicht werden. Insbesondere bei der Kernregression mit Kreuzvalidierung, bei der die Prädiktoren über den kreuzvalidierten Fehler selektiert werden, liefert die Transformation der Zielgröße eine große Verbesserung. Die Berücksichtigung des absoluten Fehlers MAE statt des quadrierten Fehlers RMSE bringt jedoch keinen Erfolg.
- Die Anzahl der maximal zulässigen Prädiktoren eines Modells und damit die zulässige Modellkomplexität wird variiert. Insbesondere bei der Kernregression, jedoch auch bei der linearen Regression gibt es statistische Gründe, die maximale Anzahl der Regressoren zu begrenzen.<sup>1</sup> Je nach der akzeptierten maximalen Anzahl an Prädiktoren der Kernregression ergeben sich sehr unterschiedliche Ergebnisse. Je nach Zielgröße und Schätzdatenumfang ist eine höhere Modellkomplexität von Vor- bzw. Nachteil. Bei einer Beschränkung der Modellkomplexität ergibt sich konstruktionsgemäß eine schlechtere Anpassungsgüte. Bei der linearen Regression resultieren beispielsweise bei einem Schätzdatenumfang von knapp 18 Jahren für weniger Regressoren schlechtere Prognosegüten, bei 12 Jahren Schätzdatenumfang ist die Prognosegüte bei einer Beschränkung besser. Jedoch lässt sich keine allgemeine Aussage über die Vorteile einer kleinen bzw. größeren Anzahl maximal zulässiger Prädiktoren ableiten. Es kann keine Empfehlung abgeleitet werden, welche Variante zu präferieren ist. Deswegen werden im Anhang die Ergebnisse mit der nach Abschnitt 4.5.2 empfohlenen, relativ restriktiven maximalen Modellkomplexität aufgeführt. Bei einer Beschränkung der Modellkomplexität<sup>2</sup> der linearen Regression ergibt sich bei einem Schätzdatenumfang von 12 und knapp 18 Jahren eine bessere Portfolioperformance, bei 6 Jahren nicht. Die Auswirkungen auf die Gütemaße sind ebenfalls uneinheitlich. Die aufgeführten Ergebnisse der linearen Regression wurden daher ohne Komplexitätseinschränkung erstellt.

---

<sup>1</sup> Vgl. Abschnitt 4.5.2.

<sup>2</sup> Als maximale Anzahl der Regressoren wird ein Zehntel des Schätzdatenumfangs angenommen.

- Eine Vorselektion der potentiellen Prädiktoren nach der Region der Zielgröße und unabhängig davon eine Hauptkomponentenanalyse zur Transformation der Einflussgrößen wird untersucht. Die Datenbasis enthält eine Vielzahl potentieller Prädiktoren. Bei steigender Anzahl der Prädiktorkandidaten steigt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Kandidat als statistisch relevant erkannt wird. Wenn jedoch keine gute Prognosegüte erzielt werden kann, so ist die Kausalität der identifizierten Zusammenhänge fraglich. Die Prognosegüte lässt sich in dieser Studie teilweise durch eine Vorselektion der potentiellen Prädiktoren verbessern, wenn nur regionale Einflussgrößen<sup>1</sup> berücksichtigt werden. Die Portfolioperformance lässt sich jedoch dadurch hier nicht steigern. Alternativ wurden die potentiellen Einflussgrößen mittels einer Hauptkomponentenanalyse zu einer kleineren Menge statistischer Faktoren komprimiert. Die Güte der Modellierung ließ sich basierend auf dieser Faktoranalyse gegenüber den Ergebnissen auf den originären Einflussgrößen nicht verbessern.
- Die bei der Verwendung der Kernregression vom Renditemodell implizierte Varianz wird dem Varianzmodell inklusive entsprechender Prädiktorselektion gegenüber gestellt. In der Mehrzahl der Fälle erzielt die aufwändige explizite Modellierung der Varianz keinen Ergebnisvorteil gegenüber der impliziten Varianzschätzung.
- Die Modellierung wird jeweils sowohl auf rollierenden Zeitfenstern als auch statisch durchgeführt. Während bei der dynamischen Modellierung auf rollierenden Zeitfenstern die Modellierung mit Prädiktorselektion und Parameterschätzung für jedes Zeitfenster durchgeführt wird, begnügt sich die statische Modellierung mit dem anfangs einmal geschätzten Modell und wendet dieses auf immer wieder aktualisierte Daten an. Die statische Modellierung liefert teilweise vergleichbare Prognosegüten und häufig eine vergleichbare Portfolioperformance. Wenn das Modell das Verhältnis der einzelnen Zielgrößen antizipieren kann und dadurch besser performende Anlagealternativen Übergewichtet werden, dann liegt dieser Erfolg anscheinend eher in der Identifizierung der wichtigsten Einflussgrößen begründet als in der konkreten Art deren Berücksichtigung.

### 6.4 Zusammenfassung der empirischen Untersuchungen

Die nichtparametrische Modellierung von Erwartungswerten, Varianzen und Korrelationen der Zielgrößenrenditen ist mit der Kernregression vergleichsweise einfach und intuitiv umsetzbar. Zur Effizienz des Verfahrens der Kernregression ist festzuhalten, dass die Modellierung zwar theoretisch und softwaretechnisch aufwändiger ist, jedoch einigen Mehrwert gegenüber einfacheren konventionellen Verfahren wie dem GARCH-Modell und der linearen Regression generiert. Die MLP-Ensembles liefern insgesamt bessere Ergebnisse,

---

<sup>1</sup> Z.B. keine Berücksichtigung deutscher ökonomischer Daten für die Modellierung vom US-Aktienindex.

sind jedoch überaus aufwändiger zu berechnen und greifen in der hier berücksichtigten Variante auf von anderen Modellen selektierte Prädiktoren zurück.

Grundlage der Güte jedes Regressionsmodells ist der Erklärungsbeitrag der potentiellen erklärenden Variablen. Soweit wichtige Einflussgrößen fehlen, weil sie unbekannt, nicht beobachtbar oder nicht verfügbar sind, so können entsprechende Zusammenhänge nicht erkannt werden. Die Datenbasis der Untersuchung lässt bedingt durch die möglichst lange Historie einige eventuell bedeutende Datenreihen wie einen Marktrisikoaversionsindex, den Goldpreis, den Ölpreis und Bondperformancedaten vermissen. Jedoch ist mit dem Rohstoffpreisindex eine in der jüngeren Vergangenheit als alternative Investition bedeutende Zielgröße enthalten.

Je nach Modell, Zielgröße und weiteren Faktoren ist ein unterschiedlicher Schätzdatenumfang vorteilhaft. Auch die extern vorgegebene Anzahl maximal zulässiger Prädiktoren hat einen teilweise erheblichen Einfluss auf die Prognosegüte der Modelle auf unbekanntem Daten. Je nach Schätzdatenzeitraum, Markt und Modell sind einmal mehr, einmal weniger maximal zulässige Prädiktoren vorzuziehen. Die Prädiktorselektion auf den Schätzdaten zeigt sich insofern wenig persistent, wie auch die Verlaufsübersichten<sup>1</sup> verdeutlichen. Dies gilt uneingeschränkt auch für die Prädiktorselektion über eine Kreuzvalidierung.

Die Anpassungsgüte und auch die Güte einer Kreuzvalidierung geben keine validen Hinweise auf die Prognosegüte der Modelle auf unbekanntem zukünftigen Daten. Somit steht bei der Modellierung kein geeignetes Kriterium zur Modellvalidierung und -selektion zur Verfügung.

Die Identifikation von relevanten Prädiktoren für die Varianz des Prognosefehlers resultiert in überwiegend marginalen Ergebnisverbesserungen. Ähnliche Ergebnisse können in dieser Untersuchung erzielt werden, wenn die durch das Renditemodell implizierte Varianzschätzung<sup>2</sup> direkt und wesentlich schneller aufgrund der Prädiktoren des Renditemodells berechnet wird, wie die Ergebnisübersichten zur Varianzmodellierung zeigen.

Die Rangfolge der Prognosegüte und der Portfolioperformance unterscheidet sich teilweise deutlich. Eine bessere Prognosegüte eines Modells bzw. einer Modellvariante resultiert nicht zwingend in einer besseren Portfolioperformance.

Bei der Interpretation der Prognoseergebnisse sollten die Renditeerwartungsprognosen im Mittelpunkt des Interesses stehen, da bei einem schlechten Renditeerwartungsmodell die Risikomodellierung gestört wird.

Bezugnehmend auf die Untersuchung mit künstlichen Daten kann davon ausgegangen werden, dass Zusammenhänge in den realen Daten erkannt werden können. Die Ergebnisse der Untersuchung realer Daten legen daher nahe, dass die Renditen zu einem

---

<sup>1</sup> Vgl. Anhang A.

<sup>2</sup> Vgl. Formel 5.19.

guten Teil zufällig sind, dass relevante Einflussgrößen fehlen, falsch transformiert sind oder hohes Rauschen die Identifikation verhindert. Trotz der Berücksichtigung kurzer Schätzdatenzeiträume konnten keine Hinweise darauf gefunden werden, dass relevante Zusammenhänge nur kurzfristig gültig sind.

# 7 Konklusion

## 7.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt Prognoseverfahren und deren Einsatz zur Finanzanalyse als wichtigstes Element im Rahmen des Portfoliomanagementprozesses. Zur Anwendung im Asset Management wurden insbesondere Kapitalmarktindizes als Zielgrößen der Modellierung berücksichtigt. Für diesen Prognosegegenstand werden statistische Fundamentalmodelle bevorzugt.

Im theoretischen Teil wurden grundsätzliche Fragen der adäquaten Modellierung der Entwicklung dieser Zielgrößen beleuchtet, insbesondere die Modellevaluierung und die modellspezifische Prognoseunsicherheit, die sich vom allgemeinen Investmentrisiko unterscheidet und im Portfoliomanagement wesentliche Bedeutung besitzt.

Den thematischen Schwerpunkt bildet die Modellfamilie der nichtparametrischen Kernregressionsschätzung. Die Analyse umfasste neben der Operationalisierbarkeit und Automatisierbarkeit der Verfahren die Vielzahl der Konfigurationsmöglichkeiten der nichtparametrischen Kernregression. Zu diesem Verfahren existieren sowohl restriktivere, einfacher zu handhabende als auch allgemeinere, kompliziertere Alternativen. In einem theoretischen Vergleich wurden zentrale Unterschiede und Gemeinsamkeiten der verschiedenen Verfahren diskutiert.

Für Renditeprognosen lag der Schwerpunkt auf der Diskussion der theoretischen Eignung verschiedener Signifikanztests. Der für die empirischen Untersuchungen herangezogene Test besitzt einige Vorteile gegenüber seinen Alternativen, wie die methodische Diskussion und die empirischen Untersuchungen belegen. Die Kernregressionsschätzung erlaubt zudem eine konsistente Modellierung von Renditeerwartungen und -risiken sowie eine integrierte Modellierung mehrerer Assetklassen. Die Diskussion dieser ungewöhnlichen Eigenschaft und die Konzeption entsprechender Modellansätze stellt den Abschluss der theoretischen Überlegungen dar.

In empirischen Studien werden die Verfahren auf künstliche und reale Daten angewendet und die Leistungsfähigkeit untersucht. Die Bedeutung für die ökonometrische Forschung liegt in der Untersuchung der Leistungsfähigkeit der Prognosemethodik in Verbindung mit den verschiedenen existierenden Selektionsmethoden im Vergleich mit verschiedensten alternativen Verfahren.

Die Ergebnisse der empirischen Untersuchungen belegen die Komplexität der Modellierung mehrerer Finanzmärkte zur Finanzanalyse im Rahmen des Portfoliomanagementprozesses und bestätigen damit frühere Arbeiten von PODDIG (1996), DICHTL (2001) und PETERSMEIER (2003). Die systematische Untersuchung des nichtparametrischen Signifikanztests zeigt, dass dieses Verfahren gegenüber der heuristischen Prädiktorselektion über Kreuzvalidierungen keinen Vorteil erzielen kann.<sup>1</sup> Die Kernregression zeigt dennoch insgesamt gute Ergebnisse. Aufgrund der hohen Datenanforderung der Kernregression werden eventuell nur kurzfristig zu beobachtende Zusammenhänge nicht oder neue Zusammenhänge später identifiziert. Insofern muss der Sinn des größeren Aufwandes für derartige nichtparametrische Modelle auch unter Berücksichtigung der Dynamik ökonomischer Wirkungszusammenhänge beurteilt werden. Die Schätzung von Ensembles verhilft dem MLP-Ansatz zu einer wesentlichen Ergebnisverbesserung, die allerdings trotz des Fehlens einer Prädiktorselektion mit einem höheren Rechenaufwand einher geht.

Die Risikoprognosemodelle verstärken unter Umständen den Effekt von Unterschieden in der Anpassungs- und Prognosegüte, da das Prognoserisiko umso kleiner geschätzt wird, je besser sich das Renditeerwartungsmodell an die Daten anpassen lässt. Wenn eine Renditeprognose eine hohe Anpassungsgüte hat, wird das Prognoserisiko sehr klein geschätzt und die entsprechende Anlagealternative bei der Portfoliooptimierung übergewichtet. Systematisch falsche Prognosen haben in diesem Fall aufgrund der Risikomodellierung systematisch einen höheren Einfluss auf das Ergebnis der Portfoliooptimierung, da die Schätzungen auf den zur Modellanpassung verwendeten Beobachtungen verzerrt sind.<sup>2</sup>

## 7.2 Ausblick

Im Zuge der Diskussion theoretischer Eigenschaften und der empirischen Untersuchung bleiben aufgrund von vielfältigen Modellierungs- und Verfahrensvarianten einige Forschungsfragen offen. Interessante Fragestellungen werden im Folgenden skizziert.

Aufgrund der Datenanforderungen der Kernregression wurden nur Daten mit einer sehr langen verfügbaren Datenhistorie berücksichtigt. Mit Bonds ist die neben Aktien gängigste Anlagealternative nicht enthalten. Die Voruntersuchung hat jedoch gezeigt, dass sich Bondindizes in der jüngeren Vergangenheit relativ gut modellieren ließen. Weitere Untersuchungen sollten hier nachfassen. Je nach Zeithorizont des betrachteten Anlagekonzeptes können wöchentliche Kapitalmarktdaten modelliert werden. Berücksichtigt

---

<sup>1</sup> Ähnlich bereits PETERSMEIER (2003) für eine Variante des hier berücksichtigten Tests.

<sup>2</sup> Die Verzerrung ließe sich durch die Verwendung von tatsächlichen Prognosefehlern vermeiden. Hierzu existiert jedoch bislang kein schlüssiger Modellierungsansatz.

das Anlagekonzept nur zwei Anlagealternativen<sup>1</sup>, so könnte die Renditedifferenz zwischen den Zielgrößen oder in einer Klassifikation das Vorzeichen der Rendite modelliert werden.

Bereits auf der Ebene der verfahrensunabhängigen, allgemeinen finanzwirtschaftlichen Modellierung stellen sich wesentliche methodische Fragestellungen. Zum einen ist es das Grundprinzip der Ökonometrie, ökonomische Theorien empirisch zu überprüfen. Im Kontext der Finanzmarktmodellierung besteht eine ökonomische Theorie in einer Annahme eines kausalen Wirkungszusammenhangs zwischen verschiedenen Zeitreihen. Aus dieser Perspektive wäre für einzelne Zielgröße eine weitaus rigidere Vorselektion von gemäß ökonomischer Theorien relevanten Einflussgrößen sinnvoll, die über die hier erfolgte Auswahl von potentiell relevanten Einflussgrößen hinaus geht. Weiterhin könnten ökonomische Überlegungen die Länge des Schätzzeitraumes, die Anzahl der maximal plausiblen Einflussgrößen und die zu berücksichtigende Zeitverzögerung (Lags) eingrenzen. Zu kurze oder zu lange Zeiträume sind eventuell nicht repräsentativ für kausale Wirkungszusammenhänge bzw. durch untypische extreme Einflüsse verzerrt. Monokausale Zusammenhänge sind im Allgemeinen ebenso unplausibel wie ein komplexes Modell mit einer Vielzahl an Einflussgrößen. Ähnliches gilt für die maximal plausible Zeitverzögerung (Lag) von Zusammenhängen. In der vorliegenden Arbeit konnten die Auswirkungen verschiedener Verfahrensalternativen aufgezeigt werden, zur Entscheidung, welche Variante zu bevorzugen ist, erscheinen weitere Untersuchungen notwendig.

Die aufgrund derartiger Überlegungen ausgewählte Datenbasis kann transformiert werden. Neben einer Hauptkomponentenanalyse bietet sich je nach Kontext eventuell eine nichtparametrische Faktoranalyse an. Häufig haben extreme Werte in den Beobachtungen (sog. Ausreißer) einen unverhältnismäßigen Einfluss auf die Ergebnisse der Modellierung. Für die lineare Regression werden ausreißerrobustere Alternativen diskutiert.<sup>2</sup> Derartige Ansätze scheinen großes Potential zu besitzen und sollten berücksichtigt werden.

Zur modellunabhängigen Identifikation relevanter Größen existieren neben Pearsons linearen Korrelationskoeffizient mit dem Rangkorrelationskoeffizient und dem Delta- bzw. Lambda-Test allgemeinere Abhängigkeitstests. Der Rangkorrelationskoeffizient misst den Grad des monotonen, nicht zwingend linearen Zusammenhangs zwischen zwei Größen.<sup>3</sup> Der Delta- bzw. Lambda-Test ist ein nichtparametrischer Test auf Abhängigkeit zweier Zeitreihen.<sup>4</sup> Entsprechende Untersuchungen könnten zeigen, wann sich derartige Verfahren zur modellunabhängigen Variablenselektion eignen. Insbesondere bieten

<sup>1</sup> Z.B. Best-of-Two-Strategie nach MARGRAVE (1978).

<sup>2</sup> Vgl. STREET, CARROLL und RUPPERT (1988); DUMOUCHEL und O'BRIEN (1992); ROUSSEEUW und LEROY (2003); HUBER (2004).

<sup>3</sup> Neben Spearmans Rangkorrelationskoeffizient existiert eine noch allgemeinere Version von Kendall. Wie bei Pearsons Korrelationskoeffizient kann auch hier auf Signifikanz der Korrelation getestet werden, vgl. PRESS ET AL. (2007) S. 748ff.

<sup>4</sup> Vgl. MÖLLER (2003).

sich die Abhängigkeitstests für Verfahren an, für die kein modellspezifischer Ansatz zur Variablenselektion existiert.

Bei der Modellierung – insbesondere der Prädiktor- und Modellselektion – werden statistisch signifikante bzw. modellfehlerminimierende Zusammenhänge identifiziert. Einer Anwendung des Modells auf unbekannte oder zukünftige Daten liegt die Annahme von persistenten kausalen Wirkungszusammenhängen zugrunde. Bei der Modellierung bzw. Selektion kann jedoch aufgrund der Schätzdaten nicht auf Kausalität oder Persistenz geschlossen werden. Insofern lässt sich das „beste“ oder gar „richtige“ Modell ex ante nicht identifizieren. Dieser Umstand bezieht sich ausnahmslos auch auf die einzelnen Elemente (Verfahren, Prädiktoren, Schätzzeitraum) eines Modells. Meta-Modelle, Multi-Stage-Modelle oder die anderweitige Kombination mehrerer Modelle („Council of Experts“) sollen das Problem der Selektion eines einzigen Modells vermeiden, indem alle Modelle in die Bildung einer Gesamtprognose eingehen. Allerdings wird dazu ein weiteres Modell (das Kombinationsmodell) benötigt und auch hierzu existieren verschiedenste alternative Ansätze.

Die Portfoliooptimierung basiert auf Prognosen einzelner Anlagealternativen. Je besser die einzelnen Prognosegüten geraten, desto bessere Portfolioperformance resultiert allgemein. Konkret führt jedoch eine höhere Wegstrecke (gewichtete Trefferquote) oder die Verbesserung eines anderen Gütemaßes nicht zwingend zu einer höheren Portfoliorendite. Die Wegstrecke beispielsweise berücksichtigt nur das Vorzeichen der Prognose, während die Portfoliooptimierung wesentlich auf dem Verhältnis der verschiedenen Prognosen basiert. Es sind daher weitere Gütemaße als Indikator für die Portfolioperformance gefragt.

Die Risikomodellierung mittels der Kernregression wurde auf den Schätzdatenresiduen eines Renditeerwartungsmodells durchgeführt. Sie ist daher durch die Anpassung verzerrt und entspricht einer Schätzfehleranalyse. Das mit einer Prognose verbundene Risiko müsste aufgrund von Prognosen für eine Generalisierungsmenge analysiert werden. Diese liegen jedoch ex ante nicht vor. Am aktuellen Rand der Daten und damit im Echteinsatz kann keine echte Prognose analysiert werden, um das Prognoserisiko zu modellieren. Es ist offen, wie dieses Grundproblem einer Risikomodellierung umgangen werden kann. Soll ohne Berücksichtigung einer bedingten Renditeerwartungswertschätzung – beispielsweise für das Risikomanagement oder ein Minimum-Varianz-Portfolio – die Volatilität der Zielgröße direkt untersucht werden, so basiert die Modellierung auf den zentrierten Zielgrößen und benötigt kein Erwartungswertmodell, so dass in diesem Fall keine Verzerrung vorliegt.

Bezüglich der Verfahrensvarianten der Kernregression konnten trotz der umfangreich angelegten empirischen Untersuchungen nicht alle Aspekte umfassend untersucht werden. Es gibt alternative Kernfunktionen, die wie der Gauss-Kern einen unendlichen Träger haben und somit numerische Grundanforderungen der Bandweitenoptimierung erfüllen. Die technischen Grundlagen müssten jedoch stärker aus mathematischer Perspektive

beleuchtet werden, bevor entsprechende Untersuchungen zeigen sollten, welche Auswirkungen alternative Kerne auf Prognosemodelle haben. Eine weitere Variante ist die bereits skizzierte Local-Linear-Kernregression, die an den Rändern des Datenbereichs und in Krümmungen des Zusammenhangs eine bessere Anpassung erlaubt. Umfangreiche Untersuchungen sollten zeigen, ob diese Möglichkeit der besseren Anpassung auch bei verrauschten Finanzmarktdaten bestehen bleibt.

Die Anpassung der Bandweite als einziger Parameter der Kernregression ist mit einem Leave-one-out-Spezialfall einer Kreuzvalidierung verbunden. Für die Prädiktorselektion innerhalb einer Kreuzvalidierung wird die Bandweitenschätzung auf jeder Validierungsteilmenge durchgeführt. Es handelt sich also um eine verschachtelte doppelte Kreuzvalidierung. Die Leave-one-out-Kreuzvalidierung zur Bandweitenoptimierung lässt sich zu einer Leave-n-out-Kreuzvalidierung verallgemeinern. Eventuell können die Bandweitenschätzung und die Prädiktorselektion integriert in einer Kreuzvalidierung durchgeführt werden. Empirische Untersuchungen müssen zeigen, ob mit der zu erwartenden Rechenzeitersparnis ein Verlust an Robustheit gegenüber Überanpassung einher geht.

Ein Modell wird – auch bei einer Kreuzvalidierung – ex post angepasst. Die Schätzung einer Beobachtung basiert in der Regel auch auf Daten, die zum Zeitpunkt der Beobachtung nicht bekannt waren. Die Anpassungsgüte ist durch diesen Wissensvorsprung verzerrt. Diese Verzerrung lässt sich durch einen zeitreihenanalytischen Ansatz der Kernregression vermeiden. Dieser Ansatz berücksichtigt auch bei der Modellanpassung nur zeitlich früher beobachtbare Daten. Statt wie beim Leave-one-out-Ansatz nur das Gewicht der einzelnen Beobachtung für die Schätzung ihrer selbst zu eliminieren, könnten innerhalb der Kernregression mit minimalem Aufwand zur Schätzung einer Größe  $y_t$ ,  $t = 1, \dots, n$  nur die vorhergehenden  $y_1, \dots, y_{t-1}$  berücksichtigt werden. Für die frühesten Werte der Schätzmenge ist dann jedoch eine Schätzung nicht oder nur auf ein paar wenigen Daten möglich, was ebenfalls zu einer Verzerrung führt. Die Vor- und Nachteile eines derartigen Ansatzes sollten theoretisch und empirisch untersucht werden.

Die Vor- und Nachteile eines Prognoseverfahrens lassen sich nur im Vergleich weiterer elaborierter Techniken beleuchten. Der in dieser Arbeit angestrebte Vergleich der Kernregression mit MLP-Ensembles sollte ausgebaut und um weitere nichtparametrische Prognoseverfahren wie beispielsweise die Support Vector Regression ergänzt werden.

Es existieren somit verschiedene Ansatzpunkte, in weiteren Arbeiten konkrete bedeutende Aspekte der verschiedenen Modellierungsverfahren vergleichend zu untersuchen und die nichtparametrische Modellierung weiter für die Zwecke des Asset Managements zu adaptieren.



# Anhang A

## Selektierte Prädiktoren

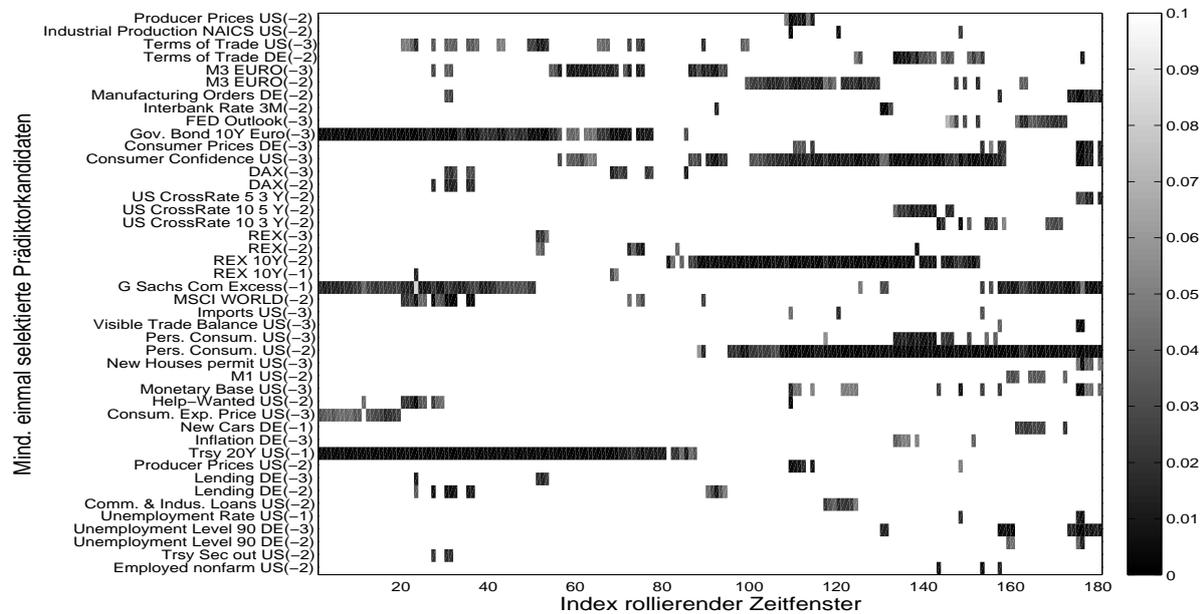
Dieser Abschnitt enthält graphische Darstellungen des Signifikanzniveaus der selektierten Prädiktoren über rollierende Zeitfenster für alle berücksichtigten Zielgrößen, die verwendeten Selektionsalgorithmen und sämtliche gewählte Schätzdatenumfänge. Für den Renditeerwartungswert und die -varianz erfolgt die Prädiktorselektion separat für jede einzelne Zielgröße, die Renditekorrelationsmatrix wird gemeinsam für alle Zielgrößen modelliert.

Am linken Rand der Abbildungen sind die Prädiktoren benannt, in der jeweiligen waagerechten Linie ist der Verlauf des Signifikanzniveaus des betreffenden Prädiktors gemäß der jeweils am rechten Rand platzierten Legende abgetragen. Bei der Kreuzvalidierung wird kein Signifikanzniveau berechnet und nur die Aufnahme einer Variable verzeichnet.

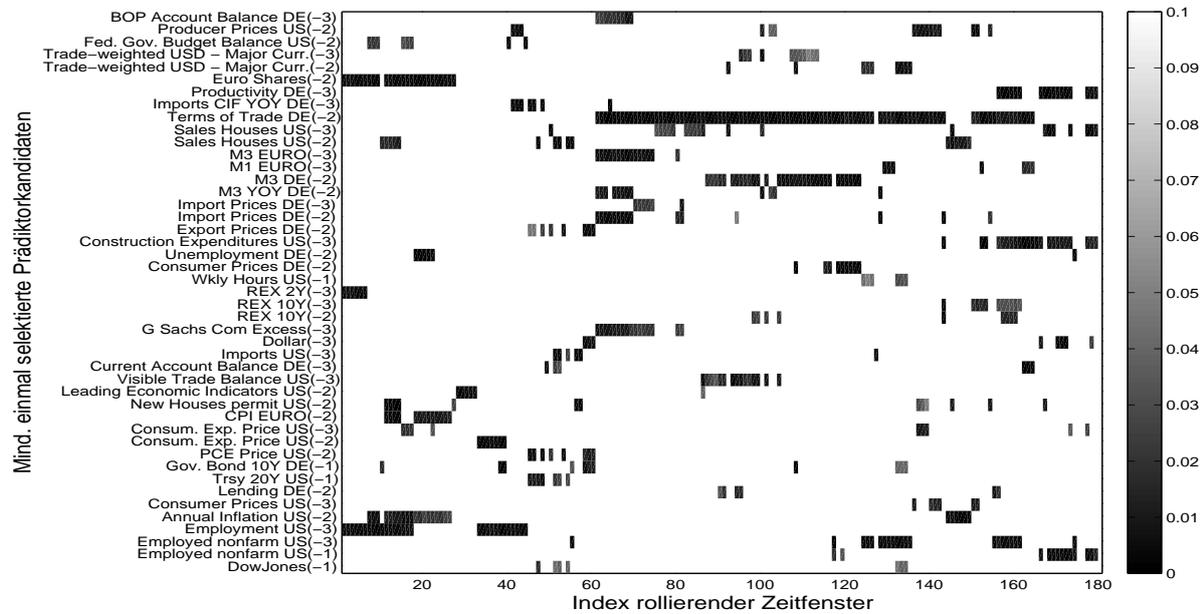
### A.1 Renditeerwartungswert

Für den Renditeerwartungswert ist die lineare Regression anwendbar. Beim Selektionsalgorithmus der linearen Regression werden einzelne Regressoren im Laufe der schrittweisen Modellierung bei Überschreiten des 10%-Signifikanzniveaus eliminiert, daher enthält ein Modell u.U. Prädiktoren mit einem Signifikanzniveau zwischen 5-10%, obwohl 5% die erforderliche Hürde zur Aufnahme in das Modell darstellt.

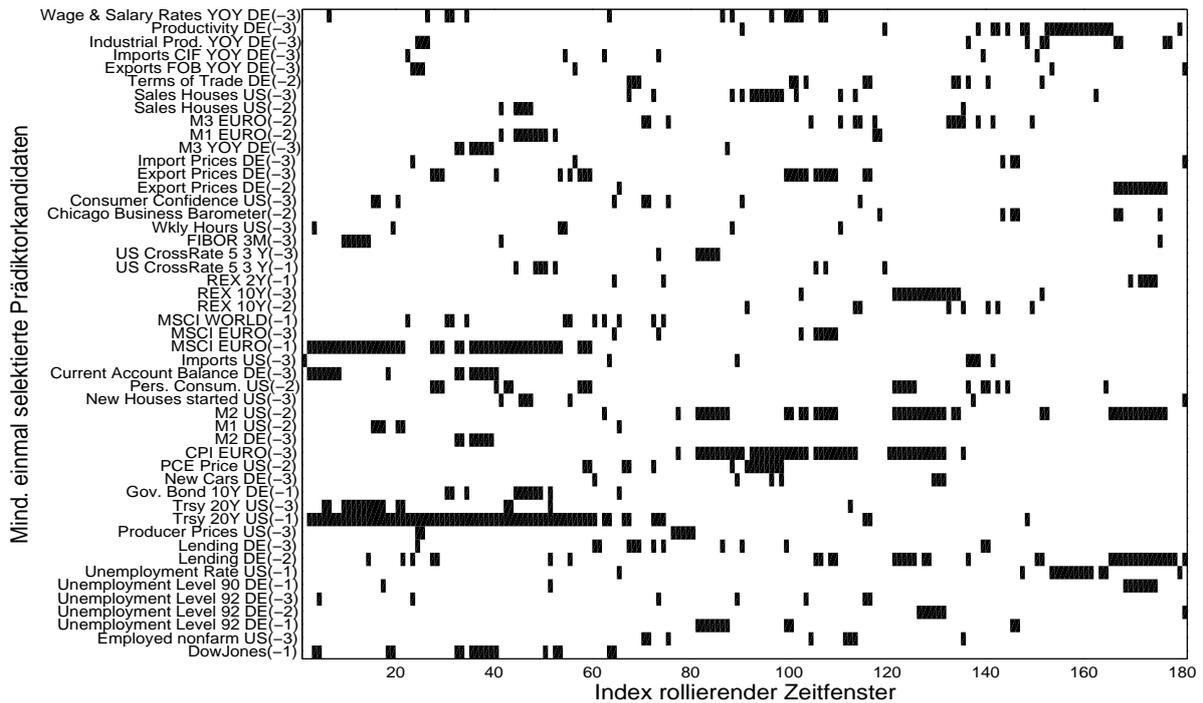
Schätzdatenumfang 214 Monate



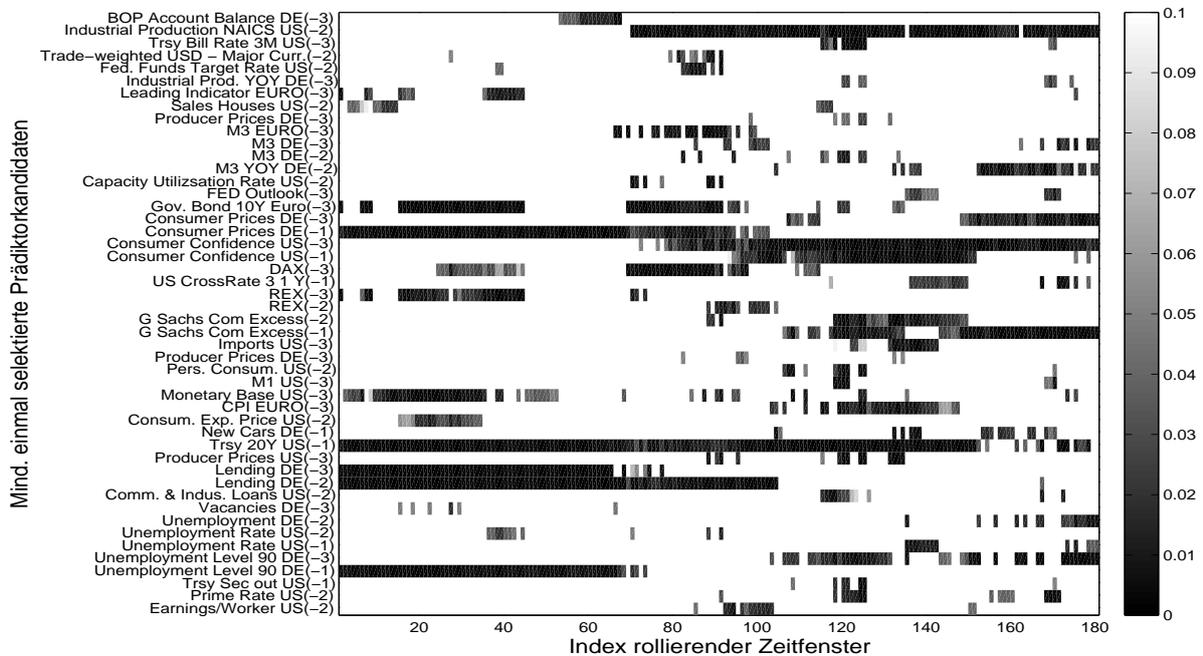
Renditeerwartung Dow Jones t-Test Schätzdatenumfang 214 Monate



Renditeerwartung Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

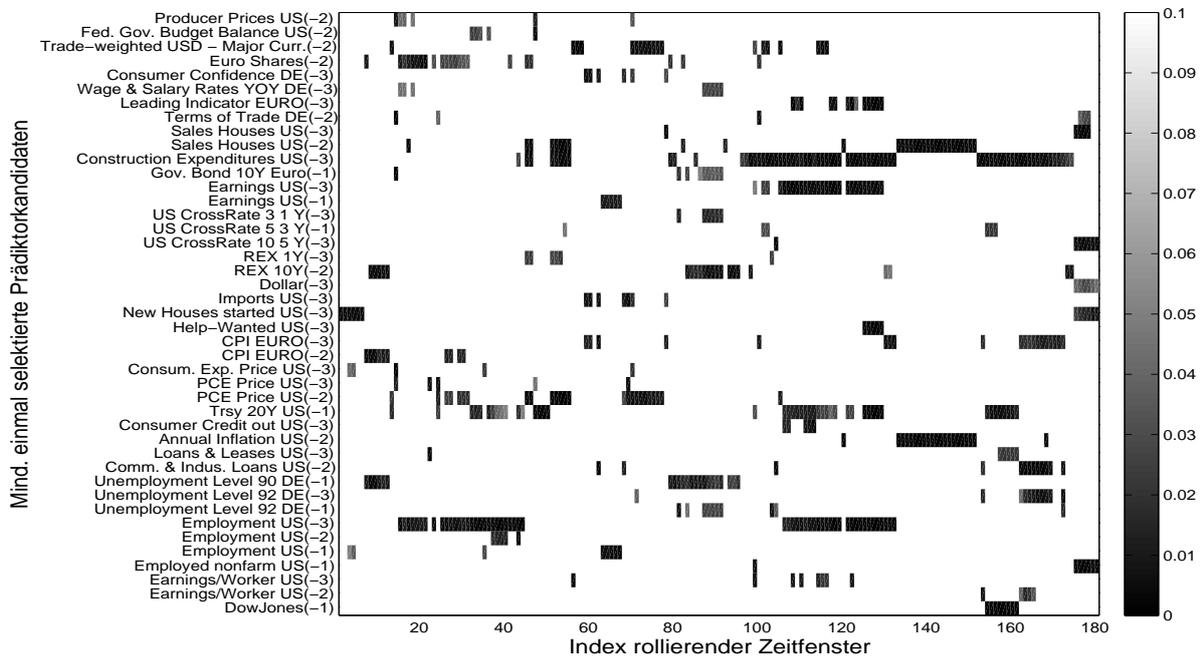


Renditeerwartung Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

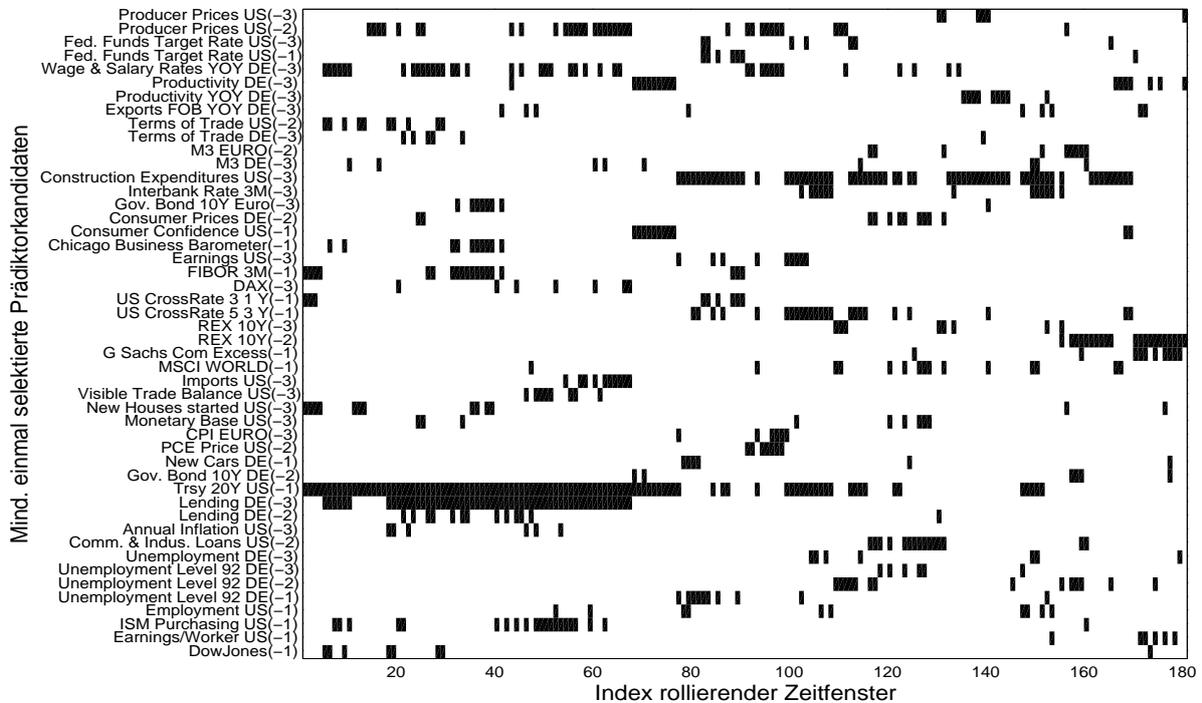


Renditeerwartung MSCI World t-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

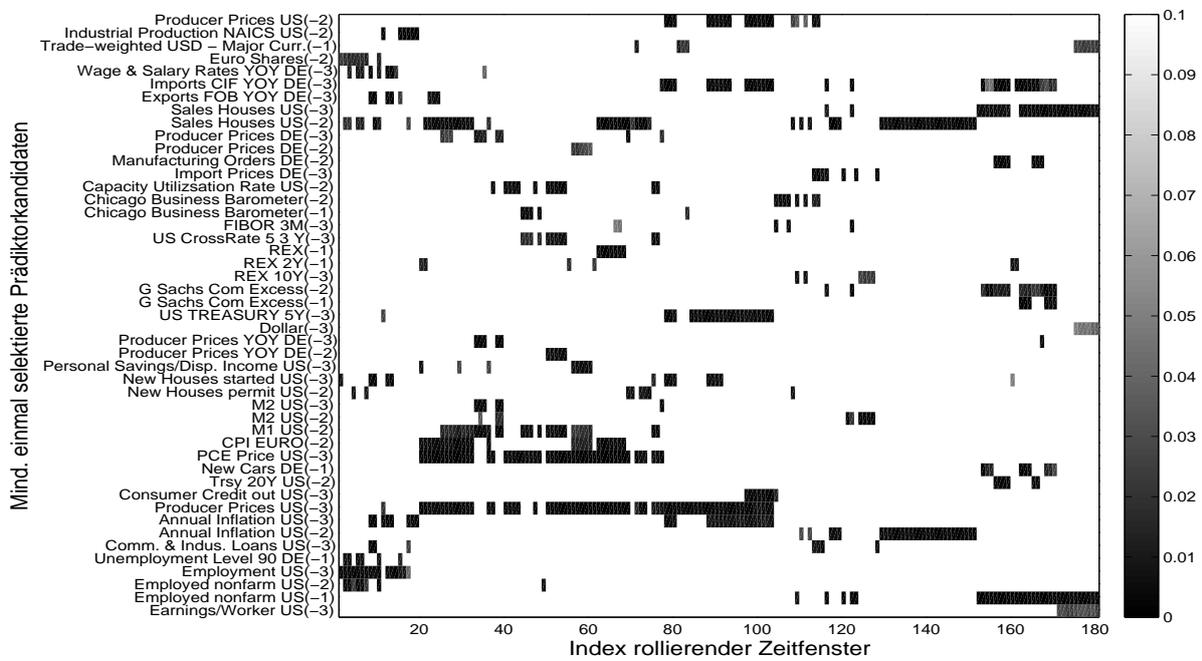
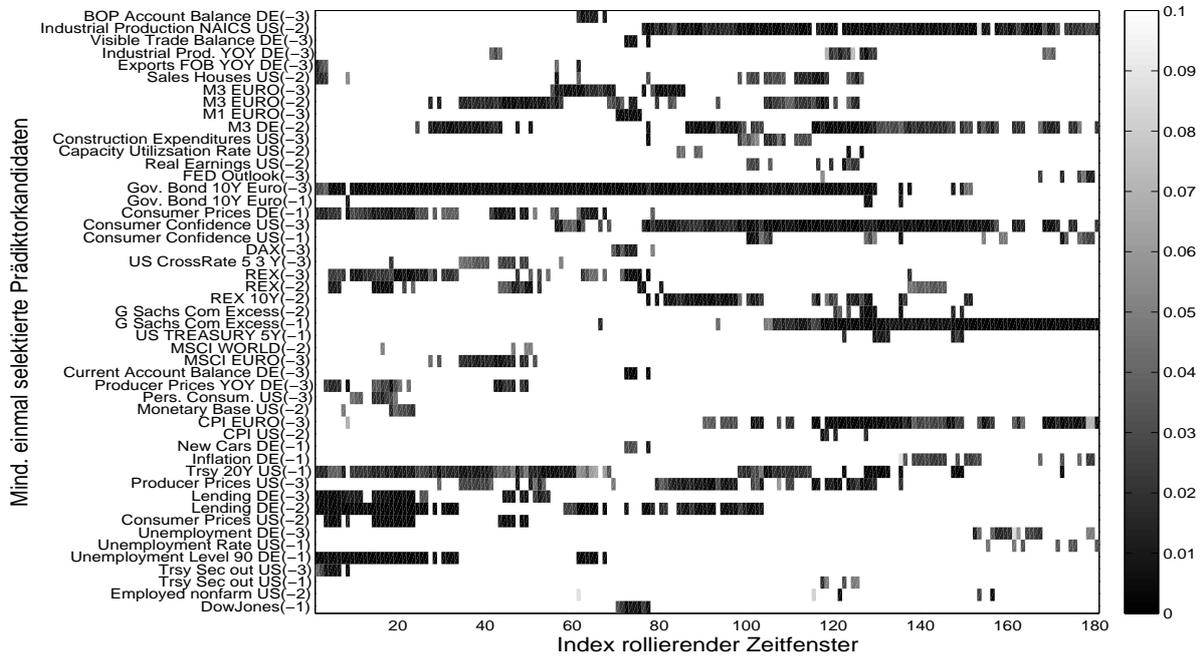
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



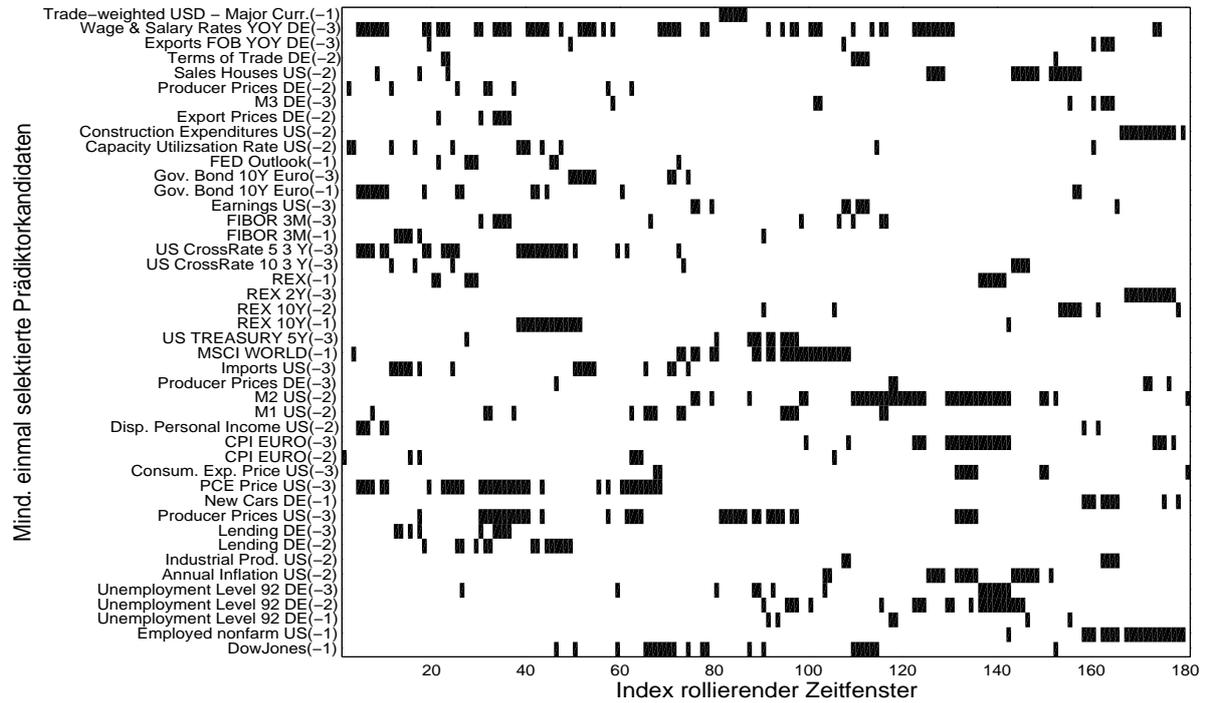
Renditerwartung MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate



