

Olaf Rösler

**Magnetisierungsmessungen
an tunnelgekoppelten
niedrigdimensionalen
Elektronensystemen**



Magnetisierungsmessungen an tunnelgekoppelten niedrigdimensionalen Elektronensystemen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Olaf Rösler
aus Hamburg

Hamburg
2008

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2008

Zugl.: Hamburg, Univ., Diss., 2008

978-3-86727-574-3

Gutachter der Dissertation:

Professor Dr. D. Heitmann

Professor Dr. D. Grundler

Gutachter der Disputation:

Professor Dr. D. Heitmann

Professor Dr. W. Hansen

Datum der Disputation:

11. April 2008

Vorsitzender des Prüfungsausschusses:

Dr. K. Petermann

Vorsitzender des Promotionsausschusses:

Professor Dr. J. Bartels

Dekan der Fakultät für Mathematik,
Informatik und Naturwissenschaften:

Professor Dr. A. Frühwald

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2008

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2008

Gedruckt auf säurefreiem Papier

978-3-86727-574-3

Inhaltsangabe

In dieser Arbeit wurde die Magnetisierung von tunnelgekoppelten niedrigdimensionalen Elektronensystemen mittels mikromechanischer Cantilever-Magnetometrie experimentell untersucht. Die Magnetisierung ist eine thermodynamische Zustandsgröße, welche bei tiefen Temperaturen den thermodynamischen Grundzustand der Elektronen widerspiegelt. Die Elektronensysteme wurden in modulationsdotierten AlGaAs/GaAs Heterostrukturen realisiert. Bei diesen handelt es sich um zwei, durch eine wenige Nanometer dicke Barriere voneinander getrennte, zweidimensionale Elektronensysteme (2DES).

Die Magnetisierung der tunnelgekoppelten Systeme lässt sich in zwei Regime unterteilen. Bei niedrigen Magnetfeldern kann eine charakteristische Schwebung, bei den beobachteten Oszillationen in den Magnetisierungsmessdaten, beobachtet werden. Dieses ist konsistent mit dem Bestreben der tunnelgekoppelten 2DES ein symmetrisches sowie ein antisymmetrisches Subband zu besetzen. Der Vergleich der experimentellen Daten in diesem Feldbereich mit Rechnungen in einem Einteilchenmodell, welches auf einer modellierten Zustandsdichte beruht, ergibt eine gute Übereinstimmung. Insbesondere können die Magnetisierungsmessdaten ohne eine Variation der energetischen Aufspaltung Δ_{SAS} zwischen dem symmetrischen und antisymmetrischen Subband berechnet werden. Dieses ändert sich beim Vergleich zwischen Magnetisierungsmessdaten bei hohem Magnetfeld, oder einem Magnetfeld in der Ebene des tunnelgekoppelten 2DES, mit Rechnungen im Einteilchenmodell. Als Erklärung dieser Abweichung wird die magnetfeldabhängige Umbesetzung zwischen den tunnelgekoppelten 2DES genutzt. In winkelabhängigen Magnetisierungsmessungen kann eine Oszillation der Amplituden, der Magnetisierung an geradzahli- gen Füllfaktoren beobachtet werden. Bis zu einem Magnetfeld in der Ebene, bei dem ein magnetischer Zusammenbruch geschieht, kann dieses qualitativ durch eine Abnahme der energetischen Aufspaltung erklärt werden. Bei höheren Magnetfeldern in der Ebene treten verstärkt die Eigenschaften des wechselwirkenden Gesamtsystems zutage. Magnetisierungsmessungen bei hohen Magnetfeldern >20 T ermöglichen die Untersuchung von möglichen Phasenübergängen bei einem Füllfaktor $\nu = 2$.

Abstract

In this work the magnetization of low-dimensional electron systems has been experimentally investigated using a micromechanical cantilever magnetometer technique. The magnetization is a thermodynamic quantity which reflects the thermodynamic ground state of the system at low temperatures. The electron systems were realized in modulation-doped AlGaAs/GaAs heterostructures which are grown with molecular beam epitaxy. The two-dimensional electron systems (2DES) are separated by a barrier of a few nanometers.

The magnetization of the tunnel coupled systems suggest that there exist two regimes. At low fields a characteristic beating pattern in the magnetic oscillation is observed. This is consistent with the formation of a symmetric and antisymmetric subband. The comparison between the magnetization measurements in this field regime and an one-particle-model based on a model density-of-states shows a good agreement. In particular the magnetization measurements can be calculated with a constant energetic separation between the symmetric and the antisymmetric subband. At higher magnetic fields or an magnetic field in-plane with the tunnel-coupled 2DES the energetic separation has a dependency of the magnetic field. The magnetic field induced charge transfer between the tunnel-coupled 2DES can explain this dependency. In magnetization measurements under tilted magnetic fields an oscillation of the amplitude of the magnetization at integer filling factors can be observed if the tilt angle is varied. At low magnetic fields, where no magnetic breakdown occurs this oscillation can be explained by a decrease of the energetic separation. At higher in-plane magnetic fields the magnetization exhibits features that are attributed to the interacting total system. Magnetization measurements at high magnetic fields >20 T allows to investigate possible phase transitions at a filling factor $\nu = 2$.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsangabe	i
Abstract	ii
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen	4
2.1 2DES in einem senkrechten Magnetfeld	5
2.2 Thermodynamische Eigenschaften eines 2DES	7
2.3 Tunnelgekoppelte 2DES	9
3 Experimenteller Aufbau	16
3.1 Funktionsweise des Cantilever-Magnetometers	17
3.2 Experimenteller Aufbau	19
3.3 Kalibration	20
4 Probenherstellung	23
4.1 Präparation	23
4.2 Präparation des elektronischen Systems	25
5 Experimentelle Ergebnisse	27
5.1 Transportmessungen an tunnelgekoppelten 2DES	27
5.1.1 Variation der Balance des Systems durch eine Gatespannung .	30

5.1.2	Variation der Balance des Systems durch Beleuchtung	32
5.2	Magnetisierungsmessungen	33
5.2.1	Magnetisierungsmessungen im niederen Feldbereich	34
5.2.2	Magnetisierungsmessungen im hohen Feldbereich	38
5.2.3	Magnetfeldabhängige Ladungsumverteilung	42
5.2.4	Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene	47
5.3	Phasenübergänge bei Füllfaktor $\nu = 2$	66
5.3.1	Hartree-Fock-Theorie für Füllfaktor $\nu = 2$	67
5.3.2	Magnetisierungsmessungen bei $\nu = 2$	71
5.3.3	Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene auf den thermodynamischen Niveauabstand bei Füllfaktor $\nu = 2$	73
5.4	Diskussion	79
6	Zusammenfassung	82
A	Untersuchte Wafer	85
B	Zustandsdichte $D(E)$ eines tunnelgekoppelten 2DES	87
	Literaturverzeichnis	89
	Danksagung	112

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematischer Verlauf des Leitungsbandes eines tunnelgekoppelten Quantentopfes	10
2.2	Fanchart eines tunnelgekoppelten spinentarteten 2DES	12
2.3	Berechnete DOS, chemisches Potenzial und Magnetisierung für ein tunnelgekoppeltes spinentartetes 2DES	15
3.1	Prinzip der Drehmoment-Magnetisierungsmessung	17
3.2	Aufbau eines mikromechanischen Cantilever-Magnetometers	20
3.3	Kalibration durch elektrische Gleichspannung	21
4.1	Wachstumsplan eines Cantilever-Wafers	24
4.2	Laser-Interferenz-Lithographie	26
5.1	Transportmessungen an dem Hallbar Bo12283t	28
5.2	FFT des Längswiderstandes des Hallbar Bo12283t	29
5.3	Gateabhängige Transportmessungen an den Proben Bo12283t und Bo12973t	31
5.4	Balance der Proben Bo12283t und Bo12973t in Abhängigkeit der Beleuchtung	33
5.5	Vergleich von Magnetisierungsmessungen mit unterschiedlichen großen Mikrostrukturen der 2DES-Mesas	35
5.6	Vergleich von Magnetisierungsmessungen der Proben Bo12283 und Bo12973 und Rechnungen im Einteilchenmodell	36

5.7	Vergleich von Magnetisierungsmessungen der Proben Bo12283 und Bo12973 und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell im gesamten Feldbereich	40
5.8	Energie der Leitungsbandkante und Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen in Abhängigkeit der Balance	43
5.9	Ladungsträgerumverteilung und berechnetes $\Delta_{SAS}(V, B)$ eines unbalancierten tunnelgekoppelten 2DES	45
5.10	Vergleich zwischen Magnetisierungsmessungen und Modellrechnungen mit magnetfeldabhängiger Ladungsumverteilung	46
5.11	Magnetisierungsmessungen der Probe Bo12283 bei unterschiedlichen Verkipfungswinkeln α	48
5.12	Thermodynamische Niveauabstände einzelner Füllfaktoren der Probe Bo12283 im beleuchteten Zustand	50
5.13	Magnetisierung der Probe Bo12973 an einem Kreuzungspunkt	53
5.14	Thermodynamische Niveauabstände einzelner Füllfaktoren der Probe Bo12973	55
5.15	Fermiflächen und Dispersionsrelation eines tunnelgekoppelten 2DES mit Magnetfeld in der Ebene	59
5.16	Aus einer FFT bestimmtes Δ_{SAS} der Probe Bo12973 in Abhängigkeit des Verkipfungswinkel	61
5.17	Magnetfelder des magnetischen Zusammenbruchs von tunnelgekoppelten 2DES	63
5.18	Thermodynamische Niveauabstände einzelner Füllfaktoren der Probe Bo12283 im unbeleuchteten Zustand	65
5.19	Besetzung der spinaufgespaltenen Subbänder eines tunnelgekoppelten 2DES bei $\nu = 2$	70
5.20	Phasendiagramm für einen tunnelgekoppeltes 2DES bei einem Füllfaktor $\nu=2$	71
5.21	Phasendiagramm in Abhängigkeit der Tunnelkopplung für tunnelgekoppelte 2DES bei einem Füllfaktor $\nu = 2$ bei unterschiedlichen Barrierendicken	72

5.22	Thermodynamische Niveauabstände der Probe Bo12973 mit Magnetfeld in der Ebene	75
5.23	Phasendiagramm eines tunnelgekoppelten 2DES in Abhängigkeit eines Magnetfeldes in der Ebene	76
5.24	Thermodynamische Niveauabstände der Probe Bo12283 mit Magnetfeld in der Ebene	78
A.1	Wachstumsplan der Probe HH1906	85
A.2	Wachstumsplan der Probe Bo12283	86
A.3	Wachstumsplan der Probe Bo12973	86
B.1	Zustandsdichte eines tunnelgekoppelten 2DES mit einem Magnetfeld in der Ebene	88

Kapitel 1

Einleitung

Die fortschreitende Entwicklung der Fertigungstechniken in der Halbleiter-Technologie ermöglicht es heute komplexe quantenmechanische Systeme „maßzuschneidern“. Die Erforschung der quantenmechanischen Phänomene ist sowohl für fundamentale physikalische Forschung von Interesse als auch für die Halbleitertechnologie. Seit der Erfindung des ersten Transistors im Jahr 1947 [Bar48] und der Realisierung von integrierten Schaltungen [Kil59] ist deren Leistungsfähigkeit rasant angestiegen. Die Leistungssteigerung wurde im Jahre 1965 von Gordon E. Moore durch das nach ihm benannte „Mooresche Gesetz“ postuliert. Es besagt, dass die Komplexität der integrierten Schaltkreise jährlich verdoppelt wird [Moo65]. Möglich wurde diese exponentielle Leistungssteigerung vor allem durch die fortlaufende Verkleinerung der Bauelemente. Inzwischen sind Teile der Transistoren nur noch einige Nanometer groß. Dabei stoßen sie unweigerlich an Grenzen, in denen die Quantenmechanik einen dominierenden Einfluss hat. Dieses motiviert die Untersuchung von quantenmechanischen Phänomenen.

Im Speziellen ermöglicht der Einschluss von Elektronensystemen in eine oder mehrere Raumrichtungen die Untersuchung interessanter quantenmechanischer Phänomene. Das grundlegende Bauelement der heutigen Halbleiter-Elektronik ist der Si-MOSFET¹ in dem ein zweidimensionales Elektronensystem (2DES) integriert ist. Im Jahr 1980 wurde von K. von Klitzing der Quanten-Hall-Effekt (QHE) in diesem System entdeckt [vK80]. Die Entdeckung dieses fundamental neuartigen Phänomens wurde mit einem Nobelpreis ausgezeichnet. Bereits zwei Jahre später konnte der

¹Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

fraktionelle QHE an MBE² gewachsenen Strukturen auf AlGaAs/GaAs-Basis beobachtet werden [Tsu82]. Hierfür wurde ebenfalls ein Nobelpreis verliehen. In diesen Systemen wird das 2DES in der Ebene ausgebildet, an der unterschiedliche Halbleiter mit ähnlichen Gitterkonstanten epitaktisch mit atomarer Genauigkeit übereinander gewachsen werden. In technischen Anwendungen werden diese Systeme genutzt, wenn ultraschnelle Arbeitsschritte benötigt werden. Bemerkenswert ist, dass die elektronischen Strukturen noch immer im klassischen Weg benutzt werden. Die Modulation des Stromflusses geschieht in Transistoren durch Verarmung von Ladungszonen. Neuartige Konzepte sind seit einigen Jahren in Diskussion. Diese nutzen entweder den Spin als neuen Freiheitsgrad („Spintronics“) [Dat90, Pri98] oder direkt die quantenmechanischen Eigenschaften eines Systems („Quantencomputer“).

In dieser Arbeit werden Untersuchungen an tunnelgekoppelten 2DES durchgeführt. Dabei werden zwei 2DES von einer nur wenige Atomlagen dicken Tunnelbarriere voneinander getrennt. In einlagigen 2DES entsteht der QHE aufgrund der Quantisierung der Zustandsdichte in einem Magnetfeld senkrecht zum 2DES. Bei geradzahigen Füllfaktoren ist der QHE ein Einteilchenphänomen, während der fraktionelle QHE ein Vielteilchenphänomen ist. In tunnelgekoppelten 2DES können gleichzeitig Vielteilchenphänomene sowie Einteilchenphänomene an geradzahigen Füllfaktoren untersucht werden. Mit dem tunnelgekoppelten 2DES sind zwei weitere Energieskalen verbunden. Das Einteilchenphänomen der energetischen Aufspaltung Δ_{SAS} , hervorgerufen durch das Tunneln sowie die Vielteilchen-Coulomb-Wechselwirkung zwischen den einzelnen 2DES. Der damit verbundene neue Freiheitsgrad, nämlich die Unterscheidung zwischen Elektronen im jeweiligen 2DES, könnte ebenfalls zu einem neuen Konzept eines Transistors führen [Hu00].

Eine Reihe von unterschiedlichen Experimenten wurde genutzt um 2DES zu untersuchen. Der Großteil der Resultate wurde mittels Magnetotransport und optischer Spektroskopie erzeugt. Da beide Messvarianten das System anregen, geben beide nur indirekte Information über die Grundzustandsenergie wieder. Einen direkten Zugang zur Grundzustandsenergie erhält man durch Messung der thermodynamischen Gleichgewichtsgrößen, wie zum Beispiel der Magnetokapazität [Smi85, Mos86, Ash93, Dol97, MR02], der spezifischen Wärme [Gor85] und der Magnetisierung [Sto84, Eis85b, Wie97, Mei99, Har01]. Diese Größen ermöglichen das Berechnen der Grundzustandsenergie und beinhalten mögliche Wechselwirkungen und Vielteilcheneffekte. Typischerweise besitzen die thermodynamischen Gleichgewichtsgrößen

²Molecular Beam Epitaxy

eine oszillatorische Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte oder dem Magnetfeld. Zur Untersuchung der tunnelgekoppelten 2DES werden in dieser Arbeit Magnetisierungsmessungen vorgestellt. Dazu werden hochempfindliche mikromechanische Cantilever-Magnetometer (MCM) verwendet. Die Magnetisierung wird in Abhängigkeit des Magnetfeldes, der Symmetrie der Leitungsbandkante sowie einer Verkipfung zwischen der Normalen auf dem tunnelgekoppelten 2DES und dem Magnetfeld untersucht. Ein besonderes Augenmerk wurde hierbei auf unterschiedliche Phasen gelegt, in denen sich das tunnelgekoppelte 2DES in Abhängigkeit der Symmetrie der Leitungsbandkante, sowie dem Magnetfeld in der Ebene befindet.

Diese Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung von niedrigdimensionalen Elektronensystemen und insbesondere von tunnelgekoppelten 2DES vorgestellt. Das Messsystem und die Herstellung der MCM werden in Kapitel 3 und 4 eingeführt. In Kapitel 5 werden die Ergebnisse der Transport- und Magnetisierungsmessungen, die an den tunnelgekoppelten 2DES durchgeführt wurden, präsentiert. Abschließend folgt das Kapitel 6 mit einer Zusammenfassung.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Konzepte aufgezeigt, die magnetische Oszillationen in niedrigdimensionalen Elektronensystemen erklären.

Diese Arbeit untersucht modulationsdotierte AlGaAs-GaAs-Heterostrukturen. Hierbei werden zweidimensionale Elektronensysteme (2DES) durch eine Abfolge von Atomlagen realisiert, welche mittels MBE gewachsen werden. Im Folgenden soll das MBE-Wachstum entlang der z -Richtung angenommen werden. Das Einschlusspotenzial in z -Richtung ist zum einen durch die Leitungsbandkanten der Materialien und die Abfolge der Atomlagen bestimmt. Zum anderen steht durch Modulationsdotierung der Heterostruktur mit Si-Atomen ein Verfahren zur Verfügung, mit dem gezielt Ladungsträger in das System gebracht werden können. Durch die aus der Dotierung stammenden Elektronen entsteht selbstkonsistent ein elektrisches Feld, welches ebenfalls für das Einschlusspotenzial verantwortlich ist. Im Fall der Entartung liegt das Fermi-Niveau E_F im Leitungsband und ein 2DES entsteht. Aufgrund der hohen Präzision beim MBE-Wachstum kann ein so starkes Einschlusspotenzial realisiert werden, dass bei tiefen Temperaturen und geeigneter Dotierung nur das unterste Subband besetzt ist. Die zugehörige Energie der Leitungsbandkante soll mit E_{0z} bezeichnet werden.

Die kinetischen Eigenschaften von Elektronen im Leitungsband in einem Halbleiter können durch eine Bewegung von quasi freien Elektronen mit einer effektiven Masse m^* in der (x, y) -Ebene beschrieben werden.¹ Durch Einführung der effektiven Masse wird der Einfluss des periodischen Potenzials des Kristallgitters auf die Elektronenenergien berücksichtigt. Für eine parabolische Energiedispersion, welche eine gute

¹In GaAs ist $m^* = 0,067m_e$ (m_e ist die freie Elektronenmasse).

Näherung für Elektronen in GaAs ist, ist die Zustandsdichte (DOS)² für ein 2DES im Magnetfeld $B = 0$ T gegeben durch

$$D_0(E) = \begin{cases} 0 & \text{für } E < E_{0z} \\ m^*/\pi\hbar^2 & \text{für } E \geq E_{0z} \end{cases} . \quad (2.1)$$

2.1 2DES in einem senkrechten Magnetfeld

Der Hamilton-Operator für nicht wechselwirkende Elektronen mit einer effektiven Masse in einem homogenen Magnetfeld $\mathbf{B}$ ist gegeben durch

$$\hat{H} = \frac{(\hat{p} - e\mathbf{A})^2}{2m^*} + V(\mathbf{r}), \quad (2.2)$$

mit dem kinetischen Impuls $\hat{p} = -i\hbar\nabla_{\mathbf{r}}$ und dem Vektorpotenzial $\mathbf{A}$, welches das Magnetfeld durch

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} \quad (2.3)$$

enthält. $V(\mathbf{r})$ ist ein externes Potenzial welches vorerst als konstant $V = 0$ angenommen werden soll.

Bei einem Magnetfeld $\mathbf{B} = \mathbf{e}_z B_z$ entlang der z -Achse ist das Vektorpotenzial in der Landaueichung gegeben als $\mathbf{A} = xB_z\mathbf{e}_y$ und die Schrödingergleichung bekommt folgende Form:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{ieB_z}{\hbar}x \right)^2 + \frac{2m^*}{\hbar^2}E \right] \psi(x, y) = 0 \quad (2.4)$$

Da in der Landaueichung $[\mathbf{p}_y, \mathbf{H}] = 0$ gilt, kann man für die Bewegung in der (x, y) -Ebene

$$\psi(x, y) = \phi_x(x)e^{ik_y y} \quad (2.5)$$

schreiben und Gl. 2.4 wird zu einer Bewegungsgleichung eines harmonischen Oszillators

²für engl. Density Of States

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{m^* \omega_c^2}{2} (x - x_0)^2 \right] \phi_x(x) = E_{xy} \phi_x(x), \quad (2.6)$$

mit der Zyklotronfrequenz

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}, \quad (2.7)$$

als Eigenfrequenz. Hierbei ist $x_0 = -\hbar k_y / m^* \omega_c = -k_y l^2$ die Koordinate des Zentrums einer Zyklotronbahn mit einer magnetischen Länge von $l = (\hbar / eB_\perp)^{1/2}$. Die Eigenenergien des Systems entsprechen den Energien der diskreten Landauniveaus und sind gegeben durch

$$E_j = E_{0z} + \left(j + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.8)$$

mit einer Energie der Leitungsbandkante E_{0z} welche durch die Quantisierung in z -Richtung entsteht. Das senkrechte Magnetfeld hat keinen Einfluss auf die Energie der Leitungsbandkante.

Die Energieeigenzustände sind bezüglich des Impulses entartet. Um sicher zu stellen, dass die Wellenfunktion eindeutig ist, muss man erwarten, dass zwei benachbarte Werte von x_0 in der (x, y) -Ebene um einen Abstand von $\Delta x_0 = \Delta k_y l^2 = (2\pi / L_y)(\hbar / eB)$ voneinander entfernt sind. Die Anzahl der Zustände mit der selben Energie ist $N = L_x / \Delta x_0 = AeB / h$ wobei $A = L_x \cdot L_y$ die Fläche der Probe beschreibt. Die Entartung eines Landauniveaus pro Einheitsfläche ist somit

$$N_L = 2 \frac{eB}{h}, \quad (2.9)$$

wobei der Vorfaktor 2 die Spinentartung des Systems beschreibt. Für spinaufgespaltene Landauniveaus nimmt die Entartung um einen Faktor 2 ab und ist gegeben durch

$$N_\nu = \frac{eB}{h}. \quad (2.10)$$

Für eine gegebene Ladungsträgerdichte n_s ist der Füllfaktor definiert als

$$\nu = \frac{n_s}{N_\nu}. \quad (2.11)$$

2.2 Thermodynamische Eigenschaften eines 2DES

Um zu einer quantitativen Beschreibung eines realen 2DES zu kommen, müssen zwei weitere Effekte in Betracht gezogen werden: Die endliche Temperatur und die Unordnung in der Probe. Unter Nichtbeachtung der Unordnung kondensieren Elektronen auf Niveaus mit der Zustandsdichtefunktion

$$D(E) = N_L \sum_{j=0}^{\infty} \delta(E - E_j - E_{0z}). \quad (2.12)$$

Streuung von Elektronen an Störstellen im Kristall führt zu einer Verbreiterung der idealen δ -förmigen Landauniveaus. Für eine gaussförmige Verbreiterung wird Gl. (2.12) zu

$$D(E) = \frac{N_L}{\sqrt{2\pi}\Gamma} \sum_{j=0}^{\infty} \exp\left(-\frac{(E - E_j - E_{0z})^2}{2\Gamma^2}\right) \quad (2.13)$$

mit einem Verbreiterungsparameter Γ . Die endliche Temperatur führt zu einer Gleichgewichtsverteilung der Besetzung der Zustände. Sie folgt der Fermi-Dirac-Verteilung

$$f(E, \chi, T) = \left[1 + \exp\left(\frac{E - \chi}{k_B T}\right)\right]^{-1}. \quad (2.14)$$

χ beschreibt das chemische Potenzial des Systems. Die thermodynamischen Gleichgewichtsgrößen eines solchen Systems können nun aus der DOS berechnet werden. Für das Verständnis der experimentellen Daten sind wir an der Magnetisierung

$$M = - \left. \frac{\partial F}{\partial B} \right|_{N, T} \quad (2.15)$$

als Funktion des Magnetfeldes B , bei fester Teilchenzahl $N = n_{ges}A$ und der Temperatur T interessiert. n_{ges} bezeichnet die Anzahl der Ladungsträger pro Flächen des 2DES. Die freie Energie F und χ können selbstkonsistent berechnet werden aus

$$n_{ges} = \int_0^{\infty} f(E, \chi, T) D(E) dE, \quad (2.16)$$

$$F = \chi N - k_B T A \int_0^\infty D(E) \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\chi - E}{k_B T} \right) \right] dE. \quad (2.17)$$

Mit den Gl. 2.15-2.17 kann in diesem Einteilchenbild nun die Magnetisierung eines 2DES berechnet werden. Der Sprung in der Magnetisierung ΔM , welcher der Spitze-Spitze-Amplitude der de Haas-van Alphen-Oszillationen (dHvA-Oszillation) entspricht und die Oszillationen von χ sind durch die Maxwell-Relation $(\partial M / \partial \chi)|_B = (\partial N / \partial B)|_\chi$ miteinander verbunden. Die Zahl der Zustände, die in einem Intervall ΔB überstrichen werden, hängt von N_L und der Verteilungsform ab. Sie ist linear im Fall einer δ - oder rechteckig-förmiger Zustandsdichte. In dieser Näherung kann die Maxwell-Relation vereinfacht werden zu [Wie97]

$$\frac{\Delta M}{N} = \frac{\Delta \chi}{B}. \quad (2.18)$$

Für ideale 2DES mit einer δ -förmigen Zustandsdichte ergibt Gl. (2.18) eine Spitze-Spitze dHvA-Amplitude bei $T = 0$ von maximal $\Delta M / N = 2\mu_B^* B$.³ Tatsächlich ist die Oszillationsamplitude kleiner. Verbreiterungen der δ -förmigen Zustandsdichte glätten die Diskontinuitäten von χ und M . Eine endliche Temperatur verschmiert die Fermi-Dirac-Verteilung um die Fermienergie bei $T = 0$ K und reduziert zusätzlich die Oszillationsamplituden. Für den Grenzfall $k_B T \gg \hbar \omega_c$ sind die Oszillationen vollständig verwaschen und die Magnetisierung nimmt linear mit B ab. Dieses Verhalten entspricht dem Landau-Diamagnetismus, der für eine 2DES in [Lan30] berechnet wurde.

Für ein System, in dem die Verbreiterung und $k_B T$ klein gegen $\hbar \omega_c$ sind, ist Gl. (2.18) eine gute Näherung, um aus den in Kapitel 5 gemessenen Oszillationsamplituden den Energieabstand im DOS-Spektrum zu ermitteln. Im Folgenden soll der Energieabstand, der aus der Beziehung

$$\Delta E = \Delta M B / N \quad (2.19)$$

berechnet wird, als „thermodynamischer Niveauabstand“ bezeichnet werden. Bei den im Experiment ausgewerteten Oszillationsamplituden ist $k_B T$ aufgrund der niedrigen Temperatur immer klein gegen den Energieabstand.

In den bisherigen Betrachtungen sind Elektron-Elektron-Wechselwirkungen vernachlässigt worden. Aus den Messergebnissen in Kapitel 5 werden wir sehen, dass mit

³ $\mu_B^* = 1,385 \cdot 10^{-22}$ J/T in GaAs

dem hier vorgestellten Einteilchenmodell die Magnetisierung für hohe geradzahlige Füllfaktoren gut simuliert werden kann. Das Einteilchenmodell ist aber nicht in der Lage, den dHvA-Effekt für ungeradzahlige Füllfaktoren zu beschreiben. Um dieses zu erreichen, müssen Wechselwirkungen mit einbezogen werden. Es sind unterschiedliche Ansätze gewählt worden, um die Magnetisierung von wechselwirkenden Elektronen in 2-dimensionalen Elektronensystemen zu berechnen. Hartree-Fock- [Mac86, Sar98] und abgeschirmte Hartree-Fock- [Man95] Rechnungen sind die bekanntesten Methoden. In den meisten Fällen ergeben diese komplexen Rechnungen, dass Wechselwirkungen die Amplitude des dHvA-Effekts sowohl bei geradzahligen als auch ungeradzahligen Füllfaktoren erhöhen. Die Erklärung resultiert aus dem Bestreben eines Vielteilchensystemes, seine Energie zu minimieren. Auf Grund von Wechselwirkungen kann man erwarten, dass die Magnetisierung oszilliert, wann immer die freie Energie des Systems bei Magnetfeldänderung durch ein Minimum läuft [And74].

2.3 Tunnelgekoppelte 2DES

In diesem Kapitel werden die grundsätzlichen Eigenschaften eines doppellagigen, tunnelgekoppelten Elektronensystems vorgestellt. Die quantenmechanischen Grundzüge der Tunnelkopplung in doppellagigen Systemen kann Lehrbüchern entnommen werden [Bas88, Wei91]. Abb. 2.1 zeigt eine schematische Ansicht eines tunnelgekoppelten 2DES. Im Falle eines symmetrischen Verlaufs der Leitungsbandkante um die Tunnelbarriere haben die sich in den Quantentöpfen ausbildenden Wellenfunktionen ψ_L im linken und ψ_R im rechten Quantentopf die gleiche Form. Im Folgenden soll dieser Zustand als balancierter Zustand bezeichnet werden. Durch Tunneln durch die Barriere zwischen den Quantentöpfen haben Elektronen im linken Quantentopf eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit im rechten Quantentopf und umgekehrt.

Durch diesen Effekt ist es nicht möglich zu unterscheiden, ob sich die Elektronen im linken oder im rechten Quantentopf befinden. Die Elektronen werden daher durch eine Gesamtwellenfunktion beschrieben, welche eine Linearkombination von ψ_L und ψ_R ist. Zwei Zustände werden unterschieden:

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_L + \psi_R) \quad (2.20)$$

und

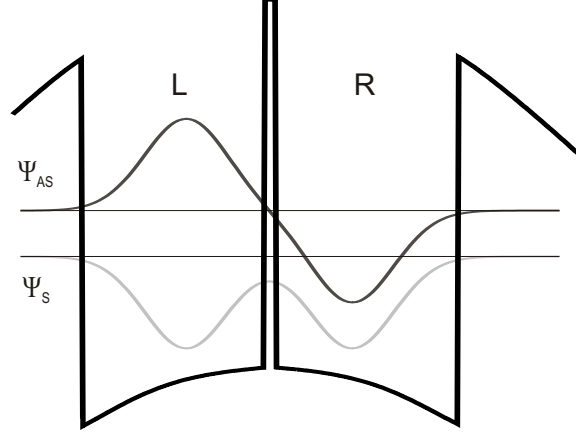


Abbildung 2.1: Schematischer Verlauf des Leitungsbandes eines tunnelgekoppelten Quantentopfes im balancierten Fall. L und R bezeichnen die Quantentöpfe, die durch eine Tunnelbarriere voneinander getrennt sind. ψ_S bezeichnet die symmetrische (hellgrau) und ψ_{AS} die antisymmetrische (dunkelgrau) Wellenfunktion.

$$\psi_{AS} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_L - \psi_R) \quad (2.21)$$

Die Energieeigenwerte der zugehörigen Subbänder sind $E_{S/AS} = E_{0,z} \mp \Delta_{SAS}/2$, wobei sich die energetische Aufspaltung Δ_{SAS} quantenmechanisch aus der Überlappung der ungestörten Wellenfunktionen ψ_S und ψ_{AS} berechnen lässt. Sie ist daher ein Maß für die Stärke der Tunnelkopplung der beiden Quantentöpfe. Bei Abwesenheit eines äußeren Magnetfeldes ist dieses äquivalent zur Bildung von zwei Subbändern, wobei jedes einen Anteil von $m^*/\pi\hbar^2$ zur DOS beiträgt.

Bei $B = 0$ T lässt sich Δ_{SAS} im Experiment aus den unterschiedlichen Ladungsträgerdichten in den einzelnen Subbändern bestimmen. Es gilt

$$\Delta_{SAS}^0 = \frac{n_S - n_{AS}}{D_{2DES}}, \quad (2.22)$$

wobei n_S und n_{AS} die Ladungsträgerdichten der beiden Subbänder sind und D_{2DES} die Zustandsdichte eines einzelnen 2-dimensionalen Elektronensystems bezeichnet.

Unter Anwesenheit eines äußeren Magnetfeldes in z -Richtung bilden sich in beiden Subbändern Landauniveaus aus. Im Falle nicht wechselwirkender Elektronen ergeben

sich Energiezustände der Form:

$$E_{j,S/AS} = E_{0z} + (j + \frac{1}{2}\hbar\omega_c \mp \frac{\Delta_{SAS}}{2}), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (2.23)$$

Ein sich daraus ergebender Landau-„Fächer“ ist in Abb. 2.2 gezeigt. Bei $T = 0$ K sind alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt. Das chemische Potenzial entspricht bei $T = 0$ K der Fermienergie E_F . Das Fermi-niveau liegt in dem Subband, welches gerade bevölkert wird. Dieses wird durch die dicke Linie in Abb. 2.2 verdeutlicht. An den Positionen, an denen in Abhängigkeit des Magnetfeldes ein ganzzahliger Füllfaktor erreicht wird, springt das chemische Potenzial diskontinuierlich. Die maximale Sprunghöhe des chemischen Potenzials ist $\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$. Δ_{SAS} wird in diesem Bild als konstant angenommen und hängt nicht von B ab. Daher ist die maximale Sprunghöhe des chemischen Potenzials für $\hbar\omega_c < \Delta_{SAS}$ entsprechend Δ_{SAS} .

Durch das Zusammenspiel zwischen den Energiebeiträgen $\hbar\omega_c$ und Δ_{SAS} lassen sich unterschiedliche Typen von Füllfaktoren definieren. Solche Füllfaktoren, bei denen das chemische Potenzial einen Sprung von der Höhe Δ_{SAS} oder ein Vielfaches von $(-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS})$ macht. Bei größer werdendem Δ_{SAS} würde bei diesen Füllfaktoren die Sprunghöhe des chemischen Potenzials steigen. Im Folgenden soll bei solchen Füllfaktoren von Δ_{SAS} -Füllfaktoren gesprochen werden.

Bei Füllfaktoren, bei denen das chemische Potenzial einen Sprung von einem Vielfachen des Minuends und Subtrahends in $(\hbar\omega_c - \Delta_{SAS})$ macht, wird im Folgenden von einem $(x \cdot \hbar\omega_c - y \cdot \Delta_{SAS})$ -Füllfaktor gesprochen. $x, y \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Bei diesem Typ von Füllfaktor wird der Sprung des chemischen Potenzials kleiner, wenn Δ_{SAS} größer wird. Die Sprunghöhe des chemischen Potenzials verhält sich bei diesem Typ von Füllfaktor bei Variation des Δ_{SAS} genau umgekehrt zu den Δ_{SAS} -Füllfaktoren.

Bisher wurde der Spin der Elektronen vernachlässigt. Die Berücksichtigung des Spins würde in Abhängigkeit des Magnetfeldes bei ungeradzahligen Füllfaktoren ebenfalls zu einem Sprung des chemischen Potenzials führen. Dieser Typ von Füllfaktor soll im Folgenden als Spin-Füllfaktor bezeichnet werden.

