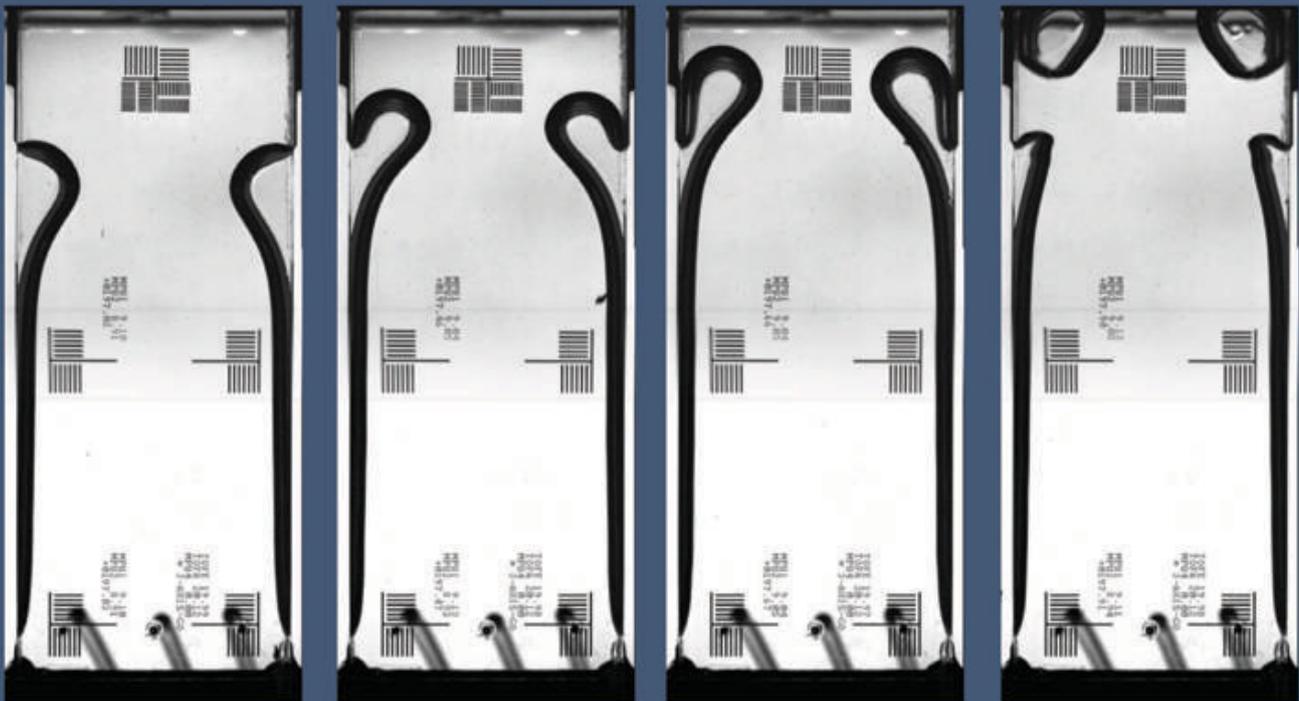


# Über die Grenzen des stationären Flüssigkeitstransportes in offenen Kapillarkanälen

---



# Über die Grenzen des stationären Flüssigkeitstransportes in offenen Kapillarkanälen

Vom Fachbereich Produktionstechnik  
der  
UNIVERSITÄT BREMEN

zur Erlangung des Grades  
Doktor-Ingenieur  
genehmigte

Dissertation

von  
Dipl.-Phys. Uwe Rosendahl

Gutachter: Priv. Doz. Dr.-Ing. M. Dreyer (Universität Bremen)  
Prof. Dr.-Ing. habil. A. Delgado (Universität Erlangen-Nürnberg)

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Oktober 2006

### **Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2007  
Zugl.: Bremen, Univ., Diss., 2007

978-3-86727-323-7

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2007

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

[www.cuvillier.de](http://www.cuvillier.de)

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2007

Gedruckt auf säurefreiem Papier

978-3-86727-323-7

# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>5</b>
2.1 Treibstoffhandhabung in Oberflächenspannungstanks . . . . .	6
2.2 Oberflächenspannung, Randwinkel und Kapillarität . . . . .	8
2.3 Strömungen in offenen Kapillarkanälen . . . . .	13
2.3.1 Strömungsgrundlagen . . . . .	13
2.3.2 Literaturübersicht . . . . .	15
2.4 Das Choking-Phänomen . . . . .	18
<b>3 Theoretisches Modell</b>	<b>23</b>
3.1 Modellannahmen und Grundgleichungen . . . . .	23
3.2 Entdimensionierung und Kennzahlen . . . . .	27
3.3 Modellierung der freien Flüssigkeitsoberfläche . . . . .	31
3.4 Modellierung des irreversiblen Druckverlustes . . . . .	35
3.5 Modellgleichungen und numerisches Lösungsverfahren . . . . .	37
<b>4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking</b>	<b>39</b>
4.1 Ausbreitung longitudinaler Wellen . . . . .	40
4.2 Analogiebetrachtungen . . . . .	43
4.3 Bestimmung und Eigenschaften der Kapillarwellengeschwindigkeit und des Geschwindigkeitsindex . . . . .	46
4.4 Theoretische Formulierung . . . . .	49
4.4.1 Strömungen ohne axiale Beschleunigung . . . . .	51
4.4.2 Strömungen mit axialer Beschleunigung . . . . .	54
<b>5 Aufbau und Durchführung der Experimente</b>	<b>59</b>
5.1 Experimente im Fallturm . . . . .	59
5.1.1 Das Fallkapselsystem . . . . .	60
5.1.2 Versuchsaufbau . . . . .	60

## Inhaltsverzeichnis

5.1.3	Versuchsdurchführung . . . . .	65
5.2	Experiment auf TEXUS-37 . . . . .	66
5.2.1	Das TEXUS-System . . . . .	66
5.2.2	Versuchsaufbau . . . . .	66
5.2.2.1	Vorkammer und Fluidmanagement . . . . .	69
5.2.2.2	Auslegung des Kapillarkanals . . . . .	71
5.2.2.3	Optische Auslegung . . . . .	72
5.2.3	Versuchsdurchführung . . . . .	73
5.2.3.1	Experimentprozeduren . . . . .	74
5.2.3.2	Experimentverlauf . . . . .	75
5.3	Messtechnik . . . . .	77
5.3.1	Temperaturmessung . . . . .	77
5.3.2	Messung des Volumenstroms . . . . .	78
5.4	Auswahl der Versuchsparameter . . . . .	79
5.5	Ermittlung und Optimierung der Randbedingungen . . . . .	81
<b>6</b>	<b>Auswertung und Messfehler</b>	<b>87</b>
6.1	Aufbereitung des Videomaterials . . . . .	87
6.2	Auswertung der Oberflächenprofile . . . . .	88
6.2.1	Kantenerkennung . . . . .	89
6.2.2	Koordinatentransformation . . . . .	91
6.2.3	Optische Brechung . . . . .	93
6.2.4	Mittelung der Profile . . . . .	95
6.2.5	Fehlerbetrachtung . . . . .	96
6.2.5.1	Genauigkeit der Kantenerkennung und Bildfehler . . . . .	96
6.2.5.2	Grenzen der Profilerkennung . . . . .	99
6.2.5.3	Fehler des Profils und Folgefehler abgeleiteter Größen . . . . .	100
6.3	Auswertung anderer Größen . . . . .	102
6.3.1	Bestimmung des kapillargetriebenen Volumenstroms . . . . .	102
6.3.2	Zeitverhalten der freien Oberflächen . . . . .	103
6.3.3	Bestimmung der Tracergeschwindigkeiten . . . . .	108
6.3.4	Verifikation des Volumenstroms im TEXUS-Experiment . . . . .	108
6.3.5	Messung der Stoffdaten . . . . .	113
<b>7</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>117</b>
7.1	Experimentelle Beobachtungen . . . . .	118
7.1.1	Quasistationäre Strömung . . . . .	118
7.1.2	Instationäre Strömung . . . . .	120
7.2	Verifikation des Strömungsmodells . . . . .	122

7.2.1	Oberflächenprofile der Fallturmexperimente . . . . .	124
7.2.1.1	Profilmerkmale . . . . .	124
7.2.1.2	Reproduzierbarkeit . . . . .	129
7.2.1.3	Vergleich mit numerischen Ergebnissen . . . . .	131
7.2.2	Oberflächenprofile und Geschwindigkeitsmessungen des TEXUS- Experiments . . . . .	134
7.2.2.1	Profilmerkmale und Reproduzierbarkeit . . . . .	134
7.2.2.2	Vergleich mit numerischen Ergebnissen . . . . .	137
7.2.2.3	Tracergeschwindigkeiten . . . . .	140
7.3	Einfluss des Geschwindigkeitsindex auf die Grenze des Volumenstroms . . . .	144
7.3.1	Ergebnisse des TEXUS-Experiments . . . . .	144
7.3.2	Gasdurchbruch infolge von Choking . . . . .	149
7.3.3	Gasdurchbruch infolge instationärer Randbedingungen . . . . .	151
7.3.4	Ergebnisse der Fallturmexperimente . . . . .	153
7.4	Einfluss der Reibungsverluste auf die Strömung . . . . .	161
7.4.1	Klassifizierung charakteristischer Kennzahlbereiche . . . . .	161
7.4.2	Konvektiv dominierter Bereich und Übergangsbereich . . . . .	163
7.4.3	Dissipativ dominierter Bereich . . . . .	168
7.5	Näherungslösungen . . . . .	170
7.5.1	Analytische Lösungen . . . . .	170
7.5.2	Fit an numerische Daten . . . . .	172
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>175</b>
<b>9</b>	<b>Ausblick</b>	<b>181</b>
<b>A</b>	<b>Diskretisierung der Differentialgleichungen</b>	<b>183</b>
<b>B</b>	<b>Druckverlust der Einlaufströmung</b>	<b>185</b>
<b>C</b>	<b>Experimentauswertung</b>	<b>189</b>
C.1	Parameter, Experimentverläufe und Beobachtungen . . . . .	189
C.2	Fehlerdefinition . . . . .	193
C.3	Größen zur Bildverarbeitung . . . . .	194
C.4	Markierungen des TEXUS-Kanals . . . . .	197
C.5	Volumenstrom im Ausgleichsrohr . . . . .	200
C.6	Stoffdaten der verwendeten Flüssigkeiten . . . . .	202
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>203</b>

*Inhaltsverzeichnis*

**Danksagung**

**213**

# Symbolverzeichnis

In der folgenden Auflistung sind die häufig verwendeten Symbole und ihre Bedeutung aufgeführt. Die Notation ist in weiten Teilen identisch mit der in der Literatur gebräuchlichen Schreibweise. Eine vereinzelt Mehrfachbedeutung ist dabei nicht ausgeschlossen. Zur Unterscheidung zwischen den dimensionsbehafteten und dimensionslosen Variablen der betrachteten Strömung sind erstere Größen mit einem Hochkomma ' gekennzeichnet.

## Lateinische Symbole

$a$	Spaltbreite des Kanals, Abb. 3.1
$a_p$	Wandstärke der Platten, Abb. 5.4
$b$	Plattenbreite des Kanals, Abb. 3.1
$d$	Profilbreite der Flüssigkeitsoberfläche, Abb. 3.3(a)
$e_x, e_z$	Kalibrierungsfaktoren, Gl. (6.11)
$g$	Beschleunigung
$g_0$	Erdbeschleunigung, $g_0 = 9,81 \text{ m/s}^2$
$h$	doppelte mittlere Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche, Gl. (3.23)
$h_R$	Approximation von $h$ , Gl. (3.26)
$k$	Profil der Flüssigkeitsoberfläche, Gl. (3.22)
$\mathbf{k}$	Ortsvektor des Oberflächenprofils in der $(x, z)$ -Ebene, $\mathbf{k} = (x, k)^T$
$l$	Länge des Kanals, Abb. 3.1
$l_1$	Teillänge des Oberflächenprofils, Abb. 7.9
$l_1, l_2$	vertikaler / horizontaler Abstand der Kalibrierungsmarkierungen, Abb. 6.2
$n$	Brechungsindex
$p$	statischer Druck der Strömung
$p_a$	Umgebungsdruck
$t$	Zeit
$t_k$	Zeitpunkt des Kontakts zwischen dem Meniskus und den Führungskeilen
$t_p$	Startzeitpunkt der Pumpe (Fallturmexperimente)
$t_s$	Fülldauer des Kapillarkanals (Fallturmexperimente)
$u, v$	kartesische Koordinaten im Bezugssystem der Kamera
$v$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit

## Inhaltsverzeichnis

$v_c$	Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Kapillarwellen, Gl. (4.17)
$v_{cR}$	Approximation von $v_c$ , Gl. (4.19)
$\tilde{v}_c$	charakteristische konvektive Geschwindigkeit, $\tilde{v}_c = \sqrt{4\sigma/(\rho D_h)}$
$v_f$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Flachwasserschwerewellen, Tabelle 4.1
$v_l$	Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen in kompressiblen Medien mit druckabhängigem Strömungsquerschnitt, Gl. (4.15)
$\tilde{v}_v$	charakteristische viskose Geschwindigkeit, $\tilde{v}_v = 2\nu/D_h$
$v_s$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen, Tabelle 4.1
$v_x, v_y, v_z$	Geschwindigkeitskomponenten entlang der Achsen $x, y, z$
$w$	Gegenstandsweite, Abb. 6.3
$\mathbf{x}$	Ortsvektor in der $(x, z)$ -Ebene, $\mathbf{x} = (x, z)^T$
$\hat{\mathbf{x}}$	Ortsvektor in Kamerasystem, $\hat{\mathbf{x}} = (u, v)^T$
$x_e$	Einlauflänge, Gl. (3.39)
$\mathbf{x}_m$	Ortsvektor des Bildmittelpunktes
$\mathbf{x}_p$	Ortsvektor des Drehpunktes, Abb. 6.2
$x_S$	transformierte Koordinate zur Anpassung der Einlaufströmung, Gl. (3.38)
$x, y, z$	kartesische Koordinaten im Bezugssystem des Kanals
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	kartesische Koordinaten im Bezugssystem der Flüssigkeitsoberfläche
<b>A</b>	Querschnittsfläche der Strömung
<b>B</b>	Bildmatrix, Abb. 6.1
<b>D</b>	Drehmatrix, Gl. (6.9)
$D_h$	hydraulischer Durchmesser, $D_h = 2a$
$D_1, D_2$	Breite / innerer Durchmesser des Ausgleichsrohres, Abb. 6.11
<b>E</b>	Kalibrierungsmatrix, Gl. (6.10)
<b>G</b>	Matrix des Bildgradienten, Gl. (6.1)
$K$	Verlustziffer der Einlaufströmung, Gl. (2.10)
$K_{pg}$	Gesamtverlustfaktor, $K_{pg} = K_{pl} + 16K_{pe}$
$K_{pl}, K_{pe}$	Verlustfaktor der laminaren Strömung / Einlaufströmung
$L_1, L_2$	innere / äußere Länge des Ausgleichsrohres, Abb. 6.11
$M$	Faktor, $M = 1 + A (d^2h/dA^2)/(dh/dA)$ , Gl. (4.33)
$R$	Krümmungsradius der Oberfläche in der Querschnittsebene, Abb. 3.3(a)
$R_1, R_2$	Hauptkrümmungsradien der Flüssigkeitsoberfläche, Abb. 3.2
$Q$	Volumenstrom; Volumenstrom der Förderpumpe (TEXUS-Experiment)
$Q_{kap}$	kapillargetriebener Volumenstrom
$Q_{krit}$	kritischer Volumenstrom, maximaler Wert der stabilen Strömung
$Q_1$	Volumenstrom der Nachförderpumpe (TEXUS-Experiment)

$Q_1^T, Q_2^T$	Tachosignal der Nachförder- und Förderpumpe (TEXUS-Experiment)
$T$	Temperatur
$\mathcal{D}$	„Dehnbarkeit“ (engl. Distensibility)
$\mathcal{K}$	Kompressibilität
$\mathcal{P}$	Gesamtdruck

## Griechische Symbole

$\beta_0$	Grad der Ausbildung des parabolischen Geschwindigkeitsprofils, Gl. (3.38)
$\gamma_d$	dynamischer Randwinkel
$\gamma_s$	statischer Randwinkel
$\mu$	dynamische Viskosität
$\nu$	kinematische Viskosität, $\nu = \mu/\rho$
$\xi$	Korrekturfaktor der optischen Brechung, Gl. (6.16)
$\omega$	Drehwinkel zwischen den Koordinatenachsen $z, v$ und $x, u$ , Abb. 6.2
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Oberflächenspannung
$\tau_w$	mittlere Wandschubspannung
$\tau_{wl}, \tau_{we}$	Wandschubspannung der laminaren Strömung / Einlaufströmung
$\tau$	Mittelungsintervall
$\Delta$	absoluter Fehler
$\Theta$	Drehwinkel zwischen den Koordinatenachsen $x, \hat{x}$ und $z, \hat{z}$ , Abb. 3.3(b)
$\Psi$	Profilmfaktor, Gl. (B.1)

## Dimensionslose Kennzahlen

$Bo_x$	BOND-Zahl in Raumrichtung $x$ , $Bo_x = \rho g_x a l / (2\sigma)$ , Gl. (3.14)
$Bo_y$	BOND-Zahl in Raumrichtung $y$ , $Bo_y = \rho g_y a^2 / (2\sigma)$ , Gl. (3.16)
$Bo_z$	BOND-Zahl in Raumrichtung $z$ , $Bo_z = \rho g_z a b / (2\sigma)$ , Gl. (3.16)
$Fr$	FROUDE-Zahl, $Fr = v/v_f$ , Tabelle 4.1
$Ma$	MACH-Zahl, $Ma = v/v_s$ , Tabelle 4.1
$Oh$	OHNESORGE-Zahl, $Oh = \sqrt{\rho v^2 / (\sigma D_h)}$ , Gl. (3.12)
$Re_h$	REYNOLDS-Zahl, $Re_h = v' D_h / \nu$
$S$	Geschwindigkeitsindex, $S = v/v_c$ , Gl. (4.18)
$S_R$	approximierter Geschwindigkeitsindex, $S_R = v/v_{cR}$ , Gl. (4.20)
$We$	WEBER-Zahl, $We = v' \sqrt{\rho a / (2\sigma)}$

## Inhaltsverzeichnis

$\mathcal{L}$	dimensionslose Länge, $\mathcal{L} = \text{Oh}\Gamma/8 = \text{Oh}l/(2D_h)$ , Gl. (3.13)
$\Gamma$	Längen-Seiten-Verhältnis, $\Gamma = 2l/a = 4l/D_h$ , Gl. (3.11)
$\Lambda$	Seitenverhältnis, $\Lambda = b/a$ , Gl. (3.15)

## Tiefgestellte Indizes

$k$	bezogen auf das Oberflächenprofil
$krit$	kritischer Parameter, Grenze der stationären Lösung
$l$	linkes Oberflächenprofil in Strömungsrichtung
$max$	maximaler Wert
$min$	minimaler Wert
$p$	Drehpunkt der Koordinatentransformation
$r$	rechtes Oberflächenprofil in Strömungsrichtung
$0$	Strömungsgröße am Kanaleintritt bei $x = 0$
$x, y, z$	Komponente in Raumrichtung $x, y, z$

## Hochgestellte Indizes

$exp$	experimenteller Wert
$num$	numerischer Wert
$*$	kleine Störgröße in Kapitel 4.1; gedehnte Koordinate in Kapitel 2.3.1 und Anhang B; Größe am Ort des engsten Strömungsquerschnitts in Kapitel 7
$\wedge$	Größe im Bezugssystem der Flüssigkeitsoberfläche in Kapitel 3; Größe im Bezugssystem der Kamera in Kapitel 6 und Anhang C
$\sim$	Skalierungsgröße
$'$	dimensionsbehaftete Variable der Kapillarströmung
$\sim$	dimensionsbehaftete Variable des Einlaufdruckverlustes
$-$	Ungestörte Strömungsgröße in Kapitel 4.1 und 4.2

## Abkürzungen

$d_x$	Totale Ableitung erster Ordnung nach $x$
$d_{xx}$	Totale Ableitung zweiter Ordnung nach $x$
$\nabla$	Nabla-Operator

# 1 Einleitung und Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit den Grenzen des stationären Flüssigkeitstransportes in offenen Kapillarkanälen. Als offene Kapillarkanäle oder offene Kapillaren werden Strukturen bezeichnet, in denen Flüssigkeitsströmungen mit freier Oberfläche zur angrenzenden Gasphase durch Kapillarkräfte ermöglicht werden. Diese Kräfte resultieren aus der Oberflächenspannung sowie -krümmung und beeinflussen wesentlich die Strömungseigenschaften.

Unter terrestrischen Bedingungen ist die Wirkung der Kapillarkräfte in der Regel durch Gravitationskräfte überlagert und die technische Relevanz daher auf Kanäle sehr kleiner Abmessungen beschränkt. Ein weites Anwendungsfeld eröffnet sich dagegen in der Raumfahrttechnologie, da im interplanetaren Raum oder auf geostationären Umlaufbahnen die Gravitationskräfte klein bzw. stark kompensiert sind. Hier lassen sich Kapillarkanäle nutzen, um Flüssigkeiten zu positionieren oder über große Distanzen zu transportieren.

Die bedeutendsten Anwendungsbeispiele sind derzeit Systeme zur Treibstoffhandhabung in Oberflächenspannungstanks von Satelliten und anderen Raumfahrzeugen, in denen der Treibstoff über offene Kapillarkanäle zum Tankauslass gefördert wird. Hierbei handelt es sich in der Regel um eine erzwungene, also aktiv von außen aufgeprägte Strömung. Um eine kontinuierliche Treibstoffversorgung zu gewährleisten, muss bei der Auslegung der Tanks berücksichtigt werden, dass eine stabile, einphasige Strömung in Kapillarkanälen nur bis zu einem bestimmten maximalen Volumenstrom realisiert werden kann. Wird dieser überschritten, kollabieren die freien Oberflächen, und Gas bricht in die Flüssigkeit ein. Eine kontinuierliche, blasenfreie Treibstoffversorgung sowie der fehlerfreie Betrieb des Triebwerks sind in diesem Fall nicht mehr möglich.

In der Literatur sind Untersuchungen von erzwungenen offenen Kapillarströmungen bisher kaum vorgenommen worden. Insbesondere das Phänomen der Volumenstrombeschränkung ist bislang nicht verstanden. Experimentelle Daten sowie theoretische Ansätze liegen – bis auf die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Publikationen – nicht vor, und nur wenige Beiträge bieten numerische Lösungen zu dieser Thematik.

Diese Arbeit setzt sich daher zum Ziel, stationäre Flüssigkeitsströmungen in offenen Kapillarkanälen theoretisch, numerisch und experimentell zu untersuchen. Insbesondere soll sie im Hinblick auf die Beschränkung des Volumenstroms zum grundlegenden Verständnis offener Kapillarströmungen beitragen.

## 1 Einleitung und Zielsetzung

Es wird dabei der Fragestellung nachgegangen, ob die Grenze des stationären Flüssigkeitstransportes durch einen „Choking-Effekt“ verursacht wird. Choking ist ursprünglich aus der Gasdynamik bekannt und bezeichnet verallgemeinert das Phänomen, dass der Massenstrom einer beliebigen Strömung durch einen Maximalwert begrenzt wird, wenn die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  lokal eine charakteristische Wellengeschwindigkeit erreicht. In kompressiblen Strömungen beispielsweise ist diese durch die Schallgeschwindigkeit  $v_s$  definiert. Der maximale Massenstrom wird erreicht, wenn die MACH-Zahl ( $Ma = v/v_s$ ) den Wert  $Ma = 1$  annimmt. In offenen Gerinneströmungen tritt dieser Effekt wiederum beim Erreichen der Flachwasserwellengeschwindigkeit  $v_f$  auf. Die charakteristische Kennzahl hierfür ist die FROUDE-Zahl ( $Fr = v/v_f$ ), so dass der maximale Volumenstrom für  $Fr = 1$  erreicht wird. Da gewisse Ähnlichkeiten zu diesen Strömungen bestehen, liegt die Vermutung nahe, dass Choking auch in offenen Kapillarströmungen auftreten kann.

In Anlehnung an gebräuchliche Geometrien in Oberflächenspannungstanks werden die Untersuchungen an einem Kapillarkanal aus zwei parallelen Platten durchgeführt. Die Strömung entsteht durch aktive Flüssigkeitsentnahme mit konstantem Volumenstrom am Kanalauslass, wobei der Einlass von einem Reservoir passiv mit Flüssigkeit versorgt wird. Entlang der offenen Strecke des Kanals sind seitlich freie Flüssigkeitsoberflächen zur angrenzenden Gasphase ausgebildet.

Methodisch umfasst die Arbeit einen experimentellen und zwei theoretische Arbeitsschwerpunkte. Sie ist in neun Kapitel unterteilt. Nach einer Einführung in die technische Anwendung offener Kapillarkanäle in Oberflächenspannungstanks gibt das erste Kapitel eine Übersicht über die Grundlagen kapillarer Phänomene und die verfügbare Literatur zu offenen Kapillarströmungen. Da das Auftreten von Choking in kapillaren Strömungen bisher nicht betrachtet worden ist, werden die Auswirkungen dieses Effektes in ähnlichen Strömungen dargestellt.

In Kapitel 3 wird ein eindimensionales, stationäres Strömungsmodell zur theoretischen Beschreibung der Strömung aufgestellt. Wesentliche Bestandteile dieses Abschnitts sind die Darstellung der Grundannahmen und Definition der Strömungskennzahlen sowie die Modellierung der freien Flüssigkeitsoberflächen und des irreversiblen Druckverlustes der Strömung. Das resultierende nichtlineare Differentialgleichungssystem wird numerisch gelöst und liefert den maximalen Volumenstrom der Strömung sowie alle fundamentalen Strömungsgrößen längs des Kanals. Hierzu zählen insbesondere die Profile der Flüssigkeitsoberflächen.

Kapitel 4 befasst sich mit den physikalischen Ursachen, die zur Beschränkung des Volumenstroms der Strömung führen. Hier wird dargestellt, inwieweit Ähnlichkeiten zu bekannten Strömungen existieren und welche Schlussfolgerungen sich daraus für offene Kapillarströmungen ableiten lassen. Als zentrale Größe wird dabei der Geschwindigkeitsindex  $S = v/v_c$  als Quotient aus der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und der longitudinalen Kapillar-

wellengeschwindigkeit  $v_c$  analog zur MACH- und FROUDE-Zahl eingeführt. Die theoretischen Betrachtungen zeigen, dass der Choking-Effekt auftritt, sobald der Geschwindigkeitsindex lokal den Wert  $S = 1$  annimmt. Unter diesen Bedingungen ist der Volumenstrom maximal und kann prinzipiell unter Erhalt der Stationarität der Strömung nicht erhöht werden.

Die Kapitel 5 und 6 beschreiben den Aufbau, die Durchführung und die Auswertung der Experimente, die unter kompensierter Gravitation im Fallturm in Bremen und an Bord der Höhenforschungsrakete TEXUS-37 durchgeführt wurden. Ziel ist es, die Profile der Flüssigkeitsoberflächen, den maximalen Volumenstrom der stabilen Strömung sowie den Geschwindigkeitsindex zu bestimmen. Dabei wurde angestrebt, durch Variation der Kanalabmessungen und durch Verwendung verschiedener Testflüssigkeiten einen möglichst großen Kennzahlbereich abzudecken.

Die Darstellung der experimentellen Beobachtungen sowie die Diskussion der Ergebnisse erfolgt in Kapitel 7. Die Verifizierung des Strömungsmodells wird anhand des Vergleichs der experimentell und theoretisch bestimmten Profile sowie der maximalen Volumenströme vorgenommen, für die sich eine gute Übereinstimmung herausstellt. Diesem Vergleich geht eine ausführliche Darstellung der Profilvermerkmale und der Reproduzierbarkeit der Experimente voraus. Die anschließende Diskussion des experimentell und numerisch ermittelten Geschwindigkeitsindex bestätigt den theoretisch vorhergesagten Choking-Effekt. Die numerischen Rechnungen zeigen, dass der Geschwindigkeitsindex für den maximalen Volumenstrom gegen den Wert  $S = 1$  strebt. Oberhalb dieses Volumenstroms existieren keine Lösungen der stationären Modellgleichungen. Dieses Ergebnis wird durch die Experimente bestätigt, auch wenn aufgrund der unvermeidbaren instationären Randbedingungen das Strömungslimit nicht exakt erreicht wird. Als weiterer Aspekt der Untersuchungen wird die Auswirkung des irreversiblen Druckverlustes auf die Strömung betrachtet. Zu diesem Zweck wird eine numerische Parametervariation durchgeführt, aus der hervorgeht, dass die Strömung durch verschiedene Kennzahlbereiche klassifiziert werden kann, in denen die Oberflächenprofile und Geschwindigkeitsindizes signifikant unterschiedliche Merkmale aufweisen. Insbesondere zeigt sich, dass der Choking-Effekt in sehr stark viskosen Strömungen seine Wirkung verliert. Abschließend befasst sich die Arbeit mit Näherungslösungen für einzelne Kennzahlbereiche. Diese können im Hinblick auf technische Anwendungen zur Abschätzung des kritischen Volumenstroms in offenen Kapillarkanälen und zum Verständnis des Strömungsphänomens beitragen.

In Kapitel 8 wird die Arbeit zusammengefasst. Kapitel 9 gibt einen Ausblick auf weiterführende Experimente und theoretische Ansätze. Spezielle Details des theoretischen Modells und der Experimentauswertung sind in den Anhängen A bis C aufgeführt.



## 2 Stand der Forschung

Der Flüssigkeitstransport in offenen Kapillarkanälen ist nur in Umgebungen möglich, in denen der hydrostatische Druck der Flüssigkeit klein gegenüber dem Kapillardruck der Flüssigkeitsoberfläche ist. Nur unter diesen Bedingungen können die Kapillarkräfte die Flüssigkeit im Kanal halten. Um diese Voraussetzung zu erfüllen, darf die charakteristische Länge der Flüssigkeitsoberfläche, entlang derer die Beschleunigung wirkt, nicht wesentlich größer als die Kapillarlänge  $l_c = \sqrt{2\sigma/(\rho g)}$ <sup>1)</sup> (vgl. Landau & Lifschitz, 1991) sein. Infolge der vergleichsweise starken Gravitation ist auf der Erde  $l_c \sim \mathcal{O}(10^{-3} \text{ m})$  und die erdgebundene Anwendung offener Kapillarkanäle daher auf geringe geometrische Abmessungen beschränkt. In der Computertechnologie beispielsweise werden sie als Mikroheatpipes zur Kühlung von Prozessoren eingesetzt (Dunn & Reay, 1994).

Ist die Gravitation jedoch klein oder teilweise kompensiert<sup>2)</sup>, wie im interplanetaren Raum bzw. auf orbitalen Bahnen, lassen sich wesentlich größere Kapillarlängen erreichen, so dass unter diesen Bedingungen vergleichsweise große Kapillarkanäle realisiert werden können. In der Raumfahrttechnologie werden solche Kanäle daher genutzt, um Flüssigkeiten beliebig zu positionieren und über große Distanzen zu transportieren. Typische Anwendungsgebiete sind thermale Systeme wie Heatpipes oder kapillargetriebene Kreisläufe (Gilmore, 1994) und Systeme zur Handhabung von Flüssigkeiten, wie beispielsweise Abwässer, Kondensate oder Treibstoffe (Jaekle, 1991; Rollins *et al.*, 1985; Kostner & Sani, 1990).