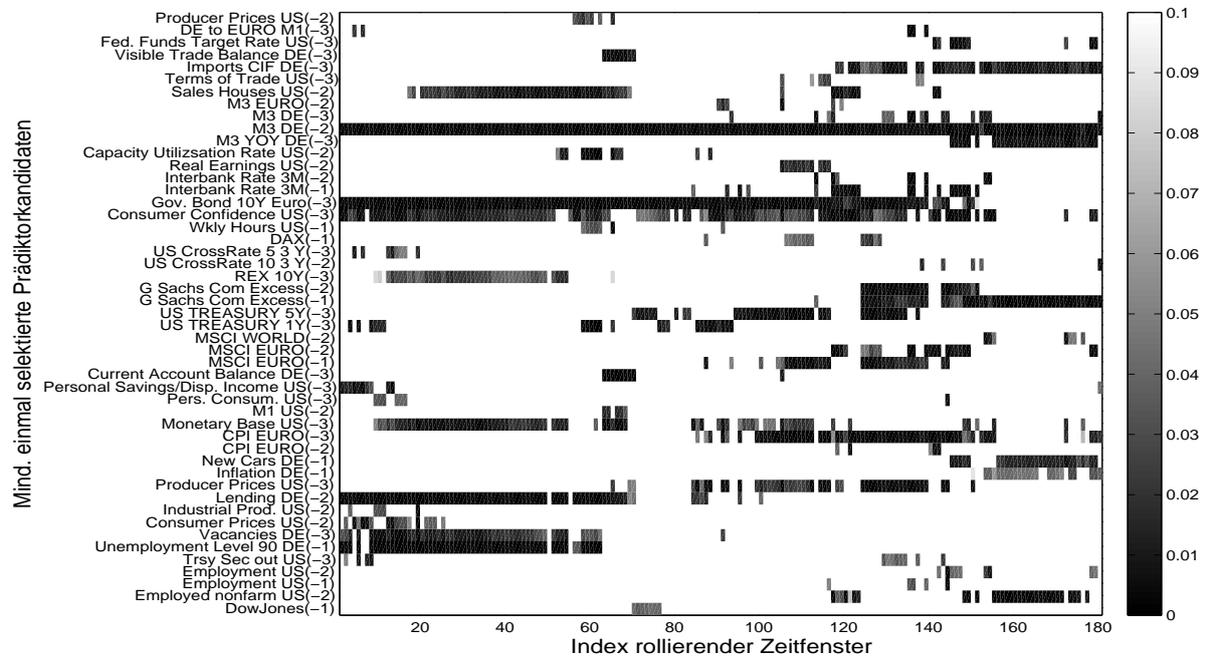
Renditerwartung MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate



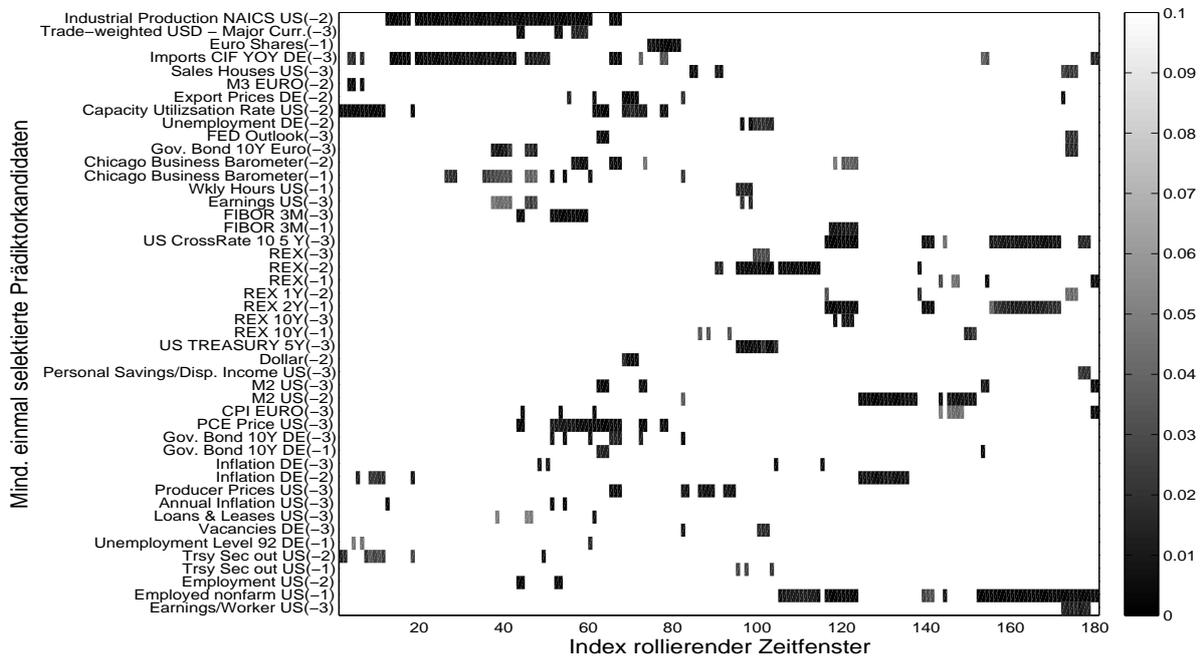
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



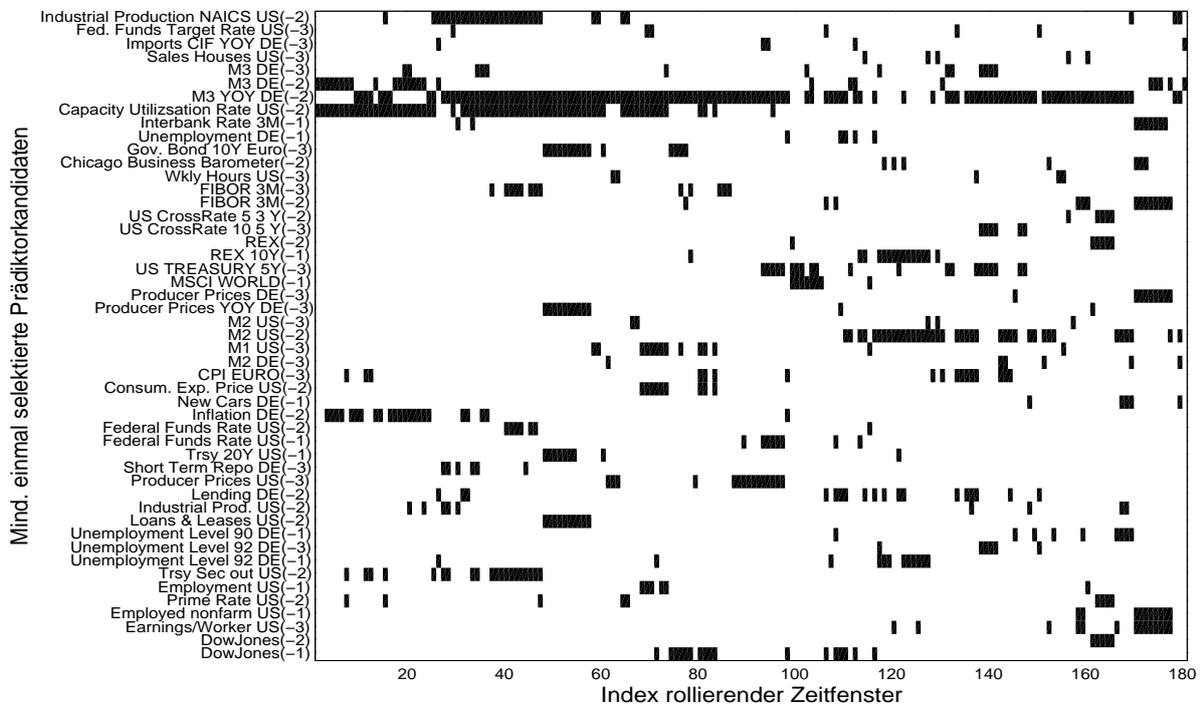
Renditerwartung MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate



Renditerwartung DAX t-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

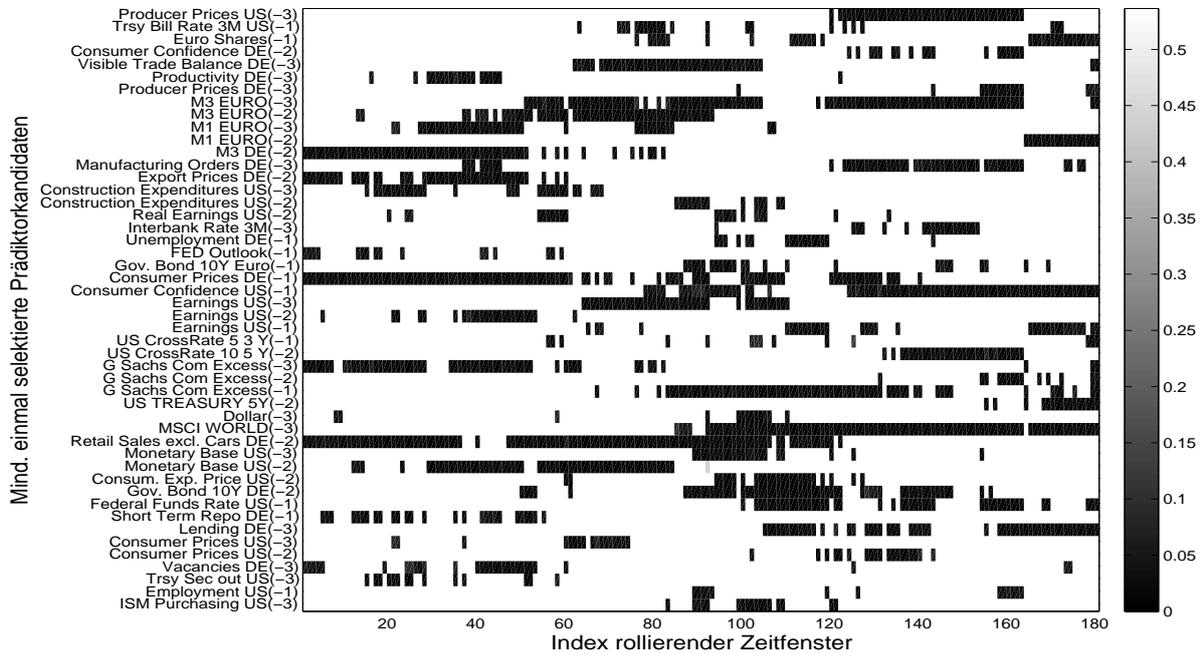


Renditeerwartung DAX LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

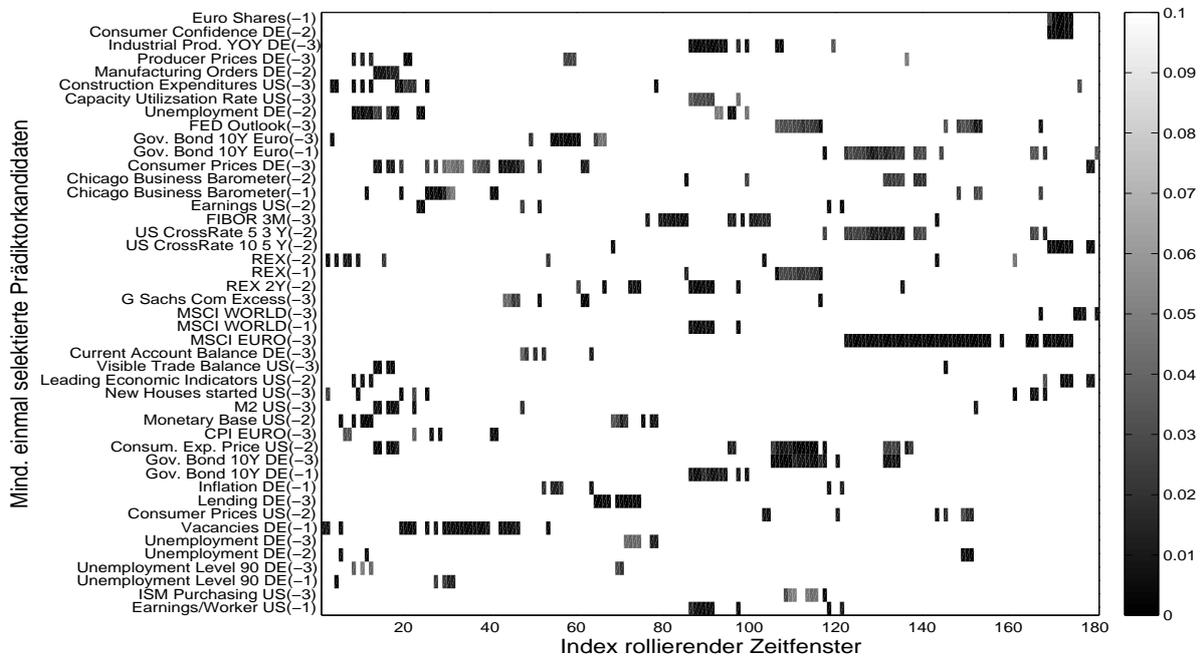


Renditeerwartung DAX Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

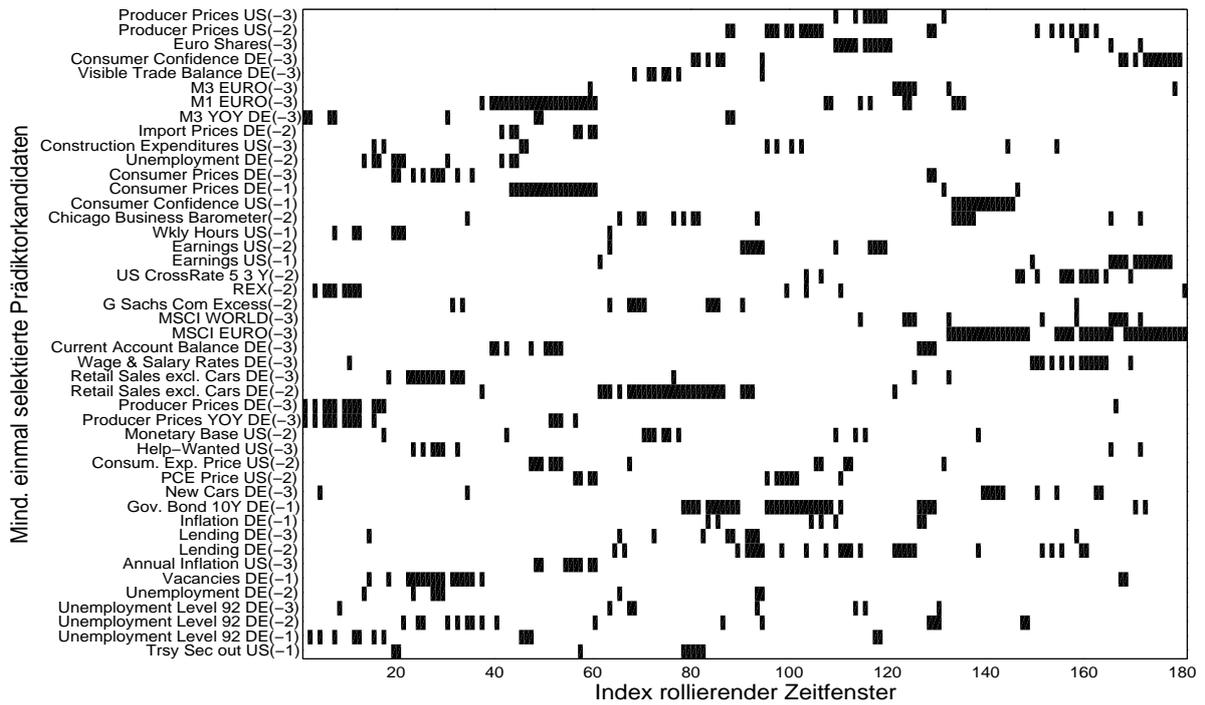
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



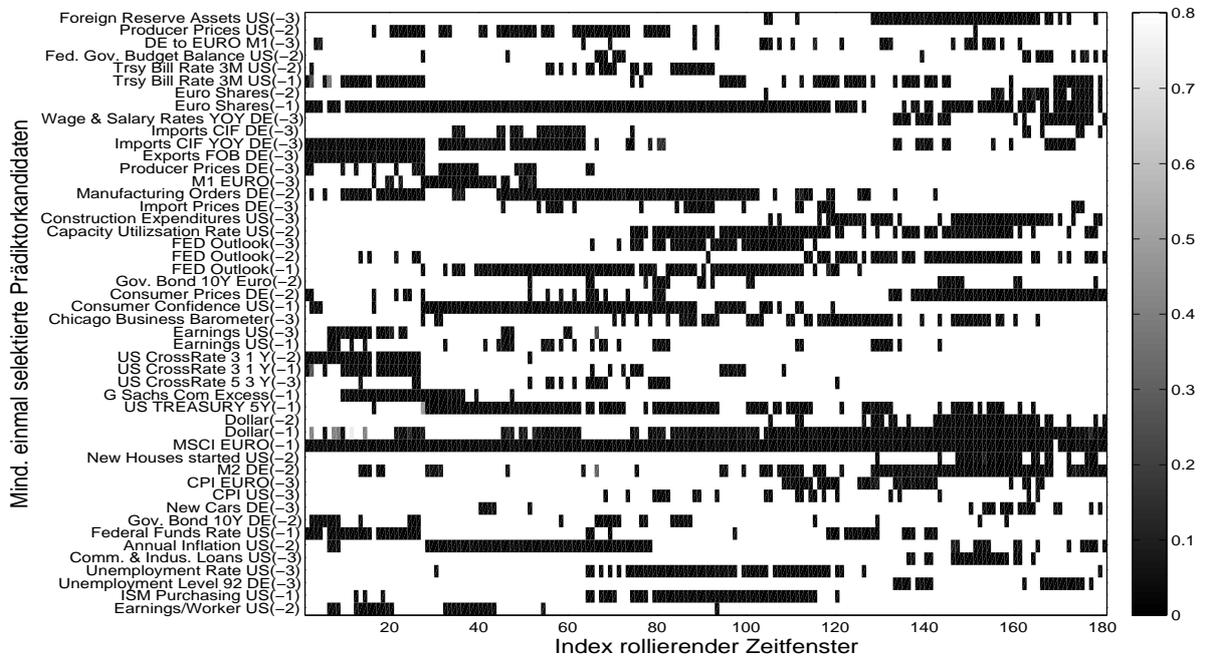
Renditerwartung Commodities t-Test Schätzdatenumfang 214 Monate



Renditerwartung Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

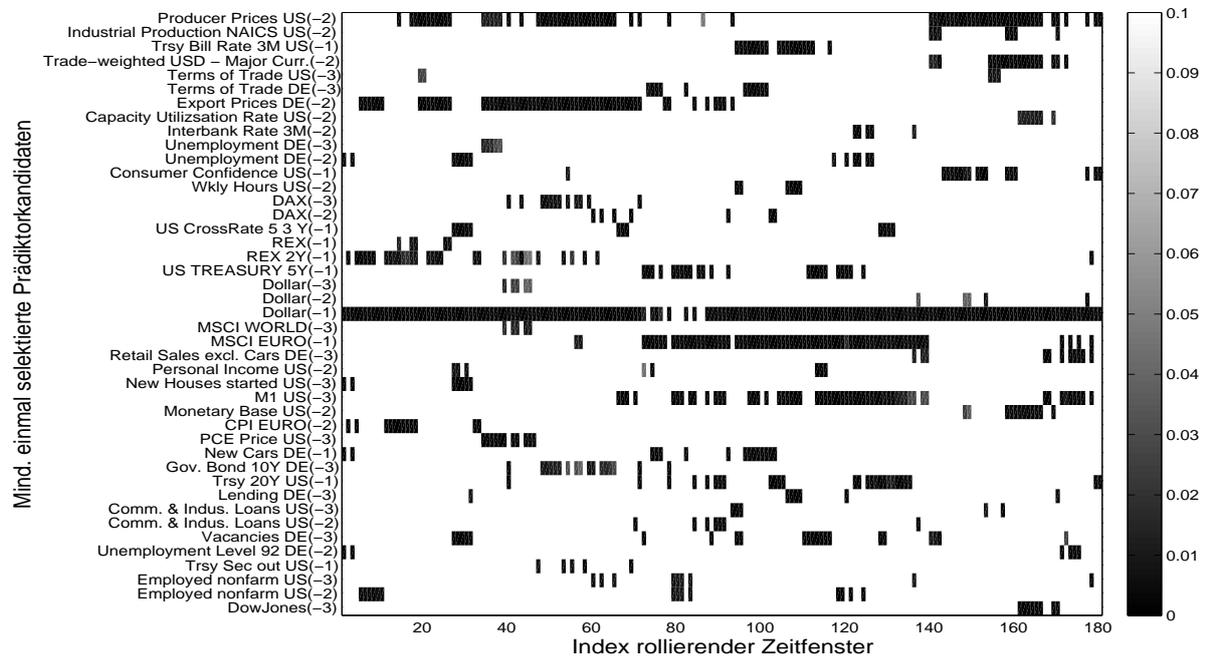


Renditeerwartung Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

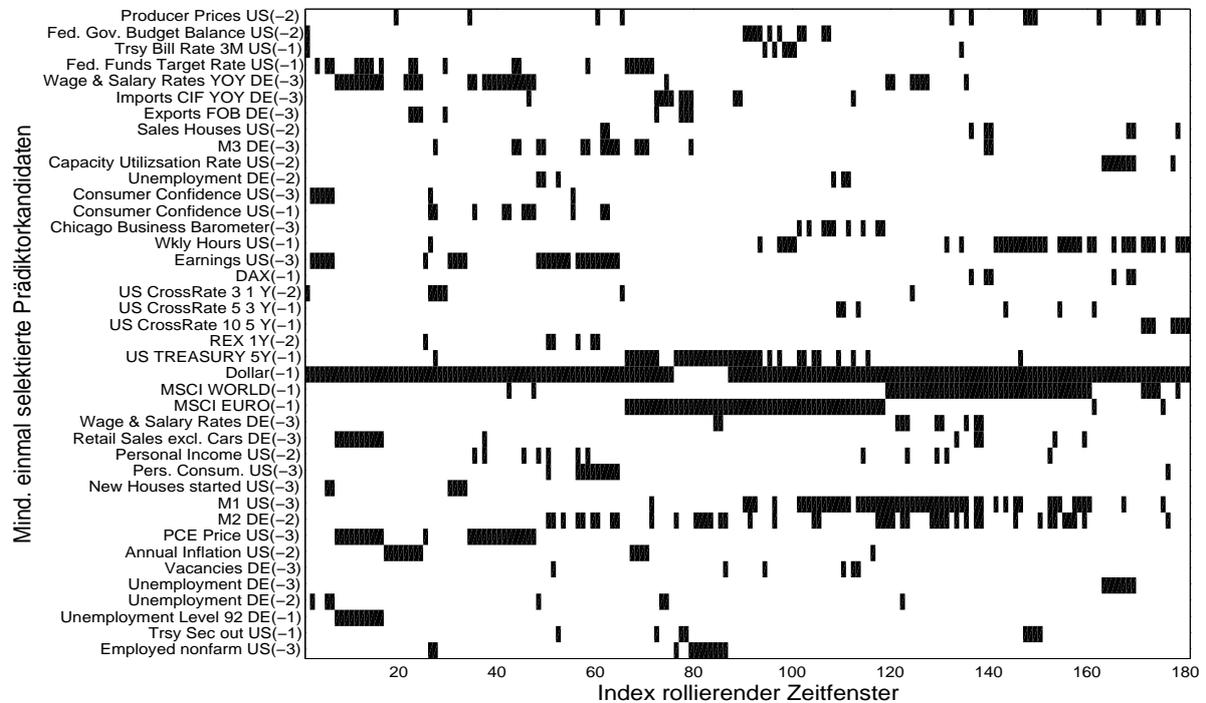


Renditeerwartung US-\$/Euro t-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

## Anhang A Selektierte Prädiktoren

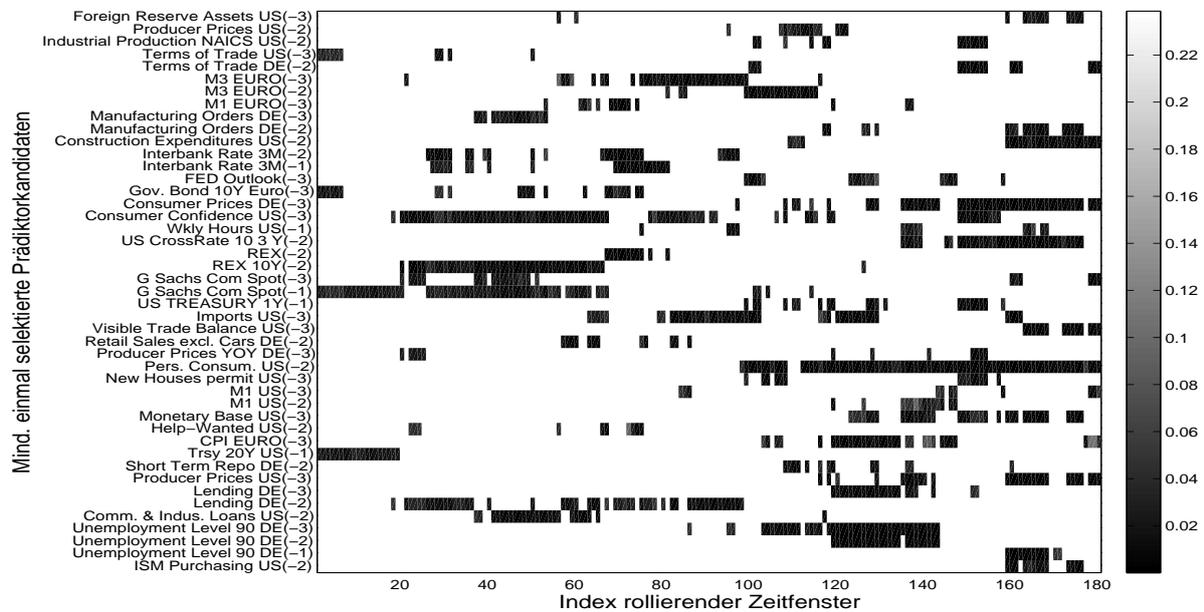


Renditerwartung US-\$/Euro LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

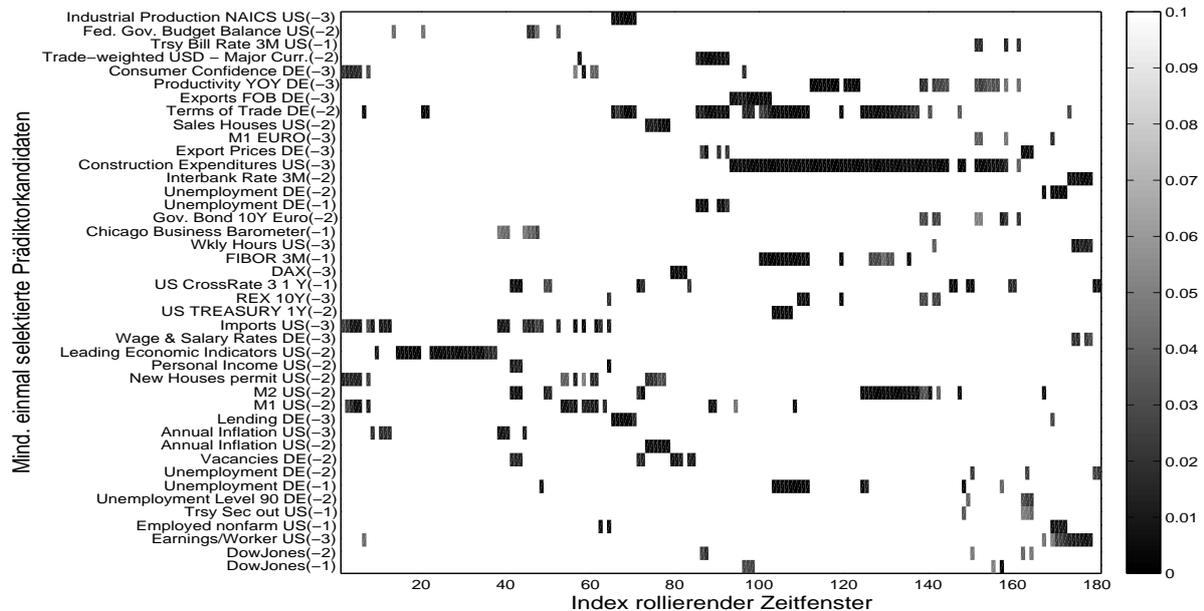


Renditerwartung US-\$/Euro Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

Schätzdatenumfang 144 Monate

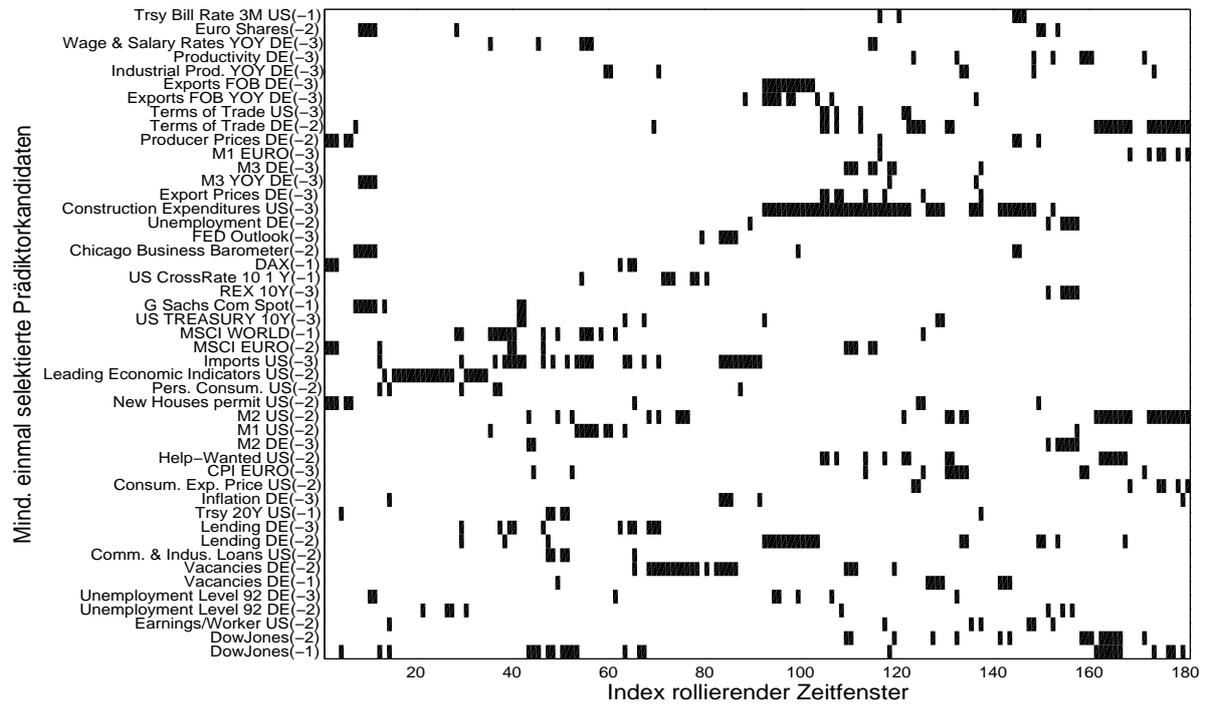


Renditeerwartung Dow Jones t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

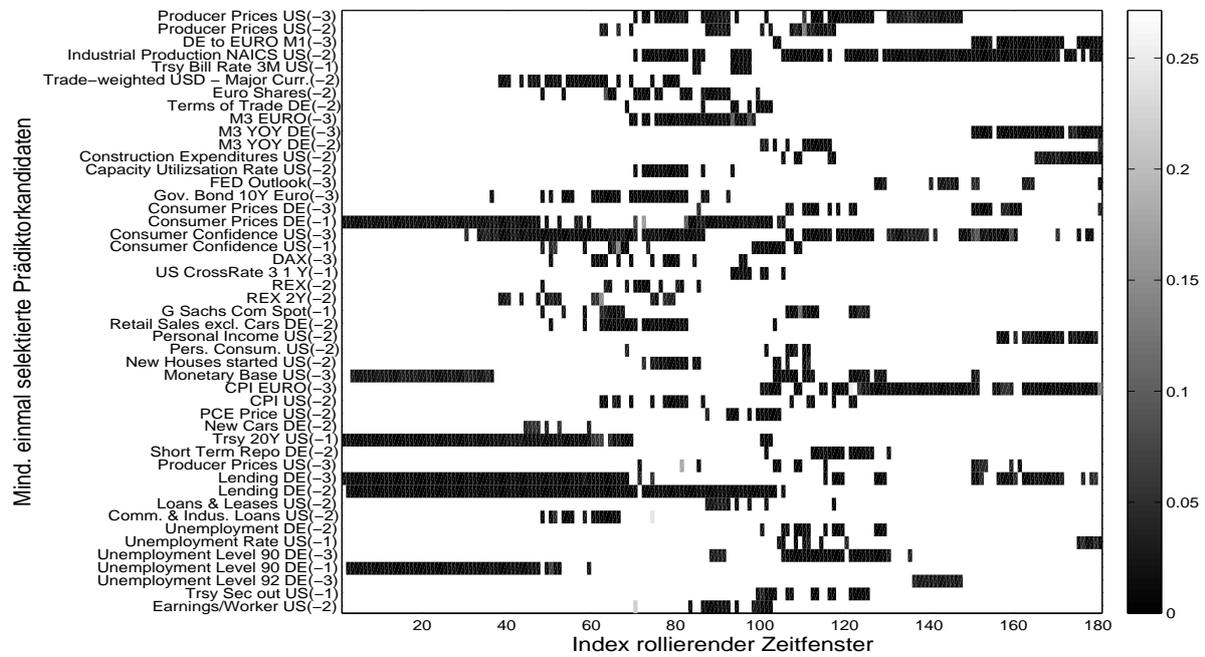


Renditeerwartung Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

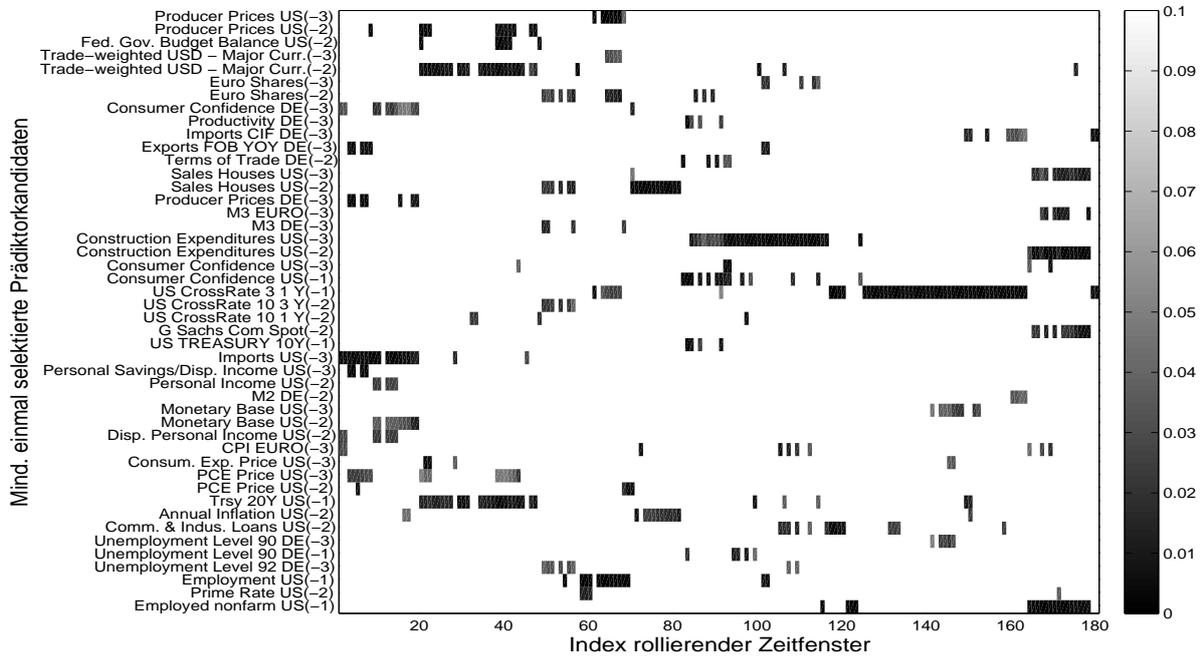
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



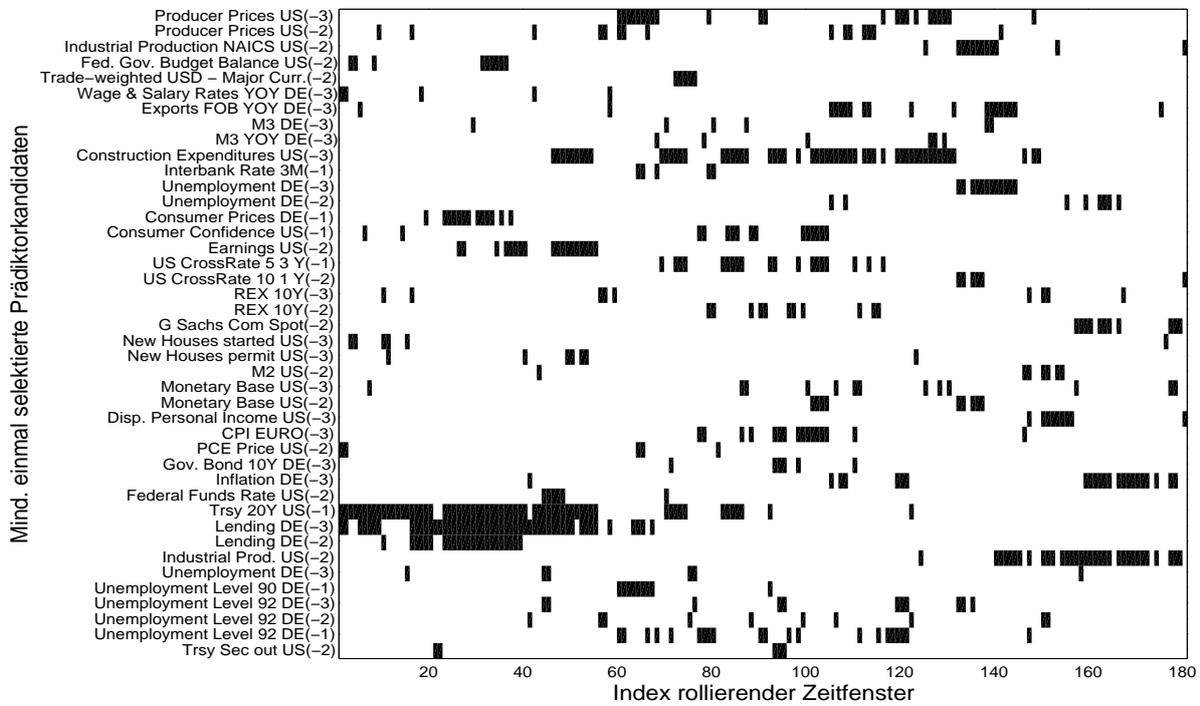
Renditerwartung Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate



Renditerwartung MSCI World t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

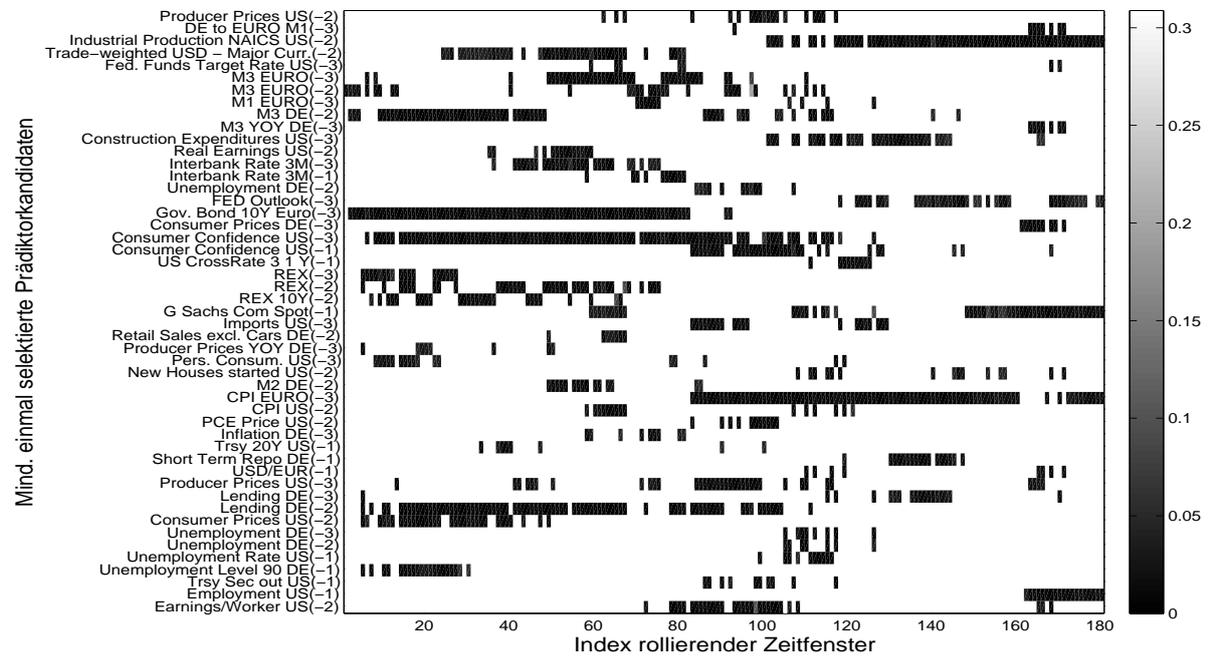


Renditeerwartung MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

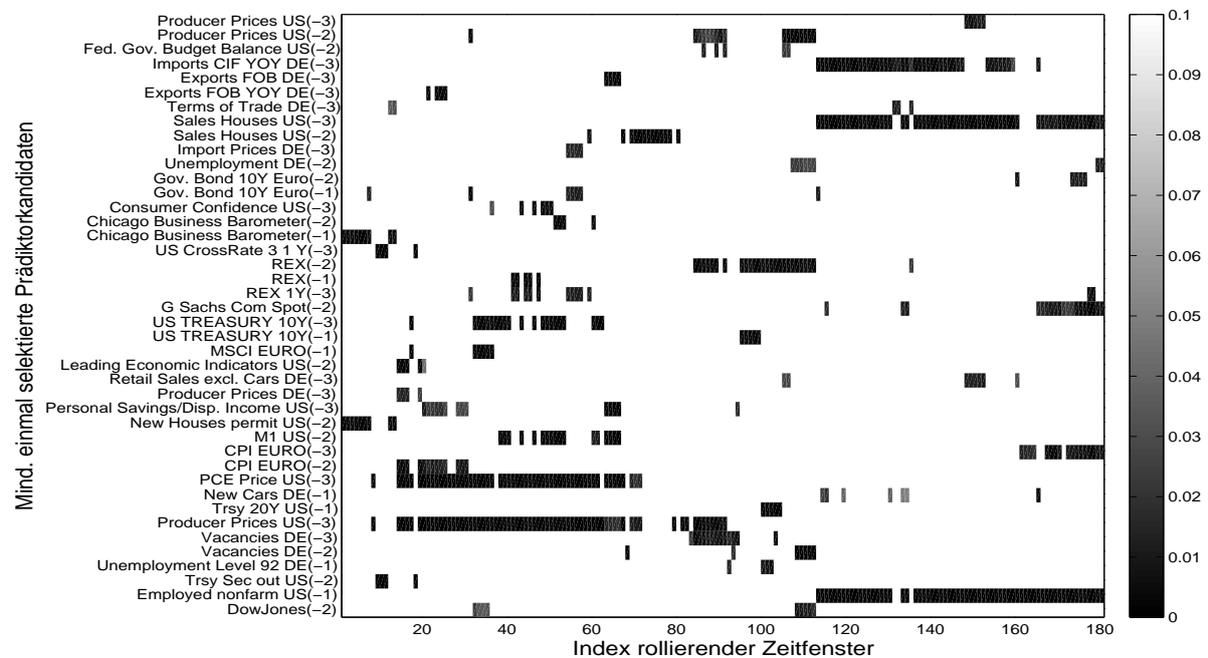


Renditeerwartung MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

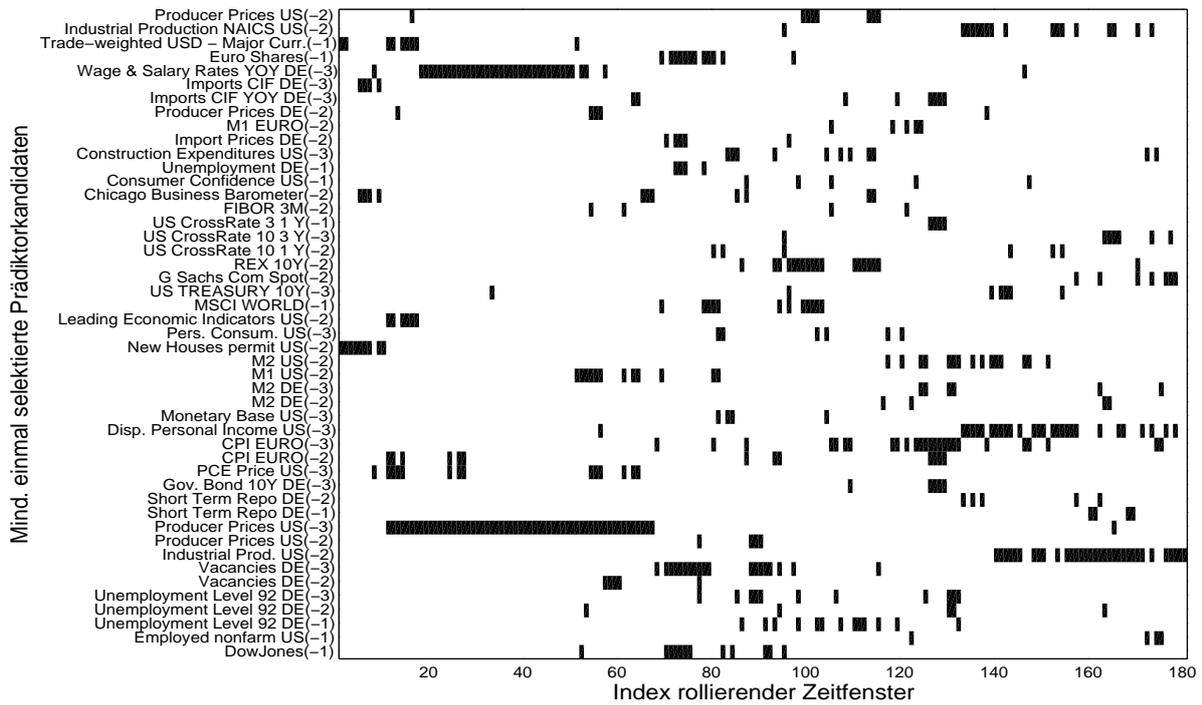
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



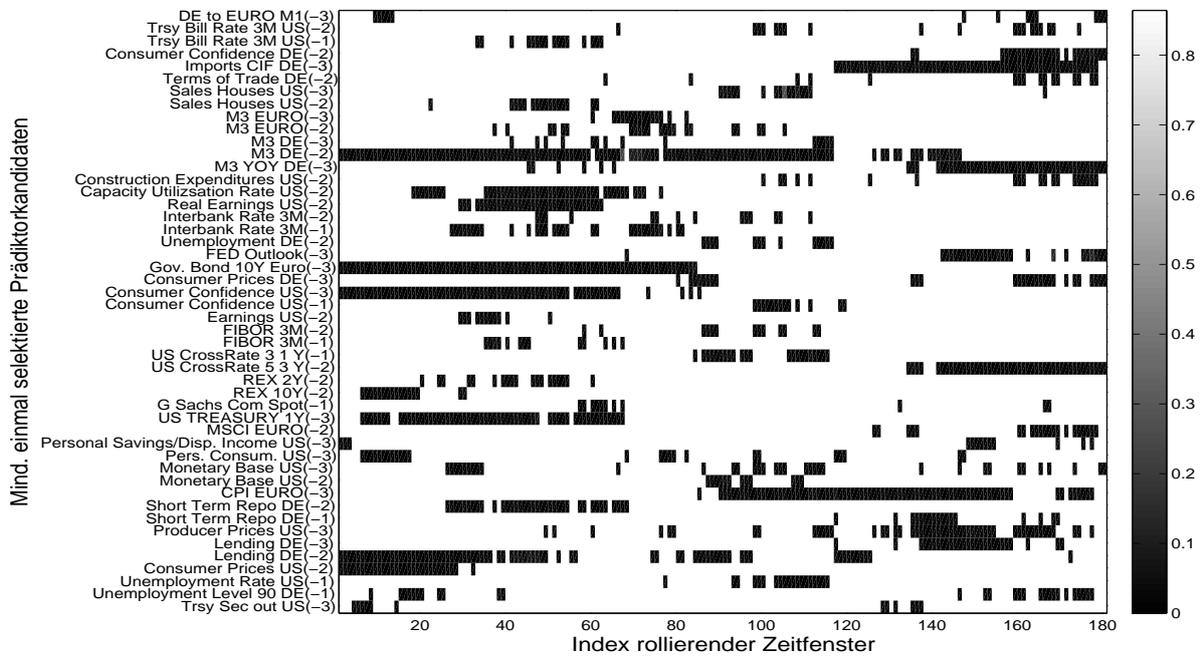
Renditerwartung MSCI Europe t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate



Renditerwartung MSCI Europe LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

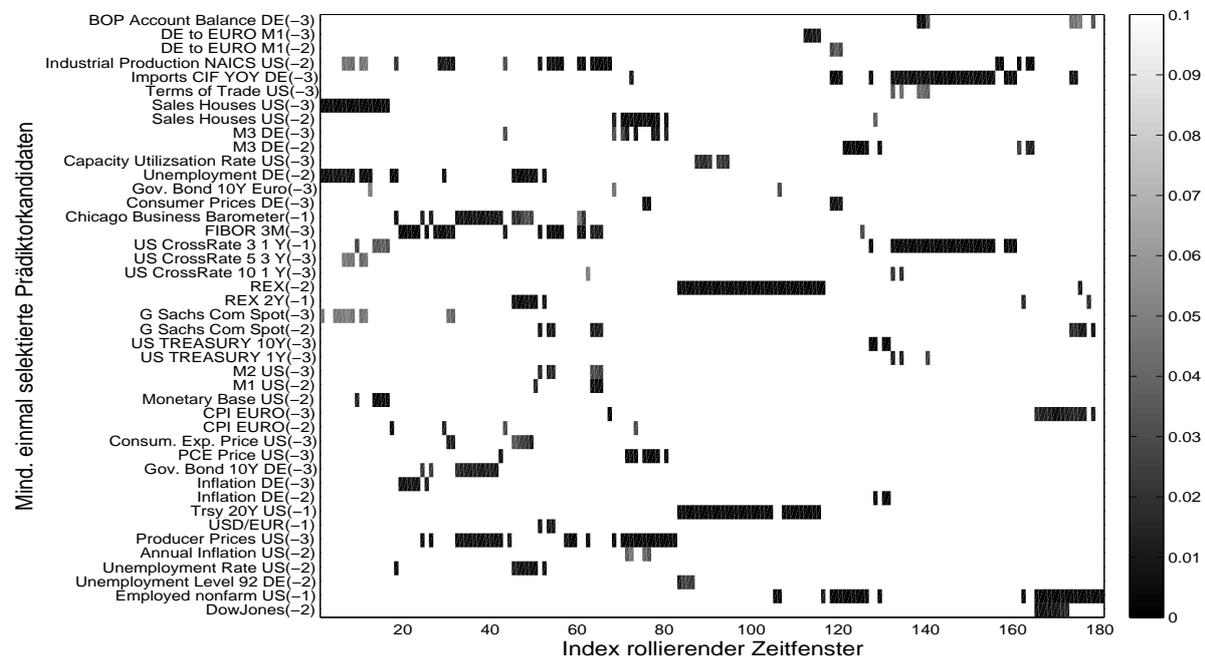


Renditeerwartung MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

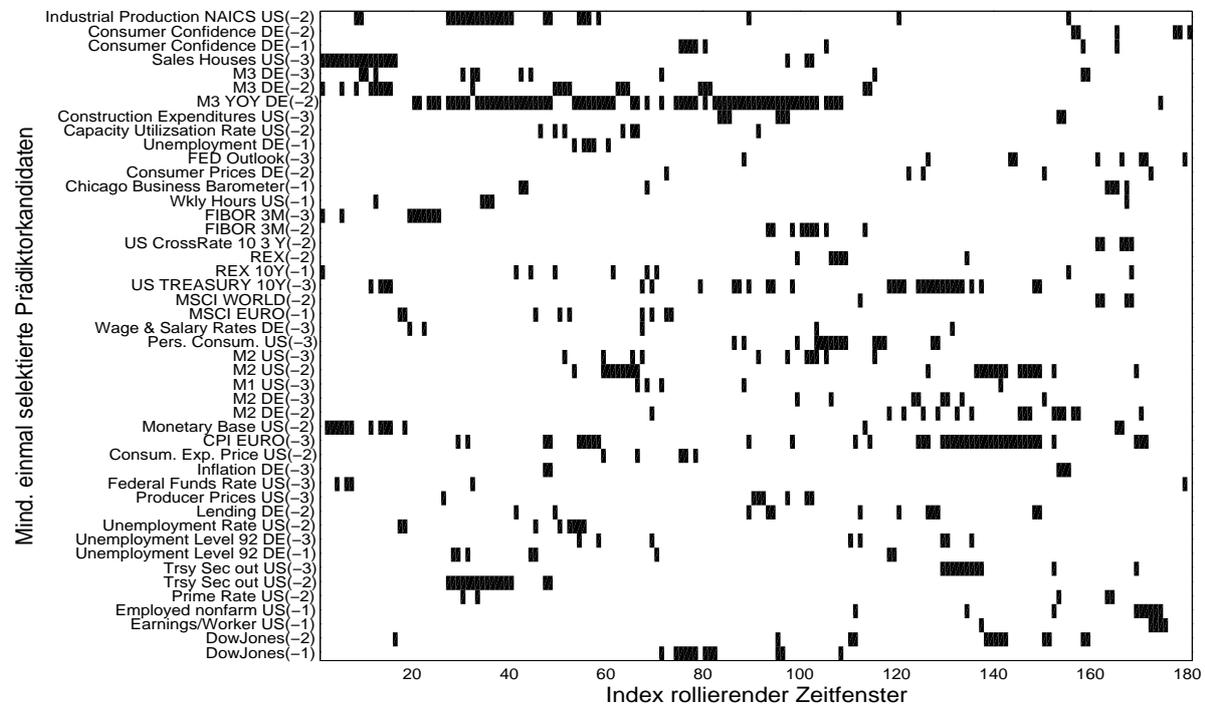


Renditeerwartung DAX t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

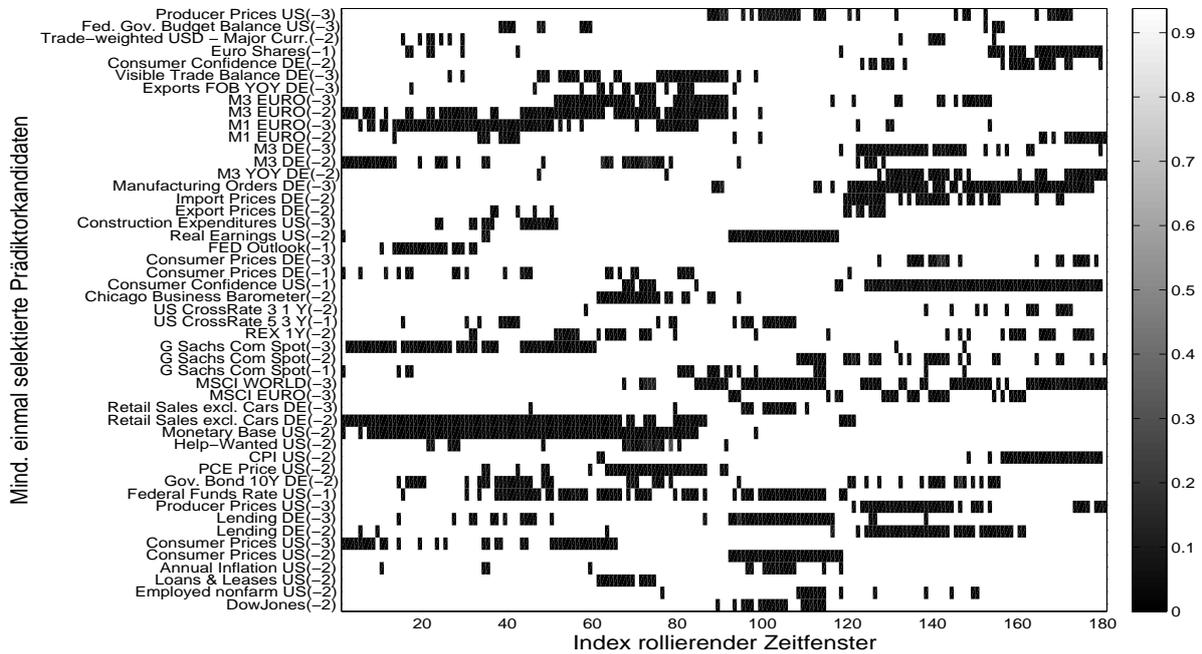
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



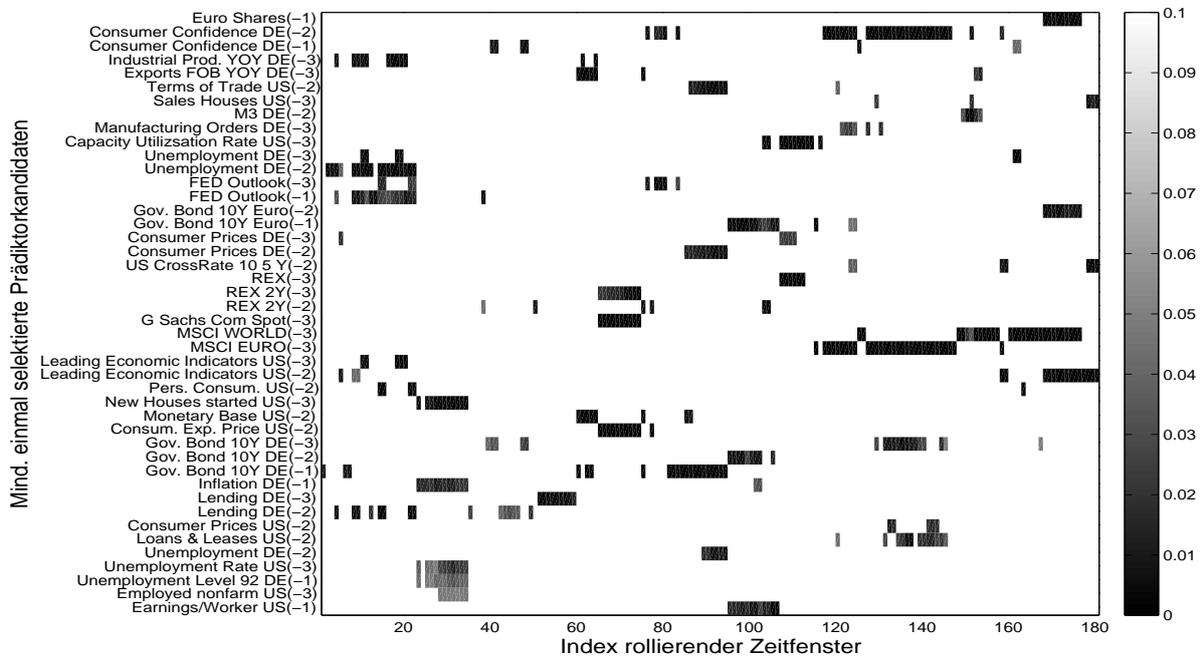
Renditerwartung DAX LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate



Renditerwartung DAX Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

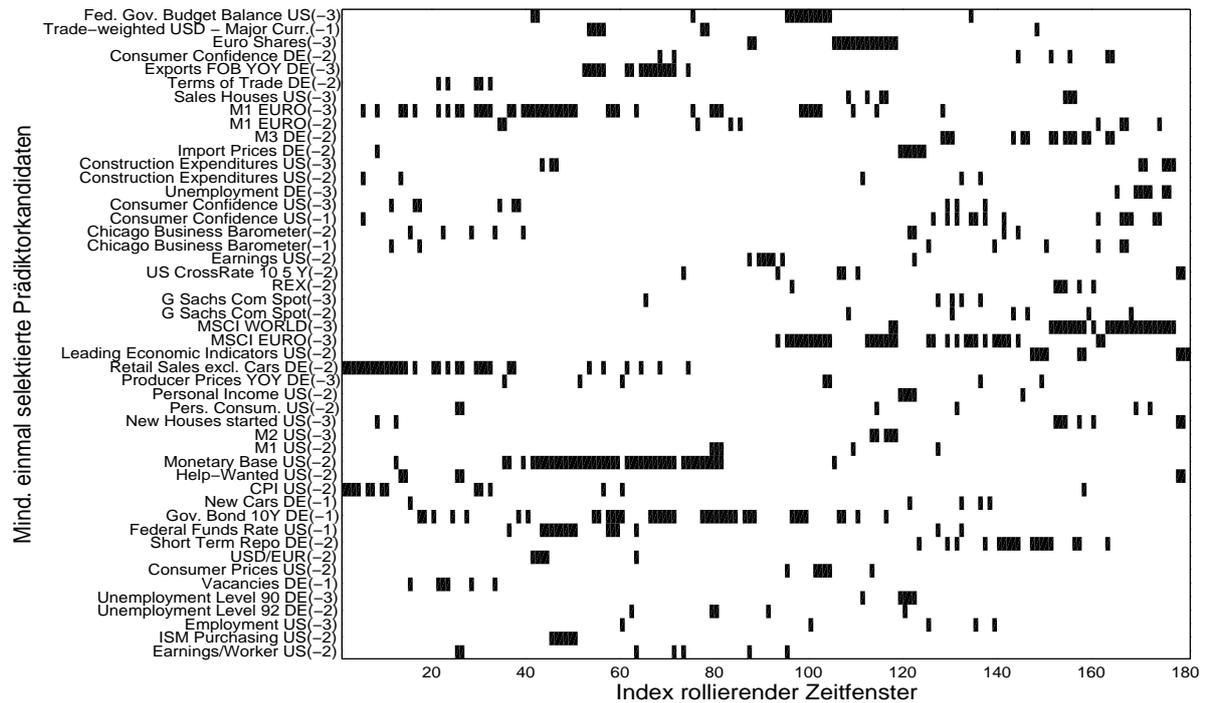


Renditeerwartung Commodities t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

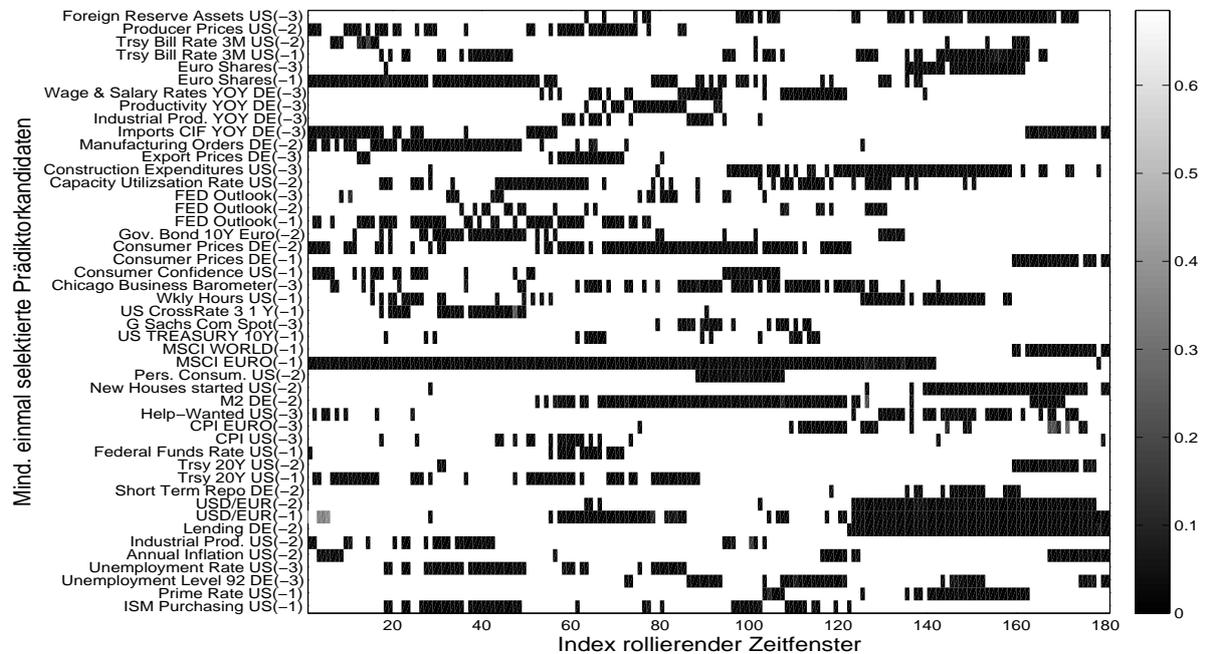


Renditeerwartung Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

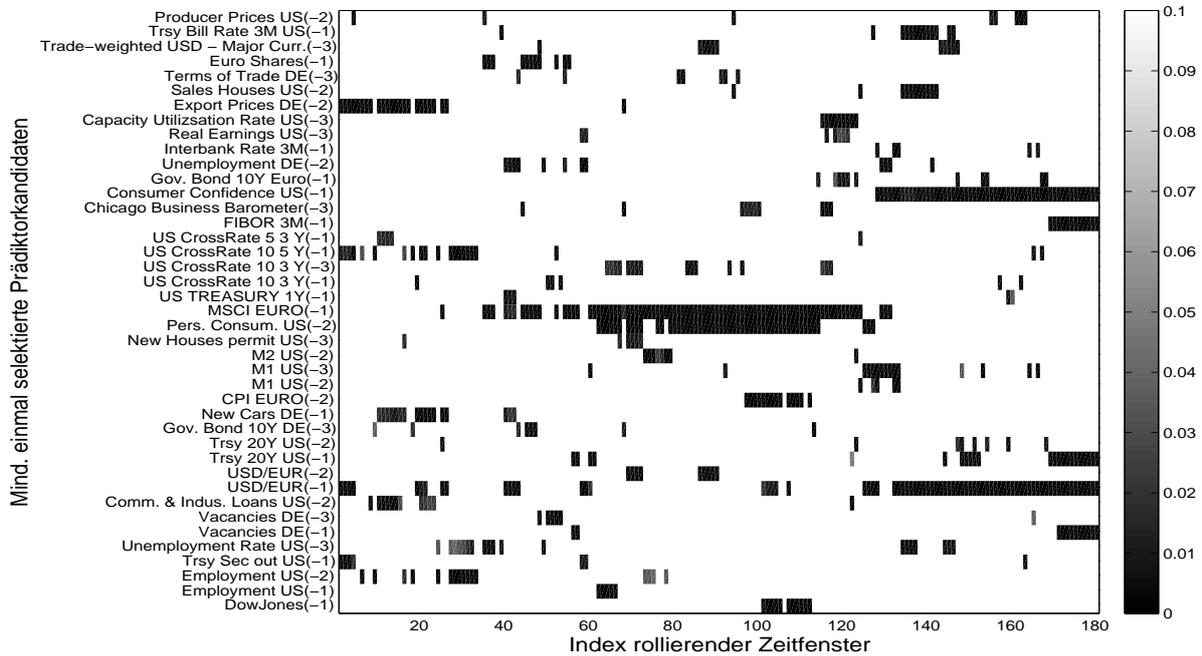
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



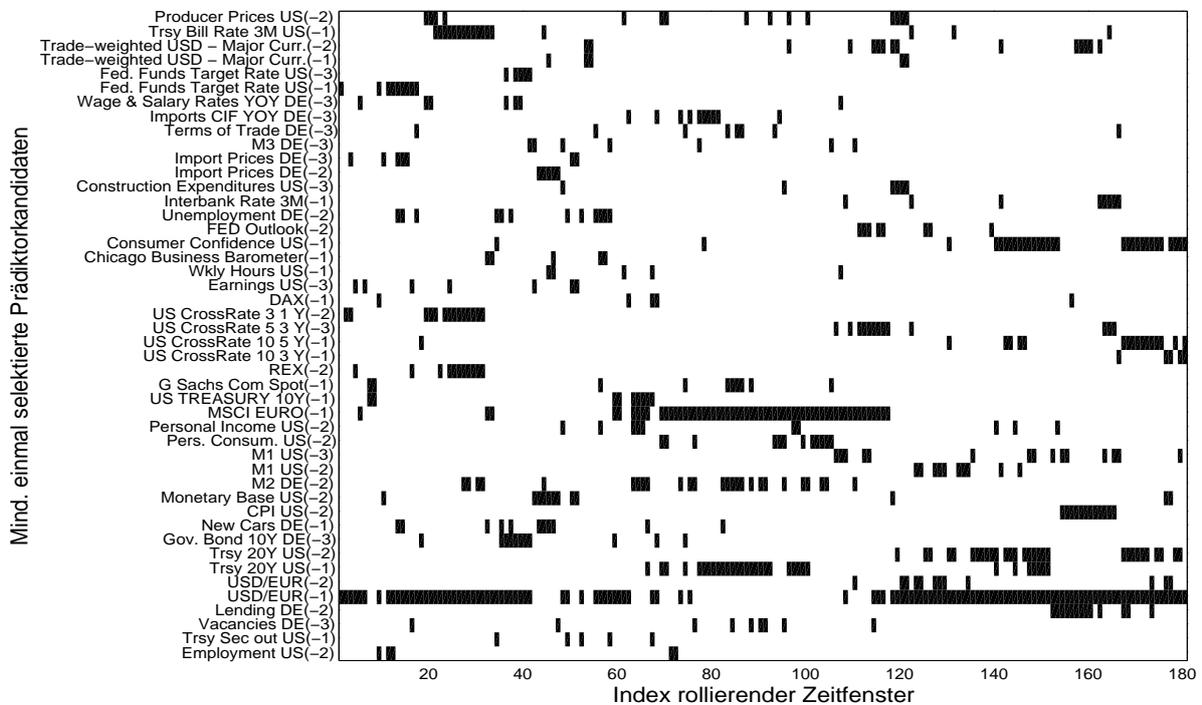
Renditerwartung Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate



Renditerwartung US-\$/Euro t-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

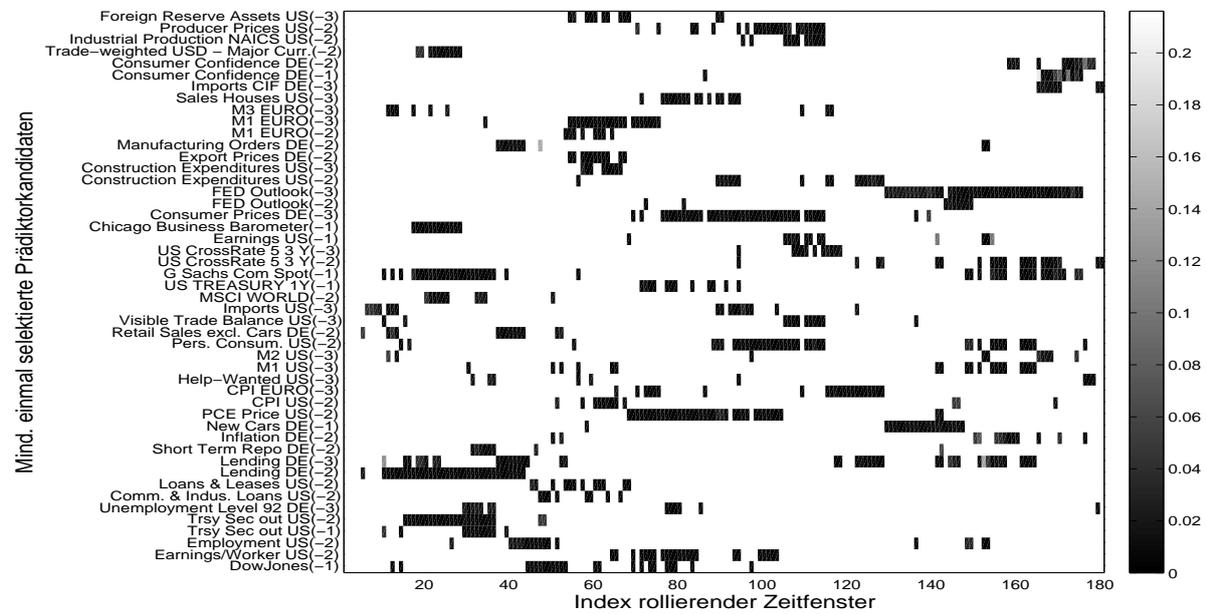


Renditeerwartung US-\$/Euro LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

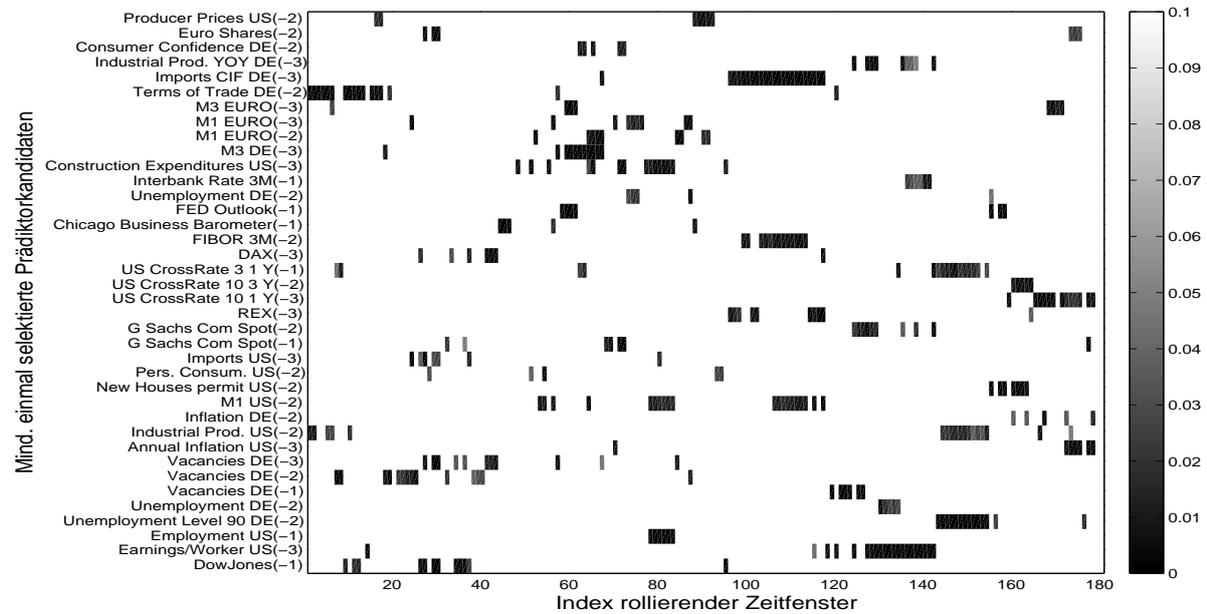


Renditeerwartung US-\$/Euro Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

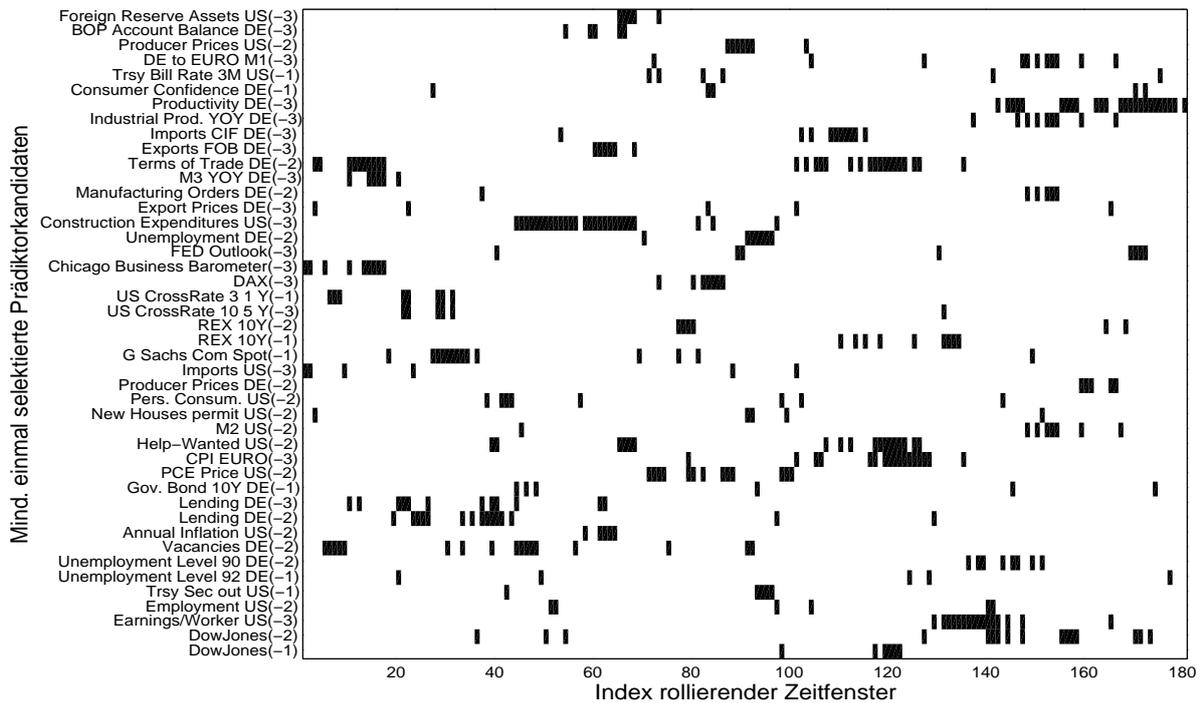
Schätzdatenumfang 72 Monate



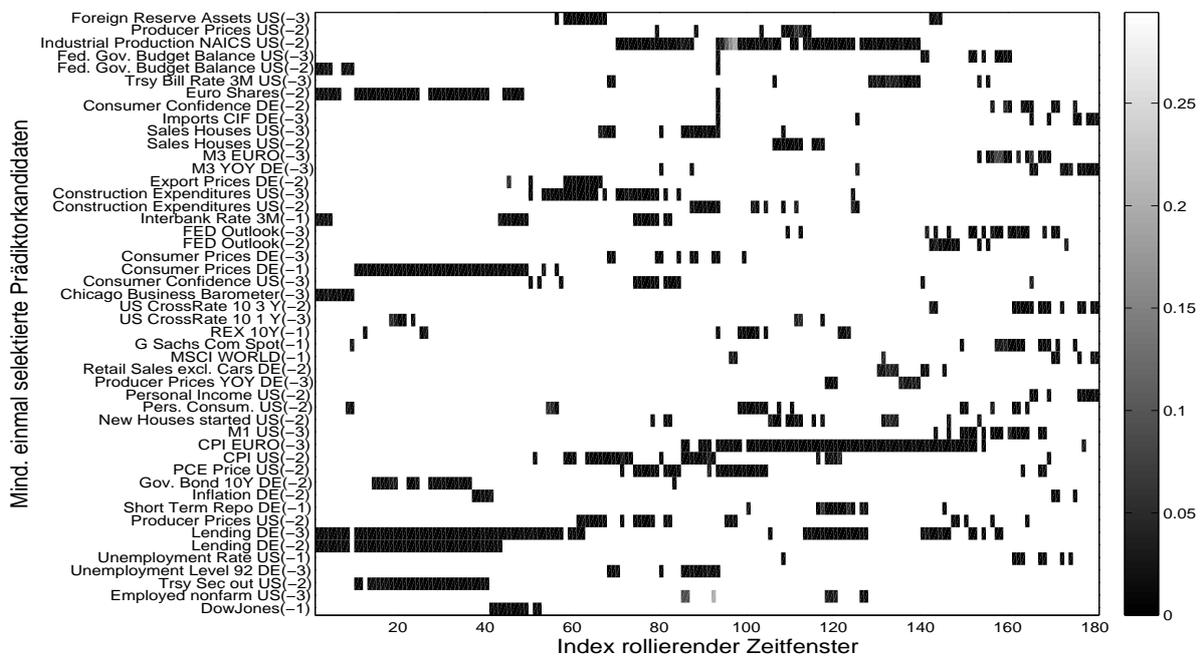
Renditeerwartung Dow Jones t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditeerwartung Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

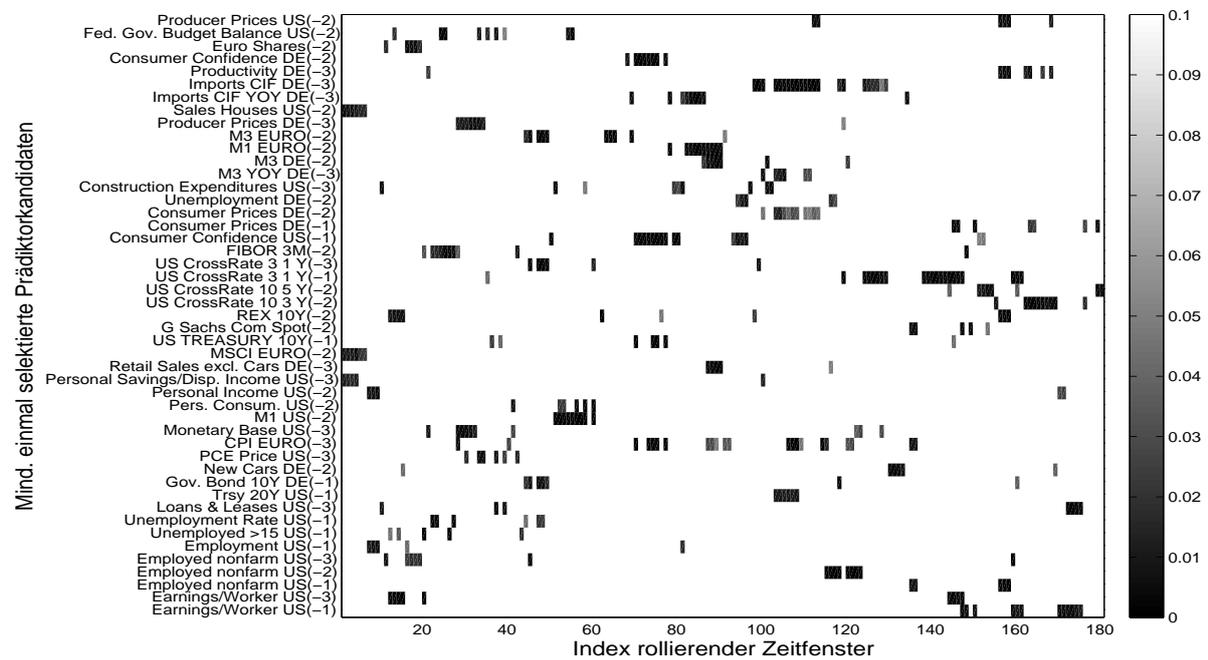


Renditeerwartung Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

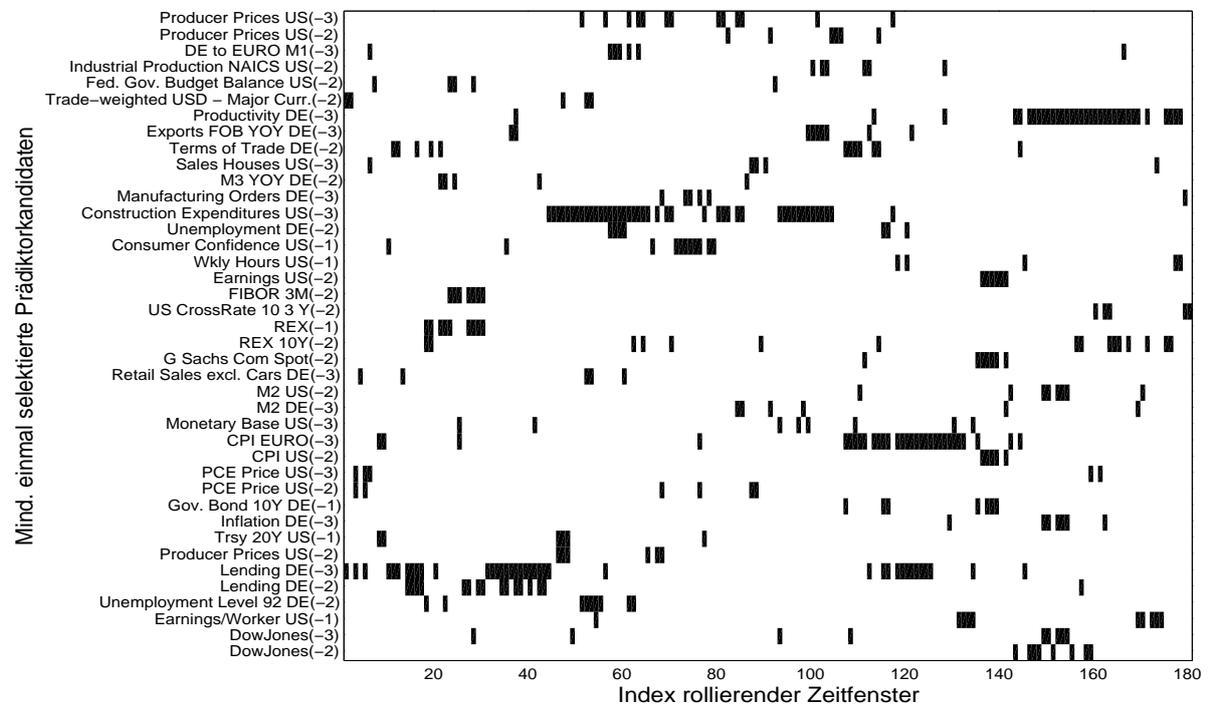


Renditeerwartung MSCI World t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

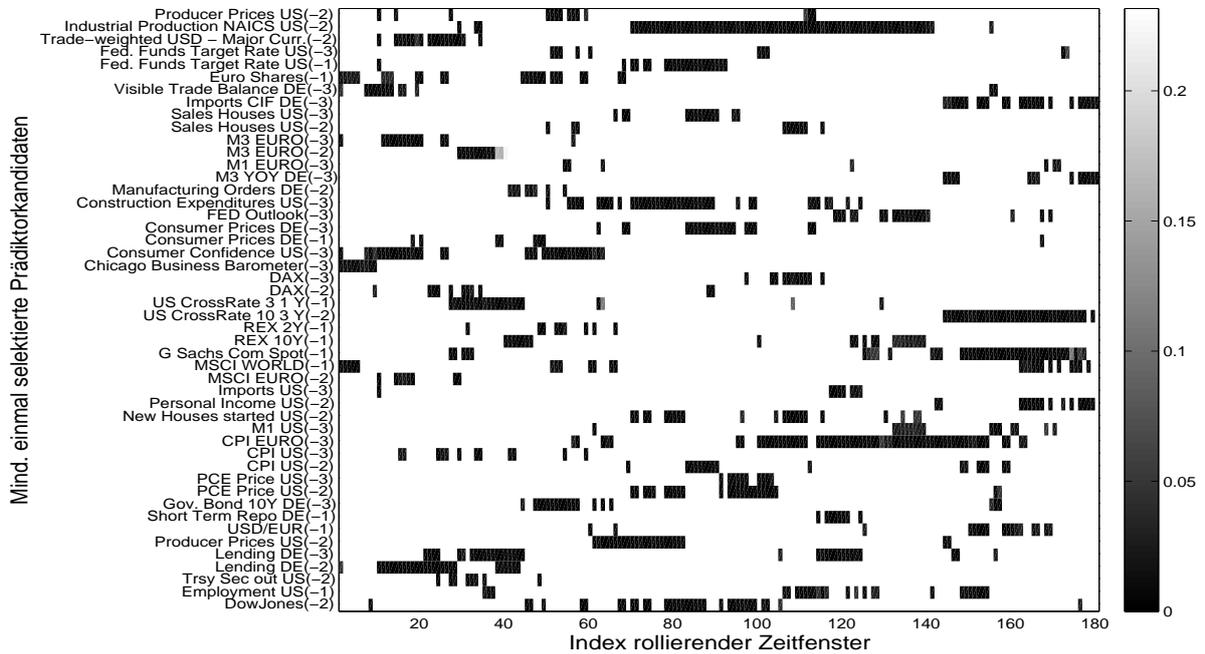
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



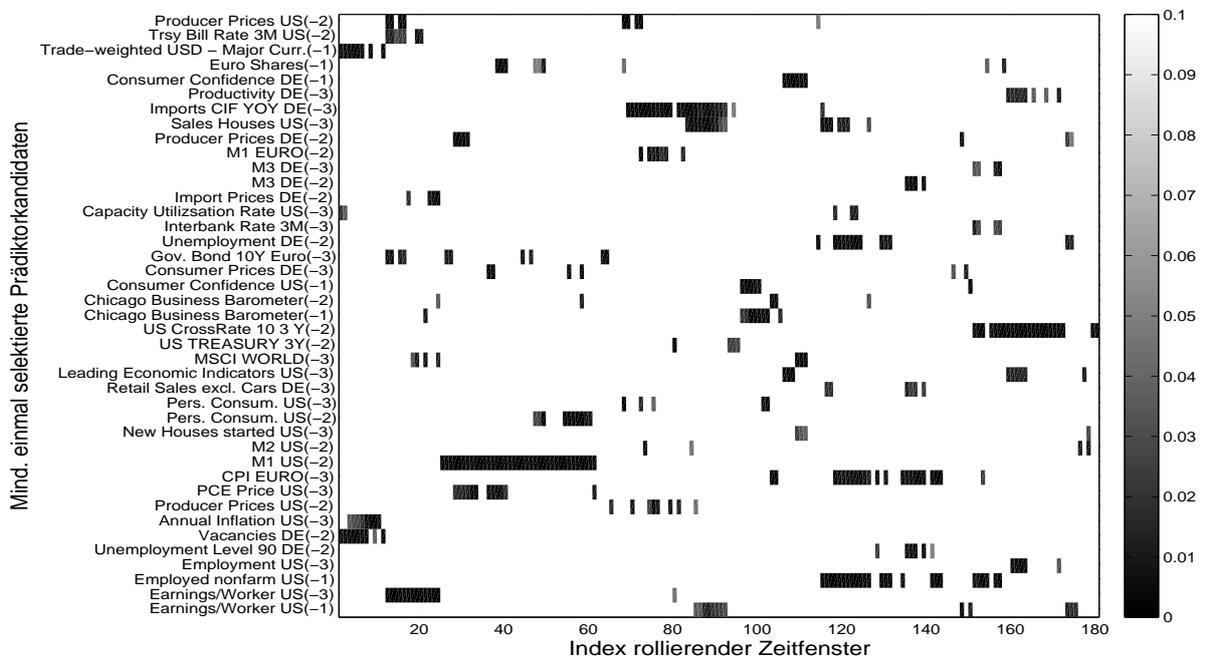
Renditerwartung MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditerwartung MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

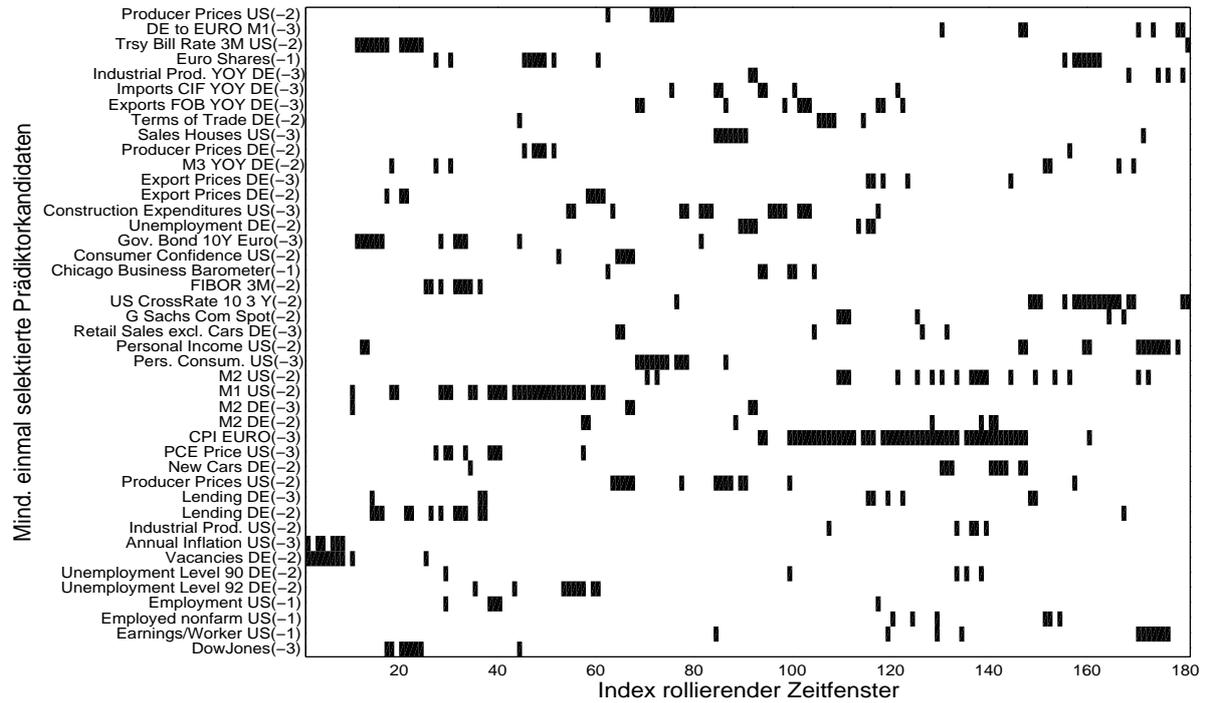


Renditeerwartung MSCI Europe t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

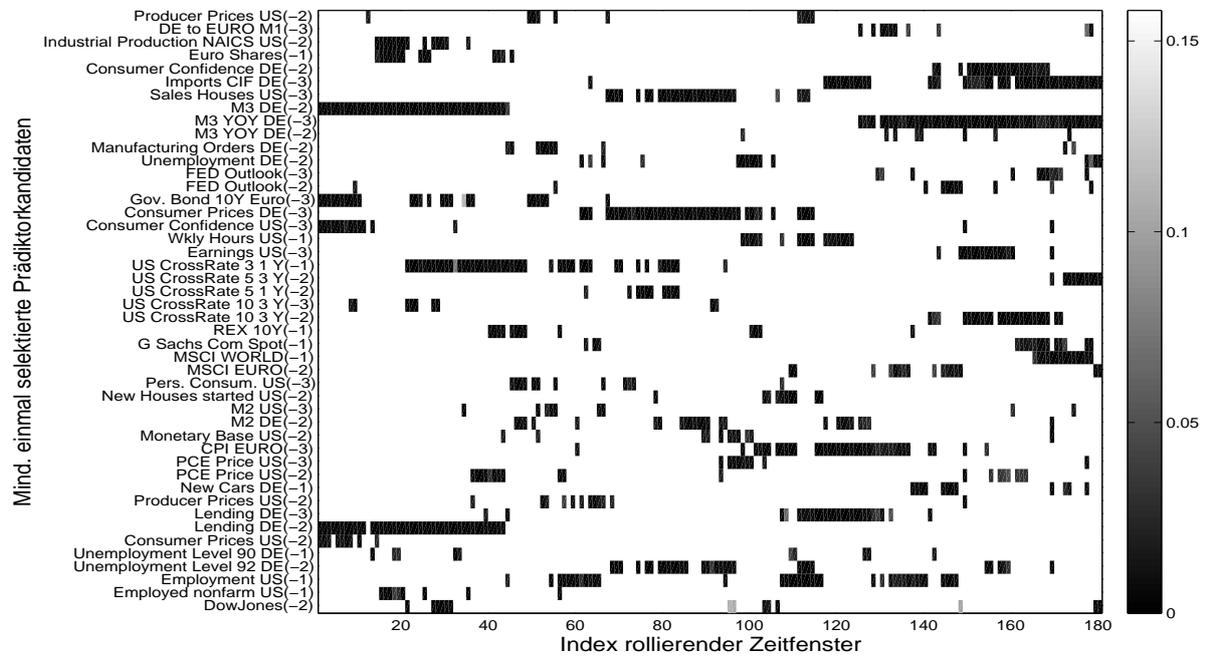


Renditeerwartung MSCI Europe LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

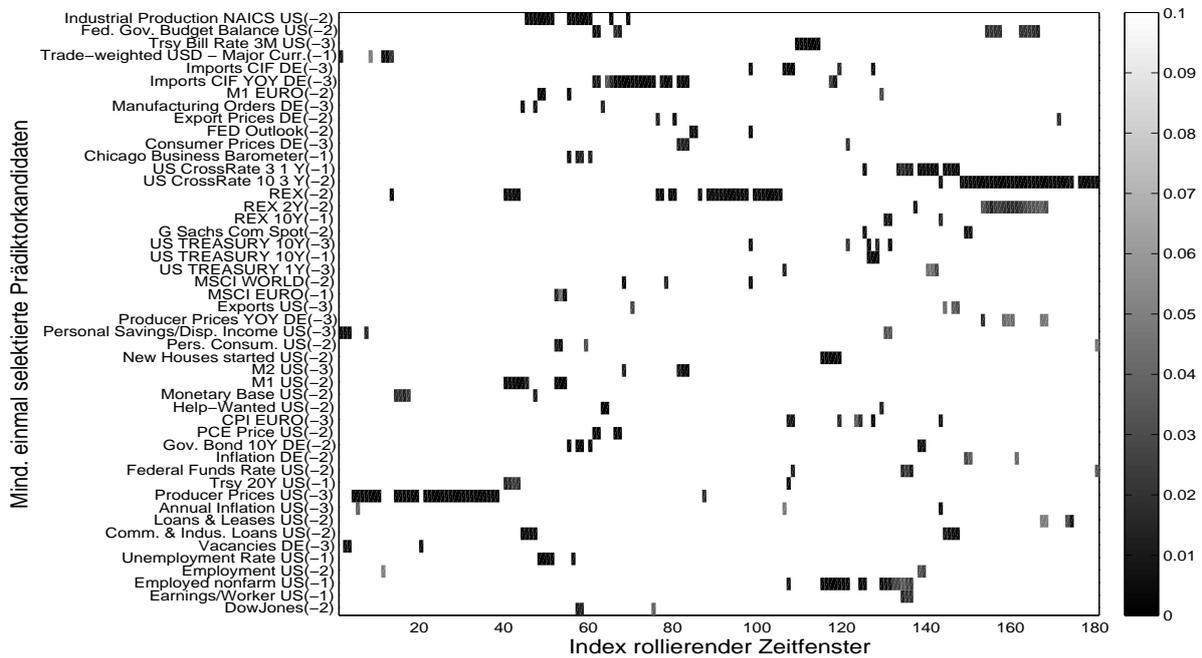
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