Das Auswerten der Oszillationsamplituden der Magnetisierungsmessungen ermöglicht nach Gl. 2.19 die Bestimmung des thermodynamischen Niveauabstands. Im Kapitel 5 werden Messdaten präsentiert, bei denen die energetische Aufspaltung Δ_{SAS} und damit die Tunnelkopplung eine Abhängigkeit von unterschiedlichen Parametern zeigt. Eine Abhängigkeit vom senkrechten Magnetfeld, $\Delta_{SAS}(B)$. Eine Abhängigkeit vom Magnetfeld in der Ebene $\Delta_{SAS}(\alpha)$ und eine Abhängigkeit der Balance $\Delta_{SAS}(V)$ des Systems werden betrachtet. Die Abhängigkeit vom Winkel α kommt daher,

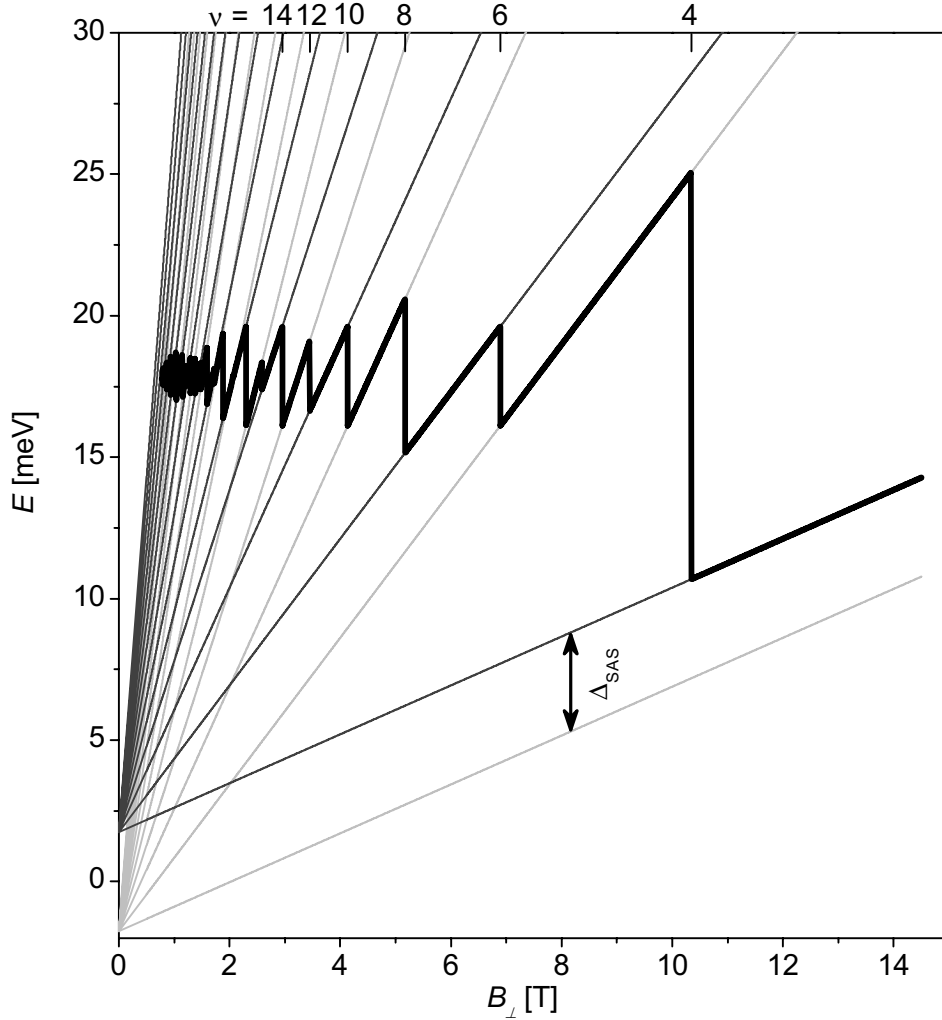


Abbildung 2.2: Fanchart eines tunnelgekoppelten 2DES im balancierten Fall. Zu erkennen sind die Energieniveaus des symmetrischen (hellgrau) und des antisymmetrischen (dunkelgrau) Subbandes bei einem $\Delta_{SAS} = 3,5$ meV. Die dicke Linie entspricht der Fermienergie für $n_{ges} = 10 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ und einem $E_{0z} = 1,75$ meV.

dass das Magnetfeld in der Ebene durch Verkippen (um den Winkel α) der Probe im äußeren Magnetfeld erreicht werden kann. Um ein tunnelgekoppeltes 2DES mit symmetrischem Verlauf der Leitungsbandkante in Unbalance zu bringen, kann eine Spannung V zwischen einem Gate und dem tunnelgekoppelten 2DES angelegt werden. Zusätzlich kann die Balance des Systems durch Beleuchtung mit einer blauen

LED variiert werden. Aus der Höhe des Sprunges in Magnetisierungsmessungen und der Zuordnung des Sprunges zu einem Füllfaktor kann auf die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(B, \alpha, V)$ geschlossen werden.

Sowohl aus Transportmessungen, als auch aus Magnetisierungsmessungen, lässt sich wie in Kap. 5 beschrieben mittels Fast-Fouriertransformation (FFT) der Messdaten im niederen Feldbereich die energetische Aufspaltung Δ_{SAS} bestimmen. Im Folgenden soll die so bestimmte energetische Aufspaltung Δ_{SAS}^0 heißen. Δ_{SAS}^0 besitzt eine Abhängigkeit von (V, α) .

An bestimmten Magnetfeldpositionen, an denen $\Delta_{SAS}/\hbar\omega_c$ eine ganze Zahl ergibt, kreuzen sich die Landauniveaus des symmetrischen und des antisymmetrischen Subbandes. Der Grund dafür sind die gegeneinander verschobenen Landaufächer des symmetrischen $\hbar\omega_c(j + 1/2) - \Delta_{SAS}/2$ und des antisymmetrischen $\hbar\omega_c(j' + 1/2) + \Delta_{SAS}/2$ Subbandes. Dieses sind charakteristische Strukturen für doppelagige 2DES mit Tunnelkopplung. An diesen Positionen ist das chemische Potenzial nicht stetig differenzierbar. Da Magnetisierungsmessungen besonders empfindlich auf nicht stetig differenzierbare Veränderungen des chemischen Potenzials mit dem Magnetfeld sind, sollten in der Magnetisierung an diesen Stellen markante Strukturen zu erkennen sein.

Die Magnetisierung und das chemische Potenzial nach Gl. (2.15-2.17) sind in Abbildung 2.3 für eine ideales tunnelgekoppeltes 2DES bei $T = 0$ K und für gaussverbreiterte Niveaus bei endlichen Temperaturen gezeigt. Für tunnelgekoppelte 2DES muss hierbei E_j aus Gl. 2.23 durch $E_{j,S/AS}$ ersetzt werden. Aus Magnetisierungsmessungen an einlagigen 2DES ist bekannt, dass die Verbreiterung der Niveaus durch eine gaussförmige Zustandsdichte am besten beschrieben wird [Sch02b]. In AlGaAs/GaAs-Heterostrukturen sind die dominanten Streuprozesse solche, die über eine große Reichweite wirken [Ger76, Azb86]. Dieses wiederum führt zu einer gaussförmig verbreiterten Zustandsdichte. Es wird angenommen, dass das Magnetfeld keinen Einfluss auf die Energie E_{0z} der Leitungsbandkante hat.

Bei tunnelgekoppelten 2DES treten Oszillationen von M und χ mit zwei unterschiedlichen Frequenzen in $1/B$ auf. Es gibt eine schnelle Oszillation, die proportional zur Gesamtladungsträgerdichte ist. Ihre Periode ist

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2e}{\hbar n_{ges}} = 2 \cdot 0,242 \frac{1}{n_{ges}[10^{11}/\text{cm}^2]} [T^{-1}] . \quad (2.24)$$

Des weiteren gibt es eine langsame Oszillation, die proportional zur Differenz von

symmetrischer und antisymmetrischer Teilladungsdichte bei $B = 0$ ist. Die Überlagerung dieser Frequenzen erzeugt ein Schwebungsmuster.

Die schnellen Oszillationen haben ihre Ursache darin, dass die Entartung N_L proportional zu B ist. Daher springt bei ganzzahligen Füllfaktoren das chemische Potenzial bei einem idealen tunnelgekoppelten 2DES diskontinuierlich zwischen zwei benachbarten Landauniveaus. Die Einhüllende des Schwebungsmusters resultiert aus der Tatsache, dass diese Sprünge nicht mehr wie bei einem einlagigen 2DES $\Delta E = \hbar\omega_c = 2\mu_B^* B$ betragen, sondern durch das zweite besetzte Subband reduziert sind. Wie stark, hängt von der Position des Sprunges im Magnetfeld und dem Δ_{SAS} ab.

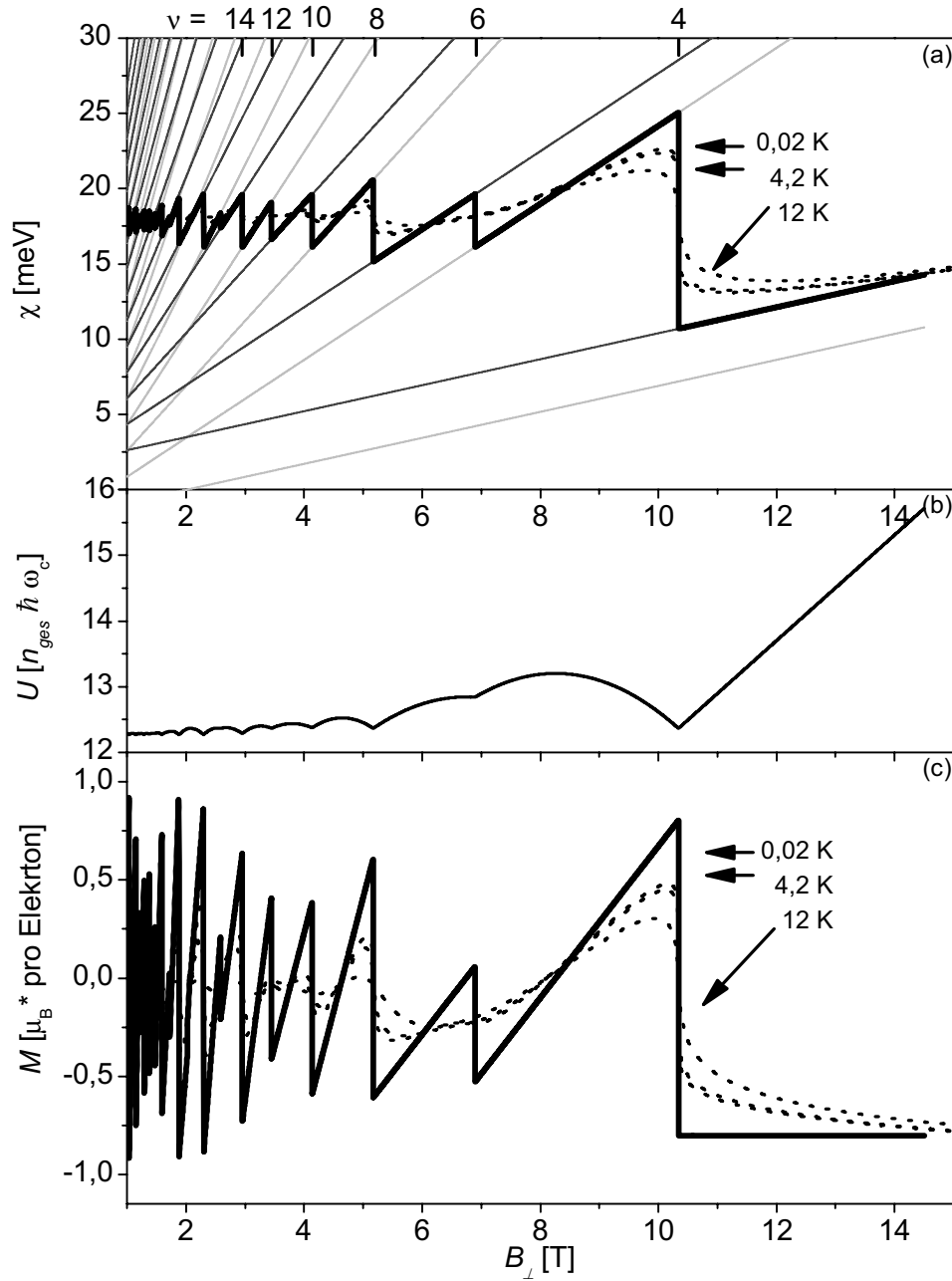


Abbildung 2.3: (a) Landauniveaus des symmetrischen (hellgrau) und antisymmetrischen Subbandes (dunkelgrau) und chemisches Potenzial χ sowie (b) die innere Energie des Systems und (c) die Magnetisierung M berechnet für eine tunnelgekoppeltes 2DES mit $n_{ges} = 10 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$ im balancierten Fall. Die Ergebnisse für eine ideales System bei $T = 0$ K entsprechen den durchgezogenen Linien. Die gepunkteten Linien entsprechen Rechnungen mit einer Gauss-verbreiterten Zustandsdichte und einem $\Gamma = 0,4 \text{ meV} \cdot \sqrt{B[\text{T}]}$, bei endlichen Temperaturen $T = 0,02 \text{ K}, 4,2 \text{ K}, 12 \text{ K}$.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

Um den Magnetismus von niedrigdimensionalen 2DES in Halbleitern zu untersuchen wurde in dieser Arbeit ein hoch empfindliches mikromechanisches Cantilever-Magnetometer hergestellt und verwendet. Die zu erwartende Signalstärke liegt in der Größenordnung des effektiven Bohr-Magnetons pro Elektron. Bei einer typischen Ladungsträgerdichte in der Größenordnung von $10^{12}/\text{cm}^2$ wird zur Detektion eine minimale Empfindlichkeit des Magnetometers von 10^{12} J/T für eine 1 mm^2 große Fläche der Probe benötigt.

Frühzeitig haben sich SQUID¹-Magnetometer[Sto83, Haa84] als geeignet erwiesen um die Magnetisierung von niedrigdimensionalen 2DES zu untersuchen. Spätere Experimente nutzten das Drehmoment $\tau = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$, welches auf ein anisotropes magnetisches Moment $\mathbf{M}$ in einem homogenen magnetischen Feld $\mathbf{B}$ wirkt [Eis85a, Eis85b, Tem88, Pot96]. Die Erhöhung der Empfindlichkeit von SQUIDs ermöglichte es Meinel *et al.* die Magnetisierung im Regime von geringen Ladungsträgerdichten und Probengrößen von 1 mm^2 zu untersuchen [Mei97, Mei99, Mei00, Mei01]. Ein weiterer Typ von Torsionsmagnetometer ist das MCM, welches die Empfindlichkeit eines SQUID-Magnetometers übersteigt [Nau98, Har99, Sch00, Har01, Höp01].

Die in dieser Arbeit hergestellten MCM wurden für Magnetisierungsmessungen an AlGaAs/GaAs Heterostrukturen optimiert [Sch00]. Das Elektronensystem ist bei den hier verwendeten Sensoren nicht wie bei bisherigen Arbeiten integriert. Die untersuchten Proben wurden separat präpariert und nachträglich auf die Cantilever-Zunge aufgebracht. Mittels quasi-statischer kapazitiver Auslesung kann bei den typischen MCM eine Empfindlichkeit von 10^{-14} J/T bis 10^{-15} J/T bei einem Magnetfeld

¹Superconducting QUantum Interference Device

von 10 T erreicht werden. Dieses ermöglicht uns die Vermessung von tunnelgekoppelten 2DES mit einer hohen Auflösung und die Vermessung von mikrostrukturierten tunnelgekoppelten 2DES.

3.1 Funktionsweise des Cantilever-Magnetometers

Ein MCM ist in Abb. 3.1 in Seitenansicht skizziert. Die Rückseite des Cantilevers ist mit Gold bedampft. Der nur etwa $4\ \mu\text{m}$ dicke frei schwebende flexible Teil des Cantilevers ist nahe an einer mit Gold bedampften Grundplatte und bildet mit dieser einen Plattenkondensator. Für diesen gilt bei einer Fläche A der beiden parallelen Platten im Abstand d

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} . \quad (3.1)$$

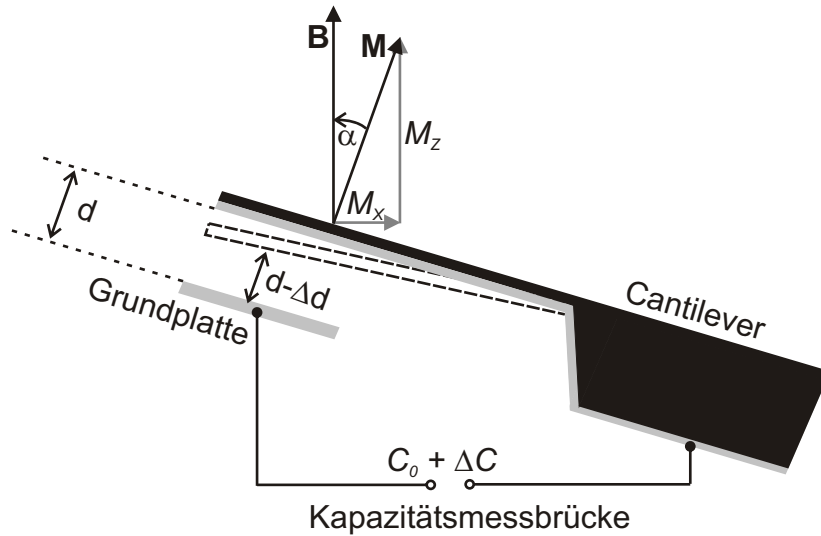


Abbildung 3.1: Prinzip der Drehmoment-Magnetisierungsmessung. Der Cantilever ist von der Rückseite mit Gold bedampft und mit einem Abstand d über einer Grundplatte platziert. Die metallischen Elektroden sind hellgrau dargestellt. Eine Auslenkung Δd des Cantilevers von seiner Gleichgewichtsposition mit der Kapazität C_0 erzeugt eine messbare Variation der Kapazität ΔC . Der Cantilever ist um einen Winkel $\alpha \neq 0$ zum Magnetfeld $\mathbf{B}$ ausgerichtet.

Wird der flexible Steg um eine Strecke Δd aus seiner Gleichgewichtsposition ausgelenkt, ändert sich die Kapazität. Für kleine Änderungen $\Delta d/d \ll 1$ lässt sich die Änderung bestimmen zu:

$$\begin{aligned} C(d + \Delta d) &= \frac{\varepsilon_0 A}{d + \Delta d} = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \left(1 + \frac{\Delta d}{d}\right)^{-1} \\ &= \underbrace{\frac{\varepsilon_0 A}{d}}_{C_0} - \underbrace{\frac{\varepsilon_0 A}{d^2} \Delta d}_{\Delta C} + \underbrace{\frac{\varepsilon_0 A}{d^3} \Delta d^2 - \dots}_{\Delta C'} . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Der MCM ist in einem homogenen magnetischen Feld sensitiv auf ein Drehmoment

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M} \times \mathbf{B} , \quad (3.3)$$

welches auf ein Magnetisches Moment $\mathbf{M}$ der Probe wirkt. Ein Drehmoment kann nur dann existieren, wenn $\mathbf{M}$ anisotrop und gegenüber dem äußeren Magnetfeld $\mathbf{B}$ verkippt ist. Bei einem tunnelgekoppelten 2DES ist die orbitale Bewegung der Elektronen auf eine Ebene eingeschränkt. Daher erwartet man, dass der resultierende orbitale Magnetismus (dHvA-Effekt) senkrecht auf dem Elektronensystem steht, welches wiederum parallel zur Oberfläche der MCM ausgerichtet ist. In diesem Fall ist das Drehmoment dann ungleich Null, wenn der MCM so verkippt ist, dass sich ein Winkel $\alpha = \angle(\mathbf{M}, \mathbf{B})$ zwischen dem Normalenvektor auf der Oberfläche und dem Magnetfeld $\mathbf{B}$ ergibt. Für ein bestimmtes α kann die Magnetisierung aus dem gemessenen Drehmoment bestimmt werden.

$$|\mathbf{M}| = \frac{\tau}{B \sin \alpha} \quad (3.4)$$

Das Drehmoment lenkt den Cantilever aus seiner Gleichgewichtsposition aus, was in einer Veränderung der Kapazität ΔC resultiert. Diese Variation kann mit einer hochempfindlichen Kapazitätsmessbrücke gemessen werden. Die Kapazität der MCM im Gleichgewicht C_0 liegt zwischen 0,15 pF und 0,25 pF. Für die größten Signale wurde eine maximale Kapazitätsänderung von unter 5 fF gemessen. Bei einer Kondensatorfläche von $A = 2,4 \text{ mm}^2$ und einem Abstand $d \cong 100 \text{ } \mu\text{m}$ berechnet sich daraus eine Abstandsänderung von

$$\Delta d = \frac{d^2}{\varepsilon_0 A} \Delta C \cong 2,4 \mu\text{m}. \quad (3.5)$$

Dieses entspricht einer Änderung $\Delta d/d$ von weniger als 2,5%. Die Annahme $\Delta d \ll d$ ist somit unter den gegebenen experimentellen Bedingungen gerechtfertigt. In diesem Fall ist der Zusammenhang zwischen τ und ΔC linear und es gilt

$$\tau = K \Delta C . \quad (3.6)$$

K ist eine Konstante, die spezifisch für jeden Sensor ist. Sie kann, wie in Kap. 3.3 beschrieben, bestimmt werden und liegt bei den hier untersuchten Cantilever-Magnetometern zwischen $1 \cdot 10^{-8}$ Nm/pF und $1 \cdot 10^{-7}$ Nm/pF. Ein kleinerer Wert der Kalibrationskonstanten führt zu einer größeren Empfindlichkeit des MCM.

3.2 Experimenteller Aufbau

Der Großteil der Messungen wurde in einem ^3He ^4He Mischungskryostaten der Firma Oxford Instruments in Hamburg durchgeführt. In diesem System standen Temperaturen von unter 20 mK und Magnetfelder bis 16 T durch einen supraleitenden Magneten zur Verfügung. Die Homogenität des Magneten ist besser als 10^{-3} in einem Kugelvolumen von 1 cm Durchmesser [Ins99].

Die Messungen im Regime von Füllfaktor $\nu = 2$ wurden in einem normalleitenden Bitter-Magneten am HFML² in Nimwegen durchgeführt. Die Probe befindet sich in einem ^3He -System, welches Temperaturen bis unter 300 mK erreicht. In diesem Aufbau konnten Magnetfelder bis 33 T genutzt werden. Die Homogenität des Magnetfeldes ist kleiner als im supraleitenden Magneten der in Hamburg genutzt wurde. Hier ist die Homogenität besser als 10^{-4} in einem sphärischen Volumen von 1 cm^3 um die Feldmitte. Eine niedrigere Homogenität erhöht die Signalstärke die aus der Kraft $\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{M} \cdot \mathbf{B})$ resultiert. Dennoch bleibt auch in dem Experiment in Nimwegen der Anteil der Auslenkung des MCM durch die Kraft $\mathbf{F}$ klein gegenüber dem Drehmoment welches aus dem tunnelgekoppelten 2DES resultiert.

Die verwendeten MCM entsprachen in jedem Fall dem in Abb. 3.2 skizzierten Aufbau. Um die Kapazität zu bestimmen ist das MCM mittels Koaxialkabeln an eine hochempfindliche Kapazitätsmessbrücke³ angeschlossen. Die letzten 1,5 cm wurden zum MCM wurden mit einem Kupferkabel überbrückt. Die Leiterschleife ist während der Messungen nicht kontaktiert und somit offen. Zusätzlich befindet sich eine blau

²High Field Magnet Laboratory, Nimwegen, Niederlande

³Andeen Hagerling AH2500A oder AH2700A

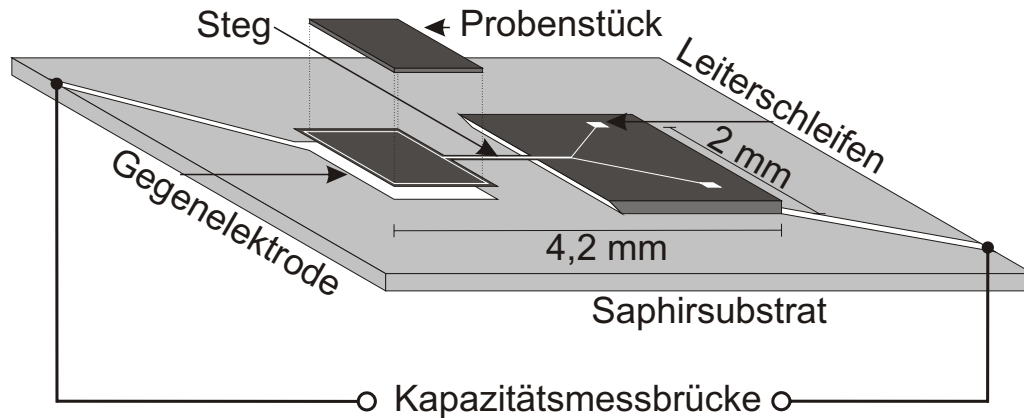


Abbildung 3.2: Aufbau eines MCM. Der monolithisch hergestellte GaAs-Cantilever ist dunkelgrau zu erkennen. Seine mit Gold (weiß) bedampfte Rückseite ist mit leitfähigem Kleber auf einen Goldkontakt geklebt. So bildet der freistehende Teil des Cantilevers einen Plattenkondensator mit der Gegenelektrode. Auf der Oberfläche des Cantilevers wurde in einigen Fällen eine dünne Leiterschleife aus Gold aufgebracht. Auf den Cantilever wird die zu untersuchende Probe aufgebracht.

leuchtende LED in der Nähe des MCM.

Die Kapazitätsdaten werden aufgenommen während das Magnetfeld variiert wurde. Dabei wurde bei den supraleitenden Magneten das Magnetfeld mit 0,1 T/min variiert. Im Bitter-Magneten wurde das Magnetfeld typisch mit 1 T/min variiert.

3.3 Kalibration

In tunnelgekoppelten 2DES ist die Amplitude der dHvA-Oszillationen für die Untersuchung der Grundzustandsenergie des Systems eine wichtige Größe. Eine absolute Kalibration der MCM ist daher unumgänglich. In dieser Arbeit wird die Spannungskalibration genutzt um die Kalibrationskonstante K aus Gl. 3.6 zu bestimmen. Hierbei wird die elektrostatische Kraft zwischen den beiden Kondensatorplatten des Cantilever-Magnetometers ausgenutzt. Dazu wird eine Gleichspannung zwischen Cantilever- und der Grund-Platte angelegt. Dieses Verfahren kann in-situ bei den

experimentellen Temperaturen durchgeführt werden. Die elektrostatische Kraft ergibt sich aus der Ableitung der im Kondensator gespeicherten Energie W nach dem Plattenabstand.

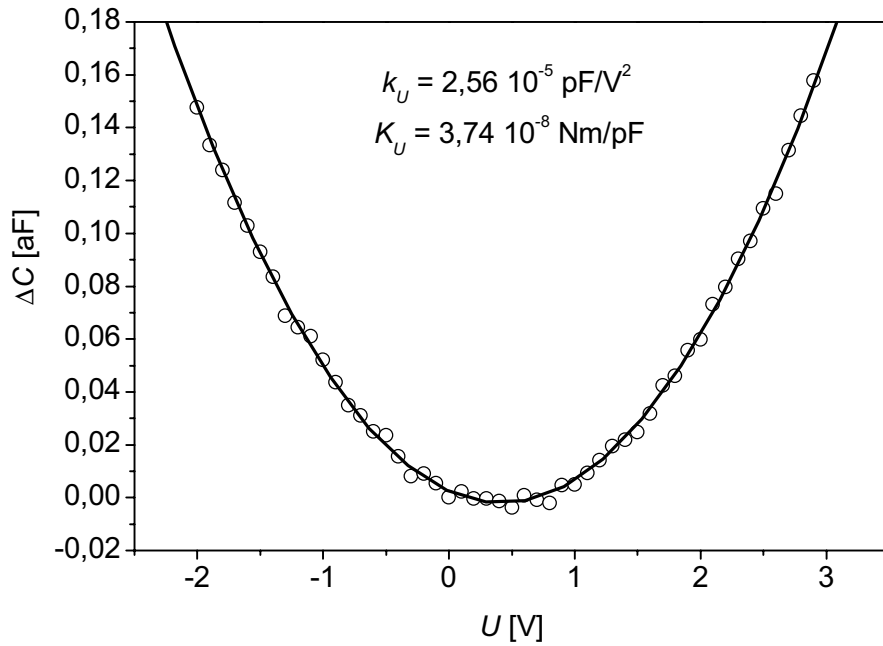


Abbildung 3.3: Kalibration durch elektrische Gleichspannung der Probe Bo12973. Aufgetragen ist $\Delta C = C - C_0$ gegenüber der elektrischen Gleichspannung.

$$F = -\frac{\partial W}{\partial d} = -\frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{1}{2} C U^2 \right) = -\frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{\epsilon_0 A}{2d} U^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d^2} U^2 . \quad (3.7)$$

Da nur kleine Auslenkungen erzeugt werden, kann man davon ausgehen, dass der Winkel zwischen Kraft F und Länge des Cantilevers L immer 90° ist. Damit verbunden ist das Drehmoment:

$$\tau = \frac{2}{3} F L = \frac{C L}{3d} U^2 . \quad (3.8)$$

Der Vorfaktor $2/3$ stammt aus der reduzierten mechanischen Antwort des Cantilevers auf eine Kraft die an einem Ende angreift, im Gegensatz zu einem Drehmoment.

Während der Kalibration wird die Kapazität als Funktion der elektrischen Gleichspannung gemessen. An diese Messkurve wird eine quadratische Funktion angepasst.

$$C - C_0 = \kappa_U U^2 \quad (3.9)$$

Eine solche Messkurve ist in Abb. 3.3 gezeigt. Für diese Kalibration ergibt sich ein κ_U von $2,56 \cdot 10^{-5}$ pF/V².

Die Kalibration für das Drehmoment ergibt sich dann aus den Gl. (3.6), (3.8) und (3.9) und liefert eine Kalibrationskonstante der Form

$$\tau = \frac{CL}{3d\kappa_U}(C - C_0) = K_U \cdot (C - C_0). \quad (3.10)$$

Unter der gerechtfertigten Annahme, dass $\Delta C \ll C$ ist, kann man für C in der Gl. (3.10) C_0 setzen. Damit lässt sich die Kalibrationskonstante aus bekannten Größen berechnen zu

$$K_U = \frac{LC_0}{3d\kappa_U}. \quad (3.11)$$

Mit $A = 2,4$ mm² und $L = 1,6$ mm und einer präzise bestimmten Kapazität C_0 bei $B = 0$ T können für alle vermessenen Cantilever die Kalibrationskonstanten bestimmt werden.

Kapitel 4

Probenherstellung

Das in dieser Arbeit angewandte Herstellungsverfahren der MCM wurde erstmals in der Arbeit von M. P. Schwarz [Sch99] vorgestellt. Seitdem wurden die Sensoren weiter optimiert und verkleinert [Sch02a, Wil04, Spr03, Rös04]. Die in dieser Arbeit genutzten MCM entsprechen den in [Wil01] vorgestellten Design. Der Unterschied ist, dass das zu untersuchende Elektronensystem nicht in der Cantilever-Zunge integriert ist. Vielmehr werden MCM und Probe separat voneinander präpariert. In einem letzten Schritt wird dann die Probe auf dem MCM platziert [Rho03, Kro06]. Dabei wird die Probe auf eine Dicke von $< 10 \mu\text{m}$ geätzt und dann mit Vakuumfett¹ auf den MCM geklebt.

4.1 Präparation

In diesem Abschnitt wird die Herstellung der MCM knapp umrissen. Detaillierte Informationen zu den einzelnen Präparationsschritten finden sich in der Diplomarbeit von Jesco Topp, die im Rahmen dieser Arbeit betreut wurde [Top07].

Als Ausgangsbasis für die Präparation der MCM dient eine AlGaAs/GaAs-Heterostruktur. Eine solche Heterostruktur ist in Abb. 4.1 gezeigt. Die Wachstumsrichtung z ist nach oben aufgetragen. Auf ein $500 \mu\text{m}$ dickes GaAs-Substrat wurde mittels MBE ein Supergitter von 50 Lagen aus je $2,8 \text{ nm}$ AlAs und GaAs gewachsen. Dieses Supergitter dient später als Ätzstoppschicht. Darüber wird eine $4,5 \mu\text{m}$ dicke GaAs-

¹Santovac 5 fluid

Pufferschicht und schließlich eine modulationsdotierte HEMT²-Struktur gewachsen, in der ein 2DES realisiert ist.

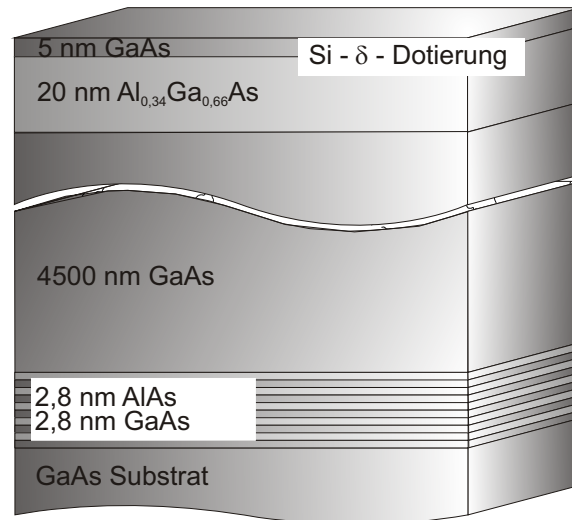


Abbildung 4.1: Wachstumsplan eines Cantilever-Wafers. Die Wachstumsrichtung z ist nach oben aufgetragen. Auf ein GaAs-Substrat wird mittels MBE ein 280 nm dickes Supergitter aus jeweils 50 Lagen AlAs und GaAs gewachsen. Darüber folgt ein GaAs-Puffer und eine modulationsdotierte HEMT-Struktur.

Im ersten Präparationsschritt wird die modulationsdotierte HEMT-Struktur entfernt. Diese Struktur wird standardmäßig mit aufgebracht und dient für die Herstellung von MCM mit integriertem Elektronensystem. Die oberste Schicht wird mit einer phosphorsauren Wasserstoffperoxid-Ätzlösung entfernt.

Im zweiten Schritt wird die Leiterschleife hergestellt. Dazu wird ein Photolack aufgebracht. Dieser wird dann mit der Kontur der Leiterschleife belichtet und entwickelt. Dann werden 20 nm Gold aufgedampft und es folgt ein Lift-Off-Schritt zur Entfernung der Lack und Goldreste.

Als dritter Schritt wird die Kontur des Cantilever strukturiert. Auf die Probe wird erneut der Photolack aufgebracht und die Kontur des Cantilevers photolithographisch definiert. Diese Kontur wird mit einer phosphorsauren Wasserstoffperoxid-Lösung etwa 10 – 16 μm tief in den Kristall übertragen.

²High-Elektron-Mobility-Transistor

Im vierten Schritt wird die Höhe der Probe definiert. Dazu wird die Probe von unten auf eine Dicke von etwa $130\text{ }\mu\text{m}$ dünn geschliffen. Danach wird auf die Unterseite der Probe eine Lackmaske in der Form des Fußes aufgebracht und mittels einer zitronensäurehaltigen Wasserstoffperoxid-Lösung in den Kristall übertragen. Die Lösung ist hoch selektiv auf AlAs und ätzt GaAs anisotrop [Jua90]. Sie stoppt an dem Supergitter aus AlAs und GaAs. Mit einer nicht selektiven phosphorsauren Wasserstoffperoxid-Lösung wird das Supergitter entfernt und die Dicke des frei stehenden Teils des Cantilevers eingestellt.

Im fünften Schritt wird die Rückseite des Cantilever mit einer 20 nm dicken Schicht aus AuPd bedampft um einen durchgehenden Kontakt zwischen dem frei stehenden Teils des Cantilevers und des noch $130\text{ }\mu\text{m}$ dicken Teil des Cantilevers herzustellen. Dieser Teil wird im letzten Schritt auf ein mit Goldkontakten versehenes Saphir-Plättchen geklebt.