Um zu verdeutlichen, wie sich die Grenzen des Flüssigkeitstransports in offenen Kapillarkanälen auf die Auslegung solcher Systeme auswirkt, gibt der folgende Abschnitt eine Übersicht über den Einsatz von Kapillarkanälen zur Förderung von Treibstoffen in Oberflächenspannungstanks von Raumfahrzeugen. Im Anschluss daran werden die Grundlagen zur Beschreibung kapillarer Strömungen zwischen parallelen Platten dargestellt und die relevanten Publikationen zu offenen Kapillarströmungen aufgeführt. Da die grundlegenden Aspekte zum Auftreten von Choking in kapillaren Strömungen bisher nicht betrachtet wurden, wer-

---

<sup>1)</sup>Hierin bezeichnet  $\sigma$  die Oberflächenspannung,  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit und  $g$  die herrschende Beschleunigung.

<sup>2)</sup>Für den Begriff kompensierte Gravitation sind in der Literatur auch die Begriffe Schwerelosigkeit oder Mikrogravitation ( $\mu g$ ) gebräuchlich. Schwerelosigkeit wird dann erreicht, wenn die aufgrund der Gravitation auf einen Körper wirkende Volumenkraft durch eine entgegengerichtete Kraft kompensiert wird, die aus der Beschleunigung des Bezugssystems resultiert.

den abschließend die bisherigen Erkenntnisse über diesen Effekt in ähnlichen Strömungen zusammengefasst.

**Bemerkung:** Zur Unterscheidung zwischen dimensionslosen und dimensionsbehafteten Größen wird die folgende Notation verwendet: Alle dimensionsbehafteten Variablen der betrachteten Kanalströmung werden mit einem Hochkomma ' gekennzeichnet, alle dimensionslosen Variablen sowie dimensionsbehaftete Parameter und feste Größen werden nicht gekennzeichnet.

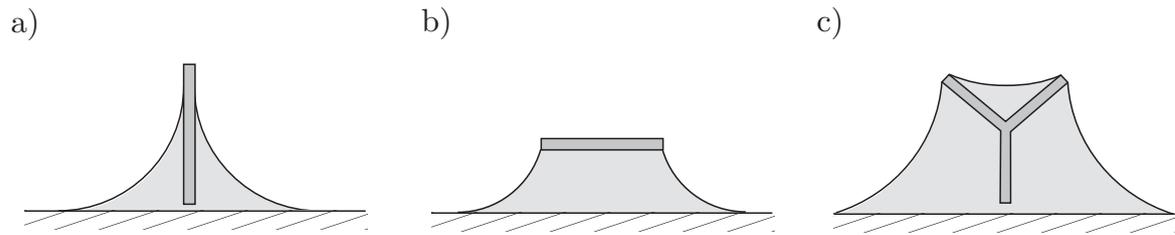
### 2.1 Treibstoffhandhabung in Oberflächenspannungstanks

In Oberflächenspannungstanks von Raumfahrzeugen werden sog. Treibstoff-Handhabungs-Geräte (amerikanisch: **Propellant Management Devices**, PMDs) eingesetzt, um den Tankauslass während eines Manövers stets ausreichend mit gasblasenfreiem Treibstoff zu versorgen. Das PMD besteht aus mehreren offenen Kapillarkanälen, die sich kapillargetrieben, d. h. ohne aktive Förderung von außen, füllen. Eine Übersicht über die gebräuchlichen PMD-Techniken bieten die Artikel von Rollins *et al.* (1985) und Kostner & Sani (1990). Die Funktionsweise, Anwendung und Auslegung verschiedener PMD-Komponenten ist ausführlich in den Arbeiten von Jaekle (1991, 1993, 1995, 1997) beschrieben.

Die Kapillarkanäle werden meist durch schmale Leitbleche (engl. „Vanes“) gebildet, die senkrecht („Simple Vane“) oder parallel zur Tankschale („Ribbon Vane“) montiert sind (vgl. Abb. 2.1(a), (b)), aber auch komplexere Strukturen wie in Abb. 2.1 (c) dargestellt oder mit Bohrungen versehene Röhren und rechteckige Galleriearme mit siebbedeckten Öffnungen werden eingesetzt. Aufgrund der guten Benetzungseigenschaften der Treibstoffe füllen sich die Kapillarkanäle eigenständig, und bei geeignetem Design lässt sich somit eine Flüssigkeitsverbindung zwischen dem Treibstoffvolumen und dem Tankauslass herstellen. Der Vorteil von „Vanes“ gegenüber druckbeaufschlagten Membranen<sup>3)</sup> besteht nach Jaekle (1991) in ihrem

---

<sup>3)</sup>In Membrantanks ist der Treibstoff blasenfrei in einer flexiblen Membran eingeschlossen. Diese Tanks können alternativ zu den PMDs eingesetzt werden, wenn nur einkomponentige Treibstoffe (in der Regel Hydrazin) zum Einsatz kommen sollen und wenn das Missionsprofil das höhere Gewicht und eine geringere Lebensdauer der Membran zulässt. Einen Einblick in den Aufbau und die Funktionsweise solcher Tanks, eine Darstellung ihrer Vor- und Nachteile gegenüber PMDs sowie eine Aufstellung über den Einsatz von Membrantanks in bisherigen Raumfahrtmissionen gibt der Übersichtsartikel von Ballinger *et al.* (1995). Über die jüngste Entwicklung eines neuartigen Membranstoffes sowie das konkrete Design eines neuen, sehr leichten Membrantanks mit geringen Herstellungskosten wird bei Ballinger & Sims (2003) und Tam *et al.* (2004) berichtet. Als weitere Alternative zu den PMDs wurde von Gluck & Gille (1965) vorgeschlagen, den Treibstoff durch Erzeugen einer geringen Beschleunigung über dem Tankauslass zu positionieren. Diese Methode hat sich jedoch in der Praxis nicht durchgesetzt.



**Abbildung 2.1:** Gebräuchliche Leitbleche („Vanes“) zur Treibstoffhandhabung in PMDs nach Jaekle (1991) (Querschnitt). (a) „Simple Vane“. (b) „Ribbon Vane“. (c) „Complex Combination“.

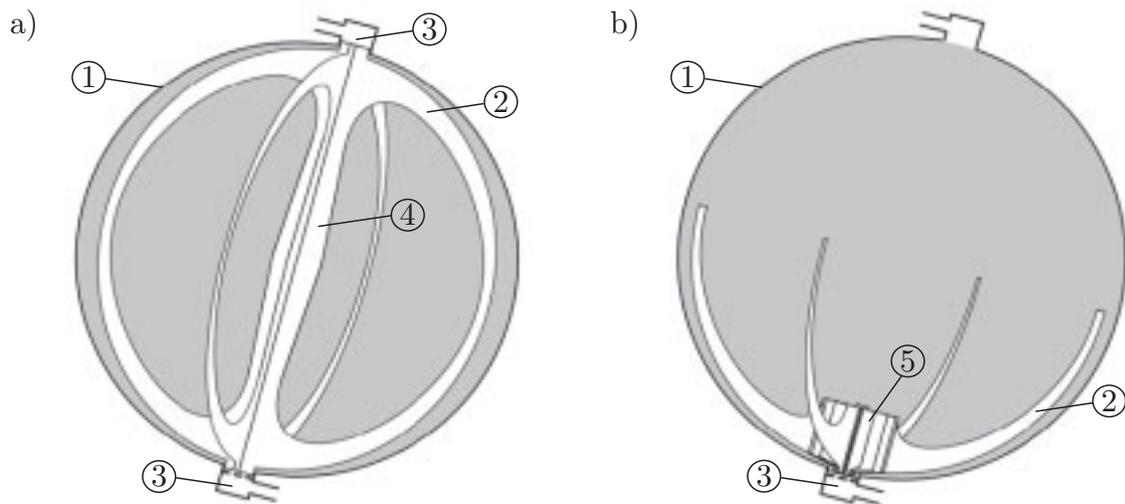
geringen Gewicht, ihrer hohen Zuverlässigkeit (keine bewegten Teile) und ihrer Werkstoffkompatibilität zu Treibstoffen (der Tank kann vollständig aus Titan gefertigt werden). Somit sind sie beständig gegenüber den aggressiven Treibstoffen Distickstofftetroxid (MON,  $N_2O_4$ ), Monomethylhydrazin (MMH,  $CH_6N_2$ ) oder Hydrazin ( $N_2H_4$ ).

Je nach Missionsanforderungen sind zwei Tanktypen gebräuchlich: Das so genannte „Flexible Demand System“ nach Abb. 2.2(a) und das „Refillable Component System“ gemäß Abb. 2.2(b). In Ersterem wird der Treibstoff direkt zum Tankauslass gefördert, so dass das Triebwerk unabhängig von der Art des Manövers kontinuierlich versorgt werden kann. Aufgrund der Beschränkung des Volumenstroms und der destabilisierenden Wirkung des resultierenden hydrostatischen Drucks sind solche Tanksysteme nur für geringe Beschleunigungen geeignet. Um Gaseinbrüche in die offene Flüssigkeitsströmung zu vermeiden, werden in der Anwendung die Volumenströme auf wenige  $cm^3/s$  und Beschleunigungen in der Größenordnung von  $10^{-4} g_0$  ( $g_0$  ist die Erdbeschleunigung) beschränkt (vgl. Jaekle, 1991; Netter, 1999). Ein solches „Flexible Demand System“ ist beispielsweise im Satelliten GLOBALSTAR eingesetzt worden (vgl. Netter, 1999).

Um höhere Volumenströme und Beschleunigungen realisieren zu können, werden in „Refillable Component Systemen“ wiederbefüllbare Komponenten wie beispielsweise Reservoirs, poröse Medien oder plissierte Siebstrukturen eingesetzt. Diese sind direkt vor dem Tankauslass montiert und werden durch die Kapillarkanäle während der antriebslosen Bewegung des Satelliten gefüllt. Die Versorgung unterbricht in der Regel während eines Manövers, so dass das Triebwerk dann nur aus dem vor dem Tankauslass gehaltenen Treibstoffvolumen gespeist werden kann. Nach Ende des Manövers werden die Speicherkomponenten wieder selbsttätig durch die „Vanes“ befüllt. Der indische Satellit INSAT beispielsweise ist mit einem solchen Tank ausgestattet. Einen Überblick über die Funktionsweise und Verifikation sowie über experimentelle Untersuchungen des dort eingesetzten wiederbefüllbaren Reservoirs geben die Artikel von Netter & Dreyer (1992), Netter *et al.* (1999) und Netter *et al.* (2000).

Grundsätzlich muss bei beiden Typen von PMDs der Volumenstrom bekannt sein, der maximal in den Kapillarkanälen realisiert werden kann. Im „Flexible Demand System“ darf

## 2 Stand der Forschung



**Abbildung 2.2:** Gebräuchliche Typen von Oberflächenspannungstanks zur Treibstoffhandhabung nach Jaekle (1991). (a) „Flexible Demand System“. (b) „Refillable Component System“. (1) Tankschale, (2) Vanes, (3) Tankauslass, (4) Zentralkanal, (5) wiederbefüllbares Reservoir.

dieser nicht überschritten werden, um ein Einbruch von Gas in die Versorgungsleitung des Triebwerks zu vermeiden, und beim „Refillable Component System“ muss das Wiederbefüllen der Speicherkomponenten innerhalb einer definierten Zeitspanne vor dem Beginn des nächsten Manövers abgeschlossen sein. Da das Prinzip der Volumenstrombeschränkung bisher wenig erforscht ist, sind derzeit zur Auslegung von Tanksystemen hohe Sicherheitsfaktoren erforderlich. Zwar verfügt die Literatur über eine Vielzahl von Artikeln, die konkrete Designs für spezielle Missionsprofile beschreiben, wie beispielsweise von Voss & Hattis (1984) für das Space Shuttle, von Baralle & Fournier (1989) für die Telekommunikationsplattform EUROSTAR, von Devey *et al.* (1990) für den OLYMPUS-Satelliten, von Tam *et al.* (1996, 1998, 2002) für den Kommunikationssatelliten HS 601 und für interplanetare Missionen sowie von Debreceni *et al.* (1995, 1996, 1997, 1998, 2001, 2003, 2004) für verschiedenen Anwendungen. Es liegen jedoch bisher nur zwei Arbeiten von Jaekle (1991) und Srinivasan (2003) vor, die sich mit den Grenzen des Flüssigkeitstransportes in offenen Kapillarkanälen befassen und hierzu numerische und semi-analytische Abschätzungen des maximalen Volumenstroms vorlegen. Sie werden in Kapitel 2.3 diskutiert.

## 2.2 Oberflächenspannung, Randwinkel und Kapillarität

Dieser Abschnitt fasst die im Rahmen dieser Arbeit erforderlichen Grundlagen kapillarer Phänomene zusammen. Hierzu gehören die Oberflächen- und Grenzflächenspannung, der Kapillardruck gekrümmter Flüssigkeitsoberflächen, der Randwinkel zwischen Flüssigkeiten und

Festkörpern sowie die Kapillarität. Hinsichtlich einer umfangreichen Darstellung der Theorie des kapillaren Fluidverhaltens, insbesondere unter dem Aspekt der historischen Entwicklung, sei auf die Arbeiten von Minkowski (1903) und Bakker (1928) verwiesen.

Die Oberflächenspannung von Flüssigkeiten resultiert aus einer Wechselwirkung zwischen den Molekülen an der Grenzfläche zur angrenzenden Gasphase. Aufgrund ihrer thermischen kinetischen Energie nach der BOLTZMANN-Verteilung gelingt es stets einer Anzahl von Molekülen, die Flüssigkeit zu verlassen und im Gasraum einen Dampfdruck einzustellen. Im thermodynamischen Gleichgewicht ist die Rate der verdampfenden und kondensierenden Moleküle gleich, dennoch verarmen die obersten Lagen der Flüssigkeit an Molekülen, und es stellt sich ein in die Flüssigkeit gerichteter Dichtegradient ein. Die Schicht, in der dieser Vorgang stattfindet, wird als Kapillarschicht bezeichnet (Bakker, 1928) und misst nur wenige Moleküldurchmesser, was für normale Flüssigkeiten am Siedepunkt einer Schichtdicke von etwa einem Nanometer entspricht (vgl. Brezesinski & Mögel, 1993). Die geringere Dichte in der Kapillarschicht führt zu einem größeren lateralen Abstand der Moleküle verglichen mit ihrem Gleichgewichtsabstand im Inneren der Flüssigkeit. Während sich nach dem Molekülwechselwirkungspotential die abstoßenden und anziehenden zwischenmolekularen Kräfte für den Gleichgewichtsabstand kompensieren, überwiegt für größere Abstände die Anziehung, so dass tangential zur Oberfläche eine Kraft  $F'$  resultiert. Diese ist proportional zur Länge  $L'$  senkrecht zur Krafrichtung, und der Quotient

$$\sigma \equiv \frac{F'}{L'} \quad (2.1)$$

wurde als Oberflächenspannung mit der SI-Einheit N/m definiert. Da die Kraft  $F'$  ursächlich auf thermodynamischen Wechselwirkungen in der Kapillarschicht beruht, ist Oberflächenspannung temperaturabhängig und nimmt im Allgemeinen mit zunehmender Temperatur ab.

Bei der Überführung eines Moleküls aus dem Inneren der Flüssigkeit in die Kapillarschicht muss Arbeit gegen die Kraft  $F'$  verrichtet werden. Eine Vergrößerung der Oberfläche  $A'_S$  führt daher zu einer Zunahme der molekularen Energie der Kapillarschicht. Mit der differentiellen Form der Gl. (2.1) gilt für die aufzubringende Arbeit  $dW' = \iint dF' dx' = \sigma \iint dL' dx'$ , wobei  $dL' dx' = dA'_S$  die Änderung der Oberfläche bestimmt. Der Quotient aus der aufgewendeten Arbeit pro neuer Oberfläche wird auch als die spezifische Oberflächenenergie

$$\sigma = \frac{dW'}{dA'_S} \quad (2.2)$$

bezeichnet (Einheit J/m<sup>2</sup>) und ist identisch mit der Oberflächenspannung.

An einer gekrümmten Oberfläche resultiert aus der Kraft  $F'$  eine senkrechte Komponente  $F'_\perp$ , die auf den Krümmungsmittelpunkt gerichtet ist. Für den durch sie verursachten

## 2 Stand der Forschung

Kapillar- oder Krümmungsdruck  $p' - p'_a = F'_\perp/A'_S$  gilt die Beziehung

$$p' - p'_a = -\sigma \left( \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} \right) = -\sigma h' \quad (2.3)$$

(Landau & Lifschitz, 1991). Darin sind  $p'$  und  $p'_a$  die statischen Drücke in der Flüssigkeit bzw. im Gasraum und  $R'_1$ ,  $R'_2$  die Hauptkrümmungsradien der Flüssigkeitsoberfläche. Letztere definieren die doppelte mittlere Oberflächenkrümmung  $h'$  (vgl. Bronstein & Semendjajew, 1987). Gl. (2.3) wurde bereits 1806 von LAPLACE postuliert und 1830 von GAUSS durch die Ermittlung der Gleichgewichtskonfigurationen statischer Grenzflächen mittels Minimierung der Oberflächenenergie bestätigt. Sie trägt daher auch die Bezeichnung GAUSS-LAPLACE-Gleichung.

Das Konzept der Oberflächenspannung vernachlässigt die Kraftwechselwirkung der Moleküle der Flüssigkeit mit denen der angrenzenden Gasphase. Dies ist in der Regel gerechtfertigt, da infolge der geringen Dichte des Gases die Kapillarkräfte im Wesentlichen aus der Wechselwirkung der Flüssigkeitsmoleküle in der Kapillarschicht resultieren. Andere Verhältnisse entstehen, wenn die Flüssigkeit mit einer anderen nichtmischbaren Flüssigkeit oder einem Festkörper in Kontakt tritt. Die Kapillarkraft hängt dann von den beteiligten Stoffen ab, da die Kohäsions- und Adhäsionskräfte<sup>4)</sup> gleichermaßen wirken. In diesem Fall werden die Gleichungen (2.1) und (2.2) als Grenzflächenspannung bzw. als spezifische Grenzflächenenergie bezeichnet.

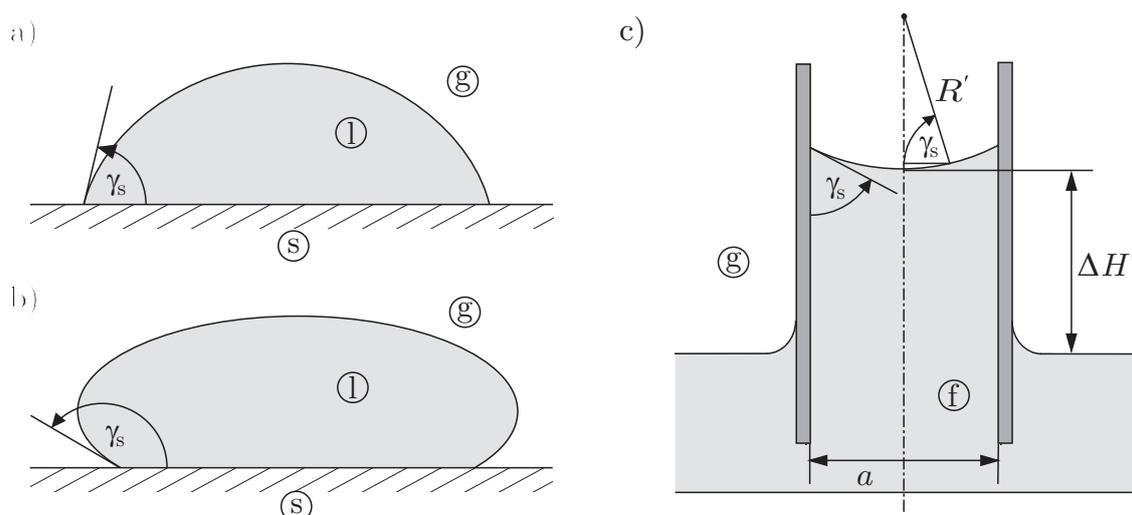
Grenzflächenspannungen sind entscheidend für Benetzungsvorgänge an Festkörpern. Bringt man einen Tropfen einer Flüssigkeit in Kontakt mit einem durch ein Gas umgebenen Festkörper, dann stellen sich je nach Verhältnis der wirkenden Adhäsions- und Kohäsionskräfte unterschiedliche Formen des Flüssigkeitstropfens ein. Überwiegen die Kohäsionskräfte an der Grenzfläche zwischen der Flüssigkeit und dem Festkörper gegenüber den Adhäsionskräften, nimmt der Tropfen eine nahezu kugelförmige Gestalt an. Mit zunehmenden Adhäsionskräften flacht der Tropfen ab, und im Fall sehr großer Adhäsion wird der Festkörper vollständig benetzt. Für die statische Konfiguration leitete Young (1805) aus der Kräftebilanz an der Randlinie (Berührungslinie), an der die Grenzflächenspannungen der Flüssigkeit, des Festkörper und des Gases zusammenwirken, die Beziehung

$$\sigma_{sg} - \sigma_{sl} = \sigma_{lg} \cos \gamma_s \quad (2.4)$$

ab. Die paarweise auftretenden Indizes  $s$ ,  $l$  und  $g$  stehen für die jeweils miteinander wechselwirkenden Phasen solid, liquid bzw. gaseous. Der statische Randwinkel  $\gamma_s$  ist der Winkel, den die Tangente der Flüssigkeitsoberfläche mit dem Festkörper einschließt. Stabile Zustände sind nur für  $|\sigma_{sg} - \sigma_{sl}| \leq \sigma_{lg}$  möglich, was einem Randwinkelbereich von  $0^\circ \leq \gamma_s \leq 180^\circ$  entspricht. Als benetzend wird eine Flüssigkeit bezeichnet, wenn sie mit dem Festkörper einen

---

<sup>4)</sup>Die Kraftwechselwirkung zwischen Atomen und Molekülen gleicher Art wird als Kohäsion, die zwischen Atomen und Molekülen verschiedener Art als Adhäsion bezeichnet.



**Abbildung 2.3:** Statischer Randwinkel  $\gamma_s$  eines Flüssigkeitstropfens auf einer festen Oberfläche. (a) Benetzend. (b) Nichtbenetzend. (c) Statischer Randwinkel  $\gamma_s$  und Steighöhe  $\Delta H'$  einer Flüssigkeitssäule zwischen zwei sehr breiten parallelen Platten.

Randwinkel im Bereich  $0^\circ \leq \gamma_s < 90^\circ$  einstellt (Abb. 2.3(a)), für den Randwinkelbereich  $90^\circ < \gamma_s \leq 180^\circ$  dagegen gilt sie als nichtbenetzend (Abb. 2.3(b)).

Im Fall einer bewegten Randlinie, wie etwa bei einem Beschichtungsvorgang, weicht der so genannte dynamische Randwinkel<sup>5)</sup>  $\gamma_d$  im Allgemeinen vom statischen Randwinkel ab. Der dynamische Randwinkel ist abhängig von der Viskosität und der Oberflächenspannung der Flüssigkeit sowie von der Relativgeschwindigkeit  $v'$  zwischen Flüssigkeit und Wand und der Bewegungsrichtung der Flüssigkeit. Hierbei wird zwischen dem Vorrückrandwinkel  $\gamma_{da}$  bei vorrückender und dem Nachrückrandwinkel  $\gamma_{dr}$  bei nachrückender Randlinie unterschieden. Typischerweise nimmt ersterer mit zunehmender Benetzungsgeschwindigkeit zu und letzterer mit zunehmender Entnetzungsgeschwindigkeit ab, wie die Arbeit von Dussan V. (1979) zeigt. Dabei kann beim Übergang zwischen Be- und Entnetzung eine Hysterese auftreten, so dass im Grenzfall  $|v'| \rightarrow 0$  für die Randwinkel  $\gamma_{da} \neq \gamma_{dr}$  gilt. Des Weiteren beobachtet man für sehr kleine Benetzungsgeschwindigkeiten eine ruckartige Bewegung der Randlinie, die sich in einem Wechsel zwischen Gleiten und Haften des Flüssigkeitsmeniskus in Wandnähe äußert. Dieser als „Slip-Stick-Bewegung“ bezeichnete Effekt ist im Wesentlichen auf die Rauigkeit der

<sup>5)</sup> Gemeint ist hier der makroskopische Randwinkel, den die Tangente der freien Oberflächen bei makroskopischer Betrachtung mit der Wand bildet. Er genügt den Grundannahmen der Hydrodynamik und entspricht im statischen Fall dem durch die YOUNG'sche Gleichung (Gl. (2.4)) beschriebenen Randwinkel. Der mikroskopische Randwinkel stellt sich direkt an der Wand innerhalb der Ausdehnung der Kapillarschicht ein. Er lässt sich nicht durch makroskopische Kräfte beschreiben, da aufgrund der geringen Dicke der Kapillarschicht makroskopische Größen wie Oberflächenspannung und Viskosität nicht definierbar sind und daher auch die Hydrodynamik ihre Gültigkeit verliert. Einen Überblick über die Klassifizierung der Randwinkel gibt die Arbeit von Shikhmurzaev (1994).

## 2 Stand der Forschung

Wand zurückzuführen (Schwartz & Tejada, 1972). In der Literatur sind verschiedene Modelle zur Bestimmung des dynamischen Randwinkels bekannt. Im Hinblick auf die Bestimmung der Druckrandbedingung am Eintritt des Kapillarkanals (Kapitel 5.5) ist es ausreichend, die von Friz (1965) abgeleitete Beziehung

$$\tan \gamma_{da} = 3,4\text{Ca}^{1/3} \quad \text{mit} \quad \text{Ca} = \frac{\mu v'}{\sigma} \quad (2.5)$$

zu verwenden. Darin ist  $\text{Ca}$  die KAPILLAR-Zahl und  $\mu$  die dynamische Viskosität. Für kleine  $\text{Ca}$  stimmt Gl. (2.5) innerhalb einer hinreichenden Genauigkeit mit den experimentellen Ergebnissen von Hoffmann (1975) überein. Eine genauere Bestimmung des Vorrückrandwinkels ist durch die von Jiang *et al.* (1979) und Bracke *et al.* (1989) formulierten empirischen Korrelationen gegeben, die durch die zusätzliche Berücksichtigung des statischen Randwinkels jeweils eine Approximation der Daten von Hoffmann über einen größeren Bereich der KAPILLAR-Zahl erreichen.

Die Kraftwechselwirkung zwischen Festkörpern und Flüssigkeiten wird im Allgemeinen als Kapillarität bezeichnet, und der aus ihr resultierende Randwinkel ist die Ursache für eine Reihe von kapillaren Transportphänomenen. Die Kapillarität bewirkt das Ansteigen benetzender Flüssigkeiten an Gefäßwänden bzw. das Absinken nichbenetzender Flüssigkeiten (Kapillardepession). Die Höhendifferenz  $\Delta H'$  zwischen der Randlinie und der nicht gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche der übrigen Flüssigkeit ist dabei eine Funktion des Randwinkels. In engen Gefäßen führt dieser Effekt zur Bildung von Flüssigkeitsmenisken, deren Oberflächen vollständig gekrümmt sind. Bringt man beispielsweise zwei sehr breite parallele Platten in einer benetzenden Flüssigkeit hinreichend nahe zusammen, so bildet sich nach Abb. 2.3(c) entsprechend des Randwinkels eine konkave Oberfläche mit konstantem Krümmungsradius  $R'$  aus. Da die Oberflächenkrümmung längs der Plattenbreite vernachlässigbar ist, stellt sich nach Gl. (2.3) mit  $R'_1 = R'$  und  $R'_2 = \infty$  in der Flüssigkeit an der Oberfläche ein Unterdruck gegenüber dem Umgebungsdruck ein, der eine Flüssigkeitsbewegung in den Spalt zwischen den Platten bewirkt. Im statischen Fall befindet sich der hydrostatische Druck der Flüssigkeitssäule im Spalt im Gleichgewicht mit dem Kapillardruck, und es lässt sich aus den geometrischen Beziehungen in Abb. 2.3(c) die Steighöhe

$$\Delta H' = \frac{2\sigma \cos \gamma_s}{a\rho g_0} = \frac{l_c^2 \cos \gamma_s}{a} \quad (2.6)$$

ermitteln (vgl. Dorfmueller & Hering, 1998). Diese hängt vom statischen Randwinkel  $\gamma_s$  sowie dem Verhältnis zwischen der Kapillarlänge  $l_c$  und dem Plattenabstand  $a$  ab. Für die Grenzfälle  $a \rightarrow 0$  und  $g_0 \rightarrow 0$  strebt  $\Delta H' \rightarrow \infty$ . Letzterer Effekt wird unter Schwerelosigkeit zum Antrieb von kapillaren Flüssigkeitsströmungen genutzt.

## 2.3 Strömungen in offenen Kapillarkanälen

### 2.3.1 Strömungsgrundlagen

Als offene Kapillarkanäle werden Strukturen beliebiger Geometrie bezeichnet, in denen Kapillarkräfte Flüssigkeitsströmungen mit freier Oberfläche zu einer angrenzenden Gasphase ermöglichen. Die Kapillarkräfte halten die Flüssigkeit im Kanal und beeinflussen wesentlich die Eigenschaften der Strömung.

Unter isothermen Bedingungen werden Strömungen in offenen Kapillarkanälen in allgemeiner Form durch die dreidimensionale Kontinuitätsgleichung und die NAVIER-STOKES Gleichung (vgl. Bird *et al.*, 2002) beschrieben, die jeweils für die Gas- und Flüssigkeitsphase zu lösen sind. Hierbei gelten die folgenden Randbedingungen (vgl. Kistler & Schweizer, 1997):

R1 die Haftbedingung an den Wänden des Kanals, die erfordert, dass die Geschwindigkeit der Flüssigkeit hier verschwindet

R2 die kinematische Randbedingung, nach der die Geschwindigkeiten beider Phasen normal zur Grenzfläche identisch sein müssen

R3 die Spannungsbilanz an der Grenzfläche zwischen der Flüssigkeit und dem umgebenden Gas

$$\mathbf{n}(p' - p'_a) - \mathbf{n} \cdot (\mathbf{T} - \mathbf{T}_a) = -\sigma(\nabla_S \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + \nabla_S \sigma \quad (2.7)$$

R4 der Randwinkel  $\gamma$  der Grenzfläche an der Randlinie zur Wand.

In Gl. (2.7) bezeichnet  $\mathbf{n}$  den Einheitsnormalenvektor der Grenzfläche,  $p'$  den statischen Druck,  $\mathbf{T}$  den Spannungstensor und  $\nabla_S$  den Gradienten in den durch  $\mathbf{n}$  bestimmten Tangentialflächen. Die auf die Gasphase bezogenen Größen sind durch den Index „a“ gekennzeichnet. Der erste Term definiert die Druckdifferenz an der Grenzfläche, der zweite die Differenz der viskosen Spannungen, der dritte die Normalspannungsdifferenz bei Krümmung der Grenzfläche und der vierte Term die Tangentialspannungsdifferenz infolge von Gradienten der Oberflächenspannung. Letzterer ist ursächlich für die als Marangoni-Konvektion bekannte Strömung nahe der Flüssigkeitsoberfläche im Fall anliegender Temperaturgradienten (vgl. Antar & Nuoti-Antar, 1993).