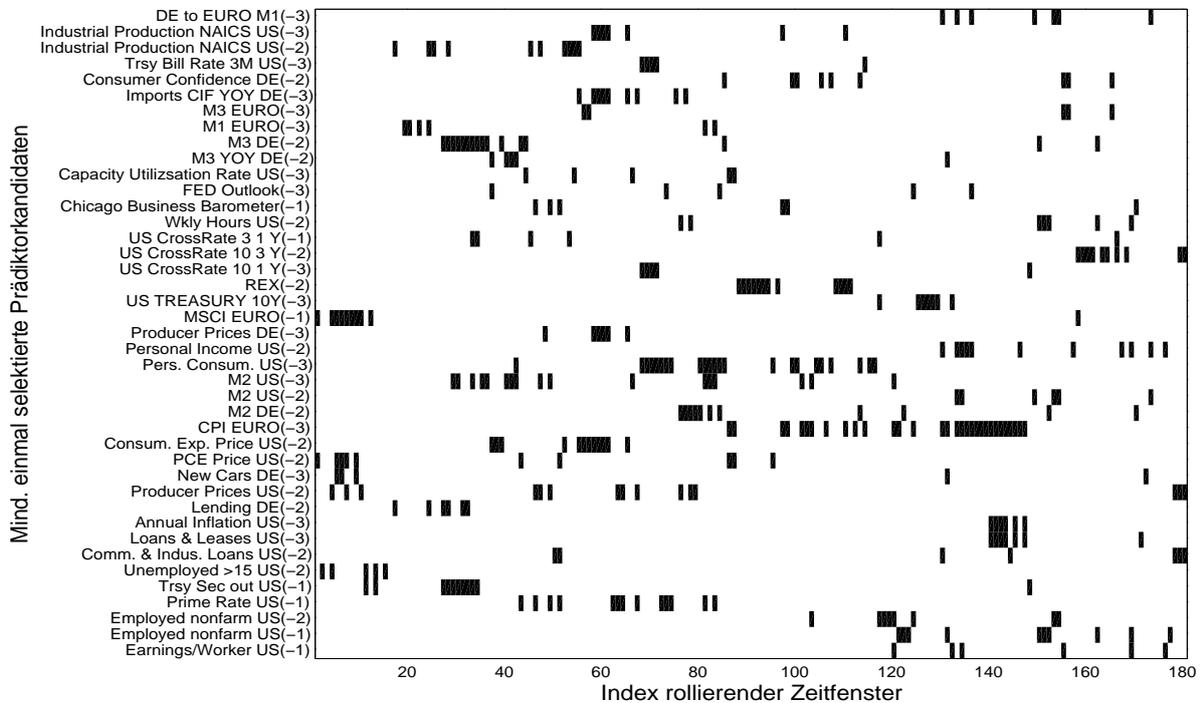
Renditerwartung MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditerwartung DAX t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

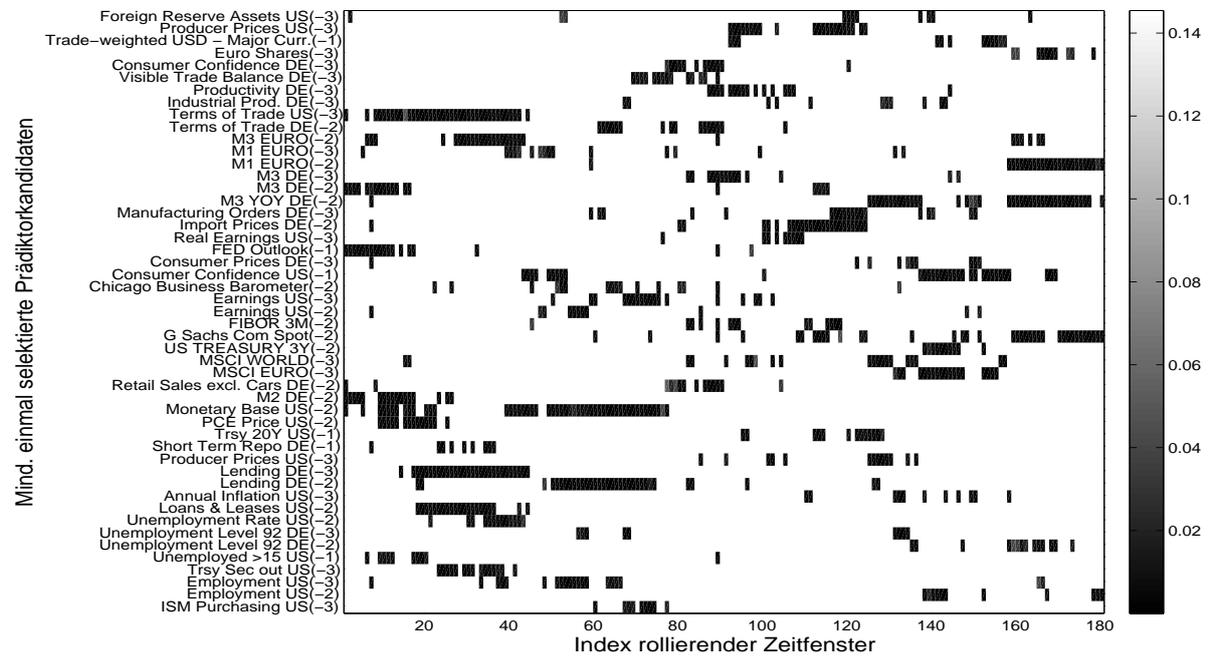


Renditeerwartung DAX LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

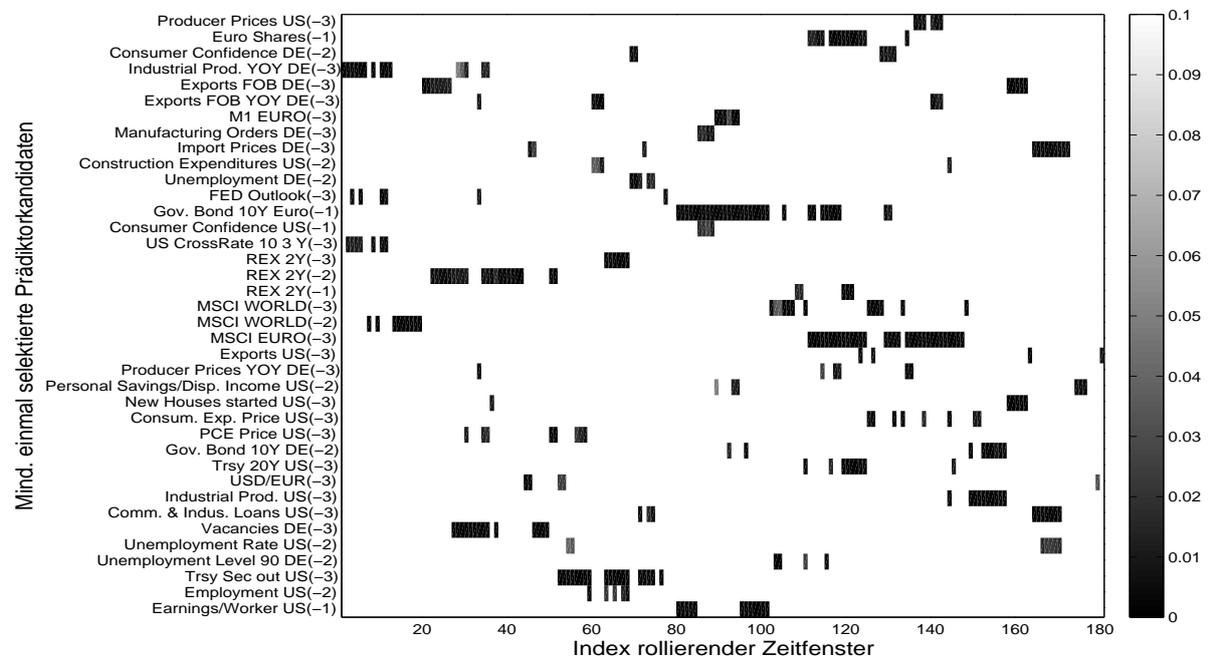


Renditeerwartung DAX Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

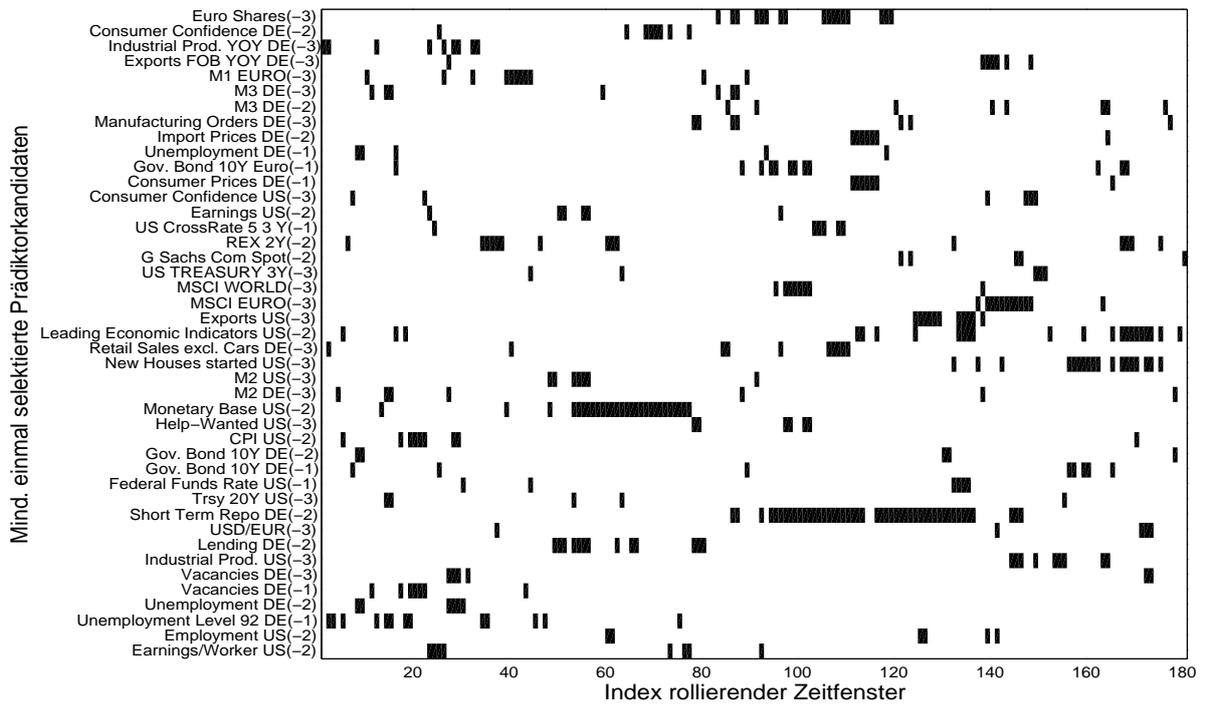
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



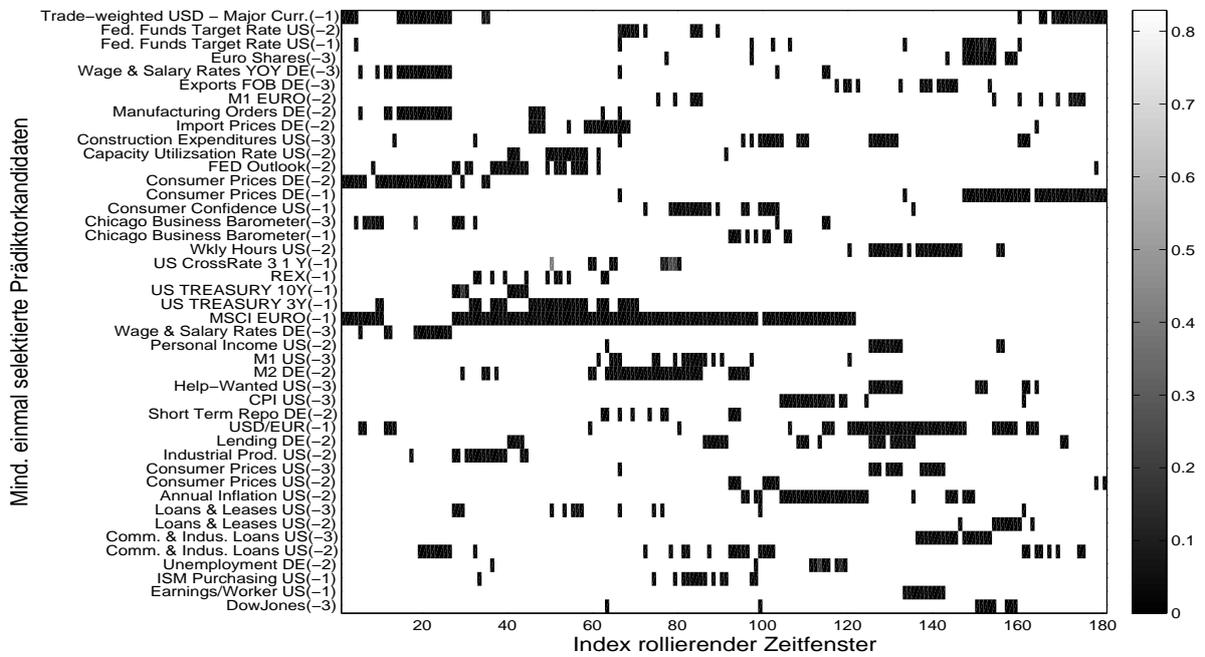
Renditerwartung Commodities t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditerwartung Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

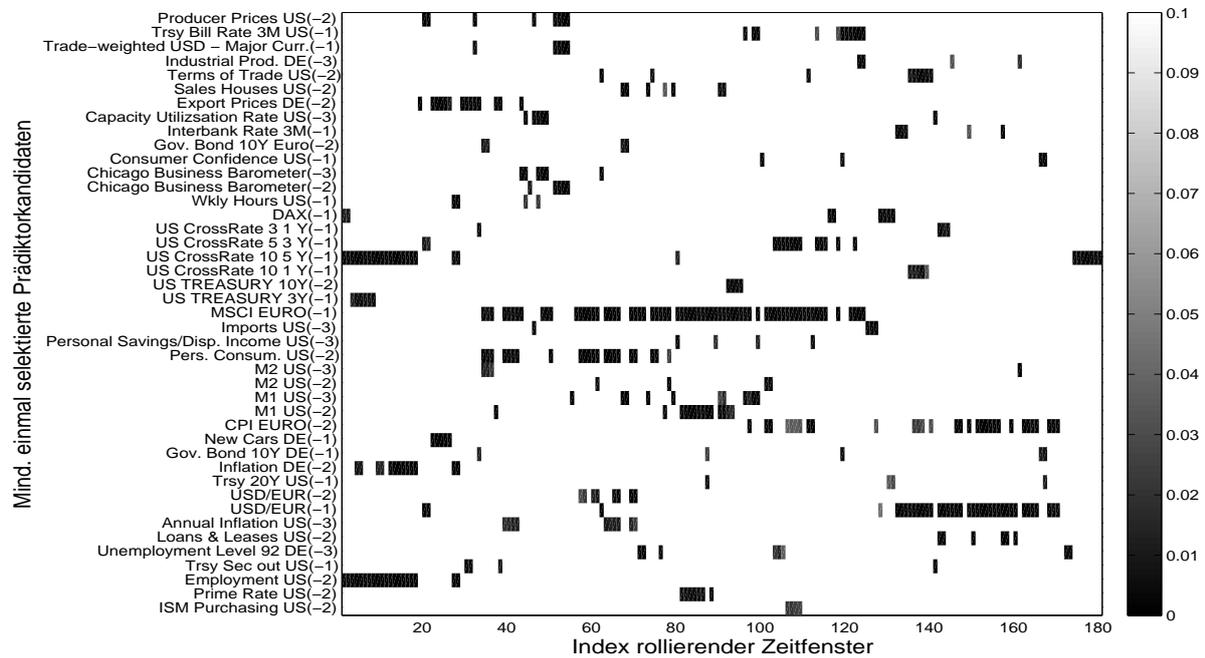


Renditeerwartung Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

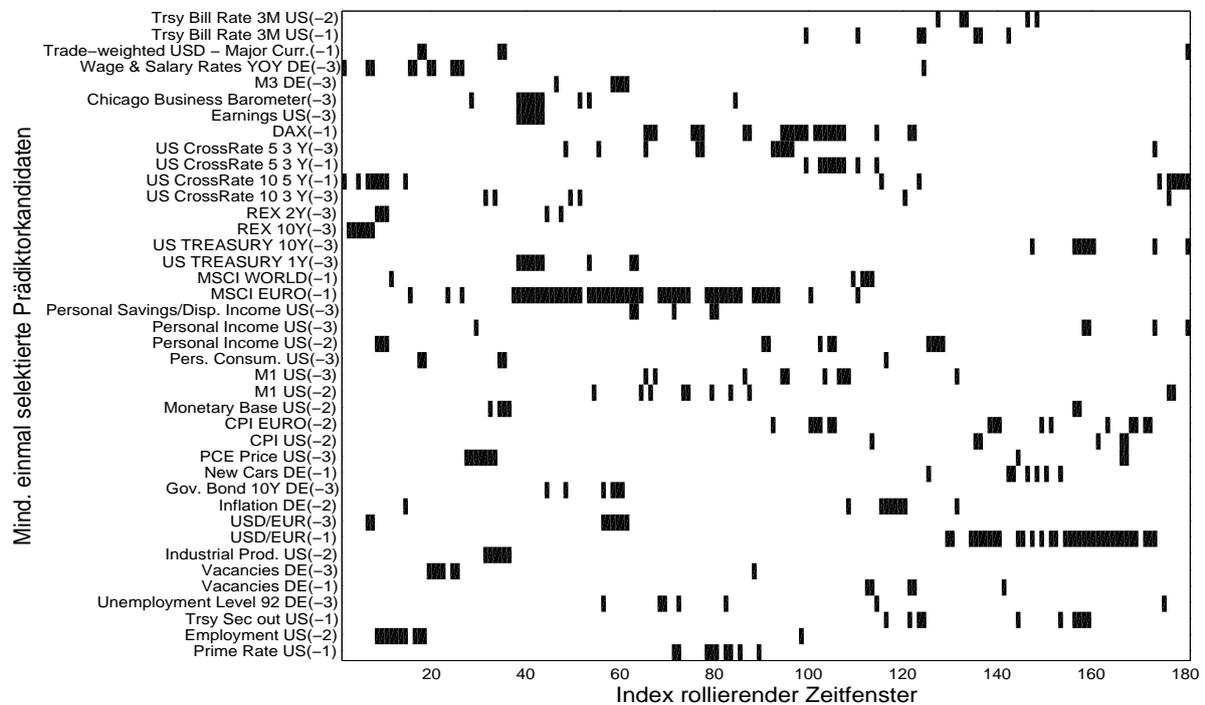


Renditeerwartung US-\$/Euro t-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

# Anhang A Selektierte Prädiktoren



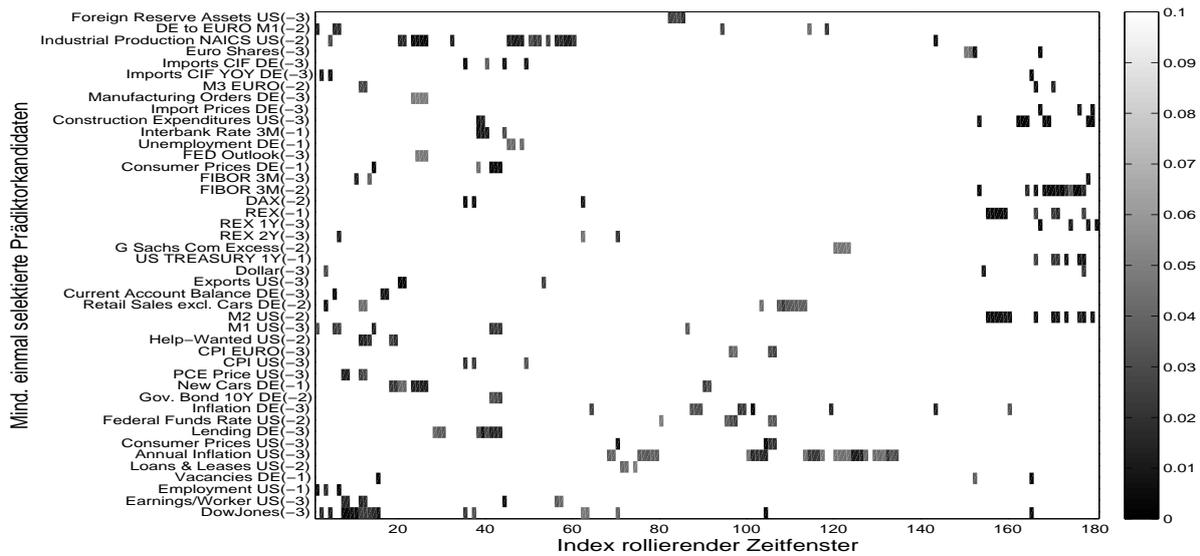
Renditerwartung US-\$/Euro LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



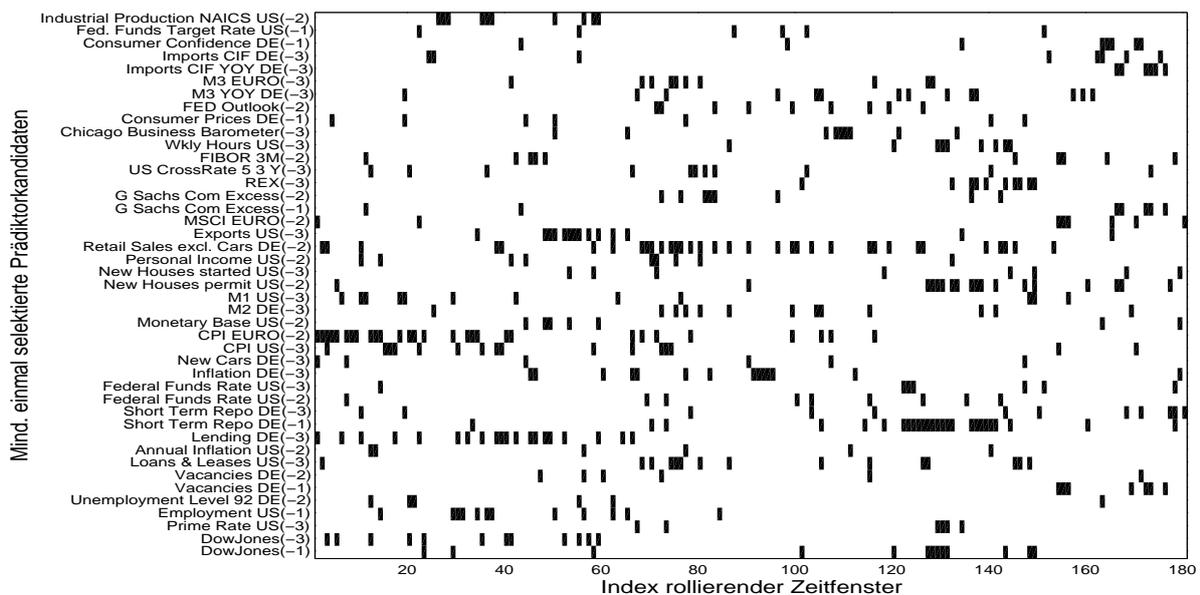
Renditerwartung US-\$/Euro Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

## A.2 Renditevarianz

Schätzdatenumfang 214 Monate

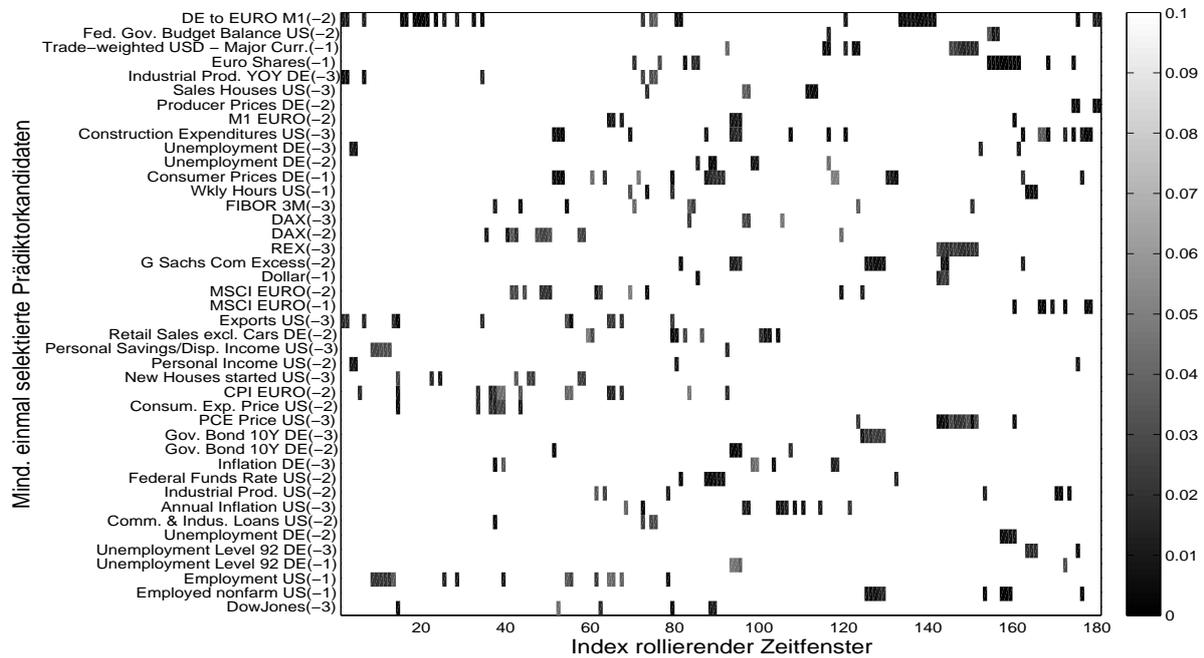


Renditevarianz Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

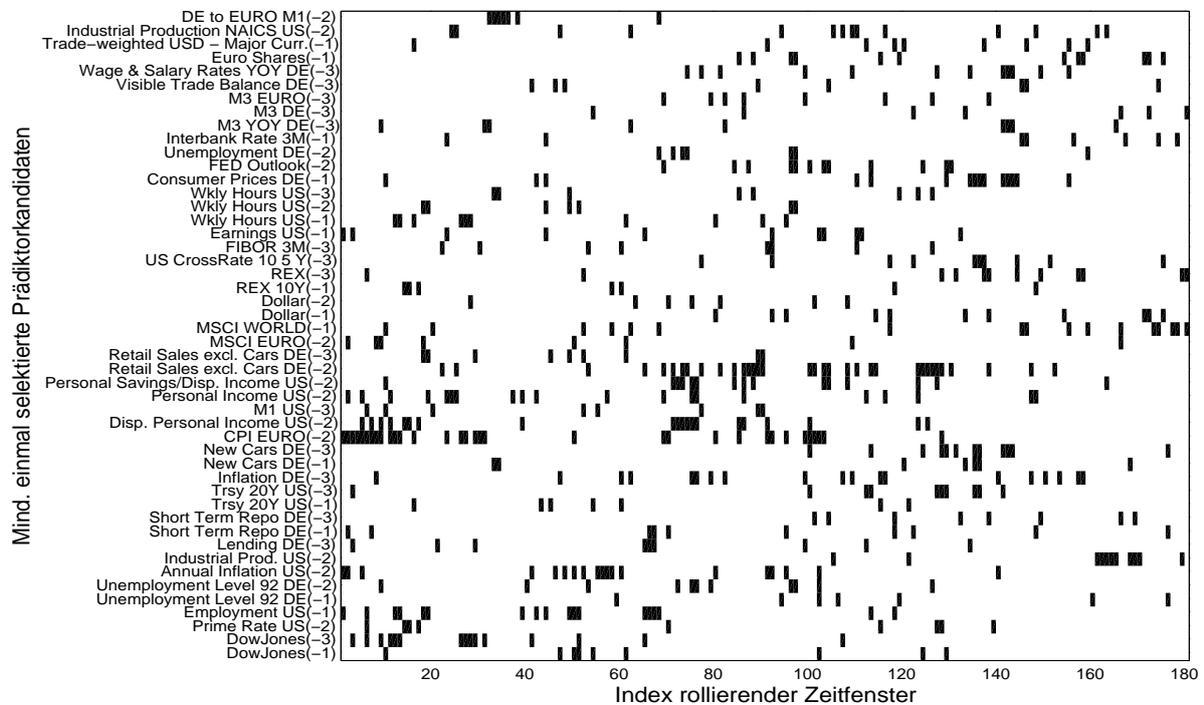


Renditevarianz Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

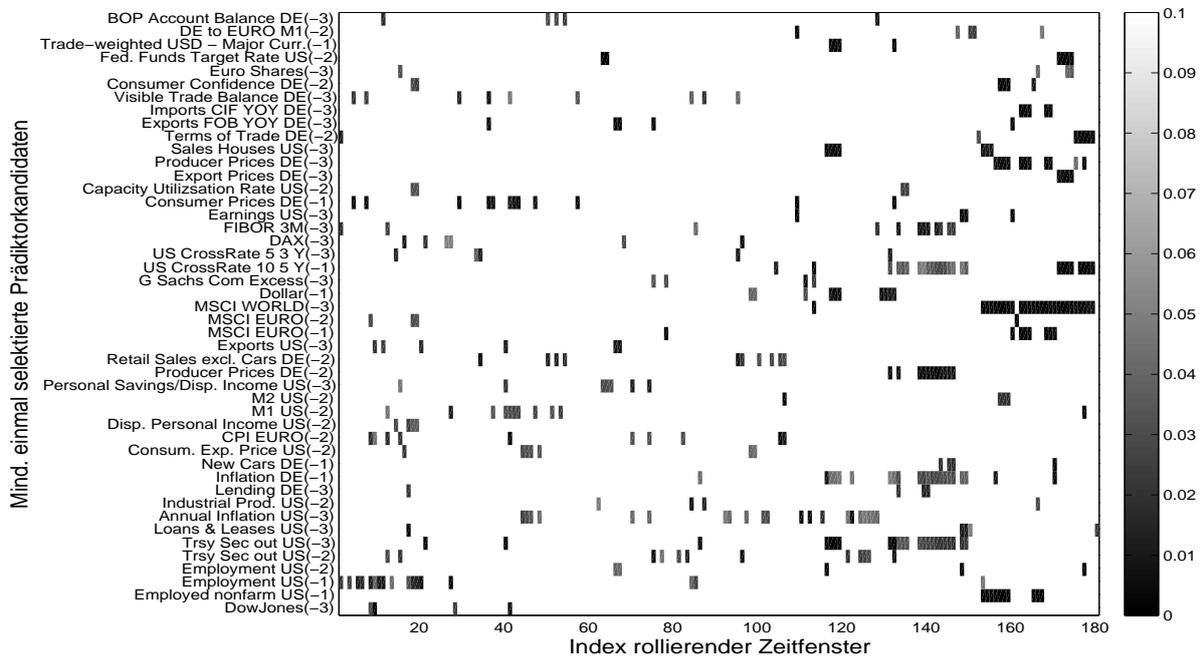
# Anhang A Selektierte Prädiktoren



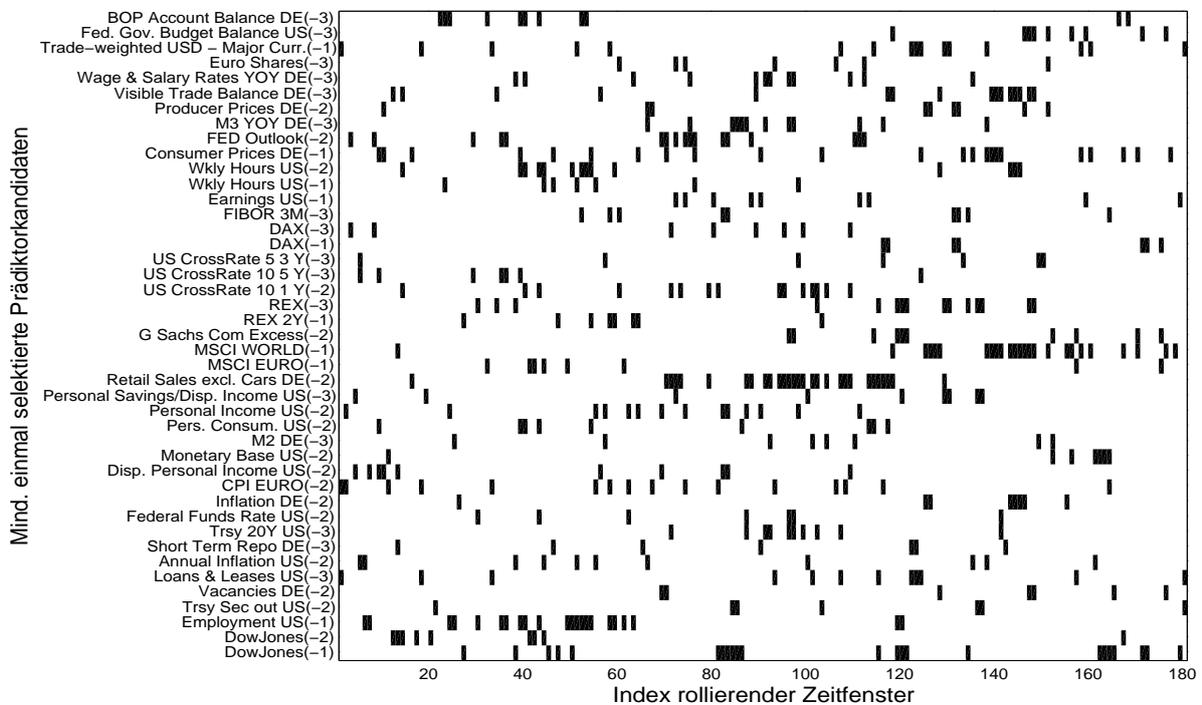
Renditevarianz MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate



Renditevarianz MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

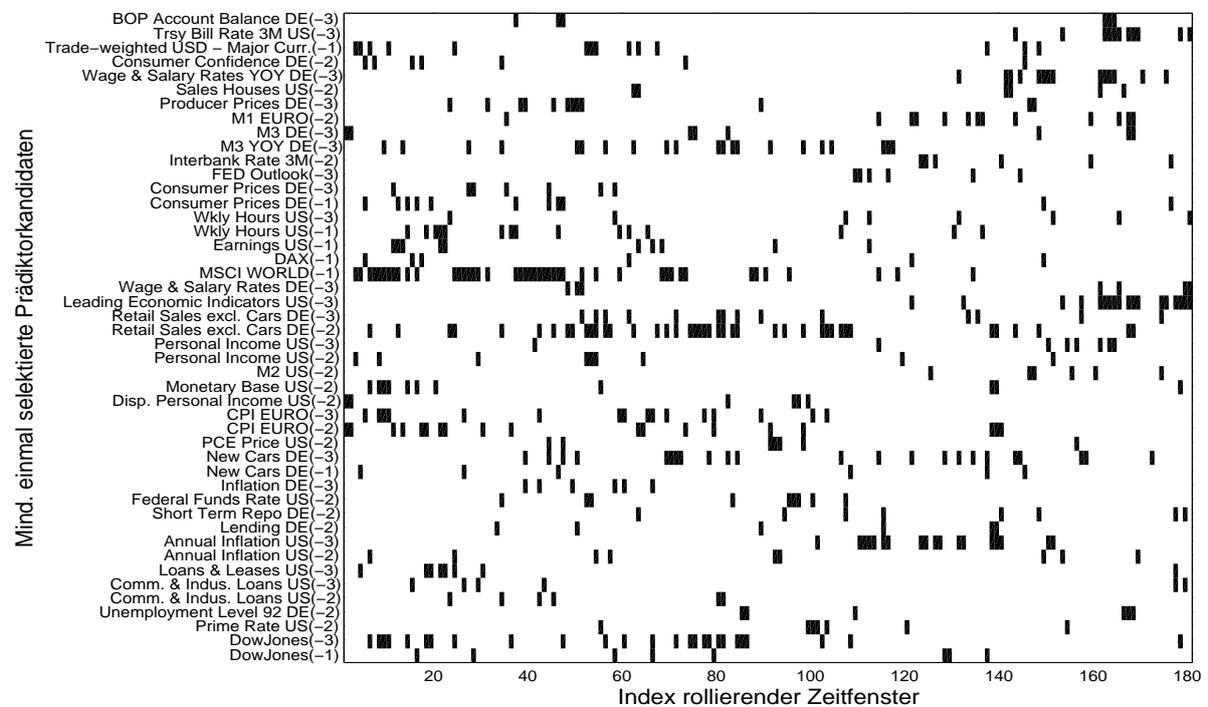
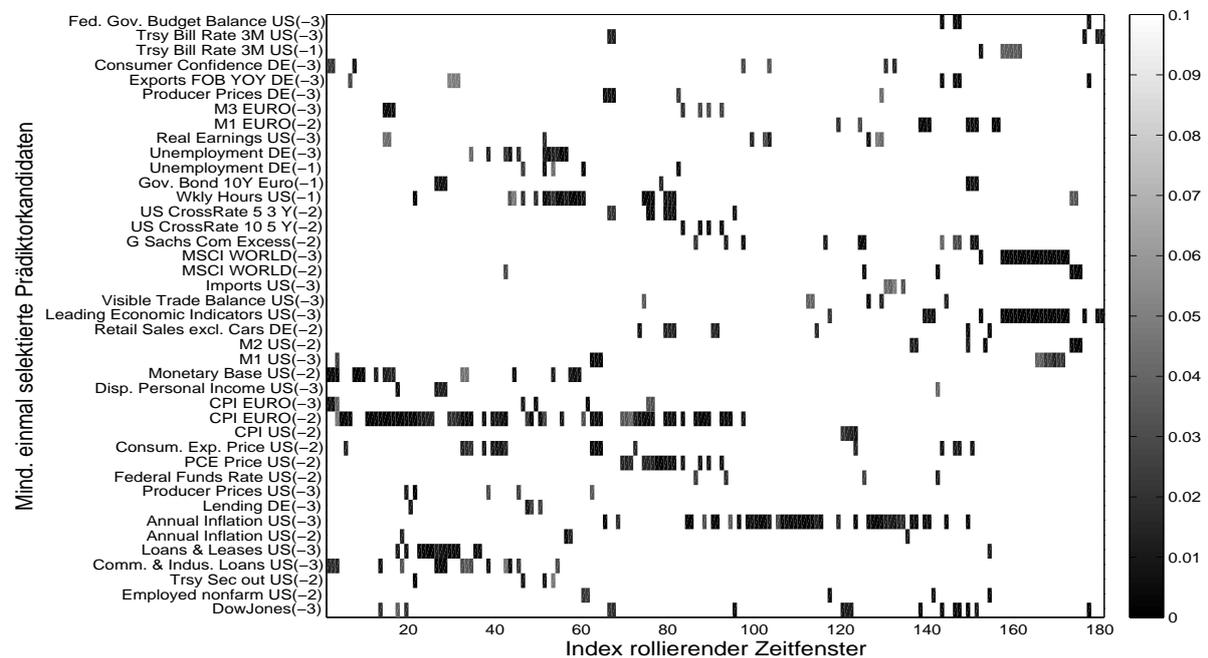


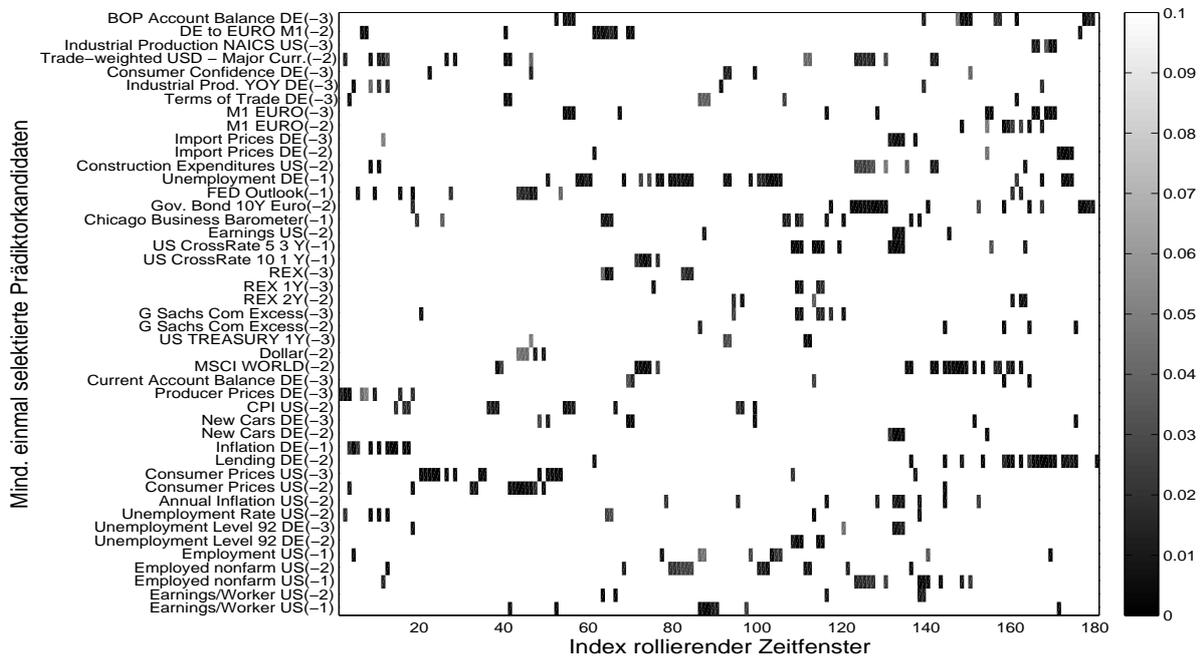
Renditevarianz MSCI Europe LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate



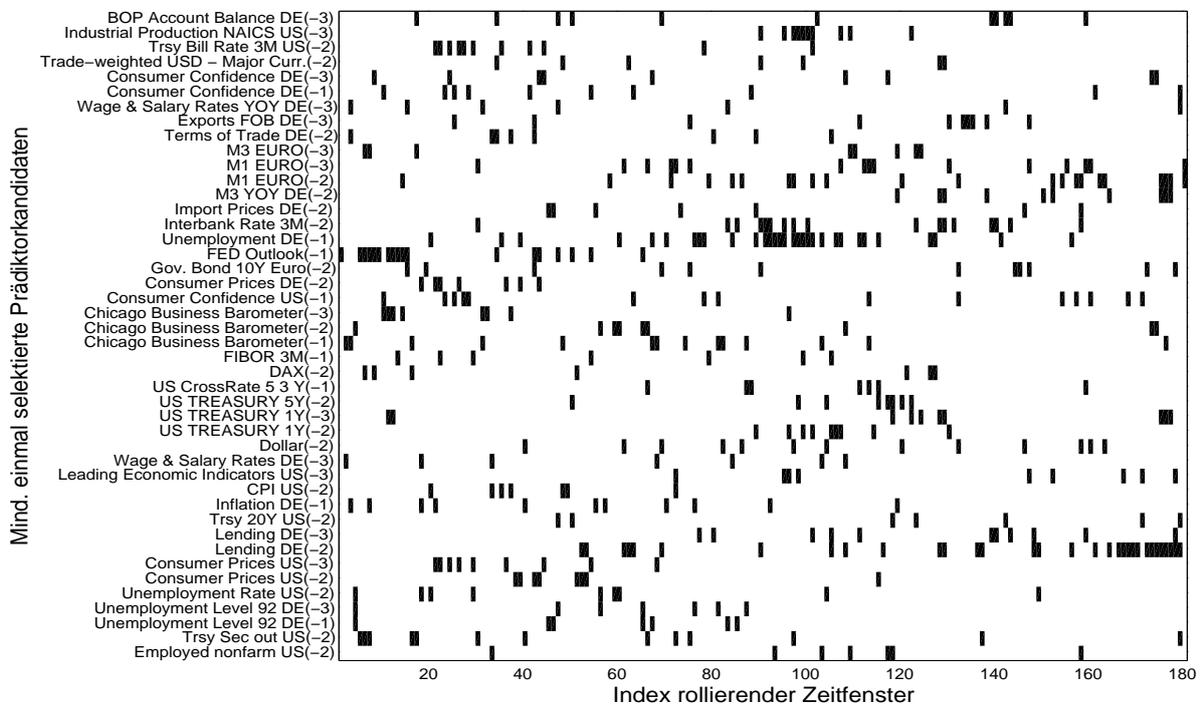
Renditevarianz MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

## Anhang A Selektierte Prädiktoren



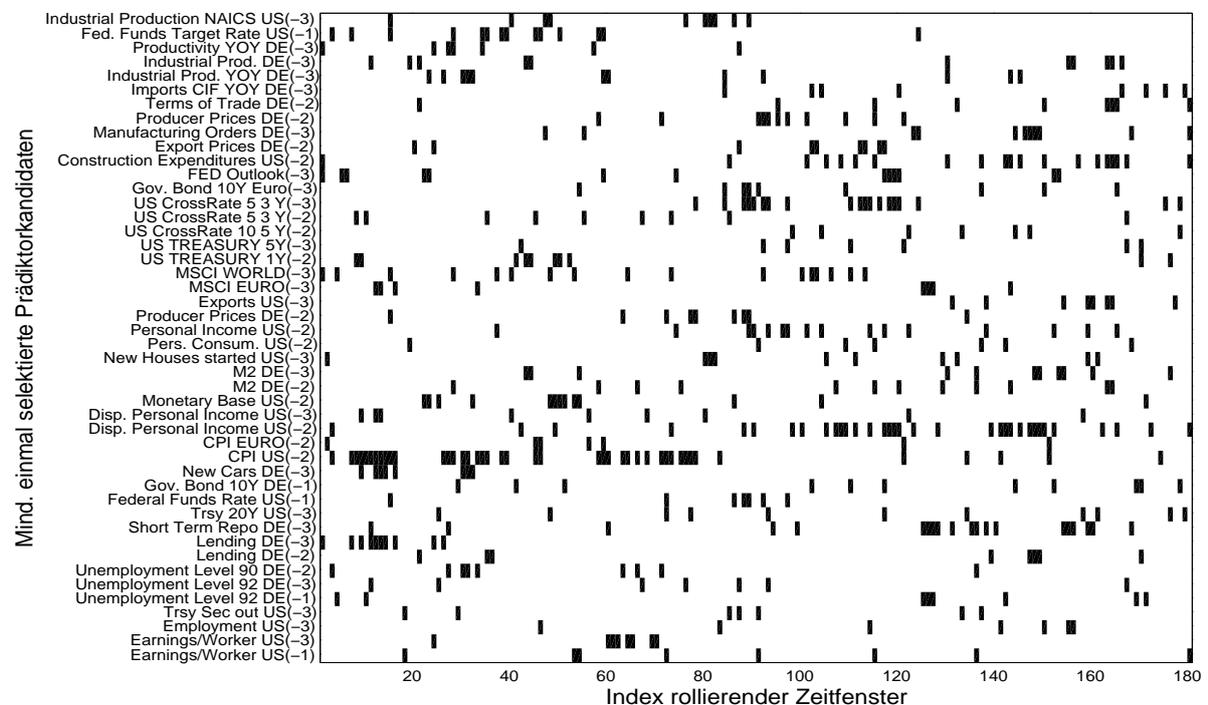
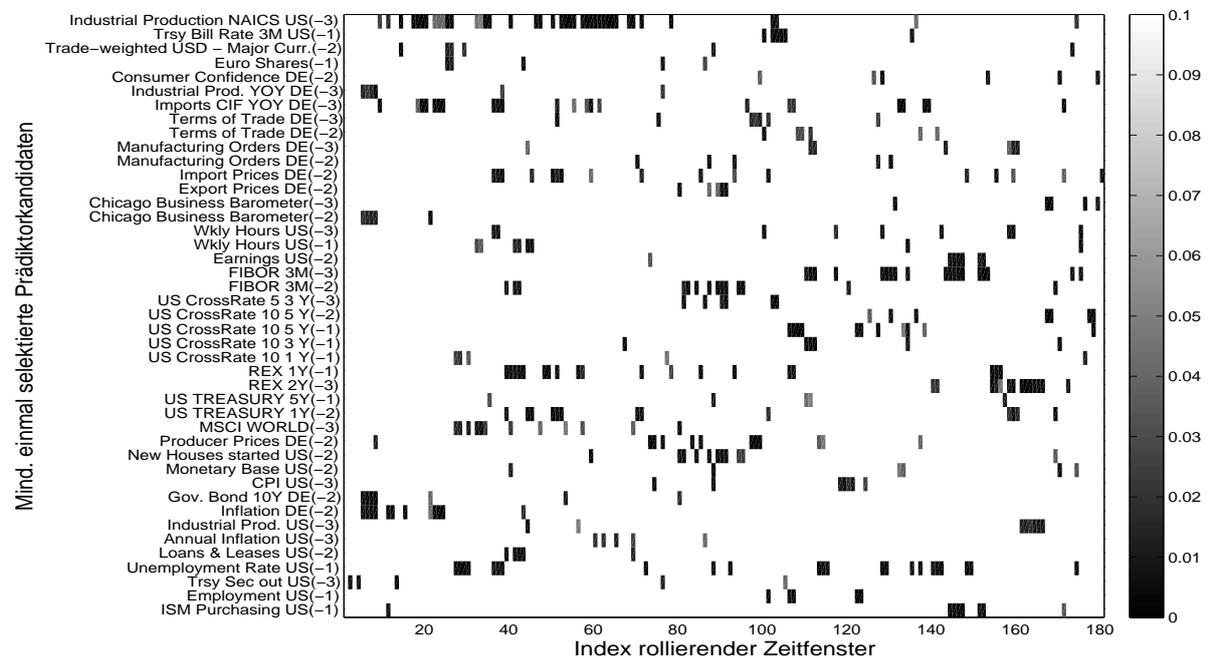