4.2 Präparation des elektronischen Systems

Die untersuchten tunnelgekoppelten 2DES sind im Anhang A gezeigt. Für die Herstellung von ausgedehnten elektronischen Systemen wurden Proben mit tunnelgekoppelten 2DES mit einem Speziallack versehen. Die Kontur der Mesa-Plättchen wird mittels Photolithographie in der Lackschicht definiert. Die Kontur der Plättchen wird mit einer schwefelsauren Wasserstoffperoxid-Lösung etwa $8\text{--}10\text{ }\mu\text{m}$ in die Probe übertragen. Von der Rückseite wird nun die Probe auf eine Dicke von $50\text{ }\mu\text{m}$ geschliffen. Nun wird von der gleichen Seite mit einer phosphorsauren Wasserstoffperoxid-Lösung geätzt, bis die Kontur von der Oberseite zu sehen ist. Nun können die Mesa-Plättchen auf den MCM geklebt werden.

Die Proben mit den tunnelgekoppelten 2DES wurden lateral in der Größenordnung von einigen Mikrometern strukturiert. Dazu wurden unterschiedliche Ansätze gewählt.

Um mikrostrukturierte tunnelgekoppelte 2DES-Mesas herzustellen wird die Lackschicht, welche die Mesa bedeckt, mittels zwei unterschiedlicher Lithographien belichtet. Periodische Gitter von mikrostrukturierten tunnelgekoppelten 2DES-Mesas konnten durch Laser-Interferenz-Lithographie (Abb. 4.2) und mittels Elektronenstrahl-Lithographie hergestellt werden. Bei der Laser-Interferenz-Lithographie werden zwei Laserstrahlen auf der Probenoberfläche zur Interferenz gebracht. Durch die laterale Intensitätsverteilung des Lichtes wird der Lack, der die Mesa bedeckt unter-

schiedlich stark belichtet. Eine einfache Belichtung führt zu einem Streifenmuster. Wird bei einer zweiten Belichtung die Probe um 90° gedreht belichtet, entsteht ein Gitterstruktur im Lack.

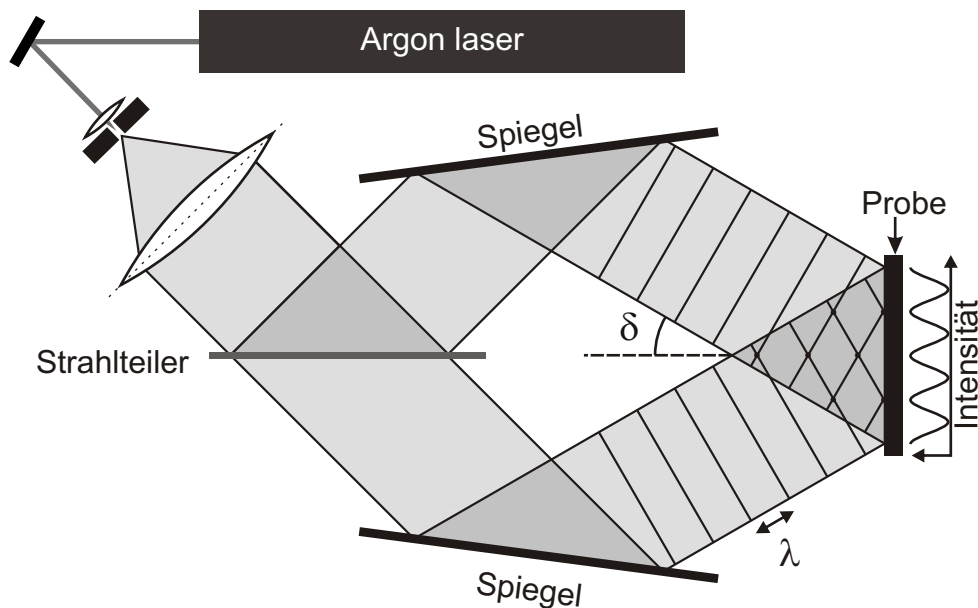


Abbildung 4.2: Laser-Interferenz-Lithographie: Der Laserstrahl mit einer Wellenlänge $\lambda = 364 \text{ nm}$ wird in zwei Strahlen aufgespalten und unter einem Einfallswinkel δ auf der Probenoberfläche zur Interferenz gebracht. Die Periode des lateralen Intensitätsprofils ist somit $a = \lambda/2\sin\delta$.

Mit diesem Verfahren wurden Kreisflächen mit einem Durchmesser von $2,5 \text{ }\mu\text{m}$ und einer Periode von $5 \text{ }\mu\text{m}$ erzeugt. Für das vorgestellte Messprinzip ist es wichtig, eine hohe Dichte von mikrostrukturierten tunnelgekoppelten 2DES-Mesas zu erzeugen. Daher wurde die Elektronenstrahl-Lithographie genutzt um $1,5 \times 1,5 \text{ }\mu\text{m}^2$ große Mesas mit einem Abstand von nur 250 nm zueinander herzustellen. Somit sind 74% der Oberfläche mit mikrostrukturierten tunnelgekoppelten 2DES-Mesas vom Lack geschützt.

Die so definierte Struktur mit kleinen lateralen Ausmaßen im Lack werden durch Trockenätzen mit reaktiven Ionen in den Kristall übertragen.

Kapitel 5

Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Messergebnisse präsentiert. Im ersten Teil werden Transportmessungen an den Proben vorgestellt, die in den folgenden Kapiteln mittels Magnetisierungsmessungen erforscht werden. Die Untersuchung von Transportphänomenen dient im Rahmen dieser Arbeit zur unabhängigen Bestimmung charakteristischer Probenparameter wie Ladungsträgerdichte, Beweglichkeit, Balanciertheit (d.h. Symmetrie der Leitungsbandkante zur Tunnelbarriere) sowie der energetischen Aufspaltung Δ_{SAS} . Durch die Verwendung eines zusätzlichen Gates steht im Experiment ein Parameter zur Verfügung, mit dem die Balanciertheit und damit die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(V)$ gezielt variiert werden kann.

5.1 Transportmessungen an ausgedehnten tunnelgekoppelten 2DES

Die in diesem Kapitel vorgestellten Transportmessungen wurden in Hallbar-Geometrie bei 300 mK vorgenommen. In Abb. 5.1 ist der Hallwiderstand ρ_{xy} sowie der Längswiderstand ρ_{xx} gegenüber dem senkrecht auf der Probenoberfläche stehenden Magnetfeld $B_{\perp}$ aufgetragen. Die Probe war mit einer blau leuchtenden LED mit 12 mA 10 s lang beleuchtet worden. Die Spannung U_{Gate} zwischen Gate-Elektrode und dem Elektronensystem betrug 0 mV. Im Längswiderstand sind deutliche Oszillationen zu erkennen, die ab 2,6 T bis auf $\rho_{xx} = 0$ abfallen. Ebenfalls erkennt man ein Schwebungsmuster, was auf zwei unterschiedliche Oszillations-

frequenzen schließen lässt. Die Ursache liegt in der Aufspaltung des Systems in das symmetrische und antisymmetrische Subband mit unterschiedlichen Ladungsträgerkonzentrationen. Aus den Oszillationsfrequenzen, die periodisch über $1/B_{\perp}$ sind, kann die Ladungsträgerdichte $n_{S/AS}$ der einzelnen Subbänder, sowie die Gesamtladungsträgerdichte als Summe der Ladungsträger in den Subbändern, berechnet werden:

$$\Delta \left(\frac{1}{B_{\perp}} \right) = \frac{2e}{\hbar n_{S/AS}} = 2 \cdot 0,242 \frac{1}{n_{S/AS} [10^{11}/\text{cm}^2]} \cdot [T^{-1}] . \quad (5.1)$$

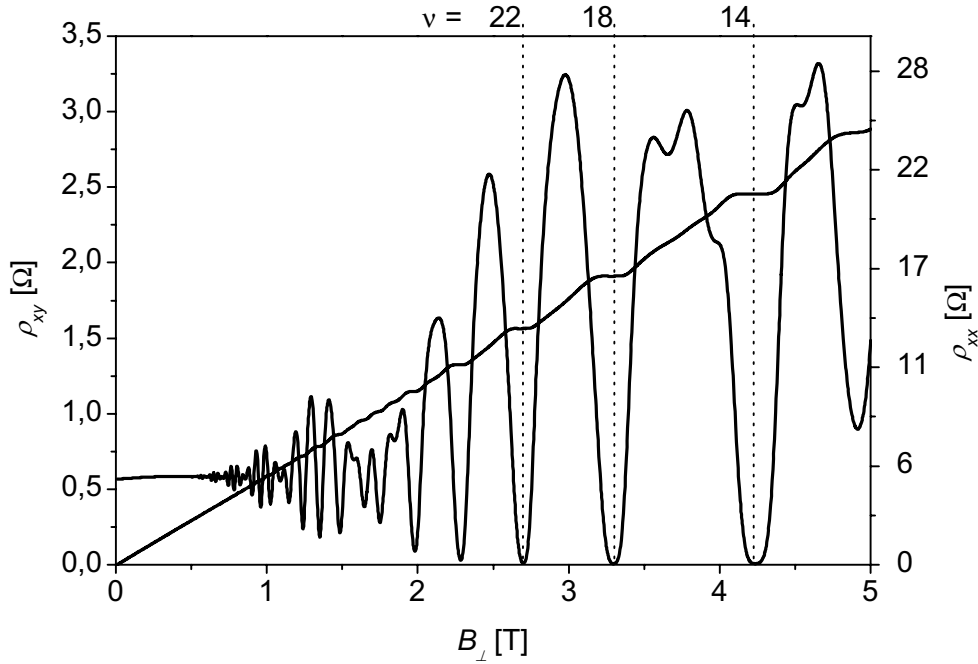


Abbildung 5.1: Transportmessungen an dem Hallbar Bo12283t. Es wurde ein effektiver Strom von $2 \mu\text{A}$ bei einer Frequenz von $37,5 \text{ Hz}$ eingepreßt. Die Probe wurde mit einer blau leuchtenden LED (12 mA Diodenstrom) beleuchtet und befand sich in einem ^3He -System bei einer Temperatur von 300 mK . Im Hallwiderstand sind bis Füllfaktor 50 deutliche Hallplateaus zu erkennen. Im Längswiderstand treten ausgeprägte Shubnikov-de Haas-Oszillationen auf. Hierbei erkennt man ein Schwebungsmuster, welches periodisch in $1/B_{\perp}$ ist.

Zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte in den einzelnen Subbändern, wird ρ_{xx} über dem reziproken Magnetfeld aufgetragen und davon eine FFT durchgeführt. In Abb. 5.2 ist diese für die Probe Bo12283t gezeigt. Aufgrund der Periodizität in $1/B_{\perp}$ erscheinen im Frequenzspektrum zwei deutliche Maxima. Diese können nach Gl. 5.1 den Ladungsträgerdichten in den einzelnen Subbändern zugeordnet werden. In diesem Fall betragen sie $n_{AS} = 6,2 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ und $n_S = 8,0 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$. Daraus ergibt sich nach Gl. 2.22 ein $\Delta_{SAS}^0(V) = 6,3 \text{ meV}$. Das zugehörige Maximum im Frequenzspektrum, welches der Differenz der beiden Hauptmaxima entspricht, ist ebenfalls zu erkennen. Die Gesamtladungsträgerdichte ergibt sich zu $n_{ges} = 14,3 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ und korrespondiert mit dem Maximum im Frequenzspektrum, welches der Summe der beiden Hauptmaxima entspricht.

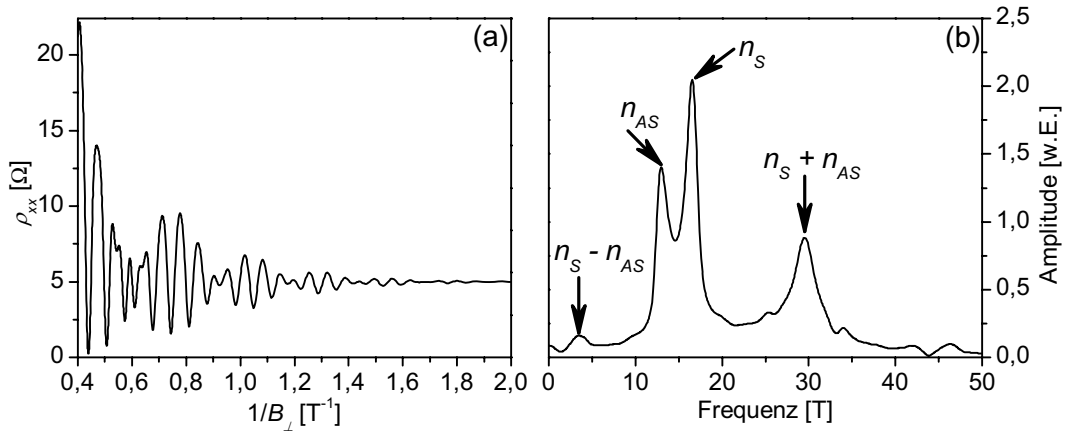


Abbildung 5.2: In (a) ist der Längswiderstand der Transportmessungen aus Abb. 5.1 gegenüber dem reziproken Magnetfeld aufgetragen. Das Schwebungsmuster entsteht durch zwei in $1/B_{\perp}$ periodische Oszillationen. In (b) ist die Fourier-Transformierte des Signals ρ_{xx} aufgetragen. Die beiden Maxima bei 12,8 T und 16,5 T entsprechen den Ladungsträgerdichten im antisymmetrischen bzw. symmetrischen Subband. Das Maximum bei 29,3 T entspricht der Summe der beiden Frequenzen und das Maximum bei 3,7 T der Differenzfrequenz. Hieraus kann unmittelbar das $\Delta_{SAS}^0(V) = 6,3 \text{ meV}$ berechnet werden.

Dieses ist auch zu beobachten, wenn die Ladungsträgerdichte durch Anlegen einer Gatespannung variiert wird. Daher kann ausgeschlossen werden, dass es sich hierbei um ein Artefakt aus der FFT handelt. Vielmehr kann hier ein Indiz für die Interaktion zwischen Elektronen in den einzelnen Subbändern beobachtet werden. Aus ρ_{xx}

bei $B = 0$ T wurde eine Beweglichkeit von $\mu = 435.000 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ ermittelt.

5.1.1 Variation der Balance des Systems durch eine Gatespannung

Durch Anlegen einer Spannung zwischen der Gate-Elektrode und dem tunnelgekoppelten 2DES lässt sich die Bandstruktur des Systems und die Ladungsträgerdichte kontinuierlich variieren. Im Falle der Probe Bo12283t ohne Beleuchtung von $n_{ges} = 5,6 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ bei $U_{Gate} = -220$ mV bis $n_{ges} = 9,9 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ bei $U_{Gate} = 120$ mV. Im Falle der Probe Bo12973t von $n_{ges} = 8,8 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ bei $U_{Gate} = -100$ mV bis $n_{ges} = 10,9 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ bei $U_{Gate} = 50$ mV. Außerhalb dieses Spannungsbereiches steigt ein Leckstrom zwischen dem Gate und dem niedrigdimensionalen Elektronensystem stark an und droht die Gatebarriere zu zerstören. Wie aus Abb. 5.3 zu entnehmen ist, geschieht die Erhöhung der Gesamtladungsträgerdichte linear mit zunehmender Gatespannung.

Die Ladungsträgerdichten des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes haben eine komplexere Abhängigkeit von der Gatespannung. Die Ladungsträgerdichte des symmetrischen Subbandes ist immer höher als die des antisymmetrischen Subbandes. Ausgehend von niedrigen Gatespannungen nähern sich die Ladungsträgerdichten n_S und n_{AS} immer weiter an. Nach einem Minimum der Differenz entfernen sie sich wieder. Dabei ist ein Anticrossing-Verhalten zu beobachten. Das Minimum der Differenz ist im Folgenden von besonderer Bedeutung. An dieser Gatespannungsposition befindet sich das tunnelgekoppelte niedrigdimensionale Elektronensystem im balancierten Zustand. Dieses bedeutet, dass der Schwerpunkt der Wellenfunktionen ψ_S und ψ_{AS} in der Tunnelbarriere liegt.

Der Verlauf der Ladungsträgerdichten in Abhängigkeit der Gatespannung zeigt, dass sich die in dieser Arbeit untersuchten tunnelgekoppelten 2DES (Bo12283t und Bo12973t) bei $U_{Gate} = 0$ mV nicht in Balance befinden. Erst wenn die Ladungsträgerdichte durch die Gatespannung verringert wird, verändert sie sich so in den einzelnen Subbändern, dass ein balanciertes System mit einem symmetrischen Verlauf der Leitungsbandkante entsteht. Im Falle der Probe Bo12283 ist bei $U_{Gate} = -100$ mV die Leitungsbandkante symmetrisch zur Tunnelbarriere. Für die Probe Bo12973 lässt sich dieser Zustand durch eine Gatespannung $U_{Gate} = -63$ mV einstellen. Ein weiteres Erniedrigen der Gatespannung führt wieder zu einem unsymmetrischen Verlauf der Leitungsbandkante. Dieses Verhalten wird ausführlich in [Yin95, Bit04] diskutiert.

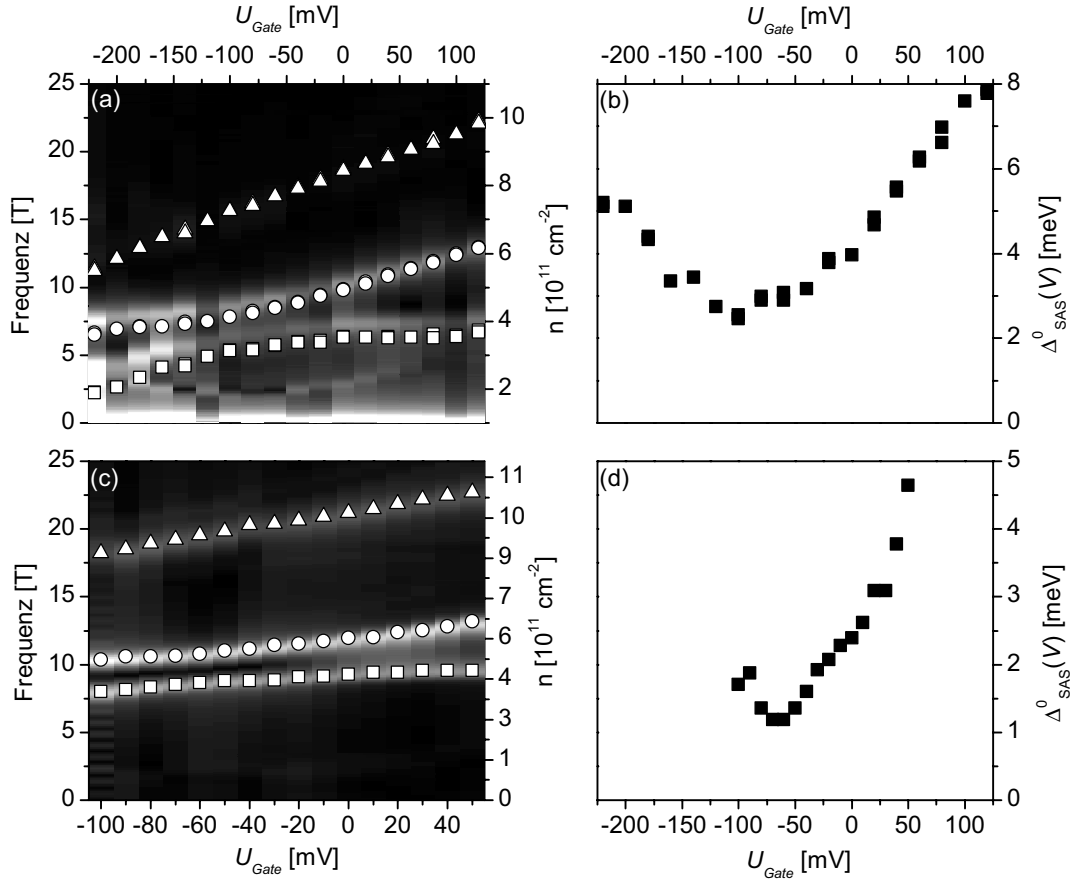


Abbildung 5.3: Dichteplot der Frequenzspektren des SdH-Signals bei verschiedenen Gatespannungen für Probe (a) Bo12283t (Tunnelbarriere: 1nm) und (c) Bo12973t (Tunnelbarriere: 6nm). Je heller, desto höher ist die Amplitude im FFT des SdH-Signals. Die Quadrate entsprechen den maximalen Amplituden des ersten Maximums, die Kreise dem des zweiten und die Dreiecke dem des dritten. Daraus lässt sich direkt die Ladungsträgerdichte im symmetrischen und anti-symmetrischen Subband sowie die Gesamtladungsträgerdichte ablesen. (b,d) Aus (a,c) berechnetes $\Delta_{SAS}^0(V)$ in Abhängigkeit der Gatespannung. Das Minimum und damit die balancierte Bandstruktur wird bei einer Gatespannung von etwa -100 mV für Probe Bo12283 bzw. -63 mV für Probe Bo12973 erreicht.

Aus Abb. 5.3 lässt sich zusätzlich der Einfluss der dünneren Tunnelbarriere der Probe Bo12283t (Dicke: 1nm) erkennen. Im balancierten Fall ist $\Delta_{SAS}^0 = 2,5$ meV deutlich größer als bei der Probe Bo12973t (Dicke: 6nm) mit $\Delta_{SAS}^0 = 1,2$ meV. Hier

ist die Kopplung durch die Tunnelbarriere mit 6 nm deutlich schwächer.

Die Variation der Gatespannung führt bei beiden Proben in etwa zu einer gleichen Variation der Gesamtladungsträgerdichte, d.h. $\sim \frac{1,2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}}{100 \text{ mV}}$. Da bei gegebener Gatespannung und zugehöriger Gesamtladungsträgerdichte die Ladungsträgerdichte in den einzelnen Subbändern vorgegeben ist, lässt sich schließen, dass die Probe Bo12973t bei $U_{\text{Gate}} = 0 \text{ mV}$ näher am balancierten Fall ist als die Probe Bo12283t.

5.1.2 Variation der Balance des Systems durch Beleuchtung

Nach Beleuchten ist in AlGaAs-GaAs-Heterostrukturen die Ladungsträgerdichte zu- meist durch den persistenten Photoeffekt erhöht. Für die Probe Bo12283t führt eine 10 Sekunden dauernde Beleuchtung mit einer blauen LED und einem Strom von 16 mA zu einer maximalen Ladungsträgerdichte von $n_{\text{ges}} = 14,8 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ bei $U_{\text{Gate}} = 0 \text{ mV}$. Unter gleichen Bedingungen wird bei der Probe Bo12973t ein $n_{\text{ges}} = 15,6 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$ erreicht. Die Erhöhung der Ladungsträgerdichte ist dauerhaft. Erst durch Erwärmen der Probe auf mindestens 150 K kann diese wieder zurückgesetzt werden [Mit05]. Für die hier untersuchten Proben hat sich gezeigt, dass die jeweilige Änderung der Ladungsträgerdichte durch die maximale Beleuchtungsstromstärke und nicht durch Beleuchtungsschritte mit niedrigeren Stromstärken bestimmt wird. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein bestimmter Beleuchtungszustand durch die jeweils höchste Beleuchtungsstromstärke der Probe definiert. Die Beleuchtung erfolgte pulsartig, wobei die Beleuchtungsdauer jeweils 10 s betrug.

Mit einer Änderung der Gesamtladungsträgerdichte durch Beleuchtung geht eine asymmetrische Änderung der Ladungsträgerdichte in den einzelnen Quantentöpfen einher. Dieses ist zu erwarten, da die Dotierung asymmetrisch in Bezug auf die Tunnelbarriere ist. Die Konzentration an Donatoren ist in z -Richtung oberhalb der Tunnelbarriere deutlich höher als unterhalb. Es wird erwartet, dass die einzelnen Quantentöpfe mit Elektronen der ihnen näher liegenden Dotierschichten beladen werden.

In Abb 5.4(a, b) ist die Gatespannung, die angelegt werden muss um das System in einen balancierten Zustand zu bringen, gegenüber der Beleuchtungsstromstärke aufgetragen. Mit steigender Beleuchtung entwickelt sich das System in Richtung eines balancierten Zustands, bis sie bei bestimmten Beleuchtungszuständen erreicht wird. Dieses ist im Fall der Probe Bo12283t bei 8 mA und bei der Probe Bo12973t bei 4 mA.

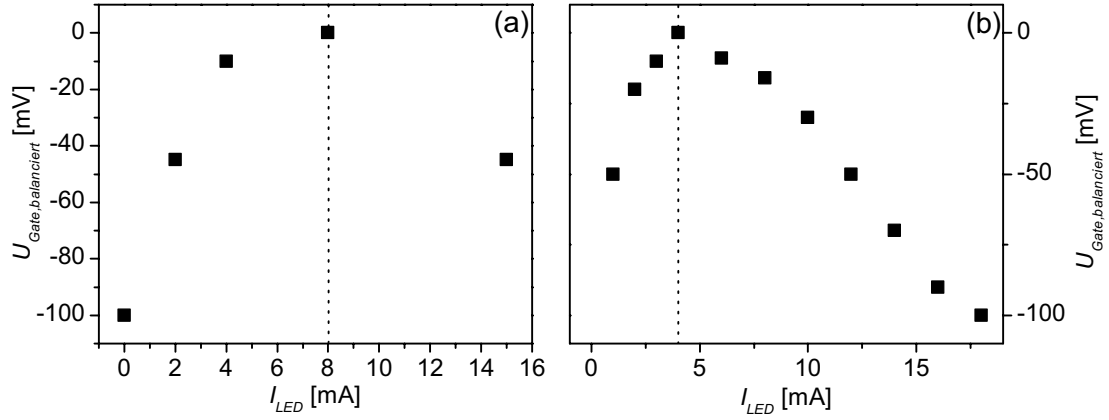


Abbildung 5.4: Die zum Einstellen der Balance notwendige Gatespannung der Proben Bo12283t (a) und Bo12973t (b) in Abhängigkeit des Beleuchtungsstroms. Bei einem Beleuchtungsstrom von 8 mA bzw. 4 mA befinden sich die tunnelgekoppelten 2DES in einem balancierten Zustand.

Im balancierten Fall ist für die Probe Bo12283t $\Delta_{\text{SAS}}^0 = 2,5$ meV und für die Probe Bo12973t $\Delta_{\text{SAS}}^0 = 1,2$ meV. Wird die Beleuchtungsstromstärke darüber hinaus erhöht, so verlässt das System den balancierten Zustand wieder.

5.2 Magnetisierungsmessungen an tunnelgekoppelten 2DES

In diesem Kapitel sollen die Magnetisierungsmessungen an tunnelgekoppelten 2DES im Detail diskutiert werden. Im Laufe der Arbeit wurden eine Reihe von unterschiedlichen Proben untersucht. Hier sollen jedoch nur die Magnetisierungsmessdaten von zwei Proben vorgestellt werden, bei denen die charakteristischen Phänomene von tunnelgekoppelten 2DES am besten zu beobachten waren. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen Proben ist die unterschiedliche Dicke der Tunnelbarriere, die einen großen Einfluss auf die Tunnelkopplung hat. Die Beweglichkeit war für beide Proben sehr ähnlich.

Die Mesas der Proben wurden auf drei unterschiedliche Größen strukturiert. Mittels optischer Lithographie wurden $4 \cdot 4 \mu\text{m}^2$ quadratische Strukturen erzeugt. Die Holographie ermöglichte das Herstellen von scheibenförmigen Mesas mit einem Durch-

Probe	Bo12283	Bo12973
Ladungsträgerdichte [$10^{11}/\text{cm}^2$]	8,5	10,0
Dicke der Tunnelbarriere [nm]	1	6
Beweglichkeit [$10^6 \text{ cm}^2/Vs$]	0,6	0,5

Tabelle 5.1: Parameter der untersuchten Proben im unbeleuchteten Zustand

messer von $2,5 \mu\text{m}$ und mittels Elektronenstrahllithographie konnten $1,5 \cdot 1,5 \mu\text{m}^2$ große Quadrate erzeugt werden. Durch die Mikrostrukturierung in periodische Gitter bestehend aus mesoskopischen 2DES-Mesas konnte verhindert werden, dass beim Verfahren des Magnetfeldes Nicht-Gleichgewichtsströme induziert werden [Sch02a, Wil04]. Ein Einfluss der Mikrostrukturierung auf den funktionellen Verlauf der Gleichgewichtsmagnetisierung, auf die sich die folgende Diskussion fokussiert, wurde nicht beobachtet. Die Amplitude der absoluten Magnetisierung nahm bei Reduzierung der aktiven Fläche entsprechend ab. Ein Vergleich zwischen Magnetisierungsmessungen bei unterschiedlichen Größen der Mikrostrukturen auf der Mesa ist in Abb. 5.5 dargestellt. Bei den Mikrostrukturen mit größeren Abmessungen sind deutlich die Nicht-Gleichgewichtsströme bei den Füllfaktoren $\nu = 4$ und $\nu = 2$ zu erkennen. Diese Signale ändern ihre Polarität in Abhängigkeit von der Richtung, in der das Magnetfeld verändert wird. Sie sind negativ solange $dB/dt > 0$ ist und umgekehrt. Im Falle der $1,5 \cdot 1,5 \mu\text{m}^2$ großen Strukturen sind diese nicht mehr zu erkennen.

Die induzierten Nicht-Gleichgewichtsströme zeigen eine starke Temperaturabhängigkeit. Die Magnetisierungsmessungen in Abb. 5.5 wurden bei $T = 0,35 \text{ K}$ durchgeführt. Bei einer tieferen Temperatur um $T = 20 \text{ mK}$, bei der die Proben ebenfalls untersucht wurden, sind sogar bei der Probe mit den kleinsten 2DES-Mesas Nicht-Gleichgewichtsströme bei Füllfaktor $\nu = 3$ und $\nu = 4$ im Ansatz zu erkennen.

5.2.1 Magnetisierungsmessungen im niederen Feldbereich

Die im Folgenden vorgestellten Messergebnisse wurden in einem Mischungskryostat bei einer Temperatur von $T = 20 \text{ mK}$ erzielt. Beleuchtet wurden die Proben mit derselben blauen LED, die auch zur Beleuchtung bei den Transportuntersuchungen genutzt wurde. Die Proben sind jeweils unter einem Winkel $\alpha = 15^\circ$ gegenüber dem Magnetfeld verkippt. Um das Rauschen bei Magnetisierungsmessungen mit dem kapazitiven Verfahren zu minimieren, sind die Proben nicht mit elektrischen

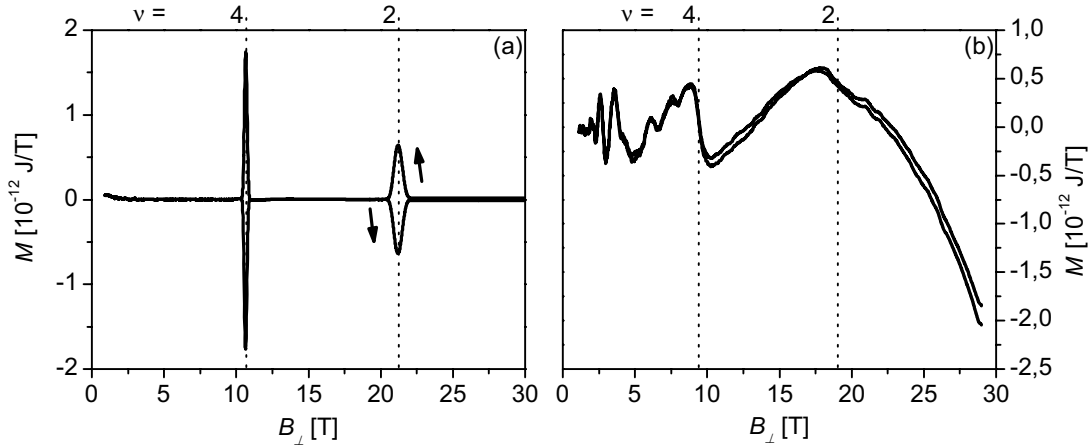


Abbildung 5.5: Vergleich von Magnetisierungsmessungen der Probe Bo12283 bei $T = 0,35$ K mit einer Mikrostrukturierung in (a) $4 \cdot 4 \mu\text{m}^2$ und (b) $1,5 \cdot 1,5 \mu\text{m}^2$ große 2DES-Mesas. Die Veränderung des Magnetfeldes mit der Zeit und die Polarität der Nicht-Gleichgewichtsströme ist durch Pfeile gekennzeichnet.

Kontakten auf der Zunge oder zum 2DES versehen worden. Auf ein Gate wurde aus diesem Grund ebenfalls verzichtet.