Für gleichförmige Kanäle, deren Querschnitt sich längs des Strömungswegs nicht ändert, lässt sich die theoretische Beschreibung der Strömung erheblich vereinfachen. Da in vielen Fällen die Änderung des Strömungsquerschnitts längs des Kanals als klein vorausgesetzt werden kann, lassen sich solche Strömungen als eindimensional betrachten und im Rahmen der Stromfadentheorie (vgl. Spurk, 1987) behandeln. Unter diesen Bedingungen ist die Flüssigkeitsströmung durch die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $v'$  und den statischen Druck

## 2 Stand der Forschung

$p'$  definiert. Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, da im Allgemeinen die Viskosität der Gasphase wesentlich geringer ist als die der Flüssigkeit, so dass der Impulseintrag an der Grenzfläche von der Flüssigkeitsströmung in das Gas vernachlässigt werden kann. Die Gasphase kann daher als passiv betrachtet werden. Wegen  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{T} - \mathbf{T}_a) \simeq \mathbf{0}$ ,  $\nabla_S \cdot \mathbf{n} = 1/R'_1 + 1/R'_2$  (Kistler & Schweizer, 1997) und der als konstant vorausgesetzten Oberflächenspannung reduziert sich die Spannungsbilanz (2.7) auf die GAUSS-LAPLACE Gleichung (2.3). Für konstanten Umgebungsdruck folgt hieraus, dass  $p' \sim h'$  ist. Da für eindimensionale Strömungen der statische Druck in der Querschnittsebene definitionsgemäß gar nicht oder nur geringfügig variiert, besitzt jeder Punkt der Flüssigkeitsoberfläche in dieser Ebene die gleiche Krümmung. Unter diesen Bedingungen definiert die Oberfläche in der Querschnittsebene Kreisabschnitte mit dem Krümmungsradius  $R'$ , und unter Vernachlässigung der Krümmung der Oberfläche in Strömungsrichtung lässt sich Gl. (2.3) durch  $p' - p'_a = -h'_R = -1/R'$  approximieren. Diese Näherung vereinfacht die Modellierung der Strömung erheblich, da sowohl die Oberflächenkrümmung als auch die Querschnittsfläche dann analytisch bestimmt werden können und zwischen beiden Größen ein eindeutiger funktionaler Zusammenhang  $A' = A'(h'_R)$  besteht.

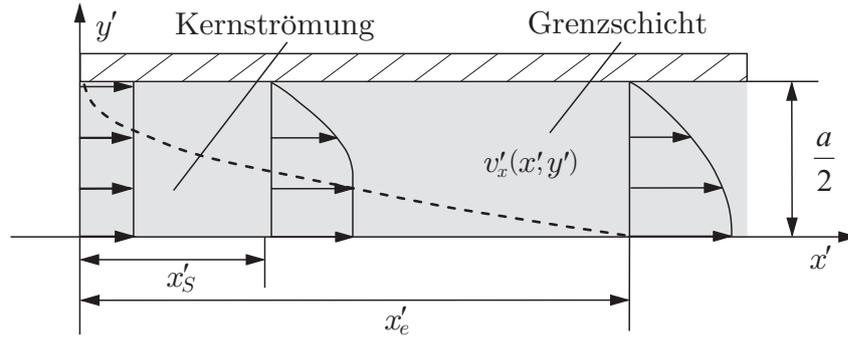
Um die in dieser Arbeit betrachtete kapillare Flüssigkeitsströmung zwischen zwei parallelen Platten eindimensional beschreiben zu können, muss der Druckverlust infolge viskoser Kräfte bekannt sein. Da die Längen der verwendeten Kanäle kleiner oder nur unwesentlich größer als die Einlaufängen sind, ist neben dem Druckverlust der voll ausgebildeten laminaren Strömung auch der zusätzliche Druckverlust der Einlaufströmung zu berücksichtigen.

Für die vollständig ausgebildete laminare Flüssigkeitsströmung zwischen zwei sehr breiten parallelen Platten existiert eine parabolische Geschwindigkeitsverteilung als analytische Lösung der zweidimensionalen NAVIER-STOKES-Gleichung. Aus ihr lässt sich der Druckverlust

$$p'_0 - p'_{vl}(x') = \frac{K_{pl}}{\text{Re}_h} \frac{x'}{D_h} \frac{\rho}{2} v'^2 \quad \text{mit} \quad \text{Re}_h = \frac{D_h v'}{\nu} \quad (2.8)$$

zwischen dem Kanaleintritt mit  $p'_0 = p'(x' = 0)$  und dem Druck  $p'_{vl}$  am Ort  $x'$  bestimmen (vgl. White, 1994). Darin ist  $v'$  die mittlere Strömungsgeschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte und  $\nu$  die kinematische Viskosität der Flüssigkeit.  $\text{Re}_h$  ist die mit dem hydraulischen Durchmesser des Kanals  $D_h$  gebildete REYNOLDS-Zahl und  $K_{pl}$  ein Verlustfaktor, für den  $K_{pl} = 96$  gilt.

Die der Gl. (2.8) zu Grunde liegende parabolische Geschwindigkeitsverteilung liegt jedoch in der Regel nicht ab dem Kanaleintritt vor, sondern entwickelt sich erst infolge der Grenzschichtausbildung innerhalb der so genannten Einlaufänge  $x'_e$  (vgl. Abb. 2.4). Dieser Vorgang wird als Einlaufströmung bezeichnet. Der Druckverlust der Einlaufströmung resultiert aus zwei Effekten, den viskosen Verlusten innerhalb der Grenzschicht und der konvektiven Beschleunigung der Kernströmung infolge der Ausbildung der Grenzschichten (vgl. White, 1991).



**Abbildung 2.4:** Schematische Darstellung der Geschwindigkeitsverteilung einer Einlaufströmung in einem Kanal aus sehr breiten parallelen Platten. Die Strömung ist symmetrisch bezüglich der Achse  $x'$ .

Mit der Bestimmung des Druckverlustes in solchen Einlaufströmungen befasst sich die Arbeit von Sparrow & Lin (1964). Darin wird die Impulsgleichung einer Flüssigkeitsströmung zwischen zwei sehr breiten parallelen Platten durch einen Ansatz gelöst, der die Differenz zwischen der lokalen Strömungsgeschwindigkeit und der parabolischen Verteilung der vollständig ausgebildeten Strömung als Superposition bestimmter Eigenfunktionen auffasst. Nach Kenntnis der Geschwindigkeitsverteilung lässt sich der ortsabhängige Eintrittsdruckverlust ermitteln, für den Sparrow & Lin

$$p'_0 - p'_{ve}(x') = K(\tilde{x}) \frac{\rho v'^2}{2} \quad (2.9)$$

mit der ortsabhängigen Verlustziffer

$$K(\tilde{x}) = 0,4 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\alpha_i^2} \{e^{-\alpha_i^2 \tilde{x}^*} - 2\} e^{-\alpha_i^2 \tilde{x}^*} - 2 \int_0^{\tilde{x}^*} \epsilon(\tilde{x}^*) \left( \frac{\partial \check{v}_x^*}{\partial \check{y}} \right)_{\check{y}=1} d\tilde{x}^* \quad (2.10)$$

angeben. Hierin sind  $\alpha_i$  die Lösungen der Eigenwertgleichung  $\tan \alpha_i = \alpha_i$  und  $\check{v}_x^*(\tilde{x}^*, \check{y})$  die dimensionslose Geschwindigkeitsverteilung. Diese hängt von  $\check{y} = 2y'/a$  und der gedehnten Koordinate  $\tilde{x}^*$  ab, die über den Dehnungsfaktor  $\epsilon(\tilde{x}^*)$  mit der dimensionslosen Koordinate  $\tilde{x} = 16x'/(Re_h D_h)$  gekoppelt ist. Da Gl. (2.9) nur den aus der Einlaufströmung resultierenden Druckverlust definiert, der zusätzlich zum Druckverlust der ausgebildeten laminaren Strömung berücksichtigt werden muss, gilt  $p'_0 - p'_{ve}(x') = \text{const}$  für  $x' > x'_e$ . Der Gesamtdruckverlust der Strömung ergibt sich daher aus der Summe von Gl. (2.8) und Gl. (2.9). Weitere Einzelheiten zur Herleitung und Bestimmung der Verlustziffer  $K(\tilde{x})$  sind in Anhang B aufgeführt.

### 2.3.2 Literaturübersicht

Die in der Literatur untersuchten Flüssigkeitsströmungen in offenen Kapillarkanälen lassen sich in zwei Kategorien gliedern: in kapillargetriebene Strömungen und in erzwunge-

## 2 Stand der Forschung

ne Strömungen. Erstere entstehen infolge eines Gradienten des Kapillardrucks längs des Strömungsweges, wie beispielsweise beim spontanen Einströmen von Flüssigkeiten in Kapillarkanäle oder bei der Ausbreitung von Kapillarwellen. Letztere werden durch aktive Entnahme eines Volumenstroms am Auslass des Kanals erzeugt. Die meisten Autoren verwenden den oben dargestellten eindimensionalen Strömungsansatz, bei dem die Krümmung der Oberfläche in Strömungsrichtung vernachlässigt und in der Querschnittsebene als konstant betrachtet wird.

Zur Kategorie kapillargetriebener Strömungen zählt der von Dreyer *et al.* (1994) experimentell und theoretisch untersuchte kapillare Flüssigkeitsanstieg zwischen zwei parallelen Platten. Die Experimente wurden im Fallturm an Kanälen mit unterschiedlichen Abmessungen und für verschiedene Flüssigkeiten durchgeführt. Die Kanäle standen dabei aufrecht in einem Flüssigkeitsbehälter, der bis zu einer bestimmten Höhe mit der Testflüssigkeit gefüllt war. Unter kompensierter Gravitation während des freien Falls der Experimente wurde das kapillar getriebene Füllen der Kanäle beobachtet. Für den Strömungsweg der Flüssigkeit vom Flüssigkeitsbehälter in den Kanal wird eine eindimensionale Impulsbilanz angegeben, deren Lösung die zeitabhängige Meniskusposition in guter Übereinstimmung mit den Experimenten vorhersagt. Anhand einer zeitabhängigen Kräftebilanz werden drei Zeitbereiche identifiziert, in denen das Einströmen der Flüssigkeit in den Kanal durch unterschiedliche Effekte beeinflusst wird. Die Untersuchungen zeigen weiter, dass die Geschwindigkeit der Strömung den Wert

$$v_{max} = 1,021\tilde{v}_c\sqrt{1 - \Lambda^{-1}} \quad (2.11)$$

nicht überschreitet. Darin ist  $\tilde{v}_c = \sqrt{2\sigma/(\rho a)}$  eine charakteristische Geschwindigkeit der Kapillarströmung und  $\Lambda = b/a$  das Aspektverhältnis aus der Breite  $b$  und dem Spaltabstand  $a$  des Kanals.

Romero & Yost (1996) befassen sich theoretisch mit einer spreitenden Flüssigkeit in einem V-förmigen Kapillarkanal. Unter Vernachlässigung der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche in Strömungsrichtung zeigen sie, dass die Position der Benetzungsfront proportional zu  $\sqrt{Dt}$  ist.  $t$  bezeichnet die Zeit und  $D$  einen Diffusionskoeffizienten, der von den Stoffgrößen, dem Randwinkel der Flüssigkeit und dem Öffnungswinkel des Kanals abhängt.

In der Arbeit von Weislogel & Lichter (1998) wird eine Flüssigkeitsströmung in der Kante eines Behälters betrachtet. Ähnlich wie in der Arbeit von Dreyer *et al.* (1994) lassen die theoretischen Ergebnisse unterschiedliche Zeitbereiche erkennen, in denen die Kapillarströmung unterschiedlichen Gesetzmäßigkeiten unterliegt. Dieses Verhalten wird durch Experimente im Fallturm bestätigt. Die Bestimmung des viskosen Druckverlustes basiert auf Ansätzen von Ayyswamy *et al.* (1974) und Ransohoff & Radke (1988). Beide Arbeiten untersuchen konstante Strömungen in offenen Kanälen mit V-förmigen Querschnitten und geben jeweils zweidimensionale Lösungen der Strömung sowie Reibungsfaktoren der laminaren Strömung als Funktion des Randwinkels und des halben Öffnungswinkels des Kanals an.

Die Ausbreitung kapillargetriebener longitudinaler Wellen längs einer „Simple Vane“ entsprechend Abb. 2.1(a) wurde von Der (1991) analysiert. Das herangezogene Strömungsmodell besteht aus der eindimensionalen, zeitabhängigen Kontinuitäts- und Impulsgleichung unter Vernachlässigung der viskosen Strömungsverluste und der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche in Strömungsrichtung. Der Autor zeigt, dass die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit von dem der Vane anhaftenden Flüssigkeitsvolumen abhängt. Solange der Krümmungsradius  $R'$  der Oberfläche in der Querschnittsebene kleiner oder gleich der Höhe der Vane ist, ist die Wellengeschwindigkeit durch die Definition

$$c' = \sqrt{\sigma/(2\rho R')} \quad (2.12)$$

gegeben. Für größere Radien hängt sie dagegen zusätzlich noch von der Höhe der Vane ab.

Mit dem Ziel, den maximalen Volumenstrom in Oberflächenspannungstanks zu bestimmen, modelliert Jaekle (1991) die Strömung des Treibstoffs in einem „Flexible Demand System“ (vgl. Abb. 2.2(a)). Das betrachtete Kanalsystem ist aus Symmetriegründen auf eine „Simple Vane“ an der Tankwand und einem parallel dazu positionierten V-förmigen Teilkanal des Zentralkanals längs der Mittelachse des Tanks reduziert. Zur Beschreibung der Strömung wird die eindimensionale Impulsgleichung ebenfalls unter Vernachlässigung der Oberflächenkrümmung in Strömungsrichtung aufgestellt und numerisch gelöst. Dabei wird der laminare Reibungsverlust durch einen mittleren Reibungsfaktor abgeschätzt, was nach Einschätzung des Autors zu einer deutlichen Überbewertung des Volumenstroms führen kann. Die Modellrechnungen liefern den Krümmungsradius der Oberfläche in Abhängigkeit vom Strömungsweg. Es zeigt sich, dass bei vorgegebenem Krümmungsradius am Kanaleintritt nicht zu jedem beliebigen Volumenstrom eine stationäre Lösung der Modellgleichungen existiert, da ab einem bestimmten Wert die Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche längs der „Simple Vane“ unverändert bleibt, während sie sich längs des Zentralkanals noch ändern kann. Der Autor führt dies auf den aus der Gasdynamik bekannten Choking-Effekt zurück, der auftritt, sobald das Fluid eine kritische Strömungsgeschwindigkeit erreicht. Für die spezielle Geometrie des Kanals ist diese durch Gl. (2.12) gegeben.

In seiner Arbeit betrachtet Jaekle die Strömung in erster Linie aus technologischer Sicht mit der Zielsetzung, eine numerische Methode zur Abschätzung des maximalen Volumenstroms einer konkreten Anwendung bereitzustellen. Daher werden die grundlegenden physikalischen Hintergründe des Strömungsphänomens nicht näher behandelt. Der tatsächliche Nachweis des vermuteten Choking-Effektes, wie er durch den Vergleich der Strömungsgeschwindigkeit und der Wellengeschwindigkeit möglich wäre, wird nicht geführt. Ebenso fehlen geeignete Kennzahlen, anhand derer die Erscheinungsformen der Strömung und das Auftreten der Volumenstrombeschränkung charakterisiert werden können.

Gleichfalls motiviert durch die Treibstoffhandhabung in PMDs unter kompensierter Gravitation, befasst sich Srinivasan (2003) mit der Berechnung maximaler Volumenströme in

## 2 Stand der Forschung

offenen Kapillarkanälen aus parallelen Platten. Ausgehend von sehr kleinen Volumenströmen wird eine semianalytische Methode zur Lösung der dreidimensionalen STOKES-Gleichung angegeben. Im Vergleich mit experimentellen Daten von Rosendahl *et al.* (2002) sind die ermittelten Volumenströme jedoch annähernd drei Größenordnungen kleiner als die der Experimente, was der Autor auf den fehlenden Trägheitsterm in der Modellgleichung zurückführt. Auf die physikalische Ursache des Phänomens der Volumenstrombeschränkung wird nicht eingegangen.

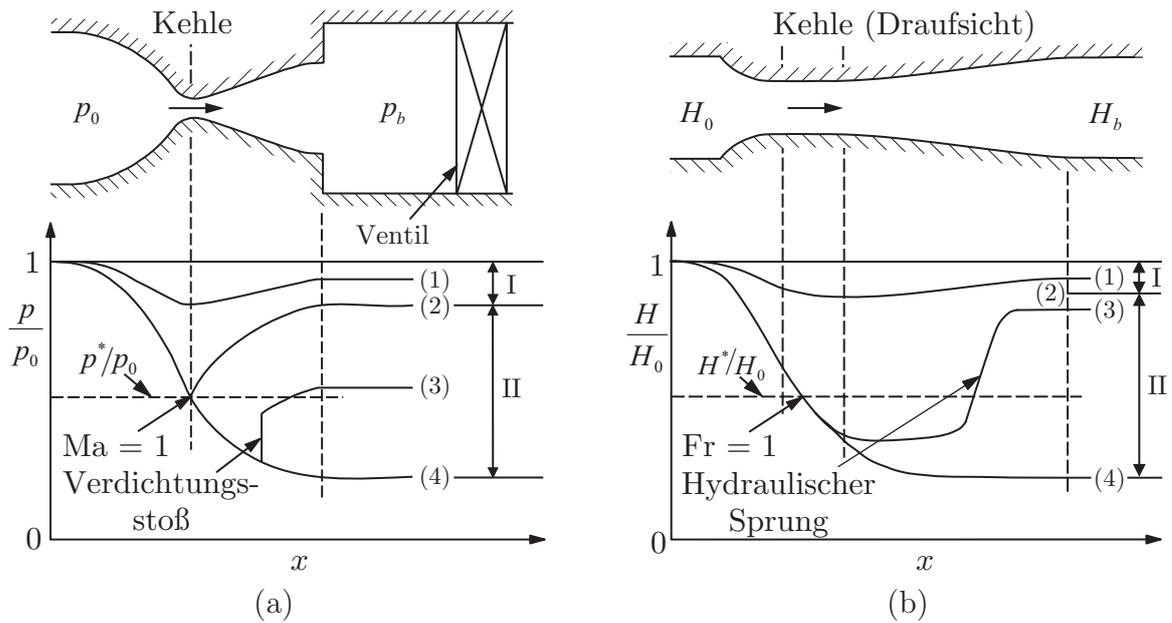
Wie die Übersicht zeigt, sind nur wenige Veröffentlichungen verfügbar, die sich mit Strömungen in offenen Kapillarkanälen im Allgemeinen und den Grenzen des Flüssigkeitstransportes im Besonderen befassen. Daten zu experimentell bestimmten maximalen Volumenströmen der stationären Strömung sowie einer theoretischen Betrachtung des Strömungsphänomens liegen nur aus den vorab publizierten Ergebnissen dieser Arbeit (Rosendahl *et al.*, 2002, 2004b) vor. Auch die Literatur zu Mini- und Mikroheatpipes liefert keine weiteren Erkenntnisse zu den untersuchten Sachverhalten, da sie in der Regel erstens die zweiphasige Strömung behandelt und zweitens nur den Wärmetransport der Strömung betrachtet. Aus diesem Grund wird auf ihre Darstellung an dieser Stelle verzichtet.

## 2.4 Das Choking-Phänomen

Da der Mechanismus der Volumenstrombeschränkung in offenen Kapillarkanälen bisher kaum diskutiert worden ist, ist es zu seinem näheren Verständnis hilfreich, ähnliche Strömungen zu betrachten. Hierzu zählen beispielsweise kompressible Gasströmungen sowie inkompressible Strömungen in offenen Gerinnen und flexiblen Röhren, deren charakteristische Eigenschaften im Folgenden zusammengefasst werden. Der Choking-Effekt, der als Ursache für das Kollabieren der offenen Kapillarströmung vermutet wird, ist ursprünglich aus der Gasdynamik bekannt. Er kann jedoch prinzipiell durch die folgenden Definition für analoge Strömungen verallgemeinert werden.

**Definition:** Mit dem Begriff „Choking“ wird der Effekt bezeichnet, dass der Massenstrom bestimmter eindimensionaler Strömungen grundsätzlich beschränkt ist. Der Effekt tritt sowohl in kompressiblen Strömungen als auch in solchen, in denen eine strömungsbedingte Änderung des durchströmten Querschnitts möglich ist, auf. Das Maximum des Massenstroms stellt sich ein, sobald das Fluid lokal eine bestimmte kritische Strömungsgeschwindigkeit erreicht. In diesem Zustand lässt sich der Massenstrom prinzipiell nicht steigern, da durch Änderung des Drucks stromabwärts des Ortes, an dem die kritische Strömungsgeschwindigkeit auftritt, keine Erhöhung der treibenden Druckdifferenz stromaufwärts möglich ist.

In adiabatischen kompressiblen Strömungen ist die kritische Geschwindigkeit durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schallwellen bestimmt. Die charakteristische Kennzahl ist



**Abbildung 2.5:** (a) Druckverteilung in einer Lavaldüse für verschiedene Verhältnisse von Ein- und Auslassdruck  $p_0/p_b$ . (b) Flüssigkeitshöhe in einem offenen Kanal mit Querschnittsverengung für verschiedene Verhältnisse der Pegelstände vor und hinter der Kehle  $H_0/H_b$ . In beiden Strömungen tritt Choking auf, wenn die Fluidgeschwindigkeit in der Kehle die Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen erreicht.

die MACH-Zahl  $Ma$ , die als Quotient aus Fluidgeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit definiert ist (vgl. Kapitel 4.2 und Tabelle 4.1 auf S. 45). Da sich das Maximum des Massenstroms einstellt, sobald die Strömung lokal mit Schallgeschwindigkeit strömt, ist das Auftreten von Choking dadurch gekennzeichnet, dass die MACH-Zahl an dem betreffenden Ort den Wert  $Ma = 1$  annimmt. Strömungen dieser Art wurden ausführlich von Shapiro & Hawthorne (1947) und Shapiro (1953) untersucht.

Choking tritt beispielsweise in einer stationären Gasströmung durch eine Lavaldüse auf. Die Lavaldüse in Abb. 2.5(a) wird aus einem Druckbehälter gespeist, in dem sich das Gas bei konstantem Druck  $p_0$  in Ruhe befindet. Von hier aus expandiert ein Gasstrom in eine Kammer, deren Druck  $p_b$  geregelt wird. Je nach Verhältnis  $p_0/p_b$  beobachtet man unterschiedliche Druckverteilungen und Strömungszustände entlang der Längsachse  $x$ . Im Zustand 1 stellt sich in der Düse eine stationäre Unterschallströmung ( $Ma < 1$ ) mit einem bestimmten Massenstrom ein. Aufgrund der Querschnittsverengung sinkt der Druck im konvergenten Teil der Düse ab, so dass das Gas beschleunigt wird und seine Maximalgeschwindigkeit im kleinsten Querschnitt der Düse (Kehle) erreicht. Hinter der Kehle verzögert die Strömung infolge der Querschnittserweiterung, und der Druck steigt kontinuierlich auf die Randbedingung  $p_b$  an. Um den Massenstrom zu steigern, werde  $p_b$  gesenkt. Im Zustand 2 stellt sich in der Kehle der Druck  $p^*$  ein, und die Strömung erreicht dort Schallgeschwindigkeit ( $Ma = 1$ ). Ein weiteres

## 2 Stand der Forschung

Absenken des Kammerdrucks (Zustand 3) beschleunigt das Gas hinter der Kehle auf Überschallgeschwindigkeit ( $Ma > 1$ ), und die Randbedingung  $p_b$  kann nur durch das Auftreten eines Verdichtungsstoßes erreicht werden. Mit abnehmendem Kammerdruck verschiebt sich der Stoß zum Auslass der Düse. Im Zustand 4 ist kein Stoß erforderlich, da das Gas bis in die Kammer mit Überschall strömen kann. Interessanterweise bleibt in den Zuständen 3 und 4 die Druckverteilung im konvergenten Teil der Düse im Vergleich zum Zustand 2 unverändert. Trotz Abnahme des Kammerdrucks  $p_b$  misst man in der Kehle stets den Druck  $p^*$  und eine konstante Strömungsgeschwindigkeit mit  $Ma = 1$ . Da die Strömung bis zur Kehle durch das Verhältnis  $p^*/p_0$  bestimmt ist, bleibt der Massenstrom unverändert. Der Choking Effekt führt somit in der Lavaldüse dazu, dass der Massenstrom nur im Bereich I über den Druck  $p_b$  geregelt werden kann. Im Bereich II dagegen ist der Massenstrom stets maximal – unabhängig von den Druckverhältnissen am Auslass der Düse.

In der Lavaldüse tritt Choking auf, da durch die Querschnittsverengung der Druck sinkt und die Strömung vor der Kehle konvektiv beschleunigt wird. Prinzipiell ist jeder Effekt, der zu einer lokalen Druckänderung in der Strömung führt, geeignet, um Choking hervorzurufen. In einer adiabatischen, stationären Unterschallströmung in einem Rohr konstanten Querschnitts führen die Reibungsverluste zur Abnahme von Druck und Dichte, so dass das Gas aus Kontinuitätsgründen in Strömungsrichtung beschleunigt wird. Da die Reibungsverluste mit zunehmender Geschwindigkeit steigen, ist der Massenstrom beschränkt. Sei  $p_0$  der konstante Druck im Eintrittsquerschnitt des Rohres, dann existiert am Austritt ein Druck  $p^*$ , für den das Fluid im Austrittsquerschnitt auf Schallgeschwindigkeit ( $Ma = 1$ ) beschleunigt ist. Das Absenken des Drucks  $p_b$  hinter dem Rohr auf  $p_b < p^*$  ändert die Strömung im Rohr nicht. Im Gegensatz zur Lavaldüse ist jedoch ein Übergang von einer Unterschall- zur Überschallströmung aus energetischen Gründen nicht möglich.

Zur Kategorie der Strömungen mit strömungsbedingten Querschnittsänderungen zählen offene Gerinneströmungen. In diesen ist die kritische Geschwindigkeit durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Schwerewellen (Flach- oder Seichtwasserwellen) bestimmt. Die charakteristische Kennzahl ist die FROUDE-Zahl  $Fr$ , die als Quotient aus Fluidgeschwindigkeit und der Flachwasserwellengeschwindigkeit definiert ist (vgl. Kapitel 4.2 und Tabelle 4.1). Das Maximum des Volumenstroms wird erreicht, sobald die FROUDE-Zahl lokal den Wert  $Fr = 1$  annimmt.

Im Wasserbau wird der Choking-Effekt genutzt, um den Volumenstrom in Kanälen und Flüssen zu kontrollieren. Beispiele hierfür sind das Unterströmen von Schleusen sowie das Überströmen von Dämmen und Wehren (vgl. Chow, 1959; Henderson, 1966; Sellin, 1969; French, 1985). Dabei zeigen die offenen Gerinneströmungen bezüglich Druckverteilung und Strömungsformen, sowie den damit verbundenen Effekten, ein zu kompressiblen Strömungen analoges Verhalten. Dieses lässt sich am Beispiel einer reibungsfreien, stationären Strömung in einem offenen Kanal mit Querschnittsverengung verdeutlichen.

Der Kanal in Abb. 2.5(b) habe senkrechte Seitenwände und sei vor und hinter der Verengung gleichförmig. Die Flüssigkeitshöhe  $H_0$  stromaufwärts sei konstant gehalten. Im Zustand 1 stellt sich eine stationäre Strömung ein, für die auf der gesamten Länge des Kanals  $Fr < 1$  gilt<sup>6)</sup>. Die Flüssigkeit wird aufgrund der Querschnittsverengung beschleunigt, so dass der Flüssigkeitsstand bis in die Kehle absinkt. In der anschließenden Querschnittserweiterung verzögert die Strömung und das Flüssigkeitsniveau steigt auf die Höhe  $H_b$ . Im Zustand 2 wird in der Kehle eine kritische Höhe  $H^*$  erreicht, bei der die Flüssigkeit mit  $Fr = 1$  strömt. Ein Absenken von  $H_b$  unter das Niveau 2 verursacht zwar eine Beschleunigung der Flüssigkeit hinter der Kehle auf  $Fr > 1$ , der Volumenstrom bleibt jedoch konstant, da das Höhenverhältnis  $H^*/H_0$  unverändert bleibt. Ähnlich wie in der Lavaldüse kann im Zustand 3 die Randbedingung  $H_b$  nur durch eine nahezu diskontinuierliche Änderung der Strömungsgrößen (hydraulischer Sprung) erreicht werden. Im Zustand 4 ist kein hydraulischer Sprung erforderlich, da die Flüssigkeit im gesamten Kanal hinter der Verengung mit  $Fr > 1$  strömt. Aufgrund des Choking-Effektes ist der Volumenstrom eines verengten Kanals daher nur im Bereich I über das Niveau  $H_b$  regelbar, während er im Bereich II unabhängig von den stromabwärtigen Randbedingungen stets maximal ist. Dabei ähnelt, wie aus den Abbildungen 2.5(a) und 2.5(b) zu entnehmen ist, die Verteilung der Flüssigkeitshöhe der Druckverteilung in der Lavaldüse. Entsprechendes gilt für die Geschwindigkeiten und die dazugehörigen Strömungsformen.

Motiviert durch medizinische Fragestellungen zum menschlichen Blutkreislaufsystem wurden in den 70er und 80er Jahren des letzten Jahrhunderts inkompressible Strömungen in flexiblen Röhren umfangreich untersucht. In seiner theoretischen Arbeit zeigte Shapiro (1977), dass die grundlegenden Phänomene kompressibler Gasströmungen und offener Gerinneströmungen vollständig auf diese Strömungen übertragbar sind, wenn die Wandstärke der Röhren hinreichend klein ist. Die Untersuchungen von Durchströmungen flexibler Röhren geht ursprünglich auf Griffiths (1969, 1971a,b) zurück, der experimentell das Auftreten von unter- und überkritischen Strömungsformen sowie quasi-unstetige Übergänge zwischen beiden nachwies. Als charakteristischen Parameter führte er den Quotienten aus der Strömungsgeschwindigkeit und der auf Weber (1866) zurückgehenden Ausbreitungsgeschwindigkeit in elastischen Röhren ein. Analog zum gasdynamischen Choking in der Kehle einer Lavaldüse oder der Strömung über einen Damm (Wasserfall) wurde ein Konzept zur Erklärung der Strömungsbeschränkung eingeführt. Die experimentellen Arbeiten von Lyon *et al.* (1980, 1981) befassen sich insbesondere mit dem periodischen Kollabieren flexibler Röhren beim Überschreiten des maximalen oder kritischen Volumenstroms. Experimentell bestimmte

---

<sup>6)</sup> In der deutschsprachigen Literatur werden in Gerinneströmungen die Strömungsformen  $Fr < 1$  und  $Fr > 1$  auch als „strömend“ bzw. als „schießend“ bezeichnet (vgl. Gersten, 1986), in der anglo-amerikanischen Literatur dagegen als „subcritical“ (unterkritisch) bzw. „supercritical“ (überkritisch) (vgl. Sellin, 1969). Mit Ausnahme von Gasströmungen wird letztere Bezeichnung auch auf ähnliche Strömungen angewendet.