Renditevarianz Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 214 Monate

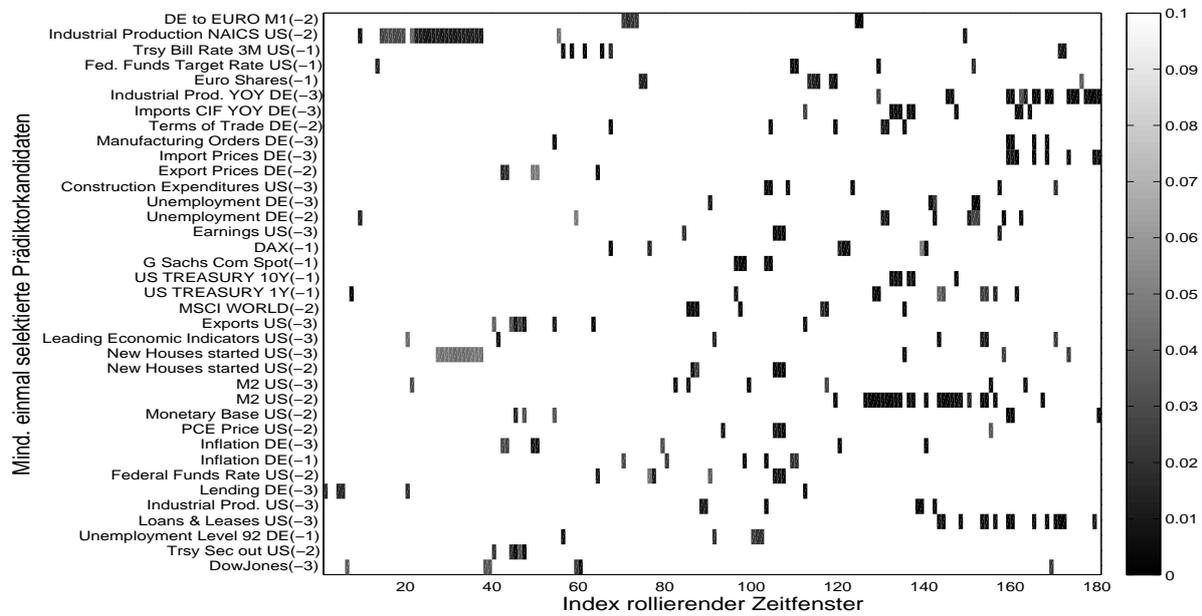


Renditevarianz Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 214 Monate

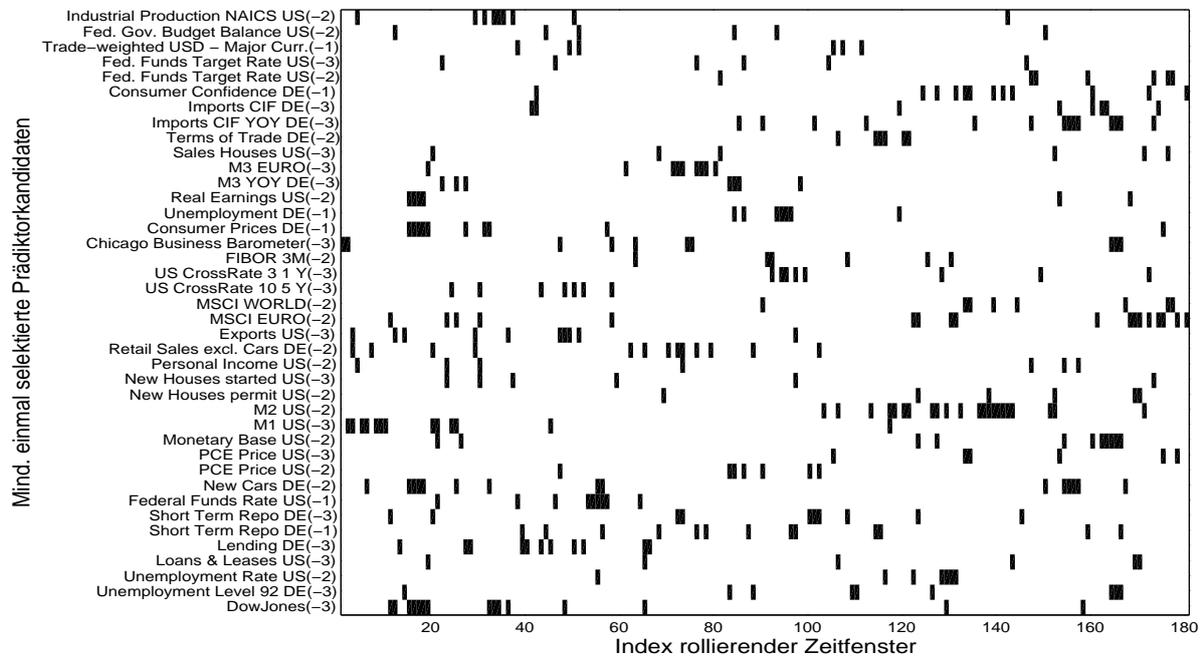
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



Schätzdatenumfang 144 Monate

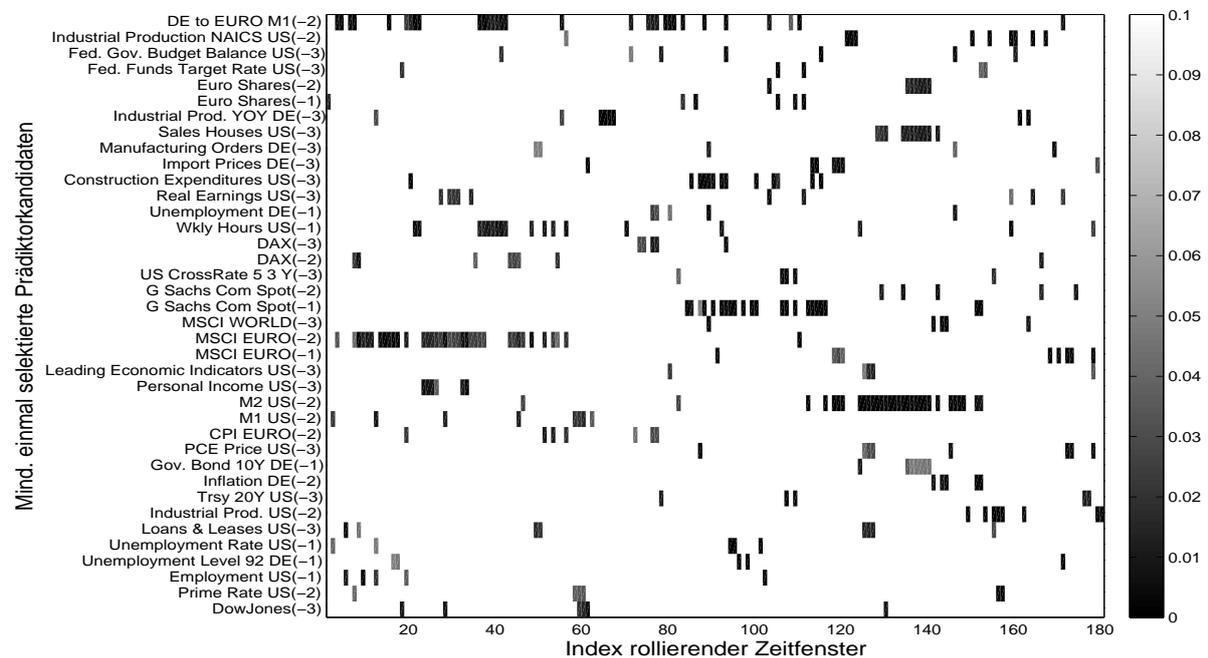


Renditevarianz Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

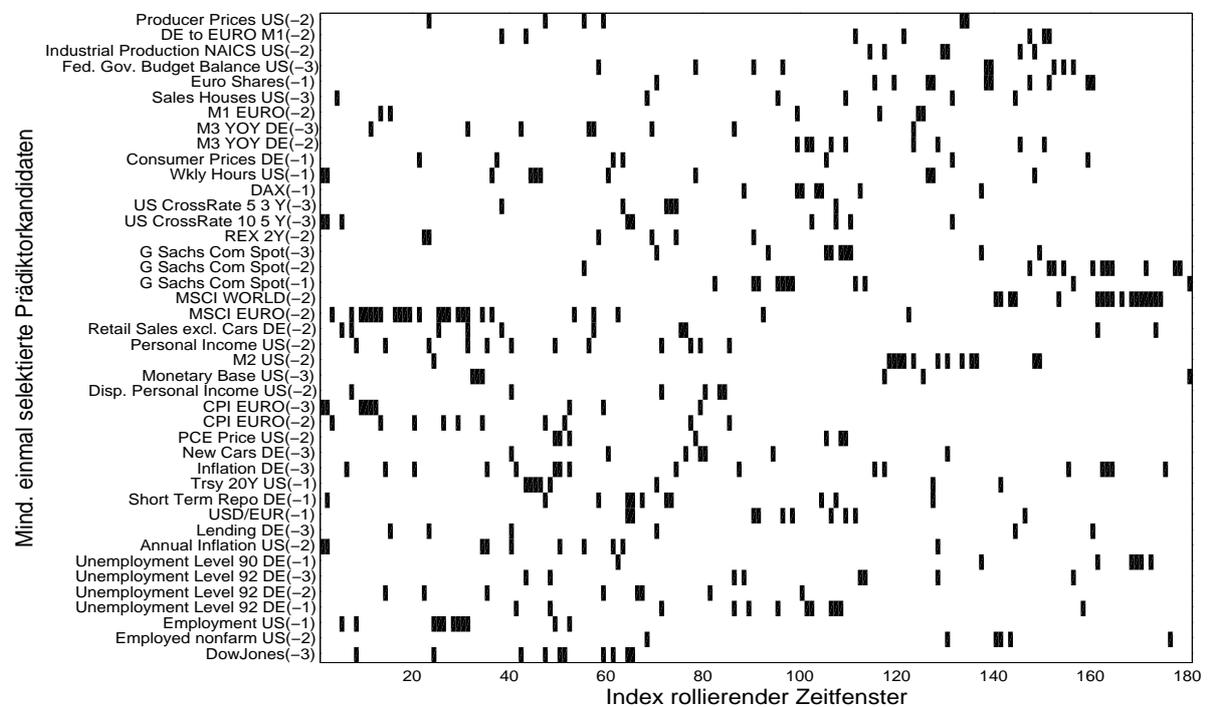


Renditevarianz Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

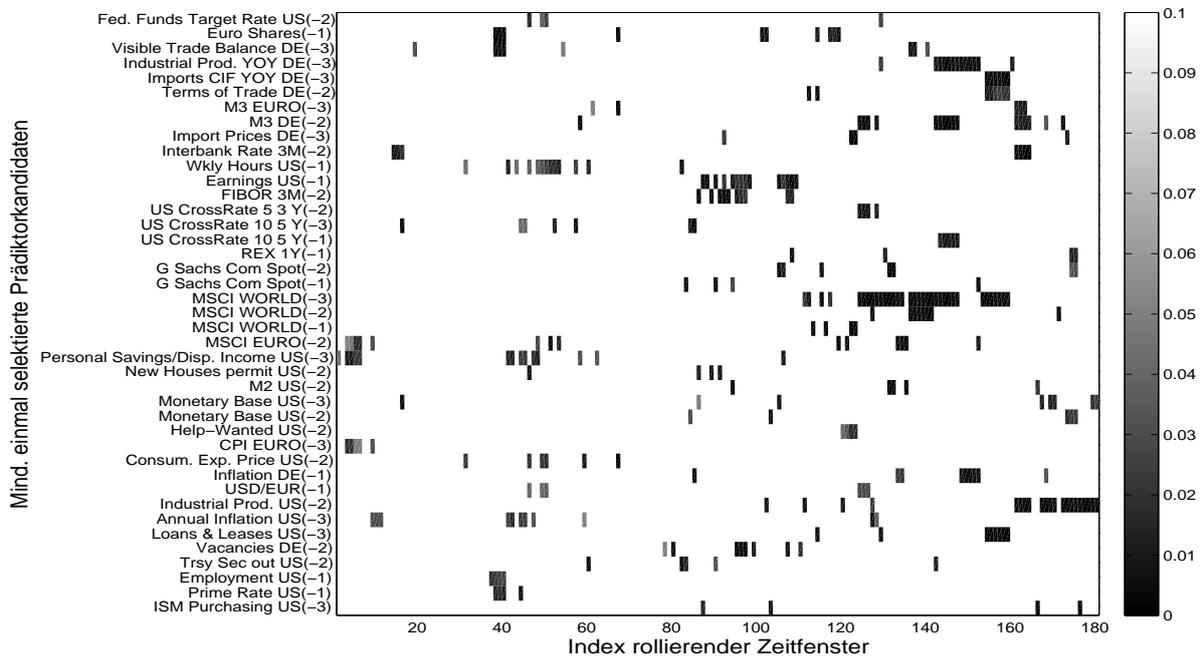
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



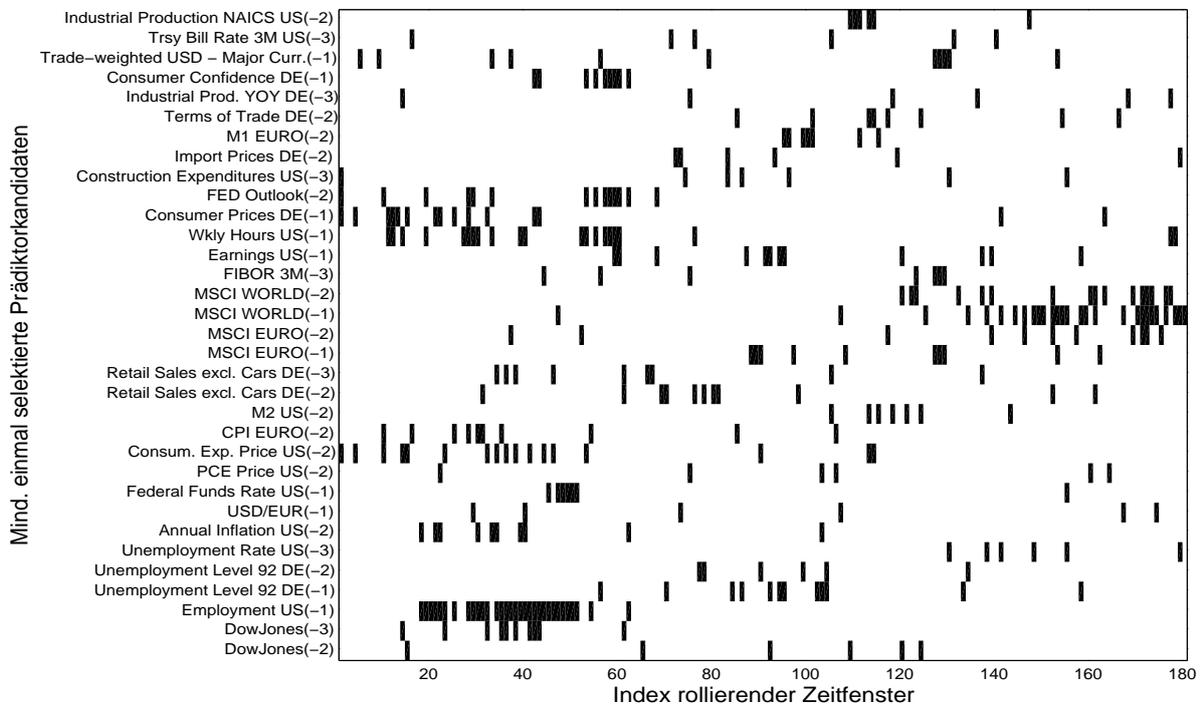
Renditevarianz MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate



Renditevarianz MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

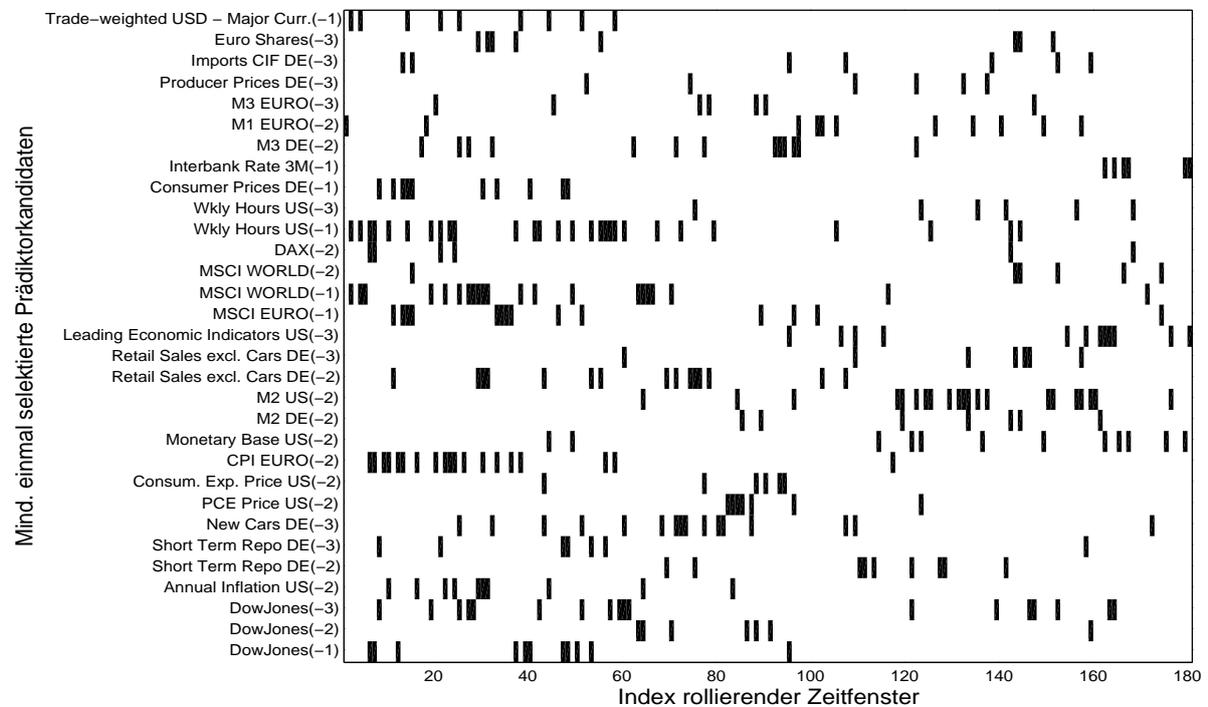
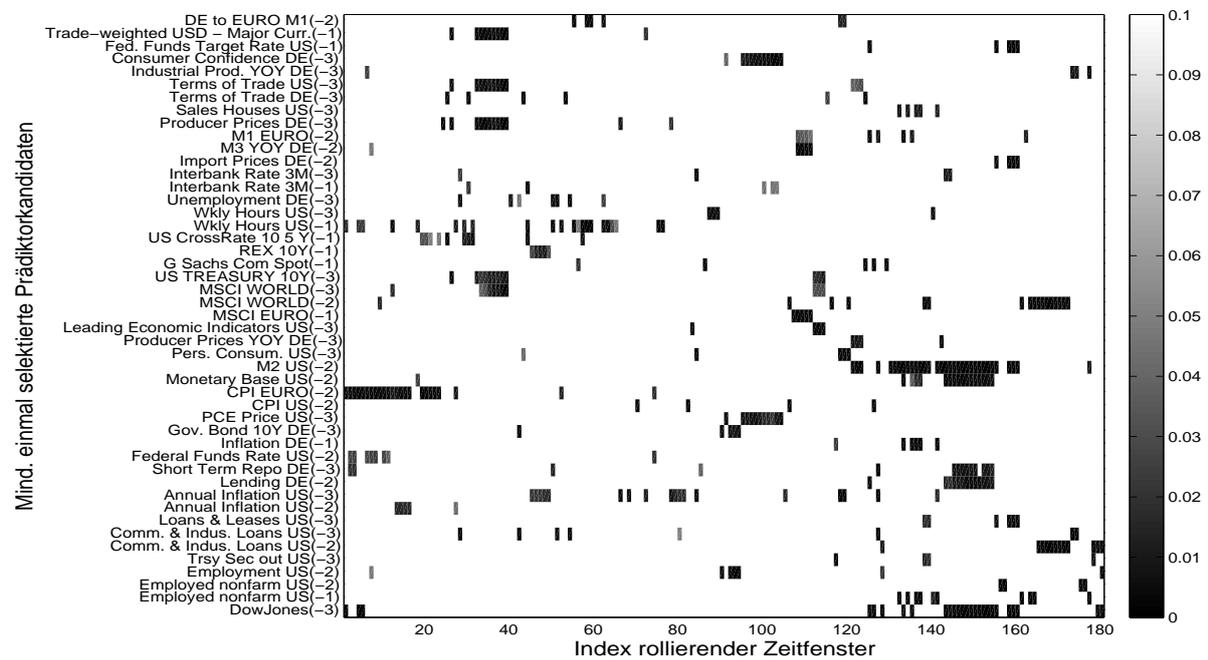


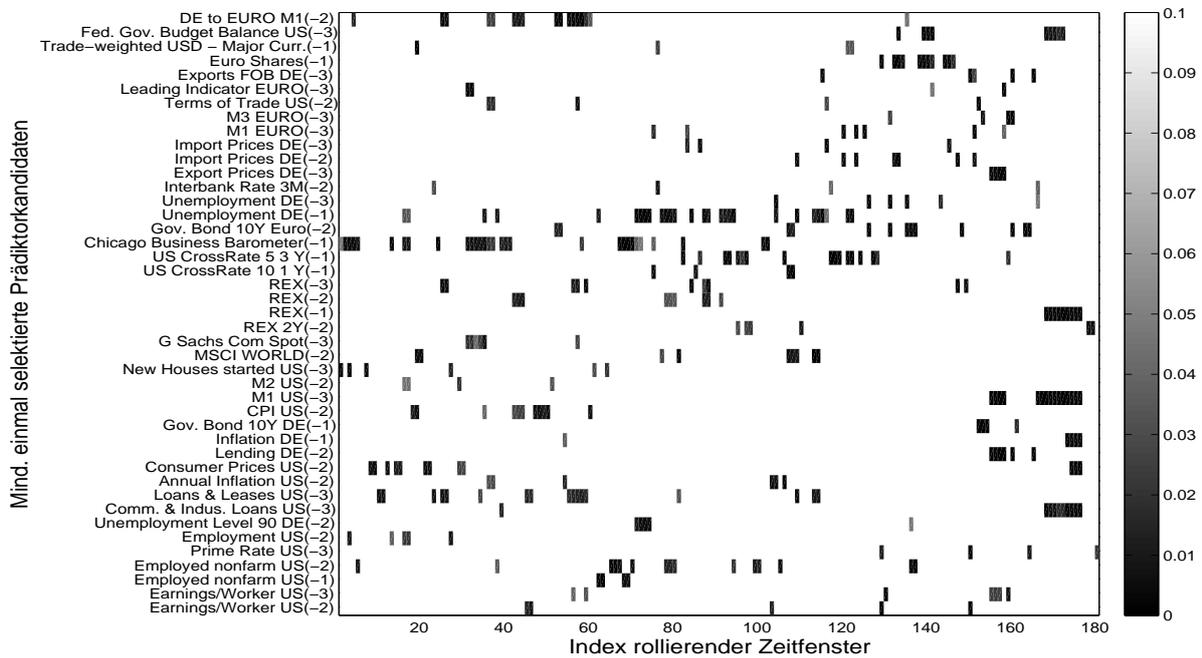
Renditevarianz MSCI Europe LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate



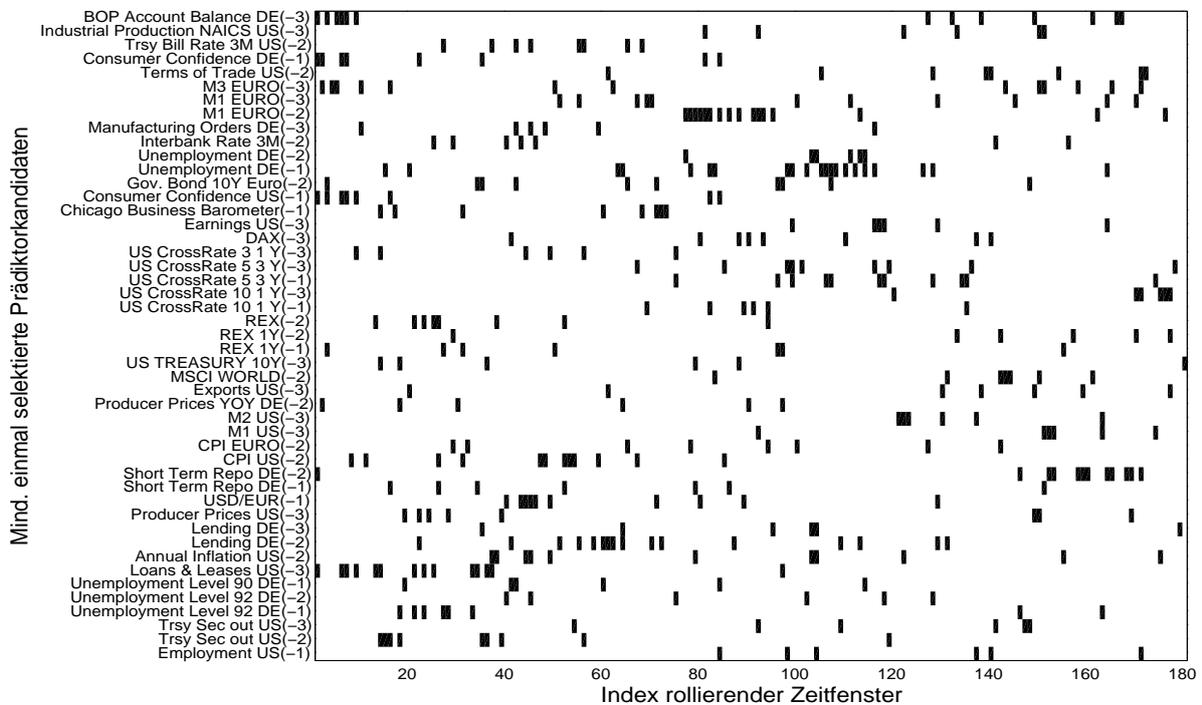
Renditevarianz MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

## Anhang A Selektierte Prädiktoren



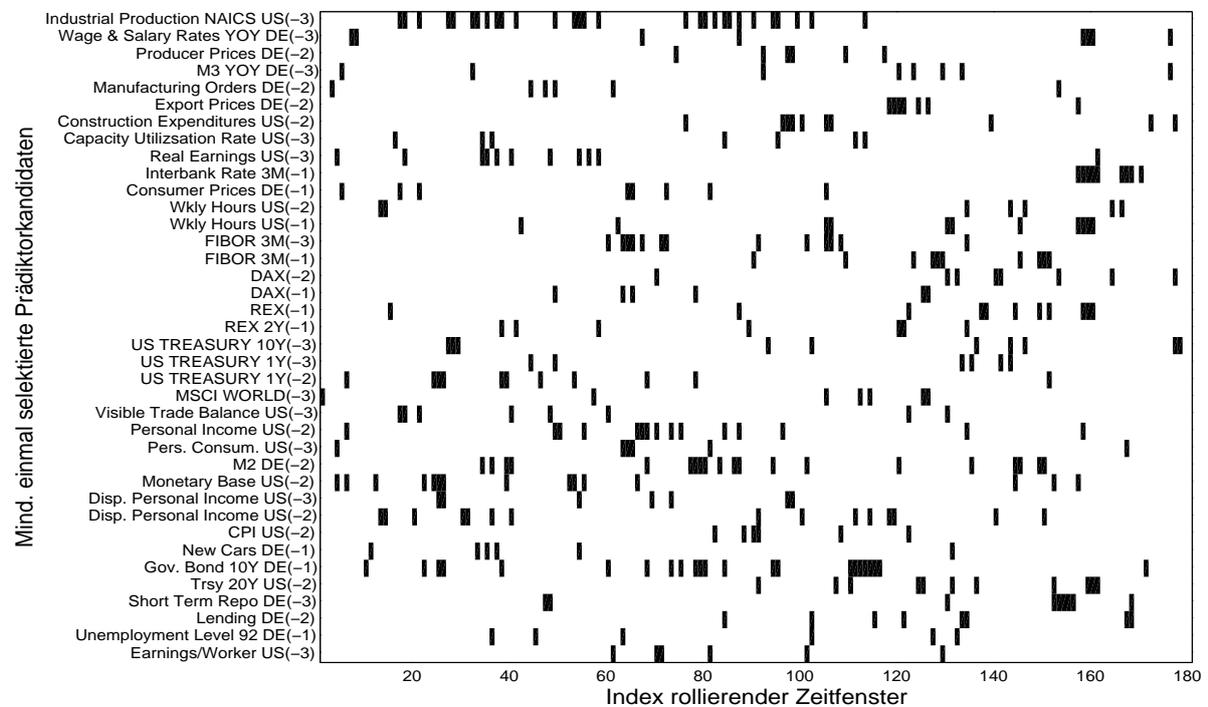
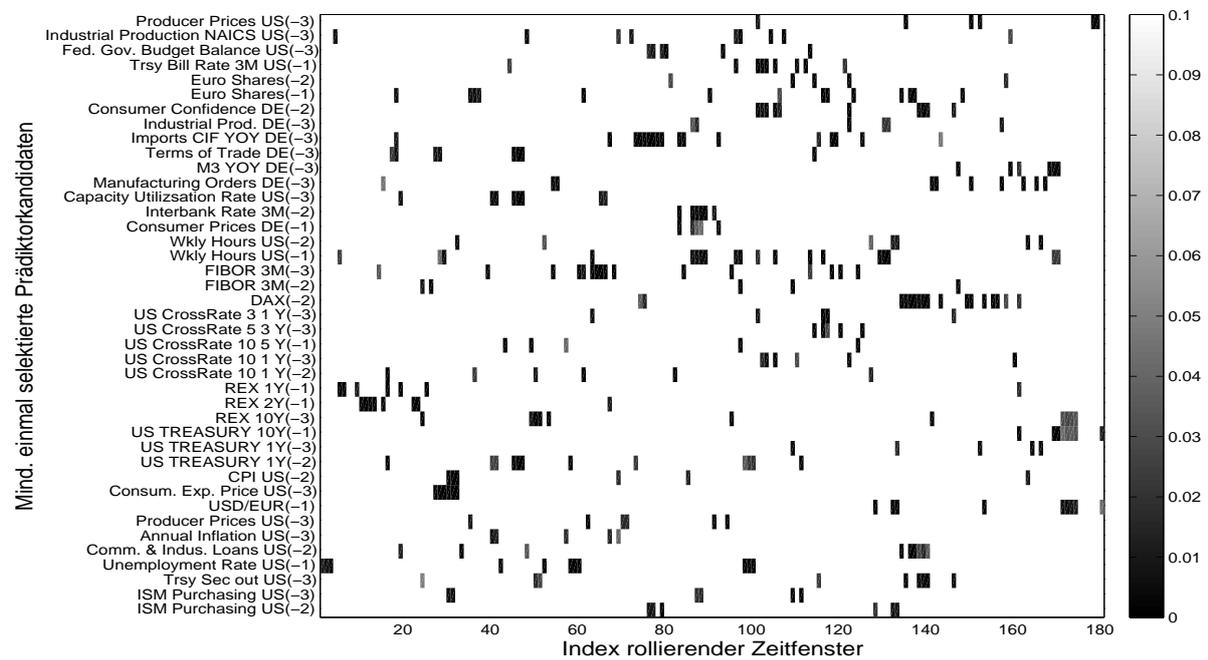


Renditevarianz Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 144 Monate

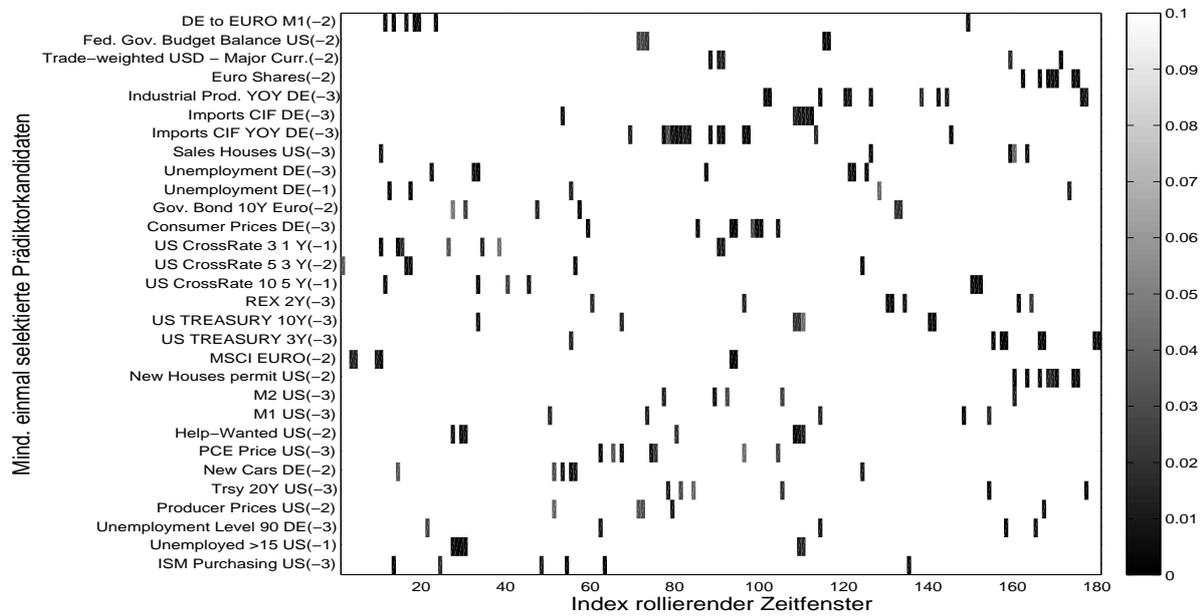


Renditevarianz Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 144 Monate

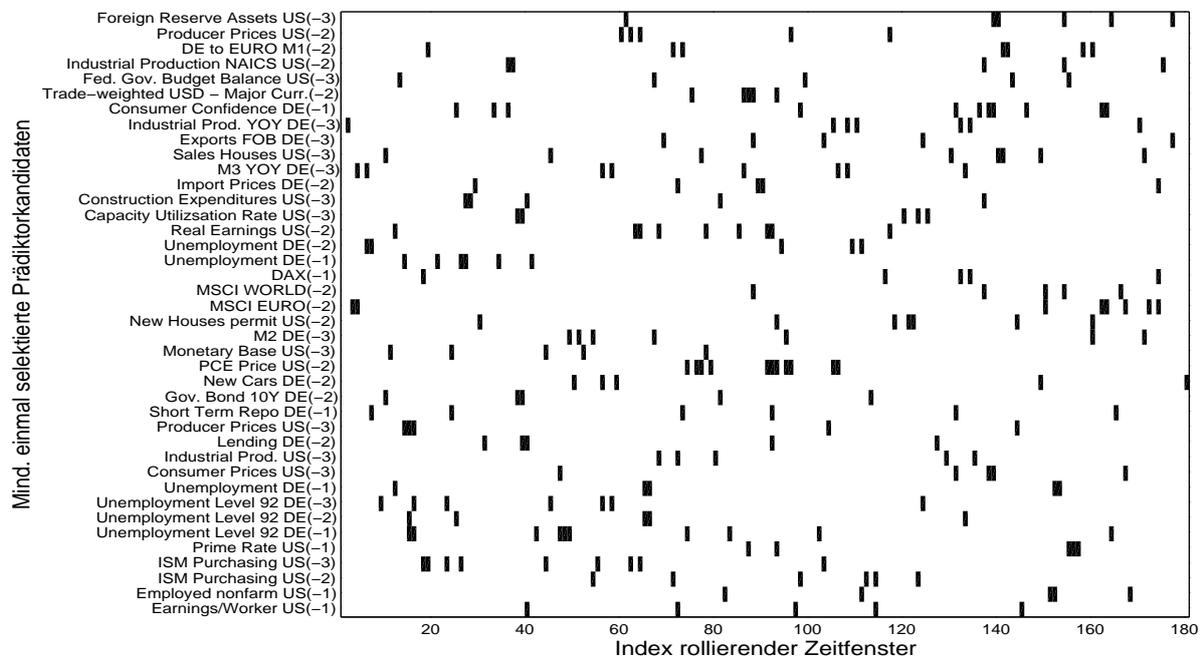
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



Schätzdatenumfang 72 Monate

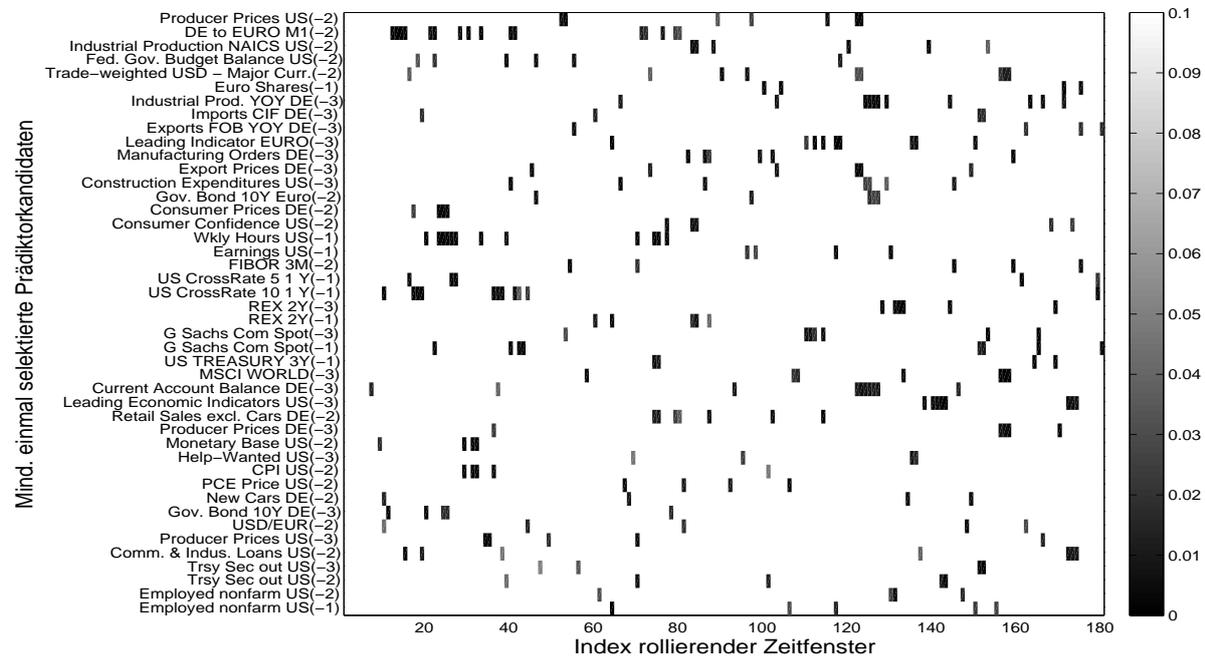


Renditevarianz Dow Jones LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

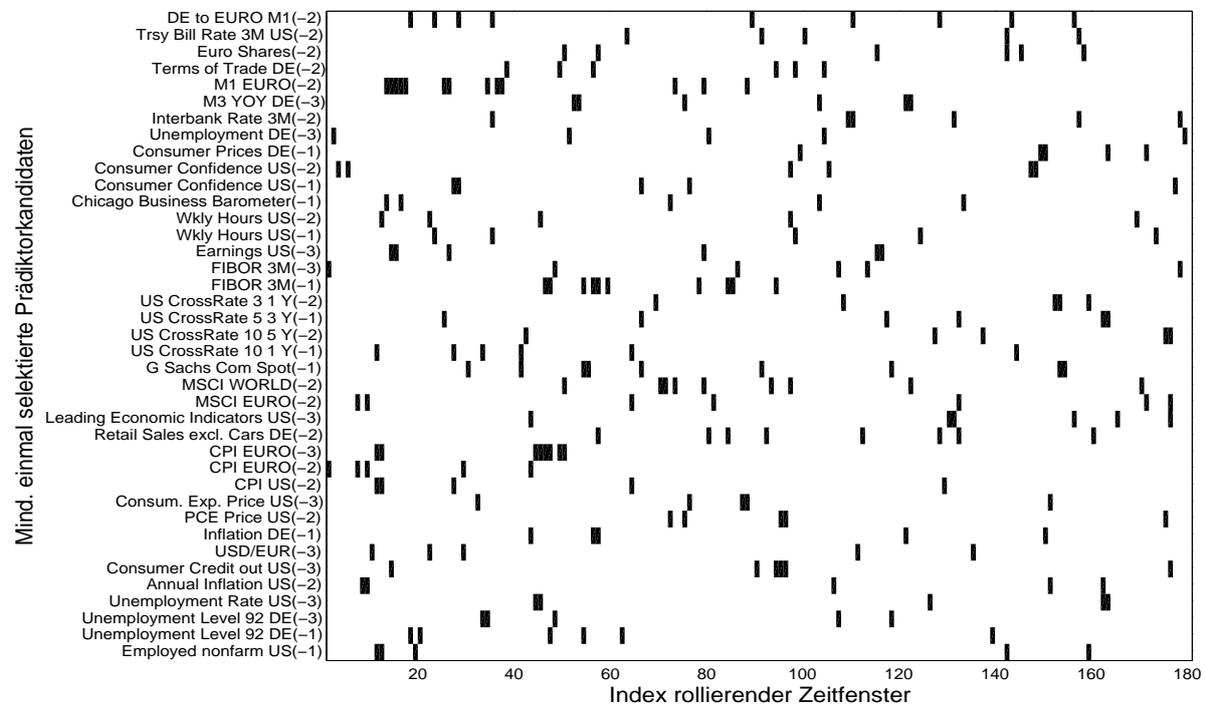


Renditevarianz Dow Jones Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

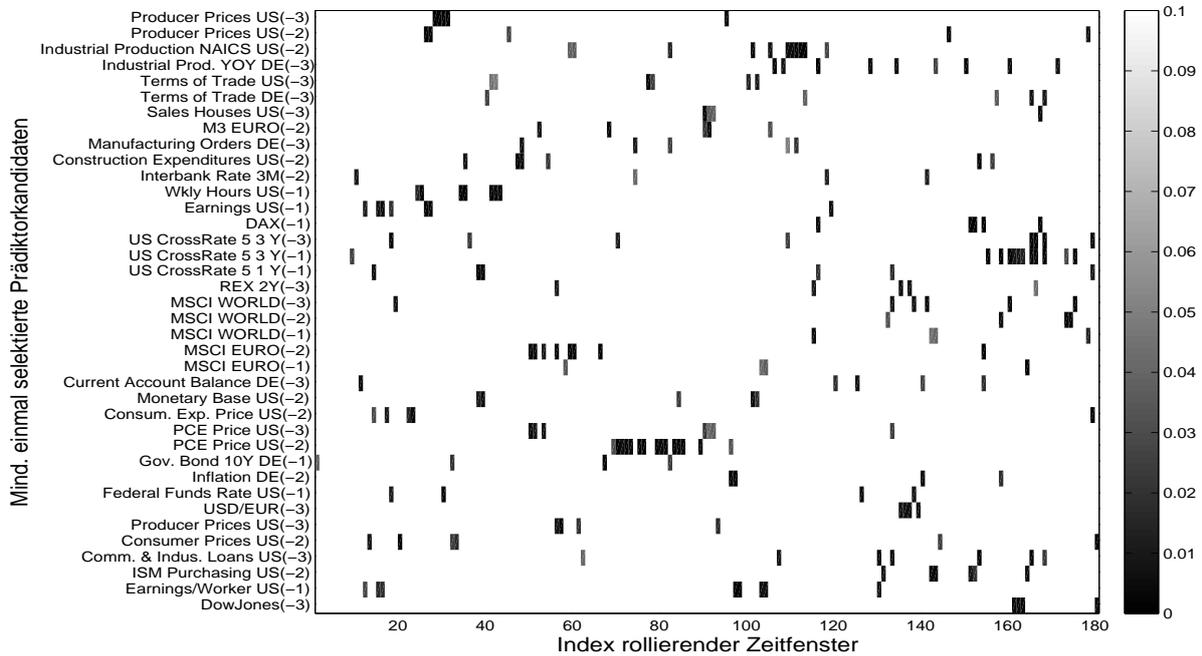
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



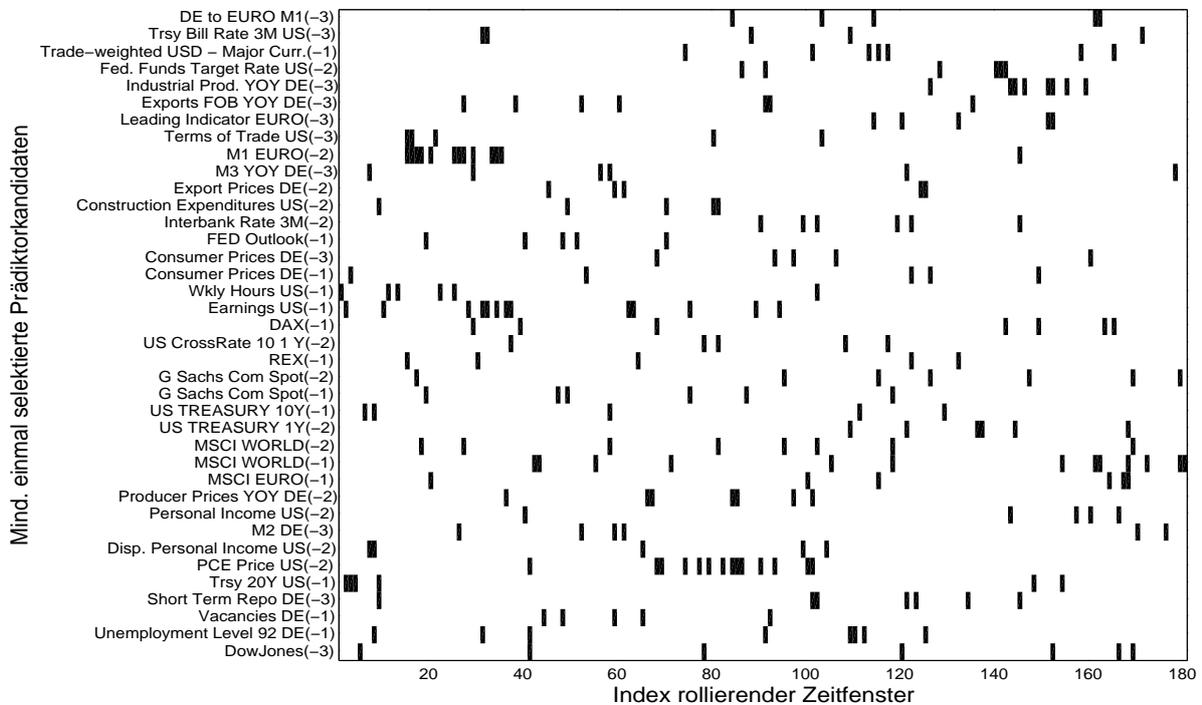
Renditevarianz MSCI World LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditevarianz MSCI World Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