Die in Abb. 5.6 gezeigten Magnetisierungsmessdaten wurden mit einer durch Beleuchtung veränderten Bandstruktur des tunnelgekoppelten 2DES aufgenommen. Die Probe Bo12283 befindet sich nach Beleuchten mit 8 mA Beleuchtungsstrom die Probe Bo12973 nach 0,001 mA im balancierten Zustand. Die große Differenz zwischen dem Beleuchtungsstrom, der die Transportprobe Bo12283t in den balancierten Zustand bringt, im Gegensatz zu der unkontaktierten Probe, mit der Magnetisierungsmessungen durchgeführt werden, ergibt sich aufgrund der aufgebrachten Dicke des Gate. Bei der Transportprobe Bo12283t ist bei einer Dicke des Goldgates von 50 nm die Intensität des Lichtes, welches noch auf die vergrabene Heterostruktur trifft, deutlich verringert. Vermutlich muss daher die Intensität des Lichtes erhöht werden, um den gleichen Beleuchtungszustand der Probe zu erreichen. Zusätzlich sind die mittels Magnetisierungsmessung bestimmten energetischen Aufspaltungen $\Delta_{SAS}^0(V=0)$ im balancierten Fall größer als die bei Transportmessungen ermittelten Δ_{SAS}^0 . Für die Probe Bo12283 konnte in Magnetisierungsmessungen ein minimales $\Delta_{SAS}^0 = 4,2$ meV, für die Probe Bo12973 $\Delta_{SAS}^0 = 2,49$ meV ermittelt werden. Da im Transport gerade im niederen Feldbereich mehr Oszillationen beobachtet werden, die für die Bestimmung des $\Delta_{SAS}^0(V)$ notwendig sind, wird als minimales für

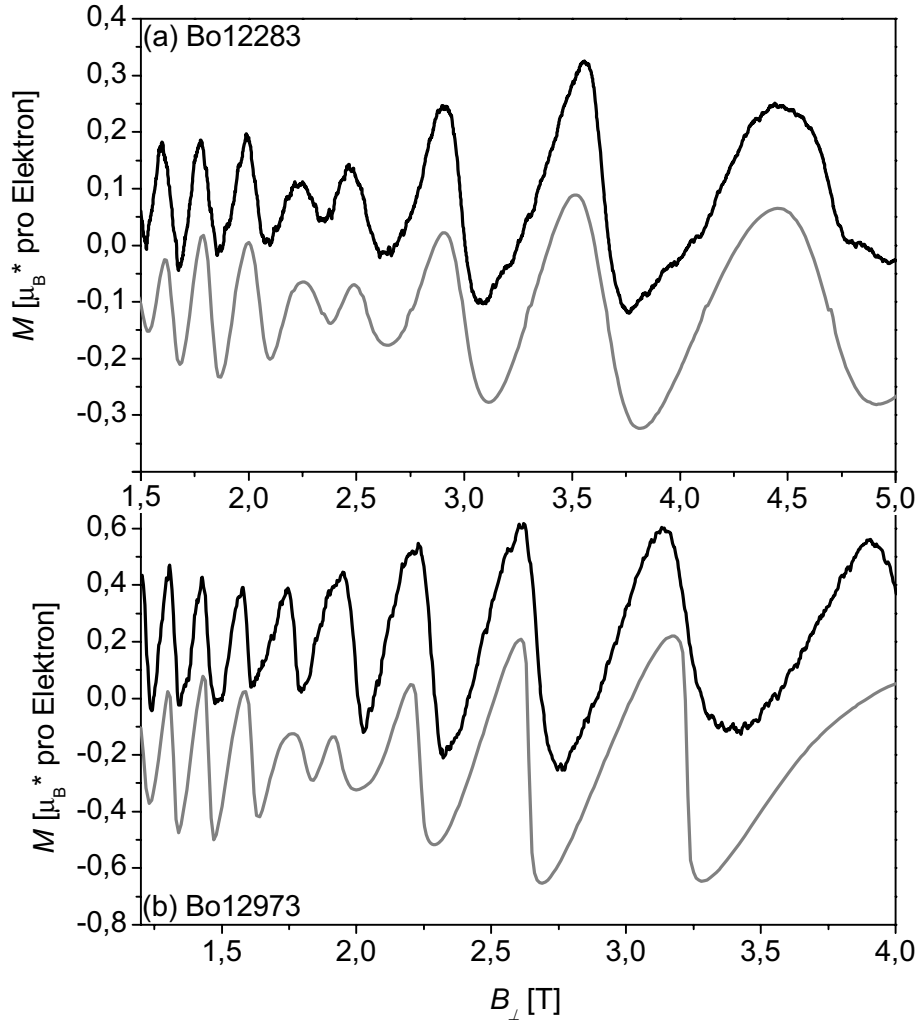


Abbildung 5.6: Vergleich der Magnetisierungsmessungen (schwarz) der Probe Bo12283 (a) und Bo12973 (b) und berechneter Verlauf der Magnetisierung im Einteilchenmodell bei $T = 20$ mK. Durchgezogene Linien (grau) beschreiben die Simulationen mit den Parametern (a) $\Gamma = 0,4 \cdot \sqrt{B_{\perp}(\text{T})}$ meV, $n_{ges} = 15,8 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$, $\Delta_{SAS}^0(V) = 6,0$ meV, (b) $\Gamma = 0,5 \cdot \sqrt{B_{\perp}(\text{T})}$ meV, $n_{ges} = 14,0 \cdot 10^{11} / \text{cm}^2$, $\Delta_{SAS}^0(V) = 4,8$ meV. Die Proben wurden mit (a) 6 mA bzw (b) 1 mA beleuchtet. Messung und berechneter Verlauf der Magnetisierung im Einteilchenmodell sind gegeneinander verschoben dargestellt.

eine Probe ermitteltes Δ_{SAS}^0 der in den Transportmessungen bestimmte Wert angegeben. Da der balancierte Fall nur mit Hilfe eines Beleuchtungsstroms einzustellen ist, muss davon ausgegangen werden, dass bei den Magnetisierungsmessungen der balancierte Fall nicht so gut realisiert werden konnte wie in den Transportmessungen. Der Zeitaufwand für einzelne Transportmessungen ist deutlich geringer. Für die Bestimmung des Δ_{SAS}^0 im balancierten Fall wurden mehr Transportmessungen als Magnetisierungsmessungen durchgeführt.

Um eine quantitative Bestimmung der DOS der tunnelgekoppelten 2DES durchzuführen, wurden Magnetisierungsmessdaten mit der im Einteilchenmodell berechneten Magnetisierung verglichen. Die Zustandsdichte wiederum ermöglicht es, die physikalischen Eigenschaften des Systems zu verstehen [Sar88]. Magnetisierungsmessungen liefern einen direkten Einblick in die Form der DOS. Das in Kap. 2.2 vorgestellte Modell um die Magnetisierung zu berechnen, wurde hier genutzt. Über die Form der Abweichungen von einer idealen δ -förmigen Zustandsdichte sind in der Literatur unterschiedliche Ansätze gewählt worden. In der Literatur werden Gaussförmig- [Weg83] oder Lorentzförmig-verbreiterte- [Pot96] Zustandsdichten vorgeschlagen. Hierbei kann der Verbreiterungsparameter Γ komplexe Abhängigkeiten vom Magnetfeld oder dem Füllfaktor besitzen [Esf90].

Für die hier untersuchten Proben konnten die besten Übereinstimmungen zwischen den Messdaten und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell für eine Gaussförmig verbreiterte Zustandsdichte ermittelt werden. Eine Berechnung der Magnetisierung im Einteilchenmodell mit Lorentz-verbreiteter Zustandsdichte konnte die steilen Flanken der niedrigen Füllfaktoren nicht hinreichend gut beschreiben. Mit einem konstanten Verbreiterungsparameter Γ wurden zu kleine Sprünge der Magnetisierung bei hohen Füllfaktoren berechnet. Mit einem Verbreiterungsparameter der eine $\sqrt{B}$ -Abhängigkeit besitzt, konnten deutlich bessere Ergebnisse erzielt werden. Die in den Messdaten beobachtete endliche Steigung auf der steilen Flanke der Oszillationen, manifestiert sich aufgrund von besetzbaren Zuständen zwischen den verbreiterten Maxima in der Zustandsdichte. Daher wird in dem Einteilchenmodell eine füllfaktorabhängige Hintergrund-DOS $\xi = \kappa \cdot \nu$ berücksichtigt. Der Vergleich zwischen berechneter Magnetisierung im Einteilchenmodell und Messdaten ist in Abb. 5.6 dargestellt. Die Parameter für das Einteilchenmodell sind in Tab. 5.2 aufgeführt.

Der Vergleich der beiden Datensätze wurde gewählt, da die Parameter ähnliche Größen haben. Die Systeme befinden sich unter diesen Beleuchtungszuständen nicht in einem balancierten Zustand.

Probe	Bo12283	Bo12973
Ladungsträgerdichte [$10^{11}/\text{cm}^2$]	15,8	14,0
$\Delta_{SAS}^0(V)$ [meV]	6,0	4,8
Γ [meV]	$0,4 \cdot \sqrt{B_{\perp}(\text{T})}$	$0,5 \cdot \sqrt{B_{\perp}(\text{T})}$
ξ	$1 \cdot 10^{-2} \cdot \nu$	0
Beweglichkeit [$10^6 \text{cm}^2/Vs$]	0,7	0,6

Tabelle 5.2: Parameter für Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell für die untersuchten Proben. Die Ladungsträgerdichte sowie die Energieaufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ wurde aus den Magnetisierungsmessungen bestimmt. Γ und ξ sind an die Magnetisierungsmessungen angepasste Parameter. Die Beweglichkeit ist aus dem ρ_{xx} bei $B = 0$ T aus Transportmessungen bestimmt.

Die Übereinstimmung zwischen den Magnetisierungsmessdaten im niederen Feldbereich und der berechneten Magnetisierung im Einteilchenmodell lassen vermuten, dass mit dem Modell die Zustandsdichte des Systems bei kleinem Magnetfeld gut beschrieben wird. Der Zusammenhang zwischen der Mobilität des Systems und dem Verbreiterungsparameter Γ entspricht dem, was für ein einlagiges 2DES erwartet wird. Die Probe Bo12283 hat eine höhere Beweglichkeit als die Probe Bo12973. Damit verbunden ist der kleinere Verbreiterungsparameter der Probe Bo12283. Dieses Phänomen wurde in den Arbeiten [Sch02b, Ruh06] ebenfalls beobachtet und ausführlich untersucht.

Die in den Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell genutzten Parameter definieren die Verbreiterung der Zustandsdichte. Die Temperatur ist aus dem Experiment bekannt. Die Messdaten lassen sich im niederen Feldbereich mit einem konstanten, d.h. Magnetfeld-unabhängigen $\Delta_{SAS}^0(V)$ simulieren! Für die Interpretation der Magnetisierungsdaten bei hohem B ist nun das Verständnis des Verhaltens der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(V, B)$ von besonderer Bedeutung.

5.2.2 Magnetisierungsmessungen im hohen Feldbereich

Die Magnetisierungsmessdaten im hohen Feldbereich lassen sich mittels dem Einteilchenmodell, welches im niederen Feldbereich sehr erfolgreich war, nicht beschreiben. Die Übereinstimmung von Magnetisierungsmessdaten und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell ist nur bis zu einem Magnetfeld, das $\hbar\omega_c = \Delta_{SAS}^0(V)$ entspricht, gegeben. Ab einem Magnetfeld, an dem $\Delta_{SAS}^0(V) = 1,2 \cdot \hbar\omega_c$ gilt,

weichen Messung und Berechnung stark voneinander ab. Magnetisierungsmessdaten von der Probe Bo12973 und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell bei unterschiedlichen Beleuchtungszuständen sind in Abb. 5.7 dargestellt.

In Abb. 5.7(a) sind Daten der Probe Bo12973 im unbeleuchteten Zustand gezeigt. Aus den Messdaten wurde ein $\Delta_{SAS}^0(V)$ von 3,64 meV ermittelt und die Ladungsträgerkonzentration entspricht $n_{ges} = 9,05 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$. Bis zu einem Magnetfeld von 2,65 T stimmen Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell und Messung überein. Hier ist $\hbar\omega_c = 1,3 \cdot \Delta_{SAS}^0(V)$ und das System befindet sich bei Füllfaktor $\nu = 14$. Im Einteilchenmodell entspricht dieser Füllfaktor einem in dieser Arbeit so bezeichneten Δ_{SAS} -Füllfaktor, also einem, bei dem der thermodynamische Niveauabstand gerade der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ entspricht. Bei höherem Magnetfeld liegen die simulierten Positionen der Füllfaktoren nicht an den selben Feldpositionen, an denen sie in den Messdaten zu finden sind. Dieses erschwert einen Vergleich der Oszillationshöhen aus Magnetisierungsmessdaten und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell. Auch unter der Annahme, dass die berechneten Positionen der Oszillationen aufgrund einer etwas falsch angepassten Ladungsträgerdichte verschoben sind, stimmen die Höhen der Oszillationen aus Messung und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell nicht überein.

Für die Probe Bo12973 wird nach einer Beleuchtung mit einer blauen LED und einem Diodenstrom von 1 μA ein $\Delta_{SAS}^0 = 2,5$ meV gemessen. Die Magnetisierungsmessdaten hierzu sind in Abb. 5.7(b) abgebildet. Das System befindet sich bei diesem Beleuchtungszustand nahe dem balancierten Fall. Die Übereinstimmung zwischen Magnetisierungsdaten und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell ist bis zu einem Magnetfeld von 2,4 T, was einem Verhältnis von $\hbar\omega_c = 1,7 \cdot \Delta_{SAS}^0$ entspricht, sehr gut. Das System befindet sich dabei bei Füllfaktor $\nu = 18$, was im Einteilchenmodell einem Δ_{SAS} -Füllfaktor entspricht. Wie in Abb. 5.7(a) befinden sich hier die Sprünge der Magnetisierung in den Magnetisierungsmessdaten und die Sprünge der berechneten Magnetisierung im Einteilchenmodell oberhalb von $\hbar\omega_c = 1,4 \cdot \Delta_{SAS}^0$ nicht an den gleichen Positionen. Hier liegen die gemessenen und berechneten Oszillationen sehr nahe beieinander und die Zuordnung der Oszillationen der Messdaten zu denen der Rechnungen im Einteilchenmodell ist eindeutig. Die Oszillationshöhe ist in der gleichen Größenordnung.

Abb. 5.7(c) zeigt eine Messung mit 1 mA Beleuchtung. Mit einem $\Delta_{SAS}^0(V) = 4,9$ meV ist das System weiter entfernt vom balancierten Zustand als bei den Magnetisierungsmessungen in (a). Die wesentlichen Parameter sind in Tab. 5.3 zusammen-

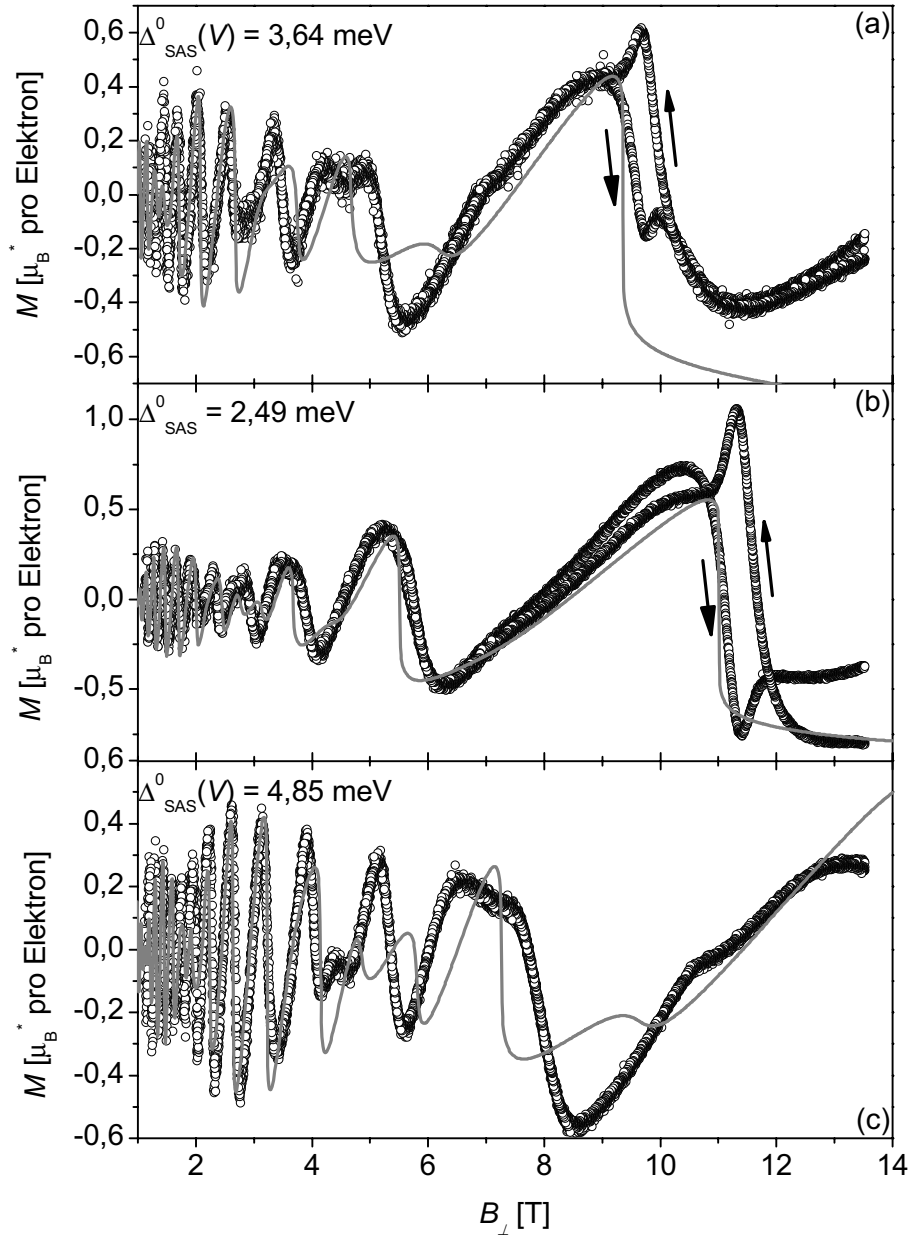


Abbildung 5.7: Magnetisierungsmessdaten im gesamten Feldbereich der Probe Bo12973 bei unterschiedlichen Beleuchtungszuständen. Die offenen Kreise entsprechen den Messdaten jeweils für positives sowie negatives Vorzeichen der zeitlichen Magnetfeldänderung. Die durchgezogene Linie zeigt die berechnete Magnetisierung im Einteilchenmodell. Die Probe wurde in (a) nicht beleuchtet, (b) mit 0,001 mA und (c) mit 1 mA beleuchtet. Das Modell berücksichtigt nicht die Wirbelstrom-Effekte, deren Durchfahrtsrichtung mit dem Magnetfeld mit Pfeilen gekennzeichnet ist.

gefasst.

Beleuchtungsstromstärke [mA]	0	0,001	1
Ladungsträgerdichte [10^{11} /cm ²]	9,1	10,7	14,0
$\Delta_{SAS}^0(V)$ [meV]	3,6	2,5	4,9
B_u [T]	2,7	2,4	4,1
$\hbar\omega_c(B_u)/\Delta_{SAS}^0$	1,3	1,7	1,5
Nächst gelegener Füllfaktor ν	14	18	14

Tabelle 5.3: Parameter der Probe Bo12973 bei unterschiedlichen Beleuchtungszuständen. Der Wert B_u gibt das Magnetfeld an, bis zu dem Magnetisierungsmessungen und Berechnungen im Einteilchenmodell unter Annahme eines konstanten $\Delta_{SAS}^0(V)$ übereinstimmen. Der Quotient $\hbar \cdot e \cdot B_u \cdot (\Delta_{SAS}^0(V) \cdot m_e^*)^{-1}$ gibt das Verhältnis der Energie der Elektronen bei B_u an.

Anhand dieser Messungen erkennt man, welchen Einfluss eine symmetrische Leitungsbandkante für die Magnetisierung von tunnelgekoppelten 2DES hat. Je näher die Bandstruktur an einem balancierten Zustand ist, um so genauer lassen sich die Magnetisierungsmessdaten mit Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell beschreiben. Dieses wiederum liefert eine Vorstellung, wie wichtig einzelnen Energiebeiträgen, die in die Berechnungen im Einteilchenmodell eingehen, für den Verlauf der Signalhöhen in der Magnetisierung sind.

Aus Magnetisierungsmessungen an einlagigen 2DES ist bekannt, dass die Energieaufspaltung zwischen den Landauniveaus linear von dem Magnetfeld abhängt. Es ist zu erwarten, dass auch in tunnelgekoppelten 2DES die Energieaufspaltung zwischen den Landauniveaus der beiden Subbänder linear mit steigendem Magnetfeld verläuft [Mac90]. Dieses berücksichtigt das bisher genutzte Einteilchenmodell. Um eine bessere Übereinstimmung zwischen Magnetisierungsmessdaten und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell zu erzeugen, kann ein nicht konstantes Verhalten der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(B)$ genutzt werden. Da die Abweichung zwischen Messdaten von Proben nahe dem balancierten Fall und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell am geringsten sind, unterliegt hierbei die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(B)$ der geringsten Variation.

5.2.3 Magnetfeldabhängige Ladungsumverteilung

In diesem Abschnitt soll ein erweitertes Modell zur Verbesserung der Übereinstimmung zwischen den Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell und den Magnetisierungsmessdaten im höheren Feldbereich geliefert werden. Um eine grundsätzliche Vorstellung von dem Zusammenhang zwischen der Symmetrie der Leitungsbandkante um die Tunnelbarriere und der Stärke der Tunnelkopplung zu erlangen, sind unterschiedliche Leitungsbandkantenverläufe berechnet und in Abb. 5.8 dargestellt worden.

Der Verlauf der Leitungsbandkante sowie der Quantisierungsenergien der Elektronen und deren Wellenfunktionen kann selbstkonsistent durch Lösen der Poisson-Gleichung und der Schrödingergleichung berechnet werden [Hol02, Bit04]. Aus Abb. 5.8 wird der Einfluss aus dem Verlauf der Leitungsbandkante auf die Quantisierungsenergie deutlich. Durch Variation der Konzentration an Donatoratomen, die das elektrostatische Potenzial im Kristall definieren, kann der Verlauf der Leitungsbandkante gezielt verändert werden. Die Konzentration an Donatoratomen wurde in Abb. 5.8 von (a) nach (c) an der Position δ_2 kontinuierlich erhöht. Dabei entsteht bei (b) eine balancierte Leitungsbandkante. Eine bestimmte Ladungsträgerdichte in den einzelnen Subbändern und Quantentöpfen führt zu einem bestimmten Verlauf der Leitungsbandkante und umgekehrt. Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, dass bei einer unbalancierten Leitungsbandkante, die Schwerpunkte der Wellenfunktionen unterschiedlich stark in die einzelnen Quantentöpfen verschoben liegen. Dabei bevölkern Elektronen im symmetrischen Subband den energetisch tiefer liegenden Quantentopf und Elektronen im antisymmetrischen Subband den energetisch höher liegenden Quantentopf. Der Grund dafür ist die Minimierung der Gesamtenergie des Systems. Da das symmetrische Subband energetisch günstiger ist und daher bei steigender Elektronenkonzentration zuerst besetzt wird, ist es stärker mit Elektronen besetzt als das antisymmetrische Subband. Daher ist es energetisch günstig viele Elektronen in den energetisch tiefer liegenden symmetrischen Grundzustand zu bringen. Gleichzeitig erhöht sich der energetische Abstand $\Delta_{SAS}(V, B)$ wenn sich das System weiter aus der Balance entfernt.

In den tunnelgekoppelten 2DES findet in Abhängigkeit des Magnetfeldes eine Umverteilung der Elektronen zwischen dem symmetrischen und antisymmetrischen Subband statt. Von hohem Magnetfeld kommend ist bis Füllfaktor $\nu = 2$ nur das (Spin-aufgespaltene) symmetrische Subband besetzt. Für Füllfaktoren größer als $\nu = 2$ beginnt die Besetzung des antisymmetrischen Subbandes bis bei $\nu = 4$ beide

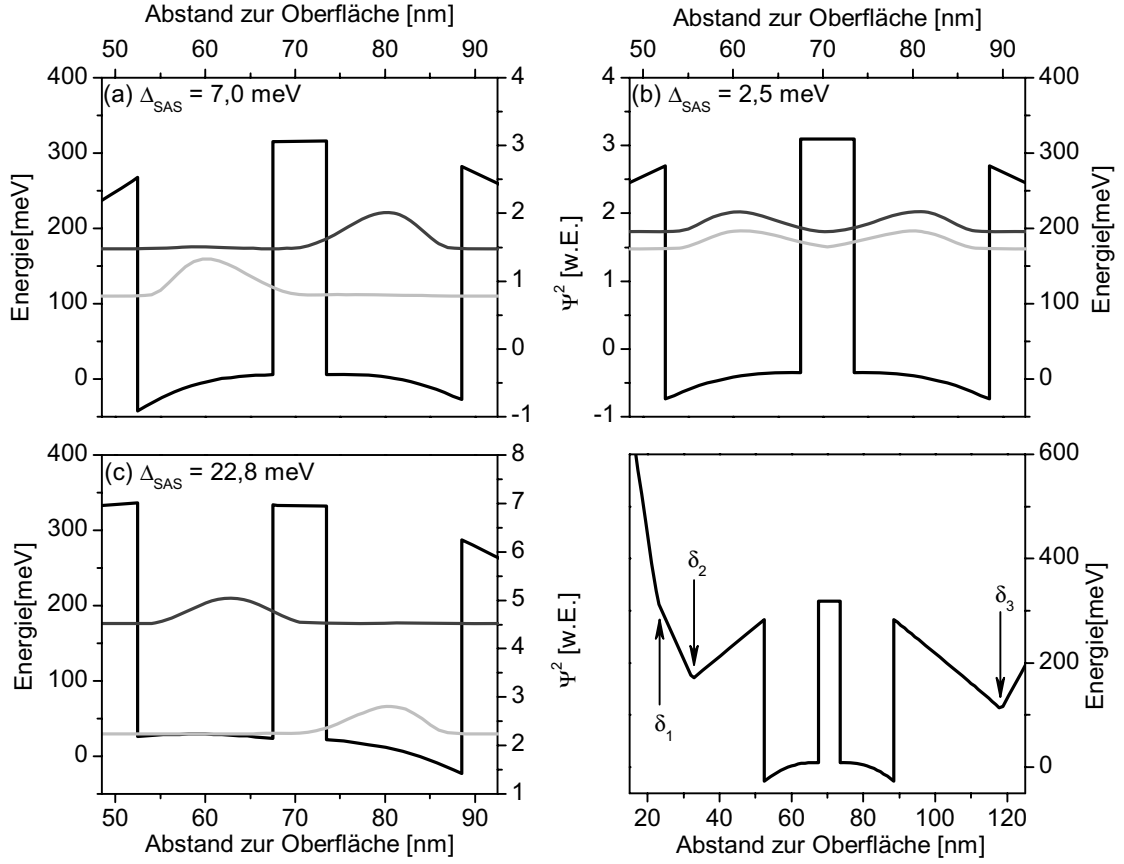


Abbildung 5.8: Energie der Leitungsbandkante sowie das Quadrat der Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi|^2$ der Elektronen im symmetrischen (hellgrau) und antisymmetrischen (dunkelgrau) Subband gegenüber dem Abstand zur Oberfläche in einem tunnelgekoppelten 2DES. In (b) befindet sich das System in einem balancierten Zustand. Bei (a) und (c) befindet sich das System unterschiedlich weit vom balancierten Zustand entfernt. Pfeile in (d) markieren die Positionen, an denen die Heterostruktur mit Si dotiert wurde.

Subbänder gleichmäßig besetzt sind. Dieser Effekt führt bei einer balancierten Bandstruktur, in der die Elektronen im symmetrischen und antisymmetrischen Subband gleichmäßig zwischen den Quantentöpfen aufgeteilt sind, zu keiner Veränderung der Symmetrie der Bandstruktur. Im unbalancierten Fall hat eine magnetfeldabhängige Umverteilung von Elektronen zwischen den Subbändern eine Umverteilung zwischen den Quantentöpfen zur Folge. Der Grund dafür ist die unterschiedliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen in den Quantentöpfen die das symmetrischen und antisymmetrische Subband bevölkern. Dieses hat selbstkonsistent eine Veränderung der Symmetrie der Bandstruktur zur Folge, mit der unterschiedliche Energien der Subbänder einhergehen.

Die daraus resultierende Variation im $\Delta_{SAS}(V, B)$ ist in Abb. 5.9 dargestellt. Die Berechnung der Variation von $\Delta_{SAS}(V, B)$ wurde für Messdaten der Probe Bo12973 angepasst. Der einzige anpassbare Parameter ist der Verlauf der Leitungsbandkante bei $B = 0$ T, die wiederum bei gegebener Schichtstruktur nur durch die Positionen der Dotierschichten verändert werden kann. Die Dotierung wurde daher so gewählt, dass bei der Berechnung der Gesamtladungsträgerdichte bei $B = 0$ T eine Ladungsträgerdichte $n_{ges} = 9,1 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$ und ein $\Delta_{SAS}(V)$ erreicht wird, das mit dem $\Delta_{SAS}^0(V) = 3,6$ meV aus Magnetisierungsmessungen und Transportmessungen übereinstimmt.

Aus dem Verlauf des $\Delta_{SAS}(V, B)$ wird deutlich, warum die Magnetisierungsmessung nicht mit Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell beschrieben werden können. Die Variation des $\Delta_{SAS}(V, B)$ ist selbst bei Proben, die auf eine balancierte Bandstruktur optimiert wurden höher als das $\Delta_{SAS}(V)$ bei $B = 0$ T.

Die Variation des $\Delta_{SAS}(V, B)$ im niederen Feldbereich wird verringert, wenn in das Modell mit magnetfeldabhängiger Ladungsumverteilung eine Verbreiterung der Zustandsdichte eingebaut wird. Analog zu der Verbreiterung im Einteilchenmodell wurde für die Berechnungen in Abb. 5.10 eine Gaussförmig verbreiterte Zustandsdichte angenommen.

Das so berechnete Verhalten des $\Delta_{SAS}(V, B)$ in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes wurde als von B abhängiger Parameter in die Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell eingebunden. Als Verbreiterungsparameter Γ für die Berechnung des $\Delta_{SAS}(V, B)$ wurde der selbe gewählt, der auch als Verbreiterungsparameter für die darauf folgende Berechnung der Magnetisierung im Einteilchenmodell gewählt wird. Für diese Berechnung ist $\Gamma = 0,45 \cdot \sqrt{B_{\perp}(\text{T})}$ meV.

Die Übereinstimmung zwischen den Magnetisierungsmessdaten im niederen Feld-

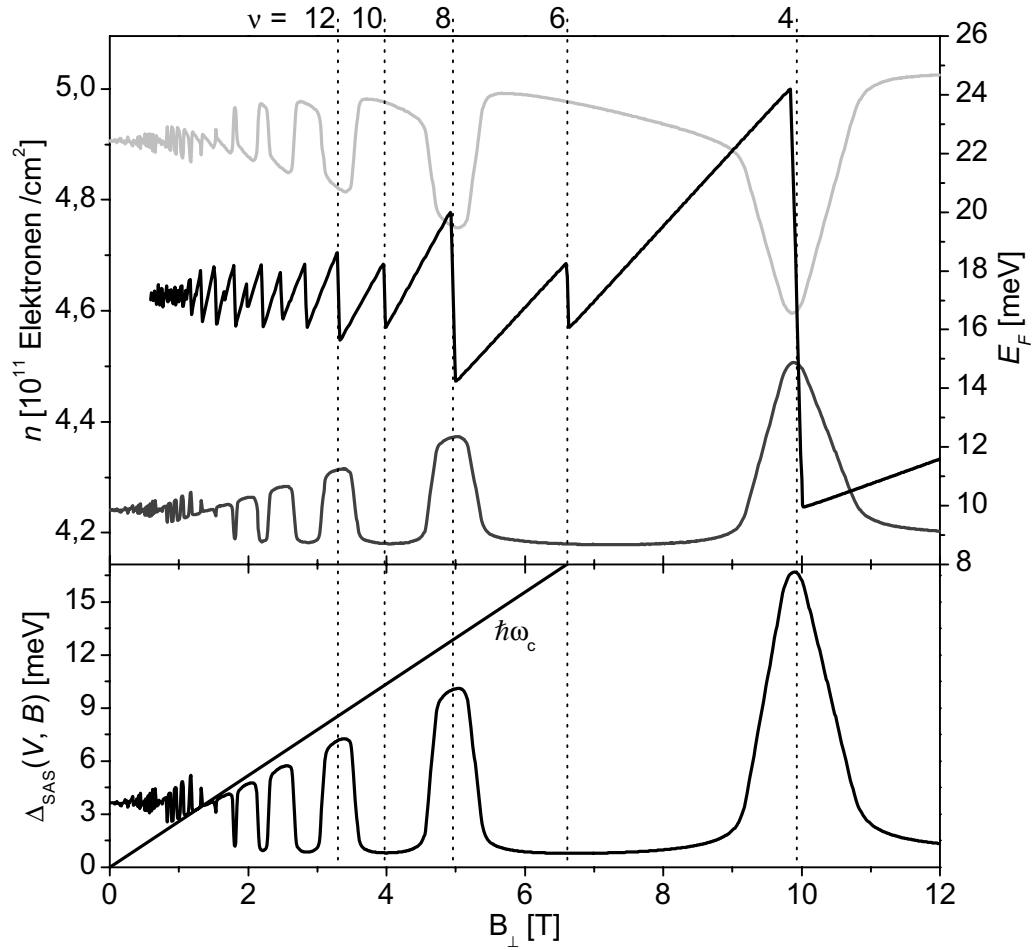


Abbildung 5.9: Im oberen Bild ist die Ladungsträgerdichte im symmetrischen (hellgrau) und antisymmetrischen (dunkelgrau) Subband gegenüber dem äußeren Magnetfeld für Probe Bo12973 aufgetragen. Zusätzlich ist die Fermienergie zur Zuordnung der Füllfaktoren gezeigt. Im unteren Bild ist die berechnete Variation von $\Delta_{SAS}(V, B)$ gegenüber dem äußeren Magnetfeld angegeben.

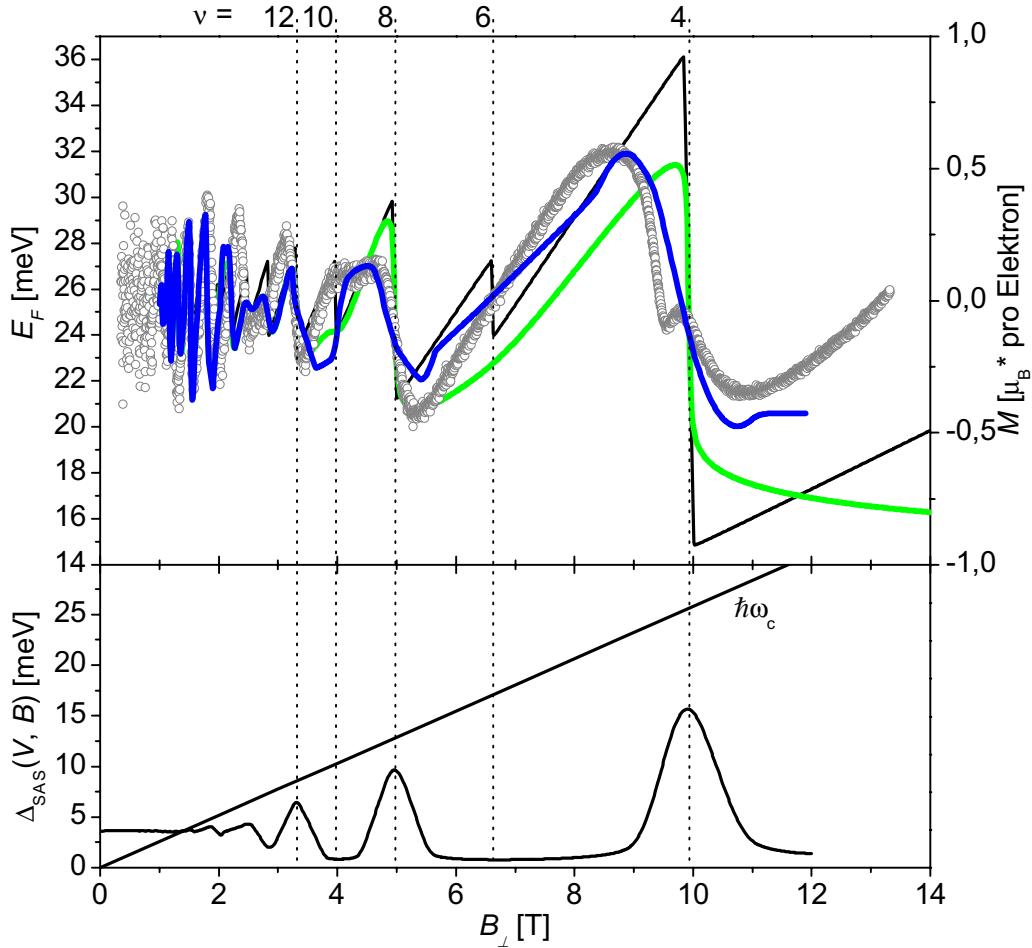


Abbildung 5.10: Vergleich von Magnetisierungsmessdaten der Probe Bo12973 (Kreise) mit Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell mit konstantem $\Delta_{SAS}(V) = 3,6$ meV (grün) und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell mit magnetfeldabhängiger Ladungsverteilung (blau). Zusätzlich ist die Fermienergie (schwarz) zur Zuordnung der Füllfaktoren gezeigt. Im unteren Teil ist die in die Berechnung einfließende Variation des $\Delta_{SAS}(V, B)$ in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Verbreiterung der Landau-Niveaus eingetragen.

bereich und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell mit $\Delta_{SAS}(B)$ ist sehr gut. Im hohen Feldbereich kann eine deutlich bessere Übereinstimmung zwischen Experiment und Modell beobachtet werden. Insbesondere die Breite des Sprunges in der Magnetisierung bei $\nu = 4$ sowie dessen Höhe wird deutlich besser durch das Einteilchenmodell unter Berücksichtigung von $\Delta_{SAS}(B)$ beschrieben. Die Oszillationshöhe der Magnetisierung bei $\nu = 8$ wird ebenfalls besser beschrieben. Hier ergeben die Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell bei konstantem Δ_{SAS} einen zu hohen Sprung in der Magnetisierung. Aus der selbstkonsistenten Berechnung des $\Delta_{SAS}(V, B)$ folgt, dass an diesem Füllfaktor das $\Delta_{SAS}(V, B)$ erhöht ist. Dieses führt in der Rechnung im Einteilchenmodell mit $\Delta_{SAS}(V, B)$ zu einer Verkleinerung des Sprunges in der Magnetisierung.