## 2 Stand der Forschung

Abhängigkeiten des Differenzdrucks zwischen Ein- und Auslauf vom Volumenstrom sowie die Frequenzen der auftretenden Vibrationen werden angegeben. Untersuchungen zu überkritischen Strömungen findet man beispielsweise bei Kececioglu *et al.* (1981). Von besonderem Interesse ist hier die Balance zwischen den Strömungsverlusten infolge von Reibung auf der einen und den Gewinnen durch Gravitation auf der anderen Seite, aus der eine Reihe von Effekten resultieren, wie beispielsweise asymptotische Gleichgewichtszustände oder diskontinuierliche Übergänge von der überkritischen zur unterkritischen Strömungsform. Entsprechende theoretische Interpretationen hierzu wurden von McClurken *et al.* (1981) vorgelegt. Wilson *et al.* (1986) zeigte, dass neben dem Choking Effekt noch ein weiterer Mechanismus zur Begrenzung des Massenstroms führen kann. Dieser Mechanismus wird allein durch viskose Kräfte hervorgerufen und tritt in stark viskosen Strömungen auf. Einen direkten Vergleich zwischen experimentellen Ergebnissen und dreidimensionalen Modellrechnungen zu solchen viskosen Strömungen in flexiblen Röhren ermöglicht die Arbeit von Heil (1997). Mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode löst der Autor die STOKES-Gleichung und kann insbesondere das Kollabieren der Röhren verdeutlichen.

# 3 Theoretisches Modell

Zur theoretischen Untersuchung der Strömung und zum Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen wird ein eindimensionales mathematisches Modell der offenen Kapillarströmung entwickelt. Das Strömungsmodell orientiert sich an den experimentellen Beobachtungen, berücksichtigt die Randbedingungen der Experimente und die Ergebnisse dreidimensionaler Modellrechnungen mit kommerzieller Software. Wesentliche Bestandteile sind die Modellierung der freien Flüssigkeitsoberflächen sowie des irreversiblen Druckverlustes der laminaren Strömung einschließlich des aus der Einlaufströmung resultierenden Anteils. Aus der Entdimensionierung der Bewegungsgleichung und der Flächenfunktion mit den charakteristischen Strömungsgrößen folgen fünf Kennzahlen, auf deren Grundlage die Auslegung der Experimente basiert. Das Lösen der Modellgleichungen erfolgt numerisch und liefert das Profil der freien Flüssigkeitsoberfläche als Funktion des Volumenstroms sowie den maximalen Volumenstrom der stationären Strömung. Beide Größen lassen sich direkt mit den experimentellen Ergebnissen vergleichen.

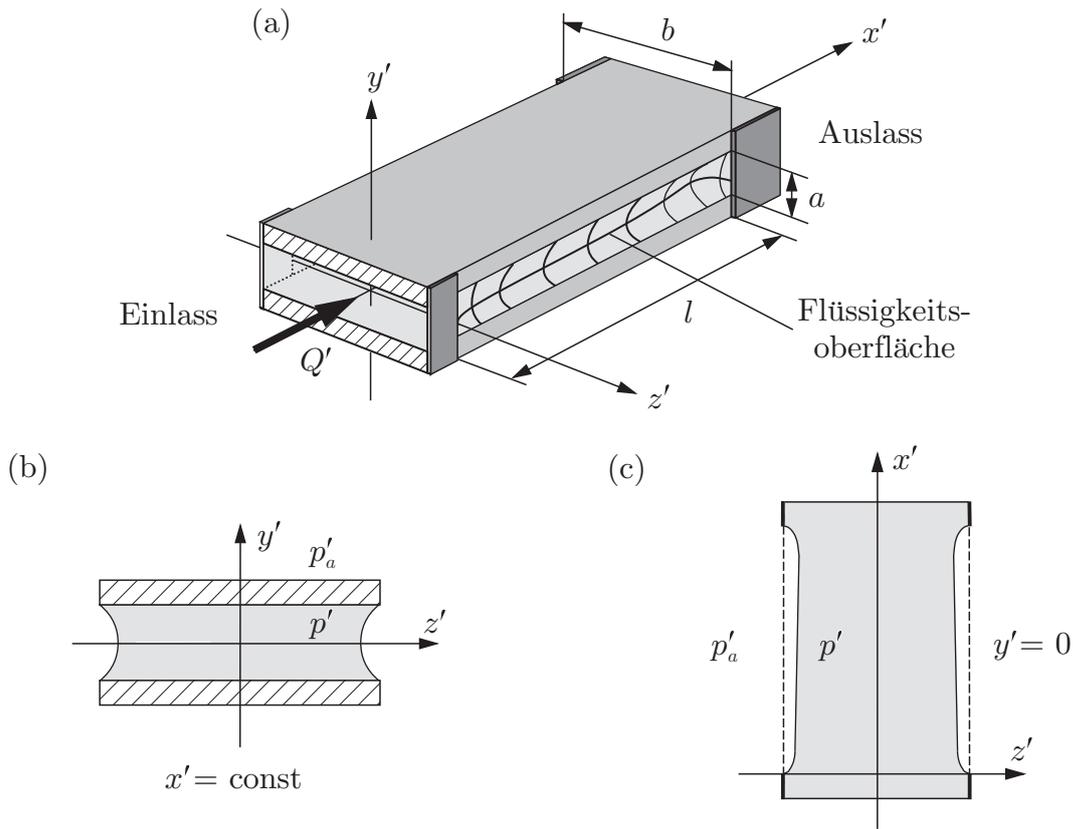
## 3.1 Modellannahmen und Grundgleichungen

Betrachtet wird eine stationäre Flüssigkeitsströmung in einem offenen Kapillarkanal unter Mikrogravitation. Wie in Abb. 3.1(a) schematisch dargestellt, besteht der Kanal aus zwei Platten der Breite  $b$ , die im Abstand  $a$  parallel zueinander angeordnet und an ihren Enden jeweils seitlich verschlossen sind. Der Ursprung des Koordinatensystems befindet sich im Mittelpunkt des Eintrittsquerschnitts. Die Flüssigkeit strömt mit konstantem Volumenstrom  $Q'$  längs des Kanals in positive  $x'$ -Richtung. Entlang der offenen Strecke  $l$  sind freie Flüssigkeitsoberflächen zur angrenzenden Gasphase ausgebildet. Im Fall stationärer Strömung wird die Differenz zwischen dem Flüssigkeitsdruck  $p'$  und dem konstanten Gasdruck  $p'_a$  (Umgebungsdruck) durch den Krümmungsdruck an den Grenzflächen beider Phasen kompensiert<sup>1)</sup>. Für  $p' < p'_a$  sind die Flüssigkeitsoberflächen in jedem Querschnitt konkav gekrümmt (Abb. 3.1(b)). Aufgrund des konvektiven und molekularen Impulstransports fällt der Flüssigkeitsdruck in Strömungsrichtung ab, und die Krümmung der Oberflächen nimmt

---

<sup>1)</sup>Im Folgenden werden die Gas-Flüssigkeits-Phasengrenzflächen in der Regel als Flüssigkeitsoberflächen bezeichnet, da aufgrund der geringen Schubspannung an den Phasengrenzflächen der Impulstransport von der Flüssigkeit in die Gasphase vernachlässigbar ist.

### 3 Theoretisches Modell



**Abbildung 3.1:** (a) Flüssigkeitsströmung in einem offenen Kapillarkanal aus zwei parallelen Platten. Entlang der Strecke  $l$  sind auf jeder Seite Flüssigkeitsoberflächen ausgebildet. (b) Querschnitt für  $0 < x' < l$ . Die Flüssigkeitsoberflächen sind nach innen gekrümmt. (c) Symmetrieebene  $y' = 0$ . Aufgrund von Strömungsverlusten nimmt die Krümmung der Oberflächen längs des Kanals zu, und der Strömungsweg verengt sich.

zu. Infolge dessen verengt sich der durchströmte Querschnitt, wie anhand des Schnitts in der Ebene  $y' = 0$  in Abb. 3.1(c) zu erkennen ist. Eine stationäre Strömung ist nur bis zu einem maximalen, kritischen Volumenstrom  $Q'_{krit}$  möglich. Wird dieser überschritten, kollabieren die Oberflächen, d. h. Gas bricht am Ende des Kanals über die Oberflächen in die Strömung ein. Die Strömung wird dann zweiphasig und durch das periodische Verhalten der Gasdurchbrüche auch zeitabhängig.

Die Definition der Modellannahmen orientiert sich an den experimentellen, unter Mikrogravitation durchgeführten Untersuchungen der offenen Kapillarströmung. Sie zeigen, dass eine Symmetrie der Oberflächen bezüglich der Ebenen  $y' = 0$  und  $z' = 0$  vorliegt und dass der Strömungsquerschnitt entsprechend Abb. 3.1(c) entlang dem überwiegenden Teil der offenen Strecke gering variiert. Größere Querschnittsänderungen treten nur im Nahbereich des Ein- und Auslasses auf, so dass auf einen eindimensionalen Charakter der Strömung geschlossen werden kann. Unterstützt werden diese Vermutungen durch dreidimensionale Modellrechnungen mittels kommerzieller Software, die die Geschwindigkeitsverteilung der Strömung

### 3.1 Modellannahmen und Grundgleichungen

vor dem Kanal liefern. Basierend auf den beeinflussbaren, bekannten Randbedingungen der Strömung infolge der Experimentauslegung, den Ergebnissen der Modellrechnungen und den experimentellen Beobachtungen werden zur theoretischen Beschreibung der Strömung folgende Annahmen getroffen:

- A1 Die Flüssigkeit sei inkompressibel und isotherm, so dass die Dichte  $\rho$ , die kinematische Viskosität  $\nu$  und die Oberflächenspannung  $\sigma$  als konstant betrachtet werden können. Der statische Randwinkel der Flüssigkeit mit dem Festkörper betrage  $\gamma_s = 0$  (vollständige Benetzung).
- A2 Die Strömung sei laminar, eindimensional und durch den statischen Druck  $p'$  sowie die mittlere Geschwindigkeit  $v'$  charakterisierbar. Die Eindimensionalität der Strömung ist gewährleistet, solange der Strömungsquerschnitt  $A'$  längs des Kanals nur geringfügig variiert. Unter diesen Bedingungen sind die Geschwindigkeiten der Querströmung gegenüber der Geschwindigkeit der Hauptströmung vernachlässigbar klein, so dass für die treibenden Gradienten  $\partial p' / \partial y', \partial p' / \partial z' \ll \partial p' / \partial x'$  gilt und  $p'$  in jedem Querschnitt als konstant aufgefasst werden kann. Es sei  $\mathbf{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)^T$  das Geschwindigkeitsfeld der Kapillarströmung mit den Komponenten  $v'_x, v'_y, v'_z$  längs der Achsen  $x', y'$  bzw.  $z'$ , dann ist mit  $v'_y, v'_z \ll v'_x$  die mittlere Geschwindigkeit durch

$$v'(x') = \frac{1}{A'(x')} \int_0^{A'(x')} v'_x(x', y', z') dA' \quad (3.1)$$

definiert.

- A3 Die Strömung sei stationär und auf Volumenströme  $Q' \leq Q'_{krit}$  beschränkt. Zeitabhängige Effekte infolge instationärer experimenteller Randbedingungen und das Kollabieren der Flüssigkeitsoberflächen für  $Q' > Q'_{krit}$  werden nicht betrachtet.
- A4 Die Schubspannungskräfte an der Phasengrenzfläche seien vernachlässigbar, so dass die angrenzende Gasphase als passiv betrachtet werden kann. Aufgrund der konstanten Oberflächenspannung ist die Druckdifferenz  $p' - p'_a$  an der Phasengrenzfläche dann durch die GAUSS-LAPLACE-Gleichung (2.3) gegeben, wobei der Umgebungsdruck  $p'_a$  als konstant vorausgesetzt wird. Unter diesen Bedingungen ist der Flüssigkeitsdruck  $p'$  proportional zur doppelten mittleren Krümmung der Oberfläche  $h'$ , die durch die Hauptkrümmungsradien  $R'_1$  und  $R'_2$  in den entsprechenden Hauptnormalenebenen  $(y', \hat{z}')$  bzw.  $(\hat{x}', z')$  definiert ist. Für einen beliebigen Punkt  $C$  der Schnittlinie zwischen der Oberfläche und der Ebene  $y' = 0, k'(x', y' = 0)$ , ist die Orientierung dieser Hauptnormalenebenen anhand der in Strömungsrichtung rechten Oberfläche ( $z' > 0$ ) in Abb. 3.2 schematisch dargestellt. Erstere Ebene wird durch die Koordinatenachse  $y'$  und den

### 3 Theoretisches Modell

Normalenvektor  $\hat{z}'$  der Oberfläche in  $C$  aufgespannt und letztere durch  $\hat{z}'$  und den Tangentenvektor der Oberfläche  $\hat{x}'$ .

- A5 Hydrostatische Drücke infolge lateraler Beschleunigungen längs der Achsen  $y'$  und  $z'$  seien hinreichend klein, um gegenüber dem Kapillardruck an der Flüssigkeitsoberfläche vernachlässigt werden zu können. Da nach Annahme A2 auch die strömungsbedingten Druckgradienten über den Querschnitt vernachlässigbar sind, liegen Symmetrien der Oberflächen bezüglich der Ebenen  $y' = 0$  und  $z' = 0$  vor.
- A6 Zur Bestimmung der Querschnittsfläche der Strömung  $A'$  wird angenommen, dass die Flüssigkeitsoberflächen in den Querschnittsebenen ( $(y', z')$ -Ebenen) eine konstante Krümmung besitzen. Der Krümmungsradius in diesen Ebenen wird mit  $R'$  bezeichnet, und in jedem Punkt der Oberfläche gelte  $1/R' = \text{const.}$  Durch diese Annahme lässt sich die Oberfläche in den Querschnittsebene durch Kreisabschnitte beschreiben, und die Querschnittsfläche ist daher in analytischer Form bestimmt.
- A7 Zur Bestimmung von  $h'$  wird angenommen, dass die Krümmung der Oberfläche über dem gesamten Strömungsgebiet durch die Schnittlinie  $k'(x', y' = 0)$  der Oberfläche mit der Ebene  $y' = 0$  bestimmt ist. Dabei wird die Oberflächenkrümmung in den Hauptnormalenebenen, die durch  $y'$  und  $\hat{z}'$  in jedem Punkt der Schnittlinie aufgespannt werden, als konstant vorausgesetzt ( $1/R'_1 = \text{const.}$ ).

Mit den Annahmen A1 bis A5 sind die zu lösenden Grundgleichungen durch die Impulsgleichung

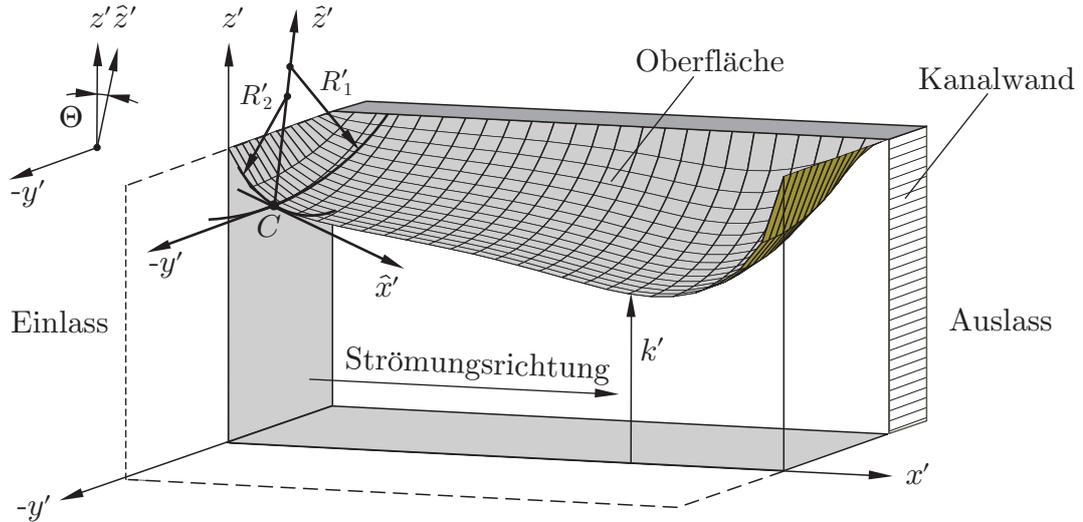
$$\underbrace{v' \frac{dv'}{dx'}}_{\text{I}} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dx'}}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{4\tau'_w}{\rho D_h}}_{\text{III}} + \underbrace{g_x}_{\text{IV}} \quad (3.2)$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{dQ'}{Q'} = \frac{dA'}{A'} + \frac{dv'}{v'} = 0 \quad (3.3)$$

gegeben. Darin ist  $Q' = A'v'$  der konstante Volumenstrom durch die Querschnittsflächen der Strömung  $A'$  in den Ebenen  $x' = \text{const.}$  Die Terme der Impulsgleichung resultieren aus dem konvektiven Impulstransport (I), dem Gradienten des statischen Drucks (II), dem viskosen oder molekularen Impulstransport<sup>2)</sup> (III) und der Körperkraft einer entlang der  $x'$ -Achse

<sup>2)</sup>Dieser Impulstransport, der zu einem irreversiblen Druckverlust der Strömung führt, wird häufig auch als Reibung bezeichnet. Diese Bezeichnung ist jedoch missverständlich, da sie in Anlehnung an die Festkörpermechanik relativ zueinander bewegte Schichten impliziert, bei deren Wechselwirkung die Moleküle innerhalb der Schicht ortsfest bleiben. Tatsächlich resultiert der irreversible Druckverlust in Flüssigkeiten aus nicht gerichteten Stoßwechselwirkungen zwischen den Molekülen bzw. zwischen den Molekülen und den begrenzenden Wänden der Strömung. Durch diese Wechselwirkungen stellt sich ein Netto-Impulsstrom von der Flüssigkeit in die Wände ein, wobei sich die Moleküle zwischen den Stößen in der Größe der



**Abbildung 3.2:** Schematische Darstellung der in Strömungsrichtung rechten Flüssigkeitsoberfläche des offenen Kapillarkanals ( $z' > 0$ ). Die Krümmung der Fläche im Punkt  $C$  ist durch die Hauptkrümmungsradien  $R'_1$  und  $R'_2$  in den Hauptnormalenebenen  $(y', \hat{z}')$  und  $(\hat{x}', \hat{z}')$  bestimmt.

wirkenden Beschleunigung  $g_x$  (IV). Der Druckgradient infolge des viskosen Impulstransports

$$\frac{dp'_v}{dx'} = -\frac{4\tau'_w}{D_h} \quad (3.4)$$

ist hier in der verallgemeinerten Form für nicht runde Querschnitte basierend auf der mittleren Wandschubspannung  $\tau'_w$  und dem hydraulischen Durchmesser

$$D_h = \frac{4A_0}{U} \quad (3.5)$$

nach White (1991) angesetzt. Mit der Querschnittsfläche des Kanals  $A_0 = ab$  und dem benetzten Umfang  $U = 2b$  ergibt sich  $D_h = 2a$ .

## 3.2 Entdimensionierung und Kennzahlen

Da die Eigenschaften der betrachteten Strömung durch Kapillarkräfte bestimmt sind, ist es zweckmäßig, den Flüssigkeitsdruck mit dem Kapillardruck zu entdimensionieren. Für offene Kapillarströmungen mit geringer Querschnittsänderung ist der Anteil der Oberflächenkrümmung längs des Kanals wesentlich kleiner als der dazu senkrechte Anteil im Spalt zwischen den Platten ( $1/R'_2 \ll 1/R'_1$ ). Wie in Kapitel 3.3 gezeigt wird, ist unter diesen Bedingungen die Krümmung der Oberfläche näherungsweise durch den Krümmungsradius

---

mittleren freien Weglänge bewegen. Aufgrund der weiten Verbreitung des Begriffs Reibung wird auch in dieser Arbeit an einigen Stellen auf ihn zurückgegriffen.

### 3 Theoretisches Modell

$R' \simeq R'_1$  gegeben. Bei maximaler Krümmung stellt sich in der Querschnittsebene ein Halbkreis mit  $R' = a/2 = \tilde{y}$  ein. Nutzt man diese Länge zur Skalierung des Kapillardrucks, folgt aus Gl. (2.3) mit  $R'_2 \rightarrow \infty$  und  $R'_1 \rightarrow R'$

$$p' - p'_a = -\frac{\sigma}{\tilde{y}R} = -\frac{2\sigma}{a} \frac{1}{R} = \tilde{p}(p - p_a), \quad (3.6)$$

woraus man durch Koeffizientenvergleich

$$\tilde{p} = \frac{2\sigma}{a} \quad (3.7)$$

ableitet. Entsprechend dieser Skalierung werden die Krümmungsradien  $R', R'_1$  und  $R'_2$  sowie alle Längen in den Querschnittsebenen mit dem halben Plattenabstand  $\tilde{y} = a/2$  entdimensioniert. Der Strömungsquerschnitt  $A'$  skaliert mit den inneren Abmaßen des Kanals,  $\tilde{A} = A_0 = ab$ . Als charakteristische Länge der  $x'$ -Koordinate wird die Länge des Kanals  $\tilde{x} = l$  verwendet.

Die charakteristische Geschwindigkeit ergibt sich aus dem Vergleich des Druckterms und des konvektiven Terms der Impulsgleichung (3.2), da der Choking-Effekt auf eine Wechselwirkung dieser beiden Terme zurückzuführen ist. Choking tritt auf, wenn die Beträge beider Terme von gleicher Größe sind, so dass sich aus

$$\tilde{v}^2 v dv = \frac{\tilde{p}}{\rho} dp \quad (3.8)$$

durch Koeffizientenvergleich und Ausnutzung von Gl. (3.7) die Geschwindigkeit

$$\tilde{v}_c = \sqrt{\frac{\tilde{p}}{\rho}} = \sqrt{\frac{4\sigma}{\rho D_h}} \quad (3.9)$$

ergibt. Diese Geschwindigkeit wurde bereits in der Arbeit von Dreyer *et al.* (1994) zum selbstgetriebenen Einströmen von Flüssigkeiten in Kanäle aus parallelen Platten verwendet. Für geringe Oberflächenkrümmung ist sie proportional zur Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Kapillarwellen (siehe auch Kapitel 4.3, letzter Absatz).

Aus der Definition der Wandschubspannung (White, 1991) ergibt sich folgende Skalierung:

$$\tau'_w = \mu \left( \frac{\partial v'_x}{\partial y'} \right)_{y'=\pm a/2} = \tilde{\tau}_w \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=\pm 1} \quad \text{mit} \quad \tilde{\tau}_w = \frac{4\mu\tilde{v}_c}{D_h}. \quad (3.10)$$

Die Entdimensionierung der Variablen sowie die verwendeten Skalierungsgrößen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Die Gleichungen (3.2) und (3.3) hängen von acht Einflussgrößen ab. Ausgehend von den drei Basisdimensionen (Länge, Masse, Zeit) ist nach dem  $\Pi$ -Theorem von BUCKINGHAM (vgl. Gersten, 1986; Spurk, 1992) ein vollständiger Satz von  $8 - 3 = 5$  linear unabhängigen dimensionslosen Kennzahlen zu erwarten, die die Strömung eindeutig charakterisieren.

**Tabelle 3.1:** Dimensionslose Variablen, Skalierungsgrößen und Kennzahlen.

Dimensionslose Variablen			Charakteristische Größen	
Längen	Geschwindigkeiten	Andere	Skalierungsgrößen	Kennzahlen
$x = x'/\tilde{x}$	$v = v'/\tilde{v}_c$	$p = p'/\tilde{p}$	$\tilde{x} = l$	$\Lambda = b/a$
$y = y'/\tilde{y}$	$v_c = v'_c/\tilde{v}_c$	$h = h'\tilde{y}$	$\tilde{y} = a/2$	$\text{Oh} = \sqrt{\rho\nu^2/(\sigma D_h)}$
$z = z'/\tilde{y}$		$A = A'/\tilde{A}$	$\tilde{v}_c = \sqrt{4\sigma/(\rho D_h)}$	$\mathcal{L} = \text{Oh}l/(2D_h)$
$k = k'/\tilde{y}$		$\tau_w = \tau'_w/\tilde{\tau}_w$	$\tilde{v}_v = 2\nu/D_h$	$Q = Q'/(\tilde{A}\tilde{v}_c)$
$R = R'/\tilde{y}$			$\tilde{p} = 2\sigma/a$	$\text{Bo}_x = \rho g_x a l / (2\sigma)$
$R_{1,2} = R'_{1,2}/\tilde{y}$			$\tilde{A} = ab$	
			$\tilde{\tau}_w = 4\mu\tilde{v}_c/D_h$	

Aus der Entdimensionierung der Impulsgleichung (3.2) folgen mit den eingeführten Skalierungsgrößen nach Tabelle 3.1 vier Kennzahlen. Neben dem dimensionslosen Volumenstrom  $Q = Q'/(\tilde{A}\tilde{v}_c)$  sind diese das Verhältnis zwischen der Länge und dem halben Plattenabstand des Kanals

$$\Gamma = \frac{2l}{a} = \frac{4l}{D_h}, \quad (3.11)$$

die OHNESORGE-Zahl und die BOND-Zahl. Die OHNESORGE-Zahl ist hier als

$$\text{Oh} = \sqrt{\frac{\rho\nu^2}{\sigma D_h}} = \frac{\tilde{v}_v}{\tilde{v}_c} = \frac{2}{\text{Re}_c} \quad \text{mit} \quad \text{Re}_c = \frac{D_h\tilde{v}_c}{\nu} \quad (3.12)$$

definiert und ist ein Maß für den Einfluss der viskosen Kräfte. Führt man die viskose Geschwindigkeit  $\tilde{v}_v = 2\nu/D_h$  ein, mit der der Impuls molekular quer zur Strömung transportiert wird<sup>3)</sup>, ist die OHNESORGE-Zahl durch das Verhältnis  $\tilde{v}_v/\tilde{v}_c$  bestimmt. Der Einfluss viskoser Kräfte ist niedrig, wenn die charakteristische Geschwindigkeit des konvektiven Impulstransportes  $\tilde{v}_c$  nach Gl. (3.9) wesentlich größer ist als die charakteristische Geschwindigkeit  $\tilde{v}_v$  des molekularen Impulstransportes und umgekehrt. Daher ist die OHNESORGE-Zahl invers proportional zu einer REYNOLDS-Zahl  $\text{Re}_h = D_h v'/\nu$ , wenn diese mit  $v' = \tilde{v}_c$  gebildet wird<sup>4)</sup>. Es sei bemerkt, dass bei zeitabhängiger Betrachtungsweise der Strömung die OHNESORGE-Zahl auch als Maß für die Dämpfung longitudinaler Kapillarwellen, die sich mit der Geschwindigkeit  $\tilde{v}_c$  längs des Kanals ausbreiten, interpretiert werden kann. Zur vollständigen Charakterisierung des Viskositätseinflusses ist es allerdings erforderlich, nicht nur das Verhältnis

<sup>3)</sup>Die viskose Geschwindigkeit  $\tilde{v}_v$  ergibt sich durch Skalierung der Wandschubspannung aus Gl. (3.10) mit dem dynamischen Druck  $\rho\tilde{v}_v^2$  und der Koordinate  $y'$  mit  $D_h/2$ . Man erhält  $\tau'_w = \rho\tilde{v}_v^2\tau_w = \frac{2\mu\tilde{v}_v}{D_h} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=\pm 1/2}$ , woraus durch Koeffizientenvergleich  $v_v \sim 2\nu/D_h$  folgt.

<sup>4)</sup>In der angloamerikanischen Literatur findet man anstelle der OHNESORGE-Zahl auch die SURATMAN-Zahl,  $\text{Su} = D_h\rho\sigma/\mu^2$ . Die SURATMAN-Zahl ist eine REYNOLDS-Zahl basierend auf der Geschwindigkeit  $\tilde{v}_c^2/(2\tilde{v}_v) = \sigma/\mu$ , und daher gilt  $\text{Su} = \text{Oh}^{-2}$ .

### 3 Theoretisches Modell

$\tilde{v}_v/\tilde{v}_c$ , sondern auch die charakteristischen Wegstrecken der Impulstransporte zu berücksichtigen. Daher werden für die folgenden Betrachtungen die Gleichungen (3.11) und (3.12) zur Kennzahl

$$\mathcal{L} = \frac{\text{Oh}\Gamma}{8} = \frac{\text{Oh}l}{2D_h} = \frac{l}{\text{Re}_c D_h} \quad (3.13)$$

kombiniert. Diese Form entspricht der in der Literatur üblicherweise verwendeten Skalierung reibungsbehafteter Rohrströmungen in der Verallgemeinerung auf nichtrunde Querschnitte. Die BOND-Zahl gibt das Verhältnis zwischen dem hydrostatischem Druck der Flüssigkeit und dem Kapillardruck an. Für die Längsrichtung des Kanals erhält man

$$\text{Bo}_x = \frac{\rho g_x a l}{2\sigma} \quad (3.14)$$

aus der Skalierung des hydrostatischen Drucks  $\rho g_x l$  mit  $\tilde{p}$ . Als fünfte Kennzahl leitet sich das Seitenverhältnis

$$\Lambda = \frac{b}{a} \quad (3.15)$$

aus der Entdimensionierung der Funktion zur Bestimmung der Querschnittsfläche  $A$  ab (vgl. Gl. (3.29)). Die zur Charakterisierung der Strömung verwendeten Kennzahlen sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Neben der BOND-Zahl in Strömungsrichtung sind noch die lateralen BOND-Zahlen

$$\text{Bo}_y = \frac{\rho g_y a^2}{2\sigma} \quad \text{und} \quad \text{Bo}_z = \frac{\rho g_z a b}{2\sigma} \quad (3.16)$$

infolge der lateralen Beschleunigungen  $g_y$  bzw.  $g_z$  als Kriterium für die Modellannahme A5 einzuführen. Es müssen  $\text{Bo}_y \ll 1$  und  $\text{Bo}_z \ll 1$  erfüllt sein, um die entsprechenden Symmetrieannahmen für die freie Oberfläche treffen zu können.