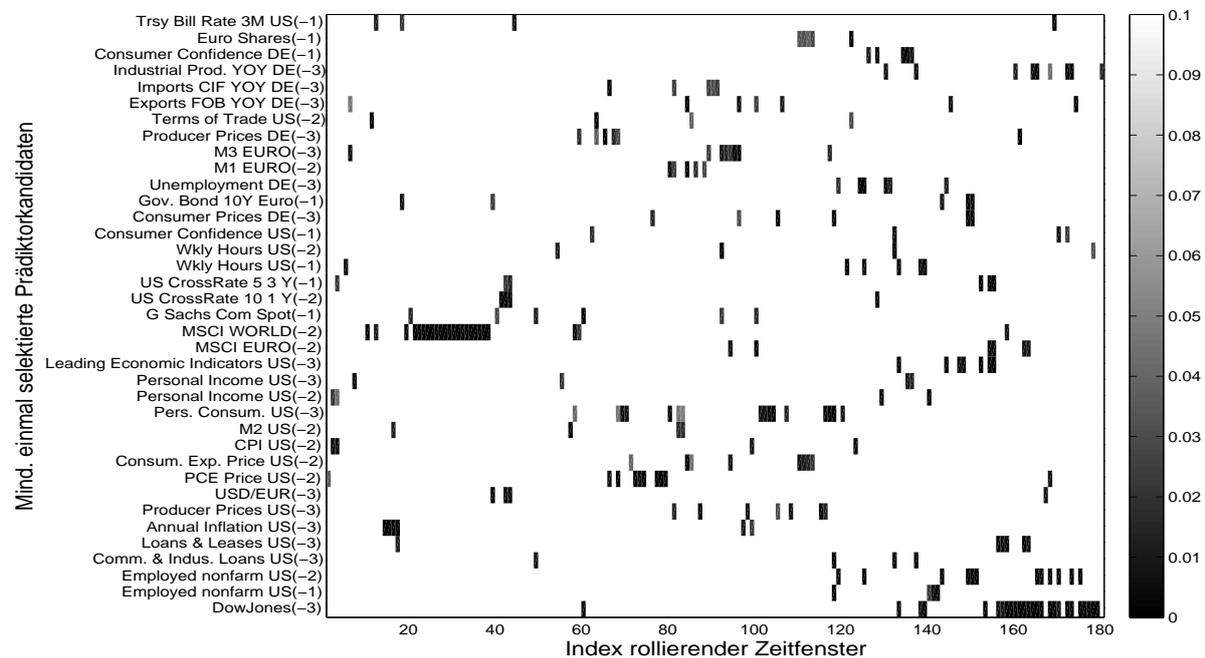


Renditevarianz MSCI Europe LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

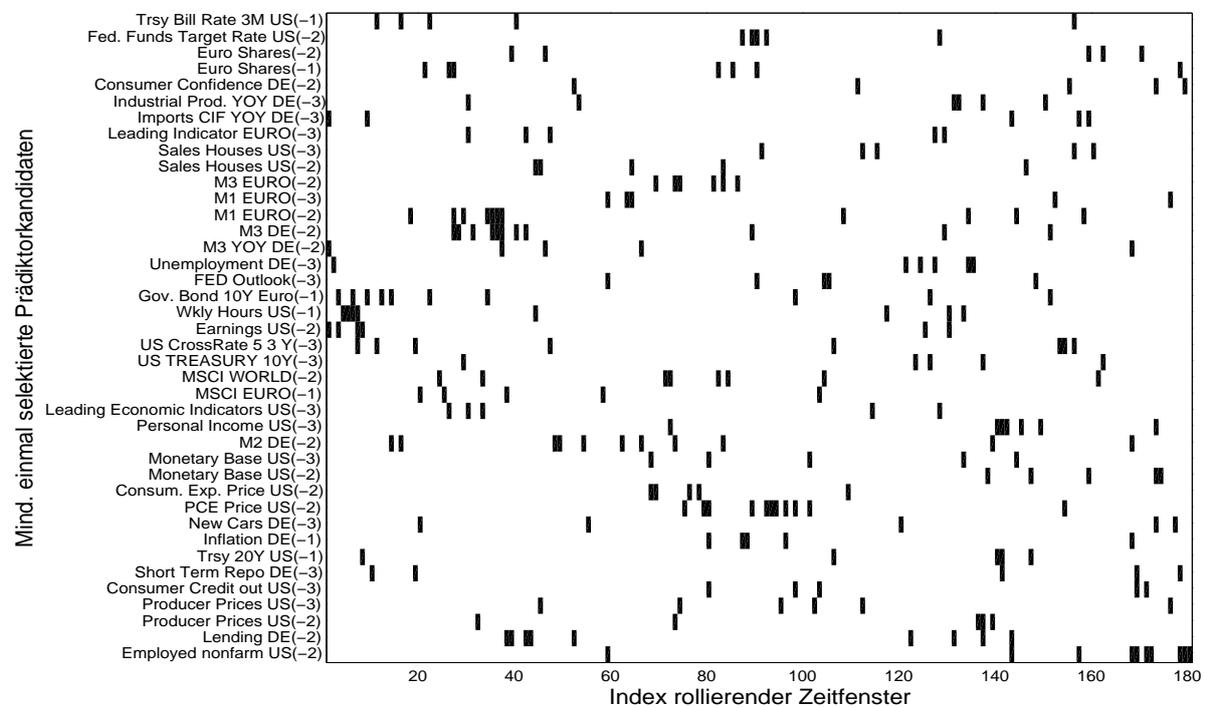


Renditevarianz MSCI Europe Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

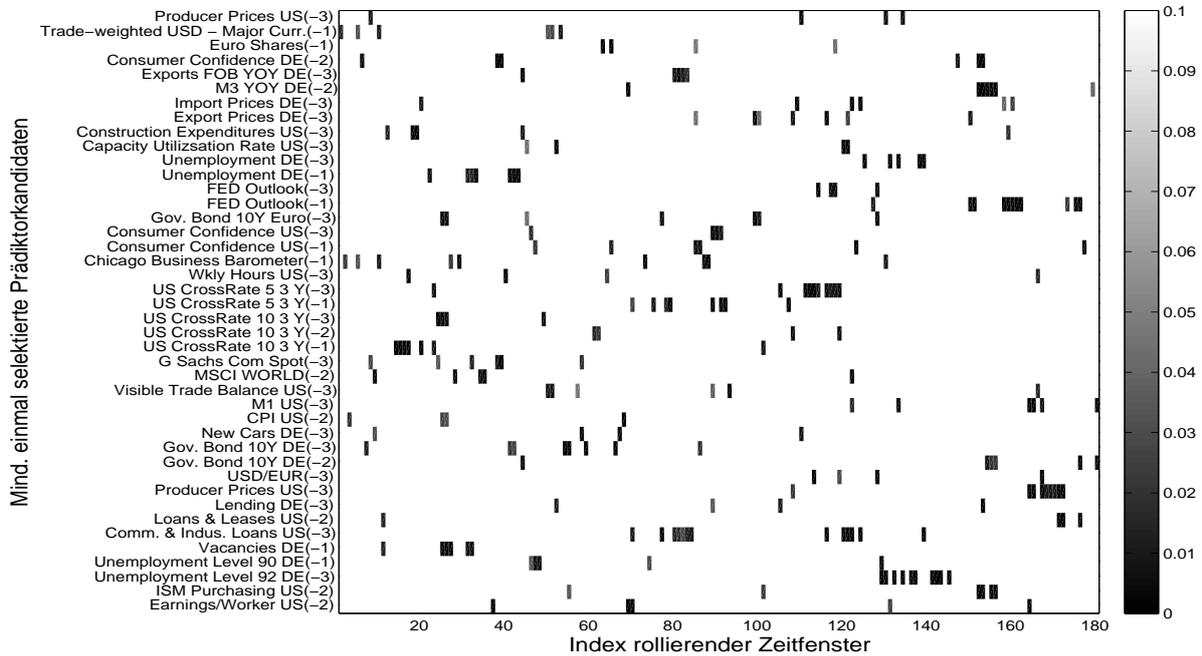
## Anhang A Selektierte Prädiktoren



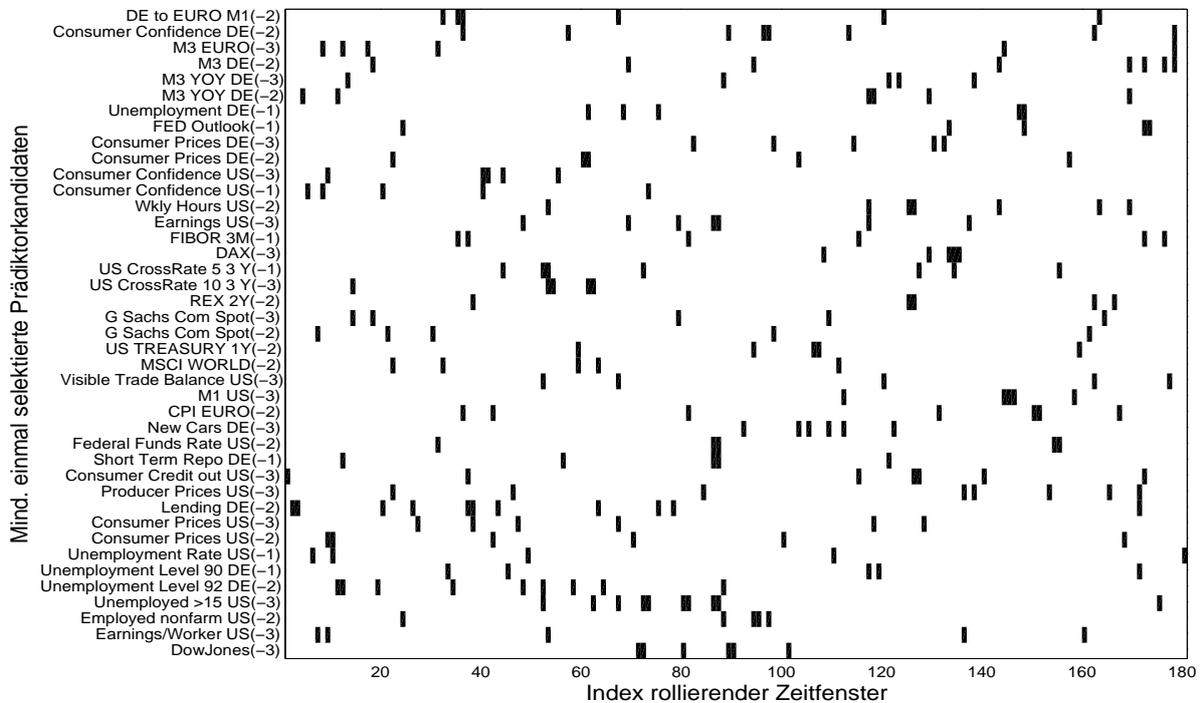
Renditevarianz DAX LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditevarianz DAX Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

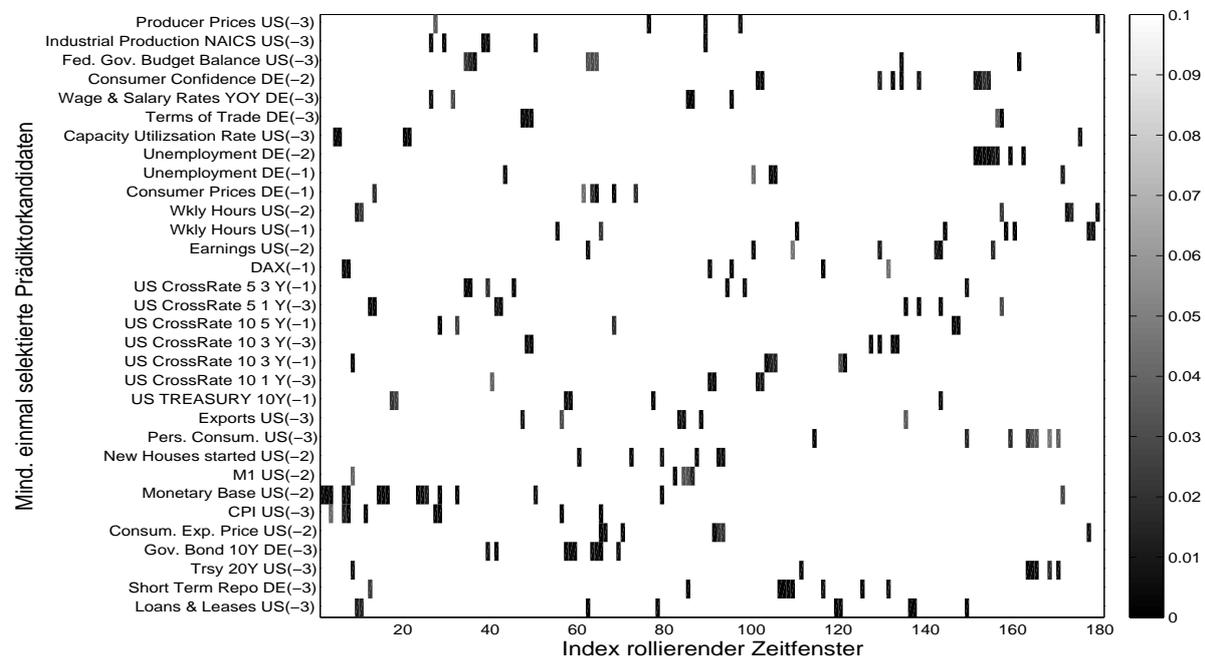


Renditevarianz Commodities LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate

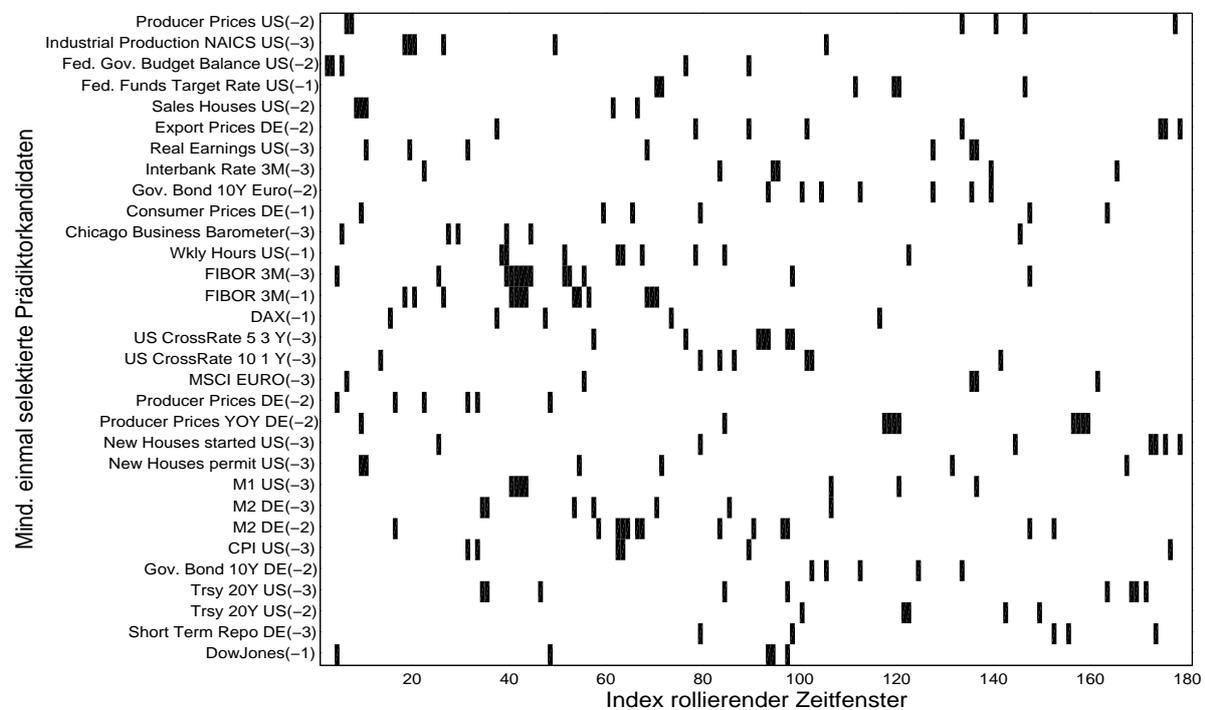


Renditevarianz Commodities Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

## Anhang A Selektierte Prädiktoren



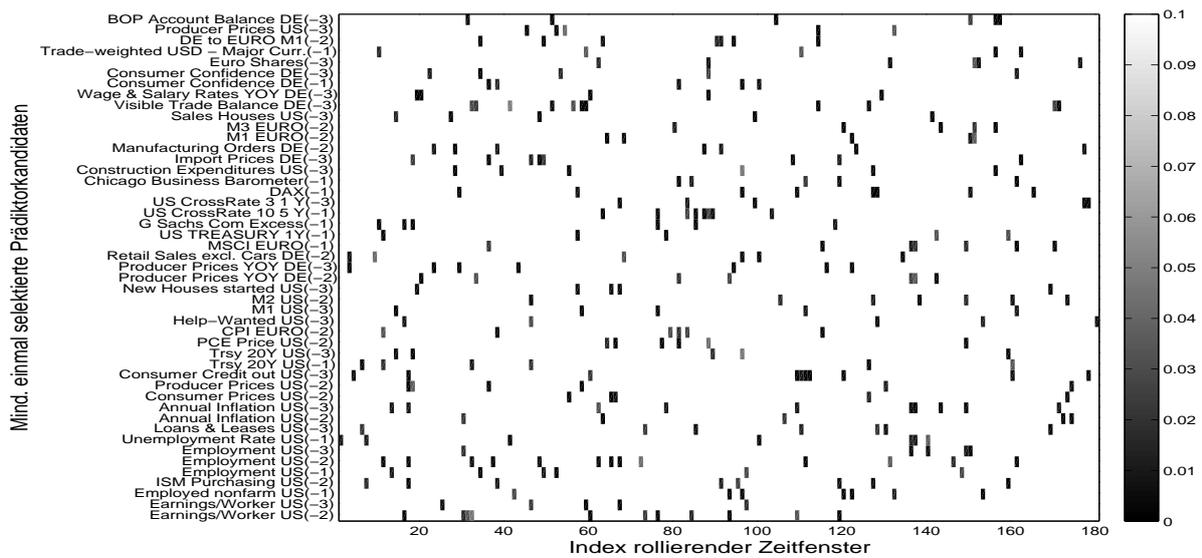
Renditevarianz US-\$/Euro LV-Test Schätzdatenumfang 72 Monate



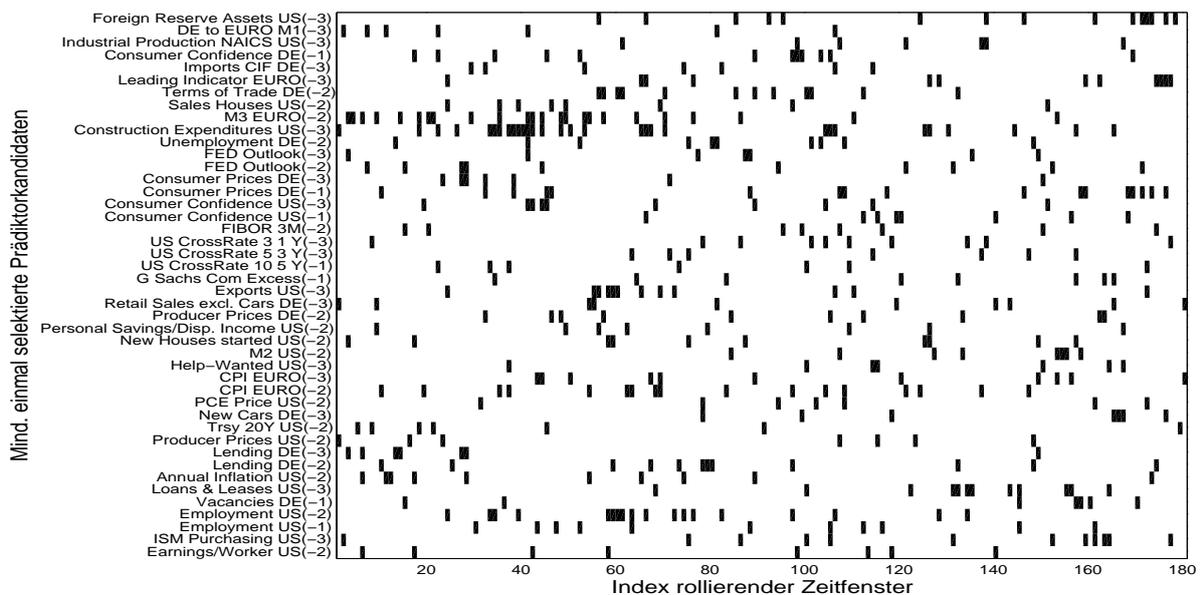
Renditevarianz US-\$/Euro Kreuzvalidierung Schätzdatenumfang 72 Monate

## A.3 Renditekorrelation

Schätzdatenumfang 214 Monate

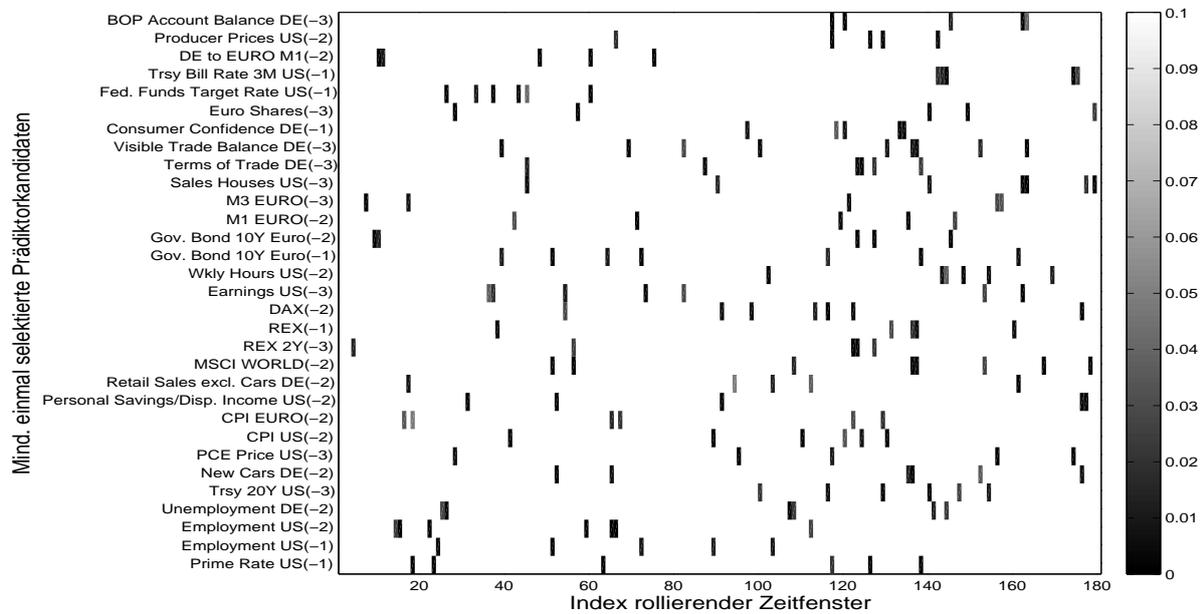


### Renditekorrelation LV-Test

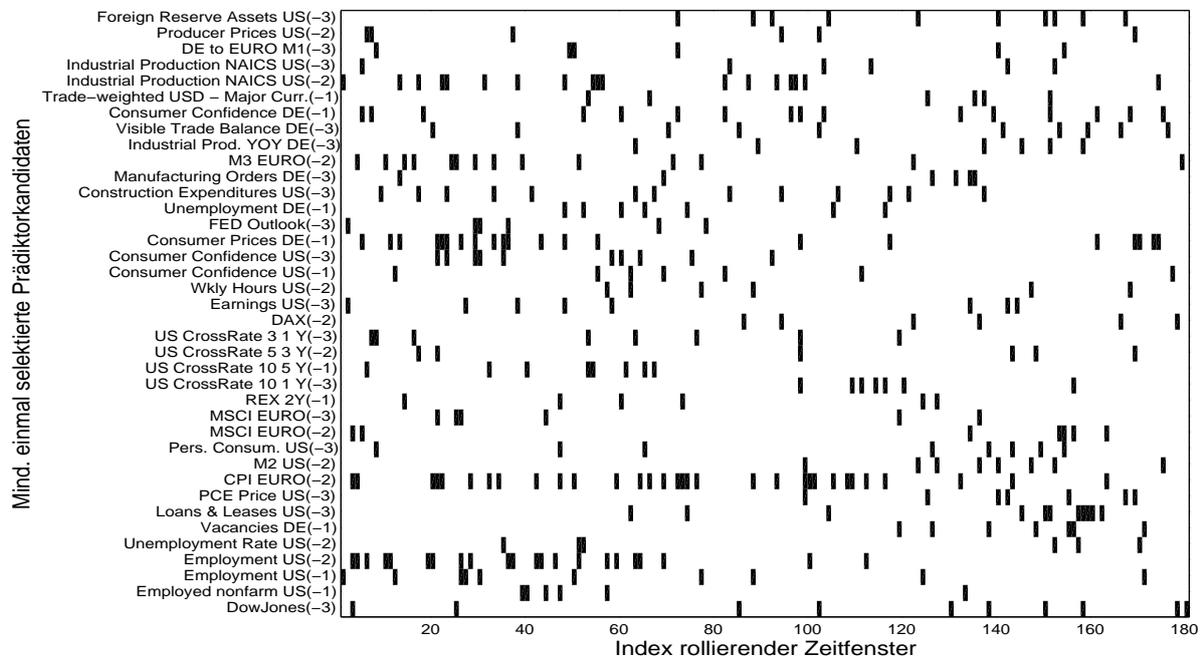


### Renditekorrelation Kreuzvalidierung

Schätzdatenumfang 144 Monate

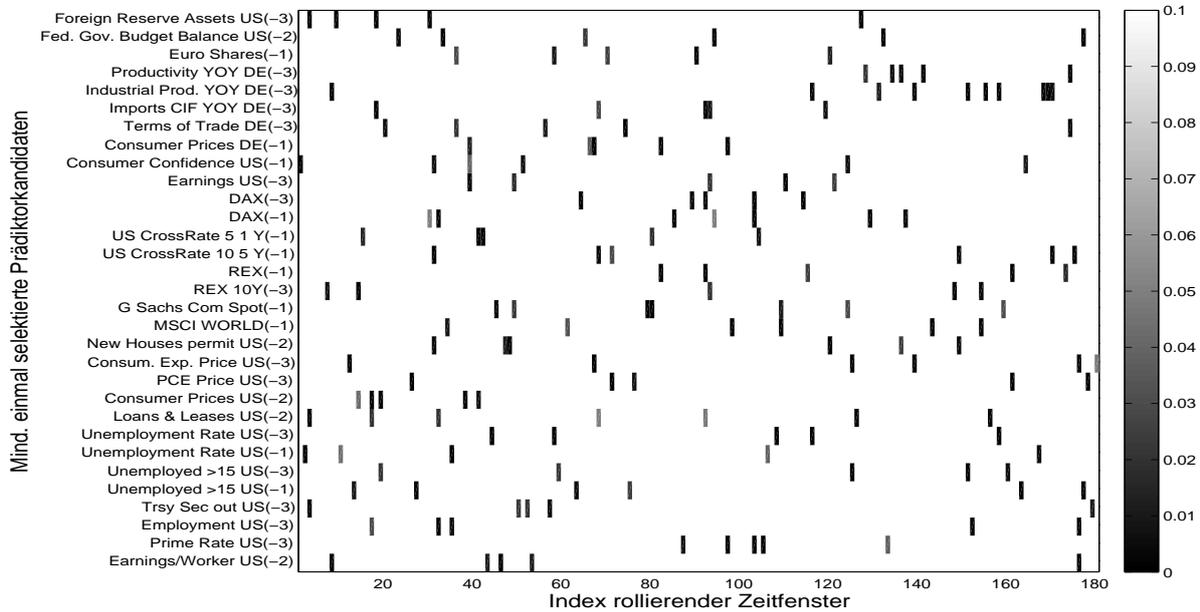


Renditekorrelation LV-Test

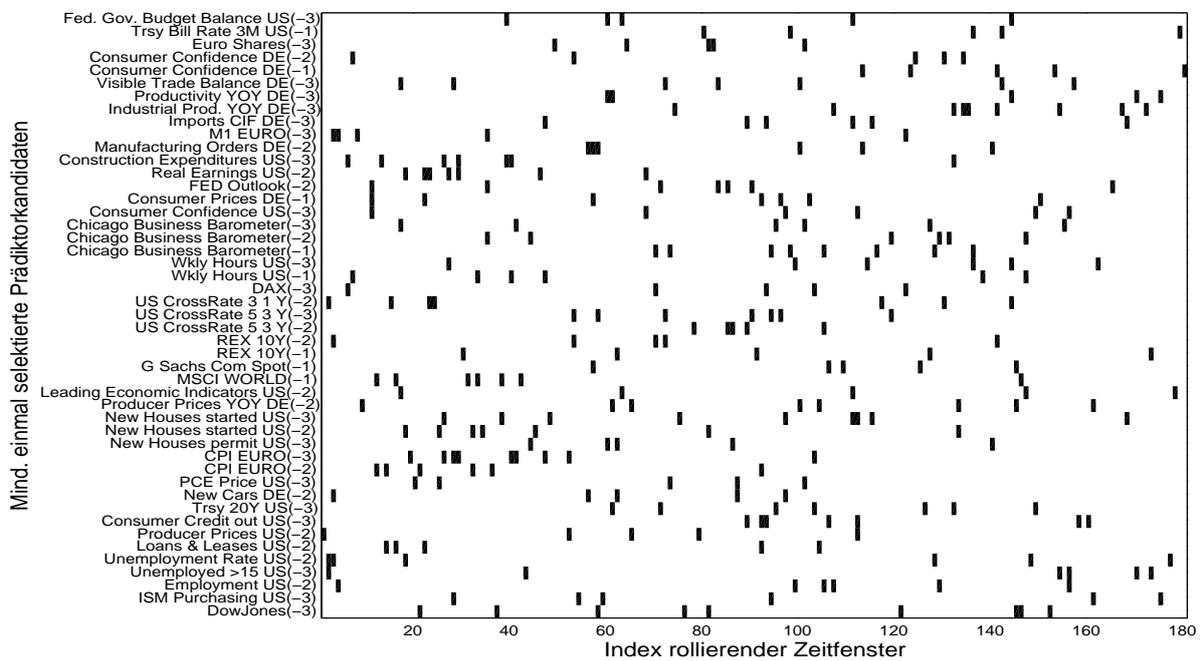


Renditekorrelation Kreuzvalidierung

Schätzdatenumfang 72 Monate



Renditekorrelation LV-Test



Renditekorrelation Kreuzvalidierung



# Anhang B

## Anpassungsgüte

Die folgenden tabellarischen Übersichten der Anpassungsgüte verstehen sich jeweils als die über 180 rollierende Schätzdatenzeitfenster ermittelte durchschnittliche Güte und deren Schwankung.

### B.1 Renditeerwartungswert

Schätzdatenumfang 214 Monate

naiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	6,25%	0,28%	-0,7%	3,7%	100,1%	1,8%	45,5%	1,5%	-3,6%	2,9%
MSCI W	5,26%	0,31%	9,8%	1,9%	100,0%	1,3%	52,2%	1,0%	6,0%	3,0%
MSCI E	6,09%	0,45%	10,0%	1,6%	99,9%	1,7%	54,2%	3,3%	9,1%	2,9%
DAX	8,19%	0,92%	5,3%	2,4%	99,8%	1,3%	52,5%	0,9%	7,6%	2,1%
GSCI	6,31%	0,56%	10,4%	3,2%	99,8%	1,4%	52,3%	2,0%	13,8%	3,2%
USD	3,17%	0,16%	32,0%	1,7%	100,1%	0,8%	61,3%	1,2%	36,8%	3,3%
Ø	5,88%	0,45%	11,1%	2,4%	100,0%	1,4%	53,0%	1,7%	11,6%	2,9%

antinaiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	6,47%	0,35%	0,7%	3,7%	100,1%	1,8%	54,5%	1,5%	3,6%	2,9%
MSCI W	5,98%	0,29%	-9,8%	1,9%	100,0%	1,3%	47,8%	1,0%	-6,0%	3,0%
MSCI E	6,94%	0,44%	-10,0%	1,6%	99,9%	1,7%	45,8%	3,3%	-9,1%	2,9%
DAX	8,78%	0,84%	-5,3%	2,4%	99,8%	1,3%	47,5%	0,9%	-7,6%	2,1%
GSCI	7,18%	0,61%	-10,4%	3,2%	99,8%	1,4%	47,7%	2,0%	-13,8%	3,2%
USD	4,43%	0,17%	-32,0%	1,7%	100,1%	0,8%	38,7%	1,2%	-36,8%	3,3%
Ø	6,63%	0,45%	-11,1%	2,4%	100,0%	1,4%	47,0%	1,7%	-11,6%	2,9%

## Anhang B Anpassungsgüte

mean	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,41%	0,21%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	61,5%	2,6%	26,3%	4,8%
MSCI W	3,92%	0,22%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	64,0%	1,9%	23,1%	6,9%
MSCI E	4,54%	0,33%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	66,2%	3,6%	23,9%	6,9%
DAX	5,95%	0,63%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	60,7%	2,1%	17,7%	5,3%
GSCI	4,72%	0,41%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	56,7%	1,7%	20,7%	3,3%
USD	2,72%	0,12%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	49,5%	2,0%	5,5%	3,2%
Ø	4,37%	0,32%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	59,8%	2,3%	19,5%	5,1%

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,39%	0,21%	8,4%	5,3%	0,9%	0,9%	62,1%	2,2%	28,5%	5,0%
MSCI W	3,89%	0,23%	10,8%	2,4%	1,2%	0,5%	63,3%	2,6%	26,8%	6,7%
MSCI E	4,51%	0,34%	11,0%	2,3%	1,3%	0,5%	65,8%	4,3%	28,5%	8,1%
DAX	5,94%	0,63%	6,5%	2,4%	0,5%	0,4%	60,3%	2,7%	19,8%	6,2%
GSCI	4,66%	0,37%	14,5%	6,2%	2,5%	1,8%	56,9%	2,2%	21,9%	3,0%
USD	2,56%	0,13%	34,1%	2,8%	11,7%	1,9%	60,9%	1,7%	35,4%	5,2%
Ø	4,32%	0,32%	14,2%	3,6%	3,0%	1,0%	61,5%	2,6%	26,8%	5,7%

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,09%	0,22%	36,4%	6,2%	13,7%	4,7%	64,8%	3,2%	45,5%	6,2%
MSCI W	3,35%	0,25%	51,2%	5,4%	26,5%	5,6%	66,8%	3,2%	53,4%	6,5%
MSCI E	4,01%	0,33%	46,4%	5,8%	21,9%	5,5%	70,6%	2,9%	54,2%	6,4%
DAX	5,15%	0,60%	49,8%	5,3%	25,1%	5,2%	67,6%	2,7%	51,2%	4,5%
GSCI	3,86%	0,39%	57,2%	6,2%	33,1%	6,9%	68,1%	3,0%	55,0%	7,0%
USD	1,97%	0,15%	68,9%	4,1%	47,6%	5,6%	74,6%	3,3%	70,9%	5,2%
Ø	3,74%	0,32%	51,7%	5,5%	28,0%	5,6%	68,7%	3,1%	55,0%	6,0%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,24%	0,23%	29,0%	5,8%	16,0%	5,6%	63,2%	3,7%	38,1%	7,7%
MSCI W	3,72%	0,20%	32,4%	6,4%	17,9%	7,6%	65,1%	3,0%	41,5%	9,1%
MSCI E	4,27%	0,33%	35,5%	4,8%	21,6%	6,3%	66,5%	3,6%	42,7%	9,8%
DAX	5,69%	0,59%	31,3%	5,7%	19,6%	7,2%	62,7%	2,8%	37,4%	8,1%
GSCI	4,50%	0,39%	30,9%	7,6%	16,6%	8,1%	61,7%	3,5%	37,1%	8,4%
USD	2,45%	0,14%	44,2%	4,2%	23,7%	6,0%	66,2%	2,6%	48,7%	6,5%
Ø	4,15%	0,32%	33,9%	5,8%	19,2%	6,8%	64,2%	3,2%	40,9%	8,3%

kdrrev	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,12%	0,21%	35,8%	5,2%	16,8%	5,0%	64,0%	3,6%	41,9%	8,3%
MSCI W	3,62%	0,23%	38,3%	5,0%	18,1%	5,6%	67,1%	3,0%	47,0%	9,0%
MSCI E	4,20%	0,31%	38,0%	4,7%	19,7%	5,5%	68,2%	3,2%	46,3%	7,8%
DAX	5,50%	0,61%	38,5%	5,3%	17,2%	5,4%	64,8%	3,1%	42,5%	7,8%
GSCI	4,35%	0,39%	38,7%	4,9%	17,6%	5,0%	63,0%	2,9%	40,0%	6,6%
USD	2,40%	0,15%	47,3%	4,4%	23,3%	3,7%	66,6%	2,6%	50,5%	6,3%
Ø	4,03%	0,32%	39,4%	4,9%	18,8%	5,0%	65,6%	3,1%	44,7%	7,6%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,32%	0,20%	29,8%	3,9%	0,7%	0,2%	62,1%	2,2%	29,2%	5,2%
MSCI W	3,83%	0,21%	29,0%	4,6%	0,8%	0,4%	65,0%	1,5%	28,9%	4,3%
MSCI E	4,42%	0,31%	31,4%	3,7%	1,0%	0,6%	68,1%	2,1%	30,4%	3,4%
DAX	5,81%	0,61%	30,4%	3,7%	0,8%	0,3%	63,6%	1,8%	29,1%	4,6%
GSCI	4,60%	0,40%	29,4%	5,1%	1,4%	0,9%	59,2%	1,7%	28,9%	5,6%
USD	2,62%	0,10%	47,1%	3,6%	0,7%	0,1%	62,3%	4,0%	41,1%	9,7%
Ø	4,27%	0,31%	32,9%	4,1%	0,9%	0,4%	63,4%	2,2%	31,3%	5,5%

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,62%	0,40%	56,4%	12,6%	21,6%	7,2%	69,2%	5,8%	57,6%	10,9%
MSCI W	2,57%	0,31%	76,1%	7,6%	38,1%	7,5%	75,7%	4,8%	72,8%	8,7%
MSCI E	3,11%	0,49%	73,3%	9,8%	34,2%	8,5%	78,5%	4,4%	72,0%	9,8%
DAX	3,95%	0,60%	75,0%	10,0%	35,7%	7,7%	77,0%	4,2%	73,2%	9,8%
GSCI	2,74%	0,48%	81,8%	8,2%	44,3%	8,5%	79,7%	4,8%	79,0%	9,1%
USD	1,25%	0,23%	89,5%	4,2%	58,8%	6,7%	85,5%	3,6%	89,1%	5,0%
Ø	2,87%	0,42%	75,3%	8,7%	38,8%	7,7%	77,6%	4,6%	73,9%	8,9%

Schätzdatenumfang 144 Monate

naiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	6,27%	0,15%	-3,7%	6,1%	100,1%	2,8%	44,5%	1,5%	-4,8%	5,2%
MSCI W	5,38%	0,18%	8,3%	4,7%	100,0%	2,0%	51,4%	2,3%	4,0%	4,3%
MSCI E	6,28%	0,31%	9,7%	4,6%	100,0%	2,6%	51,9%	4,6%	8,4%	5,8%
DAX	8,66%	0,82%	4,2%	5,2%	99,8%	1,7%	53,0%	1,9%	8,3%	4,4%
GSCI	6,38%	0,92%	12,2%	4,3%	99,6%	1,6%	53,7%	3,3%	14,5%	5,6%
USD	3,06%	0,25%	32,6%	1,7%	100,3%	1,4%	61,1%	1,0%	38,4%	4,1%
Ø	6,00%	0,44%	10,6%	4,4%	100,0%	2,0%	52,6%	2,4%	11,5%	4,9%

antinaiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	6,35%	0,39%	3,7%	6,1%	100,1%	2,8%	55,5%	1,5%	4,8%	5,2%
MSCI W	6,00%	0,19%	-8,3%	4,7%	100,0%	2,0%	48,6%	2,3%	-4,0%	4,3%
MSCI E	7,11%	0,22%	-9,7%	4,6%	100,0%	2,6%	48,1%	4,6%	-8,4%	5,8%
DAX	9,17%	0,47%	-4,2%	5,2%	99,8%	1,7%	47,0%	1,9%	-8,3%	4,4%
GSCI	7,34%	0,77%	-12,2%	4,3%	99,6%	1,6%	46,3%	3,3%	-14,5%	5,6%
USD	4,31%	0,35%	-32,6%	1,7%	100,3%	1,4%	38,9%	1,0%	-38,4%	4,1%
Ø	6,71%	0,40%	-10,6%	4,4%	100,0%	2,0%	47,4%	2,4%	-11,5%	4,9%

mean	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,36%	0,17%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	63,6%	2,5%	28,0%	5,0%
MSCI W	3,97%	0,09%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	63,5%	3,1%	21,2%	6,3%
MSCI E	4,67%	0,17%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	64,6%	4,5%	22,0%	5,8%
DAX	6,25%	0,46%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	61,2%	2,0%	17,7%	5,1%
GSCI	4,81%	0,61%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	55,6%	2,3%	19,3%	7,3%
USD	2,63%	0,20%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	51,6%	2,4%	7,3%	6,2%
Ø	4,45%	0,28%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	60,0%	2,8%	19,2%	6,0%

## Anhang B Anpassungsgüte

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,33%	0,18%	10,4%	4,5%	1,3%	1,0%	64,2%	2,6%	30,1%	5,5%
MSCI W	3,95%	0,09%	10,5%	3,9%	1,3%	0,8%	62,4%	3,0%	24,7%	6,7%
MSCI E	4,63%	0,17%	12,7%	3,7%	1,7%	0,9%	64,3%	4,7%	27,5%	6,9%
DAX	6,22%	0,46%	9,6%	3,6%	1,0%	0,6%	61,0%	2,5%	21,6%	7,1%
GSCI	4,70%	0,56%	20,5%	5,8%	4,5%	2,3%	58,5%	1,5%	25,7%	5,0%
USD	2,45%	0,20%	36,0%	2,5%	13,0%	1,8%	61,3%	1,7%	38,7%	7,0%
Ø	4,38%	0,28%	16,6%	4,0%	3,8%	1,2%	61,9%	2,7%	28,1%	6,4%

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,71%	0,37%	50,9%	11,0%	27,1%	11,5%	69,7%	4,2%	57,5%	9,4%
MSCI W	3,21%	0,25%	58,1%	8,3%	34,4%	9,9%	70,5%	4,6%	59,9%	9,4%
MSCI E	3,88%	0,29%	55,1%	7,4%	30,9%	8,0%	72,3%	3,9%	59,6%	8,3%
DAX	4,89%	0,68%	61,3%	9,9%	38,5%	11,7%	70,2%	4,5%	61,5%	10,2%
GSCI	3,43%	0,62%	69,5%	7,4%	48,8%	10,6%	73,5%	4,7%	65,7%	9,2%
USD	1,69%	0,17%	76,3%	4,6%	58,4%	6,9%	78,8%	3,4%	77,6%	5,5%
Ø	3,47%	0,40%	61,8%	8,1%	39,7%	9,8%	72,5%	4,2%	63,6%	8,6%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,10%	0,23%	33,9%	19,5%	24,3%	10,6%	67,2%	3,8%	48,2%	9,5%
MSCI W	3,72%	0,16%	36,3%	9,4%	24,1%	12,1%	66,6%	3,7%	44,2%	9,8%
MSCI E	4,35%	0,20%	38,6%	6,2%	26,1%	7,5%	67,7%	3,1%	47,2%	7,3%
DAX	5,89%	0,45%	36,4%	5,6%	25,8%	9,4%	65,7%	4,1%	43,7%	9,1%
GSCI	4,49%	0,54%	35,4%	16,0%	22,2%	8,0%	64,6%	4,2%	43,3%	9,5%
USD	2,33%	0,23%	46,9%	5,3%	27,6%	7,0%	66,1%	3,6%	48,8%	6,9%
Ø	4,15%	0,30%	37,9%	10,3%	25,0%	9,1%	66,3%	3,8%	45,9%	8,7%

kdrvcv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,99%	0,26%	39,9%	9,4%	21,6%	7,9%	68,1%	4,2%	48,4%	9,6%
MSCI W	3,58%	0,16%	44,0%	6,4%	23,4%	9,5%	68,4%	4,0%	47,7%	9,7%
MSCI E	4,25%	0,16%	41,8%	6,6%	24,5%	8,4%	69,3%	4,5%	50,5%	9,4%
DAX	5,71%	0,46%	41,4%	5,7%	21,5%	7,4%	65,8%	3,3%	45,5%	8,5%
GSCI	4,31%	0,55%	44,7%	5,2%	23,7%	7,2%	65,5%	4,3%	46,2%	8,8%
USD	2,26%	0,22%	51,6%	4,4%	29,2%	6,2%	67,3%	3,4%	53,2%	6,5%
Ø	4,02%	0,30%	43,9%	6,3%	24,0%	7,7%	67,4%	4,0%	48,6%	8,8%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,25%	0,16%	28,4%	8,5%	1,4%	0,7%	65,1%	2,6%	31,6%	6,1%
MSCI W	3,81%	0,07%	39,9%	7,0%	1,4%	0,6%	67,4%	1,9%	37,4%	9,6%
MSCI E	4,48%	0,14%	41,3%	5,1%	1,4%	0,5%	69,6%	3,2%	38,8%	6,9%
DAX	6,01%	0,44%	41,7%	5,9%	1,2%	0,6%	67,8%	2,9%	39,5%	9,1%
GSCI	4,65%	0,59%	34,6%	8,6%	1,8%	1,3%	59,9%	3,0%	31,0%	8,0%
USD	2,52%	0,19%	49,6%	4,2%	0,9%	0,2%	64,8%	5,2%	46,3%	10,5%
Ø	4,28%	0,27%	39,3%	6,6%	1,4%	0,6%	65,8%	3,2%	37,4%	8,4%

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	2,67%	0,76%	77,3%	15,9%	40,8%	14,6%	79,0%	8,0%	77,3%	14,4%
MSCI W	2,23%	0,51%	82,2%	9,6%	49,2%	10,8%	80,0%	7,0%	79,0%	11,9%
MSCI E	2,64%	0,70%	81,8%	11,4%	48,5%	11,7%	82,3%	7,0%	79,6%	12,5%
DAX	3,20%	0,89%	85,4%	10,0%	53,1%	11,4%	81,4%	6,4%	82,6%	11,3%
GSCI	2,12%	0,45%	90,3%	4,5%	59,8%	7,1%	85,9%	4,3%	87,8%	6,0%
USD	1,01%	0,13%	93,0%	1,8%	67,2%	3,7%	88,7%	2,5%	93,0%	2,6%
Ø	2,31%	0,57%	85,0%	8,9%	53,1%	9,9%	82,9%	5,9%	83,2%	9,8%

Schätzdatenumfang 72 Monate

naiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	6,15%	0,95%	-9,5%	8,7%	100,6%	6,7%	44,5%	3,1%	-5,1%	11,7%
MSCI W	5,38%	0,81%	4,4%	11,1%	100,5%	5,3%	50,8%	3,9%	3,8%	9,6%
MSCI E	6,35%	1,04%	7,0%	8,2%	100,4%	5,9%	49,4%	4,4%	6,0%	8,6%
DAX	9,07%	1,67%	0,3%	9,4%	100,1%	4,8%	52,8%	3,8%	7,4%	8,3%
GSCI	6,90%	1,45%	11,0%	8,1%	99,7%	3,6%	55,3%	3,9%	13,1%	10,1%
USD	2,91%	0,24%	31,8%	4,0%	100,4%	2,9%	61,7%	2,8%	41,4%	8,4%
Ø	6,13%	1,03%	7,5%	8,3%	100,3%	4,9%	52,4%	3,6%	11,1%	9,5%

antinaiv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	5,96%	0,95%	9,5%	8,7%	100,6%	6,7%	55,5%	3,1%	5,1%	11,7%
MSCI W	5,83%	0,94%	-4,4%	11,1%	100,5%	5,3%	49,2%	3,9%	-3,8%	9,6%
MSCI E	7,01%	0,92%	-7,0%	8,2%	100,4%	5,9%	50,6%	4,4%	-6,0%	8,6%
DAX	9,35%	1,66%	-0,3%	9,4%	100,1%	4,8%	47,2%	3,8%	-7,4%	8,3%
GSCI	7,80%	1,32%	-11,0%	8,1%	99,7%	3,6%	44,7%	3,9%	-13,1%	10,1%
USD	4,12%	0,39%	-31,8%	4,0%	100,4%	2,9%	38,3%	2,8%	-41,4%	8,4%
Ø	6,68%	1,03%	-7,5%	8,3%	100,3%	4,9%	47,6%	3,6%	-11,1%	9,5%

mean	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,17%	0,72%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	62,3%	6,8%	24,5%	16,0%
MSCI W	3,91%	0,64%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	59,6%	7,6%	16,6%	13,7%
MSCI E	4,65%	0,71%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	59,7%	7,7%	18,6%	14,1%
DAX	6,44%	1,20%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	59,5%	6,8%	17,1%	12,4%
GSCI	5,16%	0,95%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	54,6%	3,7%	15,7%	9,4%
USD	2,50%	0,24%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	55,6%	4,8%	13,4%	10,3%
Ø	4,47%	0,74%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	58,6%	6,2%	17,6%	12,6%