Das Plateau in der Magnetisierung zwischen Füllfaktor $\nu = 8$ und $\nu = 10$ ist bei den Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell mit variablem $\Delta_{SAS}(V, B)$ zu erkennen. Bei Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell ist dieses nicht ausgeprägt. Zu erkennen ist in diesem Feldbereich, dass die Magnetisierung durch Rechnungen im Einteilchenmodell mit variablem $\Delta_{SAS}(V, B)$ besser als mit einem $\Delta_{SAS}(V)$ simuliert werden können, welches nicht vom Magnetfeld abhängt. Dennoch ist die Magnetisierung im Feldbereich zwischen $\nu = 12$ und $\nu = 8$ auch mit diesem „modifizierten“ Einteilchenmodell nicht genau zu berechnen.

5.2.4 Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene

Um ein tieferes Verständnis der Energiebeiträge in den tunnelgekoppelten 2DES zu bekommen, wurde versucht, die Tunnelkopplung durch Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene zu variieren. Dieses Verfahren wurde bisher nur bei Transportmessungen angewendet [Lyo98, Dev00]. Durch Verkippen der Probe im äußeren Magnetfeld kann zusätzlich zu dem für die Landauquantisierung notwendigen Magnetfeld senkrecht zur Cantileveroberfläche das Magnetfeld in der Ebene erhöht werden. Im Folgenden entspricht ein Verkipfungswinkel $\alpha = 0^\circ$ einem Winkel, bei dem das Magnetfeld senkrecht auf der Oberfläche des tunnelgekoppelten 2DES steht. Elektronen, die unter Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene durch die Barriere tunneln, werden aufgrund der Lorentzkraft abgelenkt. In diesem klassischen Bild verlängert sich der Weg in der Tunnelbarriere. Die Tunnelwahrscheinlichkeit verringert sich. Das Überlappungsintegral der Wellenfunktionen in den Subbändern wird kleiner und damit auch die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$.

In Abb. 5.11 sind Messdaten der Probe Bo12283 gegenüber dem Verkipfungswinkel

α aufgetragen. Die Messungen wurden bei $T = 20$ mK durchgeführt. Die Probe war mit einem Diodenstrom von 8 mA 10 s lang mit der blauen LED beleuchtet worden.

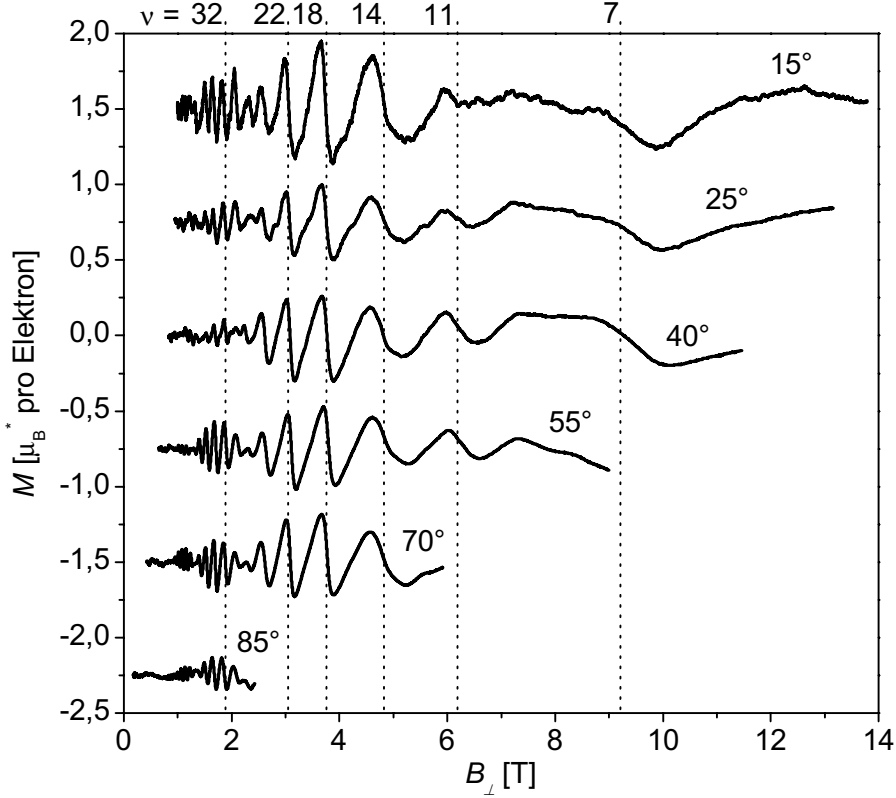


Abbildung 5.11: Magnetisierung der Probe Bo12283 bei unterschiedlichen Verkipfungswinkeln α . Von oben nach unten sind Messungen bei den Winkeln $\alpha = 15^\circ, 25^\circ, 40^\circ, 55^\circ, 70^\circ, 85^\circ$ aufgetragen. Die Messungen sind zur besseren Übersicht symmetrisch nach oben und unten um die Messung bei $\alpha = 40^\circ$ versetzt dargestellt.

Im Feldbereich bis zu einem senkrecht auf der Probe stehendem Magnetfeld von $B_{\perp} = 5$ T, bei dem sich das System etwa bei Füllfaktor $\nu = 14$ befindet, stimmen wie in Kap. 5.2.1 beschrieben die Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell und die Messdaten bei $\alpha = 15^\circ$ überein. Ein ausgeprägtes Schwebungsmuster ist zu erkennen. Dieses Schwebungsmuster bleibt an den verschiedenen Winkeln erhalten. Die Maxima der Einhüllenden der Schwebung liegen ebenfalls in etwa an den gleichen Positionen. Somit liegen auch die Minima sowie die Knotenpunkte an den gleichen Positionen. Bei der Messung bei $\alpha = 70^\circ$ erscheint ein 3. Maximum bei der

Einhüllenden des Schwebungsmusters. Dieses war bei den Messungen mit kleineren Verkipfungswinkeln nicht zu beobachten. Bei kleinem α im niederen Feldbereich ist die Empfindlichkeit nicht hoch genug.

Auffällig sind die ausgeprägten Signaturen bei Magnetfeldern, die den Füllfaktoren $\nu = 7$ und $\nu = 11$ zugeordnet werden könnten. Bei diesen ungeradzahligen Füllfaktoren handelt es sich um solche, bei denen die magnetfeldabhängige Umbesetzung der Energieniveaus zwischen zwei spinaufgespaltenen Landauniveaus geschieht. Im Einteilchenbild würde dieses einem thermodynamischen Niveauabstand der Größe der Zeemanenergie $\Delta E_Z = |g| \cdot \mu_B \cdot B$ entsprechen. B ist hierbei das totale Magnetfeld und $|g| = 0,44$ im Falle von GaAs. Dieses würde bei $\nu = 7$ einem thermodynamischen Niveauabstand von 0,24 meV ($0,03 \mu_B^*$) und bei $\nu = 11$ einem thermodynamischen Niveauabstand von 0,16 meV ($0,03 \mu_B^*$) entsprechen. In den Messungen sind diese Füllfaktoren deutlich stärker ausgeprägt. Die Ursache liegt in der Erhöhung des thermodynamischen Niveauabstand bei einem Spinfüllfaktor durch Austauschwechselwirkung. Es ist üblich, das Einteilchenbild um diese Wechselwirkung zu erweitern und einen effektiven Landé-Faktor g^* zu definieren. Damit ergibt sich ein $\Delta E = |g| \cdot \mu_B \cdot B + E_{Austausch} = g^* \cdot \mu_B \cdot B$. Der exakte Wert für die Austauschenergie hängt von den spezifischen Probenparametern ab.

Die Höhe der Magnetisierungsamplitude an der Position von Füllfaktor $\nu = 11$ nimmt mit zunehmendem Winkel zu. Dieses Verhalten ist aufgrund des steigenden totalen Magnetfeldes zu erwarten. Die besondere Eigenschaft, dass der thermodynamische Niveauabstand an Spinfüllfaktoren vom totalen Magnetfeld abhängt, während er bei Landaufüllfaktoren nur vom senkrechten Magnetfeld abhängt, macht Experimente unter verkippten Winkeln interessant. Das Verhältnis zwischen einzelnen Energiebeiträgen kann gezielt variiert werden. Das Verhalten der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ ist dabei von besonderem Interesse.

Um das Verhalten der Tunnelkopplung genauer zu untersuchen, sind in Abb. 5.12 thermodynamische Niveauabstände an einzelnen Füllfaktoren der Probe Bo12283 gegenüber dem Verkipfungswinkel α aufgetragen. Zur Berechnung der thermodynamischen Niveauabstände nach Gl. (2.19) wurden der Sprung der Magnetisierung ΔM in den Messungen an den jeweiligen Füllfaktoren ausgewertet. Die Messungen wurden bei $T = 20$ mK durchgeführt und die Probe wurde mit 8 mA Diodenstrom 10 s lang mittels einer blauen LED beleuchtet.

Die thermodynamischen Niveauabstände zeigen eine deutliche Winkelabhängigkeit. Bis $\alpha = 60^\circ$ kann eine Oszillation der thermodynamischen Niveauabstände beobachtet werden. Diese deutlich ausgeprägte Oszillation ist in der Literatur bisher nicht

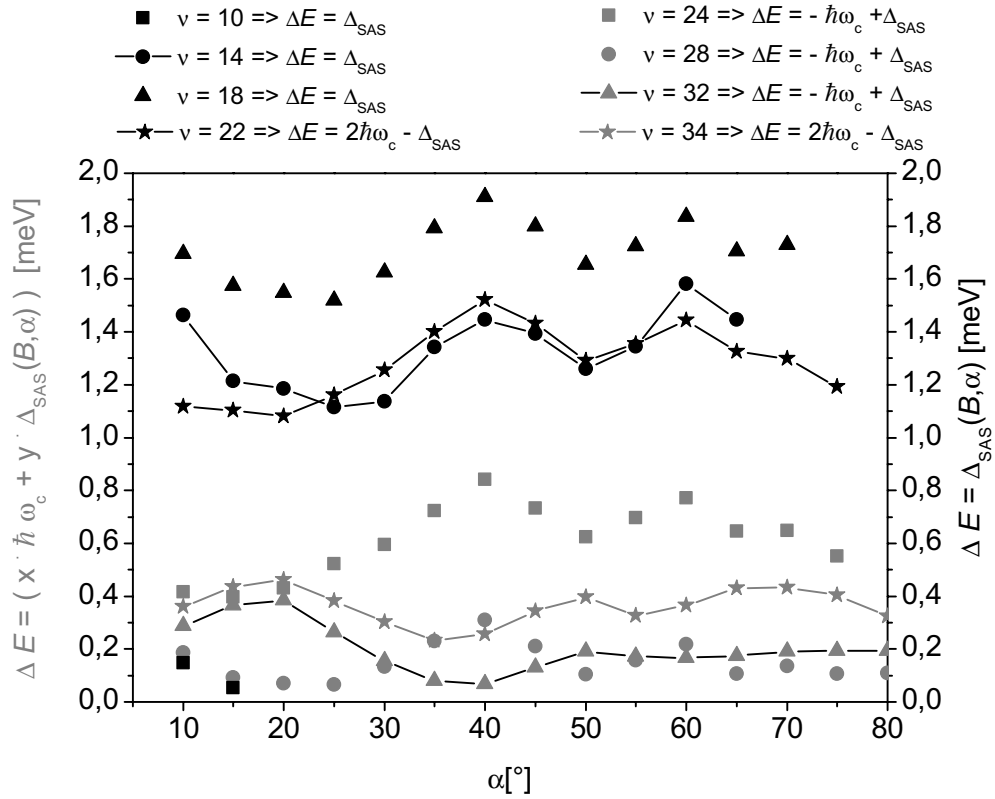


Abbildung 5.12: Thermodynamische Niveauabstände bei einzelnen Füllfaktoren der Probe Bo12283 bei unterschiedlichen Verkipfungswinkeln. Messungen bei $T = 20$ mK und mit 8 mA Diodenstrom einer blauen LED beleuchtet. Oberhalb ist zur Übersicht eine Zuordnung der Füllfaktoren zu deren jeweiligem thermodynamischen Niveauabstand im Einteilchenbild nach Tab. 5.4 aufgelistet.

beschrieben worden. Sie oszilliert um einen konstanten Mittelwert. Um eine Vorstellung des Zustandes des tunnelgekoppelten 2DES zu erlangen, können den einzelnen Füllfaktoren im Einteilchenbild bestimmte Typen von Füllfaktoren zugeordnet werden. Dazu wird ein Landau-„Fächer“ wie in Abb. 2.2 berechnet. Die Parameter für die Ladungsträgerdichte und das $\Delta_{SAS}^0(V)$ werden aus der Magnetisierungsmessung bei dem kleinsten Verkipfungswinkel bestimmt. An den Stellen an denen die berechnete Fermienergie einen Sprung macht, kann eine Zuordnung des Füllfaktors zu einer entsprechenden Energiedifferenz laut Tab. 5.4 abgelesen werden.

ν	2,6,10,14,18	4,8,12,16	20,24,28,32,36	22,26,30,34
	Δ_{SAS}	$\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$	$-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS}$	$2\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$

Tabelle 5.4: Zuordnung der Füllfaktoren der Probe Bo12283 in einem bestimmten Zustand, zu dem im Einteilchenbild gehörenden Sprung des chemischen Potentials. Der energetische Abstand ist in der unteren Zeile angegeben. Zugrunde gelegt wurden dabei aus dem niederen Feldbereich ermittelten Parameter n_{ges} und Δ_{SAS}^0 .

Die Zuordnung der Füllfaktoren zu den einzelnen Typen im Einteilchenbild hängt gerade im Bereich höherer Füllfaktoren, in denen sie über $B_\perp$ dicht beieinander liegen, empfindlich von den bestimmten Parametern ab. Die Ladungsträgerdichte sowie die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ müssen genau bekannt sein. Um die Parameter zu bestimmen, müssen die Berechnungen der Magnetisierung sehr genau an die Messdaten angepasst werden.

Die Füllfaktoren $\nu = 10, 14$ und 18 liefern direkt ein Verständnis von der Abhängigkeit des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ vom Verkipfungswinkel (vgl. Tab. 5.4). Das Verhalten von $\Delta_{SAS}(\alpha)$ bestimmt das oszillatorische Verhalten der thermodynamischen Niveauabstände. Die Größen der thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 14$ und 18 liegen dicht beieinander und folgen dem gleichen oszillatorischen Verhalten. Die leichte Abweichung in der Größe der thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 14$ und $\nu = 18$ und die deutlich kleineren thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 10$ lassen sich im Rahmen des Einteilchenmodells nicht verstehen. Sowohl $\nu = 10$ als auch $\nu = 14$ liegen in dem Bereich, in dem Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenbild und Magnetisierungsmessdaten nicht exakt übereinstimmen.

Die thermodynamischen Niveauabstände an den Füllfaktoren $\nu = 24$ und 28 zeigen das selbe oszillatorische Verhalten wie der thermodynamische Niveauabstand an den Δ_{SAS} -Füllfaktoren $\nu = 10, 14$ und 18 . Hierbei handelt es sich um Füllfaktoren,

bei denen die Umbesetzung der Elektronen sowohl zwischen den Subbändern, als auch zwischen unterschiedlichen Landau-niveaus stattfindet. Aus dem Vergleich des Verhaltens von $\nu = 24$ und 28 sowie $\nu = 10, 14$ und 18 lässt sich schließen, dass der Einfluss der Landauquantisierung auf die Oszillation der thermodynamischen Niveauabstände mit α gering ist. Theoretisch [Oh93] ist für ein 2DES kein oszillatorisches Verhalten der thermodynamischen Niveauabstände mit steigendem Magnetfeld in der Ebene zu erwarten. Vorhergesagt ist eine monotone Abnahme der thermodynamischen Niveauabstände mit steigendem Magnetfeld in der Ebene.

Nach den bisherigen Erkenntnissen eines monoton abnehmenden Niveauabstands $\hbar\omega_c$ mit dem Winkel α und eines oszillatorischen $\Delta_{SAS}(\alpha)$ lässt sich der Verlauf der thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 22$ nicht erklären. Da der thermodynamische Niveauabstand $2\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$ ist, würde man bei abnehmendem $\Delta_{SAS}(\alpha)$ ein Zunehmen dieses thermodynamischen Niveauabstands erwarten. Genau das Gegenteil ist hierbei jedoch der Fall. Eine Verringerung des $\Delta_{SAS}^0(V)$ um 0,4 meV würde die Zuordnung der Füllfaktoren soweit verändern, dass $\nu = 22$ ebenfalls ein Δ_{SAS} -Füllfaktor wäre. Die niedrigeren Füllfaktoren bleiben Δ_{SAS} -Füllfaktoren. Diese geringe Variation von $\Delta_{SAS}^0(V)$ im Landau-„Fächer“ verschiebt den Kreuzungspunkt des symmetrischen mit dem antisymmetrischen Landau-„Fächer“ so weit zu niedrigeren Magnetfeldern, dass $\nu = 22$ oberhalb des ersten Kreuzungspunktes liegt.

Das Verhalten des thermodynamischen Niveauabstands bei $\nu = 32$ unterscheidet sich von dem der bisher aus Abb. 5.12 betrachteten Füllfaktoren. Die Periode der Oszillation ist gleich groß, aber die Positionen der Extrempunkte sind genau gegenphasig. Bei dem Winkel bei dem der thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 32$ maximal ist, ist er bei den anderen Füllfaktoren minimal. Dieses ist nicht konsistent mit den bisherigen Analysen, solange der thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 32$ ($-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS}$) ist. Wie bei $\nu = 22$ liegt auch $\nu = 32$ sehr nahe bei dem, von hohen Magnetfeldern kommend, zweiten Kreuzungspunkt des symmetrischen und antisymmetrischen Landau-„Fächer“. In diesem Fall würde eine kleine Erhöhung der Tunnelkopplung dazu führen, dass sich der Typ des Füllfaktor $\nu = 32$ verändert. Bei einer Erhöhung des $\Delta_{SAS}^0(V)$ um 0,5 meV würde der thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 32$ entsprechend ($2\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$) sein. In diesem Fall führt eine Verringerung von $\Delta_{SAS}(\alpha)$ zu einer Erhöhung der thermodynamischen Niveauabstände und umgekehrt.

Der Verlauf des thermodynamischen Niveauabstand bei $\nu = 34$ mit dem Verkipungswinkel entspricht dem Verhalten, was im Einteilchenbild erwartet wird, wenn das $\Delta_{SAS}(\alpha)$ oszilliert. Ist die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ maximal, so ist

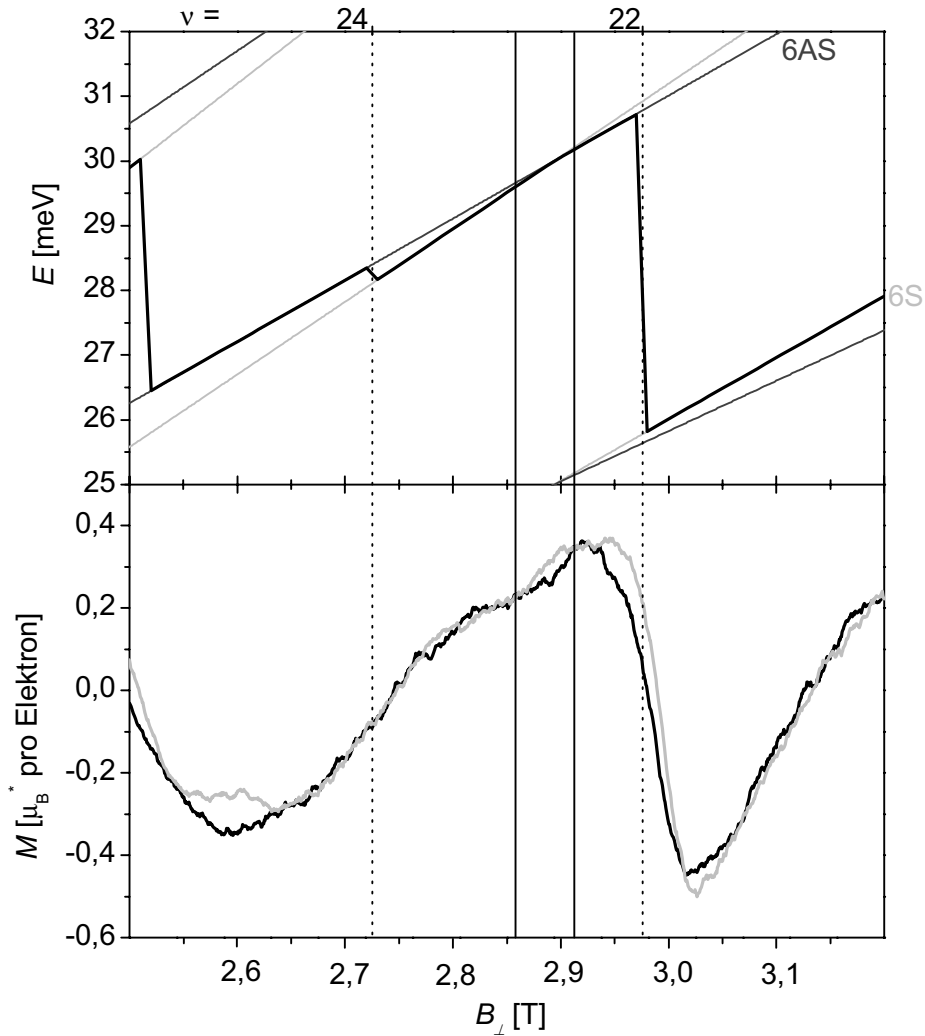


Abbildung 5.13: Magnetisierung der Probe Bo12973 an einer Stelle, an der das chemische Potenzial einen Kreuzungspunkt zwischen den Landau-„Fächern“ des symmetrischen und antisymmetrischen (dunkelgrau) Subbandes durchläuft. Im oberen Bild ist der im Einteilchenbild berechnete Landau-„Fächer“ bei einem solchen Kreuzungspunkt gezeigt. Markiert sind das sechste symmetrische (hellgrau) und das sechste antisymmetrische Energieniveau. Im Bereich zwischen den senkrechten durchgezogenen Linien macht das chemische Potenzial einen Knick. In diesem Bereich erkennt man eine markante Struktur auf der flachen Flanke einer dHvA-Oszillation.

der thermodynamische Niveauabstand bei Füllfaktor $\nu = 34$, der einem Sprung des chemischen Potentials von $2\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$ entspricht, minimal.

Aufgrund der Untersuchungen aus Kap. 5.2.3 ist die Annahme eines vom Magnetfeld abhängigen $\Delta_{SAS}(B)$ gerechtfertigt. Somit kann erklärt werden, warum es legitim ist, den Fanchart zu variieren um den Füllfaktor $\nu = 22$ als Δ_{SAS} -Füllfaktor zu interpretieren. Speziell für diesen Füllfaktor lässt sich aus den Magnetisierungsmessdaten ein weiteres Indiz entnehmen, welches eine „Neuausrichtung“ des Fancharts motiviert. In Abb. 5.13 (unten) ist die Magnetisierung der Probe Bo12283 bei $\alpha = 15^\circ$ um den Füllfaktor $\nu = 22$ dargestellt. Im Magnetfeldbereich zwischen 2,8 und 2,9 T sieht man eine Struktur auf der flachen, ansteigenden Flanke des Füllfaktor $\nu = 22$. Solch eine Struktur ist bei Messungen bis $\alpha = 45^\circ$ bei allen Magnetisierungsmessungen ausgeprägt. Im oberen Graphen ist der an die Magnetisierungsmessungen angepasste Fanchart aufgetragen. Für diesen Fanchart wurde die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ die aus dem niedrigen Feldbereich der Magnetisierungsmessung bestimmt wurde etwas variiert. Für diesen Fall wurde Δ_{SAS}^0 um 0,4 meV auf 5,6 meV reduziert. Wie weiter oben beschrieben, wird damit aus dem Füllfaktor $\nu = 22$ ein Δ_{SAS} -Füllfaktor. Gleichzeitig verschiebt man damit den Kreuzungspunkt zwischen dem Landau-„Fächer“ des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes. Hier durchläuft das chemische Potenzial den Kreuzungspunkt und man würde erwarten, dass markante Strukturen in der Magnetisierung wiederzufinden sind.

Die Vermutung, dass die markante Struktur in den Magnetisierungsmessungen durch ein Zusammenfallen des Verlaufs des chemischen Potentials und eines Kreuzungspunkts im Landau-„Fächer“ herrührt, liegt nahe. Bei allen weiteren ausgewerteten Magnetisierungsmessungen liegen die Kreuzungspunkte, die auswertbar sind auf den steilen Flanken der Oszillationen und sind nicht deutlich ausgeprägt.

Es zeigt sich, dass die Zuordnung der Füllfaktoren zu den jeweiligen Typen, wie sie in Tab. 5.4 aufgelistet ist, korrigiert werden muss. Ermöglicht wurde die neue Zuordnung durch das systematische Auswerten der winkelabhängigen Magnetisierungsmessungen. Das Ergebnis ist in Tab. 5.5 gezeigt. Die Füllfaktoren, die mit fett gedruckten Zahlen gekennzeichnet sind, entsprechen den neu zugeordneten Füllfaktoren.

Für die Probe Bo12973 wurden ebenfalls winkelabhängige Messungen durchgeführt. Die Messungen wurden in einem unbeleuchteten Zustand bei $T = 20$ mK durchgeführt. Die Auswertung der thermodynamischen Niveauabstände bei einigen Füllfaktoren über dem Winkel α sind in Abb. 5.14 dargestellt.

Für die Magnetisierungsmessungen wurde bei $\alpha = 10^\circ$ die beste Übereinstimmung

ν	2,6,10,14,18, 22	4,8,12,16	20,24,28,36	26,30, 32 ,34
	Δ_{SAS}	$\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$	$-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS}$	$2\hbar\omega_c - \Delta_{SAS}$

Tabelle 5.5: Zuordnung der Füllfaktoren der Probe Bo12283 als Ergebnis der winkelabhängigen Magnetisierungsmessungen. Zugrunde gelegt wurde dabei das oszillatorische Verhalten $\Delta M(\alpha)$, (vgl. Abb. 5.12). Fett gedruckte Zahlen sind im Vergleich zu Tab. 5.4 neu zugeordnet. Der energetische Abstand ist in der unteren Zeile angegeben.

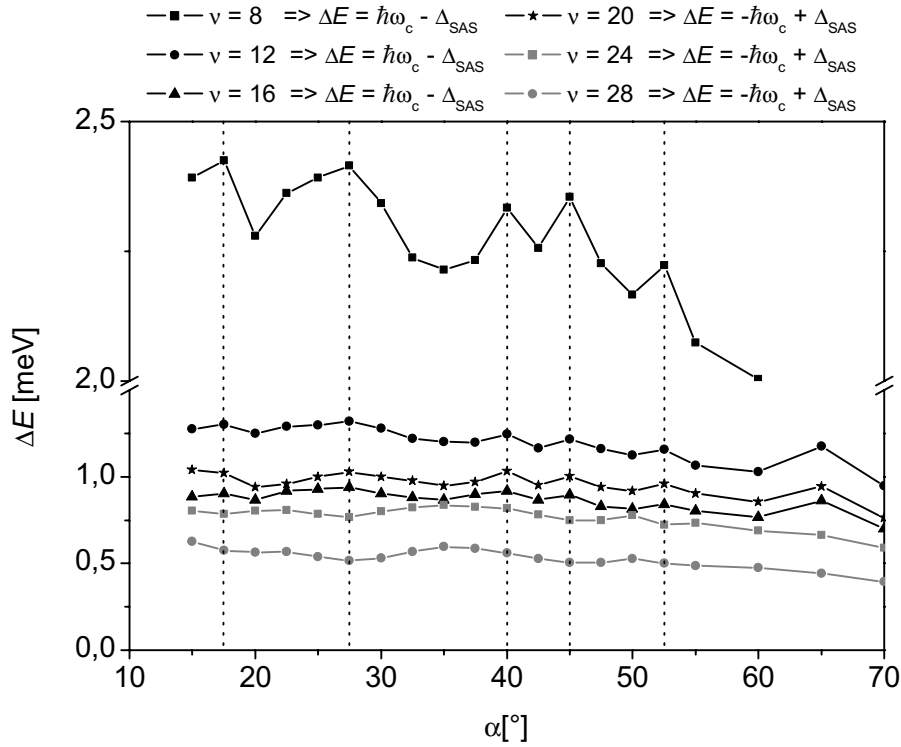


Abbildung 5.14: Thermodynamische Niveauabstände der Probe Bo12973 mit einer Tunnelbarriere von 6 nm aufgetragen über dem Verkippungswinkel der Probe gegenüber dem senkrechten Magnetfeld. Senkrechte Linien kennzeichnen einzelne charakteristische Positionen im Verlauf der thermodynamischen Energieabstände.

zwischen Messungen und Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell für ein $\Delta_{SAS}^0(V) = 3,86 \text{ meV}$ und eine Ladungsträgerdichte von $n_{ges} = 10 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ gefunden. Dieses sind ebenfalls die aus der FFT, die mit Magnetisierungsmessdaten

aus dem niedrigen Feldbereich durchgeführt wurde, bestimmten Größen. Durch die geschickte Wahl dieses Zustandes ergeben sich bis Füllfaktor $\nu = 38$ die selben Zuordnungen der Typen der Füllfaktoren wie in Tab. 5.4 ermittelt.

Aufgrund der deutlich kleineren Tunnelkopplung der Probe Bo12973 im Vergleich zur Probe Bo12283 besitzen die Δ_{SAS} -Füllfaktoren keine großen Oszillationsamplituden. In diesem Fall sind die Füllfaktoren von dem Typ $(x \cdot \hbar\omega_c - y \cdot \Delta_{SAS})$ diejenigen mit einem großen thermodynamischen Niveauabstand. Der einzige auswertbare Δ_{SAS} -Füllfaktor ist $\nu = 10$, der in Abb. 5.7(a) bei $B_{\perp} = 4,4$ T zwar zu erkennen ist, jedoch mit einem Signal- zu Rausch-Verhältnis von etwa 1 : 1 deutlich schlechter als die hier ausgewerteten Füllfaktoren untersucht werden kann.

Wie auch bei der stärker tunnelgekoppelten Probe Bo12283 zeigen die thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12973 in Abhängigkeit des Verkippungswinkels ein oszillatorisches Verhalten. Die thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 8, 12$ und 16 oszillieren in Phase und besitzen lokale Maximalwerte bei einem Verkippungswinkel von $\alpha = 17,5^{\circ}, 27,5^{\circ}, 40^{\circ}, 45^{\circ}, 65^{\circ}$. Da die Füllfaktoren $\nu = 8, 12$ und 16 vom gleichen Typ $(\hbar\omega_c - \Delta_{SAS})$ sind, ist dieses Verhalten zu erwarten.

Die thermodynamischen Niveauabstände bei den Füllfaktoren $\nu = 24$ und 28 oszillieren untereinander ebenfalls in Phase. An den Extremwerten um $\alpha = 27,5^{\circ}$ und 35° wird insbesondere deutlich, dass sich die Oszillationen genau gegenphasig zu den Oszillationen der thermodynamischen Niveauabstände bei den Füllfaktoren $\nu = 8, 12$ und 16 verhalten. Da es sich bei diesen Füllfaktoren um den Typ $(-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS})$ handelt, ist dieses unter der Annahme eines oszillierenden $\Delta_{SAS}(\alpha)$ zu erwarten. Wird $\Delta_{SAS}(\alpha)$ minimal, so werden auch die thermodynamischen Niveauabstände an den Füllfaktoren minimal, während die thermodynamischen Niveauabstände an den Füllfaktoren $\nu = 8, 12$ und 16 maximal werden.

Das oszillatorische Verhalten des thermodynamischen Niveauabstands bei $\nu = 20$ entspricht dem eines $(\hbar\omega_c - \Delta_{SAS})$ -Füllfaktor. Laut Auswertung des an das Problem angepassten Landau-„Fächers“ müsste es sich um einen $(-\hbar\omega_c + \Delta_{SAS})$ -Füllfaktor handeln. Da aber $\nu = 20$ direkt neben einem Kreuzungspunkt der beiden Landau-„Fächer“ des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes liegt, kann eine kleine Verringerung des $\Delta_{SAS}(V)$ den Füllfaktor in einen $(\hbar\omega_c - \Delta_{SAS})$ -Füllfaktor umwandeln. Dieses erklärt, warum die Winkelabhängigkeit der thermodynamischen Niveauabstände so wie die thermodynamischen Niveauabstände der Füllfaktoren $\nu = 24$ und 28 verläuft.

Der Vergleich der thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12283 und Bo12973 zeigt, dass bei beiden Proben ein oszillatorisches Verhalten der thermodynamischen Niveauabstände als Funktion von α zu beobachten ist. Dabei zeigen die thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12973 über dem Winkel zwei markante Unterschiede im Vergleich zu dem Verlauf der thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12283. Abgesehen von der monoton abnehmenden Größe der thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12973 mit α oszillieren die thermodynamischen Niveauabstände im Mittel um etwa 0,2 meV, während die der Probe Bo12283 um etwa 0,4 meV oszillieren. Die einzige Ausnahme scheint hier der thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 8$ zu sein. Aber auch hier ist die Oszillationsamplitude in Abhängigkeit von α mit 0,3 meV noch geringer als bei der Probe Bo12283.

Die Erklärung für diese Beobachtung liegt in der schwächeren Tunnelkopplung und der damit kleineren energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ der Probe Bo12973. Unter der Annahme eines konstanten oder monotonen Verhaltens der Landauquantisierung $\hbar\omega_c$ mit α kann das oszillatorische Verhalten der thermodynamischen Niveauabstände nur aus einer Variation der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ erklärt werden. Durch die geringere energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ der Probe Bo12973 zeigt sich, dass die Variation $\Delta_{SAS}(\alpha)$ mit steigendem Magnetfeld in der Ebene, zumindest im Bereich von kleinen Verkipfungswinkeln, geringer ist, als bei einer größeren energetischen Aufspaltung.

Eine mögliche Erklärung für das monotone Abnehmen der thermodynamischen Niveauabstände mit steigendem α der Probe Bo12973 liefert ein Vergleich mit einem einlagigen 2DES. Wie auch bei tunnelgekoppelten 2DES führt hier ein Magnetfeld in der Ebene zu einer Kopplung zwischen dem elektrischen Einschlusspotenzial der Leitungsbandkante und dem magnetischen Einschlusspotenzial [Ihm92, Oh93]. Dieses reduziert die thermodynamischen Niveauabstände bei den einzelnen Füllfaktoren. Je stärker das elektrische Einschlusspotenzial, desto kleiner ist die Abnahme der thermodynamischen Niveauabstände mit steigendem Winkel. Die Schwierigkeit liegt bei der Wahl des analytischen Ausdrucks für das elektrische Einschlusspotenzial für ein tunnelgekoppeltes 2DES. Eine typische Wahl ist [Raz03]

$$V(z) = \frac{\hbar^2}{2m_e^*} \left(\frac{1}{8}\xi^2 \cosh(4z) - (\zeta + 1)\xi \cosh(2z) - \frac{1}{8}\xi^2 \right). \quad (5.2)$$

Mit den Parametern ξ und ζ muss die Höhe und die Breite der Tunnelbarriere nach Gl. 5.2 an den realen Verlauf der Leitungsbandkante angepasst werden. Es zeigt sich,

dass eine breitere Tunnelbarriere bei gleich bleibender Breite der Quantentöpfe zu einem kleineren Einschlusspotenzial nach Gl. 5.2 führt. Analog zu einlagigen Systemen könnte man erwarten, dass dieser Effekt die stärkere Abnahme der energetischen Niveauabstände bei der Probe Bo12973 erklärt.