In dimensionsloser Form lautet die GAUSS-LAPLACE-Gleichung (2.3)

$$p - p_a = - \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = -h. \quad (3.17)$$

Aufgrund des als konstant vorausgesetzten Umgebungsdrucks  $p_a$  ist der statische Druck proportional zur doppelten mittleren Krümmung der Oberfläche, so dass man für das Differential

$$dp = -dh \quad (3.18)$$

erhält. Im Folgenden werden die Bezeichnungen „Krümmung“ und „doppelte mittlere Krümmung“ einfachheitshalber synonym benutzt. Mit Gl. (3.18) und den Kennzahlen (3.13) und (3.14) lässt sich die Impulsgleichung (3.2) in der Form

$$\frac{dh}{dx} - v \frac{dv}{dx} - 16\tau_w \mathcal{L} + \text{Bo}_x = 0 \quad (3.19)$$

darstellen, und für die Kontinuitätsgleichung (3.3) ergibt sich

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0. \quad (3.20)$$

### 3.3 Modellierung der freien Flüssigkeitsoberfläche

Um die Gleichungen (3.19) und (3.20) lösen zu können, wird ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche  $h$  und der Querschnittsfläche  $A$  benötigt. Der folgende Abschnitt zeigt, dass beide Größen als Funktion des Oberflächenprofils  $k$  sowie dessen erste und zweite Ortsableitung nach  $x$  bestimmt werden können.

In allgemeiner Form ist die doppelte mittlere Krümmung einer Fläche durch

$$h(x, y) = \frac{[1 + \Gamma^{-2}(\partial_x z)^2] \partial_{yy} z - 2\Gamma^{-2} \partial_x z \partial_y z \partial_{xy} z + \Gamma^{-2} [1 + (\partial_y z)^2] \partial_{xx} z}{[1 + \Gamma^{-2}(\partial_x z)^2 + (\partial_y z)^2]^{3/2}} \quad (3.21)$$

definiert (vgl. Bronstein & Semendjajew, 1987), wobei  $z = f(x, y)$  hier die Position der Flüssigkeitsoberfläche über dem Gebiet des offenen Kapillarkanals mit  $0 \leq x \leq 1$  und  $-1 \leq y \leq 1$  ist. Die partiellen Ortsableitungen sind durch die Operatordarstellung  $\partial_i = \partial/\partial_i$  und  $\partial_{ij} = \partial^2/\partial_i\partial_j$  mit  $i, j \in \{x, y\}$  abgekürzt. Gl. (3.21) lässt sich vereinfachen, da aufgrund der nach Annahme A2 vorausgesetzten Eindimensionalität der Strömung und der nach Annahme A5 vernachlässigbaren hydrostatischen Drücke lateral zur Strömungsrichtung Symmetrien der Oberflächen bezüglich der Ebenen  $y = 0$  und  $z = 0$  vorliegen. Diese ermöglichen es, die Betrachtungen auf das Profil der Oberfläche

$$z(x, y = 0) \equiv k(x) \quad (3.22)$$

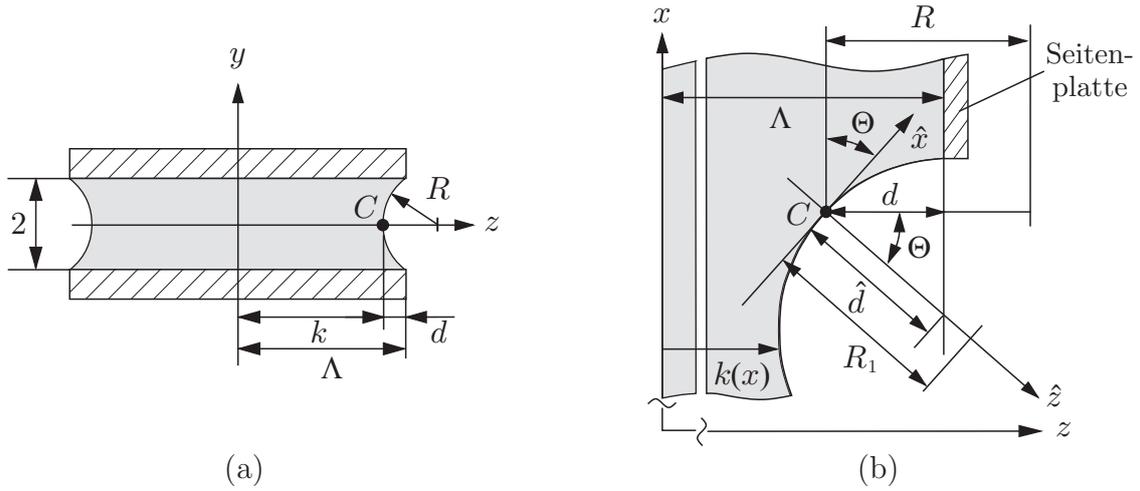
mit  $0 \leq z \leq \Lambda$  zu beschränken. Das Profil ist durch die Schnittlinie der Oberfläche mit der Ebene  $y = 0$  definiert, und es bestimmt die innerste Position der Flüssigkeitsoberfläche in den Querschnittsebenen  $x = \text{const}$ , wie in Abb. 3.3(a) schematisch dargestellt ist<sup>5)</sup>. Die Vereinfachung der Gl. (3.21) entsteht dadurch, dass  $k$  in jedem Querschnitt  $A$  das Minimum von  $z = z(x = \text{const}, y)$  beschreibt. Da die partielle Ableitung nach  $y$  an diesem Ort verschwindet ( $\partial_y z(x, y = 0) = 0$ ), reduziert sich Gl. (3.21) nach Einsetzen von Gl. (3.22) auf

$$h(x, y = 0) = \frac{1}{R_1} + \underbrace{\frac{\Gamma^{-2} d_{xx} k}{[1 + \Gamma^{-2} (d_x k)^2]^{3/2}}}_{R_2^{-1}}. \quad (3.23)$$

Hierin bezeichnen die Größen  $d_x k = dk/dx$  und  $d_{xx} k = d^2k/dx^2$  die erste bzw. zweite Ortsableitung des Profils nach  $x$ . Für einen beliebigen Punkt  $C$  des Profils definiert der zweite Term in Gl. (3.23) den Krümmungsanteil der Oberfläche in der Hauptnormalenebe-

<sup>5)</sup>Die Bezeichnung Profil resultiert aus den experimentellen Beobachtungen, bei denen aufgrund der Blickrichtung der Kamera in negativer  $y$ -Richtung die Distanz  $d = \Lambda - k$  als dunkler Bereich erscheint. Nach der Auswertung der Videobilder steht nur die der Flüssigkeit zugewandte Kante dieses Bereiches – die Umrisslinie oder das Profil – für den Vergleich mit den theoretischen Ergebnissen zur Verfügung.

### 3 Theoretisches Modell



**Abbildung 3.3:** (a) Schnitt des Kanals in den Querschnittsebenen  $x = \text{const}$ . Die Position  $k$  definiert das Profil der Flüssigkeitsoberfläche. Für geringe Querschnittsänderungen längs des Strömungsweges ist die Krümmung der Oberfläche durch den Krümmungsradius  $R$  gegeben. (b) Schnitt in der Ebene  $(x, z)$  bei  $y = 0$ . Die Koordinatenachsen  $x, \hat{x}$  und  $z, \hat{z}$  sind paarweise um den Winkel  $\Theta$  zueinander gedreht.

ne  $(\hat{x}, \hat{z})$ , der durch den inversen Hauptkrümmungsradius  $1/R_2$  gegeben ist (Krümmung in Strömungsrichtung). Diese Hauptnormalenebene wird durch den Normalenvektor  $\hat{z}$  und den Tangentenvektor  $\hat{x}$  der Oberfläche in  $C$  aufgespannt und ist kongruent zur Ebene  $(x, z)$  (vgl. Abb. 3.2). Der erste Term gibt den Anteil der Krümmung in der zur  $(x, z)$ -Ebene senkrechten Hauptnormalenebene  $(y, \hat{z})$  und ist durch den inversen Krümmungsradius  $1/R_1$  definiert.

Im Allgemeinen ist die Hauptnormalenebene  $(y, \hat{z})$  gegenüber der Querschnittsebene  $(y, z)$  um den Winkel  $\Theta$  gedreht. Um die geometrischen Zusammenhänge zu verdeutlichen, ist in Abb. 3.3(b) ein Ausschnitt der Oberfläche am Auslauf des Kanals in der Ebene  $y = 0$  dargestellt. In dieser Ebene bilden  $\hat{d}$  und die  $\hat{x}$ -Achse bzw.  $d$  und die  $x$ -Achse einen rechten Winkel. Der Drehwinkel  $\Theta$  zwischen den Koordinatenachsen tritt daher auch zwischen  $\hat{d}$  und  $d$  auf, und es gilt

$$\cos \Theta = \frac{d}{\hat{d}}. \quad (3.24)$$

Unter Ausnutzung der Steigung des Profils  $\tan \Theta = \Gamma^{-1} d_x k$  und der trigonometrischen Beziehung  $\cos \Theta = 1/\sqrt{1 + \tan^2 \Theta}$  lässt sich Gl. (3.24) in

$$\frac{d}{\hat{d}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \Gamma^{-2} (d_x k)^2}} \quad (3.25)$$

überführen. Aus dieser Gleichung folgt, dass  $\hat{d}$  durch  $d$  approximiert werden kann, wenn das Profil in Strömungsrichtung nur wenig variiert ( $|d_x k| \ll \Gamma$ )<sup>6)</sup>. Da für  $\hat{d} \simeq d$  nach Gl. (3.24) der

<sup>6)</sup> Um dieses Kriterium zu erfüllen, muss  $|d_x k|$  wenigstens um eine Größenordnung kleiner sein als  $\Gamma$ . Ab-

Winkel  $\Theta$  klein ist, sind für diesem Fall die Hauptnormalenebene ( $y, \hat{z}$ ) und die Querschnittsebene praktisch kongruent. Der Hauptkrümmungsradius  $R_1$  ist dann in guter Näherung durch den Radius  $R$  bestimmt. Dieser definiert in der Querschnittsebene die Krümmung der Oberfläche im Punkt  $C$  (vgl. Abb. 3.3(a)).

Dieser Sachverhalt ist für eindimensionale Strömungen gegeben, da sich der Strömungsquerschnitt für solche Strömungen längs des Kanals definitionsgemäß nur wenig ändert. Unter diesen Bedingungen ist auch die Krümmung der Oberfläche in Strömungsrichtung vernachlässigbar klein ( $|d_{xx}k| \ll \Gamma^2$ ), und wegen  $R_1 \simeq R$  lässt sich Gl. (3.23) durch

$$h_R = \frac{1}{R} \quad (3.26)$$

approximieren. Da jedoch für eindimensionale Strömungen der Druck in der Querschnittsebene nicht variiert, gilt Gl. (3.26) nicht nur in  $C$ , sondern in jedem Punkt der Oberfläche in der Querschnittsebene. Dies folgt für  $p - p_a = \text{const}$  aus der GAUSS-LAPLACE-Gleichung (Gl. (3.17)). Für Strömungen mit geringer Querschnittsänderung ist die Krümmung der Oberfläche in den Querschnittsebenen daher näherungsweise konstant und durch den inversen Krümmungsradius  $1/R$  approximierbar. In dieser Näherung definiert der Radius  $R$  stets Kreisabschnitte und lässt sich daher als Funktion von  $k$  ausdrücken. Somit sind sowohl die Krümmung nach Gl. (3.26) als auch die Strömungsquerschnittsfläche (Kanalfäche abzüglich der links- und rechtsseitigen Kreisabschnittsflächen) eindeutig durch das Profil der Oberfläche bestimmt.

Nach Abb. 3.3(a) gilt  $R^2 = 1 + (R - d)^2$ , so dass man für zwischen  $R$  und  $k$  die Abhängigkeiten

$$R = \frac{1 + d^2}{2d} \quad \text{und} \quad d = \Lambda - k \quad (3.27)$$

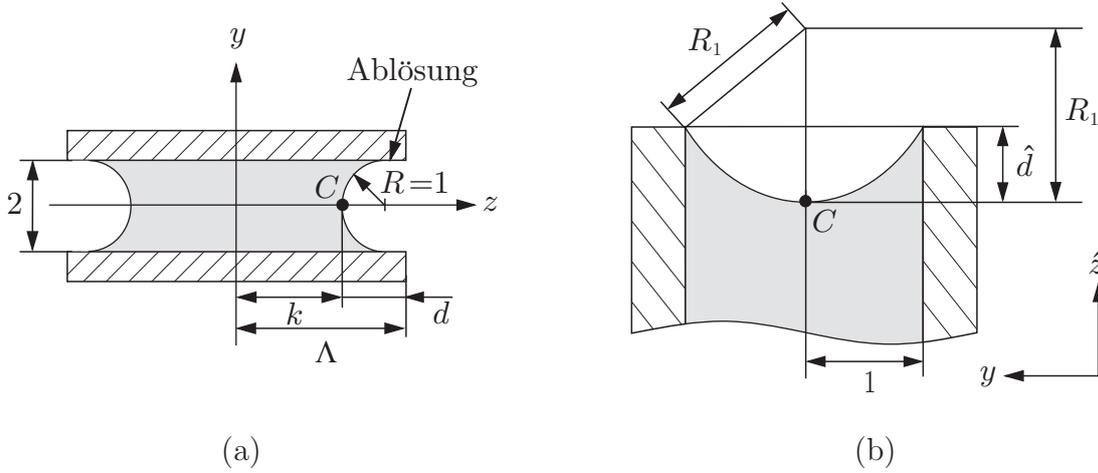
ableiten kann. Diese Beziehungen gelten für  $d \leq 1$ , solange die Flüssigkeitsoberfläche an den Kanten des Kanals haftet, was für  $k \geq \Lambda - 1$  der Fall ist. Experimentell wurden jedoch auch Zustände beobachtet, in denen sich die Randlinie der Flüssigkeit von den Kanten ablöst ( $k < \Lambda - 1$ ). Der Krümmungsradius  $R$  bleibt dann unabhängig von der Position der Oberfläche stets konstant, und da für vollständig benetzende Flüssigkeiten der Randwinkel mit den Wänden des Kanals  $\gamma_s = 0^\circ$  beträgt, muss die Oberfläche einen Halbkreis mit dem Radius  $R = 1$  bilden (Abb. 3.4(a)). Beide Fälle lassen sich in der folgenden Form zusammenfassen:

$$R = \begin{cases} \frac{1 + (\Lambda - k)^2}{2(\Lambda - k)} & \text{für } k \geq \Lambda - 1 \\ 1 & \text{für } k < \Lambda - 1. \end{cases} \quad (3.28)$$

---

gesehen von den Bereichen nahe des Ein- und Auslasses wurde in den Experimenten in Abhängigkeit vom Volumenstrom  $0,5\% \leq |d_x k|/\Gamma \leq 1,9\%$  festgestellt. Für die betrachtete Strömung ist das Kriterium daher insbesondere für die niedrigen und mittleren Volumenströme sehr gut erfüllt.

### 3 Theoretisches Modell



**Abbildung 3.4:** (a) Querschnittsfläche der Strömung bei Ablösung der Randlinie von den Kanten der Platten. (b) Schnitt in der Hauptnormalenebene  $(y, \hat{z})$ .

Unter Ausnutzung der geometrischen Beziehungen für die durch  $R$  definierten Kreisabschnitte (vgl. Sieber, 1982) erhält man für die Querschnittsfläche der Strömung

$$A(k) = \begin{cases} 1 - \frac{R^2}{2\Lambda} \arcsin \frac{1}{R} + \frac{1}{2\Lambda} (R - \Lambda + k) & \text{für } k \geq \Lambda - 1 \\ \frac{1}{\Lambda} \left( k + 1 - \frac{\pi}{4} \right) & \text{für } k < \Lambda - 1. \end{cases} \quad (3.29)$$

Dieser Ausdruck ist eine gute Näherung des Strömungsquerschnitts, wenn dieser nur geringfügig variiert, was für den überwiegenden Teil des Strömungsweges der experimentell untersuchten Strömung zutrifft. Wie bereits in Kapitel 3.1 erwähnt, treten nur im Nahbereich des Ein- und Auslaufs größere Querschnittsänderungen auf. In diesen Bereichen ist der Drehwinkel  $\Theta$  nicht mehr vernachlässigbar klein und die Krümmung der Oberfläche in der Querschnittsebene daher nicht konstant. Es zeigt sich jedoch, dass dieser Effekt für die betrachteten Aspektverhältnisse  $\Lambda$  nur zu einer geringen Abweichung von Gl. (3.29) führt. Zur Bestimmung der Querschnittsfläche wird daher stets eine konstante Krümmung der Oberfläche in den Ebenen  $x = \text{const}$  angenommen (Annahme A6), so dass die Querschnittsfläche auf der gesamten Länge des Kanals durch Gl. (3.29) definiert ist.

Setzt man Gl. (3.28) in Gl. (3.26) ein, folgt für  $k < \Lambda - 1$ , dass die Krümmung der Oberfläche konstant ist, obwohl die Querschnittsfläche nach Gl. (3.29) veränderlich ist. Dies führt zu einem Widerspruch, da jede Änderung des Querschnitts eine Druckänderung und somit eine Änderung der Krümmung impliziert. Hieraus folgt, dass die Approximation (3.26) für die betrachtete Strömung nicht hinreichend ist und der Krümmungsanteil der Oberfläche in Strömungsrichtung daher nicht vernachlässigt werden kann. Um diesen in das Modell zu integrieren, wird – abweichend zur Annahme A6 – angenommen, dass die Oberfläche in der Hauptnormalenebene  $(y, \hat{z})$  eine konstante Krümmung aufweist (Annahme A7). Mit dieser Annahme definiert die Oberfläche dann in der Ebene  $(y, \hat{z})$  Kreisabschnitte mit dem Radius

$R_1$  (vgl. Abb. 3.4(b)). Mit  $R_1^2 = 1 + (R_1 - \hat{d})^2$  lässt sich  $R_1$  durch die Beziehungen

$$R_1 = \frac{1 + \hat{d}^2}{2\hat{d}}, \quad \hat{d} = d\sqrt{1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2} \quad \text{und} \quad d = \Lambda - k, \quad (3.30)$$

bestimmen, wobei der zweite Zusammenhang aus Gl. (3.25) folgt. Diese Beziehungen gelten für  $\hat{d} \leq 1$ , solange die Oberfläche an den Kanten der Platten haftet ( $k \geq \Lambda - [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]^{-1/2}$ ). Für  $k < \Lambda - [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]^{-1/2}$  entspricht der Krümmungsradius dem halben Plattenabstand, und die Krümmung  $1/R_1$  in der  $(y, \hat{z})$ -Ebene wird maximal. Beide Fälle lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

$$R_1 = \begin{cases} \frac{1 + (\Lambda - k)^2 [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]}{2(\Lambda - k) [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]^{1/2}} & \text{für} \quad k \geq \Lambda - [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]^{-1/2} \\ 1 & \text{für} \quad k < \Lambda - [1 + \Gamma^{-2}(\mathrm{d}_x k)^2]^{-1/2}. \end{cases} \quad (3.31)$$

### 3.4 Modellierung des irreversiblen Druckverlustes

Der Gradient des irreversiblen Druckverlustes infolge viskoser Kräfte,  $16\tau_w\mathcal{L}$  in Gl. (3.19), setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, dem Druckgradienten der voll ausgebildeten laminaren Strömung mit parabolischer Geschwindigkeitsverteilung  $\tau_{wl}\mathcal{L}$  und dem zusätzlichen Druckgradienten der Einlaufströmung  $\tau_{we}\mathcal{L}$ . Wie bereits in Kapitel 2.3.1 dargestellt wurde, liegen für laminare Strömungen zwischen zwei sehr breiten parallelen Platten beide Druckverluste durch Gl. (2.8) und Gl. (2.9) analytisch vor. Hieraus lässt sich jeweils die mittlere Wandschubspannung bestimmen.

Für die mittlere Wandschubspannung gilt nach Gl. (3.4)

$$\tau_w' = -\frac{D_h}{4} \frac{\mathrm{d}p_v'}{\mathrm{d}x'}. \quad (3.32)$$

Nach Auflösen von Gl. (2.8) nach  $p_{vl}'$  ergibt sich hieraus

$$\tau_{wl}' = -\frac{D_h}{4} \frac{\mathrm{d}p_{vl}'}{\mathrm{d}x'} = \frac{K_{pl}}{\mathrm{Re}_h} \frac{\rho v'^2}{8} \quad (3.33)$$

für die voll ausgebildete laminare Strömung. Da die Strömungsgeschwindigkeit aufgrund der Querschnittsänderung längs des Kanals variiert, wird Gl. (3.33) lokal angewendet (vgl. Spurk, 1987), so dass man in dimensionsloser Form

$$\tau_{wl}(x) = \frac{\tau_{wl}'(x')}{\tilde{\tau}_w} = \frac{1}{\tilde{\tau}_w} \frac{K_{pl}}{\mathrm{Re}_h} \frac{\rho v'(x')^2}{8} = K_{pl} \frac{v(x)}{32} = K_{pl} \frac{Q}{32A(x)} \quad (3.34)$$

erhält. Entsprechend lässt sich die Wandschubspannung der Einlaufströmung ableiten. Nach Auflösen von Gl. (2.9) nach  $p_{ve}'$  ergibt sich durch Einsetzen in Gl. (3.32)

$$\tau_{we}'(x') = -\frac{D_h}{4} \frac{\mathrm{d}p_{ve}'}{\mathrm{d}x'} = \frac{\mathrm{d}K(\tilde{x})}{\mathrm{d}\tilde{x}} \frac{\mathrm{d}\tilde{x}}{\mathrm{d}x'} \frac{D_h \rho v'^2}{8} = \frac{\mathrm{d}K(\tilde{x})}{\mathrm{d}\tilde{x}} \frac{2\rho v'^2}{\mathrm{Re}_h} \quad (3.35)$$

### 3 Theoretisches Modell

für Strömungen mit konstantem Querschnitt. Für veränderliche Querschnitte wird diese Gleichung lokal angewendet, und es gilt in dimensionsloser Form

$$\tau_{we}(x) = \frac{\tau'_{we}(x')}{\tilde{\tau}_w} = K_{pe}(\tilde{x}) \frac{v}{2} = K_{pe}(\tilde{x}) \frac{Q}{2A(x)} \quad (3.36)$$

mit

$$K_{pe}(\tilde{x}) = \frac{dK(\tilde{x})}{d\tilde{x}}. \quad (3.37)$$

Die Verlustziffer  $K$  nach Gl. (2.10) basiert auf der Annahme einer homogenen Geschwindigkeitsverteilung über den Eintrittsquerschnitt des Kanals bei  $x = 0$  (Block- oder Kolbenprofil). Da die Strömung im Experiment bereits mit einer gewissen Grenzschichtdicke in den offenen Kanal eintritt<sup>7)</sup>, muss die Wandschubspannung an diese Randbedingungen angepasst werden. Dies wird durch Transformation von Gl. (3.37) mittels

$$\tilde{x}_S = \tilde{x} + (1 - \beta_0)\tilde{x}_e, \quad \text{mit } 0 \leq \beta_0 \leq 1 \quad (3.38)$$

erreicht. Darin gibt der Parameter  $\beta_0$  den Grad der Profilausbildung an, und

$$\tilde{x}_e = \frac{16x'_e}{\text{Re}_h D_h} \quad \text{mit } x'_e = 0,01639 \text{Re}_h D_h \quad (3.39)$$

ist die Einlauflänge, nach der das parabolische Geschwindigkeitsprofil quasi ausgebildet ist (White, 1991). Dieses ist für  $\beta_0 = 0$  der Fall, und, wie in Anhang B gezeigt wird, ist  $K_{pe}(\tilde{x}_S) \simeq 0$  für  $\tilde{x}_S \geq \tilde{x}_e$ , so dass der Eintrittsdruckverlust nicht mehr zum Gesamtdruckverlust beiträgt. Im anderen Extrem  $\beta_0 = 1$  liegt am Eintritt ein Blockprofil vor, und der Eintrittsdruckverlust geht in vollem Umfang in die Druckbilanz ein. Da die Geschwindigkeitsverteilung nicht aus den Experimenten bestimmt werden kann, sind zusätzliche dreidimensionale numerische Modellrechnungen zur Strömung in der Geometrie vor der Messstrecke erforderlich. Die Modellrechnungen wurden mit kommerzieller Software durchgeführt und sind in Kapitel 5.5 beschrieben. Der Parameter  $\beta_0$  ergibt sich aus dem Vergleich der numerisch ermittelten Geschwindigkeitsverteilungen im Eintrittsquerschnitt mit den analytischen Lösungen  $\tilde{v}_x = \tilde{v}_x(\tilde{x}^*, \tilde{y})$  für die Einlaufströmung (vgl. Anhang B) und lässt sich als Funktion des Volumenstroms approximieren.

Mit Gl. (3.34) und Gl. (3.36) ist der irreversible Druckverlust durch

$$16\tau_w \mathcal{L} = 16(\tau_{wl} + \tau_{we}) \mathcal{L} = \left[ K_{pl} + 16K_{pe}(\tilde{x}_S) \right] \frac{Q\mathcal{L}}{2A(x)} \quad (3.40)$$

definiert.

---

<sup>7)</sup>In den Experimenten wird die Flüssigkeit zuvor durch parallele Platten bzw. durch eine Düse geleitet.

### 3.5 Modellgleichungen und numerisches Lösungsverfahren

Aufgrund des Zusammenhangs  $A = A(k)$  entsprechend Gl. (3.29) lässt sich der zweite Term in Gl. (3.19) unter Ausnutzung der Kontinuitätsgleichung (3.20) in der Form

$$v \frac{dv}{dx} = - \frac{Q^2}{A^3} \frac{dA}{dk} \frac{dk}{dx} \quad (3.41)$$

darstellen. Wird dieser Ausdruck zusammen mit Gl. (3.40) in Gl. (3.19) eingesetzt, erhält man für die Impulsgleichung

$$\frac{dh}{dx} + \frac{Q^2}{A^3} \frac{dA}{dk} \frac{dk}{dx} - \left[ K_{pl} + 16K_{pe}(\check{x}_S) \right] \frac{\mathcal{L}Q}{2A} + \text{Bo}_x = 0 \equiv \mathcal{F}. \quad (3.42)$$

Die Umstellung der Gl. (3.23) für die Oberflächenkrümmung ergibt

$$\Gamma^{-2} \frac{d^2k}{dx^2} + \left( \frac{1}{R_1} - h \right) \left[ 1 + \Gamma^{-2} \left( \frac{dk}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} = 0 \equiv \mathcal{G}. \quad (3.43)$$

Bei diesen Gleichungen handelt es sich um gekoppelte gewöhnliche Differentialgleichungen von erster Ordnung in  $h$  und zweiter Ordnung in  $k$ , deren Lösung drei Randbedingungen erfordert. Diese sind durch die fixierte Flüssigkeitsoberfläche am Ein- und Auslass des Kanals

$$k_0 = k(x = 0), \quad (3.44)$$

$$k_1 = k(x = 1) \quad (3.45)$$

und die Krümmung am Kanaleinlass

$$h_0 = h(x = 0) \quad (3.46)$$

gegeben. Zusätzlich muss der Grad der Profilausbildung

$$\beta_0 = \beta(x = 0) \quad (3.47)$$

definiert sein. Ebenso wie  $\beta_0$  ist  $h_0$  nicht a priori bekannt und muss aus dreidimensionalen numerischen Modellrechnungen ermittelt werden. Die Vorgehensweise hierbei wird nach Einführung der Geometrie der Experimente in Kapitel 5.5 erläutert.

Zur Lösung der Gleichungen (3.42) und (3.43) wird das Lösungsgebiet  $0 \leq x \leq 1$  durch  $N$  Stützstellen  $x_i = (i-1)\Delta x$ ,  $i = 1, \dots, N$ , mit  $\Delta x = 1/(N-1)$  diskretisiert und die Ableitungen durch Differenzenquotienten approximiert. Für die Ableitungen  $dk/dx$  und  $d^2k/dx^2$  eignen sich zentrale Differenzen zweiter Ordnung. Die Ableitung  $dh/dx$  wird durch eine Rückwärtsdifferenz erster Ordnung ersetzt, um eine größere numerische Stabilität zu erreichen<sup>8)</sup>. Somit erhält man ein nichtlineares Gleichungssystem der Dimension  $2N$ , das mittels der Newton-Raphson-Methode

$$\mathbf{X}^{m+1} = \mathbf{X}^m - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}^m) \quad (3.48)$$

<sup>8)</sup>Die diskretisierten Gleichungen sind in Anhang A aufgeführt.

### 3 Theoretisches Modell

gelöst werden kann (Press *et al.*, 1992). Hierin ist  $\mathbf{X} = (k_1, \dots, k_N, h_1, \dots, h_N)^T$  der Lösungsvektor mit  $k_i = k(x_i)$  und  $h_i = h(x_i)$ ,  $\mathbf{A}$  die Jacobi-Matrix,  $\mathbf{F}$  der Funktionenvektor mit  $\mathbf{F} = (\mathcal{F}_1, \dots, \mathcal{F}_N, \mathcal{G}_1, \dots, \mathcal{G}_N)^T$  und  $m$  der Iterationsschritt.

Die Programmierung erfolgt unter Verwendung von Standardroutinen zur Berechnung der inversen Matrix  $\mathbf{A}^{-1}$  (LU-Zerlegung) und zum Iterieren von Gl. (3.48). Je nach Länge des Kanals umfasst die Diskretisierung  $400 \leq N \leq 800$  äquidistante Stützstellen. Als Startlösung für  $\mathbf{X}^0$  wird  $k_i^0 = \Lambda$ ,  $h_i^0 = h_0$  vorgegeben. Die Iteration wird als hinreichend genau betrachtet, sobald das Kriterium  $|\mathbf{X}^{m+1} - \mathbf{X}^m|/2N \leq 10^{-7}$  erfüllt ist. Werte der Lösung zwischen einzelnen Stützstellen werden mittels des Neville-Algorithmus (Press *et al.*, 1992) quadratisch interpoliert.

Die Bestimmung des maximalen Volumenstroms  $Q_{max}^{num}$  wird iterativ vorgenommen. Beginnend mit einem hinreichend kleinen Volumenstrom wird dieser in Inkrementen von  $\Delta Q$  solange erhöht, bis der Algorithmus für Gl. (3.48) nicht mehr konvergiert. Anschließend wird  $\Delta Q$  reduziert und die Rechnungen von der letzten Lösung aus fortgesetzt. Als Ergebnis erhält man zu den verschiedenen Volumenströmen  $Q_j$  die Lösungen

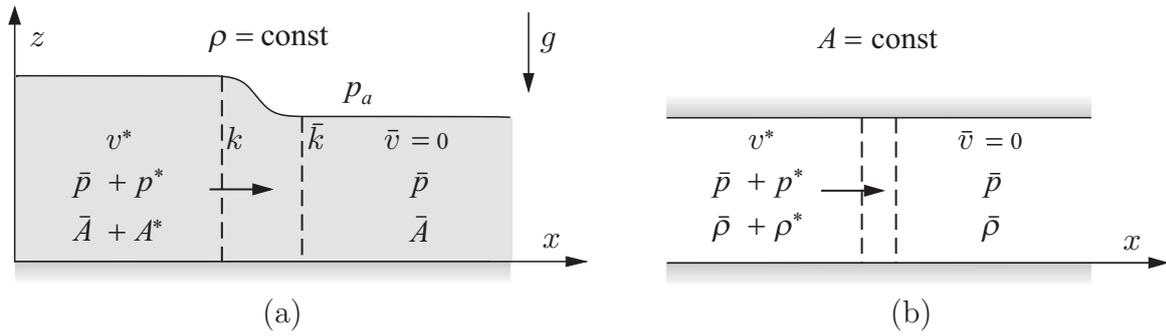
$$\mathbf{X}_j = \mathbf{X}_j(Q_j) \quad \text{mit} \quad j = 1, \dots, J, \quad (3.49)$$

wobei  $Q_J = Q_{max}^{num}$  ist. Je nach Größe der Kennzahl  $\mathcal{L}$  ist eine Genauigkeit des Volumenstroms von bis zu  $\Delta Q/Q_J \sim \mathcal{O}(10^{-10})$  erforderlich.