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	4,10%	0,73%	18,1%	7,5%	3,5%	3,0%	61,7%	6,8%	26,6%	16,3%
MSCI W	3,86%	0,64%	15,4%	6,5%	2,6%	2,0%	60,2%	6,3%	25,4%	13,7%
MSCI E	4,59%	0,72%	15,4%	7,3%	2,5%	2,2%	60,3%	5,8%	24,0%	12,1%
DAX	6,35%	1,23%	15,4%	9,4%	2,6%	3,4%	59,5%	6,2%	22,3%	11,9%
GSCI	5,00%	0,92%	24,3%	7,5%	6,2%	3,1%	59,1%	3,1%	28,1%	9,9%
USD	2,32%	0,21%	36,1%	3,8%	13,2%	2,7%	62,0%	3,4%	39,7%	9,8%
Ø	4,37%	0,74%	20,8%	7,0%	5,1%	2,7%	60,5%	5,2%	27,7%	12,3%

## Anhang B Anpassungsgüte

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	2,33%	1,31%	77,9%	19,7%	64,6%	27,3%	79,2%	11,6%	77,7%	19,9%
MSCI W	2,06%	0,91%	82,8%	11,1%	69,8%	18,0%	82,9%	7,7%	82,5%	12,7%
MSCI E	2,41%	1,16%	83,2%	12,9%	70,9%	19,9%	83,4%	9,1%	83,4%	14,2%
DAX	3,24%	1,47%	84,4%	11,0%	72,5%	17,5%	81,4%	7,2%	84,4%	10,8%
GSCI	2,22%	1,02%	88,1%	9,0%	78,4%	15,2%	86,2%	7,4%	86,8%	10,4%
USD	1,20%	0,45%	85,1%	10,7%	73,5%	17,3%	83,8%	8,3%	85,1%	11,1%
Ø	2,25%	1,05%	83,6%	12,4%	71,6%	19,2%	82,8%	8,6%	83,3%	13,2%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,76%	0,67%	45,4%	7,0%	35,5%	10,0%	68,0%	6,4%	51,8%	11,9%
MSCI W	3,47%	0,60%	47,8%	7,4%	37,8%	12,4%	68,6%	6,2%	50,5%	12,1%
MSCI E	4,09%	0,70%	49,4%	8,4%	37,9%	15,0%	70,8%	5,5%	55,7%	10,7%
DAX	5,82%	1,18%	45,3%	6,2%	33,3%	11,1%	69,0%	5,8%	53,0%	10,2%
GSCI	4,58%	0,86%	48,2%	7,0%	38,9%	14,3%	67,4%	6,0%	51,7%	11,1%
USD	2,12%	0,25%	53,8%	8,8%	41,9%	13,9%	70,5%	5,6%	58,8%	11,7%
Ø	3,97%	0,71%	48,3%	7,5%	37,6%	12,8%	69,1%	5,9%	53,6%	11,3%

kdr cv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,50%	0,64%	54,7%	7,0%	35,0%	10,5%	71,6%	6,3%	60,4%	12,1%
MSCI W	3,24%	0,59%	56,5%	6,7%	36,7%	11,7%	71,9%	5,4%	59,1%	9,7%
MSCI E	3,89%	0,70%	55,5%	6,9%	37,9%	11,8%	72,5%	5,3%	60,2%	10,9%
DAX	5,54%	1,11%	51,8%	6,9%	32,8%	10,8%	68,9%	5,4%	53,9%	11,5%
GSCI	4,22%	0,72%	56,9%	8,2%	37,2%	13,0%	69,0%	6,6%	57,4%	11,6%
USD	2,03%	0,22%	58,4%	8,0%	40,1%	12,3%	71,7%	5,7%	61,0%	11,8%
Ø	3,74%	0,66%	55,6%	7,3%	36,6%	11,7%	70,9%	5,8%	58,6%	11,3%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	3,91%	0,66%	45,1%	10,5%	3,0%	1,5%	67,4%	5,0%	46,0%	10,6%
MSCI W	3,63%	0,59%	49,9%	12,0%	2,8%	1,0%	70,0%	4,2%	48,3%	10,1%
MSCI E	4,30%	0,71%	52,3%	8,7%	3,2%	1,6%	70,8%	5,0%	52,2%	12,2%
DAX	5,96%	1,15%	50,3%	9,6%	3,6%	2,1%	69,6%	5,0%	49,0%	11,8%
GSCI	4,75%	0,89%	56,6%	7,6%	2,7%	1,2%	66,4%	4,8%	50,7%	9,9%
USD	2,30%	0,24%	58,7%	7,4%	2,2%	0,5%	68,1%	3,9%	51,6%	10,2%
Ø	4,14%	0,71%	52,1%	9,3%	2,9%	1,3%	68,7%	4,6%	49,7%	10,8%

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		TQ		Weg	
DJIA	1,91%	0,95%	87,7%	12,8%	63,2%	15,5%	84,3%	8,6%	85,7%	15,0%
MSCI W	1,52%	0,39%	92,5%	2,9%	70,3%	6,2%	88,0%	4,3%	90,9%	5,6%
MSCI E	1,81%	0,53%	92,4%	3,8%	69,4%	7,0%	87,8%	4,8%	90,6%	7,6%
DAX	2,40%	0,63%	93,1%	2,4%	70,5%	5,9%	86,7%	4,0%	92,2%	4,2%
GSCI	1,91%	0,39%	93,3%	1,6%	71,7%	3,6%	88,2%	4,1%	91,5%	4,2%
USD	0,96%	0,18%	92,4%	3,4%	71,7%	6,4%	87,1%	4,5%	91,0%	5,1%
Ø	1,75%	0,51%	91,9%	4,5%	69,5%	7,4%	87,0%	5,1%	90,3%	7,0%

## B.2 Renditevarianz

Schätzdatenumfang 214 Monate

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,52%	0,09%	5,40%	3,89%	1,81%	2,41%	53,20%	2,68%
MSCI W	0,35%	0,05%	8,71%	7,83%	2,89%	5,48%	53,63%	2,65%
MSCI E	0,59%	0,11%	9,41%	7,69%	2,87%	5,25%	54,37%	3,99%
DAX	0,74%	0,14%	19,34%	2,42%	6,66%	4,21%	61,56%	3,34%
GSCI	0,37%	0,04%	16,13%	3,63%	5,73%	1,53%	55,32%	2,40%
USD	0,10%	0,01%	5,07%	5,36%	0,03%	0,07%	46,25%	1,26%
Ø	0,45%	0,07%	10,67%	5,14%	3,33%	3,16%	54,05%	2,72%

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,44%	0,08%	6,15%	3,34%	1,80%	1,88%	51,92%	4,12%
MSCI W	0,26%	0,04%	8,03%	4,22%	1,22%	2,34%	53,53%	4,40%
MSCI E	0,45%	0,08%	10,52%	5,23%	0,95%	2,02%	54,87%	6,32%
DAX	0,55%	0,13%	11,05%	4,33%	2,02%	2,03%	55,95%	6,05%
GSCI	0,24%	0,04%	9,11%	5,15%	1,26%	1,18%	50,17%	5,59%
USD	0,06%	0,01%	3,32%	3,84%	0,13%	0,34%	47,79%	5,88%
Ø	0,33%	0,06%	8,03%	4,35%	1,23%	1,63%	52,37%	5,39%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,47%	0,12%	8,10%	48,60%	14,52%	15,80%	48,73%	6,42%
MSCI W	0,29%	0,05%	28,39%	26,85%	20,20%	14,31%	49,12%	6,05%
MSCI E	0,45%	0,10%	11,83%	51,24%	16,04%	16,56%	50,11%	6,69%
DAX	0,60%	0,11%	37,19%	12,32%	23,66%	15,41%	53,49%	8,55%
GSCI	0,32%	0,04%	39,63%	11,03%	23,86%	12,17%	47,37%	7,22%
USD	0,09%	0,01%	36,14%	14,17%	22,50%	10,89%	43,78%	5,50%
Ø	0,37%	0,07%	26,88%	27,37%	20,13%	14,19%	48,77%	6,74%

kdrvc	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,41%	0,10%	39,02%	19,07%	17,71%	13,18%	42,29%	10,04%
MSCI W	0,26%	0,05%	47,59%	15,25%	26,04%	12,85%	41,61%	9,00%
MSCI E	0,45%	0,10%	42,75%	20,56%	17,01%	12,38%	44,52%	10,51%
DAX	0,54%	0,12%	47,61%	13,25%	29,74%	16,10%	46,51%	9,52%
GSCI	0,28%	0,04%	49,89%	10,11%	27,64%	12,07%	42,55%	8,35%
USD	0,07%	0,01%	48,83%	9,13%	26,36%	10,71%	37,48%	4,96%
Ø	0,33%	0,07%	45,95%	14,56%	24,08%	12,88%	42,49%	8,73%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,51%	0,10%	16,72%	10,97%	2,10%	2,23%	51,98%	2,27%
MSCI W	0,34%	0,05%	25,65%	8,48%	2,03%	1,73%	53,91%	2,56%
MSCI E	0,57%	0,10%	12,13%	12,26%	1,55%	1,83%	56,91%	3,87%
DAX	0,72%	0,12%	29,74%	4,82%	2,01%	2,44%	60,36%	4,54%
GSCI	0,37%	0,03%	31,89%	5,78%	0,89%	0,42%	55,23%	3,85%
USD	0,10%	0,01%	31,96%	8,80%	1,01%	0,51%	46,93%	1,92%
Ø	0,43%	0,07%	24,68%	8,52%	1,60%	1,53%	54,22%	3,17%

## Anhang B Anpassungsgüte

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,34%	0,11%	9,91%	14,78%	0,42%	0,93%	59,68%	16,35%
MSCI W	0,13%	0,04%	19,23%	15,35%	1,97%	2,01%	60,50%	16,32%
MSCI E	0,23%	0,12%	20,92%	16,95%	1,99%	2,54%	59,89%	20,48%
DAX	0,34%	0,12%	9,45%	15,32%	1,57%	1,73%	61,54%	16,20%
GSCI	0,14%	0,05%	9,76%	11,67%	2,21%	1,82%	54,77%	16,94%
USD	0,03%	0,01%	11,66%	10,48%	4,24%	2,40%	52,44%	17,75%
Ø	0,20%	0,07%	13,49%	14,09%	2,07%	1,90%	58,14%	17,34%

## Schätzdatenumfang 144 Monate

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,48%	0,15%	9,17%	4,68%	2,90%	3,03%	52,22%	3,15%
MSCI W	0,33%	0,09%	16,01%	10,54%	8,29%	7,86%	55,28%	3,79%
MSCI E	0,54%	0,19%	16,37%	13,15%	7,95%	8,44%	58,96%	8,17%
DAX	0,79%	0,13%	21,86%	2,88%	7,03%	6,09%	59,45%	4,42%
GSCI	0,36%	0,07%	19,79%	8,66%	5,11%	2,75%	55,77%	6,50%
USD	0,10%	0,02%	3,04%	4,26%	0,01%	0,02%	46,39%	2,28%
Ø	0,43%	0,11%	14,38%	7,36%	5,21%	4,70%	54,68%	4,72%

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,36%	0,16%	7,21%	5,01%	3,43%	6,77%	51,49%	10,66%
MSCI W	0,22%	0,09%	10,64%	5,07%	2,08%	2,88%	51,78%	9,41%
MSCI E	0,36%	0,12%	10,92%	8,77%	2,71%	4,41%	54,41%	9,98%
DAX	0,46%	0,14%	9,25%	6,38%	1,53%	1,93%	52,40%	12,70%
GSCI	0,18%	0,06%	5,46%	5,23%	0,46%	1,01%	48,63%	11,38%
USD	0,04%	0,01%	4,90%	5,82%	0,30%	0,83%	49,09%	9,83%
Ø	0,27%	0,10%	8,06%	6,05%	1,75%	2,97%	51,30%	10,66%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,37%	0,15%	32,17%	30,90%	22,51%	12,92%	46,12%	8,77%
MSCI W	0,25%	0,07%	40,47%	19,45%	27,30%	14,70%	44,54%	8,61%
MSCI E	0,40%	0,15%	14,29%	59,68%	23,89%	19,31%	47,34%	9,08%
DAX	0,60%	0,13%	41,86%	17,24%	27,21%	14,02%	46,99%	10,11%
GSCI	0,30%	0,05%	44,13%	12,79%	33,93%	17,57%	47,95%	11,93%
USD	0,07%	0,02%	41,89%	9,08%	29,70%	13,90%	42,43%	6,46%
Ø	0,33%	0,09%	35,80%	24,86%	27,42%	15,40%	45,89%	9,16%

kdrrev	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,36%	0,17%	46,84%	17,75%	22,48%	16,71%	40,36%	9,56%
MSCI W	0,23%	0,09%	49,80%	16,43%	31,21%	18,21%	40,27%	10,75%
MSCI E	0,41%	0,17%	43,17%	18,81%	21,24%	16,66%	44,05%	9,31%
DAX	0,53%	0,11%	54,58%	13,04%	34,87%	18,45%	40,78%	11,12%
GSCI	0,25%	0,04%	55,38%	11,03%	34,73%	16,59%	39,95%	11,76%
USD	0,06%	0,01%	54,53%	12,02%	33,80%	13,13%	34,79%	6,54%
Ø	0,31%	0,10%	50,72%	14,85%	29,72%	16,62%	40,03%	9,84%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,46%	0,16%	27,34%	14,53%	1,75%	1,78%	50,54%	3,19%
MSCI W	0,31%	0,09%	34,66%	17,62%	2,09%	1,55%	54,01%	2,90%
MSCI E	0,51%	0,18%	27,28%	22,20%	1,22%	1,44%	59,68%	6,52%
DAX	0,75%	0,11%	35,30%	9,91%	1,98%	1,39%	57,83%	6,13%
GSCI	0,35%	0,04%	38,56%	5,52%	1,30%	0,40%	56,04%	8,38%
USD	0,09%	0,02%	36,91%	9,22%	1,53%	1,07%	46,71%	2,74%
Ø	0,41%	0,10%	33,34%	13,17%	1,65%	1,27%	54,13%	4,97%

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,18%	0,14%	21,41%	22,11%	4,42%	5,30%	52,35%	25,43%
MSCI W	0,09%	0,05%	14,87%	13,37%	4,01%	4,34%	59,59%	21,11%
MSCI E	0,14%	0,10%	19,52%	15,96%	5,15%	5,75%	57,36%	26,37%
DAX	0,20%	0,13%	19,78%	13,89%	4,89%	4,73%	55,55%	24,68%
GSCI	0,08%	0,04%	14,37%	11,60%	4,91%	3,04%	52,17%	19,36%
USD	0,02%	0,01%	13,52%	9,31%	6,39%	3,02%	51,17%	15,00%
Ø	0,12%	0,08%	17,24%	14,37%	4,96%	4,36%	54,70%	21,99%

## Schätzdatenumfang 72 Monate

arma	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,34%	0,16%	13,45%	8,57%	3,72%	5,98%	52,79%	7,99%
MSCI W	0,24%	0,09%	20,94%	11,89%	8,53%	7,79%	57,62%	8,61%
MSCI E	0,37%	0,18%	24,16%	13,65%	12,88%	10,76%	60,78%	12,24%
DAX	0,80%	0,34%	17,72%	11,76%	7,90%	10,45%	59,92%	9,90%
GSCI	0,38%	0,11%	17,57%	14,20%	5,08%	10,53%	53,05%	11,51%
USD	0,08%	0,02%	5,92%	7,21%	0,35%	0,82%	47,92%	4,90%
Ø	0,37%	0,15%	16,63%	11,21%	6,41%	7,72%	55,35%	9,19%

regr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,12%	0,15%	9,85%	8,84%	2,04%	4,33%	47,54%	24,61%
MSCI W	0,07%	0,06%	10,34%	9,40%	3,08%	5,40%	46,79%	24,10%
MSCI E	0,11%	0,13%	8,48%	8,18%	2,76%	7,37%	46,19%	24,59%
DAX	0,20%	0,20%	10,57%	8,65%	2,89%	4,64%	46,41%	25,90%
GSCI	0,09%	0,07%	8,77%	8,38%	2,20%	8,30%	46,28%	27,86%
USD	0,02%	0,01%	9,33%	7,90%	1,82%	3,98%	46,57%	25,58%
Ø	0,10%	0,10%	9,56%	8,56%	2,47%	5,67%	46,63%	25,44%

kdr	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,23%	0,15%	49,11%	24,05%	38,78%	22,24%	39,71%	11,20%
MSCI W	0,17%	0,06%	50,57%	29,98%	42,36%	19,59%	38,71%	11,52%
MSCI E	0,26%	0,12%	50,96%	27,11%	40,54%	22,25%	41,53%	13,91%
DAX	0,52%	0,21%	55,05%	16,59%	38,96%	16,75%	39,58%	13,30%
GSCI	0,27%	0,09%	52,04%	19,78%	44,14%	19,01%	36,67%	9,75%
USD	0,06%	0,02%	54,17%	15,65%	42,39%	19,89%	37,56%	9,64%
Ø	0,25%	0,11%	51,99%	22,19%	41,20%	19,95%	38,96%	11,55%

## Anhang B Anpassungsgüte

---

kdrcv	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,17%	0,11%	63,55%	13,60%	45,70%	22,69%	31,98%	12,05%
MSCI W	0,14%	0,07%	61,74%	16,15%	44,47%	22,65%	33,80%	14,17%
MSCI E	0,22%	0,13%	59,46%	15,97%	38,39%	21,63%	40,65%	18,53%
DAX	0,44%	0,21%	62,24%	14,43%	42,65%	21,63%	35,37%	14,76%
GSCI	0,21%	0,07%	62,95%	11,43%	44,94%	18,56%	33,38%	16,84%
USD	0,04%	0,01%	63,96%	11,92%	45,26%	19,24%	30,03%	10,95%
Ø	0,20%	0,10%	62,32%	13,92%	43,57%	21,07%	34,20%	14,55%

komb	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,29%	0,15%	47,77%	15,24%	3,54%	2,20%	47,25%	6,53%
MSCI W	0,21%	0,08%	46,62%	18,24%	3,05%	2,42%	51,45%	7,97%
MSCI E	0,32%	0,16%	46,09%	14,50%	3,73%	2,49%	55,24%	9,96%
DAX	0,69%	0,27%	40,08%	18,74%	3,52%	2,61%	52,61%	11,09%
GSCI	0,32%	0,08%	47,28%	8,66%	4,20%	3,74%	46,22%	11,63%
USD	0,07%	0,02%	51,53%	11,92%	3,66%	2,90%	43,54%	5,41%
Ø	0,32%	0,13%	46,56%	14,55%	3,61%	2,73%	49,38%	8,76%

mlp	RMSE		$\rho$		$\tilde{R}^2$		Theil	
DJIA	0,09%	0,12%	16,83%	17,15%	6,32%	5,33%	55,09%	22,95%
MSCI W	0,04%	0,02%	14,38%	14,54%	6,48%	5,13%	54,30%	19,12%
MSCI E	0,06%	0,04%	16,46%	15,53%	7,57%	5,82%	54,16%	21,11%
DAX	0,10%	0,07%	19,15%	16,40%	8,53%	6,09%	51,80%	17,86%
GSCI	0,07%	0,03%	15,57%	15,29%	6,14%	4,11%	53,44%	17,73%
USD	0,02%	0,01%	13,29%	13,85%	5,34%	3,77%	55,33%	20,10%
Ø	0,06%	0,05%	15,95%	15,46%	6,73%	5,04%	54,02%	19,81%

# Anhang C

## Prognosegüte

### C.1 Renditeerwartungswert

Schätzdatenumfang 214 Monate

naiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,9%	-6%	99%	100%	47%	58%	30%	51%	0%	3,1%
MSCI W	5,2%	4%	98%	100%	52%	61%	37%	55%	0%	5,3%
MSCI E	6,3%	4%	97%	100%	47%	57%	31%	51%	0%	0,0%
DAX	9,2%	-1%	96%	100%	53%	61%	39%	59%	0%	3,3%
GSCI	7,6%	6%	100%	100%	53%	57%	48%	49%	0%	4,8%
USD	2,7%	30%	100%	100%	59%	60%	59%	57%	0%	40,1%
Ø	6,1%	6%	98%	100%	52%	59%	41%	54%	0%	9,4%

antinaiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,7%	6%	99%	95%	53%	42%	70%	0%	57%	-3,1%
MSCI W	5,5%	-4%	98%	114%	48%	39%	63%	0%	53%	-5,3%
MSCI E	6,6%	-4%	97%	112%	53%	43%	69%	0%	56%	0,0%
DAX	9,2%	1%	96%	101%	47%	39%	61%	0%	53%	-3,3%
GSCI	8,2%	-6%	100%	116%	47%	43%	52%	0%	42%	-4,8%
USD	3,7%	-30%	100%	186%	41%	40%	41%	0%	36%	-40,1%
Ø	6,5%	-6%	98%	121%	48%	41%	59%	0%	49%	-9,4%

mean	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	-7%	0%	48%	62%	100%	0%	75%	0%	23,3%
MSCI W	3,8%	-3%	0%	53%	61%	100%	0%	72%	0%	17,5%
MSCI E	4,6%	-3%	0%	53%	61%	100%	0%	74%	0%	17,7%
DAX	6,5%	-10%	0%	51%	61%	100%	0%	70%	0%	16,7%
GSCI	5,6%	-6%	0%	54%	54%	100%	0%	59%	0%	13,8%
USD	2,3%	9%	0%	71%	49%	4%	92%	48%	1%	3,3%
Ø	4,5%	-3%	0%	55%	58%	84%	15%	66%	0%	15,4%

## Anhang C Prognosegüte

arma	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	-7%	1%	48%	60%	97%	0%	73%	0%	20,8%
MSCI W	3,9%	-9%	1%	55%	61%	95%	6%	68%	1%	19,5%
MSCI E	4,6%	-2%	1%	54%	62%	95%	9%	70%	2%	20,7%
DAX	6,6%	-17%	1%	52%	58%	91%	7%	68%	2%	7,1%
GSCI	5,5%	15%	3%	52%	56%	83%	23%	48%	13%	9,9%
USD	2,2%	32%	12%	64%	61%	56%	65%	48%	12%	40,9%
Ø	4,5%	2%	3%	54%	59%	86%	18%	63%	5%	19,8%

regr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,3%	8%	17%	53%	56%	69%	35%	42%	19%	13,3%
MSCI W	4,2%	9%	33%	65%	56%	57%	53%	37%	24%	9,6%
MSCI E	5,2%	10%	43%	69%	54%	62%	43%	46%	16%	11,6%
DAX	7,4%	9%	41%	66%	55%	61%	45%	38%	21%	13,5%
GSCI	6,4%	8%	46%	72%	58%	70%	43%	40%	22%	20,4%
USD	2,9%	19%	94%	112%	57%	61%	54%	39%	25%	19,7%
Ø	5,1%	10%	46%	73%	56%	64%	45%	40%	21%	14,7%

kdr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,8%	-7%	32%	66%	53%	64%	35%	29%	25%	-1,9%
MSCI W	4,1%	1%	16%	61%	54%	75%	21%	42%	16%	7,8%
MSCI E	5,0%	1%	21%	64%	61%	76%	37%	51%	27%	9,0%
DAX	6,9%	3%	15%	57%	56%	72%	32%	46%	19%	11,8%
GSCI	5,8%	3%	11%	58%	51%	64%	34%	28%	24%	1,0%
USD	2,6%	9%	39%	91%	58%	53%	64%	38%	29%	19,7%
Ø	4,9%	2%	22%	66%	55%	67%	37%	39%	23%	7,9%

kdr cv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,4%	6%	26%	57%	57%	77%	26%	49%	16%	13,1%
MSCI W	4,1%	4%	23%	63%	54%	73%	26%	45%	16%	5,0%
MSCI E	5,2%	-4%	25%	68%	54%	74%	24%	40%	19%	6,7%
DAX	7,0%	11%	27%	58%	55%	69%	34%	38%	25%	18,2%
GSCI	5,8%	6%	15%	59%	49%	71%	22%	32%	12%	4,2%
USD	2,6%	9%	36%	89%	56%	52%	60%	40%	16%	14,7%
Ø	4,9%	5%	25%	66%	54%	69%	32%	41%	17%	10,3%

komb	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	2%	1%	48%	61%	99%	0%	74%	0%	22,0%
MSCI W	3,8%	3%	2%	53%	57%	89%	7%	57%	3%	16,3%
MSCI E	4,6%	-3%	1%	54%	59%	93%	7%	63%	4%	15,0%
DAX	6,5%	-2%	1%	51%	59%	90%	11%	61%	6%	13,6%
GSCI	5,6%	2%	1%	54%	54%	93%	7%	49%	7%	8,6%
USD	2,3%	23%	1%	69%	54%	34%	75%	47%	12%	26,3%
Ø	4,5%	4%	1%	55%	58%	83%	18%	58%	5%	17,0%

mlp	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,3%	13%	28%	54%	56%	73%	29%	45%	16%	25,3%
MSCI W	4,6%	10%	65%	79%	59%	66%	47%	46%	24%	18,0%
MSCI E	5,4%	7%	52%	76%	57%	65%	43%	52%	17%	18,1%
DAX	7,6%	7%	45%	69%	57%	71%	37%	37%	18%	10,6%
GSCI	6,8%	-3%	48%	81%	51%	65%	34%	33%	14%	4,1%
USD	2,9%	19%	91%	111%	53%	55%	51%	30%	26%	14,6%
Ø	5,3%	9%	55%	78%	55%	66%	40%	41%	19%	15,1%

Schätzdatenumfang 144 Monate

naiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,9%	-6%	99%	100%	47%	58%	30%	51%	0%	3,1%
MSCI W	5,2%	4%	98%	100%	52%	61%	37%	55%	0%	5,3%
MSCI E	6,3%	4%	97%	100%	47%	57%	31%	51%	0%	0,0%
DAX	9,2%	-1%	96%	100%	53%	61%	39%	59%	0%	3,3%
GSCI	7,6%	6%	100%	100%	53%	57%	48%	49%	0%	4,8%
USD	2,7%	30%	100%	100%	59%	60%	59%	57%	0%	40,1%
Ø	6,1%	6%	98%	100%	52%	59%	41%	54%	0%	9,4%

antinaiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,7%	6%	99%	95%	53%	42%	70%	0%	57%	-3,1%
MSCI W	5,5%	-4%	98%	114%	48%	39%	63%	0%	53%	-5,3%
MSCI E	6,6%	-4%	97%	112%	53%	43%	69%	0%	56%	0,0%
DAX	9,2%	1%	96%	101%	47%	39%	61%	0%	53%	-3,3%
GSCI	8,2%	-6%	100%	116%	47%	43%	52%	0%	42%	-4,8%
USD	3,7%	-30%	100%	186%	41%	40%	41%	0%	36%	-40,1%
Ø	6,5%	-6%	98%	121%	48%	41%	59%	0%	49%	-9,4%

mean	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	-1%	0%	48%	62%	100%	0%	75%	0%	23,3%
MSCI W	3,8%	2%	0%	53%	61%	100%	0%	72%	0%	17,5%
MSCI E	4,6%	0%	0%	53%	61%	100%	0%	74%	0%	17,7%
DAX	6,5%	-7%	0%	51%	61%	100%	0%	70%	0%	16,7%
GSCI	5,6%	-17%	0%	54%	54%	100%	0%	59%	0%	13,8%
USD	2,3%	-15%	1%	74%	45%	30%	59%	39%	1%	-14,3%
Ø	4,5%	-6%	0%	55%	57%	88%	10%	65%	0%	12,5%

arma	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,2%	-16%	2%	50%	61%	98%	0%	73%	0%	18,6%
MSCI W	3,9%	-8%	2%	55%	58%	91%	6%	65%	0%	7,5%
MSCI E	4,7%	-7%	3%	56%	57%	87%	9%	62%	1%	5,4%
DAX	6,7%	-16%	2%	53%	56%	86%	10%	56%	7%	7,2%
GSCI	5,5%	14%	6%	53%	55%	78%	28%	41%	15%	4,5%
USD	2,2%	30%	14%	65%	61%	58%	64%	45%	18%	42,1%
Ø	4,5%	0%	5%	55%	58%	83%	19%	57%	7%	14,2%

## Anhang C Prognosegüte

regr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,2%	1%	63%	77%	60%	68%	46%	39%	29%	19,7%
MSCI W	4,5%	11%	57%	75%	53%	56%	47%	28%	25%	10,4%
MSCI E	5,9%	0%	66%	89%	53%	55%	50%	36%	24%	2,6%
DAX	8,5%	-5%	63%	87%	52%	57%	45%	27%	25%	3,6%
GSCI	6,7%	13%	68%	78%	57%	62%	51%	41%	26%	20,3%
USD	3,0%	22%	114%	119%	56%	57%	54%	39%	22%	22,2%
Ø	5,6%	7%	72%	87%	55%	59%	49%	35%	25%	13,1%

kdr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,8%	1%	41%	66%	55%	68%	33%	39%	21%	12,0%
MSCI W	4,6%	-12%	33%	78%	48%	62%	27%	30%	14%	-5,8%
MSCI E	5,0%	2%	23%	64%	57%	70%	36%	44%	21%	16,3%
DAX	7,4%	2%	31%	65%	57%	69%	39%	40%	24%	18,3%
GSCI	5,9%	7%	20%	61%	57%	71%	40%	38%	25%	12,6%
USD	2,7%	9%	51%	99%	52%	49%	55%	30%	21%	15,0%
Ø	5,1%	1%	33%	72%	54%	65%	38%	37%	21%	11,4%

kdr cv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,6%	-2%	25%	60%	52%	67%	28%	30%	22%	1,2%
MSCI W	4,1%	8%	27%	63%	60%	79%	30%	47%	24%	26,6%
MSCI E	4,8%	16%	28%	59%	62%	75%	40%	46%	31%	25,7%
DAX	7,6%	0%	35%	68%	58%	70%	41%	36%	27%	11,6%
GSCI	6,2%	7%	33%	67%	50%	60%	38%	31%	24%	2,2%
USD	2,5%	21%	41%	82%	55%	48%	62%	41%	27%	19,9%
Ø	5,0%	8%	32%	67%	56%	67%	40%	38%	26%	14,5%

komb	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	-2%	2%	49%	60%	94%	6%	64%	7%	17,6%
MSCI W	3,8%	4%	2%	54%	59%	85%	17%	57%	9%	13,4%
MSCI E	4,6%	-3%	2%	54%	59%	91%	10%	65%	3%	14,3%
DAX	6,6%	-2%	2%	51%	59%	88%	14%	57%	5%	13,5%
GSCI	5,6%	3%	1%	54%	54%	88%	13%	51%	9%	13,4%
USD	2,3%	7%	2%	71%	51%	36%	65%	39%	10%	12,8%
Ø	4,5%	1%	2%	55%	57%	80%	21%	56%	7%	14,2%

mlp	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,2%	-5%	57%	78%	54%	68%	33%	39%	20%	10,4%
MSCI W	4,7%	9%	70%	82%	50%	55%	41%	28%	17%	6,8%
MSCI E	6,3%	1%	90%	102%	54%	55%	53%	36%	27%	9,9%
DAX	8,3%	-3%	61%	83%	53%	60%	42%	30%	22%	1,8%
GSCI	6,5%	13%	55%	73%	53%	58%	46%	30%	24%	7,7%
USD	2,8%	25%	100%	106%	57%	57%	56%	35%	22%	20,1%
Ø	5,6%	7%	72%	87%	53%	59%	45%	33%	22%	9,4%

## Schätzdatenumfang 72 Monate

naiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,9%	-6%	99%	100%	47%	58%	30%	51%	0%	3,1%
MSCI W	5,2%	4%	98%	100%	52%	61%	37%	55%	0%	5,3%
MSCI E	6,3%	4%	97%	100%	47%	57%	31%	51%	0%	0,0%
DAX	9,2%	-1%	96%	100%	53%	61%	39%	59%	0%	3,3%
GSCI	7,6%	6%	100%	100%	53%	57%	48%	49%	0%	4,8%
USD	2,7%	30%	100%	100%	59%	60%	59%	57%	0%	40,1%
Ø	6,1%	6%	98%	100%	52%	59%	41%	54%	0%	9,4%

antinaiv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,7%	6%	99%	95%	53%	42%	70%	0%	57%	-3,1%
MSCI W	5,5%	-4%	98%	114%	48%	39%	63%	0%	53%	-5,3%
MSCI E	6,6%	-4%	97%	112%	53%	43%	69%	0%	56%	0,0%
DAX	9,2%	1%	96%	101%	47%	39%	61%	0%	53%	-3,3%
GSCI	8,2%	-6%	100%	116%	47%	43%	52%	0%	42%	-4,8%
USD	3,7%	-30%	100%	186%	41%	40%	41%	0%	36%	-40,1%
Ø	6,5%	-6%	98%	121%	48%	41%	59%	0%	49%	-9,4%

mean	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,1%	-2%	2%	48%	60%	95%	4%	73%	0%	20,3%
MSCI W	3,9%	-11%	1%	55%	52%	75%	16%	52%	1%	1,2%
MSCI E	4,6%	-10%	2%	55%	52%	74%	19%	52%	0%	-3,0%
DAX	6,6%	-12%	1%	52%	54%	72%	25%	55%	2%	-2,9%
GSCI	5,6%	-7%	1%	54%	55%	94%	9%	57%	0%	10,4%
USD	2,3%	3%	2%	72%	52%	48%	56%	53%	0%	7,3%
Ø	4,5%	-7%	1%	56%	54%	76%	21%	57%	1%	5,5%

arma	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,2%	0%	6%	50%	56%	76%	23%	49%	11%	6,7%
MSCI W	4,1%	-24%	4%	61%	52%	79%	10%	53%	2%	1,6%
MSCI E	4,8%	-18%	5%	60%	55%	80%	16%	61%	6%	0,2%
DAX	6,8%	-13%	5%	56%	49%	68%	21%	40%	8%	-6,7%
GSCI	5,6%	10%	7%	54%	55%	74%	32%	41%	18%	9,5%
USD	2,2%	30%	16%	65%	58%	60%	57%	43%	14%	35,5%
Ø	4,6%	-3%	7%	58%	54%	73%	26%	48%	10%	7,8%

regr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,4%	4%	82%	83%	50%	54%	43%	24%	28%	-0,6%
MSCI W	5,2%	3%	95%	100%	50%	54%	44%	25%	24%	1,6%
MSCI E	5,7%	12%	76%	82%	52%	54%	49%	35%	25%	8,1%
DAX	8,8%	-8%	69%	92%	54%	55%	52%	34%	27%	-3,9%
GSCI	10,5%	1%	259%	189%	54%	58%	50%	40%	19%	3,0%
USD	2,9%	20%	91%	109%	58%	57%	58%	35%	30%	23,2%
Ø	6,4%	5%	112%	109%	53%	55%	49%	32%	26%	5,2%

## Anhang C Prognosegüte

kdr	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,3%	-7%	58%	80%	51%	61%	35%	32%	19%	-8,2%
MSCI W	4,6%	0%	46%	77%	47%	55%	36%	30%	13%	-2,7%
MSCI E	5,6%	-3%	48%	80%	59%	71%	40%	44%	27%	10,6%
DAX	7,6%	1%	36%	68%	54%	62%	42%	27%	26%	15,0%
GSCI	6,5%	3%	39%	72%	53%	63%	40%	33%	31%	0,7%
USD	2,7%	12%	53%	96%	55%	56%	54%	31%	26%	12,1%
Ø	5,4%	1%	47%	79%	53%	61%	41%	33%	24%	4,6%

kdr cv	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,0%	-1%	53%	73%	47%	59%	28%	30%	15%	-6,1%
MSCI W	4,5%	7%	53%	76%	56%	67%	39%	43%	23%	19,3%
MSCI E	5,0%	14%	41%	65%	63%	73%	47%	46%	29%	25,7%
DAX	7,5%	2%	35%	67%	53%	67%	31%	40%	16%	8,6%
GSCI	6,6%	-1%	40%	76%	54%	55%	52%	37%	24%	1,9%
USD	2,7%	10%	53%	99%	47%	44%	49%	23%	21%	-0,3%
Ø	5,2%	5%	46%	76%	53%	61%	41%	37%	21%	8,2%

komb	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	4,2%	-8%	5%	52%	53%	76%	17%	48%	9%	5,3%
MSCI W	3,9%	1%	5%	56%	54%	73%	24%	50%	8%	13,7%
MSCI E	4,6%	0%	4%	55%	56%	77%	21%	49%	8%	11,3%
DAX	6,5%	12%	6%	50%	59%	74%	37%	55%	20%	16,6%
GSCI	5,6%	2%	3%	54%	54%	82%	22%	48%	12%	1,3%
USD	2,3%	9%	3%	71%	52%	47%	57%	38%	11%	3,6%
Ø	4,5%	3%	4%	56%	55%	71%	30%	48%	11%	8,6%

mlp	RMSE	$\rho$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	TQ	TQ <sub>pos</sub>	TQ <sub>neg</sub>	TQ <sub>Trend</sub>	TQ <sub>Wende</sub>	Weg
DJIA	5,5%	2%	87%	87%	51%	57%	41%	26%	24%	4,6%
MSCI W	5,3%	1%	100%	105%	50%	53%	46%	26%	24%	0,4%
MSCI E	5,9%	7%	83%	90%	55%	61%	46%	40%	21%	13,0%
DAX	9,4%	-10%	89%	106%	53%	55%	49%	33%	25%	-5,0%
GSCI	7,8%	4%	107%	106%	51%	56%	44%	36%	18%	-4,8%
USD	3,0%	21%	114%	121%	56%	55%	57%	32%	33%	27,3%
Ø	6,2%	4%	97%	102%	53%	56%	47%	32%	24%	5,9%

## C.2 Renditevarianz

Schätzdatenumfang 214 Monate

arma	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,33%	0,44%	0,34%	13%	11%	6%	4%	57%	58%
MSCI W	0,24%	0,31%	0,25%	20%	16%	4%	3%	63%	65%
MSCI E	0,38%	0,46%	0,39%	18%	26%	5%	2%	70%	72%
DAX	0,95%	1,20%	0,96%	16%	13%	5%	6%	62%	63%
GSCI	0,45%	0,62%	0,45%	5%	-2%	3%	6%	53%	52%
USD	0,07%	0,09%	0,07%	-3%	-5%	3%	2%	53%	53%
Ø	0,40%	0,52%	0,41%	12%	10%	4%	4%	60%	61%

regr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,33%	0,42%	0,33%	14%	4%	7%	3%	62%	62%
MSCI W	0,31%	0,35%	0,31%	24%	15%	12%	1%	81%	82%
MSCI E	0,47%	0,50%	0,47%	15%	21%	5%	0%	90%	90%
DAX	1,17%	1,27%	1,18%	13%	13%	7%	1%	85%	86%
GSCI	0,67%	0,69%	0,67%	10%	9%	1%	1%	94%	95%
USD	0,11%	0,12%	0,11%	-1%	-3%	0%	0%	79%	78%
∅	0,51%	0,56%	0,51%	13%	10%	6%	1%	82%	82%

kdr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,44%	0,48%	0,41%	2%	6%	6%	14%	83%	72%
MSCI W	0,34%	0,29%	0,26%	-10%	20%	2%	57%	137%	80%
MSCI E	0,48%	0,46%	0,47%	1%	37%	-2%	9%	111%	103%
DAX	1,04%	1,13%	0,96%	-3%	9%	5%	17%	85%	71%
GSCI	0,49%	0,59%	0,45%	-2%	-8%	8%	20%	69%	57%
USD	0,11%	0,12%	0,10%	8%	-3%	2%	46%	87%	65%
∅	0,48%	0,51%	0,44%	0%	10%	4%	27%	95%	75%

kdr cv	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,51%	0,41%	0,34%	-4%	8%	8%	111%	155%	70%
MSCI W	0,31%	0,30%	0,28%	8%	23%	7%	29%	102%	85%
MSCI E	0,58%	0,52%	0,54%	-8%	31%	-3%	11%	123%	106%
DAX	1,00%	1,02%	0,95%	3%	19%	7%	14%	95%	85%
GSCI	0,59%	0,62%	0,51%	-6%	3%	4%	35%	92%	68%
USD	0,10%	0,11%	0,09%	-3%	-5%	1%	14%	72%	61%
∅	0,51%	0,50%	0,45%	-2%	13%	4%	36%	106%	79%

komb	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,33%	0,41%	0,32%	0%	11%	7%	6%	66%	62%
MSCI W	0,23%	0,27%	0,23%	5%	23%	4%	6%	75%	72%
MSCI E	0,41%	0,46%	0,40%	3%	30%	4%	6%	81%	78%
DAX	0,92%	1,17%	0,92%	4%	13%	5%	2%	62%	62%
GSCI	0,45%	0,60%	0,45%	4%	-1%	4%	2%	56%	56%
USD	0,07%	0,09%	0,07%	-3%	-3%	4%	3%	55%	54%
∅	0,40%	0,50%	0,40%	2%	12%	5%	4%	66%	64%

mlp	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,39%	0,44%	0,35%	-3%	1%	12%	3%	79%	64%
MSCI W	0,46%	0,43%	0,41%	14%	10%	17%	50%	113%	91%
MSCI E	0,58%	0,61%	0,60%	31%	20%	-4%	30%	92%	98%
DAX	1,24%	1,21%	1,22%	7%	16%	5%	11%	105%	101%
GSCI	0,69%	0,71%	0,69%	6%	-6%	-4%	20%	97%	95%
USD	0,14%	0,14%	0,14%	12%	9%	5%	40%	98%	97%
∅	0,58%	0,59%	0,57%	11%	8%	5%	25%	98%	91%

Schätzdatenumfang 144 Monate

arma	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,35%	0,46%	0,35%	11%	8%	-15%	5%	58%	58%
MSCI W	0,23%	0,30%	0,24%	21%	16%	3%	9%	62%	64%
MSCI E	0,39%	0,46%	0,39%	18%	23%	-1%	7%	71%	73%
DAX	0,94%	1,13%	0,96%	22%	17%	-6%	11%	68%	72%
GSCI	0,46%	0,63%	0,46%	6%	0%	11%	7%	54%	53%
USD	0,07%	0,10%	0,07%	-2%	-5%	1%	2%	52%	52%
Ø	0,41%	0,51%	0,41%	13%	10%	-1%	7%	61%	62%

regr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,53%	0,59%	0,53%	-3%	-2%	-23%	1%	81%	81%
MSCI W	0,35%	0,38%	0,35%	-5%	5%	-16%	1%	88%	87%
MSCI E	0,60%	0,62%	0,60%	-6%	14%	-18%	0%	95%	94%
DAX	1,45%	1,52%	1,46%	8%	5%	2%	1%	91%	93%
GSCI	0,72%	0,74%	0,72%	3%	4%	9%	1%	95%	95%
USD	0,13%	0,15%	0,13%	-1%	-11%	-1%	0%	86%	85%
Ø	0,63%	0,67%	0,64%	-1%	2%	-8%	1%	89%	89%

kdr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,44%	0,50%	0,42%	-2%	2%	-27%	9%	76%	70%
MSCI W	0,40%	0,35%	0,30%	-10%	10%	-20%	78%	133%	73%
MSCI E	0,45%	0,51%	0,43%	7%	18%	-10%	14%	78%	72%
DAX	1,14%	1,28%	1,15%	18%	22%	-3%	5%	80%	81%
GSCI	0,59%	0,62%	0,51%	-5%	5%	11%	32%	89%	67%
USD	0,12%	0,13%	0,11%	2%	-4%	5%	14%	83%	73%
Ø	0,52%	0,56%	0,49%	2%	9%	-7%	25%	90%	73%

kdr cv	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,40%	0,47%	0,37%	-4%	4%	-11%	15%	71%	60%
MSCI W	0,38%	0,37%	0,33%	-1%	9%	-3%	33%	103%	78%
MSCI E	0,39%	0,44%	0,37%	11%	26%	-7%	14%	75%	70%
DAX	1,14%	1,11%	1,04%	-2%	27%	5%	18%	104%	88%
GSCI	0,66%	0,63%	0,59%	-9%	13%	10%	22%	109%	87%
USD	0,09%	0,10%	0,08%	14%	-1%	4%	38%	89%	74%
Ø	0,51%	0,52%	0,46%	2%	13%	0%	23%	92%	76%

komb	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,34%	0,42%	0,33%	-7%	8%	-16%	5%	66%	62%
MSCI W	0,25%	0,28%	0,23%	-8%	20%	-5%	7%	79%	71%
MSCI E	0,40%	0,44%	0,39%	6%	30%	3%	4%	81%	80%
DAX	0,93%	1,17%	0,94%	10%	11%	-7%	2%	63%	64%
GSCI	0,43%	0,58%	0,43%	10%	0%	13%	3%	54%	53%
USD	0,07%	0,10%	0,07%	-3%	-1%	4%	4%	58%	56%
Ø	0,40%	0,50%	0,40%	1%	11%	-2%	4%	67%	64%

mlp	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,54%	0,59%	0,56%	18%	-7%	-21%	8%	86%	92%
MSCI W	0,35%	0,37%	0,36%	19%	7%	-17%	17%	90%	97%
MSCI E	0,74%	0,80%	0,79%	31%	8%	-13%	28%	85%	98%
DAX	1,68%	1,60%	1,57%	0%	-5%	9%	27%	110%	96%
GSCI	0,66%	0,75%	0,74%	25%	-7%	-8%	15%	78%	97%
USD	0,15%	0,12%	0,11%	0%	-10%	3%	131%	155%	95%
Ø	0,69%	0,71%	0,69%	16%	-2%	-8%	37%	101%	96%

## Schätzdatenumfang 72 Monate

arma	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,36%	0,48%	0,37%	11%	6%	2%	7%	57%	58%
MSCI W	0,27%	0,31%	0,28%	28%	27%	-2%	11%	74%	82%
MSCI E	0,43%	0,45%	0,45%	26%	36%	1%	13%	91%	98%
DAX	0,96%	1,08%	0,96%	11%	21%	2%	6%	79%	79%
GSCI	0,48%	0,64%	0,47%	9%	-3%	11%	6%	54%	54%
USD	0,07%	0,10%	0,07%	-4%	-5%	-3%	2%	53%	53%
Ø	0,43%	0,51%	0,43%	13%	14%	2%	7%	68%	71%

regr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,60%	0,61%	0,60%	-3%	3%	-7%	1%	95%	95%
MSCI W	0,47%	0,48%	0,47%	5%	-2%	2%	1%	93%	93%
MSCI E	0,57%	0,58%	0,58%	7%	13%	-1%	1%	98%	99%
DAX	1,63%	1,69%	1,63%	13%	0%	11%	1%	93%	93%
GSCI	7,29%	7,30%	7,29%	-8%	-3%	-6%	0%	100%	100%
USD	0,13%	0,13%	0,13%	-6%	-1%	-15%	1%	94%	93%
Ø	1,78%	1,80%	1,78%	1%	2%	-3%	1%	95%	95%

kdr	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,47%	0,53%	0,49%	31%	11%	3%	24%	79%	86%
MSCI W	0,35%	0,36%	0,32%	7%	7%	7%	35%	95%	77%
MSCI E	0,67%	0,67%	0,62%	-5%	11%	3%	13%	100%	86%
DAX	1,16%	1,21%	1,04%	4%	8%	11%	29%	92%	74%
GSCI	0,69%	0,72%	0,64%	4%	3%	15%	15%	92%	80%
USD	0,11%	0,12%	0,10%	5%	-9%	5%	25%	83%	70%
Ø	0,58%	0,60%	0,53%	8%	5%	7%	23%	90%	79%

kdr cv	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,48%	0,53%	0,46%	12%	1%	-1%	32%	84%	75%
MSCI W	0,36%	0,37%	0,33%	-7%	3%	9%	8%	92%	81%
MSCI E	0,49%	0,45%	0,43%	-2%	26%	5%	25%	121%	94%
DAX	1,44%	1,37%	1,36%	-3%	20%	7%	11%	111%	99%
GSCI	0,77%	0,82%	0,76%	16%	4%	17%	7%	89%	87%
USD	0,12%	0,12%	0,11%	-1%	4%	-1%	15%	96%	83%
Ø	0,61%	0,61%	0,58%	3%	10%	6%	16%	99%	87%