5.2.4.1 Magnetischer Zusammenbruch

Der Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene auf die Energieeigenzustände des tunnelgekoppelten 2DES kann mit einem semiklassischen Bild veranschaulicht werden [Boe91]. Hierbei führt das Magnetfeld in der Ebene entlang der y -Richtung der Probe zu einer Dispersionsrelation in der Form

$$\varepsilon_{1,2} = \varepsilon_k \pm \sqrt{\frac{\Delta_{SAS}^2}{4} + (\hbar\omega_{||}k_y\frac{d_w}{2})^2}, \quad (5.3)$$

mit $\omega_{||} = eB_{||}/m^*$ der Zyklotronfrequenz durch die Magnetfeldkomponente $B_{||}$ in der Ebene, und der kinetischen Energie $\varepsilon_k = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2)/2m^*$ mit den Wellenvektor k_x in x -Richtung und k_y in y -Richtung. $d_w = d + w$ ist der Abstand der Schwerpunkte der symmetrischen und antisymmetrischen Wellenfunktion bei der Barrierendicke d und der jeweiligen Breite der Potenzialtöpfe w . Die aus Gl. 5.3 entstehende Dispersionsrelation ist im unteren Teil von Abb. 5.15 dargestellt.

In Abb. 5.15a sind die Dispersionsrelationen für ein Magnetfeld in der Ebene von $B_{||} = 0$ T berechnet. Die Berechnung geschieht nach dem im Anhang B beschriebenen Verfahren. Die ungestörte Bewegung der Elektronen in der Ebene führt zu einer parabolischen Energiedispersion, wobei die untere Parabel der Energiedispersion der Elektronen im symmetrischen Subband und die obere denen im antisymmetrischen Subband entspricht. Die Dispersionsrelation in k_x -Richtung ist ebenfalls parabolisch und es entstehen kreisförmige Zyklotronbahnen im k -Raum. Die Zyklotronbahn, die von Elektronen im symmetrischen Subband umlaufen wird, hat einen Radius, der um $\frac{\sqrt{2m^*}\Delta_{SAS}(V)}{\hbar}$ größer ist, als der Radius der Zyklotronbahn die von Elektronen im antisymmetrischen Subband umlaufen werden. Die Dispersionsrelation in k_x -Richtung ist unabhängig von $B_{||}$. In diesem semiklassischen Bild bewegen sich die Elektronen auf den kreisförmigen Zyklotronbahnen und tunneln mit $k_y = 0$ im Ortsraum zwischen den Quantentöpfen.

Ein steigendes Magnetfeld in der Ebene verschiebt wie in Abb. 5.15b zu sehen die k_y -Energiedispersion um einen Wert $\pm ed_w B_{||}/2\hbar$. Bis auf den Zustand bei dem $k_y = 0$ ist, befinden sich die Eigenzustände des Systems mit einem Magnetfeld in der Ebene

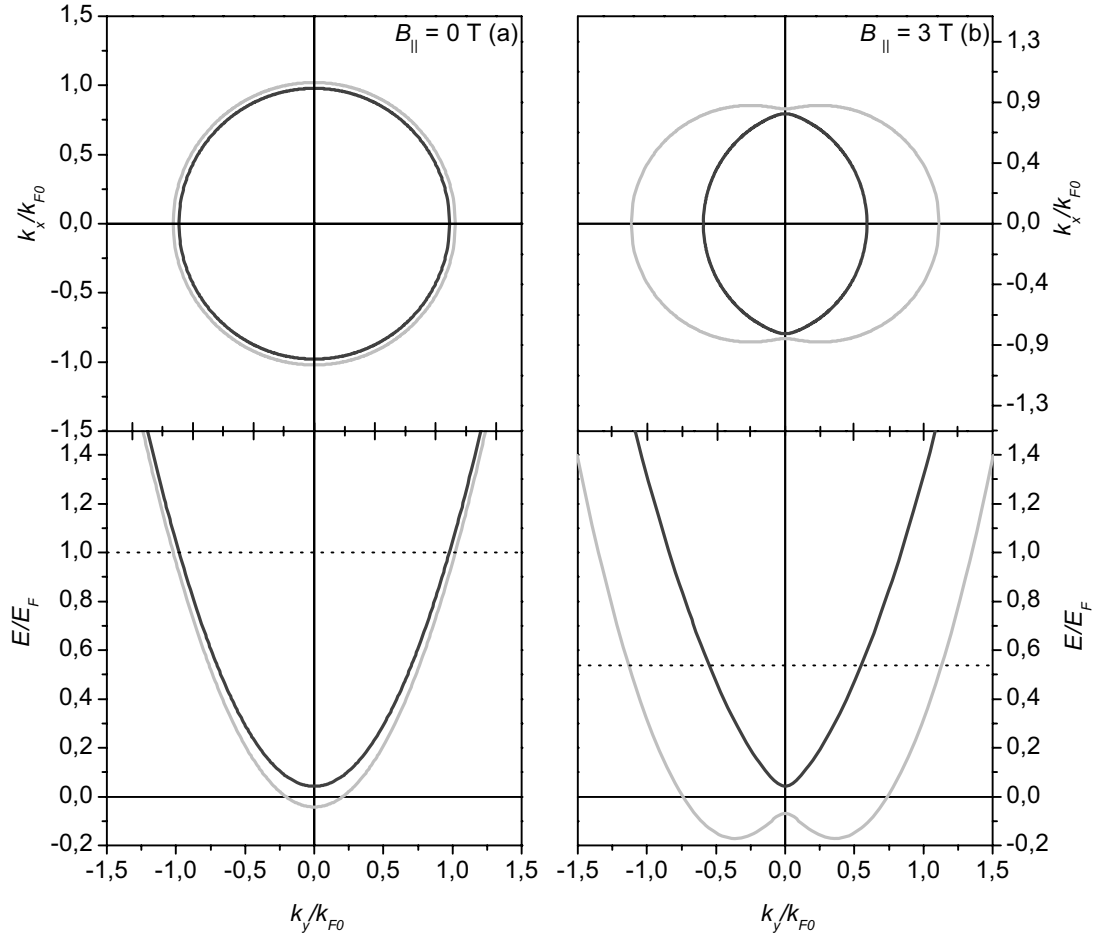


Abbildung 5.15: Berechnete Fermikreise (obere Teil der Abbildung) und Dispersionsrelationen (untere Teil der Abbildung) für die Probe Bo12283 mit einer Tunnelbarriere $d = 1 \text{ nm}$ und zwei $w = 15 \text{ nm}$ breiten Quantentöpfen. Für (a) wurde mit einem Magnetfeld in der Ebene $B_{\parallel} = 0 \text{ T}$ und bei (b) mit $B_{\parallel} = 3 \text{ T}$ gerechnet. Die gepunktete Linie entspricht der Fermienergie, die aus numerischer Integration der Zustandsdichte des Systems berechnet wurde. Die Wellenvektoren wurden auf den aus der Fermienergie beim jeweiligen $B_{\parallel}$ berechneten Fermiwellenvektor normiert.

nicht mehr in einem symmetrischen oder antisymmetrischen Zustand. Vielmehr charakterisiert die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons im linken oder rechten Quantentopf den energetisch höheren oder tieferen Zustand des Elektrons. Dieses führt zu einer neuartigen Bahn eines Elektron in einer durch ein senkrechtes Magnetfeld $B_{\perp}$ induzierten Zyklotronbahn. Bei $B_{\parallel} = 0$ würde ein Elektron das symmetrische Subband bevölkern und eine kreisförmige Zyklotronbahn durchlaufen. Für $B_{\parallel} \neq 0$ befindet sich das Elektron nur bei $k_y = 0$ im symmetrischen Band. Wird k_y positiv, wird das Elektron auf eine Kreisbahn gedrängt, die um $ed_w B_{\parallel}/2\hbar$ um den Punkt $(0,0)$ im k -Raum verschoben liegt. Ein Magnetfeld von $B_{\parallel} \geq 0,7$ T ist stark genug, um das Elektron komplett in einen der beiden Quantentöpfe zu verschieben. In diesem bleibt es, bis k_y wieder negativ wird, um dann in den gegenüber liegenden Quantentopf gedrängt zu werden.

Das Magnetfeld in der Ebene verformt damit die kreisförmige Fermifläche bei $B_{\parallel} = 0$ T. Aus der Energiedispersion [Gl. (5.3)] kann die Zustandsdichte des Systems für beliebige $B_{\parallel}$ berechnet werden. Mit der Zustandsdichte kann wiederum durch numerische Integration die Fermienergie berechnet werden. Auf diese Energie wurden die Achsen in Abb. 5.15 normiert. Aus der Größe der Fermifläche S kann mittels der Onsager-Relation

$$\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{2\pi e}{\hbar S} \quad (5.4)$$

die Frequenz der dHvA-Oszillationen im Experiment berechnet werden [Sho84].

Die Berechnungen bei steigendem $B_{\parallel}$ ergeben einen zunehmendem Größenunterschied zwischen der größeren „bohnenförmigen“ und der kleineren „linsenförmigen“ Fermifläche. Im Experiment resultieren aus unterschiedlichen Fermiflächen unterschiedliche Oszillationsfrequenzen. Die FFT vom niederen Feldbereich der Magnetisierungsmessungen ergibt die Ladungsträgerdichte in den einzelnen Subbändern und damit die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V, \alpha)$. Eine Auswertung der so bestimmten Energieaufspaltung ist in Abb. 5.16 gegenüber dem Verkippungswinkel aufgetragen.

In dem Winkelbereich zwischen $\alpha = 10^\circ$ und $\alpha = 25^\circ$ sieht man einen Anstieg der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V, \alpha)$. Die den unterschiedlichen Ladungsträgerdichten entsprechenden Fermiflächen differieren mit steigendem Magnetfeld in der Ebene nach Gl. 2.22 immer stärker voneinander. Dieses entspricht dem Verhalten, welches mit dem semiklassischen Modell vorhergesagt wird.

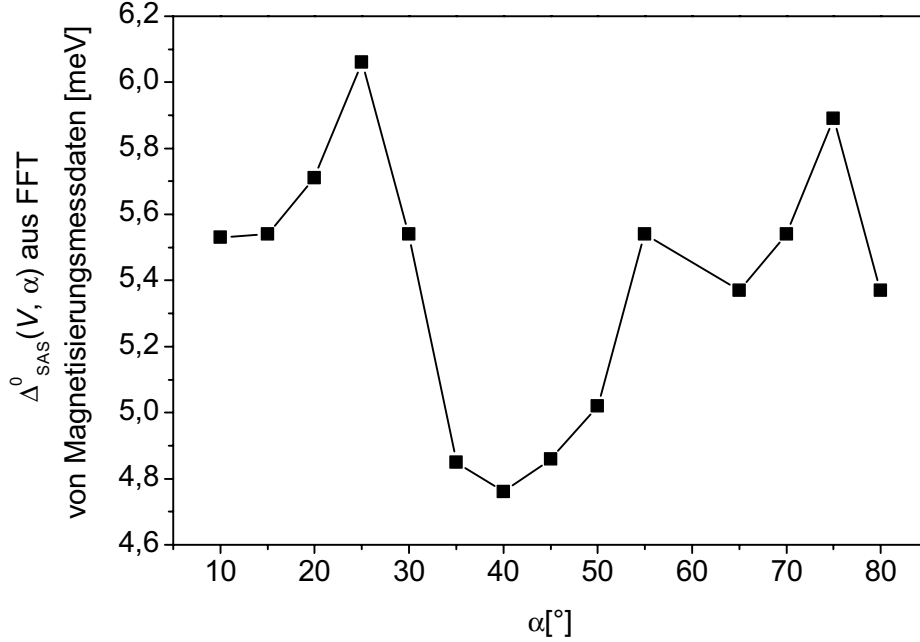


Abbildung 5.16: Bestimmung des thermodynamischen Niveauabstand der Probe Bo12283 aus einer FFT der Magnetisierungsmessungen bis $B_{\perp} = 4$ T in Abhängigkeit des Verkipfungswinkel α . Messungen bei $T = 20$ mK und mit 8 mA Diodenstrom einer blauen LED beleuchtet. Die Verbindungslinien sind zur Übersichtlichkeit eingetragen.

Das Modell beschreibt qualitativ das Verhalten der Magnetisierungsmessdaten bei kleinen Winkeln. Zu größeren Winkeln $\alpha > 25^\circ$ nimmt das $\Delta_{SAS}^0(V, \alpha)$ wieder ab, was vom Modell nicht erklärt werden kann. Die Schwächen des Modells liegen in der Vernachlässigung des senkrechten Magnetfeldes $B_{\perp}$. Selbst im Limes von $B_{\perp} \rightarrow 0$ versagt das Modell, sobald der Durchmesser der beiden Zyklotronbahnen induziert durch $B_{\parallel}$ in die Größenordnung der Ausdehnung der beiden Quantentöpfe gelangt ($2l = 2\sqrt{\hbar/eB_{\parallel}} \sim w$ bei 12 T bei der Probe Bo12283). Bei der Probe Bo12283 ist $w = 15$ nm die Breite der Quantentöpfe. Ab diesem $B_{\parallel}$ quantisieren die Elektronen auf Zuständen, die weitere Subbänder des Quantentopfes besetzen. Dieses Vermischen von Subbändern ist beispielsweise in [Lea90] beschrieben. Schon bei kleineren Magnetfeldern in der Ebene kann es passieren, dass die Fermienergie bei $k_y = 0$ zwi-

schen der Energiedispersion des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes verläuft [HC99]. Dieses führt zu zusätzlichen Signalen in der Magnetisierung.

Der Einfluss eines Magnetfeldes $B_\perp \neq 0$ lässt sich in zwei unterschiedliche Gebiete einteilen [Hu92]. Bei kleinen senkrechten Magnetfeldern ist das semiklassische Modell eine sehr gute Näherung. Bei hohen Magnetfeldern, bei denen $\hbar\omega_c > \Delta_{SAS}^0$ ist, bewirkt das Magnetfeld in der Ebene $B_\parallel$ eine Abnahme des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ und damit der thermodynamischen Niveauabstände.

Das Magnetfeld, bei dem das semiklassische Modell keine gute Näherung mehr ist, lässt sich abschätzen. Bei diesem Magnetfeld $B_\perp^*$ tritt der magnetische Zusammenbruch ein. Dabei bewegt sich das Elektron unter Anwesenheit des Magnetfeldes auf Bahnen, die nicht mehr der klassischen Bahn entspricht. Diese Bahnen wären in Abb. 5.15b kreisförmig. Bei $k_y = 0$ würde das Elektron von positiven k_y kommend nicht auf eine Zyklotronbahn mit einem Mittelpunkt bei $(0, -ed_w B_\parallel / 2\hbar)$ springen, sondern auf der Zyklotronbahn mit dem Ursprung $(0, ed_w B_\parallel / 2\hbar)$ im k-Raum bleiben. Da sich das Elektron hierbei über eine größere Strecke in der Tunnelbarriere befindet, ist diese Bahn zunächst energetisch ungünstiger. Aus der Dispersionsrelation schließt man, dass bei $B_\perp^*$ das Elektron in der Nähe von $k_y = 0$ eine so hohe Energie hat, dass es energetisch günstiger wird, auf der kreisförmigen Zyklotronbahn zu bleiben.

Eine Wahrscheinlichkeit, dass der magnetische Zusammenbruch auftritt, kann mit folgender Gleichung beschrieben werden [Blo62]:

$$P = e^{\frac{-\omega_\perp^*}{\omega_\perp}} \quad (5.5)$$

wobei

$$\hbar\omega_\perp^* = \frac{\pi(\Delta_{SAS}^0(V))^2}{2E_F(Qr/k_F)\sqrt{1 - (Qr/2k_F)^2}} \quad (5.6)$$

ist. $Q_r = d/l_\parallel^2$ ist die relative Verschiebung der beiden Fermikreise aufgrund des Magnetfeldes in der Ebene. $l_\parallel$ ist die durch das Magnetfeld $B_\parallel$ in der Ebene induzierte magnetische Länge.

Hiermit lässt sich $B_\perp^* = m^*\omega_\perp^*/e$ in Abhängigkeit des Magnetfeldes $B_\parallel$ berechnen. In Abb. 5.17 ist diese Abhängigkeit für die Probe Bo12283 als durchgezogene Linie gekennzeichnet. Zusätzlich sind die zu den gemessenen Winkeln gehörenden Magnetfelder $B_\parallel$ und $B_\perp$ bei einzelnen Füllfaktoren aufgetragen.

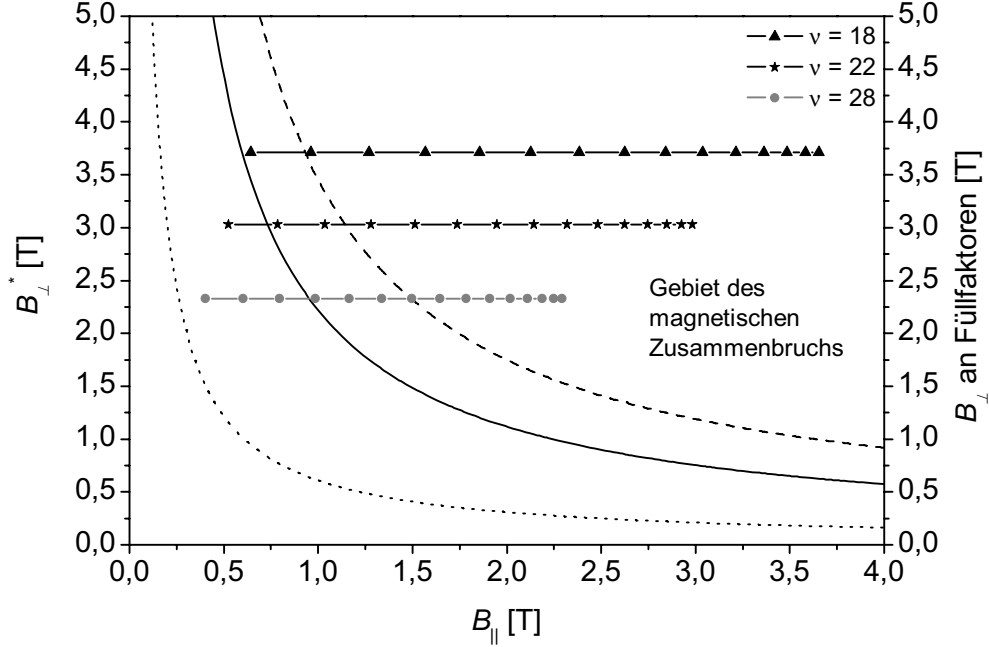


Abbildung 5.17: Berechnetes Magnetfeld $B_{\perp}^*$ des magnetischen Zusammenbruchs in Abhängigkeit des Magnetfeldes in der Ebene. Für die Probe Bo12283 als durchgezogene Linie, als gestrichelte Linie bei stärkerer Tunnelkopplung und für die Probe Bo12973 als gepunktete Linie. Zusätzlich sind die Magnetfelder $B_{\perp}$ und $B_{\parallel}$ für die drei Füllfaktoren bei den gemessenen Winkeln der Probe Bo12283 aufgetragen.

Es zeigt sich, dass die thermodynamischen Niveauabstände nur bei kleinen Verkipfungswinkeln $\alpha < 25^\circ$ für $\nu = 28$ im Feldbereich liegen, bei dem kein magnetischer Zusammenbruch stattfindet. Der Großteil der Messdaten aus Abb. 5.12 ist im Regime des magnetischen Zusammenbruchs gemessen worden. Da spätestens im Bereich des magnetischen Zusammenbruchs eine Unterteilung in symmetrische und antisymmetrische Subbänder keine gute Zuordnung mehr ist, kann man hier nicht mehr von einer Oszillation der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ sprechen. Ab Magnetfeldern oberhalb des magnetischen Zusammenbruchs befinden sich die Elektronen zunehmend lokalisiert in den Quantentöpfen. Ab diesem Magnetfeld sollte in einem tunnelgekoppelten 2DES in Balance in den Magnetisierungsmessungen kein

Schwebungsmuster mehr zu beobachten sein. Die Fermiflächen in den beiden Quantentöpfen sind nach Gl. 5.3 bei balancierter Bandstruktur gleich groß. Da dieser Fall in keiner Magnetisierungsmessung zu beobachten ist, lässt sich schließen, dass in beiden Quantentöpfen unterschiedliche Ladungsträgerdichten existieren.

Für jeden Füllfaktor gibt es ein unterschiedliches Magnetfeld des magnetischen Zusammenbruchs. Eine energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(V, B, \alpha)$ ist ab diesem Magnetfeld nicht der energetische Abstand zwischen dem symmetrischen und antisymmetrischen Subband. Es soll dennoch weiterhin von der Energieaufspaltung $\Delta_{SAS}(V, B, \alpha)$ gesprochen werden, um keine unterschiedlichen Zuordnungen innerhalb einer Reihe von Magnetisierungsmessungen bei unterschiedlichem α einzuführen. Für hohe Füllfaktoren kann für den Großteil der Messungen noch von energetischer Aufspaltung $\Delta_{SAS}(V, B, \alpha)$ gesprochen werden, während kleinere Füllfaktoren schon im Bereich des magnetischen Zusammenbruchs liegen.

Zunächst soll der Abfall des thermodynamischen Niveauabstands im Winkelbereich ohne magnetischen Zusammenbruch erklärt werden. Nach [Hu92] verringert sich die Tunnelkopplung bei einem Sprung zwischen zwei Landauniveaus proportional zum Tunnelmatrixelement $T_{n,n}$

$$T_{n,n} = \frac{\Delta_{SAS}(V)}{2} e^{-\mathbf{Q}_{||}^2 l^2} L_n(2\mathbf{Q}_{||}^2 l^2) . \quad (5.7)$$

$L_n(2\mathbf{Q}_{||}^2)$ sind die generalisierten Laguerrepolynome und n bezeichnet den Landau-niveau-Index. Der Wellenzahlvektor $\mathbf{Q}_{||}$ ist definiert als

$$\mathbf{Q}_{||} = \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{B}_{||}}{B_{\perp} l^2 / d} = \frac{\mathbf{e}_z d}{l^2} \tan(\alpha) \quad (5.8)$$

mit einer Dicke d der Tunnelbarriere und der magnetischen Länge l . Dieser Wert ist experimentell mit den hier untersuchten Proben sehr gut einzustellen.

Mit steigendem $\mathbf{Q}_{||}$, führt dieses zu einem exponentiellen Abfall für Tunnelkopplung $\Delta_{SAS}(V, \alpha)$. Da $Q_{||} \sim \tan(\alpha)$ steigt $\mathbf{Q}_{||}$ mit steigendem α . Dieser exponentielle Abfall kann experimentell in den Magnetisierungsmessungen für kleine Winkel bis $\alpha = 25^\circ$ beobachtet werden. Hier wird eine Verringerung des thermodynamischen Niveauabstands bei Δ_{SAS} -Füllfaktoren beobachtet, was gleichbedeutend mit einer Verringerung des energetischen Abstandes $\Delta_{SAS}(V, \alpha)$ ist.

Eine schwächere Tunnelkopplung führt nach Gl. 5.6 zu einem niedrigeren Magnetfeld bei dem der magnetische Zusammenbruch passiert. Dieses und der größere Wert

von $Q = d/l_{||}^2$ sind für die Probe Bo12973 die Gründe, warum der magnetische Zusammenbruch schon bei kleineren Verkipfungswinkeln $\alpha \leq 20^\circ$ geschieht. $B_{\perp}^*$ für diese Probe ist in Abb. 5.17 als gepunktete Line in Abhängigkeit von $B_{||}$ gezeigt. Daher ist in Abb. 5.14 nur in diesem Winkelbereich die Verringerung des thermodynamischen Niveauabstands bei Δ_{SAS} -Füllfaktoren zu beobachten. Bei höherem Verkipfungswinkel befindet sich die Probe im magnetischen Zusammenbruch.

Für die Probe Bo12283 sind in Abb. 5.18 die thermodynamischen Niveauabstände bei einzelnen Füllfaktoren im unbeleuchteten Zustand gezeigt. Die Messungen wurden bei $T = 20$ mK durchgeführt. Der wesentliche Unterschied zu den Messungen in Abb. 5.12 ist die Stärke der Tunnelkopplung im unbeleuchteten Zustand. Hier ist die Tunnelkopplung aufgrund einer höheren Unbalance größer als im beleuchteten Zustand. Das führt dazu, dass auch das $B_{\perp}^*$ zu höheren Magnetfeldern verschoben wird.

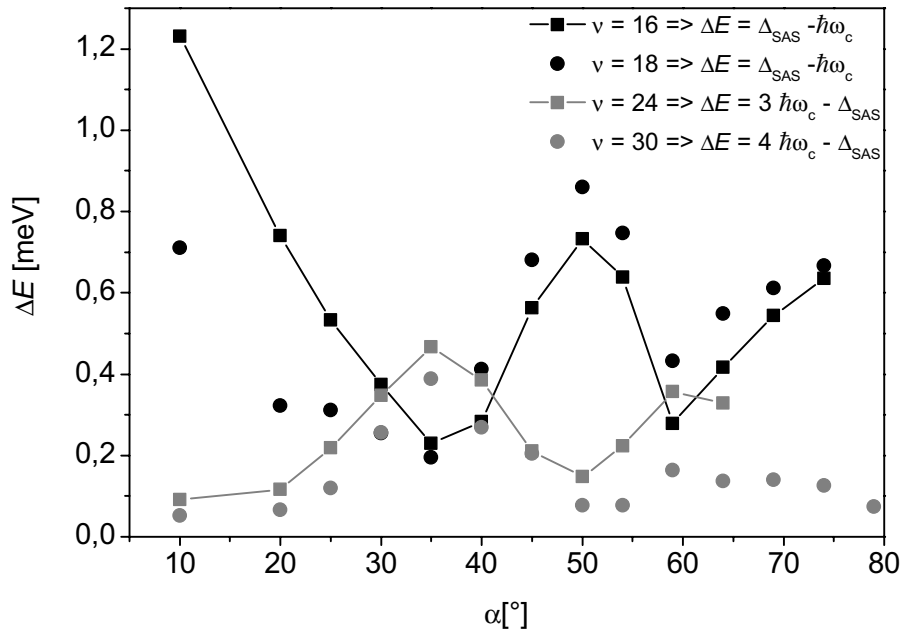


Abbildung 5.18: Thermodynamische Energieabstände der Probe Bo12283 im unbeleuchteten Zustand in Abhängigkeit des Verkipfungswinkel α . In diesem Zustand ist $n_{ges} = 8,7 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$ und $\Delta_{SAS}^0 = 7,0$ meV.

Das oszillierende Verhalten der unterschiedlichen Typen von Füllfaktoren mit dem Verkipfungswinkel α ist deutlich zu erkennen. Das $\Delta_{SAS}(\alpha)$ wird mit steigendem

α verringert. Daher werden auch die Füllfaktoren $\nu = 16$ und 18 geringer, da sie vom Typ $(\Delta_{SAS} - \hbar\omega_c)$ sind. Gleichzeitig nehmen die thermodynamischen Energieabstände bei den Füllfaktoren $\nu = 24$ und 30 zu, da sie als $(x \cdot \hbar\omega_c - \Delta_{SAS})$ -Füllfaktoren zu beschreiben sind. Hierbei führt eine Verringerung des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ zu größeren thermodynamischen Niveauabständen. Das Minimum des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ in Abhängigkeit von α liegt mit $\alpha = 35^\circ$ deutlich über dem $\alpha \approx 25^\circ$, bei dem das $\Delta_{SAS}(\alpha)$ im beleuchteten Zustand minimal wird. Dieses ist konsistent mit dem Verhalten, was aus der Theorie erwartet wird.

5.3 Phasenübergänge bei Füllfaktor $\nu = 2$

Dem Füllfaktor $\nu = 2$ kommt bei einem tunnelgekoppelten 2DES eine ganz besondere Bedeutung zu. Von hohem Magnetfeld kommend ist bis zu diesem Füllfaktor nur das symmetrische Subband besetzt. Dabei spaltet sich das Subband noch in jeweils ein symmetrisches Subband mit Spin $\uparrow$ und eines mit Spin $\downarrow$ auf. Für Füllfaktoren größer $\nu = 2$ beginnt die Besetzung des antisymmetrischen Subbandes. Daraus resultiert ein Sprung in der Magnetisierung, dem eine energetische Aufspaltung der Größe Δ_{SAS} entspricht.

Dieses Kapitel baut auf theoretischen Untersuchungen von möglichen Quanten Hall Phasen im Regime des Quanten Hall Effektes in tunnelgekoppelten niedrigdimensionalen Elektronensystemen bei einem Füllfaktor $\nu = 2 = 2\nu_1$ auf. Hierbei kann ν_1 als Füllfaktor 1 eines isolierten, einlagigen, spinpolarisierten Quanten Hall Systems interpretiert werden [Sar97, Zhe97]. Diese in diesem Zusammenhang übliche Betrachtung von einzelnen Quantentöpfen wird später noch auf die in dieser Arbeit übliche Betrachtung von symmetrischen und antisymmetrischen Zuständen übersetzt. Vielteilchenwechselwirkungen führen in diesem Fall nicht nur zu veränderten Grundzustandsenergien sondern bringen das System in einen völlig neuartigen Zustand. Vorerst sollen die drei am deutlichsten ausgeprägten Grundzustände beschrieben werden:

1. Ein polarisierter ferromagnetischer (FM) Quanten-Hall-Zustand, bei dem die Elektronenspins in den einzelnen Quantentöpfen parallel zum Magnetfeld ausgerichtet sind. Diesen Zustand kann man mit einem Grundzustand von zwei separierten Quantentöpfen mit jeweils einem besetzten Subband vergleichen. Dabei wird Phasenkohärenz der Wellenfunktionen nicht gefordert. Jeder sollte sich in einem polarisierten Quanten-Hall-Zustand bei Füllfaktor ν_1 befinden.

Die besetzten Zustände sind das symmetrische Subband mit einem nach oben gerichteten Spin $|0 \uparrow\rangle$ und das antisymmetrische Subband mit nach oben gerichteten Spin $|1 \uparrow\rangle$.

2. Ein Spin-Singulett- (S) Zustand, den man sich in einem einfachen Bild vorstellen kann als einen Zustand, bei dem die Quantentöpfe so von Elektronen bevölkert werden, dass sich die Spins in den jeweiligen Quantentöpfen antiparallel ausrichten. Jeweils 2 Elektronen in den gegenüberliegenden Quantentöpfen haben entgegengesetzten Spin, womit sich der S-Zustand ausbildet. Letztendlich also zwei gegensätzlich spinpolarisierte ν_1 Systeme. Stabilisiert wird dieser Zustand durch eine starke Tunnelkopplung und damit verbundenes großes Δ_{SAS} . Dadurch sind die Wellenfunktionen zwischen den Quantentöpfen phasenkohärent. Die besetzten Zustände sind das symmetrische Subband mit einem nach oben gerichteten Spin $|0 \uparrow\rangle$ und das symmetrische Subband mit nach unten gerichteten Spin $|1 \downarrow\rangle$. Der einzige Unterschied zwischen einem $\nu = 2$ System im S-Zustand und zwei ν_1 Systemen ist der, dass im letzteren Fall Wechselwirkungen und Tunneleffekte eine große Rolle spielen, um Phasenkohärenz zu erzeugen. Im S-Zustand sind die Wellenfunktionen in den unterschiedlichen Quantentöpfen phasenkohärent. Um diese Phasenkohärenz zu erzeugen, wird jedoch kein Tunneln der Elektronen benötigt.
3. Ein dritter Zustand, in dem Wechselwirkungen eine wesentliche Rolle spielen ist der „verkippte“ Zustand (C).¹ In diesem gibt es einen Anteil des Spins in den Quantentöpfen, der in einer antiferromagnetischen Ordnung senkrecht zum angelegten Magnetfeld und ferromagnetisch zum parallelen Magnetfeld ist. Beide Komponenten, die ferromagnetische sowie die antiferromagnetische variieren kontinuierlich, wenn bestimmte Parameter variiert werden. Der C-Zustand kann als kontinuierlicher Übergang zwischen dem S- und FM-Zustand betrachtet werden.

5.3.1 Hartree-Fock-Theorie für Füllfaktor $\nu = 2$

In diesem Kapitel soll der Hamiltonoperator eines tunnelgekoppelten 2DES dargestellt und damit die Grundzustandsenergien berechnet werden.

In den Landauniveaus des untersten Subbandes können die Einteilchenzustände beschrieben werden durch $|n\mu\sigma\rangle$, mit $n = 0$ als dem Landauniveau-Index im untersten

¹Abgeleitet aus dem Englischen „canted“.

Subband, $\mu = 0, 1$ dem Index der das symmetrische und das antisymmetrische Subband benennt und dem Spin-Index $\sigma = \pm 1$ der die $\uparrow$ und $\downarrow$ Spins beschreibt. Der Hamiltonian hat dann folgende Form

$$H = H_0 + H_I, \quad (5.9)$$

mit dem nicht wechselwirkenden Anteil H_0 . Dieser berücksichtigt den energetischen Abstand des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes Δ_{SAS} , sowie die Spinaufspaltung Δ_z hervorgerufen durch den Zeeman-Effekt. Der Teil, der die Coulomb-Wechselwirkung mit einbezieht, ist H_I . In diesem muss der Coulomboperator der die Wechselwirkung der Elektronen innerhalb eines Quantentopfes $v_a(q) = e^2/4\pi\epsilon_0 q$ und die Coulombwechselwirkung zwischen unterschiedlichen Quantentöpfen $v_b(q) = v_a(q)e^{-qd}$ mit der Tunnelbarriere d betrachtet werden. Die Rechnungen werden im k -Raum durchgeführt. Dieses erleichtert die mathematische Behandlung der Potenziale.