## 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

In diesem Kapitel wird gezeigt, dass die Begrenzung des Volumenstroms der stationären Strömung in offenen Kapillarkanälen auf einen „Choking-Effekt“ zurückzuführen ist. Choking bedeutet, dass der Massenstrom einer Strömung genau dann maximal wird, wenn die Strömungsgeschwindigkeit lokal die Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen erreicht. Aufgrund ihrer fundamentalen Bedeutung wird diese Wellengeschwindigkeit zunächst in einer allgemeinen Form hergeleitet, die sowohl für kompressible Gasströmungen als auch für Flüssigkeitsströmungen mit strömungsabhängigem Querschnitt wie beispielsweise Strömungen in offenen Gerinnen, in offenen Kapillarkanälen oder in flexiblen Röhren gleichermaßen gilt. Aufgrund dieser verallgemeinerten Geschwindigkeit der Wellenausbreitung und den ihr zugrunde liegenden Grundgleichungen lassen sich für die unterschiedlichen Strömungen analoge Effekte beobachten, die prinzipiell auf die betrachtete offene Kapillarströmung übertragbar sind. Für die durch die MACH- und FROUDE-Zahl bestimmten Strömungen wurden einige dieser Effekte bereits in Kapitel 2.4 dargestellt. Als Konsequenz der bestehenden Analogien wird für die betrachtete Kapillarströmung der Geschwindigkeitsindex  $S$  eingeführt, der als Quotient aus der Strömungsgeschwindigkeit und der Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Kapillarwellen definiert ist. Nach Betrachtungen zu den Eigenschaften dieses Geschwindigkeitsindex sowie zu seiner Bestimmbarkeit aus den experimentellen und numerischen Daten wird dann durch eine Reformulierung der Impulsgleichung (3.42) das Auftreten des Choking-Effektes in der offenen Kapillarströmung theoretisch nachgewiesen. Neben dem Fall  $Bo_x = 0$ , der den experimentellen Gegebenheiten entspricht, wird auch der Fall  $Bo_x \neq 0$  diskutiert. Hierdurch lassen sich weitere Effekte identifizieren, die zum Verständnis des Strömungsphänomens beitragen, auch wenn sie selbst nicht Gegenstand der experimentellen Untersuchungen sind.

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking



**Abbildung 4.1:** Schematische Darstellung der Ausbreitung longitudinaler Wellen (a) in einem gleichförmigen, offenen Flüssigkeitskanal mit freier Oberfläche, (b) in einer gasgefüllten Röhre konstanten Querschnitts.

### 4.1 Ausbreitung longitudinaler Wellen in kompressiblen Medien mit druckabhängigem Strömungsquerschnitt

Betrachtet wird die reibungsfreie Ausbreitung einer longitudinalen Welle in einem offenen und gleichförmigen, mit Flüssigkeit gefüllten Kanal unendlicher Länge mit und ohne Schwerkraft. Der Kanal bestehe ähnlich wie in Abb. 3.1(a) aus zwei parallelen Seitenwänden mit Spaltabstand  $a$ , sei aber in der Ebene  $z = 0$  durch eine weitere feste Wand begrenzt<sup>1)</sup>. Bezogen auf die Ebene  $y = 0$  zeigt sich für Strömungen unter Schwerkraft das gleiche Erscheinungsbild wie für Strömungen unter Einfluss von Kapillarkräften (vgl. Abb. 4.1(a)). Im ersten Fall definiert  $k$  die Position der ebenen Flüssigkeitsoberfläche (Höhe der Flüssigkeitsoberfläche über dem Boden), wobei angenommen wird, dass neben der Schwerkraft in Richtung der negativen  $z$ -Achse keine weiteren Volumenkräfte wirken. Im zweiten Fall definiert  $k$  die innerste Position der nach innen gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche entsprechend Abb. 3.3(a). Wie in Abb. 4.1(a) schematisch dargestellt ist, bewege sich die Welle (im Folgenden auch als Störung bezeichnet) mit der Geschwindigkeit  $v^*$  in positive  $x$ -Richtung in die ungestörte Flüssigkeit, die sich in Ruhe befinde. Die Wellenbewegung wird durch die lokale Druckdifferenz

$$p^* = p - \bar{p} \quad (4.1)$$

verursacht, infolge derer die Ruhelage der Oberfläche  $\bar{k}$  sowie der Querschnitt der ungestörten Flüssigkeit  $\bar{A}$  um  $k^*$  bzw. um  $A^*$  variieren. Dabei sei  $p$  der Druck der gestörten und  $\bar{p}$  der Druck der ruhenden Flüssigkeit, der unter Einfluss der Schwerkraft eine hydrostatische Verteilung besitzt. Ähnliche Verhältnisse beobachtet man bei der reibungsfreien Ausbreitung

<sup>1)</sup>Die hier vorgenommene Beschränkung auf rechteckige Querschnitte ist nicht zwingend notwendig. Prinzipiell kann jede beliebige Querschnittsgeometrie betrachtet werden, solange (i) die Strömung im Kanal als eindimensional betrachtet werden kann und (ii) der Kanal in Strömungsrichtung gleichförmig ist, so dass die Strömung keine von außen aufgeprägte Querschnittsveränderung erfährt.

longitudinaler Wellen in kompressiblen Medien mit konstanter Querschnittsfläche, beispielsweise in einer gasgefüllten Röhre (vgl. Abb. 4.1(b)). Die in das ruhende Medium einlaufende Welle der Geschwindigkeit  $v^*$  bewirkt eine lokale Änderung der Dichte, die um  $\rho^*$  vom ungestörten Wert  $\bar{\rho}$  abweicht.

Die Theorie der Ausbreitung longitudinaler Wellen basiert auf der idealisierten Vorstellung, dass sich alle Fluidteilchen einer Wellenfront parallel zur Längsachse des Kanals bewegen und die gleiche Phase besitzen. Da die Auslenkung der Oberfläche in Abb. 4.1(a) stets mit einer transversalen Bewegung der Flüssigkeit verbunden ist, ist die Annahme longitudinaler Bewegung nur dann gerechtfertigt, wenn die transversalen Gradienten des treibenden Drucks wesentlich kleiner sind als sein longitudinaler Gradient in Hauptströmungsrichtung. Diese Voraussetzung ist für hinreichend kleine Amplituden der Welle erfüllt, bei denen der Druck  $p^*$  in der Querschnittsebene bezogen auf seinen Mittelwert über den Querschnitt nur wenig variiert. Aus diesem Grund werden im Folgenden nur Wellen kleiner Amplituden betrachtet. Für diese gilt insbesondere, dass sowohl der Querschnitt der Flüssigkeitsströmung als auch die Dichte des Gases als eindeutige Funktionen des Drucks,

$$A = A(p) \tag{4.2}$$

und

$$\rho = \rho(p), \tag{4.3}$$

aufgefasst werden können. Für die letzte Beziehung gewährleistet die Annahme kleiner Amplituden die Konstanz der Entropie des Mediums beim Durchlaufen der Welle, so dass keine weiteren Abhängigkeiten von anderen Zustandsgrößen auftreten (vgl. Becker, 1969).

Die betrachtete eindimensionale reibungsfreie Wellenbewegung in kompressiblen Gasen sowie in inkompressiblen Flüssigkeiten mit veränderlichem Strömungsquerschnitt ist durch die EULER-Gleichung

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{4.4}$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho A v)}{\partial x} \tag{4.5}$$

beschrieben (vgl. Spurk, 1987). Zur Entdimensionierung dieser Gleichungen wurde die Skalierung

$$x = \frac{x'}{\tilde{x}}, \quad k = \frac{k'}{\tilde{k}}, \quad p = \frac{p'}{\tilde{p}}, \quad v = v' \sqrt{\frac{\tilde{\rho}}{\tilde{p}}}, \quad t = \frac{t'}{\tilde{t}}, \quad \rho = \frac{\rho'}{\tilde{\rho}}, \quad A = \frac{A'}{\tilde{A}} \tag{4.6}$$

verwendet. Die mit  $\tilde{\phantom{x}}$  bezeichneten charakteristischen Größen werden jeweils für einzelne Spezialfälle weiter unten definiert.

Für den Fall kleiner Amplituden der Welle können beide Gleichungen linearisiert werden. Hierzu wird angenommen, dass der treibende Druck  $p^*$  sowie die durch ihn verursachten

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

Änderungen der Strömungsgrößen  $v^*$ ,  $A^*$  und  $\rho^*$  klein sind, gemessen an der Größenordnung der ungestörten Größen der ruhenden Medien  $\bar{p}$ ,  $\bar{v} = 0$ ,  $\bar{A}$  und  $\bar{\rho}$ . Unter Anwendung des Linearisierungsansatzes

$$p = \bar{p} + p^*, \quad v = v^*, \quad A = \bar{A} + A^*, \quad \rho = \bar{\rho} + \rho^* \quad (4.7)$$

reduzieren sich Gl. (4.4) und Gl. (4.5) zu

$$\bar{\rho} \frac{\partial v^*}{\partial t} = -\frac{\partial p^*}{\partial x} \quad (4.8)$$

und

$$\frac{1}{\bar{A}} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} A^* + \rho^* \bar{A}) = -\bar{\rho} \frac{\partial v^*}{\partial x}. \quad (4.9)$$

Darin sind alle Produkte kleiner Größen vernachlässigt, da sie wenigstens eine Größenordnung kleiner sind als die Störungen selbst. Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen bestimmen zu können, sind die beiden Gleichungen auf die Form einer Wellengleichung zu bringen. Nach partieller Differentiation von Gl. (4.8) und Gl. (4.9) nach  $x$  bzw.  $t$  lassen sich beide Gleichungen wegen der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen  $\partial^2/(\partial x \partial t) = \partial^2/(\partial t \partial x)$  zusammenfassen, und man erhält

$$\frac{1}{\bar{A}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\bar{\rho} A^* + \rho^* \bar{A}) = \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2}. \quad (4.10)$$

Aufgrund der funktionalen Zusammenhänge nach Gl. (4.2) und Gl. (4.3) sind  $A^*$  und  $\rho^*$  als TAYLOR-Reihe in  $p^*$  entwickelbar und lauten bis zum linearen Glied:

$$A^*(p^*) = \left. \frac{\partial A}{\partial p} \right|_{p^*=0} p^* \quad (4.11)$$

und

$$\rho^*(p^*) = \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_{p^*=0} p^*. \quad (4.12)$$

Da die partielle Ableitung nach  $t$  nicht auf  $\left. \frac{\partial A}{\partial p} \right|_{p^*=0}$  und  $\left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_{p^*=0}$  wirkt, ergibt sich für Gl. (4.10)

$$\frac{1}{\bar{A}} \left( \bar{\rho} \left. \frac{\partial A}{\partial p} \right|_{p^*=0} + \bar{A} \left. \frac{\partial \rho}{\partial p} \right|_{p^*=0} \right) \frac{\partial^2 p^*}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2}. \quad (4.13)$$

Diese Gleichung hat die Struktur der linearen Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 p^*}{\partial t^2} = v_l^2 \frac{\partial^2 p^*}{\partial x^2}, \quad (4.14)$$

wobei der Proportionalitätsfaktor

$$v_l = \sqrt{\bar{A} \left. \frac{dp}{d(\rho A)} \right|_{p^*=0}} \quad (4.15)$$

die gesuchte Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinalen Wellen definiert. Wie Gl. (4.15) zu

entnehmen ist, hängt die Wellengeschwindigkeit sowohl von der Größe des durchströmten Querschnitts als auch davon ab, wie stark  $A$  und  $\rho$  infolge einer Änderung von  $p$  variieren. Aus diesem Grund lässt sich dieser Wellentyp als longitudinale Welle kleiner Amplitude in kompressiblen Medien mit druckabhängigem Strömungsquerschnitt bezeichnen.

## 4.2 Analogiebetrachtungen und Folgerungen für die offene Kapillarströmung

Obwohl es sich bei den in Abb. 4.1 dargestellten Wellenbewegungen um unterschiedliche physikalische Erscheinungen handelt, ist ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit durch die universelle Form entsprechend Gl. (4.15) bestimmt. Der Grund hierfür ist die Ähnlichkeit zwischen den Antriebsmechanismen der longitudinalen Wellenbewegung. Bringt man Gl. (4.15) auf die Form

$$\frac{1}{\bar{\rho}v_t^2} = \left[ \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \right]_{p^*=0} + \left[ \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} \right]_{p^*=0} = \mathcal{K} + \mathcal{D}, \quad (4.16)$$

erhält man auf der linken Seite einen Term, der als „effektive Kompressibilität“ des Mediums interpretiert werden kann. Diese besteht neben der auf der veränderlichen Dichte beruhenden Kompressibilität  $\mathcal{K}$  aus einem Anteil  $\mathcal{D}$ , der von der veränderlichen Querschnittsfläche herrührt. Letzterer wird in der Literatur auch als „Dehnbarkeit“ (engl. distensibility) bezeichnet (Lighthill, 1978). Beide Terme haben die gleiche Struktur, beschreiben aber unterschiedliche physikalische Effekte. Während bei der Kompression eines Fluides Arbeit gegen atomare bzw. molekulare Stoßwechselwirkungen ausgeführt werden muss, wird bei der Änderung der Querschnittsfläche Arbeit gegen Massen- und/oder Oberflächenkräfte verrichtet. Obwohl die Kräfte unterschiedlich gerichtet sind, führen sie in der Näherung für Wellen kleiner Amplitude zu gleichen longitudinalen Bewegungen des Fluides, da aufgrund der Voraussetzungen Gl. (4.2) und Gl. (4.3) nur longitudinale Gradienten des Drucks möglich sind. Somit kann die longitudinale Wellenbewegung in Gasen und in Flüssigkeiten mit freier Oberfläche so aufgefasst werden, als resultierte ihre Bewegung aus der verallgemeinerten Kompressibilität nach Gl. (4.16), in der die Änderung der Dichte  $\rho$  und des Querschnitts  $A$  völlig analoge Wirkungen haben.

In der Regel ist jedoch eine der beiden Größen  $\mathcal{K}$  und  $\mathcal{D}$  gegenüber der anderen vernachlässigbar, da ihre Wirkungen von unterschiedlicher Größenordnung sind. Einige Spezialfälle werden im Folgenden diskutiert.

**Kompressible Strömungen:** Im Fall der adiabatischen Wellenausbreitung in kompressiblen Medien mit konstantem Querschnitt ( $\bar{A} = \text{const}$ ) führt Gl. (4.15) auf die isentrope Schallgeschwindigkeit  $v_s = \sqrt{dp/d\rho}$ . Diese ist bestimmt, sobald die Zustandsgleichung  $\rho(p)$

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

bekannt ist. Die Skalierung der Gasgeschwindigkeit mit der Schallgeschwindigkeit definiert die MACH-Zahl,  $Ma = v/v_s$ , (vgl. Truckenbrodt, 1996).

**Offene Gerinneströmungen:** In offenen Gerinneströmungen definiert Gl. (4.15) die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Flach- oder Seichtwasserwellen  $v_f = \sqrt{k}$ . Für den gleichförmigen Kanal aus Abb. 4.1(a) ergibt sich diese durch Einsetzen der Querschnittsfläche  $A = A'/\tilde{A} = ak'/a\tilde{k} = k$  und des hydrostatischen Drucks  $p = p'/\tilde{p} = \rho'gk'/(\tilde{\rho}g\tilde{k}) = k$ , wobei für die als konstant betrachtete Dichte  $\rho' = \tilde{\rho} = \bar{\rho}$  gilt. Durch Skalierung der Flüssigkeitgeschwindigkeit mit der Flachwasserwellengeschwindigkeit gewinnt man die FROUDE-Zahl,  $Fr = v/v_f$ , (vgl. Truckenbrodt, 1996).

**Inkompressible Strömungen in flexiblen Röhren:** Für flexible, von inkompressiblen Medien durchflossene Röhren liefert Gl. (4.15) mit  $\rho'/\tilde{\rho} = \rho = 1$  die Wellengeschwindigkeit  $v_e = \sqrt{Ad(p - p_a)/dA}$ . Diese wurde bereits von WEBER im Jahr 1866 abgeleitet (Weber, 1866). Sie ist bestimmbar, wenn die so genannte „tube law“  $A(p - p_a)$  bekannt ist, die in der Regel experimentell bestimmt werden muss. Die Charakterisierung der Strömung erfolgt durch den so genannten Speed index,  $Sp = v/v_e$ , (Shapiro, 1977).

Die analoge Wirkung von  $\rho$  und  $A$  betrifft nicht nur die Wellenausbreitung, sondern beeinflusst das Verhalten eindimensionaler kompressibler Strömungen und Flüssigkeitsströmungen mit druckabhängigem Querschnitt im Allgemeinen. Infolge dessen basieren die Strömungen auf den gleichen Grundgleichungen, die für den reibungsfreien Fall durch die Impulsgleichung (4.4) und die Kontinuitätsgleichung (4.5) gegeben sind. Die Analogie wird durch zusätzliche Reibungs- oder Volumenkräfte nicht beeinflusst, da diese in die Impulsgleichung, nicht aber in die Kontinuitätsgleichung eingehen und daher die funktionalen Zusammenhänge nach Gl. (4.2) und Gl. (4.3) nicht verändern. Aus diesem Grund beobachtet man in den oben betrachteten Strömungen neben der Wellenausbreitung weitere analoge Effekte: So existieren jeweils zu einer Gesamtenergie der Strömung zwei Strömungszustände (Strömungsformen), für die die durch das Verhältnis von Strömungs- zu Wellengeschwindigkeit definierte charakteristische Kennzahl entweder kleiner oder größer als eins ist. Dies führt zu den bekannten Bezeichnungen Unter- und Überschall für Gasströmungen, strömend und schießend für offene Gerinne oder unter- und überkritisch für die weniger bekannten Strömungen in flexiblen Röhren. Als kritisch werden die Strömungen bezeichnet, wenn ihre charakteristische Kennzahl den Wert eins erreicht, da der Massenstrom dann infolge von Choking maximal wird. Übergänge zwischen beiden Strömungszuständen sind möglich, wobei Übergänge bei abnehmender Kennzahl mit dem Auftreten einer Diskontinuität verbunden sind, die je nach Medium als Stoßfront, hydraulischer bzw. elastischer Sprung bezeichnet wird (vgl. auch Shapiro (1953), Spurk (1987) und Shapiro (1977)). Die analogen Eigenschaften

**Tabelle 4.1:** Übersicht über analoge Eigenschaften eindimensionaler Strömungen: longitudinale Wellenbewegung, Kennzahlen, Strömungsformen und Diskontinuitäten. Die mit † gekennzeichneten Erscheinungen ergeben sich nur hypothetisch aus Analogiebetrachtungen. Sie wurden experimentell noch nicht beobachtet.

Eigenschaft	Kompressible Gasströmungen	Offene Kanalströmungen $Bo_z \gg 1$	$Bo_z \ll 1$	Inkompr. Strömungen in flexiblen Röhren
Wellenantrieb	Kompression	Gravitation	Oberflächensp.	Dehnungsspannung
Wellengeschwindigkeit	$v_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$	$v_f = \sqrt{k}$	$v_c = \sqrt{-A \frac{dh}{dA}}$	$v_e = \sqrt{A \frac{d(p-p_a)}{dA}}$
Kennzahl	$Ma = v/v_s$	$Fr = v/v_f$	$S = v/v_c$	$Sp = v/v_e$
Strömungsform bei Kennzahl $< 1$	Unterschall	strömend	unterkritisch	unterkritisch
Strömungsform bei Kennzahl $> 1$	Überschall	schießend	überkritisch†	überkritisch
Diskontinuität	Stoßfront	Hydraulischer Sprung	Hydraulischer Sprung†	Elastischer Sprung

dieser Strömungen sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Aufgrund der Ähnlichkeit der offenen Kapillarströmung zu eindimensionalen Strömungen in Gasen, offenen Gerinnen oder flexiblen Röhren sind die oben diskutierten Effekte auch für diese Strömung zu erwarten. Daher ist es nahe liegend, in Analogie zur MACH- und FROUDE-Zahl einen Geschwindigkeitsindex  $S$  einzuführen, der als das Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und der für den Kapillarkanal charakteristischen Wellengeschwindigkeit  $v_c$  definiert ist. Letztere erhält man durch Einsetzen des Kapillardrucks aus Gl. (3.17) in die Definition (4.15). Da der Umgebungsdruck  $p_a$  als konstant vorausgesetzt wird, ergibt sich mit Gl. (3.18) und  $\rho'/\bar{\rho} = \rho = 1$  die Geschwindigkeit

$$v_c = \sqrt{-A \frac{dh}{dA}}, \quad (4.17)$$

die aufgrund des wirkenden Kapillardrucks als longitudinale Kapillarwellengeschwindigkeit zu interpretieren ist<sup>2)</sup>. Sie ist eine Funktion der Querschnittsfläche  $A$  und der Krümmung  $h$  (bzw. des Kapillardrucks  $p - p_a$ ), für die ein eindeutiger Zusammenhang bekannt sein

<sup>2)</sup> Es sei bemerkt, dass es sich hierbei nicht um die gewöhnlichen Kapillarwellen handelt, die auf Flüssigkeitsoberflächen beobachtet werden können (Kräuselwellen). Kapillarwellen im herkömmlichen Sinn sind transversal (Wirkung der treibenden Kraft senkrecht zur Ausbreitungsrichtung) und dispersiv (vgl. Lamb, 1932; Karpman, 1977). Bei der hier betrachteten Wellenbewegung wirkt der Antrieb in Richtung der Ausbreitung. Die Wellengeschwindigkeit ist unabhängig von der Wellenlänge, und die Wellen sind daher nicht dispersiv.

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

muss. Da die Abhängigkeit zwischen beiden Größen im Allgemeinen nicht bekannt ist, wird für die weiteren Betrachtungen folgende Annahme getroffen:

A8 Die Funktion  $A = A(h)$  sei streng monoton fallend und bis zur zweiten Ordnung stetig differenzierbar. Es existieren jeweils die Umkehrfunktionen, und  $dA/dh$  sei monoton.

Mit Gl. (4.17) und dieser Annahme kann der Geschwindigkeitsindex dann wie folgt definiert werden:

$$S = \frac{v}{v_c} = Q \sqrt{-\frac{dA}{A^3 dh}}. \quad (4.18)$$

Basierend auf dieser Kennzahl sind aus den Analogiebetrachtungen folgende Phänomene in offenen Kapillarströmungen zu erwarten:

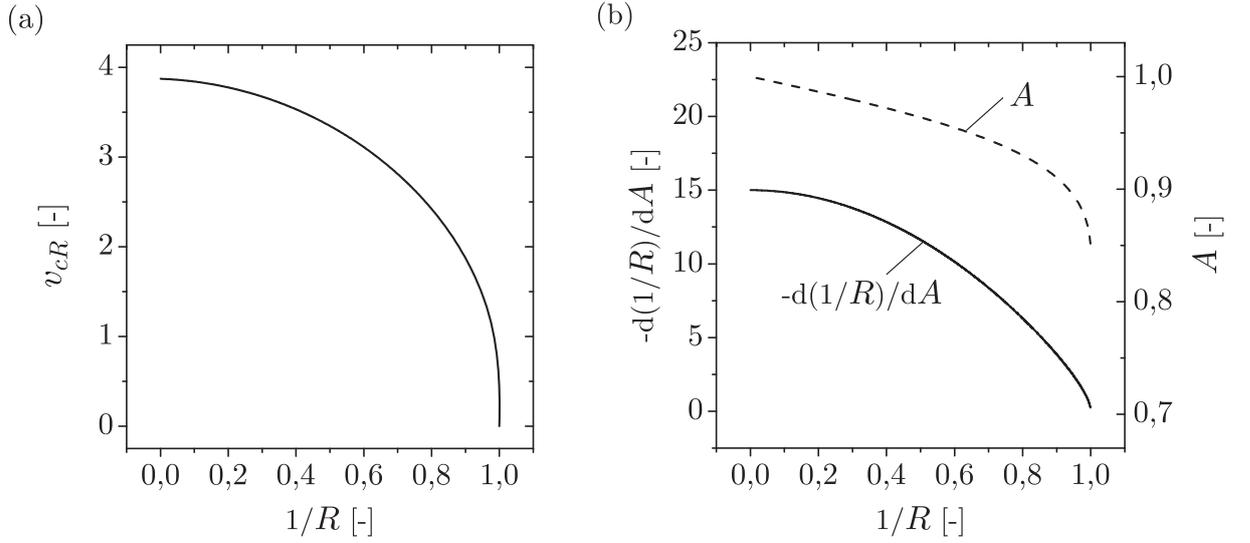
1. Entgegengesetztes Verhalten der fundamentalen Strömungsgrößen in unterkritischer ( $S < 1$ ) und überkritischer Strömung ( $S > 1$ )
2. Beschränkung des Volumenstroms durch Choking sobald der Geschwindigkeitsindex lokal den Wert  $S = 1$  annimmt
3. Kontinuierliche Übergänge von der unterkritischen zur überkritischen Strömungsform
4. Diskontinuierliche Übergänge von überkritischer zu unterkritischer Strömung.

In den folgenden Betrachtungen wird gezeigt, welche dieser Punkte zutreffend sind.

### 4.3 Bestimmung und Eigenschaften der Kapillarwellengeschwindigkeit und des Geschwindigkeitsindex

Die Bestimmung des Geschwindigkeitsindex und der zugrunde liegenden longitudinalen Kapillarwellengeschwindigkeit erfordert die Eineindeutigkeit der Funktion  $A = A(h)$ . Diese ist nicht a priori gegeben, da die Krümmung der Oberfläche  $h$  nach Gl. (3.23) neben dem Profil  $k$  auch von den Ortsableitungen  $d_x k$  und  $d_{xx} k$  abhängt. Durch Vorgabe eines Profilverpunktes ist zwar nach Gl. (3.29) der Querschnitt  $A(k)$  bestimmt, die Krümmung in diesem Punkt hingegen kann beliebige Werte annehmen.

Um diese Problematik zu vermeiden, wird die Näherung der Oberflächenkrümmung für geringe Änderungen des Strömungsquerschnitts angewendet. Da in dieser Näherung die Krümmung der Oberfläche in Strömungsrichtung vernachlässigbar klein ist, ist die Gesamtkrümmung  $h_R$  entsprechend Gl. (3.26) und Gl. (3.28) eine Funktion von  $k$ , so dass zwischen



**Abbildung 4.2:** Longitudinale Wellengeschwindigkeit  $v_{cR}$  und ihre bestimmenden Terme in Abhängigkeit von der genäherten Oberflächenkrümmung  $h_R = 1/R$ . (a) — Wellengeschwindigkeit  $v_{cR}$ . (b) — Krümmungsänderung  $-d(1/R)/dA$ , - - - Querschnittsfläche  $A$ .

der Querschnittsfläche nach Gl. (3.29), der Oberflächenkrümmung und dem Profil der eindeutige Zusammenhang  $A = A(h_R(k))$  existiert. Durch Anwendung von Gl. (3.26) auf Gl. (4.17) erhält man die Wellengeschwindigkeit

$$v_{cR} = \sqrt{-A \frac{d(1/R)}{dA}} = \frac{1}{R} \sqrt{A \frac{dR}{dA}}, \quad (4.19)$$

die allein durch die Krümmung  $h_R(k) = 1/R(k)$  in der Querschnittsebene  $(y, z)$  bestimmt ist.

Um diese Wellengeschwindigkeit zu interpretieren, ist Gl. (4.19) in Abb. 4.2(a) für das Aspektverhältnis  $\Lambda = 5$  in Abhängigkeit von der Krümmung  $h_R = 1/R$  grafisch aufgetragen. Die Grafik zeigt, dass  $v_{cR}$  mit zunehmender Krümmung nichtlinear abnimmt und für  $1/R = 1$  verschwindet. Dieses Verhalten lässt sich anhand der in Abb. 4.2(b) dargestellten Terme  $A$  und  $-d(1/R)/dA$  erklären. Letzterer Term ergibt sich aus der Differentiation von Gl. (3.29) und anschließender Bildung der Umkehrfunktion. Aus der Abbildung geht hervor, dass die Ableitung  $-d(1/R)/dA$  für  $R \rightarrow 1$  verschwindet. Der Grund hierfür ist, dass die Approximation der Oberflächenkrümmung durch Gl. (3.26) und Gl. (3.28) für  $k < \Lambda - 1$  trotz abnehmender Querschnittsfläche keine weitere Änderung der Krümmung zulässt. Unter diesen Bedingungen ist eine Wellenausbreitung nicht möglich. Weiter verdeutlicht die Abbildung, dass die Größe der Wellengeschwindigkeit im Wesentlichen durch den Term  $-d(1/R)/dA$  bestimmt ist. Ihre starke Änderung für große Krümmungen dagegen resultiert hauptsächlich aus der starken Änderung der Querschnittsfläche in diesem Bereich.

Nach Substitution von  $v_c$  in Gl. (4.18) durch Gl. (4.19) erhält man den approximierten

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

Geschwindigkeitsindex

$$S_R = \frac{v}{v_{cR}} = QR \sqrt{\frac{1}{A^3} \frac{dA}{dR}} = QR \sqrt{\frac{1}{A^3} \frac{dA}{dR} \frac{dR}{dk}}. \quad (4.20)$$

Diese Gleichung lässt eine wesentliche Eigenschaft des Geschwindigkeitsindex erkennen: Da  $A = A(R)$  und  $v = Q/A$  ist, beinhaltet  $S_R$  die vollständige Information über die fundamentalen Strömungsgrößen  $v$  und  $h_R = 1/R$ . Dies gilt auch allgemein für  $S$ , wenn zwischen der Querschnittsfläche und der vollständigen Krümmung der Oberfläche (Gl. (3.23)) ein eindeutiger funktionaler Zusammenhang besteht. Wegen  $R = R(k)$  ist  $S_R$  bei gegebenem Volumenstrom durch das Oberflächenprofil  $k$  definiert. Da  $k(x)$  die einzigen Daten sind, die bezüglich der Oberfläche aus den Experimenten ermittelt werden können, ist die Bestimmung des experimentellen Geschwindigkeitsindex nur durch Gl. (4.20) möglich. Aufgrund der vernachlässigten Oberflächenkrümmung in Strömungsrichtung wird jedoch  $S_R$  für große Krümmungen signifikant von  $S$  abweichen. Insbesondere führt diese Näherung für  $R = 1$  zum Auftreten einer Singularität, da die Wellengeschwindigkeit  $v_{cR}$  für diesen Wert verschwindet.