## Anhang C Prognosegüte

---

komb	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,36%	0,43%	0,35%	7%	10%	1%	16%	72%	67%
MSCI W	0,25%	0,28%	0,24%	-5%	19%	-3%	12%	80%	73%
MSCI E	0,39%	0,40%	0,38%	5%	36%	3%	9%	96%	92%
DAX	0,90%	1,12%	0,91%	14%	13%	4%	4%	64%	66%
GSCI	0,47%	0,60%	0,47%	8%	-2%	10%	7%	61%	60%
USD	0,07%	0,09%	0,07%	-8%	0%	2%	5%	62%	59%
Ø	0,41%	0,49%	0,40%	3%	13%	3%	8%	73%	69%
mlp	RMSE	RMSE <sub>naiv</sub>	RMSE <sub>hist</sub>	$\rho$	$\rho_{naiv}$	$\rho_{hist}$	$\tilde{R}^2$	Theil-U	Theil-U <sub>hist</sub>
DJIA	0,73%	1,08%	1,08%	79%	-3%	-7%	23%	45%	99%
MSCI W	0,43%	0,47%	0,47%	19%	-3%	0%	11%	83%	98%
MSCI E	0,65%	0,75%	0,74%	35%	-8%	-4%	20%	76%	98%
DAX	2,16%	2,19%	2,18%	11%	-3%	8%	17%	98%	99%
GSCI	1,11%	1,12%	1,12%	65%	0%	9%	205%	97%	99%
USD	0,14%	0,14%	0,14%	22%	-14%	-9%	51%	92%	96%
Ø	0,87%	0,96%	0,95%	38%	-5%	-1%	55%	82%	98%

# Anhang D

## Portfolioperformance

Schätzdatenumfang 214 Monate

Modell	kum. Rendite	Ø-Rendite	Vola	Sharpe Ratio	Alpha
Benchmark	97%	0,54%	3,17%	0,17	
naiv	106%	0,59%	4,20%	0,14	0,22%
antinaiv	23%	0,13%	4,59%	0,03	-0,38%
mean	116%	0,64%	3,41%	0,19	0,11%
arma (R)	154%	0,86%	3,77%	0,23	0,40%
arma (R,V)	143%	0,79%	3,65%	0,22	0,33%
arma (R,V,K)	143%	0,79%	3,65%	0,22	0,33%
regr (R)	145%	0,80%	5,15%	0,16	0,22%
regr (R,V)	150%	0,83%	5,12%	0,16	0,25%
regr (R,V,K)	150%	0,83%	5,12%	0,16	0,25%
kdr (R)	134%	0,75%	4,39%	0,17	0,14%
kdr (R,V)	137%	0,76%	4,49%	0,17	0,14%
kdr (R,V,K)	130%	0,72%	4,48%	0,16	0,11%
kdr cv (R)	151%	0,84%	4,72%	0,18	0,25%
kdr cv (R,V)	157%	0,87%	4,90%	0,18	0,27%
kdr cv (R,V,K)	153%	0,85%	4,89%	0,17	0,24%
komb (R)	119%	0,66%	4,10%	0,16	0,05%
komb (R,V)	123%	0,68%	4,09%	0,17	0,08%
komb (R,V,K)	121%	0,67%	4,07%	0,17	0,07%
mlp (R)	174%	0,97%	5,29%	0,18	0,35%
mlp (R,V)	154%	0,86%	5,24%	0,16	0,25%

## Schätzdatenumfang 144 Monate

Modell	kum. Rendite	Ø-Rendite	Vola	Sharpe Ratio	Alpha
Benchmark	97%	0,54%	3,17%	0,17	
naiv	106%	0,59%	4,20%	0,14	0,22%
antinaiv	23%	0,13%	4,59%	0,03	-0,38%
mean	116%	0,64%	3,41%	0,19	0,11%
arma (R)	140%	0,78%	4,01%	0,19	0,29%
arma (R,V)	150%	0,83%	3,85%	0,22	0,36%
arma (R,V,K)	151%	0,84%	3,86%	0,22	0,37%
regr (R)	117%	0,65%	5,15%	0,13	0,03%
regr (R,V)	118%	0,66%	5,12%	0,13	0,04%
regr (R,V,K)	118%	0,66%	5,12%	0,13	0,04%
kdr (R)	122%	0,68%	4,79%	0,14	0,11%
kdr (R,V)	102%	0,57%	4,56%	0,12	0,02%
kdr (R,V,K)	104%	0,58%	4,61%	0,13	0,03%
kdr cv (R)	172%	0,95%	4,31%	0,22	0,44%
kdr cv (R,V)	193%	1,07%	4,30%	0,25	0,55%
kdr cv (R,V,K)	195%	1,09%	4,29%	0,25	0,56%
komb (R)	113%	0,63%	3,99%	0,16	0,06%
komb (R,V)	118%	0,66%	4,08%	0,16	0,07%
komb (R,V,K)	121%	0,67%	4,31%	0,16	0,08%
mlp (R)	245%	1,36%	4,92%	0,28	0,78%
mlp (R,V)	244%	1,36%	4,79%	0,28	0,78%

---

## Schätzdatenumfang 72 Monate

Modell	kum. Rendite	Ø-Rendite	Vola	Sharpe Ratio	Alpha
Benchmark	97%	0,54%	3,17%	0,17	
naiv	106%	0,59%	4,20%	0,14	0,22%
antinaiv	23%	0,13%	4,59%	0,03	-0,38%
mean	116%	0,64%	3,41%	0,19	0,11%
arma (R)	147%	0,82%	4,23%	0,19	0,31%
arma (R,V)	147%	0,81%	4,35%	0,19	0,28%
arma (R,V,K)	147%	0,81%	4,33%	0,19	0,28%
regr (R)	106%	0,59%	4,84%	0,12	0,02%
regr (R,V)	110%	0,61%	4,83%	0,13	0,04%
regr (R,V,K)	110%	0,61%	4,83%	0,13	0,05%
kdr (R)	52%	0,29%	4,71%	0,06	-0,31%
kdr (R,V)	69%	0,38%	4,76%	0,08	-0,23%
kdr (R,V,K)	68%	0,38%	4,75%	0,08	-0,24%
kdr cv (R)	186%	1,03%	4,33%	0,24	0,54%
kdr cv (R,V)	197%	1,10%	4,29%	0,25	0,61%
kdr cv (R,V,K)	198%	1,10%	4,29%	0,26	0,62%
komb (R)	85%	0,47%	4,25%	0,11	-0,08%
komb (R,V)	89%	0,49%	4,29%	0,12	-0,06%
komb (R,V,K)	90%	0,50%	4,28%	0,12	-0,05%
mlp (R)	111%	0,62%	5,37%	0,11	-0,05%
mlp (R,V)	123%	0,68%	5,37%	0,13	0,02%



# Anhang E

## Verfügbare Datenreihen

Earnings/Worker US	Visible Trade Balance US
Employed nonfarm US	Exports US
ISM Purchasing US	Imports US
Prime Rate US	US TREASURY 1Y
Employment US	US TREASURY 3Y
Trsy Sec out US	US TREASURY 5Y
Unemployed >15 US	US TREASURY 10Y
Unemployment Rate US	G Sachs Com Excess
Comm. & Indus. Loans US	G Sachs Com Spot
Loans & Leases US	US CrossRate 10 1 Y
Annual Inflation US	US CrossRate 10 3 Y
Consumer Prices US	US CrossRate 10 5 Y
Industrial Prod. US	US CrossRate 5 1 Y
Producer Prices US	US CrossRate 5 3 Y
Consumer Credit out US	US CrossRate 3 1 Y
Trsy 20Y US	Earnings US
Federal Funds Rate US	Wkly Hours US
PCE Price US	Chicago Business Barometer
Consum. Exp. Price US	Consumer Confidence US
CPI US	FED Outlook
Disp. Personal Income US	Real Earnings US
Help-Wanted US	Capacity Utilization Rate US
Monetary Base US	Construction Expenditures US
M1 US	Sales Houses US
M2 US	Terms of Trade US
New Houses permit US	Fed. Funds Target Rate US
New Houses started US	Trade-weighted USD - Major Curr.
Pers. Consum. US	Trsy Bill Rate 3M US
Personal Income US	Fed. Gov. Budget Balance US
Personal Savings/Disp. Income US	Industrial Production NAICS US
Population US	Producer Prices US
Leading Economic Indicators US	Foreign Reserve Assets US
Unemployment Level 92 DE	Unemployment DE
Unemployment Level 90 DE	Export Prices DE
Unemployment DE	Import Prices DE

## Anhang E Verfügbare Datenreihen

---

Vacancies DE	Manufacturing Orders DE
Lending DE	M3 YOY DE
Short Term Repo DE	M3 DE
Inflation DE	Producer Prices DE
Gov. Bond 10Y DE	Exports FOB YOY DE
New Cars DE	Exports FOB DE
M2 DE	Imports CIF YOY DE
Producer Prices YOY DE	Imports CIF DE
Producer Prices DE	Industrial Prod. YOY DE
Retail Sales excl. Cars DE	Industrial Prod. DE
Wage & Salary Rates DE	Productivity YOY DE
Current Account Balance DE	Productivity DE
REX 5Y	Visible Trade Balance DE
REX 10Y	Wage & Salary Rates YOY DE
REX 2Y	Consumer Confidence DE
REX 1Y	Terms of Trade DE
REX	DE to EURO M1
Consumer Prices DE	BOP Account Balance DE
CPI EURO	M3 EURO
Gov. Bond 10Y Euro	Leading Indicator EURO
Interbank Rate 3M	Euro Shares
M1 EURO	

# Literaturverzeichnis

- Ait-Sahalia**, Y., **Bickel**, P.J., **Stoker**, T.M. (2001), Goodness-of-fit tests for kernel regression with an application to option implied volatilities, *Journal of Econometrics*, 105, S. 363–412.
- Akritas**, M.G., **van Keilegom**, I. (2001), Nonparametric estimation of the residual distribution, *Scandinavian Journal of Statistics*, 28, S. 549–568.
- Ang**, A., **Bekaert**, G. (2007), Stock Return Predictability: Is it There?, *Review of Financial Studies*, 20, 3, S. 651–707.
- Armstrong**, J.S. (2006), Findings from evidence-based forecasting: Methods for reducing forecast error, *International Journal of Forecasting*, 22, S. 583–598.
- Asprem**, M. (1989), Stock prices, asset portfolios and macroeconomic variables in ten European countries, *Journal of banking & finance*, 13, 4/5, S. 589–612.
- Ait-Sahalia**, Y., **Brandt**, M.W. (2001), Variable selection for portfolio choice, *Journal of Finance*, 56, 4, S. 1297–1351.
- Aydemir**, A.B. (2002), Volatility modelling in finance, in: John **Knight**, Stephen **Satchell** (Hg.), *Forecasting Volatility in the Financial Markets*, S. 1–46, Elsevier, Oxford.
- Balaban**, E., **Bayar**, A. (2005), Stock returns and volatility: empirical evidence from fourteen countries, *Applied economics letters*, 12, 10, S. 603–612.
- Balaban**, E., **Bayar**, A., **Faff**, R.W. (2006), Forecasting stock market volatility: further international evidence, *The European journal of finance*, 12, 2, S. 171–188.
- Bao**, Y., **Lee**, T.H. (2006), Asymmetric Predictive Abilities of Nonlinear Models for Stock Returns: evidence from density forecast comparison, *Econometric analysis of financial and economic time series*, 20, S. 41–62.
- Bao**, Y., **Lee**, T.H., **Saltoglu**, B. (2007), Comparing Density Forecast Models, *Journal of Forecasting*, 26, 3, S. 203–225.
- Beckers**, S., **Blair**, B. (2002), Non-parametric forecasting for conditional asset allocation, *Journal of Asset Management*, 3, 3, S. 213–228.

- Beckers, S., Blair, B.** (2003), Forecasting European Equity and Bond Returns for Tactical Asset Allocation, in: Hubert **Dichtl**, Jochen M. **Kleeberg**, Christian **Schlenger** (Hg.), *Handbuch Asset Allocation*, S. 265–286, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Bellini, F., Figà-Talamanca, G.** (2005), Runs tests for assessing volatility forecastability in financial time series, *European Journal of Operational Research*, 163, 1, S. 102–114.
- Bera, A.K., Kim, S.** (2002), Testing constancy of correlation and other specifications of the BGARCH model with an application to international equity returns, *Journal of Empirical Finance*, 9, S. 171–195.
- Bishop, C.M.** (1995), *Neural networks for pattern recognition*, Clarendon Press, Oxford.
- Bollerslev, T.** (1986), Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, S. 307–327.
- Bollerslev, T., Andersen, T.G., Christoffersen, P.F., Diebold, F.X.** (2006), Volatility and Correlation Forecasting, in: Graham **Elliot**, Clive W.J. **Granger**, Allen **Timmermann** (Hg.), *Handbook of Economic Forecasting, Vol. 1*, S. 777–878, North Holland, Amsterdam.
- Bollerslev, T., Chou, R.Y., Kroner, K.F.** (1992), ARCH modeling in finance : A review of the theory and empirical evidence, *Journal of Econometrics*, 52, 1-2, S. 5–59.
- Bollerslev, T., Engle, R.F.** (1993), Common Persistence in Conditional Variances, *Econometrica*, 61, 1, S. 167–186.
- Boucher, C.** (2006), Stock prices, inflation and stock returns predictability, *Finance*, 27, 2, S. 71–101.
- Bowman, A.W., Azzalini, A.** (1997), *Applied Smoothing Techniques for Data Analysis*, Oxford University Press, Oxford.
- Box, G.E., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C.** (2008), *Time series analysis: forecasting and control*, J. Wiley, Hoboken, N.J., 4. Aufl.
- Brandt, M.W.** (1999), Estimating portfolio and consumption choice: A conditional Euler equations approach, *Journal of Finance*, 45, 5, S. 1609–1645.
- Brandt, M.W., Jones, C.S.** (2006), Volatility Forecasting With Range-Based EGARCH Models, *Journal of Business & Economic Statistics*, 24, 4, S. 470–486.
- Brent, R.P.** (1973), *Algorithms for minimization without derivatives*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Brinkmann, U.** (2007), *Robuste Asset Allocation: Eine kritische Bestandsaufnahme*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.

- Campbell, J.Y.** (1987), Stock returns and the term structure, *Journal of Financial Economics*, 18, 2, S. 373–399.
- Campbell, J.Y., Lo, A.W., MacKinlay, A.C.** (1997), *The econometrics of financial markets*, Princeton University Press, Princeton.
- Campbell, J.Y., Thompson, S.** (2008), Predicting Excess Stock Returns Out of Sample: Can Anything Beat the Historical Average?, *Review of Financial Studies*, 21, 4, S. 1509–1531.
- Cauchie, S., Hoesli, M., Isakov, D.** (2004), The determinants of stock returns in a small open economy, *International review of economics & finance*, 13, 2, S. 167–185.
- Celeghin, D., Doggett, J.B., Quirk, K.P.** (2005), *The Geeks Shall Inherit the Earth? Quantitative Managers' Recent Edge*, Research insight, Casey, Quirk & Associates, Darien, Connecticut.
- Chan, K.C., Chen, N.F., Hsieh, D.A.** (1985), An exploratory investigation of the firm size effect, *Journal of Financial Economics*, 14, 3, S. 451–471.
- Chan, L.K., Karceski, J., Lakonishok, J.** (1999), On Portfolio Optimization: Forecasting Covariances and Choosing the Risk Model, *The review of Financial Studies*, 12, 5, S. 937–974.
- Chavarnakul, T., Enke, D.** (2008), Intelligent technical analysis based equivolume charting for stock trading using neural networks, *Expert Systems with Applications*, 34, S. 1004–1017.
- Chen, A.S., Leung, M.T.** (2005), Performance Evaluation of Neural Network Architectures: The Case of Predicting Foreign Exchange Correlations, *Journal of Forecasting*, 24, S. 403–420.
- Chen, N.F., Roll, R., Ross, S.A.** (1986), Economic forces and the stock market, *The journal of business*, 59, 3, S. 383–403.
- Cheng, F.** (2004), Weak and strong uniform consistency of a kernel error density estimator in nonparametric regression, *Statistical Planning and Inference*, 119, S. 95–107.
- Chincarini, L.B., Kim, D.** (2006), *Quantitative equity portfolio management: An active approach to portfolio construction and management*, McGraw-Hill, New York.
- Chopra, V.K., Ziemba, W.T.** (1993), The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice, *Journal of Portfolio Management*, 19, Winter, S. 6–11.
- Christmann, A., Steinwart, I.** (2007), Consistency and robustness of kernel-based regression in convex risk minimization, *Journal of the Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability*, 13, 3, S. 799–819.

- Clemen, R.T.** (1989), Combining forecasts: A review and annotated bibliography, *International Journal of Forecasting*, 5, 4, S. 559–583.
- Connor, G.** (1995), The Three Types of Factor Models: A Comparison of Their Explanatory Power, *Financial Analysts Journal*, 51, 3, S. 42–46.
- Conrad, J., Kaul, G.** (1988), Time-Variation in Expected Returns, *The Journal of Business*, 61, 4, S. 409–425.
- Cooper, M., Gutierrez, R.C., Marcum, B.** (2005), On the Predictability of Stock Returns in Real Time, *Journal of Business*, 78, 2, S. 469–499.
- Corradi, V., Swanson, N.R.** (2006), Predictive density and conditional confidence interval accuracy tests, *Journal of Econometrics*, 135, S. 187–228.
- Cover, T.M., Hart, P.E.** (1967), Nearest Neighbor Pattern Classification, *IEEE Transactions on Information Theory*, 13, 1, S. 21–27.
- Cox, J.E., Loomis, D.G.** (2006), Improving forecasting through textbooks - A 25 year review, *International Journal of Forecasting*, 22, S. 617–624.
- de Gooijer, J.G., Hyndman, R.J.** (2006), 25 years of time series forecasting, *International Journal of Forecasting*, 22, 3, S. 443–473.
- del Val, E.B., Bielsa, M.M.C., Fortiana, J.** (2007), Selection of Predictors in Distance-Based Regression, *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 36, 1, S. 87–98.
- Dette, H., Neumeyer, N., van Keilegom, I.** (2007), A new test for the parametric form of the variance function in nonparametric regression, *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 69, 5, S. 903–917.
- Dichtl, H.** (2001), *Ganzheitliche Gestaltung von Investmentprozessen*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Diebold, F.X., Mariano, R.S.** (1995), Comparing Predictive Accuracy, *Journal of Business & Economic Statistics*, 13, 3, S. 134–144.
- Diebold, F.X., Nerlove, M.** (1989), The Dynamics of Exchange Rate Volatility: A Multivariate Latent Factor Arch Model, *Journal of applied econometrics*, 4, 1, S. 1–21.
- Döpke, J., Hartmann, D., Pierdzioch, C.** (2008), Real-time macroeconomic data and ex ante stock return predictability, *International Review of Financial Analysis*, 17, S. 274–290.
- Draper, N.R., Smith, H.** (1998), *Applied Regression Analysis*, Wiley, Hoboken u.a.

- Drobetz, W.** (2003), Einsatz des Black-Litterman-Verfahrens in der Praxis, in: Hubert **Dichtl**, Jochen M. **Kleeberg**, Christian **Schlenger** (Hg.), *Handbuch Asset Allocation*, S. 203–239, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Dumouchel, W., O’Brien, F.** (1992), Integrating a robust option into a multiple regression computing environment, in: Andreas **Buja**, Paul **Tukey** (Hg.), *Computing and graphics in statistics*, S. 41–48, Springer, New York.
- Eckey, H.F., Kosfeld, R., Dreger, C.** (2004), *Ökonometrie*, Gabler, Wiesbaden.
- Eckey, H.F., Kosfeld, R., Rengers, M.** (2002), *Multivariate Statistik*, Gabler, Wiesbaden.
- Ederington, L.H., Guan, W.** (2005), Forecasting volatility, *The journal of futures markets*, 25, 5, S. 465–490.
- Efromovich, S.** (1999), *Nonparametric Curve Estimation. Methods, Theory and Applications*, Springer, Berlin u.a.
- Efromovich, S.** (2005), Univariate nonparametric regression in the presence of auxiliary covariates, *Journal of the American Statistical Association*, 100, 472, S. 1185–1201.
- Einmahl, J.H., van Keilegom, I.** (2008), Specification tests in nonparametric regression, *Journal of Econometrics*, 143, S. 88–102.
- Engle, R.F.** (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, S. 987–1007.
- Engle, R.F.** (1993), Statistical Models for Financial Volatility, *Financial Analysts Journal*, 49, 1, S. 72–78.
- Engle, R.F.** (2002), Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models, *Journal of Business & Economic Statistics*, 20, 3, S. 339–350.
- Engle, R.F., Ng, V.K., Rothschild, M.** (1990), Asset Pricing with a Factor-ARCH Covariance Structure, *Journal of Econometrics*, 45, S. 213–237.
- Engle, R.F., Sheppard, K.** (2001), Theoretical and Empirical properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH, Techn. Ber., University of California, San Diego.
- Erb, C.B., Harvey, C.R.** (2006), The Strategic and Tactical Value of Commodity Futures, *Financial Analysts Journal*, 62, 2, S. 69–97.
- Erb, C.B., Harvey, C.R., Viskanta, T.E.** (1994), Forecasting International Equity Correlations, *Financial Analysts Journal*, 50, 6, S. 32–45.

- Eubank**, R.L. (1999), *Nonparametric regression and spline smoothing*, Dekker, New York, 2. Aufl.
- Fabozzi**, F.J., **Focardi**, S., **Jonas**, C. (2007), Trends in quantitative equity management: survey results, *Quantitative Finance*, 7, 2, S. 115–122.
- Fama**, E.F. (1970), Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *The Journal of Finance*, 25, 2, S. 383–417.
- Fama**, E.F. (1991), Efficient Capital Markets: II, *The Journal of Finance*, 46, 5, S. 1575–1617.
- Fama**, E.F., **French**, K.R. (1988), Permanent and Temporary Components of Stock Prices, *The Journal of Political Economy*, 96, 2, S. 246–273.
- Fama**, E.F., **French**, K.R. (1989), Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds, *Journal of Financial Economics*, 25, 1, S. 23–49.
- Fama**, E.F., **French**, K.R. (1993), Common risk factors in the return on stocks and bonds, *Journal of Financial Economics*, 33, S. 3–56.
- Fan**, J., **Gijbels**, I. (1996), *Local Polynomial Modelling and Its Applications*, Chapman & Hall, London u.a.
- Fan**, J., **Yao**, Q. (2005), *Nonlinear time series : nonparametric and parametric methods*, Springer, Berlin u.a.
- Fan**, Y., **Li**, Q. (1996), Consistent model specification tests: omitted variables and semiparametric functional forms, *Econometrica*, 4, S. 865–890.
- Fan**, Y., **Linton**, O. (2003), Some higher-order theory for a consistent non-parametric model specification test, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 109, S. 125–154.
- Ferson**, W.E., **Harvey**, C.R. (1993), The Risk and Predictability of International Equity Returns, *The Review of Financial Studies*, 6, 3, S. 527–566.
- Forsberg**, L., **Ghysels**, E. (2007), Why do absolute returns predict volatility so well?, *Journal of financial econometrics*, 5, 1, S. 31–67.
- Forsythe**, G.E., **Malcolm**, M.A., **Moler**, C.B. (1977), *Computer methods for mathematical computations*, Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Frantzmann**, H.J. (2002), Der Risikobegriff im Investmentmanagement, in: Jochen M. **Kleeberg**, Heinz **Rehkugler** (Hg.), *Handbuch Portfoliomanagement*, S. 45–61, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- George**, E.I. (2000), The Variable Selection Problem, Techn. Ber., Dept. of Statistics, University of Texas, Austin.

- Geweke, J., Horowitz, J., Pesaran, M.H.** (2006), Econometrics: a bird's eye view, Techn. Ber., Center for Economic Studies, Univ. München.
- Gijbels, I., Pope, A., Wand, M.P.** (1999), Understanding exponential smoothing via kernel regression, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 61, 1, S. 39–50.
- Gomez-Valle, L., Martinez-Rodriguez, J.** (2008), Modelling the term structure of interest rates: An efficient nonparametric approach, *Journal of Banking & Finance*, 32, S. 614–623.
- Gospodinov, N., Gavala, A., Jiang, D.** (2006), Forecasting Volatility, *Journal of Forecasting*, 25, S. 381–400.
- Gozalo, P.L.** (1993), A consistent model specification test for nonparametric estimation of regression function models, *Econometric theory*, 9, 3, S. 451–477.
- Granger, C.W., Newbold, P.** (1977), *Forecasting Economic Time Series*, Academic Press, Orlando.
- Greene, W.H.** (1993), *Econometric analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 2. Aufl.
- Grinold, R.C., Kahn, R.N.** (2000), *Active portfolio management: quantitative theory and applications*, McGraw-Hill, New York u.a., 2. Aufl.
- Grossmann, S., Stiglitz, J.E.** (1980), On the impossibility of informationally efficient markets, *The American Economic Review*, 70, 3, S. 393–408.
- Guidolin, M., Timmermann, A.** (2006), An econometric model of nonlinear dynamics in the joint distribution of stock and bond returns, *Journal of applied econometrics*, 21, 1, S. 1–22.
- Guo, H.** (2006), On the Out-of-Sample Predictability of Stock Market Returns, *Journal of Business*, 79, 2, S. 645–670.
- Guo, H., Savickas, R.** (2008), Forecasting foreign exchange rates using idiosyncratic volatility, *Journal of Banking and Finance*, 32, 7, S. 1322–1332.
- Györfi, L., Kohler, M., Krzyzak, A., Walk, H.** (2002), *A Distribution-Free Theory of Nonparametric Regression*, Springer, Berlin.
- Hall, S.G., Mitchell, J.** (2007), Combining density forecasts, *International Journal of Forecasting*, 23, S. 1–13.
- Hamilton, J.D.** (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton.
- Hansen, P.R., Lunde, A.** (2005), A Forecast Comparison of Volatility Models: Does anything beat a GARCH(1,1)?, *Journal of applied Econometrics*, 20, S. 873–889.

- Harper**, R.B. (2003), Asset Allocation, Decoupling, and the Opportunity Cost of Cash, *Journal of Portfolio Management*, Summer 2003, S. 25–35.
- Hastie**, T., **Tibshirani**, R., **Friedman**, J. (2006), *The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction*, Springer, Berlin u.a.
- Hellwig**, M. (1982), Zur Informationseffizienz des Kapitalmarktes, *Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften*, 102, 1, S. 1–27.
- Herold**, U. (2004), *Asset Allocation und Prognoseunsicherheit*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Hildebrandt**, J., **Poddig**, T. (2008), Nichtparametrische Prädiktorselektion im Asset Management, in: Stefan **Nickel**, Jörg **Kalcsics** (Hg.), *Operations Research Proceedings 2007*, S. 269–274, Springer, Berlin.
- Horová**, I., **Zelinka**, J. (2007), Contribution to the bandwidth choice for kernel density estimates, *Computational Statistics*, 22, S. 31–47.
- Härdle**, W. (1999), *Applied nonparametric regression*, Cambridge Univ. Press, Oxford.
- Härdle**, W., **Hall**, P., **Marron**, J.S. (1988), How Far Are Automatically Chosen Regression Smoothing Parameters From Their Optimum?, *Journal of the American Statistical Association*, 83, 401, S. 86–95.
- Härdle**, W., **Marron**, J.S. (1985), Asymptotic nonequivalence of some bandwidth selectors in nonparametric regression, *Biometrika*, 72, 2, S. 481–484.
- Hsiao**, C., **Li**, Q., **Racine**, J.S. (2007), A consistent model specification test with mixed discrete and continuous data, *Journal of Econometrics*, 140, S. 802–826.
- Hüttner**, M. (1986), *Prognoseverfahren und ihre Anwendung*, de Gruyter, Berlin.
- Huber**, P.J. (2004), *Robust statistics*, Wiley, New York.
- Jobson**, J.D., **Korkie**, B.M. (1981), Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures, *Journal of Finance*, 36, S. 889–908.
- Judge**, G.G., **Griffiths**, W., **Hill**, R.C., **Lütkepohl**, H., **Lee**, T.C. (1985), *The theory and practice of econometrics*, Wiley, New York u.a., 2. Aufl.
- Kaiser**, T. (1997), *Volatilitätsprognose mit Faktor-GARCH-Modellen*, Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.
- Kallberg**, J.G., **Ziembra**, W.T. (1984), Mis-Specification in Portfolio-Selection Problems, in: G. **Bamberg**, K. **Spremann** (Hg.), *Proceedings of the 2nd Summer Workshop on Risk and Capital*, Bd. 227 von *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, S. 74–87, Springer, Berlin u.a.

- Kalotay, E., Gray, P., Sin, S.** (2007), Consumer expectations and short-horizon return predictability, *Journal of Banking & Finance*, 31, 10, S. 3102–3124.
- Keim, D.B., Stambaugh, R.F.** (1986), Predicting returns in the stock and bond markets, *Journal of Financial Economics*, 17, S. 357–390.
- Kerling, M.** (1998), *Moderne Konzepte der Finanzanalyse*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Klähn, J.** (2000), *The predictability of german stock returns*, Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.
- Knofczynski, G.T., Mundfrom, D.** (2008), Sample Sizes When Using Multiple Linear Regression for Prediction, *Educational and Psychological Measurement*, 68, 3, S. 431–442.
- Koláček, J.** (2008), Plug-in method for nonparametric regression, *Computational Statistics*, 23, 1, S. 63–78.
- Kulasekera, K.B.** (2001), Variable Selection by Stepwise Slicing in Nonparametric Regression, *Statistics & Probability Letters*, 51, S. 327–336.
- Kulasekera, K.B., Olaya, J.** (2004), Variable selection in nonparametric regression model, *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 11, 2, S. 141–161.
- Lang, C.** (2005), *Theoretische und empirische Aspekte der Prognose wichtiger makroökonomischer Größen*, Cuvillier, Göttingen.
- Lavergne, P., Vuong, Q.** (2000), Nonparametric Significance Testing, *Econometric Theory*, 16, S. 576–601.
- Lavergne, P., Patilea, V.** (2008), Breaking the curse of dimensionality in nonparametric testing, *Journal of Econometrics*, 143, S. 103–122.
- Ledoit, O., Wolf, M.** (2003), Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection, *Journal of Empirical Finance*, 10, S. 603–621.
- Ledoit, O., Wolf, M.** (2004), A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices, *Journal of Multivariate Analysis*, 88, S. 365–411.
- Ledoit, O., Wolf, M.** (2008), Robust performance hypothesis testing with the Sharpe ratio, *Journal of Empirical Finance*, 15, S. 850–859.
- Leung, M.T., Chen, A.S., Daouk, H.** (2000), Forecasting exchange rates using general regression neural networks, *Computers and Operations Research*, 27, S. 1093–1110.
- Li, F., Tkacz, G.** (2006), A consistent bootstrap test for conditional density functions with time-series data, *Journal of Econometrics*, 133, S. 863–886.

- Li, L., Cook, R.D., Nachtsheim, C.J.** (2005), Model-free variable selection, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 67, 2, S. 285–299.
- Li, Q.** (1999), Consistent model specification tests for time series econometric models, *Journal of Econometrics*, 92, S. 101–147.
- Li, Q., Racine, J.S.** (2007), *Nonparametric econometrics: theory and practice*, Princeton University Press, Princeton.
- Li, W., Luo, Y., Zhu, Q., Liu, J., Le, J.** (2008), Applications of AR\*-GRNN model for financial time series forecasting, *Neural Computing and Applications*, 17, 5-6, S. 441–448.
- Loader, C.R.** (1999), Bandwidth Selection: Classical or Plug-In?, *The Annals of Statistics*, 27, 2, S. 415–438.
- Margrabe, W.** (1978), The value of an option to exchange one asset for another, *Journal of Finance*, 33, 1, S. 177–186.
- Markowitz, H.M.** (1952), Portfolio selection, *Journal of Finance*, 7, S. 77–91.
- Marshall, B.R., Cahan, R.H., Cahan, J.M.** (2008), Can commodity futures be profitably traded with quantitative market timing strategies?, *Journal of Banking & Finance*, 32, S. 1810–1819.
- Matzkin, R.L.** (2007), Nonparametric Identification, in: James J. **Heckman**, Edward E. **Leamer** (Hg.), *Handbook of Econometrics*, Bd. 6B, Kap. 73, S. 5307–5368, North Holland, Amsterdam.
- Meese, R.A., Rogoff, K.** (1988), Was it Real? The Exchange Rate-Interest Differential Relation over the Modern Floating-Rate Period, *Journal of Finance*, 43, S. 933–948.
- Memmel, C.** (2003), Performance hypothesis testing with the Sharpe ratio, *Finance Letters*, 1, S. 21–23.
- Mercurio, D., Spokoiny, V.** (2004), Statistical inference for time-inhomogeneous volatility models, *The Annals of Statistics*, 32, 2, S. 577–602.
- Miller, A.** (2002), *Subset Selection in Regression*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida.
- Mincer, J., Zarnowitz, V.** (1969), The evaluation of economic forecasts, in: Jacob **Mincer** (Hg.), *Economic Forecasts and Expectations: Analysis of Forecasting Behavior and Performance*, S. 3–46, National Bureau of Economic Research, Cambridge.
- Möller, I.** (2003), *Nichtlineare Abhängigkeiten bei finanzwirtschaftlichen Zeitreihen. Aktuelle Testverfahren am Beispiel einer Wechselkursanalyse*, Deutscher Universitäts-Verlag, Wiesbaden.

- Müller**, U.U., **Schick**, A., **Wefelmeyer**, W. (2004), Estimating functionals of the error distribution in parametric and nonparametric regression, *Journal of Nonparametric Statistics*, 16, S. 525–548.
- Moreno**, D., **Olmeda**, I. (2007), Is the predictability of emerging and developed stock markets really exploitable?, *European Journal of Operational Research*, 182, S. 436–454.
- Nadaraya**, E.A. (1964), On Estimating Regression, *Theory of Probability*, 9, S. 141–142.
- Neumeyer**, N., **Dette**, H., **Nagel**, E.R. (2006), Bootstrap tests for the error distribution in linear and nonparametric regression models, *Australian & New Zealand Journal of Statistics*, 48, S. 129–156.
- Neumeyer**, N. (2007), Testing independence in nonparametric regression, Techn. Ber. 6, Universität Hamburg, Department Mathematik.
- Neuneier**, R., **Tresp**, V. (1994), Radiale Basisfunktionen, Dichteschätzungen und Neuro-Fuzzy, in: Heinz **Rehkugler**, Hans Georg **Zimmermann** (Hg.), *Neuronale Netze in der Ökonomie*, S. 89–130, Vahlen, München.
- Neusser**, K. (2006), *Zeitreihenanalyse in den Wirtschaftswissenschaften*, Teubner, Wiesbaden.
- Ng**, V., **Engle**, R.F., **Rothschild**, M. (1992), A multi-dynamic-factor model for stock returns, *Journal of Econometrics*, 52, S. 245–266.
- Nowak**, T. (1994), *Faktormodelle in der Kapitalmarkttheorie*, Botermann & Botermann, Köln.
- Oehler**, A., **Unser**, M. (2001), *Finanzwirtschaftliches Risikomanagement*, Springer, Berlin.
- Oelerich**, A. (2005), *Robuste Ratingverfahren*, Deutscher Universitätsverlag, Wiesbaden.
- Pagan**, A.R., **Hong**, Y.S. (1991), Nonparametric estimation and the risk premium, in: William A. **Barnett**, James **Powell**, George **Tauchen** (Hg.), *Nonparametric and semiparametric methods in econometrics and statistics*, S. 51–75, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- Pagan**, A.R., **Schwert**, G.W. (1990), Alternative Models for Conditional Stock Volatility, *Journal of Econometrics*, 45, S. 267–290.
- Pagan**, A., **Ullah**, A. (1999), *Nonparametric econometrics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge u.a.
- Pardo-Fernandez**, J.C., **van Keilegom**, I., **Gonzalez-Manteiga**, W. (2007), Testing for the equality of k regression curves, *Statistica Sinica*, 17, S. 1115–1137.

- Parzen**, E. (1962), On Estimation of a Probability Density Function and Mode, *The Annals of Mathematical Statistics*, 33, S. 1065–1076.
- Pesaran**, M.H. (2005), Market Efficiency Today, IEPR Working Paper 05.41, Institute of Economic Policy Research, University of Southern California, Los Angeles.
- Pesaran**, M.H., **Timmermann**, A. (2000), A recursive modelling approach to predicting UK stock returns, *The economic journal*, 110, 460, S. 159–191.
- Petersmeier**, K. (2003), *Kerndichte- und Kernregressionsschätzungen im Asset Management*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Poddig**, T. (1994), Mittelfristige Zinsprognosen mittels KNN und ökonometrischer Verfahren - Eine Fallstudie über den Umgang mit kleinen Datenmengen, in: H. **Rehkugler**, H. G. **Zimmermann** (Hg.), *Neuronale Netze in der Ökonomie*, S. 209–289, Vahlen, München.
- Poddig**, T. (1996), *Analyse und Prognose von Finanzmärkten*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Poddig**, T. (2006), Kursprognose, in: *Wirtschafts-Lexikon. Das Wissen der Betriebswirtschaftslehre*, Bd. 7, S. 3371–3382, Schäffer-Poeschel, Stuttgart.
- Poddig**, T., **Brinkmann**, U., **Seiler**, K. (2005), *Portfolio Management - Konzepte und Strategien*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Poddig**, T., **Dichtl**, H., **Petersmeier**, K. (2003), *Statistik, Ökonometrie, Optimierung*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Poddig**, T., **Huber**, C. (1998), Renditeprognosen mit neuronalen Netzen, in: Jochen M. **Kleeberg**, Heinz **Rehkugler** (Hg.), *Handbuch Portfoliomanagement*, S. 349–384, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Pompe**, B. (2002), Mutual Information and Relevant Variables for Predictions, in: Abdol S. **Soofi**, Liangyue **Cao** (Hg.), *Modelling and forecasting financial data: techniques of nonlinear dynamics*, S. 61–92, Kluwer, Boston.
- Poon**, S.H., **Granger**, C.W.J. (2003), Forecasting volatility in financial markets: a review, *Journal of economic literature*, 41, 2, S. 478–539.
- Press**, W.H., **Teukolsky**, S.A., **Vetterling**, W.T., **Flannery**, B.P. (2007), *Numerical recipes: the art of scientific computing*, Cambridge Univ. Press, Cambridge u.a., 3. Aufl.
- Quenouille**, M.H. (1956), Notes on Bias in Estimation, *Biometrika*, 43, 3/4, S. 353–360.
- Racine**, J.S., **Hart**, J., **Li**, Q. (2006), Testing the significance of categorical predictor variables in nonparametric regression models, *Econometric Reviews*, 25, 4, S. 523–544.

- Rapach, D.E., Wohar, M.E.** (2006), In-sample versus out-of-sample tests of stock return predictability in the context of data mining, *Journal of Empirical Finance*, 13, 2, S. 231–247.
- Rapach, D.E., Wohar, M.E., Rangvid, J.** (2005), Macro variables and international stock return predictability, *International journal of forecasting*, 21, 1, S. 137–166.
- Raunig, B.** (2006), The longer-horizon predictability of German stock market volatility, *International Journal of Forecasting*, 22, 2, S. 363–372.
- Rauscher, A.F.** (2001), *Hybrider Prognoseansatz zur Wechselkursanalyse*, Verl. Wiss. und Praxis, Sternenfels.
- Raykar, V.C., Duraiswami, R.** (2006), Fast optimal bandwidth selection for kernel density estimation, in: *Proceedings of the sixth SIAM International Conference on Data Mining*, S. 524–528.
- Rech, G., Teräsvirta, T., Tschernig, R.** (2001), A simple variable selection technique for nonlinear models, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 30, S. 1227–1241.
- Rehkugler, H.** (2002), Grundlagen des Portfoliomanagements, in: Jochen M. **Kleeberg**, Heinz **Rehkugler** (Hg.), *Handbuch Portfoliomanagement*, S. 1–41, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts., 2. Aufl.
- Rehkugler, H., Kerling, M.** (1995), Einsatz neuronaler Netze für Analyse- und Prognose-Zwecke, *Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis*, 47, 3, S. 306–324.
- Richter, F., Poddig, T., Hildebrandt, J.** (2007), Forecasting and Allocation Simulation Tool: Bessere Prognosequalität für die Eigenanlage, *Die Bank*, 9, S. 40–43.
- Rosenblatt, M.** (1956), Remarks on Some Nonparametric Estimates of a Density Function, *The Annals of Mathematical Statistics*, 27, S. 832–837.
- Rousseeuw, P.J., Leroy, A.M.** (2003), *Robust regression and outlier detection*, Wiley, Hoboken, 2. Aufl.
- Sadorsky, P.** (2005), Stochastic volatility forecasting and risk management, *Applied Financial Economics*, 15:2, S. 121–135.
- Scherer, B.** (2007), Can robust portfolio optimisation help to build better portfolios?, *Journal of Asset Management*, 7, 6, S. 374–387.
- Schlittgen, R., Streitberg, B.H.J.** (1999), *Zeitreihenanalyse*, Oldenbourg, München, 8. Aufl.
- Schölkopf, B., Smola, A., Müller, K.R.** (1998), Nonlinear Component Analysis as a Kernel Eigenvalue Problem, *Neural Computation*, 10, 5, S. 1299–1319.

- Schölkopf, B., Smola, A.J.** (2002), *Learning with Kernels*, MIT Press, Cambridge.
- Schmidt-von Rhein, A.** (1996), *Die moderne Portfoliotheorie im praktischen Wertpapiermanagement: eine theoretische und empirische Analyse aus Sicht privater Kapitalleger*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts.
- Scott, D.W.** (1992), *Multivariate density estimation: theory, practice, and visualization*, Wiley, New York.
- Scott, D.W., Wand, M.P.** (1991), Feasibility of multivariate density estimates, *Biometrika*, 78, 1, S. 197–205.
- Sentana, E.** (1998), The relation between conditionally heteroskedastic factor models and factor GARCH models, *Econometrics Journal*, 1, S. 1–9.
- Sharpe, W.F.** (1966), Mutual Fund Performance, *Journal of Business*, 39, 1, S. 119–138.
- Sharpe, W.F.** (1994), The Sharpe Ratio, *Journal of Portfolio Management*, 21, 1, S. 49–58.
- Shephard, N.** (1996), Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility, in: D. R. Cox, D. V. Hinkley, O. E. Barndorff-Nielsen (Hg.), *Time Series Models*, S. 1–68, Chapman & Hall, London u.a.
- Silverman, B.W.** (1986), *Density estimation for statistics and data analysis*, Chapman & Hall, London u.a.
- Simonoff, J.S.** (1996), *Smoothing Methods in Statistics*, Springer, Berlin u.a.
- Simpson, M.W., Ramchander, S.** (2008), An inquiry into the economic fundamentals of the Fama and French equity factors, *Journal of Empirical Finance*, 15, S. 801–815.
- Specht, D.** (1991), A General Regression Neural Network, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2, 6, S. 568–576.
- Spremman, K.** (2005), *Modern Finance*, Oldenbourg, München.
- Steiner, P., Uhler, H.** (2001), *Wertpapieranalyse*, Physica, Heidelberg.
- Street, J.O., Carroll, R.J., Ruppert, D.** (1988), A Note on Computing Robust Regression Estimates Via Iteratively Reweighted Least Squares, *The American Statistician*, 42, 2, S. 152–154.
- Su, L., Ullah, A.** (2008), Local polynomial estimation of nonparametric simultaneous equations models, *Journal of Econometrics*, 144, S. 193–218.
- Teräsvirta, T.** (2006), Forecasting economic variables with nonlinear models, in: Graham Elliot, Clive W.J. Granger, Allen Timmermann (Hg.), *Handbook of Economic Forecasting, Vol. 1*, S. 413–457, North Holland, Amsterdam.

- Theil**, H. (1971), *Applied economic forecasting*, North Holland, Amsterdam, 2. Aufl.
- Timmermann**, A. (2006), Forecast Combinations, in: Graham **Elliott**, Clive W.J. **Granger**, Allan **Timmermann** (Hg.), *Handbook of Economic Forecasting*, Bd. 1, Kap. 4, Elsevier, North Holland, Amsterdam.
- Timmermann**, A. (2008), Elusive return predictability, *International Journal of Forecasting*, 24, S. 1–18.
- van Keilegom**, I., **Gonzalez-Manteiga**, W., **Sanchez-Sellero**, C. (2008), Goodness-of-fit tests in parametric regression based on the estimation of the error distribution, *TEST*, 17, 2, S. 401–415.
- van Keilegom**, I., **Veraverbeke**, N. (2002), Density and hazard estimation in censored regression models, *Bernoulli*, 8, S. 607–625.
- Vapnik**, V.N. (2000), *The nature of statistical learning theory*, Springer, Berlin u.a.
- Wand**, M.P., **Jones**, M.C. (1995), *Kernel Smoothing*, Chapman & Hall, London u.a.
- Watson**, G.S. (1964), Smooth Regression Analysis, *Sankhya A*, 26, S. 359–372.
- Wilmot**, J., **Mielczarski**, P., **Sweeney**, J. (2004), Global Risk Appetite Index, Global strategy research: Market focus, Credit Suisse First Boston, London.
- Wittkemper**, H.G. (1994), *Neuronale Netze als Hilfsmittel zur Rendite- und Risikoschätzung von Aktien*, Botermann, Köln.
- Wittrock**, C. (1996), *Messung und Analyse der Performance von Wertpapierportfolios*, Uhlenbruch, Bad Soden/Ts., 2. Aufl.
- Wolberg**, J.R. (2000), *Expert Trading Systems: Modeling Financial Markets with Kernel Regression*, Wiley & Sons, Hoboken u.a.
- Wolberg**, J.R. (2006), *Data analysis using the method of least squares: extracting the most information from experiments*, Springer, Berlin u.a.
- Yang**, C., **Duraiswami**, R., **Gumerov**, N.A., **Davis**, L. (2003), Improved Fast Gauss Transform and Efficient Kernel Density Estimation, in: *Proceedings of the Ninth IEEE International Conference on Computer Vision*, S. 664–671.
- Yang**, Y. (1999), Model selection for nonparametric regression, *Statistica Sinica*, 9, S. 475–499.
- Yatchew**, A.J. (1992), Nonparametric regression tests based on least squares, *Econometric theory*, 8, 4, S. 435–451.
- Zaher**, F. (2007), Evaluating factor forecasts for the UK: The role of asset prices, *International Journal of Forecasting*, 23, S. 679–693.

- Zhang**, G.P. (2007), A neural network ensemble method with jittered training data for time series forecasting, *Information Sciences*, 177, 3, S. 5329–5346.
- Zhang**, T. (2001), A Leave-One-out Cross Validation Bound for Kernel Methods with Applications in Learning, in: David **Helmbold**, Bob **Williamson** (Hg.), *Computational learning theory: Proceedings of the 14th Annual Conference on Computational Learning Theory and 5th European Conference on Computational Learning Theory*, Bd. 2111 von *Lecture notes in computer science: Lecture notes in artificial intelligence*, S. 427–443, Springer, Berlin u.a.

# Index

- Abhängigkeitstests, 50
- Anlagekonzept, 12
- Anpassungsgüte, 46
- ARCH, 106
- Asset Allokation, 9, 13
- Asset Management, 9
  
- Bandweite, 62
- Benchmark, 12, 17
- Bestimmtheitsmaß, 40
- Bias-Varianz-Dilemma, 39
- Bootstrap, 97
- Boundary Bias, 77
  
- DCC-Test, 115
- Decoupling, 114
- Determinationskoeffizient, 40
- Diversifikation, 14
  
- Empty Space Phenomenon, 92
- endogen, 31
- exogen, 31
  
- F-Test, 45
- Faktoranalyse, 48
- Faustformel, 68
- Finanzanalyse, 13, 19
- Fluch der Dimension, 92
- Fundamentalanalyse, 22
  
- Generalisierungsfähigkeit, 46
- GRNN, 79
  
- Homoskedastizität, 34
  
- Index Tracking, 13
- Information Ratio, 18
- Informationseffizienz, 20
- Informationskriterium, 47
- Informationsparadoxon, 20
- Integration, 14
  
- Jensens Alpha, 18
- Jobson-Korkie-Test, 18
  
- Kaiser-Kriterium, 49
- Kernfunktion, 61
- Klassifizierung, 31
- Konsistenz, 14
- Kreuzvalidierung, 48
  
- Lags, 56
- Leave-one-out, 48, 69
  
- Meese-Rogoff-Test, 45
- Mincer-Zarnowitz-Regression, 40
- Morgan-Granger-Newbold-Test, 45
- Multikollinearität, 48
- Multistage, 53
  
- Nadaraya-Watson-Schätzer, 61
- NARCH, 108
- Nearest-Neighbour, 59
- Normkern, 64
  
- Ökonometrie, 29
  
- Partialmodell, 110
- Plug-In, 71
- Portfolio Selection, 14

Portfoliomanagement, 9

Regressionsmodell, 32

Renditemodell, 32

Residuen, 38

Risikoaversionsparameter, 15

Risikomodell, 32

Sharpe Ratio, 17

Signifikanztest, 45

Simultanmodell, 111

Stationarität, 137

Support Vector Machines, 78

Support Vector Regression, 78

Tangens Hyperbolicus, 124

technische Analyse, 22

Term Spreads, 26

Trefferquote, 41

Überanpassung, 47

Variablenselektion, 49

Volatility Clustering, 106

Vorwärts-Suche, 51

Vorzeichen-Rang-Test, 46

Vorzeichen-Test, 46

Wegstrecke, 41