Aufgrund von 4 Freiheitsgraden bezüglich des Spins und des Pseudospins ist der Hartree-Fock-Hamiltonoperator eine 4×4 Matrix, mit 4 Eigenenergien $\varepsilon_{i\pm}$ und 4 Eigenzuständen $\phi_{i\pm}(i = 1, 2)$, welche wie folgt bestimmt werden können. Der Hamiltonoperator hat in der nichtwechselwirkenden Basis ($|0 \uparrow\rangle, |1 \downarrow\rangle, |0 \downarrow\rangle, |1 \uparrow\rangle$)² folgende Form

$$H = \begin{pmatrix} E_1 & \Delta_1 & 0 & 0 \\ \Delta_1 & E_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & \Delta_2 \\ 0 & 0 & \Delta_2 & E_4 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

mit den Diagonalelementen

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{\Delta_{SAS} + \Delta_z}{2} - U_+ \left(n_{1+} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} + n_{1-} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} \right) - U_- \left(n_{2+} \cos^2 \frac{\theta_2}{2} + n_{2-} \sin^2 \frac{\theta_2}{2} \right), \\ E_2 &= \frac{\Delta_{SAS} + \Delta_z}{2} - U_+ \left(n_{1+} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} + n_{1-} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right) - U_- \left(n_{2+} \sin^2 \frac{\theta_2}{2} + n_{2-} \cos^2 \frac{\theta_2}{2} \right), \end{aligned} \quad (5.11)$$

²Da der Landauniveau-Index bei $\nu = 2$ null ist, wird er hier nicht explizit aufgeführt.

$$\begin{aligned}
E_3 &= \frac{\Delta_z - \Delta_{SAS}}{2} - U_+ \left(n_{2+} \sin^2 \frac{\theta_2}{2} + n_{2-} \cos^2 \frac{\theta_2}{2} \right) - U_- \left(n_{1+} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} + n_{1-} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \right), \\
E_4 &= \frac{\Delta_{SAS} - \Delta_z}{2} - U_+ \left(n_{2+} \cos^2 \frac{\theta_2}{2} + n_{2-} \sin^2 \frac{\theta_2}{2} \right) - U_- \left(n_{1+} \sin^2 \frac{\theta_1}{2} + n_{1-} \cos^2 \frac{\theta_1}{2} \right),
\end{aligned}$$

und den Nichtdiagonalelementen

$$\begin{aligned}
\Delta_1 &= U_+ \frac{n_{1-} - n_{1+}}{2} \sin \theta_1 + U_- \frac{n_{2-} - n_{2+}}{2} \sin \theta_2, \\
\Delta_2 &= U_+ \frac{n_{2-} - n_{2+}}{2} \sin \theta_2 + U_- \frac{n_{1-} - n_{1+}}{2} \sin \theta_1.
\end{aligned} \tag{5.12}$$

$n_{i\pm}$ sind die Besetzungszahlen des spinaufgespaltenen symmetrischen bzw. antisymmetrischen Subbandes und somit der Erwartungswert $\langle \phi_{i\pm}^\dagger \phi_{i\pm} \rangle$ der Eigenzustände $\phi_{i\pm}$, das Coulombpotenzial $U_\pm = (1/\Omega) \sum_q e^{-q^2 l^2/2} v_\pm(q)$ mit $v_\pm(q) = \frac{1}{2} [v_a(q) \pm v_b(q)]$ und der Fläche des Elektronensystems Ω . Erst nach Berechnung der Eigenenergien steht fest, welche zwei von den vier möglichen Zuständen $\phi_{i\pm}$ besetzt werden. Erst dann kann aufgrund der gewählten Basis ein Zustand $|\mu\sigma\rangle$ zugeordnet werden. Durch das Diagonalisieren des Hamiltonoperators erhält man die Eigenzustände

$$(\phi_{1+}, \phi_{1-}, \phi_{2+}, \phi_{2-}) = \begin{pmatrix} \sin(\theta_1/2) & \cos(\theta_1/2) & 0 & 0 \\ \cos(\theta_1/2) & -\sin(\theta_1/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\theta_2/2) & \cos(\theta_2/2) \\ 0 & 0 & \cos(\theta_2/2) & -\sin(\theta_2/2) \end{pmatrix} \tag{5.13}$$

sowie die Eigenenergien

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1\pm} &= \frac{E_1 + E_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(E_1 - E_2)^2}{4} + \Delta_1^2}, \\
\varepsilon_{2\pm} &= \frac{E_3 + E_4}{2} \pm \sqrt{\frac{(E_3 - E_4)^2}{4} + \Delta_2^2}.
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Die Gl. (5.10)-(5.14) ergeben die kompletten selbstkonsistenten Hartree-Fock-Gleichungen, welche numerisch gelöst werden müssen. Tatsächlich sind die einzigen Größen, die in dieser selbstkonsistenten Weise berechnet werden müssen, θ_1 und θ_2 .

Es existieren viele Kombinationen von θ_i , welche die Hartree-Fock-Gleichungen lösen. Eine ist $\theta_i = 0$, welche zum S-Zustand gehört. In diesem Fall sind die Energieeigenzustände ε_{1-} und ε_{2-} energetisch am günstigsten. In der gewählten Basis sind die Komponenten von ϕ_{1-} und ϕ_{2-} $|0 \uparrow\rangle$ und $|0 \downarrow\rangle$. Dieses ist der bei endlichem Δ_z und Tunnelkopplung zu erwartende Zustand.

Eine weitere Lösung ist $\theta_1 = 0$ und $\theta_2 = \pi$, welche dem spinpolarisierten ferromagnetischem Zustand entspricht. Die niedrigsten Energieeigenzustände sind ε_{1-} und ε_{2-} , was in einer Besetzung der Zustände $|0 \uparrow\rangle$ und $|1 \uparrow\rangle$ resultiert.

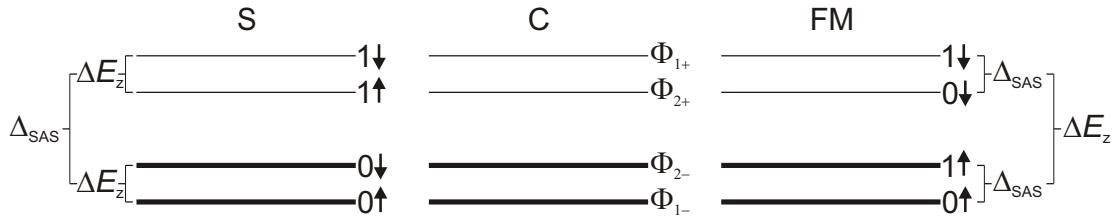


Abbildung 5.19: Mögliche Zustände bei einem tunnelgekoppelten 2DES bei einem Füllfaktor $\nu = 2$ im Falle eines S-, C- oder FM-Zustandes. Die dicken Linien entsprechen den bei $T = 0$ K besetzten Niveaus. „0“ entspricht dem symmetrischen und „1“ dem antisymmetrischen Subband. $\uparrow$ und $\downarrow$ kennzeichnen die Einstellung des Spins der Elektronen.

Für $\Delta_{SAS} > \Delta_z$ existieren für mittlere Abstände zwischen den Quantentöpfen Lösungen mit $0 < \theta_i < \pi$. Dieser Zustand entspricht der „canted“ antiferromagnetischen Ordnung. Die drei Zustände sind in Abb. 5.19 schematisch dargestellt. Da beim C-Zustand keine eindeutige Zuordnung der Komponenten der Eigenzustände auf die Basiszustände möglich ist, können hier nur die Eigenzustände den Energieniveaus zugeordnet werden.

Die Energien der einzelnen Zustände sind in Abb. 5.20 dargestellt. Der energetisch günstigste Zustand bei kleinen Tunnelbarrieren ist der S-Zustand, bei mittleren Barrierendicken der C-Zustand und der FM-Zustand bei großen Abständen der beiden Quantentöpfe. Der $\nu = 2$ -QH-Zustand von tunnelgekoppelten 2DES durchläuft somit 2 Phasenübergänge bei der Variation der Barrierendicke von $d = 0$ bis $d = \infty$. Die Wechselwirkungen, die beim C-Zustand von Bedeutung sind, erniedrigen die Grundzustandsenergie und verbreitern den Bereich von d , in dem sich der C-Zustand

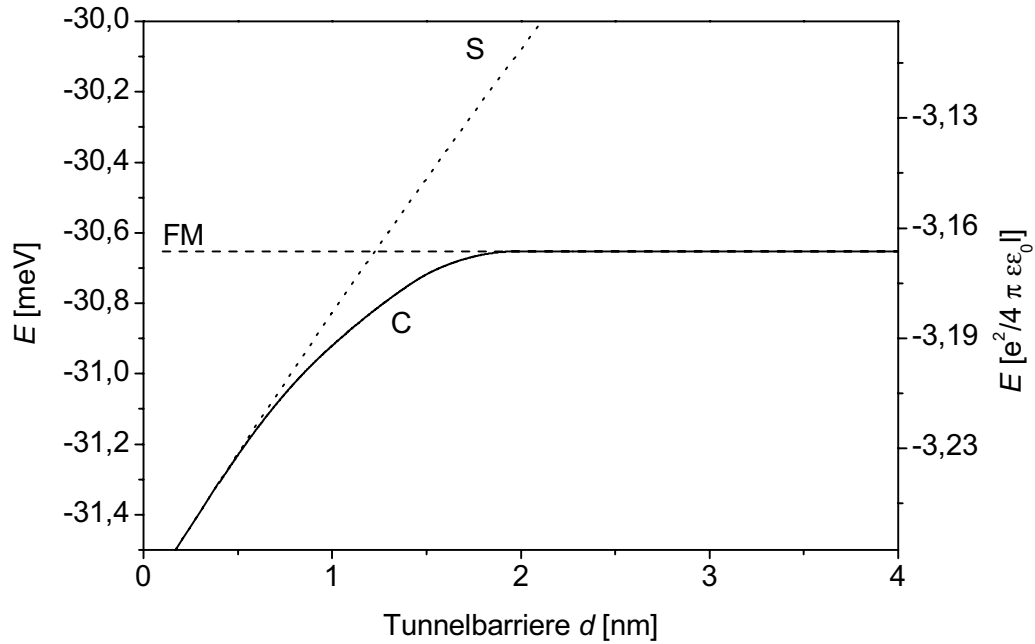


Abbildung 5.20: Hartree-Fock-Grundzustandsenergie pro Elektron (rechte Achse in Einheiten der Coulombwechselwirkung ($e^2/4\pi\epsilon\epsilon_0 l$)) für ein tunnelgekoppeltes doppellagiges Elektronensystem bei einem Füllfaktor $\nu=2$, $\Delta_{SAS}=2,5$ meV und $\Delta_{Zeeman} = 0,38 \cdot B[\text{T}]$ meV, magnetische Länge $l = 5,68 \cdot 10^{-9}$ nm bei einem Magnetfeld von 20,4 T. Die gestrichelte Linie symbolisiert die Energie des ferromagnetischen Zustandes (FM), die gepunktete Linie die des symmetrischen Zustandes (S) und die durchgezogene Linie dem tatsächlichen Verlauf der Grundzustandsenergie die im „canted“ antiferromagnetischen (C) Regime verläuft.

ausbildet.

5.3.2 Magnetisierungsmessungen bei $\nu = 2$

Seit vor 15 Jahren erste experimentelle Hinweise für Phasenübergänge in tunnelgekoppelten 2DES gefunden wurden, ist bis heute noch kein eindeutiger Beweis erbracht worden, dass es sich bei den Beobachtungen tatsächlich um Phasenübergänge handelt. Die ersten Hinweise für Phasenübergänge wurden mittels Transportmessungen ermittelt [Mur94, Saw98, Saw99, Zha05]. Ebenfalls wurde die Kapazitäts-

spektroskopie [Khr00] verwendet und die NMR³-Spektroskopie [Kum07].

Für die folgenden Untersuchungen ist die Abhängigkeit des Grundzustandes von der energetischen Aufspaltung Δ_{SAS} interessant. Bei kleiner Tunnelkopplung ist die Zeemanenergie die dominierende Größe und die FM-Phase wird ausgebildet. Bei starker Tunnelkopplung wird die S-Phase ausgebildet und im Zwischenregime, in dem die Coulombwechselwirkung dominiert wird die C-Phase ausgebildet. Für die untersuchten Proben Bo12283 und Bo12973 sind in Abb. 5.21 die Energien der unterschiedlichen Phasen bei $\nu = 2$ aufgetragen. Die senkrechten Striche entsprechen dem Δ_{SAS}^0 der Proben (a) Bo12283 und (b) Bo12973 bei einem durch Beleuchtung optimierten balancierten Zustand.

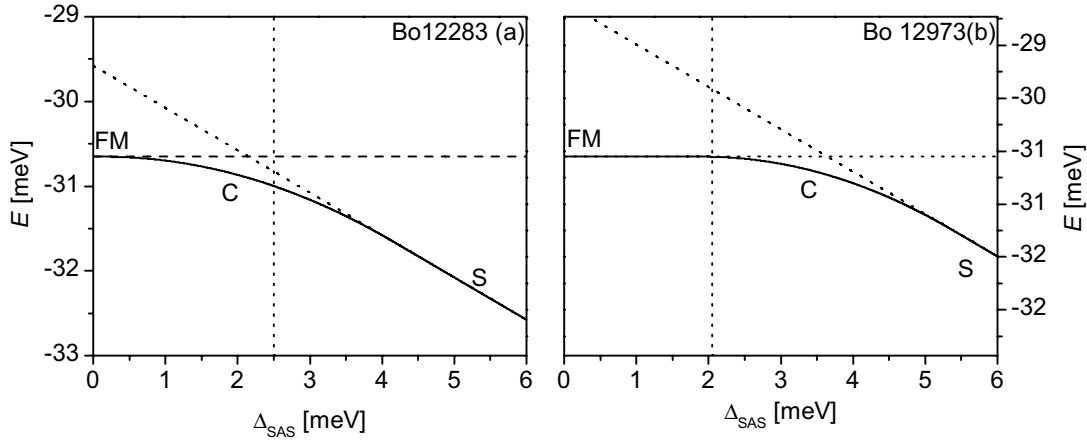


Abbildung 5.21: Hartree-Fock-Grundzustandsenergie für tunnelgekoppelte 2DES bei einem Füllfaktor $\nu = 2$ bei einer Barrierendicke von (a) 1 nm und (b) 6 nm in Abhängigkeit von Δ_{SAS} . Die senkrechten Striche entsprechen dem Δ_{SAS}^0 der Proben (a) Bo12283 und (b) Bo12973 bei einem durch Beleuchtung optimierten balancierten Zustand.

Laut diesen Berechnungen befindet sich Probe Bo12283 im Experiment deutlich im Regime des C-Zustandes. Durch die dickere Tunnelbarriere der Probe Bo12973 verschiebt sich das Phasendiagramm zu Gunsten des FM-Zustandes. Im Experiment befindet sich die Probe gerade in diesem Zustand.

Die in Kapitel 2.2 beschriebenen Verbreiterungsmechanismen führen zu einer Verringerung der messbaren thermodynamischen Niveaubstände, die bei $\nu = 2$ direkt

³Nuclear Magnetic Resonance

Δ_{SAS} entsprechen. So wurden im Experiment bei einem durch Beleuchtung balancierten System die in Tab. 5.6 dargestellten thermodynamischen Niveauabstände ermittelt.

Energetische Abstände bei $\nu = 2$		
Probe	Δ_{SAS}^0 aus Transportmessungen gemessen bei kleinem B	Thermodynamischer Niveauabstand bei $\nu = 2$ gemessen bei hohem B
Bo12283	2,5 meV	1,8 meV
Bo12973	1,2 meV	0,9 meV

Tabelle 5.6: Vergleich des durch Magnetotransport ermittelten energetischen Abstands Δ_{SAS}^0 und den experimentell aus Magnetisierungsmessungen ermittelten thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 2$. Letztere sind durch die Streuverbreiterung Γ verkleinert. Die Proben befinden sich bei allen Messungen in einem balancierten Zustand.

Der energetische Abstand Δ_{SAS}^0 aus Transportmessungen wurden aus den SdH-Oszillationen der Hallbars aus den jeweiligen Proben errechnet. Die so bestimmten Werte sind immer kleiner als die Werte, die aus dem niederen Magnetfeldbereich der Magnetisierungsmessungen ermittelten wurden. Da das Signal-zu-Rausch-Verhältnis im niederen Feldbereich bei den Transportmessungen besser als bei den Magnetisierungsmessungen ist, wird zum Vergleich hier der Wert der Transportmessungen genutzt.

Der Vergleich der beiden Werte zeigt, dass das Bestimmen der energetischen Aufspaltung Δ_{SAS}^0 aus der thermodynamischen Energieaufspaltung bei $\nu = 2$ und der Bestimmung aus Transportmessungen in der gleichen Größenordnung liegen.

5.3.3 Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene auf den thermodynamischen Niveauabstand bei Füllfaktor $\nu = 2$

Die in Kap. 5.3.1 vorgestellten Energiebeiträge die für den Zustand des Systems bei Füllfaktor $\nu = 2$ wesentlich sind, können noch um weitere Beiträge erweitert werden. Eine Asymmetrie der Leitungsbandkante liefert einen zusätzlichen Beitrag zur Energie der Elektronen. Das durch diese Asymmetrie erzeugte Potenzial kann rechnerisch mit einer von außen an das System angelegten Gatespannung gleich

gesetzt werden.

Durch Verkippen der Probe in Relation zum äußeren Magnetfeld ändert sich die Tunnelkopplung. Die Wechselwirkung zwischen dem Magnetfeld in der Ebene und den Elektronen, die durch die Barriere tunneln, führt zu einer Reduktion der Tunnelkopplung im Vergleich zu $\Delta_{SAS}(V=0)$ eines balancierten Systems ohne Magnetfeld in der Ebene laut Gl. (5.7). Da bei Füllfaktor $\nu = 2$ nur das unterste symmetrische und antisymmetrische Subband besetzt ist wird das Tunnelmatrixelement $T_{n,n}$ zu $\Delta_{SAS}(V, \alpha)$ und $L_0(2\mathbf{Q}_{||}^2) = 1$ und es gilt:

$$\Delta_{SAS}(V, \alpha) = \Delta_{SAS}(V) e^{-Q_{||}^2 l^2 / 4} \quad (5.15)$$

In Abb. 5.22 ist der gemessene thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 2$ gegenüber dem Verkipfungswinkel α dargestellt. Zur Übersicht ist ebenfalls das zu α gehörende dimensionslose Produkt aus Wellenzahlvektor und magnetischer Länge aufgetragen. Der Zusammenhang zwischen dieser Größe und α ist $\mathbf{Q}_{||}l = \frac{d}{l} \tan(\alpha) \mathbf{e}_z$. Bei Winkeln bis 30° ist der thermodynamische Niveauabstand relativ konstant (0,8 - 0,9) meV. Innerhalb eines kleinen Winkelbereich von 30° bis 38° verringert sich der thermodynamische Niveauabstand um fast 0,6 meV auf einen Wert von etwa 0,3 meV. Bei weiter steigendem α verringert sich der thermodynamischen Niveauabstand bei $\nu = 2$ deutlich weniger.

Um die Größe dieser Variation zu verdeutlichen ist in Abb. 5.22 der Verlauf des thermodynamischen Niveauabstands bei Füllfaktor $\nu = 4$ aufgetragen. Interessant ist hier die relative Variation des thermodynamischen Niveauabstands mit dem Verkipfungswinkel. Aus dem Mittelwert der gemessenen thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 2$ wurde die relative Abweichung vom Mittelwert berechnet. Daran wurde die Ordinate skaliert.

Aus dem Vergleich der beiden Graphen wird besonders deutlich, wie signifikant die Verringerung der thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 2$ ist. Die in Kap. 5.2.4 beschriebenen Effekte eines oszillierenden thermodynamischen Niveauabstands können eine solch starke Variation nicht erklären. Ebenfalls kann ein klassisches Bild von der Verringerung des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ laut Gl. 5.15 diesen starken Effekt nicht erklären, zumal dabei eine gleichmäßige Verringerung erwartet wird. Mit der Verringerung der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ geht auch eine Veränderung des Zustandes, bei dem sich das System bei $\nu = 2$ befindet, einher.

Die Erweiterung der Berechnungen zur Hartree-Fock-Grundzustandsenergie, die in Kapitel 5.3.1 vorgestellt wurden, um den Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebe-

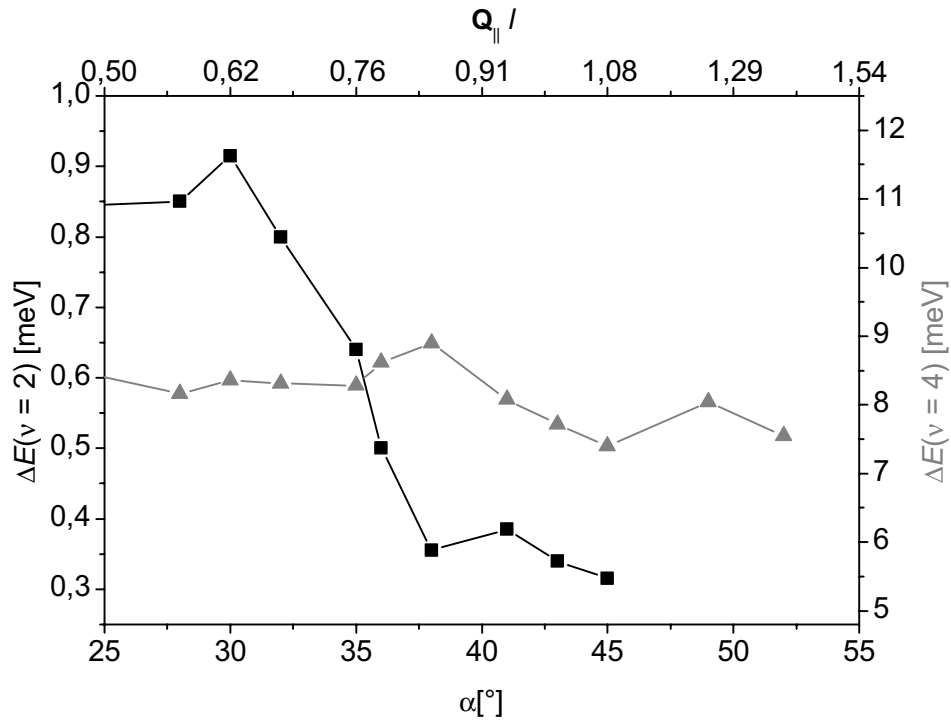


Abbildung 5.22: Thermodynamische Niveauabstände der Probe Bo12973 in Abhängigkeit des Verkippungswinkels. Der Bereich der Ordinaten wurde an die Abweichung der mittleren Magnetisierung von $\nu = 2$ angepasst. Quadrate entsprechen den thermodynamischen Niveauabständen bei $\nu = 2$ und Dreiecke entsprechen $\nu = 4$. Auffällig ist der starke Abfall des thermodynamischen Niveauabstands bei $\nu = 2$, der innerhalb von 8° um einen Faktor 3 kleiner wird. Relativ dazu verhält sich der Verlauf der thermodynamischen Niveauabstände bei $\nu = 4$ oszillatorisch und unterliegt einer kleineren Variation der mittleren Magnetisierung.

ne, sowie einer Unbalance des Systems hervorgerufen durch eine Gatespannung, ermöglichen die Erstellung eines Phasendiagramms (Abb. 5.23).

Die durchgezogenen Linien entsprechen den Phasenübergängen zwischen dem S-, C- und FM-Zustand. Ist der Energiebeitrag der Unbalance im System gering, wird der ferromagnetische Zustand ausgebildet. Bei steigender Entfernung des Systems von dem balancierten Zustand wird zunächst die C-Phase stabilisiert bis bei noch größerer Unbalance das System in der S-Phase vorliegt.

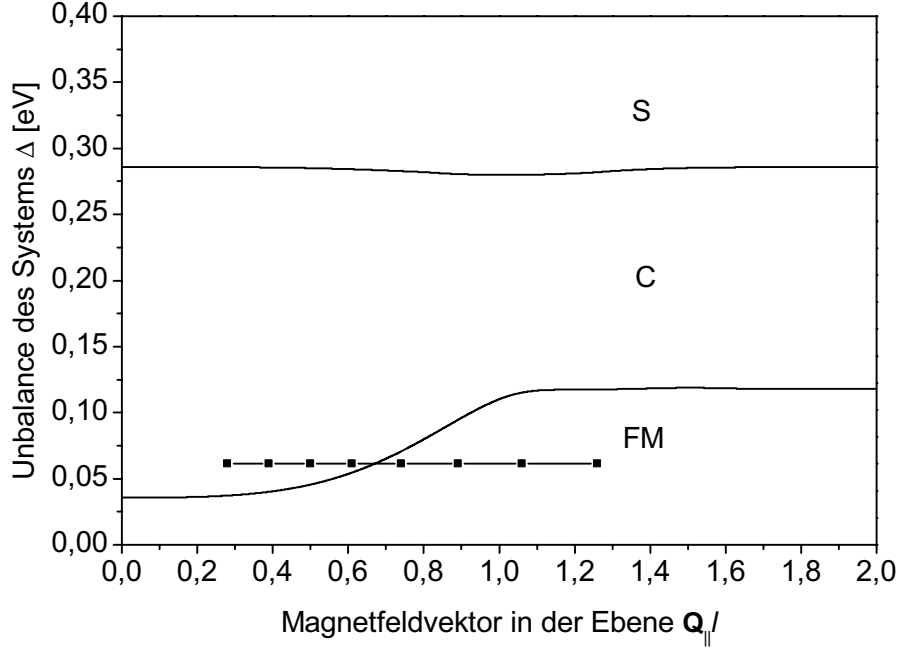


Abbildung 5.23: Phasendiagramm für ein tunnelgekoppeltes 2DES bei $\nu = 2$ und einer energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0 = 2,5$ meV. Auf der Abszisse ist das Produkt aus dem Wellenvektor und der magnetischen Länge $\mathbf{Q}_{||}l$ aufgetragen. Auf der Ordinate ist die Unbalance des Systems die aus einer unterschiedlichen Besetzung der Subbänder resultiert aufgetragen. Durchgezogene Linien entsprechen den Phasengrenzen zwischen der S-, C- und FM- Zuständen des Systems. Die verbundenen Quadrate entsprechen $\mathbf{Q}_{||}l$ bei einem Magnetfeld $B_{\perp} = 21,9$ T bei den Verkippungswinkeln $\alpha = 15^{\circ}, 20^{\circ}, \dots, 50^{\circ}$ zwischen dem Normalenvektor zum Elektronensystem und der Magnetfeldrichtung.

Die Proben, an denen Magnetisierungsmessungen durchgeführt wurden, sind ohne Gate präpariert. Daher kann die Unbalance, wie sie in die theoretischen Modelle eingeht, nicht genau angegeben werden. Um eine Vorstellung von der Unbalance auch aus den Magnetisierungsmessdaten zu gewinnen, muss folgender Umweg gemacht werden. Aus Transportmessungen an Proben aus dem selben Wafer ist bekannt, bei welchen Beleuchtungszuständen das System eine symmetrische Leitungsbandkante besitzt. Da mit dem Gate ohne Beleuchtung der gleiche Verlauf der Leitungs-

bandkante erzeugt werden kann, kann einem bestimmten Beleuchtungszustand eine Gatespannung zugeordnet werden, die der selben Unbalance des Systems entspricht. Über diesen Umweg ist die Position der Punkt-Linien-Gerade in Abb. 5.23 bestimmt worden. Sie entspricht der Unbalance, in der sich das System bei den winkelabhängigen Messungen aus Abb. 5.22 befindet. Die Quadrate entsprechen den zum Wellenvektor $\mathbf{Q}_{||}$ gehörenden Verkipfungswinkel α , die im Experiment eingestellt wurden. Die Verbindungslinien dienen der Übersichtlichkeit. Zu erkennen ist, dass diese Punkt-Linien-Gerade die Phasengrenze zwischen der C- und der FM-Phase zwischen einem Winkel von 30° bis 35° kreuzt. Im Experiment ist in diesem Gebiet die starke Verkleinerung des thermodynamischen Niveauabstands um einen Faktor 3 zu beobachten. Da der FM-Zustand bei sinkendem $\Delta_{SAS}(\alpha)$ energetisch am niedrigsten liegt, liegt die Vermutung nahe, dass die starke Verringerung des thermodynamischen Niveauabstands in einem sehr kleinen Winkelbereich mit dem Übergang in den FM-Zustand einhergeht. Für die Probe Bo12973 ist der Energieunterschied zwischen S- und FM-Phase etwa 1 meV. Unter der Annahme, dass sich das System bei $\alpha = 25^\circ$ in der C-Phase befindet, müsste der Energieunterschied etwas kleiner sein. Zu beachten ist aber, dass das $\Delta_{SAS}(\alpha)$ im gleichen Winkelbereich auch kleiner wird. Dieses sollte den thermodynamischen Niveauabstand bei $\nu = 2$ weiter verringern. Die Kombination aus Verringerung des thermodynamischen Niveauabstands mit steigendem Winkel und dem Phasenübergang aus der C- in die FM-Phase könnte den rapiden Abfall des thermodynamischen Niveauabstandes bei $\nu = 2$ mit dem Winkel also auch quantitativ erklären.

Der Verlauf des thermodynamischen Niveauabstands mit dem Winkel oberhalb von 37° ist im Rahmen der Messgenauigkeit weiter fallend. Befindet sich das System nach dem möglichen Phasenübergang hier im FM-Zustand wird der thermodynamische Niveauabstand nur noch durch die Verringerung des $\Delta_{SAS}(\alpha)$ bestimmt. Damit lässt sich experimentell der Verlauf von $\Delta M_{\nu=2}$ als Funktion von α konsistent mit dem verwendeten Modell erklären.

Der Verlauf des thermodynamischen Niveauabstands bei $\nu = 2$ gegenüber dem Verkipfungswinkel α der Probe Bo12283 ist in Abb. 5.24 dargestellt. Beim Vergleich mit Abb. 5.22 fällt auf, dass hier kein ausgeprägter Sprung im Verlauf der thermodynamischen Niveauabstände mit dem Winkel zu erkennen ist. Vielmehr ist ein fast monotoner Verlauf zu erkennen. Die gemessenen thermodynamischen Energieabstände variieren lediglich um 0,12 meV, was im Rahmen der Messgenauigkeit einem näherungsweise konstanten Wert entspricht.

Interpretiert man den Sprung der thermodynamischen Niveauabstände der Probe

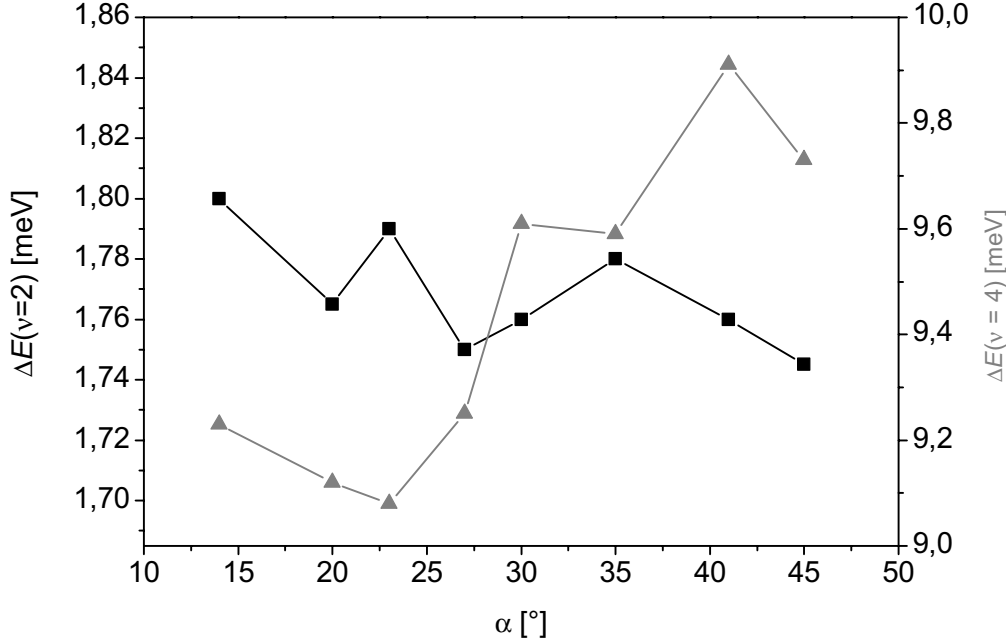


Abbildung 5.24: Thermodynamische Niveauabstände der Probe Bo12283 in Abhängigkeit des Verkipfungswinkels. Der Bereich der Ordinaten wurde so gewählt, dass die Abweichung von der mittleren Magnetisierung von $\nu = 2$ und $\nu = 4$ für beide Füllfaktoren die gleiche ist. Quadrate entsprechen dem thermodynamischen Niveauabstand bei $\nu = 2$ und Dreiecke entsprechen $\nu = 4$.

Bo12973 als einen Phasenübergang zwischen dem C- und dem FM-Zustand, so kann man schließen, dass bei der Probe Bo12283 im selben Winkelbereich kein Phasenübergang durchlaufen wird. Der Grund dafür liegt in der geringen Dicke der Tunnelbarriere von 1 nm. Dadurch ist die Variation in $\Delta_{SAS}(V, \alpha)$ nach Gl. (5.15) geringer als für die Probe Bo12973 und in dem Phasendiagramm in Abb. 5.23 wird ein kleinerer Bereich auf der $\mathbf{Q}_{||}l$ -Achse durchfahren. Dieses liegt auch an der geringeren Ladungsträgerdichte in dieser Probe. Der Füllfaktor $\nu = 2$ wird schon bei einem Magnetfeld $B_{\perp} = 19$ T erreicht. Zusätzlich wird durch die größere energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(V)$ der Probe Bo12283 der Beginn der FM-Phase bei gegebener Unbalance des Systems zu höheren Werten von $\mathbf{Q}_{||}l$ verschoben. Daher kann davon ausgegangen werden, dass beim Verkippen der Probe das System keinen Phasenübergang von der C-Phase in die FM-Phase durchläuft.

Der Verlauf der thermodynamischen Niveauabstände der Probe Bo12283 in Abb.

5.24 legt nahe, dass das tunnelgekoppelte 2DES in Probe Bo12283 bei $\nu = 2$ in dem Experiment zur Verfügung stehenden Magnetfeldbereich keinen Phasenübergang durchläuft. Durch Erhöhung des Magnetfeldes in der Ebene kann in diesem Fall der thermodynamische Niveauabstand nur durch Abnahme der Tunnelkopplung verkleinert werden. Ein Phasenübergang aus einem C-Zustand durch Abnahme von $\Delta_{SAS}(\alpha)$ in einen FM-Zustand würde eine stärkere Abnahme der thermodynamischen Niveauabstände bewirken.

5.4 Weiterführende Diskussion zu tunnelgekoppelten 2DES unter Einfluss eines Magnetfeldes in der Ebene

In Kap. 5.2.4 wurde das Verhalten der Magnetisierung bei kleinen Verkipfungswinkeln diskutiert. Hier soll nun ein Vorschlag unterbreitet werden, was mit den thermodynamischen Niveauabständen der tunnelgekoppelten 2DES unter sehr hohen Verkipfungswinkeln geschieht. Aus Abb. 5.16 entnehmen wir das theoretisch zu erwartende Verhalten. Bis mindestens $\alpha = 25^\circ$ bestimmt das Auseinanderwandern der Fermiflächen im k -Raum berechnet nach Gl. 5.3 die Oszillationsfrequenzen und damit die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}^0(\alpha)$. Ab diesem Winkelbereich beginnt der magnetische Zusammenbruch. Es existieren ab diesem α vier verschiedene Zyklotronbahnen: Die äußere „bohnenförmige“ die innere „linsenförmige“ und die beiden kreisförmigen Bahnen durch den magnetischen Zusammenbruch. Mit steigendem Verkipfungswinkel dominieren die kreisförmigen Zyklotronbahnen und die Elektronen sind in den jeweiligen Quantentöpfen lokalisiert. Eigentlich müsste ab diesem α nur noch eine einzige Oszillationsfrequenz zu beobachten sein. Tatsächlich kann über den gesamten Winkelbereich ein Schwebungsmuster in den Magnetisierungsmessungen beobachtet werden und es konnte ein $\Delta_{SAS}^0(\alpha)$ oberhalb von $\alpha = 25^\circ$ bestimmt werden.

Folglich gibt es noch zwei unterschiedlich große Fermiflächen mit zugehörigen Zyklotronbahnen. Die einzige Erklärung dafür ist die verbleibende Unbalance der Leitungsbandkante. Nur dadurch kann in den beiden Quantentöpfen nach dem vollständigen magnetischen Zusammenbruch eine unterschiedliche Ladungsträgerdichte existieren, die wiederum zu unterschiedlichen Oszillationsfrequenzen führt.

Aus den Untersuchungen zur magnetfeldabhängigen Ladungsumverteilung wurde

deutlich, dass das $\Delta_{SAS}(B)$ immer dann minimal ist, wenn die Besetzung der beiden Quantentöpfe möglichst ungleichmäßig ist. Das Potenzial der ungleichmäßigen Ladungsverteilung kompensiert dann die Unbalance im System. Ab dem Verkippungswinkel α , bei dem der magnetische Zusammenbruch dominant wird, werden die Elektronen durch steigendes Magnetfeld in der Ebene immer stärker in den einzelnen Quantentöpfen lokalisiert. Bei einer gegebenen Unbalance führt dieses aber selbstkonsistent dazu, dass sich das System versucht wieder in Balance zu bringen, solange sie durch die äußere Einwirkung des Magnetfeldes in den Quantentöpfen lokalisiert sind. Dieses passiert durch eine Ladungsumverteilung von dem stärker gefüllten Quantentopf in den anderen. Dieses Angleichen der Ladungsträgerdichten wiederum führt zu einer Verringerung des $\Delta_{SAS}(V)$. Damit lässt sich nun auch das Verhalten von $\Delta_{SAS}^0(V, \alpha)$ aus Abb. 5.16 bis zu einem Verkippungswinkel $\alpha = 40^\circ$ erklären.