Eine wesentlich bessere Approximation des Geschwindigkeitsindex lässt sich mithilfe der Numerik erreichen. Hierbei wird ausgenutzt, dass  $A = A(h, Q)$  nach der Durchführung der numerischen Rechnungen zu jedem Volumenstrom innerhalb des Intervalls  $0 < Q < Q_{krit}$  eindeutig bestimmt ist. Aus Gl. (3.49) lässt sich der Zusammenhang  $A_{i,j} = A(h_{i,j})$  mit  $h_{i,j} = h(x_i, Q_j)$  ableiten, wobei  $x_i$  mit  $i = 2, \dots, N-1$  diskrete Orte des numerischen Modells und  $Q_j$  mit  $j = 2, \dots, J-1$  Volumenströme sind, für die Lösungen der Modellgleichungen (3.42) und (3.43) existieren. Für sie gilt  $Q_j < Q_{j+1} < Q_J = Q_{krit}^{num}$ . Zur Approximation von  $dh/dA$  in Gl. (4.17) werden zentrale Differenzen zweiter Ordnung verwendet, so dass sich für die numerische Wellengeschwindigkeit

$$v_c^{num}(x_i, Q_j) = \sqrt{-A(x_i, Q_j) \frac{h(x_i, Q_{j+1}) - h(x_i, Q_{j-1})}{A(x_i, Q_{j+1}) - A(x_i, Q_{j-1})}} \quad (4.21)$$

ergibt. Im Gegensatz zu Gl. (4.20) basiert diese Approximation der Wellengeschwindigkeit auf der vollständigen Krümmung der Oberfläche unter Berücksichtigung beider Hauptkrümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$ . Mit Gl. (4.21) erhält man daher eine sehr gute numerische Näherung des Geschwindigkeitsindex durch

$$S(x_i, Q_j) = \frac{v}{v_c^{num}} = Q_j \sqrt{\frac{-1}{A^3(x_i, Q_j)} \frac{A(x_i, Q_{j+1}) - A(x_i, Q_{j-1})}{h(x_i, Q_{j+1}) - h(x_i, Q_{j-1})}}. \quad (4.22)$$

Im Fall sehr kleiner Oberflächenkrümmung in der Querschnittsebene ( $1/R \ll 1$ ) lässt sich Gl. (3.29) nach Termen von  $1/R$  entwickeln. Werden die Näherung der Querschnittsfläche und deren Ableitung,

$$A = 1 - \frac{1}{3\Lambda R} \quad \text{und} \quad \frac{dA}{dR} = \frac{1}{3\Lambda R^2}, \quad (4.23)$$

auf Gl. (4.19) angewendet, erhält man im Grenzfall unendlich kleiner Krümmung die Grenzgeschwindigkeit

$$\lim_{1/R \rightarrow 0} v_{cR} = \sqrt{3\Lambda}. \quad (4.24)$$

Wegen  $v'_{cR} = \sqrt{3\Lambda}\tilde{v}_c$  folgt, dass die zur Entdimensionierung verwendete Geschwindigkeit  $\tilde{v}_c$  aus Gl. (3.9) für große Krümmungsradien proportional zu Gl. (4.19) ist. Somit lässt sich diese Geschwindigkeit als longitudinale Wellengeschwindigkeit des Kapillarkanals interpretieren. Durch Einsetzen von Gl. (4.24) in Gl. (4.18) erhält man

$$S = \frac{v}{\sqrt{3\Lambda}} = \frac{v'}{\sqrt{3\Lambda}\tilde{v}_c} \propto \sqrt{\frac{\rho a}{2\sigma}} v' = \text{We}, \quad (4.25)$$

worin We die WEBER-Zahl basierend auf der charakteristischen Länge  $a/2$  ist. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass der Geschwindigkeitsindex als WEBER-Zahl interpretiert werden kann, wenn man – ähnlich wie bei der MACH- und der FROUDE-Zahl – eine lokale, variable Definition dieser Kennzahl zulässt. Hierauf wird jedoch in dieser Arbeit verzichtet, um mit der in der Literatur üblichen Definition der WEBER-Zahl konsistent zu bleiben.

## 4.4 Theoretische Formulierung

Zunächst ist zu zeigen, dass der Volumenstrom einer reibungsbehafteten Strömung in einem offenen Kapillarkanal eine obere Grenze besitzt. Hierzu wird die Strömung an einem beliebigen aber festen Ort  $L$  des Kanals betrachtet. Die Integration der Impulsgleichung (3.42) in den Grenzen von  $x = 0$  bis  $x = L$  liefert die Druckbilanz

$$\mathcal{P} = \mathcal{P}_0 - \int_0^L (K_{pl} + 16K_{pe}(\tilde{x}_S)) \frac{\mathcal{L}Q}{2A} dx + \text{Bo}_x L \quad (4.26)$$

längs des Kanals. Hierin ist

$$\mathcal{P} = p_a - h + \frac{Q^2}{2A^2} \quad (4.27)$$

der Gesamtdruck der Strömung und  $\mathcal{P}_0 = \mathcal{P}(x = 0)$ . Die Druckbilanz zeigt, dass  $\mathcal{P}$  ortsabhängig ist und bezüglich des Gesamtdrucks am Kanaleintritt  $\mathcal{P}_0$  um den Reibungsdruckverlust und den hydrostatischen Druck variiert. Mit Gl. (4.27) lässt sich der Volumenstrom durch

$$Q = Av = A\sqrt{2(\mathcal{P} - p_a + h)} \quad (4.28)$$

ausdrücken. Um die Bedingungen zu bestimmen, unter denen der Volumenstrom ein Maximum hat, ist Gl. (4.28) nach  $h$  zu differenzieren. Dabei wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen, dass  $\mathcal{P}$  unter Variation von  $Q$  konstant ist, was sich immer durch die Wahl einer geeigneten Randbedingung  $\mathcal{P}_0$  erreichen lässt. Unter Verwendung der

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking

Definitionen nach Gl. (4.17) und Gl. (4.18) führt die Differentiation auf den Ausdruck

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{A}{v} \left( 1 - \frac{v^2}{v_c^2} \right) = \frac{A}{v} \left( 1 - S^2 \right). \quad (4.29)$$

Da  $A$  und  $v$  stets positiv sind, ist  $dQ/dh$  für  $S < 1$  positiv und für  $S > 1$  negativ ist, so dass die Gleichung zu folgender Aussage führt:

$$Q = Q_{max} \quad \Leftrightarrow \quad v = v_c \quad \Leftrightarrow \quad S = 1. \quad (4.30)$$

Der Volumenstrom einer stationären offenen Kapillarströmung ist nach oben beschränkt. Der maximale Volumenstrom stellt sich ein, wenn die Flüssigkeit an einem Ort im Kanal die Geschwindigkeit erreicht, mit der sich longitudinale Wellen nach Gl. (4.17) ausbreiten. Zu jedem Gesamtdruck  $\mathcal{P}$  gibt es genau eine Oberflächenkrümmung  $h$ , für die dieser Strömungszustand eintritt. In der entsprechenden Querschnittsfläche  $A$  nimmt der Geschwindigkeitsindex den Wert  $S = 1$  an. Somit folgt, dass entsprechend der Definition in Kapitel 2.4 der Volumenstrom von Flüssigkeitsströmungen in offenen Kapillarkanälen infolge von Choking beschränkt ist.

Im Folgenden wird untersucht, an welcher Stelle des Kanals Choking auftritt und unter welchen Randbedingungen dieser Effekt zu erwarten ist. Zu diesem Zweck werden aus der Impulsgleichung (3.42) die Änderungen der Strömungsgrößen  $h, v, A, S$  und  $\mathcal{P}$  längs des Kanals in Abhängigkeit von der Kennzahl  $S$  abgeleitet.

Aus der vorausgesetzten Eindeutigkeit der Funktion  $A = A(h)$  folgt für die Differentiale  $dh$  und  $dA$  der Zusammenhang

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dh} dh = -\frac{dh}{v_c^2} = -\frac{S^2}{v^2} dh. \quad (4.31)$$

Die Terme nach dem zweiten und dritten Gleichheitszeichen ergeben sich durch Verwendung der Wellengeschwindigkeit (4.17) und der Definition des Geschwindigkeitsindex gemäß Gl. (4.18). Mittels Bildung des logarithmischen Differentials des Quadrats von Gl. (4.17) findet man

$$2 \frac{dv_c}{v_c} = M \frac{dA}{A}, \quad (4.32)$$

wobei der Faktor  $M$  durch

$$M = 1 + A \frac{d^2 h / dA^2}{dh/dA} \quad (4.33)$$

gegeben ist. Aufgrund der Annahme A8 (Seite 46) gilt  $dh/dA < 0$  und  $d^2 h / dA^2 \leq 0$ , so dass  $M$  stets positiv ist. Logarithmisches Differenzieren des Quadrates von Gl. (4.18) führt auf die Beziehung

$$\frac{dS^2}{S^2} = 2 \frac{dv}{v} - 2 \frac{dv_c}{v_c} = -2 \frac{dA}{A} - 2 \frac{dv_c}{v_c} = -(2 + M) \frac{dA}{A}. \quad (4.34)$$

Hierin wurden die Ausdrücke hinter dem zweiten und dritten Gleichheitszeichen durch Anwendung der Kontinuitätsgleichung (3.20) bzw. des Differential (4.32) gewonnen. Desweiteren gilt für den Gesamtdruck nach Gl. (4.27) die differentielle Form

$$d\mathcal{P} = -dh - \frac{Q^2}{A^2} \frac{dA}{A}. \quad (4.35)$$

Mit den Gleichungen (4.31) bis (4.34) lässt sich die Impulsgleichung (3.42) jeweils nach den Strömungsgrößen umformen. Durch Anwendung von Gl. (4.31) auf den konvektiven Term in Gl. (3.42) erhält man die Änderung der Krümmung in Strömungsrichtung  $x$ ,

$$dh = \frac{K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x}{2A(1 - S^2)} dx = -dp \quad \text{mit} \quad K_{pg} = K_{pl} + 16K_{pe}, \quad (4.36)$$

die nach Gl. (3.18) der Änderung des statischen Drucks proportional ist. Die Substitution von  $dh$  im rechten Term von Gl. (4.31) durch Gl. (4.36) liefert

$$\frac{dA}{A} = -\frac{S^2 A (K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x)}{2Q^2(1 - S^2)} dx = -\frac{dv}{v}. \quad (4.37)$$

Diese Gleichung definiert die Änderung der Querschnittsfläche in Strömungsrichtung sowie die der Geschwindigkeit, welche sich aus Kontinuitätsgründen nach Gl. (3.20) ergibt. Durch Anwendung von Gl. (4.37) auf den rechten Term der Beziehung (4.34) gewinnt man

$$\frac{dS^2}{S^2} = (2 + M) \frac{S^2 A (K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x)}{2Q^2(1 - S^2)} dx, \quad (4.38)$$

die Änderung des Geschwindigkeitsindex längs des Kanals. Für den Gesamtdruck ergibt sich

$$d\mathcal{P} = -\frac{K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x}{2A} dx \quad (4.39)$$

durch Einsetzen der Gleichungen (4.36) und (4.37) in Gl. (4.35). Schließlich wird noch der differentielle Zusammenhang zwischen dem Gesamtdruck und dem Geschwindigkeitsindex

$$\frac{dS^2}{S^2} = -(2 + M) \frac{S^2 A^2}{Q^2(1 - S^2)} d\mathcal{P} \quad (4.40)$$

benötigt, den man durch Ausklammern des Ausdrucks  $-(K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x)dx/(2A)$  in Gl. (4.38) und anschließender Substitution durch Gl. (4.39) erhält.

Zur Diskussion der Gleichungen werden die Fälle  $Bo_x = 0$  und  $Bo_x \neq 0$  getrennt betrachtet.

#### 4.4.1 Strömungen ohne axiale Beschleunigung ( $Bo_x = 0$ )

Da  $M, K_{pg}, \mathcal{L}, A$  und  $Q$  positiv sind, hängt wegen des Terms  $(1 - S^2)$  im Nenner der Gleichungen (4.36) bis (4.38) das Vorzeichen der Änderung der Strömungsgrößen  $p, h, A, v$  und

**Tabelle 4.2:** Änderung der Strömungsgrößen  $h, p, A, v, S$  und  $\mathcal{P}$  längs des Kapillarkanals für  $Bo_x = 0$ . Mit Ausnahme des Gesamtdrucks  $\mathcal{P}$  verhalten sich die Strömungsgrößen in unter- und überkritischer Strömung jeweils entgegengesetzt.

	unterkritisch ( $S < 1$ )	überkritisch ( $S > 1$ )
Krümmung $h$	zunehmend, $dh/dx > 0$	abnehmend, $dh/dx < 0$
Statischer Druck $p$	abnehmend, $dp/dx < 0$	zunehmend, $dp/dx > 0$
Querschnittsfläche $A$	abnehmend, $dA/dx < 0$	zunehmend, $dA/dx > 0$
Geschwindigkeit $v$	zunehmend, $dv/dx > 0$	abnehmend, $dv/dx < 0$
Geschwindigkeitsindex $S$	zunehmend, $dS^2/dx > 0$	abnehmend, $dS^2/dx < 0$
Gesamtdruck $\mathcal{P}$	abnehmend, $d\mathcal{P}/dx < 0$	abnehmend, $d\mathcal{P}/dx < 0$

$S$  längs des Kanals von der jeweiligen Strömungsform ab. Die auftretenden Gradienten sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Für die unterkritische Strömung ( $S < 1$ ) sinkt der statische Druck infolge der Reibungsverluste. Dabei nimmt die Krümmung der Oberfläche zu, so dass sich der Strömungsquerschnitt verengt und die Flüssigkeit in Strömungsrichtung konvektiv beschleunigt wird. Genau entgegengesetztes Verhalten zeigt sich im Fall einer überkritischen Strömung ( $S > 1$ ). Die Reibungsverluste führen in Strömungsrichtung zu einer Druckzunahme mit entsprechender Abnahme der Oberflächenkrümmung. Dabei weitet sich der Querschnitt, und die Flüssigkeit wird konvektiv verzögert. Der Geschwindigkeitsindex selbst nimmt auf dem unterkritischen Strömungszweig stetig zu und auf dem überkritischen Strömungszweig stetig ab. Für  $S = 1$  tritt in Gl. (4.38) eine nicht-hebbare Singularität auf, da für diesen Grenzfall

$$\lim_{S \rightarrow 1} \frac{dS^2}{dx} = +\infty \quad \text{für } S < 1$$

und

$$\lim_{S \rightarrow 1} \frac{dS^2}{dx} = -\infty \quad \text{für } S > 1$$

gilt. Ein kontinuierlicher Übergang zwischen beiden Strömungsformen ist daher nicht möglich, so dass  $S = 1$  die obere Grenze der unterkritischen bzw. die untere Grenze der überkritischen Strömung bildet. Mit dieser Grenze folgt aus Gl. (4.38), dass es zu gegebenem Volumenstrom  $Q$  und Geschwindigkeitsindex am Kanaleintritt  $S_0 = S(x = 0)$  eine maximale Länge des Kanals  $l_{max}$  gibt, für die der Geschwindigkeitsindex den Wert  $S(x'/l_{max} = 1) = 1$  annimmt. Lösungen für  $l > l_{max}$  existieren demnach nicht. Unter kritischen Strömungsbedingungen ist es daher unmöglich, den Kanal unter Erhaltung des stationären Strömungszustandes zu verlängern, ohne dabei die Randbedingung  $S_0$  am Kanaleinlass zu ändern. Die Strömung ist begrenzt oder „gechoked“.

In den Experimenten ist die Länge des Kanals  $l$  vorgegeben und der Volumenstrom variabel. Es ist jedoch leicht einzusehen, dass eine Erhöhung des Volumenstroms die gleiche Wirkung hat wie eine Verlängerung des Kanals, da jeweils die Reibungsverluste zunehmen und somit die Änderung der Krümmung bzw. des statischen Drucks nach Gl. (4.36) in gleicher Weise beeinflusst wird. Mit den Erkenntnissen aus Gl. (4.30) folgt, dass der Volumenstrom, der zu  $S(x'/l = 1) = 1$  führt, der größtmögliche ist, der in stationärer Durchströmung des Kanals realisierbar ist.

Dass ein kontinuierlicher Übergang zwischen den beiden Strömungsformen nicht möglich ist, lässt sich auch aus energetischen Gründen einsehen. Aufgrund des streng monotonen Verhaltens von Gl. (4.40) folgt, dass die Funktion  $\mathcal{P}(S)$  bei  $S = 1$  ein Minimum hat, da  $d\mathcal{P}/dS^2 < 0$  für  $S < 1$  und  $d\mathcal{P}/dS^2 > 0$  für  $S > 1$ . Somit existieren in einem bestimmten Wertebereich zu jedem  $\mathcal{P}$  ein unter- und überkritischer Strömungszweig. Nach Gl. (4.26), die sich durch Integration von Gl. (4.39) ergibt, folgt, dass zu gegebenem  $\mathcal{P}_0$  am Kanaleintritt der Gesamtdruck längs des Kanals infolge von Reibungsverlusten abnimmt und bei  $x'/l_{max} = 1$  ein Minimum erreicht, welches nach Gl. (4.40) mit  $S = 1$  verbunden ist. Ein Übergang auf den anderen Strömungszweig erfordert nach Gl. (4.40) eine Zunahme von  $\mathcal{P}$ . Dies ist jedoch nicht möglich, da der durch Dissipation verursachte Druckverlust  $\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}$  irreversibel ist und daher Gl. (4.39) verletzt würde.

**Zusammenfassung:** Die obigen Betrachtungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen: In offenen Kapillarkanälen lassen sich für  $Bo_x = 0$  zu jedem Gesamtdruck  $\mathcal{P}$  prinzipiell zwei Strömungsformen realisieren, für die jeweils  $S < 1$  und  $S > 1$  gilt. Auf diesen Strömungszweigen zeigen die fundamentalen Strömungsgrößen entsprechend Tabelle 4.2 entgegengesetztes Verhalten. Längs des Kanals verursachen die Reibungsverluste eine konvektive Beschleunigung der unterkritischen bzw. eine Verzögerung der überkritischen Strömung. Dabei strebt der Geschwindigkeitsindex unabhängig von der Strömungsform stets gegen den kritischen Wert  $S = 1$  am Ende des Kanals, der mit einem Minimum des Gesamtdrucks der Strömung verbunden ist. Für  $S = 1$  sind die Strömungsgeschwindigkeit und die Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Kapillarwellen lokal identisch, so dass die Strömung durch Choking limitiert ist. Infolge dessen ist der Volumenstrom nach oben beschränkt und lässt sich unter Erhalt der stationären Strömung nicht weiter steigern. Damit sind die Punkte 1 und 2 der Aufzählung auf Seite 46 zutreffend. Da der kontinuierliche Übergang von  $S < 1$  nach  $S > 1$  (Punkt 3) aus energetischen Gründen nicht möglich ist, kann auch der hydraulische Sprung (Punkt 4) in kapillaren Strömungen in offenen gleichförmigen Kanälen nicht auftreten. Es sei bemerkt, dass das identifizierte Verhalten der Strömung aufgrund der analogen Wirkung von  $A$  und  $\rho$  mit der in Kapitel 2.4 dargestellten Strömung von kompressiblen Gasen in Röhren mit konstantem Querschnitt vergleichbar ist.

#### 4.4.2 Strömungen mit axialer Beschleunigung ( $Bo_x \neq 0$ )

Wirkt zusätzlich eine von außen aufgeprägte konstante Beschleunigung  $g_x$  längs des Kanals, treten neben Choking noch weitere Effekte auf, da der resultierende hydrostatische Druck je nach Stärke und Richtung der Beschleunigung die Strömung stabilisiert oder destabilisiert. Die Druckbilanz zwischen den Reibungsverlusten und der Hydrostatik geht über die Differenz  $K_{pg}\mathcal{L}Q - 2ABo_x$  in die Gleichungen (4.36) bis (4.39) ein und ermöglicht einen zusätzlichen Vorzeichenwechsel im Zähler. Strömungen dieser Art können beispielsweise in Oberflächenspannungstanks von Satelliten auftreten, bei denen während eines Manövers unter quasistationärer Beschleunigung der Treibstoff direkt aus den Kapillarkanälen entnommen wird.

Zur qualitativen Diskussion der Effekte ist es hinreichend, die Gleichungen (4.38) und (4.39) zu diskutieren. Hierzu muss der Zusammenhang zwischen den Größen  $S$  und  $A$  bekannt sein, um die Anzahl der Variablen reduzieren zu können. Dieser lässt sich zwar formal aus der Integration der Gl. (4.34) ableiten, jedoch ist die Abhängigkeit zwischen den Größen  $A$  und  $h$  nicht a priori bekannt. Auf dieses Problem wurde bereits in Kapitel 4.3 im Zusammenhang mit der Bestimmung der Kapillarwellengeschwindigkeit hingewiesen. Hier führt es dazu, dass die Funktion  $M = M(A)$  nach Gl. (4.33) nicht analytisch bestimmbar ist. Selbst die Approximation der Krümmung durch den Krümmungsradius  $R$  in der Querschnittsebene entsprechend Gl. (3.26) führt nicht weiter. Die Funktion  $A = A(h_R) = A(R^{-1})$  existiert dann zwar und ist eindeutig, kann aber zur Bestimmung der Ableitungen  $dh_R/dA$  und  $d^2h_R/dA^2$  praktisch nicht nach  $h_R$  aufgelöst werden. Für den Fall geringer Krümmung der Oberfläche kann jedoch  $A(h)$  linear angenähert werden, so dass sich Gl. (4.33) wegen  $d^2h/dA^2 = 0$  auf  $M = 1$  reduziert. Mit dieser Annahme liefert die Integration der Gl. (4.34) in den Grenzen  $S_0 = S(x = 0)$ ,  $A_0 = A(x = 0)$  und  $S$ ,  $A$  die Querschnittsfläche

$$A = A_0 \left( \frac{S_0}{S} \right)^{2/3} \quad (4.41)$$

an einem beliebigen Ort des Kanals. Die Substitution von  $A$  in den Gleichungen (4.38) und (4.39) durch Gl. (4.41) führt dann auf

$$\frac{dS^2}{dx} = \frac{3K_{pl}\mathcal{L}A_0S_0^{2/3}S^{2/3}(S^{2/3} - S_{lim}^{2/3})}{2Q(1 - S^2)} \quad (4.42)$$

und

$$\frac{d\mathcal{P}}{dx} = \frac{K_{pl}\mathcal{L}Q(S^{2/3} - S_{lim}^{2/3})}{2A_0(1 - S^2)}. \quad (4.43)$$

Zur Vereinfachung der Betrachtungen ist hierin der Eintrittsdruckverlust vernachlässigt ( $K_{pg} = K_{pl}$ ), da dieser für die qualitative Diskussion unerheblich ist. Von zentraler Bedeutung für die Strömung ist der Grenz-Geschwindigkeitsindex

$$S_{lim} = \Upsilon^{3/2}S_0, \quad \text{mit} \quad \Upsilon = \frac{2A_0Bo_x}{K_{pl}\mathcal{L}Q}. \quad (4.44)$$

**Tabelle 4.3:** Änderung der Strömungsgrößen  $S$  und  $\mathcal{P}$  längs des Kapillarkanals und auftretende Effekte für  $\text{Bo}_x \neq 0$  in Abhängigkeit von dem Grenz-Geschwindigkeitsindex  $S_{lim}$ .

$S_{lim}$	Bereich	$dS^2/dx$	$d\mathcal{P}/dx$	Effekt
$S_{lim} < 0$	$S < 1$	positiv	negativ	$S \rightarrow 1$ , Choking tritt auf
	$S > 1$	negativ	negativ	$S \rightarrow 1$ , Choking tritt auf
$S_{lim} < 1$	$S_{lim} < S < 1$	positiv	negativ	$S \rightarrow 1$ , Choking tritt auf
	$S > 1$	negativ	negativ	$S \rightarrow 1$ , Choking tritt auf
	$S < S_{lim}$	negativ	positiv	$S \rightarrow 0$ , kein Choking
$S_{lim} = 1$	$S < S_{lim}$	negativ	positiv	$S \rightarrow 0$ , kein Choking
	$S > S_{lim}$	negativ	negativ	$S \rightarrow 1$ , Übergang nach $S < 1$
$S_{lim} > 1$	$S > S_{lim}$	negativ	negativ	$S \rightarrow S_{lim}$ , kein Choking
	$1 < S < S_{lim}$	positiv	positiv	$S \rightarrow S_{lim}$ , kein Choking
	$S < 1$	negativ	positiv	$S \rightarrow 0$ , kein Choking

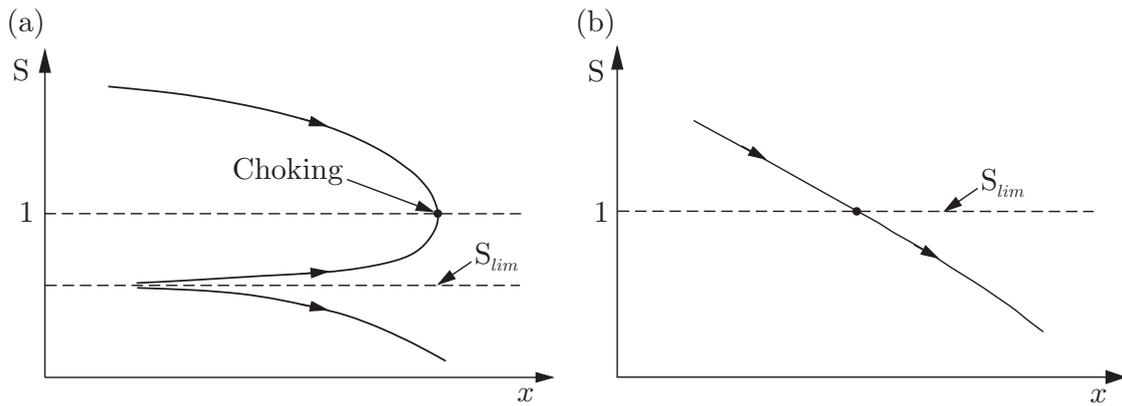
Je nachdem ob  $S < S_{lim}$  oder  $S > S_{lim}$  ist, wechselt das Vorzeichen im Zähler der Gleichungen (4.42) und (4.43). Dabei ist der Parameter  $\Upsilon$  ein Maß für das Größenverhältnis von hydrostatischem Druck und Reibungsdruckverlust längs des Kanals. Neben den Größen  $K_{pl}, \mathcal{L}, Q$  ist  $S_{lim}$  durch den Geschwindigkeitsindex  $S_0$  am Kanaleintritt definiert, welcher eindeutig durch die Randbedingungen  $h_0$  und  $v_0 = Q/A_0$  gegeben ist (siehe auch Kapitel 4.3). Die charakteristischen Effekte, die sich aus der Kombination der Vorzeichen der Gradienten  $dS^2/dx$  und  $d\mathcal{P}/dx$  in Abhängigkeit von  $S_{lim}$  ergeben, sind in Tabelle 4.3 aufgeführt und werden im Folgenden diskutiert.

**$S_{lim} < 0$ :** Dieser Fall tritt nur für  $\text{Bo}_x < 0$  auf, da alle übrigen Größen im Parameter  $\Upsilon$  positiv sind. Die Beschleunigung wirkt in Richtung der negativen  $x$ -Achse und führt nach Gl. (4.36) neben der Reibung zu einem zusätzlichen Druckverlust längs des Kanals. Die Größe von  $\Upsilon$  hat keinen qualitativen Einfluss, so dass die Strömung analog zum Fall  $\text{Bo}_x = 0$  ist. Aus Tabelle 4.3 folgt, dass der Gesamtdruck  $\mathcal{P}$  auf beiden Strömungszweigen mit zunehmender Länge des Kanals abnimmt und der Geschwindigkeitsindex jeweils gegen den Wert  $S = 1$  strebt. Daher existiert zu jedem  $S_0$  stets eine kritische Länge, für die Choking auftritt.

Für die folgenden Fälle wirke  $g_x$  in positive  $x$ -Richtung, so dass wegen  $\text{Bo}_x > 0$  stets  $S_{lim} > 1$  gelte.

**$S_{lim} < 1$ :** Aus Tabelle 4.3 entnimmt man, dass die Vorzeichen der Gradienten  $dS^2/dx$  und  $d\mathcal{P}/dx$  für die Bereiche  $S > S_{lim} < 1$  und  $S > 1$  mit den Vorzeichen des oben diskutierten

#### 4 Begrenzung des Volumenstroms durch Choking



**Abbildung 4.3:** Qualitatives Verhalten der Funktion  $S(x)$  für  $Bo_x \neq 0$ . (a)  $S_{lim} < 1$ . (b)  $S_{lim} = 1$ .

Falls ( $S_{lim} < 0$ ) identisch sind. In diesem Bereich des Geschwindigkeitsindex tritt Choking auf beiden Strömungszweigen auf. Für  $S < S_{lim}$  dagegen ist Gl. (4.43) positiv. Da der hydrostatische Druck jetzt gegenüber den Reibungskräften überwiegt, gewinnt die Strömung mit zunehmender Länge an Energie, so dass der Gesamtdruck  $\mathcal{P}$  in Strömungsrichtung zunimmt. Da Choking in der betrachteten Strömung immer mit einer Abnahme des Gesamtdrucks verbunden ist, kann dieser Effekt nicht auftreten. Dementsprechend ist Gl. (4.42) negativ, so dass  $S$  mit zunehmender Länge abnimmt. Die stationäre Strömung unterliegt keiner Beschränkung, und daher kann für  $S < S_{lim}$  die Länge des Kanals beliebig variiert werden. Das qualitative Verhalten von  $S$  ist in Abb. 4.3(a) schematisch dargestellt.

**$S_{lim} = 1$ :** Ein interessanter Zustand tritt ein, wenn für  $S = S_{lim} = 1$  der Reibungsdruckverlust exakt durch den Zugewinn aus dem hydrostatischen Druck kompensiert wird, da für diesen Fall sowohl der Nenner als auch der Zähler der Gleichungen (4.42) und (4.43) verschwinden. Nach Tabelle 4.3 sind  $dS^2/dx < 0$  und  $d\mathcal{P}/dx < 0$  für  $S > 1$ , so dass für die überkritische Strömung eine maximale Länge des Kanals zu erwarten wäre. Da jedoch  $\mathcal{P}$  für  $S < 1$  längs des Kanals zunimmt (Druckgewinn überwiegt gegenüber dem Reibungsverlust), nimmt der Geschwindigkeitsindex ab und strebt im Grenzfall großer Längen gegen  $S = 0$ . Infolge dessen existiert, wie in Abb. 4.3(b) dargestellt, ein kontinuierlicher Übergang von der überkritischen zur unterkritischen Strömungsform und, die Länge des Kanals ist nicht beschränkt.