Im gleichen Winkelbereich zeigen die thermodynamischen Niveauabstände ein genau entgegengesetztes Verhalten. Bis zu einem Winkel von $\alpha = 25^\circ$ dominiert die Verringerung von $\Delta_{SAS}(\alpha)$ nach Gl. 5.7 das Verhalten mit steigendem α . Ab dem Winkelbereich, bei dem der magnetische Zusammenbruch der dominierende Faktor wird, ändert sich dieses. Spätestens ab einem Winkel von $\alpha = 40^\circ$, ab dem die Elektronen vermutlich in den Quantentöpfen lokalisiert sind, ist das Tunneln zwischen den Quantentöpfen unterdrückt [Hu92]. Da Tunneln aber für das Ausbilden der Δ_{SAS} -Füllfaktoren von Bedeutung ist, müssen andere Effekte das Ausbleiben von Tunneln kompensieren. In Kap. 5.3 wurde anhand der FM-Phase ein Zustand bei einem Füllfaktor präsentiert, der ohne Tunneln existieren kann. Prinzipiell gibt es eine Vielzahl von Zuständen, die ohne Tunneln zwischen den beiden Quantentöpfen existieren [Mur94, Wan03]. In jedem Fall sind Vielteilchenwechselwirkungen ein wesentlicher Faktor, welcher die Zustände stabilisiert. Eine mögliche Erklärung für das Ansteigen der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ nachdem der magnetische Zusammenbruch von Bedeutung wird, ist Folgende: Der magnetische Zusammenbruch ermöglicht es Elektronen auf der äußeren „bohnenförmigen“ Bahn nach dem Tunneln durch die Barriere im Ortsraum auf die „linsenförmige“ innere Bahn zu gelangen und damit das antisymmetrische Subband zu bevölkern und umgekehrt. Damit verstärkt der magnetische Zusammenbruch die Überlappung der Elektronen-Wellenfunktionen des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes. Dieses wiederum verstärkt die energetische Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$, die sich gerade quantenmechanisch als Überlappungsintegral der Elektronen-Wellenfunktion berechnen lässt.

Es kann davon ausgegangen werden, dass bei noch höherem α Vielteilcheneffekte das Verhalten der energetischen Aufspaltung $\Delta_{SAS}(\alpha)$ dominieren. Dadurch werden auch die thermodynamischen Niveauabstände durch Vielteilcheneffekte dominiert.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Magnetisierung von tunnelgekoppelten 2DES experimentell untersucht. Dazu wurde ein in unserer Arbeitsgruppe entwickeltes dc-Drehmoment-Magnetometer optimiert. Die präparierten MCM wurden sowohl in ^3He - ^4He -Mischungskryostaten unter sehr hohen Verkippungswinkeln, als auch in einem ^3He -System, welches in einem normal leitenden Bitter-Magneten betrieben wird, genutzt. Insbesondere die Innovation AuPd als metallische Rückseite der MCM einzuführen, führte zu einer Verbesserung der Nutzbarkeit der MCM. Die auftretende thermische Verspannung beim Abkühlen auf mK-Temperaturen wird deutlich minimiert.

Die experimentellen Daten unterstreichen, dass mittels Magnetisierungsmessungen die Grundzustandsenergie eines Systems sehr gut untersucht werden kann. Insbesondere ist die Messtechnik ebenfalls sensitiv auf Vielteilcheneffekte. Damit können unter anderem Vielteilcheneffekte, die unterschiedliche Phasen in tunnelgekoppelten 2DES stabilisieren, untersucht werden.

Die für die Magnetisierungsmessungen genutzten Proben wurden mittels Transportmessungen charakterisiert. Dabei konnte gezeigt werden, dass sich die Balance eines tunnelgekoppelten Systems durch kurze Beleuchtung mit einer LED verändern lässt. Insbesondere ist es möglich das System in einen balancierten Zustand zu versetzen. Dabei wird der energetische Abstand zwischen dem symmetrischen und antisymmetrischen Subband bei gegebener Schichtstruktur der AlGaAs/GaAs-Heterostruktur minimal. Durch diesen Erfolg wurde es ermöglicht, Magnetisierungsmessungen an tunnelgekoppelten 2DES mit einer balancierten Leitungsbandkante durchzuführen, ohne dass elektronische System durch Kontakte (beispielsweise durch ein metal-

lischen Gates) zu beeinflussen. Aus dem gleichen Grund konnte das System mikrostrukturiert werden.

Für die Interpretation der Magnetisierungsmessungen wurden mit verschiedenen Modellen numerische Rechnungen durchgeführt und mit den experimentellen Daten verglichen. Hierbei wurde zunächst eine gaussförmig verbreiterte Zustandsdichte unter der Annahme eines konstanten energetischen Abstandes Δ_{SAS} zwischen dem symmetrischen und dem antisymmetrischen Subband an die Magnetisierungsmessdaten angepasst. Der Vorteil dabei ist, dass die Information über die DOS aus dem gesamten Bereich der Magnetisierungsmessdaten genutzt werden kann. Im Gegensatz dazu können beim Auswerten der Sprünge in der Magnetisierung, die einem Sprung im chemischen Potenzial entsprechen, nur punktuell Informationen über die DOS erlangt werden. Es konnte eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnungen im Einteilchenmodell und Magnetisierungsmessdaten bei kleinem Magnetfeld erreicht werden. Ab einem bestimmten Magnetfeld kann dieses Modell die Messungen nicht mehr beschreiben. Die Stärke dieses Magnetfeldes hängt insbesondere von der Balanciertheit der Leitungsbandkante ab. So konnte bei einer durch Beleuchtung optimierten symmetrischen Leitungsbandkante über den gesamten im Experiment zur Verfügung stehenden Magnetfeldbereich das Einteilchenmodell die Messung beschreiben. Insbesondere wurde dadurch deutlich, dass die Magnetisierungsmessungen eine direkte Möglichkeit liefern, die energetische Aufspaltung zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Subband zu untersuchen.

Als mögliche Ursache für die gravierende Abweichung zwischen Berechnungen der Magnetisierung im Einteilchenmodell und Magnetisierungsmessung bei unbalancierten Verlauf der Leitungsbandkante und hohem Magnetfeld wurde der Prozess der magnetfeldabhängigen Ladungsumverteilung untersucht. Diese Ladungsumverteilung im Magnetfeld verursacht selbstkonsistent eine Variation der Symmetrie der Leitungsbandkante, welche wiederum die energetische Aufspaltung des symmetrischen und antisymmetrischen Subbandes variiert. Mittels einer Berechnung der Magnetisierung im Einteilchenmodell, welches diese Variation mit berücksichtigt, konnten die Magnetisierungsmessdaten erheblich besser beschrieben werden.

Ein besonderer Erfolg war die erstmalige Untersuchung der Magnetisierung von tunnelgekoppelten 2DES unter verkippten Winkeln. Im Experiment konnte eine starke Variation der Magnetisierung in Abhängigkeit des Magnetfeldes in der Ebene beobachtet werden. Eine herausragende Beobachtung ist das oszillatorische Verhalten der thermodynamischen Niveauabstände über dem Verkippfungswinkel. Bei kleinen Verkippfungswinkeln verhält sich das System so, wie es ein quasi-klassisches Modell

beschreiben kann. Der energetische Abstand zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Subband nimmt mit steigendem Magnetfeld in der Ebene zu. Dieses Verhalten konnte qualitativ berechnet werden. Gleichzeitig führt das mit dem Winkel steigende Magnetfeld in der Ebene zu einer Abnahme der Tunnelwahrscheinlichkeit, welches den energetischen Abstand Δ_{SAS} verringert. Ab einem Magnetfeld in der Ebene, ab dem magnetischer Zusammenbruch dominiert, verändert sich das Verhalten. Der energetische Abstand zwischen symmetrischen und antisymmetrischen Subband nimmt wieder ab und die Tunnelwahrscheinlichkeit nimmt wieder zu. Diese erste Oszillation der thermodynamischen Niveauabstände konnte abschließend qualitativ erklärt werden. Bei noch weiter steigendem Magnetfeld in der Ebene führen wahrscheinlich Vielteilcheneffekte zu dem beobachteten weiteren oszillatorischen Verhalten.

Des Weiteren konnte der erste experimentelle Hinweis für einen möglichen Phasenübergang bei einem tunnelgekoppelten 2DES bei einem Füllfaktor $\nu = 2$ mittels Magnetisierungsmessungen gefunden werden. Unterschiedliche Besetzungen der Subbänder bei Füllfaktor $\nu = 2$ ergeben unterscheidbare Zustände in denen sich das System befindet. Es wurden Hartree-Fock-Rechnungen durchgeführt und die Energien des Grundzustandes der unterschiedlichen Zustände berechnet. Dabei konnte gezeigt werden, dass durch geschickte Variation der Balance sowie des Magnetfeldes in der Ebene das System von einem Zustand kontinuierlich in einen anderen Zustand überführt werden kann.

Magnetisierungsmessungen im hohen Magnetfeldbereich > 22 T, bei dem sich die in dieser Arbeit untersuchten tunnelgekoppelten 2DES bei $\nu = 2$ befinden, wurden durchgeführt. Dabei konnte beobachtet werden, dass bei dem tunnelgekoppelten 2DES mit einer 6 nm dicken Tunnelbarriere eine Abweichung von dem oszillatorischen Verhalten des thermodynamischen Niveauabstands, in Abhängigkeit des Magnetfeld in der Ebene, entsteht. Innerhalb eines Bereiches kleiner Variation des Verkipfungswinkels verringert sich der thermodynamische Niveauabstand bei $\nu = 2$ deutlich stärker als bei dem tunnelgekoppelten 2DES mit 1 nm Tunnelbarriere. Wir interpretieren dieses markante Verhalten als Phasenübergang zwischen der C-Phase und der FM-Phase eines tunnelgekoppelten 2DES.

Anhang A

Untersuchte Wafer

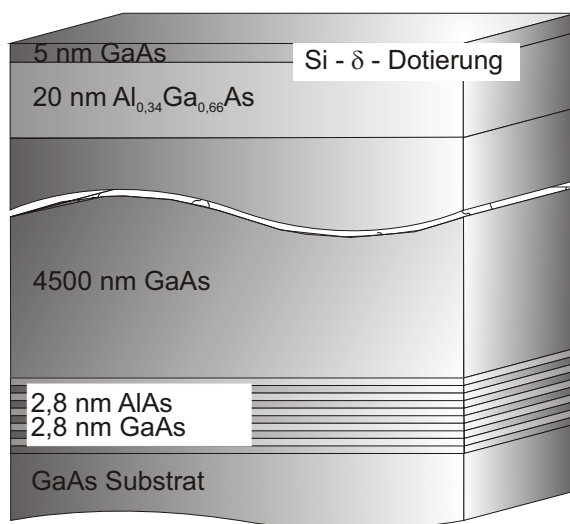


Abbildung A.1: Wachstumsplan der Probe HH1906, gewachsen an der Universität Hamburg. Der obere Teil ist eine HEMT-Struktur. Darunter ist ein GaAs-Puffer, mit dem später der frei tragende Teil des MCM präpariert wird. Darunter ist das AlAs/GaAs-Supergitter, welches als Ätzstoppschicht für die Präparation des frei tragenden Teils des MCM dient.

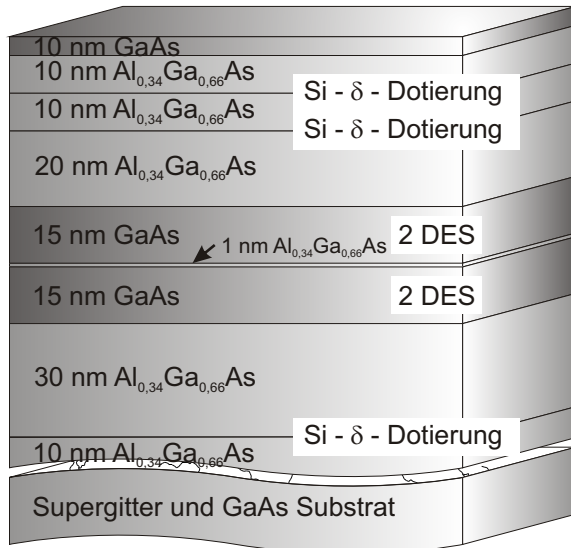


Abbildung A.2: Wachstumsplan der Probe Bo12283 mit einer 1 nm dicken Tunnelbarriere gewachsen an der Ruhr Universität Bochum. Dieses System wurde auf MCM gelegt, wie in Kap. 4.2 beschrieben.

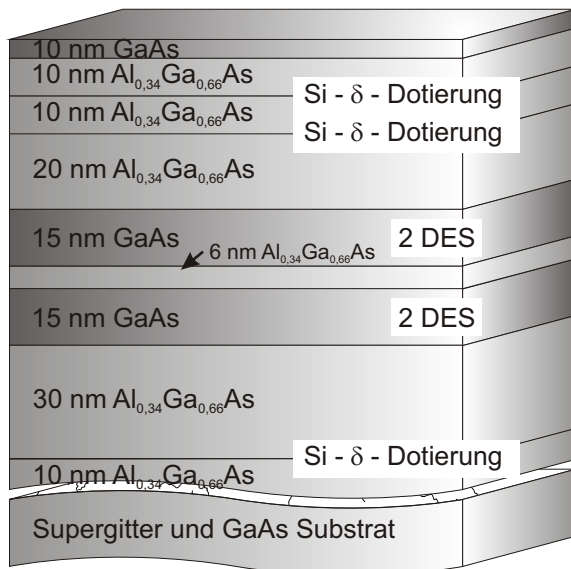


Abbildung A.3: Wachstumsplan der Probe Bo12973 mit einer 6 nm dicken Tunnelbarriere gewachsen an der Ruhr Universität Bochum. Dieses System wurde auf MCM gelegt, wie in Kap. 4.2 beschrieben.

Anhang B

Berechnung der Zustandsdichte $D(E)$ für ein tunnelgekoppeltes 2DES

Die Zustandsdichte eines Systems lässt sich ganz allgemein als Integral über eine Oberfläche konstanter Energie im k -Raum berechnen zu

$$\begin{aligned} D(E) &= \frac{1}{4\pi^3} \oint \frac{dS_k}{|\nabla_k E(k)|} \\ &= \int_a^b f(\gamma(t)) |\dot{\gamma}(t)| dt, \end{aligned} \tag{B.1}$$

mit der Energiedispersion $E(k)$ der Leitungsbandkante und S_k der Fläche konstanter Energie. Die zweite Gleichung ist die allgemeine Darstellung zur Lösung eines Kurvenintegrals.

Um das Integral zu lösen muss der Rand der Fläche konstanter Energie parametrisiert werden. Für die Dispersionsrelation Gl. 5.3 kann für den Rand folgender Ausdruck gewählt werden.

$$\gamma(t) = \left(\sqrt{k_F^2 - t^2 \pm 2m^* \frac{\sqrt{\frac{\Delta_{SAS}^2}{4} + (\hbar\omega_{||} t d_w)^2}}{\hbar^2}}, t \right) \tag{B.2}$$

Es wird über das Reziproke des Betrags der Funktion

$$\nabla E_k = \left(\frac{\hbar^2(k_x + k_y)^2}{m^*}, \frac{\hbar^2(k_x + k_y)^2}{m^*} + \frac{2\hbar^2\omega_{||}^2 k_y d_w^2}{2\sqrt{\frac{\Delta_{SAS}^2}{4} + (\hbar\omega_{||}k_y d_w)^2}} \right) \quad (B.3)$$

integriert. Diese Funktion muss noch als Funktion der x - und y -Komponente der Parametrisierung ausgedrückt werden.

In Abb. B.1 ist die Zustandsdichte für ein tunnelgekoppeltes 2DES mit einem Magnetfeld von $B_{||} = 3$ T in der Ebene dargestellt. Die energetische Aufspaltung Δ_{SAS} beträgt 2,5 meV. Zu erkennen ist, dass mit steigender Energie zuerst das symmetrische Subband besetzt wird. Steigt die Energie über 2,5 meV, so wird auch das antisymmetrische Subband besetzt.

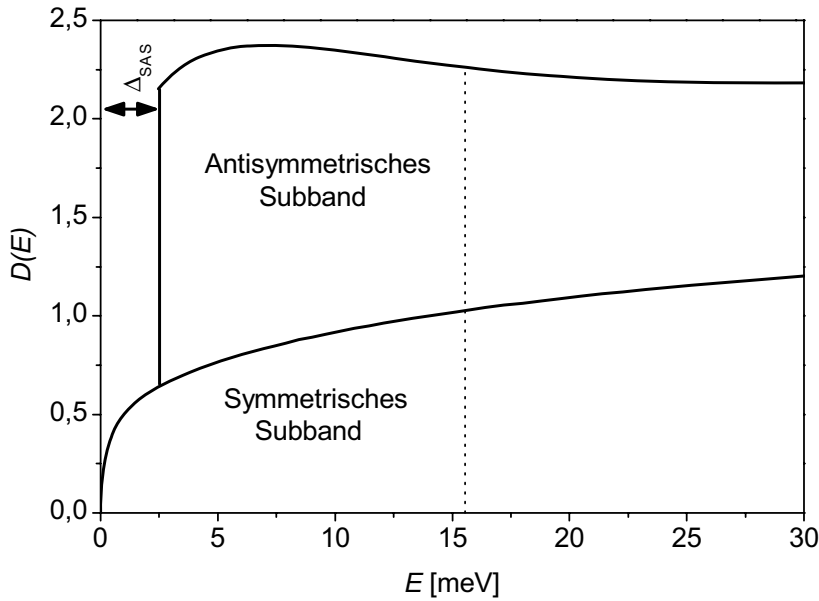


Abbildung B.1: Zustandsdichte eines tunnelgekoppelten 2DES mit einem Magnetfeld von $B_{||} = 3$ T in der Ebene. Die energetische Aufspaltung Δ_{SAS} beträgt 2,5 meV. Die senkrechte gestrichelte Linie entspricht dem chemischen Potenzial bei $T = 0$ K für eine Ladungsträgerdichte von $n_{ges} = 10 \cdot 10^{11}/\text{cm}^2$.

Literaturverzeichnis

- [And74] T. Ando and Y. Uemura. *Theory of oscillatory g factor in an MOS inversion layer under strong magnetic fields.* J. Phys. Soc. Jap. **37**, 1044 (1974).
- [Ash93] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West. *N -electron ground state energies of a quantum dot in a magnetic field.* Phys. Rev. Lett. **71**, 613 (1993).
- [Azb86] M. Ya. Azbel. *Possibility for direct experimental determination of two-dimensional electron density of states.* Phys. Rev. B **33**, 8844 (1986).
- [Bar48] J. Bardeen and W.H. Brattain. *The transistor, a semi-conductor triode.* Phys. Rev. **74**, 230 (1948).
- [Bas88] G. Bastard. *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures.* Les Edition de Physique, Les Ulis, France, 1988.
- [Bit04] K. Bittkau. *Einfluss von selbstkonsistenten Umverteilungen und Elektron-Phonon-Wechselwirkung auf kollektive Anregungen in niedrig-dimensionalen Elektronensystemen.* Dissertation, Universität Hamburg, 2004.
- [Blo62] E. I. Blount. *Bloch electrons in a magnetic field.* Phys. Rev. **126**, 1636 (1962).
- [Boe91] G. S. Boebinger, A. Passner, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. *Measurement of the Fermi-surface distortion in double quantum wells from in-plane magnetic fields.* Phys. Rev. B **43**, 12673 (1991).
- [Dat90] S. Datta and B. Das. *Electronic analogon of the electro-optic modulator.* Appl. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).

-
- [Dev00] E. V. Deviatov, V. S. Khrapaľ, A.A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, F. Ha-
streiter, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard. *Opening an
energy gap in an electron double layer system at the integer filling factor
in a tilted magnetic field*. JETP Lett. **71**, 496 (2000).
- [Dol97] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, W. Hansen,
J. P. Kotthaus, , and M. Holland. *Direct measurements of the spin gap in
the two-dimensional electron gas of AlGaAs-GaAs heterojunctions*. Phys.
Rev. Lett. **79**, 729 (1997).
- [Eis85a] J. P. Eisenstein. *High-precision torsional magnetometer: Application to
two-dimensional electron systems*. Appl. Phys. Rev. Lett **46**, 695 (1985).
- [Eis85b] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, V. Narayanamurti, A.Y. Cho, A.C.
Gossard, , and C.W. Tu. *Density of states and de Haas- van Alphen effect
in two-dimensional electron systems*. Phys. Rev. Lett **55**, 875 (1985).
- [Esf90] K. Esfarjani, R. Glyde, and V. Sa-yakanit. *Disorder, screening, and quan-
tum Hall oscillations*. Phys. Rev. B **41**, 1042 (1990).
- [Ger76] Rolf R. Gerhardt. *Cumulant approach to the two-dimensional magneto-
conductivity problem*. Surf. Science **58**, 227 (1976).
- [Gor85] E. Gornik, R. Lassing, G. Strasser, H. L. Stormer, A. C. Gossard,
and W. Wiegmann. *Specific heat of two-dimensional electrons in
GaAs/GaAlAs multilayers*. Phys. Rev. Lett **54**, 1820 (1985).
- [Haa84] T. Haavasoja, H. L. Stormer, D. J. Bishop, V.Narayanamurti, A.C.
Gossard, and W. Wiegmann. *Magnetization measurements on a two-
dimensional electron system*. Surf. Science **142**, 294 (1984).
- [Har99] J. G. E. Harris, F. Matsukura, H. Ohno, K. D. Maranowski, and
A. C. Gossard. *Integrated micromechanical cantilever magnetometry of
 $Ga_{1-x}Mn_xAs$* . Appl. Phys. Lett. **75**, 1140 (1999).
- [Har01] J. G. E. Harris, R. Knobel, K.D. Maranowski, A. C. Gossard, N. Samarth,
and D. D. Awschalom. *Magnetization measurements of magnetic two-
dimensional electron gases*. Phys. Rev. Lett. **75**, 4644 (2001).
- [HC99] A. Hernández-Cabrera, P. Aceituno, and F. T. Vasko. *Level anticrossing
effect on electron properties of coupled quantum wells under an in-plane
magnetic field*. Phys. Rev. B **60**, 5698 (1999).

- [Hol02] S. Holland, K. Bittkau, C.-M. Hu, Ch. Heyn, and D. Heitmann. *Filling-factor-dependent oscillations of the coupled intersubband plasmon-LO phonon mode in a tunneling coupled-bilayer system*. Phys. Rev. B **66**, 233302 (2002).
- [Höp01] Th. Höpfel, D. Sander, H. Hö, and J. Kirschner. *Ultrahigh vacuum cantilever magnetometry with standard size single crystal substrates*. Rev. Sci. Instrum. **72**, 1495 (2001).
- [Hu92] J. Hu and A. H. MacDonald. *Electronic structure of parallel two-dimensional electron systems in tilted magnetic fields*. Phys. Rev. B **46**, 12554 (1992).
- [Hu00] C.-M. Hu and D. Heitmann. *Bilayer quantum transistor*. Appl. Phys. Lett. **77**, 1475 (2000).
- [Ihm92] G. Ihm, M. L. Falk, S. K. Noh, J. I. Lee, and S. J. Lee. *Oscillating magnetization of quantum wells and wires in tilted magnetic fields*. Phys. Rev. B **46**, 15530 (1992).
- [Ins99] Oxford Instruments. *Kelvinox Dilution Refrigerator and Superconducting Magnet system*, 1999.
- [Jua90] C. Juang, K. J. Kuhn, and R.B. Darling. *Selective etching of GaAs and $Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ with citric acid/hydrogen peroxide solutions*. J. Vac. Sci. Technol. **8**, 1122 (1990).
- [Khr00] V. S. Khrapai, E. V. Deviatov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, F. Hasteriter, A. Wixforth, K. L. Campman, and A. C. Gossard. *Canted antiferromagnet phase in a double quantum well in a tilted quantizing magnetic field*. Phys. Rev. Lett. **84**, 725 (2000).
- [Kil59] J. S. Kilby. *Miniaturized electronic circuits*. US Patent 3,138,743 (1959).
- [Kro06] A. Krohn. *Magnetisierung von InAs-Quantenpunkten mit wenigen Elektronen*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2006.
- [Kum07] N. Kumada, K. Muraki, and Y. Hirayama. *NMR evidence for spin canting in a bilayer $\nu = 2$ quantum hall system*. Phys. Rev. Lett. **99**, 076805 (2007).

- [Lan30] L. Landau. *Diamagnetismus der Metalle*. Z. Phys. **64**, 629 (1930).
- [Lea90] D. R. Leadley, R. J. Nicholas, J. J. Harris, and C. T. Foxon. *Proceedings of the 20th international conference on physics of semiconductors*. World Scientific, Singapore, 1990.
- [Lyo98] S. K. Lyo, N. E. Harff, and J. A. Simmons. *Magneto-quantum-resistance oscillations in tunnel-coupled double quantum wells in tilted magnetic fields: Variable Landau biladders*. Phys. Rev. B **58**, 1572 (1998).
- [Mac86] A. H. MacDonald, H. C. A. Oji, and K. L. Liu. *Thermodynamic properties of an interacting two-dimensional electron gas in a strong magnetic field*. Phys. Rev. B **34**, 2681 (1986).
- [Mac90] A. H. MacDonald, P. M. Platzman, and G. S. Boebinger. *Collapse of integer Hall gaps in a double-quantum-well system*. Phys. Rev. Lett. **65**, 775 (1990).
- [Man95] A. Manolescu and R.R. Gerhardtts. *Exchange-enhanced spin splitting in a two-dimensional electron system with lateral modulation*. Phys. Rev. B **51**, 1703 (1995).
- [Mei97] I. Meinel, D. Grundler, S. Bargstaedt-Franke, Ch. Heyn, D. Heitmann, and B. David. *High-sensitive superconducting magnetometry on a two-dimensional electron gas up to 10 Tesla*. Appl. Phys. Lett. **70**, 3305 (1997).
- [Mei99] I. Meinel, T. Hengstmann, D. Grundler, D. Heitmann, W. Wegscheider, and M. Bichler. *Magnetization of the fractional quantum Hall states*. Phys. Rev. Lett. **82**, 819 (1999).
- [Mei00] I. Meinel. *Exchange and correlation effects in the magnetization of two dimensional electron systems*. Dissertation, Universität Hamburg, 2000.
- [Mei01] I. Meinel, D. Grundler, D. Heitmann, A. Manolescu, V. Gudmundsson, W. Wegscheider, and M. Bichler. *Enhanced magnetization at integer quantum Hall states*. Phys. Rev. B **64**, 121306 (2001).
- [Mit05] C. Mitzkus. *Transportmessungen an dichtemodulierten zweidimensionalen Elektronensystemen*. Dissertation, Universität Regensburg, 2005.
- [Moo65] G. E. Moore. *Cramming more components onto integrated circuits*. Electronics **38**, 114 (1965).

- [Mos86] V. Mosser, D. Weiss, K. v. Klitzing, K. Ploog, and G. Weimann. *Density of states of GaAs/AlGaAs heterostructures deduced from temperature dependent magnetocapacitance measurements*. Solid State Commun. **58**, 5 (1986).
- [MR02] G. Medeiros-Ribeiro, M. V. B. Pinheiro, V. Pimentel, and E. Marega. *Spin splitting of the electron ground states of InAs quantum dots*. Appl. Phys. Lett. **80**, 4229 (2002).
- [Mur94] S. Q. Murphy, J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. *Many-Body integer quantum Hall effect: Evidence for new phase transistions*. Phys. Rev. Lett. **72**, 728 (1994).
- [Nau98] M. J. Naughton, J. P. Ulmet, A. Narjis, S. Askenazy, M.V. Chaparala, and R. Richter. *Demonstration of cantilever magnetometry in pulsed magnetic fields*. Physica B **246-247**, 125 (1998).
- [Oh93] J. H. Oh, K.J. Chang, G. Ihm, and S. J. Lee. *Oscillating magnetizations of multiple-quantum-well structures in tilted magnetic fields*. Phys. Rev. B **48**, 15441 (1993).
- [Pot96] A. Potts, R. Shepherd, W. Herrenden-Harker, M. Elliott, C. Jones, A. Usher, G. Jones, D. Ritchie, E. Linfield, and M. Grimshaw. *Magnetization studies of Landau level broadening in two-dimensional electron systems*. J. Phys. C **8**, 5189 (1996).
- [Pri98] G. A. Prinz. *Magnetoelectronics*. Science **48**, 1660 (1998).
- [Raz03] M. Razavy. *Quantum theory of tunneling*. World Scientific, 2003.
- [Rho03] M. Rhode. *Cantilever-Magnetometrie an Si/SiGe-Heterostrukturen und (Ga,Mn)As-Heterostrukturen*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2003.
- [Rös04] O. Rösler. *Cantilever-Magnetometrie an Mn-dotierten Halbleiterheterostrukturen und epitaktisch gewachsenem MnAs*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2004.
- [Ruh06] N. Ruhe, J. I. Springborn, Ch. Heyn, M. A. Wilde, and D. Grundler. *Simultaneous measurement of the de Haas-van Alphen and the Subnikov-de Haas effect in a two-dimensional electron system*. Phys. Rev. B **74**, 235326 (2006).

- [Sar88] S. Das Sarma and X. Xie. *Theory of electronic density of states of a two-dimensional disordered system in the presence of a strong magnetic field*. J. Appl. Phys. **64**, 5465 (1988).
- [Sar97] S. Das Sarma, S. Sachdev, and L. Zheng. *Double-layer quantum Hall antiferromagnetism at filling fraction $\nu = 2/m$ where m is an odd integer*. Phys. Rev. Lett **79**, 917 (1997).
- [Sar98] S. Das Sarma, Subir Sachdev, and Lian Zheng. *Canted antiferromagnetic and spin-singlet quantum Hall states in double-layer systems*. Phys. Rev. B **58**, 4672 (1998).
- [Saw98] A. Sawada, Z. F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, M. Yasumoto, and A. Urayama. *Phase transition in the $\nu = 2$ quantum Hall state*. Phys. Rev. Lett. **80**, 4534 (1998).
- [Saw99] A. Sawada, Z. F. Ezawa, H. Ohno, Y. Horikoshi, A. Urayama, Y. Ohno, S. Kishimoto, F. Matsukura, and N. Kumada. *Interlayer coherence in $\nu = 1$ and $\nu = 2$ bilayer quantum Hall states*. Phys. Rev. B **59**, 14888 (1999).
- [Sch99] M. P. Schwarz. *Cantilever-Magnetometrie an zweidimensionalen Elektronensystemen*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 1999.
- [Sch00] M. P. Schwarz, D. Grundler, I. Meinel, Ch. Heyn, and D. Heitmann. *Micro-mechanical cantilever-magnetometer with an integrated two-dimensional electron system*. Appl. Phys. Lett. **76**, 3564 (2000).
- [Sch02a] M. P. Schwarz. *The effect of lateral confinement on the magnetization of two-dimensional electron systems*. Dissertation, Universität Hamburg, 2002.
- [Sch02b] M. P. Schwarz, D. Grundler, H. Rolff, M. A. Wilde, S. Groth, Ch. Heyn, and D. Heitmann. *De Haas-van Alphen effect in a two-dimensional electron system*. Physica E **141** (2002).
- [Sho84] D. Shoenberg. *Magnetic oscillations in metals*. Cambridge University Press, 1984.
- [Smi85] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum. *Direct measurement of the density of states of a two-dimensional electron gas*. Rapid Commun. **32**, 2696 (1985).

- [Spr03] J. I. Springborn. *Cantilever-Magnetometrie an Quantendrähten*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2003.
- [Sto83] H. L. Stormer, T. Haavasoja, V. Narayanamurti, A. C. Gossard, and W. Wiegmann. *Observation of the de Haas-van Alphen effect in a two dimensional electron system*. J. Vac. Sci. Technol. B **2**, 432 (1983).
- [Sto84] H. L. Stormer. *Novel physics in two dimensions with modulation-doped heterostructures*. Surf. Science **142**, 130 (1984).
- [Tem88] I. M. Templeton. *A high-sensitivity torsional magnetometer for two-dimensional electron systems*. j. Appl. Phys. **64**, 3570 (1988).
- [Top07] J. Topp. *Cantilever-Magnetometrie an doppellagigen Quantenpunkten*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2007.
- [Tsu82] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. *Two-dimensional magnetotransport in the extreme quantum limit*. Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).
- [vK80] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. *New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance*. Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [Wan03] D.-W. Wang, E. Demler, and S. Das Sarma. *Spontaneous symmetry breaking and exotic quantum orders in integer quantum Hall systems under a tilted magnetic field*. Phys. Rev. B **68**, 165303 (2003).
- [Weg83] F. Wegner. *Exact density of states for lowest Landau level in white noise potential superfield representation for interacting systems*. Z. Phys. B **279** (1983).
- [Wei91] C. Weisbuch and B. Vinter. *Quantum semiconductor structures*. Academic Press, Inc., San Diego, USA, 1991.
- [Wie97] S. A. J. Wiegers, M. Specht, L. P. Lévy, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie, A. Cavanna, B. Etienne, G. Martinez, and P. Wyder. *Magnetization and energy gaps of a high-mobility 2D electron gas in the quantum limit*. Phys. Rev. Lett. **79**, 3238 (1997).
- [Wil01] M. A. Wilde. *Cantilever-Magnetometrie an Quantenpunkten*. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2001.

- [Wil04] M. A. Wilde. *Magnetization measurements on low-dimensional electron systems in high-mobility GaAs and SiGe heterostructures*. Dissertation, Universität Hamburg, 2004.
- [Yin95] X. Ying, S. R. Parihar, H. C. Manohara, and M. Shayegan. *Quantitative determination of many-body-induced interlayer charge transfer in bilayer electron systems via Shubnikov-de Haas measurements*. Phys. Rev. B **52**, 52 (1995).
- [Zha05] X. C. Zhang, D. R. Faulhaber, and H. W. Jiang. *Multiple phases with the same quantized hall conductance in a two-subband system*. Phys. Rev. Lett. **95**, 216801 (2005).
- [Zhe97] L. Zheng, R.J. Radtke, and S. Das Sarma. *Spin-excitation-instability-induced quantum phase transistor in double-layer quantum hall systems*. Phys. Rev. Lett **78**, 2453 (1997).

Danksagung

Diese Arbeit profitierte von unterschiedlichsten Arten von Hilfe und Unterstützung.

Ich möchte mich bedanken bei:

Der wissenschaftlichen Führung:

Prof. Dr. Detlef Heitmann

Den Gutachtern:

Prof. Dr. Dirk Grundler

Prof. Dr. Wolfgang Hansen

Dem Postdoc:

Dr. Marc Wilde

Den Herstellern der Heterostrukturen:

Dr. Christian Heyn, Andrea Stemmann, und Prof. Dr. Wolfgang Hansen (Hamburg)

Dr. Dirk Reuter und Prof. Dr. Andreas Wieck (Bochum)

Der theoretischen Unterstützung:

Prof. Dr. Vidar Gudmundsson

Dem HFML Nimwegen:

Im Speziellen Prof. Dr. Jan-Kees Maan, Dr. Uli Zeitler, Iris Bominaar-Silkens

Der finanziellen Unterstützung:

Deutsche Forschungsgemeinschaft und der Europäischen Union

Der technischen Unterstützung:

Feinmechanische Werkstatt, elektronische Werkstatt

Katrin Groth, Thomas Finger, Wolfgang Hatje, and Klaus Ahrens

Den Diplom-Studenten:

Jesco Topp und Tjark Windisch

Den Mitarbeitern und ehemaligen Mitarbeitern

Meinen Freunden

Meiner Mutter für bedingungslose Unterstützung jeglicher Art

Dem Korrekturleser:

Dr. Frieder Krauss

Der Einen an meiner Seite:

Bianca