**$S_{lim} > 1$ :** In überkritischen Strömungen existiert für hinreichend lange Kanäle ein Zustand, in dem sich die Trägheits- und Reibungskräfte im Gleichgewicht befinden. Dieser Effekt tritt im Bereich  $1 < S < S_{lim}$  und für  $S > S_{lim}$  auf. Wie aus Tabelle 4.3 zu entnehmen ist, ist  $dS^2/dx$  im ersteren Bereich positiv und im letzteren negativ, so dass  $S$  jeweils mit zunehmender Kanallänge asymptotisch gegen  $S_{lim}$  strebt. Der Grenz-Geschwindigkeitsindex

wirkt hier quasi als „Barriere“, da für  $S = S_{lim}$  die Zähler der Gleichungen (4.36) bis (4.39) verschwinden. Infolge dessen bleiben alle Strömungsgrößen ab einer bestimmten Länge des Kanals quasi unverändert. Dieser Effekt lässt sich anhand des Gradienten  $d\mathcal{P}/dx$  verdeutlichen. Für  $S > S_{lim}$  überwiegt zwar der Reibungsverlust gegenüber dem Druckzuwachs aus der Hydrostatik ( $d\mathcal{P}/dx < 0$ ), das Verhältnis beider Größen nimmt aber mit zunehmender Länge des Kanals ab. In dem Bereich  $1 < S < S_{lim}$  verhält sich die Bilanz umgekehrt ( $d\mathcal{P}/dx > 0$ ), so dass bei  $S = S_{lim}$  das Gleichgewicht ( $d\mathcal{P}/dx = 0$ ) eintreten muss. Für den übrigen Bereich  $S < 1$  ist die Strömung unbeschränkt, da  $dS^2/dx < 0$  und  $d\mathcal{P}/dx > 0$ .

**Zusammenfassung:** Die obigen Betrachtungen zeigen, dass Choking in offen Kapillarkanälen nicht zwangsläufig auftreten muss, wenn zusätzliche Volumenkräfte parallel oder antiparallel zur Strömungsrichtung wirken. Je nach Größe und Richtung dieser Kräfte lässt sich der limitierende Effekt vermeiden, so dass die Länge des Kanals bzw. der Volumenstrom dann unbeschränkt sind. Treten Gleichgewichte zwischen den Reibungs- und Volumenkräften auf, lassen sich kontinuierliche Übergänge zwischen dem über- und unterkritischen Strömungszweig realisieren ebenso wie Strömungszustände, bei denen alle Strömungsgrößen längs des Kanals konstant sind. Kontinuierliche Übergänge von der unterkritischen zur überkritischen Strömung dagegen sowie der diskontinuierliche Übergang von der überkritischen zur unterkritischen Strömung (Punkte 3 und 4 auf Seite 46) treten in reibungsbehafteten Strömungen in gleichförmigen, offenen Kapillarkanälen auch unter axial wirkenden, konstanten Volumenkräften nicht auf<sup>3)</sup>.

---

<sup>3)</sup>Diese Übergänge lassen sich möglicherweise durch die Einführung eines weiteren Terms im Zähler von Gl. (4.36) erreichen, der aus einer durch die Geometrie des Kanals bedingten Änderung des Strömungsquerschnitts wie in Abb. 2.5(b) resultiert (Kanal mit Kehle).



# 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

Zur experimentellen Untersuchung der Grenzen des Flüssigkeitstransportes in offenen Kapillarkanälen unter Mikrogravitation wurden zwei Versuchsanlagen für den Einsatz im Fallturm und in der Höhenforschungsrakete TEXUS entwickelt. Aufgrund der unterschiedlich langen Phasen der Mikrogravitation basieren die Experimente auf unterschiedlichen Konzepten. Während im TEXUS-Experiment der Volumenstrom inkrementell geändert werden kann, ist im Fallturm nur die Förderung eines konstanten Volumenstroms möglich, so dass der maximale Wert durch mehrere Versuche iteriert werden muss. Aus diesem Grund lässt sich die Wirkung des Geschwindigkeitsindex am deutlichsten anhand des TEXUS-Experiments nachweisen. Da dieses Experiment jedoch an einen Kanal und eine Testflüssigkeit gebunden ist, sind die Untersuchungen auf einen Parametersatz beschränkt. In den Experimenten im Fallturm dagegen lassen sich verschiedene Kapillarkanäle mit unterschiedlichen Flüssigkeiten untersuchen, so dass das Strömungsmodell für einen weiten Bereich der Kennzahlen  $\Lambda$ ,  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  verifiziert werden kann. In den folgenden Abschnitten werden die Aufbauten und die Durchführung beider Experimente separat beschrieben. Im Anschluss daran folgt die Darstellung gemeinsamer Aspekte wie Messtechnik, Auswahl der Versuchsparameter und dreidimensionale Modellrechnungen. Letztere dienen der Bestimmung der Druckrandbedingung am Kanaleintritt und der Strömungsoptimierung.

## 5.1 Experimente im Fallturm

Die Fallturmexperimente wurden am Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation (ZARM) der Universität Bremen durchgeführt. Der Fallturm am ZARM verfügt über eine 110 m lange Fallröhre, in der eine Fallkapsel für eine Dauer von ca. 4,74 s frei fallen kann. Die Fallröhre sowie die darunter befindliche Abbremskammer werden zur Verringerung des aerodynamischen Widerstandes auf einen Druck von 10 Pa evakuiert. Somit wird eine Reduzierung der Restbeschleunigung während des Falls auf  $10^{-5} g_0$  erreicht. In der Abbremskammer taucht die Fallkapsel in einen Behälter mit einer 8 m hohen Füllung aus Polystyrol-Granulat ein, in der sie bei einer mittleren Verzögerung von  $30 g_0$  unbeschadet abgebremst wird.

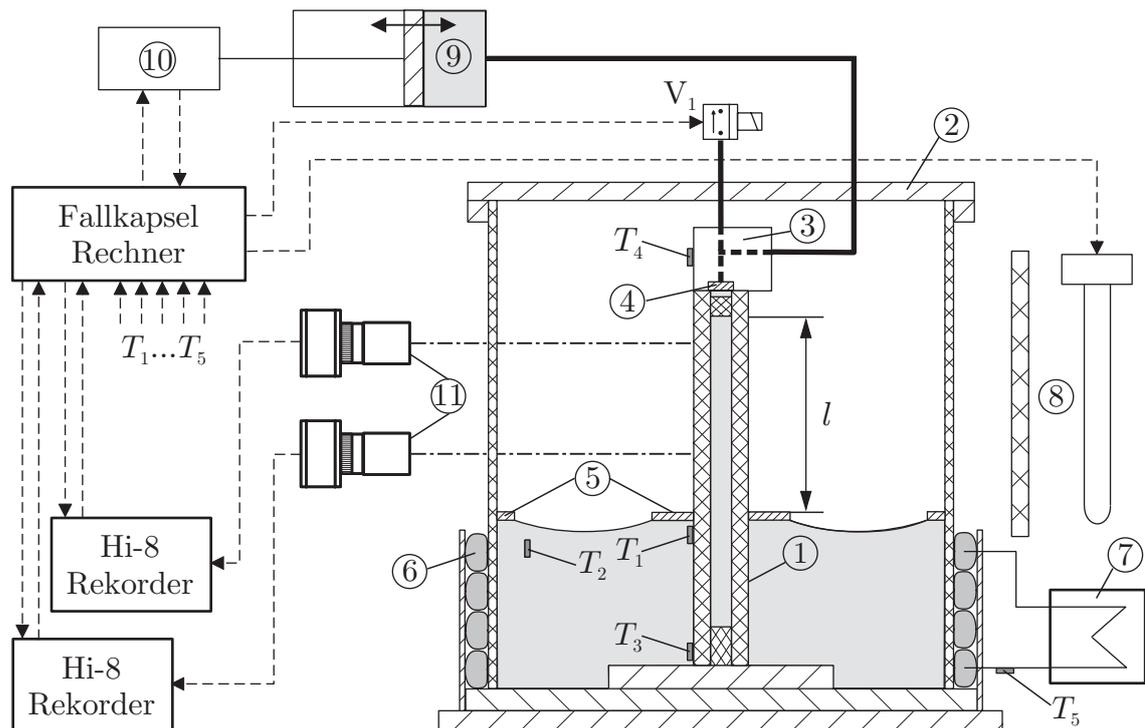
### 5.1.1 Das Fallkapselsystem

Der Versuchsaufbau wurde in eine Fallkapsel integriert, die standardmäßig von der Fallturmeinrichtung bereitgestellt wird. Sie besteht aus vier Stringern von 1545 mm Länge, zwischen denen Experimentplattformen mit Winkeln befestigt sind. Der Durchmesser der Plattformen beträgt 700 mm. Für den Einsatz im Fallturm werden die Stringer auf einer Grundplatte positioniert und mit einer Aluminiumhülle und einem Deckel druckdicht verschlossen. Zur Grundausstattung der Fallkapsel gehört eine 28V Spannungsversorgung aus Blei-Gel-Akkus (25 Ah Nominalkapazität) sowie ein VME-Bus Prozessrechner. Der Rechner verfügt über mehrere analoge und digitale Ein- und Ausgänge, die aufgrund des verwendeten Betriebssystems RTOS-UH in Echtzeit ansprechbar sind. Die Programmierung erfolgt über die haus eigene Software Seppel (ZARM FAB, 2001). Eine Kommunikation zwischen dem Leitstand und der Fallkapsel in der Fallröhre ist über eine Funkstrecke möglich. Weitere Einzelheiten sind dem User Manual (ZARM FAB, 2003) zu entnehmen.

### 5.1.2 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 5.1 schematisch dargestellt. Der Kapillarkanal (1), in dem die Strömung untersucht wird, steht aufrecht in der Mitte eines zylindrischen Flüssigkeitsbehälters (2). Am oberen Ende des Kanals ist ein Saugkopf (3) montiert, über den mittels einer von einem Linearantrieb (10) getriebenen Spritze (9) ein konstanter Volumenstrom gefördert werden kann. Die Kanalströmung wird durch CCD-Videokameras (11) beobachtet und auf Videorekorder im Hi-8 Standard aufgezeichnet. Die Ansteuerung aller elektrischen Komponenten sowie die Messwerterfassung erfolgt durch den Fallkapselrechner. Die Strömung wird nach dem folgenden Prinzip etabliert: Unter normaler Schwerkraft ist der Behälter bis zu den ringförmigen Benetzungssperren (5) mit der Versuchsflüssigkeit gefüllt, und die offene Messstrecke des Kanals  $l$  oberhalb des Flüssigkeitsspiegels ist leer. Zum Füllen der Messstrecke wird die kapillargetriebene Flüssigkeitsströmung ausgenutzt, die sich während des freien Falls von dem Behälter in die Messstrecke einstellt (siehe auch Kapitel 6.3.1). Nachdem der Kanal vollständig gefüllt ist, beginnt die aktive Förderung des Volumenstroms  $Q'$  durch die Spritze.

Als Flüssigkeitsbehälter wird ein zylindrischer Behälter aus Polymethylmethacrylat (PMMA, Plexiglas) mit einem Innendurchmesser von 240 mm, einer Höhe von 305 mm und einer Wandstärke von 5 mm verwendet. Zum Schutz vor Verunreinigungen ist er mit einem Deckel verschließbar. Die Benetzungssperre ist 100 mm oberhalb des Bodens montiert und besitzt eine Breite von 10 mm. Durch sie wird ein Ansteigen der Flüssigkeit an der Innenwand des Behälters vermieden. Um alle Experimente hinsichtlich der Stoffgrößen  $\rho$ ,  $\nu$  und  $\sigma$  unter gleichen Bedingungen durchführen zu können, wird der Behälter temperiert. Die Temperierung erfolgt mittels einer äußeren Schlauchwicklung (6), die sich im Labor und in

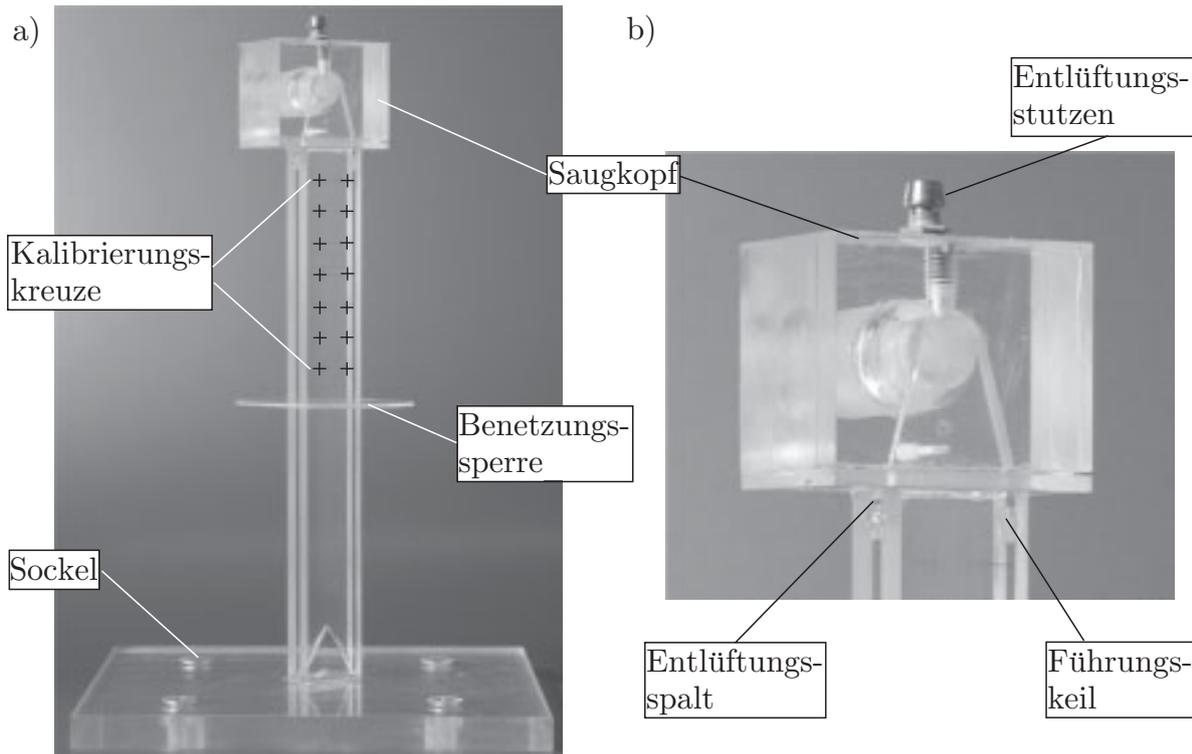


**Abbildung 5.1:** Schematische Darstellung der Versuchsanordnung im Fallturmexperiment. Kapillarkanal (1), Flüssigkeitsbehälter (2), Saugkopf (3), Sieb (4), Benetzungssperren (5), Schlauchwicklung (6), Temperiergerät (7), Hintergrundbeleuchtung (8), Glasspritze (9), Linearantrieb (10), CCD-Kameras (11).

der Turmspitze des Fallturms von einem externen Temperiergerät (7) der Firma Lauda speisen lässt. Innerhalb der Flüssigkeit wird die Temperatur an zwei Stellen nahe der Oberfläche ( $T_1$ ,  $T_2$ ) und am Fuß des Kanals ( $T_3$ ) mit gekapselten PT-100 Sensoren in Vierleitertechnik gemessen. Weitere Sensoren befinden sich am Saugkopf ( $T_4$ ) und am Ausgang des Temperiergerätes ( $T_5$ ). Die Messdaten werden über die analogen Kanäle des Fallkapselrechners aufgezeichnet.

Entsprechend der ausgewählten Parameter (Definition in Kapitel 5.4) werden sechs aus PMMA gefertigte Kanäle nach Abb. 5.2(a) verwendet, die am Boden des Flüssigkeitsbehälters befestigt werden können. Gemäß den Modellannahmen bestehen sie aus zwei Platten mit Breite  $b$ , die im Abstand  $a$  parallel zueinander angeordnet sind. Die Stärke der Platten beträgt  $a_P = 5$  mm. Am unteren Ende sind die Platten auf einer Grundplatte (Sockel) fixiert und am oberen Ende mit dem Saugkopf verbunden. Unterhalb des Saugkopfes sind zwei Keile seitlich in den Spalt zwischen den Platten eingeklebt (vgl. Abb. 5.2(b) und 5.3). Sie führen die Flüssigkeit zum Ende des Füllvorgangs und ermöglichen über den Spalt zum Saugkopf eine Entlüftung des Gasvolumens (siehe auch Kapitel 6.3.1). Desweiteren bilden die Keile

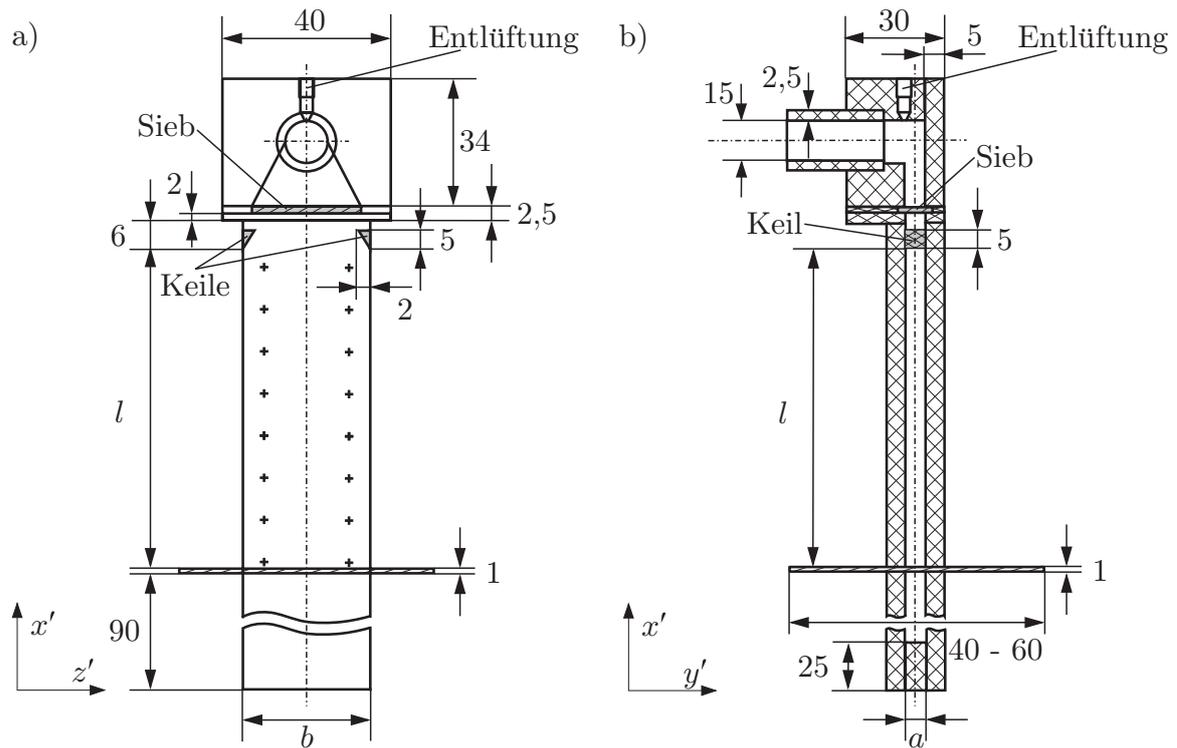
## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente



**Abbildung 5.2:** Kapillarkanal aus parallelen Platten für die Untersuchungen im Fallturm. (a) Gesamtansicht. (b) Detailansicht des Saugkopfes.

die obere Begrenzung der Messstrecke  $l$ . Die untere Begrenzung ist durch eine kreisförmige Benetzungssperre gegeben, die senkrecht zur Längsachse des Kanals an den Außenseiten der Platten befestigt ist. Je nach Abmessung der Kanäle variiert ihr Durchmesser  $D_b$  zwischen 40 mm und 60 mm. Innerhalb des Saugkopfes verengt sich der Strömungskanal in der  $(x', z')$ -Ebene auf den Durchmesser der Auslassbohrung. Um ein Befüllen des Saugkopfes und der angeschlossenen Saugleitung bis zur Spritze vor dem Beginn des Experiments zu ermöglichen, ist der Einlass des Saugkopfes mit einem feinmaschigen Sieb versehen (vgl. Abb. 5.3), dessen Gasdurchbruchdruck („Bubble point“) das Eindringen von Gas verhindert. Eine Entlüftung des Saugkopfes ist über die Entlüftungsbohrung möglich, die mit einem Magnetventil ( $V_1$  in Abb. 5.1) verbunden ist. Zur Kalibrierung der Bildverarbeitung sind auf den Außenseiten der vorderen Platten der Kanäle Kreuze in die Oberfläche gefräst, deren Felder mit Edding 3000 geschwärzt sind.

Zur Beobachtung des Kanals werden Videokameras der Firma Intravision (CM 5) eingesetzt. Die Kameras verfügen über einen  $1/2''$  CCD-Chip mit einer Auflösung von 756 Pixel horizontal (h) und 581 Pixel vertikal (v), wobei die Größe der Pixel  $8,6 \mu\text{m}$  (h)  $\times$   $8,3 \mu\text{m}$  (v) beträgt. Das von den Kameras ausgegebene TV-Signal löst 560 horizontale Linien auf. Die Experimente werden mit zwei unterschiedlichen Anordnungen der Kameras durchgeführt.



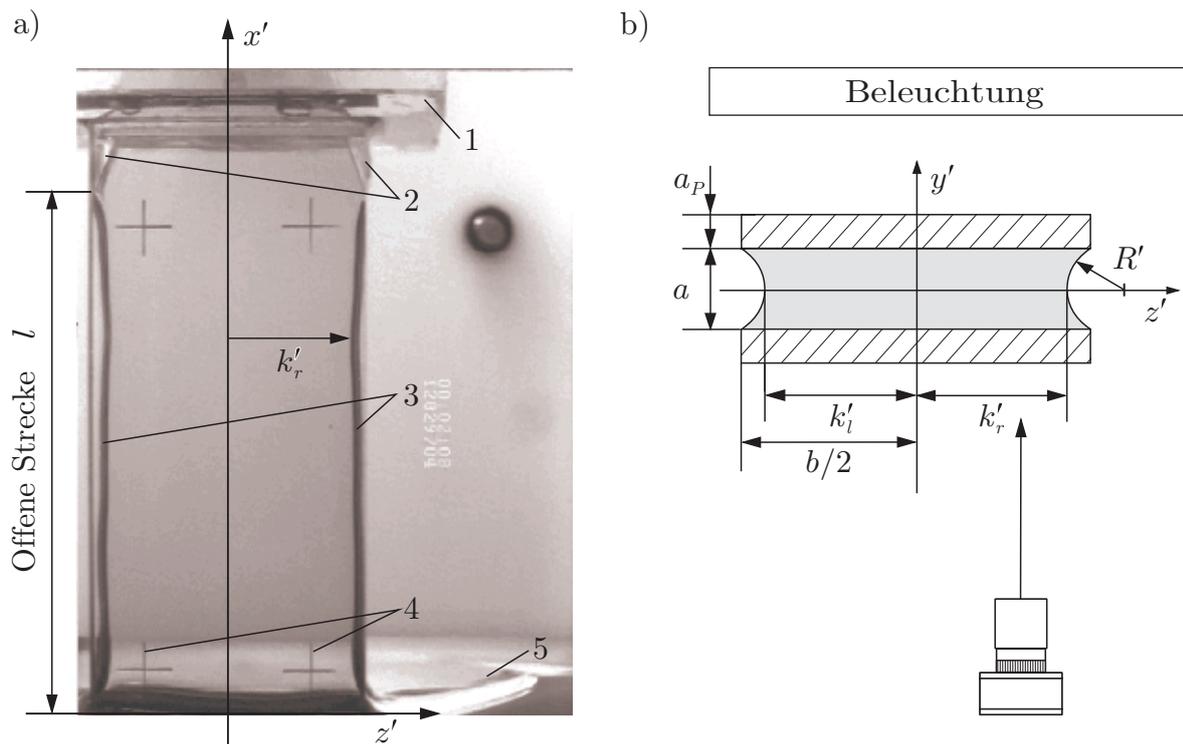
**Abbildung 5.3:** Schematische Darstellung und Bemaßung der Kapillarkanäle für den Einsatz im Fallturm. (a) Vorderansicht. (b) Schnitt in der Ebene  $z' = 0$ . Maßangaben in mm.

In den ersten Experimenten (DT-35/1 bis DT-35/5, DT-33/1 und DT-33/2<sup>1)</sup>) wird eine Kamera zur Gesamtansicht genutzt. Diese ist senkrecht und mittig zum Kanal ausgerichtet (optische Achse schneidet  $x$ -Achse), so dass die links- und rechtsseitige Parallaxe zwischen den Kanten der hinteren und vorderen Platte symmetrisch erscheint. Die optische Auflösung beträgt ca.  $200 \mu\text{m}/\text{Pixel}$ . Bei den übrigen Experimenten ist die Ansicht des Kanals in der Regel in zwei Bildausschnitte unterteilt, wobei Kamera 1 den oberen und Kamera 2 den unteren Teil des Kanals erfasst<sup>2)</sup>. Beide Bildausschnitte haben einen Überlappungsbereich von ca. 10 mm Länge, in dem sich Kalibrierungsmarkierungen befinden. Bei dieser Anordnung sind die optischen Achsen der Kameras auf die in Strömungsrichtung rechte Seite des Kanals ausgerichtet, so dass die Kanten auf dieser Seite parallaxefrei erscheinen. Die erreichte Auflösung beträgt ca.  $79 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  für den oberen und ca.  $84 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  für den unteren Bildausschnitt. Eine detaillierte Aufstellung der Bildauflösungen ist der Tabelle C.8 in Anhang C zu entnehmen. Die Bildausschnitte werden durch verschiedene Objektive der Firma Schneider Kreuznach (XN 0,95/25, XNP 1,5/17 und CCTV-Lens 1,4/7,5) realisiert. Eine lichtstarke, homogene Hintergrundbeleuchtung wird mittels einer Leuchtstoffröhre (Philips

<sup>1)</sup>Die Experimentbezeichnungen beziehen sich auf die in Tabelle 5.1 definierten Parameter.

<sup>2)</sup>Eine Ausnahme bilden die Experimente zum Parametersatz DT-35a, da aufgrund der Kürze des Kapillarkanals die Beobachtung mit nur einer Kamera möglich war.

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente



**Abbildung 5.4:** (a) Kameraansicht des Kapillarkanals im Fallturmexperiment (DT-35a). Saugkopf (1), Führungskeile (2), Profile der Oberflächen (3), Kalibrierungsmarkierungen (4), Benetzungssperre (5). Aufgrund von Totalreflexion erscheinen die Profile der Oberflächen dunkel. (b) Ausrichtung von Kamera und Kanal zueinander (schematische Darstellung). Die Breiten der Profile entsprechen den Distanzen  $b/2 - k'_l$  und  $b/2 - k'_r$ .

PL-S 11W) und einer Teflonscheibe als Diffusor erreicht ((8) in Abb. 5.1). Die Aufzeichnung der Videobilder erfolgt mit zwei Hi-8 Rekordern (Sony EVV 9000P). Über eine elektronische Dateneinblendung der Firma IBV GmbH lassen sich Experimentnummer, Datum und Zeit in die Videobilder einblenden.

In Abb. 5.4(a) ist die Kameraansicht am Beispiel des Kanals DT-35a dargestellt. Auf den Videobildern sind der untere Teil des Saugkopfes (1), die Führungskeile (2), die Kalibrierungskreuze (4) sowie die Benetzungssperre (5) zu erkennen. Da die Kamera senkrecht zur vorderen Platte ausgerichtet ist, werden die Oberflächen im Profil beobachtet. Die Profile erscheinen aufgrund von Totalreflexion des Hintergrundlichtes an den Gas-Flüssigkeits-Grenzflächen als dunkle Bereiche (3). Bezüglich Abb. 5.4(b) entsprechen sie den Distanzen  $b/2 - k'_l$  und  $b/2 - k'_r$ , wobei  $k'_l$  und  $k'_r$  die Kanten des linken bzw. rechten Profils in der Ebene  $y' = 0$  definieren.

Zur Erzeugung des Volumenstroms lässt sich der Kolben der Spritze von einem Linearantrieb mit Schrittmotor der Firma ISEL (Modell 02180 10/90, Hub 240 mm) verfahren. Um eine ausreichende Auflösung des Volumenstroms zu erreichen, werden verschiedene Spritzen

mit Kolbendurchmessern zwischen 9,1 mm und 31 mm eingesetzt. Der Verfahrensweg des Kolbens wird mittels eines Linearwiderstands (Burster 8710/100 Linearität  $\pm 0,1\%$ ) bestimmt, dessen Schleifkontakt vom Linearantrieb mitgeführt wird. Der dem Weg proportionale Spannungsabfall wird vom Fallkapselrechner aufgezeichnet.

### 5.1.3 Versuchsdurchführung

Vor jedem Abwurf im Fallturm wird das Experiment jeweils in gleicher Weise vorbereitet. Zunächst werden der Kanal und der Flüssigkeitsbehälter gereinigt, um eine optimale Auswertung der Oberflächenprofile zu gewährleisten. Dies ist insbesondere bei der verwendeten Flüssigkeit Hexamethyldisiloxane (vgl. Kapitel 5.4) notwendig, da diese nicht rückstandsfrei verdunstet. Je nach Grad der Verunreinigungen durch Staub und Fasern aus Reinigungstüchern wird die Versuchsflüssigkeit mit handelsüblichem Filterpapier gefiltert. Anschließend werden der Flüssigkeitsbehälter bis zur Unterkante der Benetzungssperren und die Spritze sowie die Saugleitung bis zum Sieb des Saugkopfes gefüllt. Der zu untersuchende Volumenstrom der Strömung ist direkt an der Karte des Schrittmotors einzustellen. Die Zeit, innerhalb der sich der Kanal nach dem Ausklinken der Fallkapsel kapillargetrieben füllt, ist nach der von Dreyer (1994) angegebenen Bewegungsgleichung eines in einem Kanal aus parallelen Platten vorrückenden Flüssigkeitsmeniskus bestimmt. Sie wird als Startzeit des Motors  $t'_p$  in das Programm zur Steuerung des Fallkapselrechners eingetragen.

Nach der Vorbereitung des Experiments wird die Kapsel mit der Aluminiumhülle versehen und mittels einer Seilwinde die Fallröhre hinaufgezogen. Die Evakuierung der Fallröhre auf 10 Pa Innendruck benötigt circa 90 Minuten. Während dieser Phase wird das Experiment von einem externen Netzteil versorgt und die Flüssigkeit über das Temperiergerät auf 20 °C temperiert. Rund eine Minute vor dem Ausklinken der Kapsel werden die Videorekorder gestartet, um einen Gleichlauf des Bandes zu gewährleisten. Anschließend werden Gasblasen, die während des Transportes der Kapsel durch das Sieb eingedrungen sind, durch kurzzeitiges Anfahren des Kolbens bei geöffnetem Ventil  $V_1$  ausgetrieben. Dabei tritt Flüssigkeit aus dem Saugkopf aus und benetzt den Kanal innenseitig. Mit dem Ausklinken der Kapsel übernimmt der Fallkapselrechner die Steuerung des Experiments. Er startet nach der Zeit  $t'_p$  den Linearantrieb und schaltet nach der Landung die Rekorder und die Beleuchtung aus. Nach dem Bergen der Kapsel (benötigte Zeit ca. 45 Minuten) stehen die Videobänder der Auswertung zur Verfügung.

Zu jedem Parametersatz aus Tabelle 5.1 wurden mehrere Experimente unter Variation von  $Q'$  durchgeführt. Um den maximalen Volumenstrom  $Q'_{krit}$  möglichst genau zu bestimmen, wurde in der Regel nach der Beobachtung des Gasdurchbruchs der Volumenstrom des folgenden Experiments gesenkt und umgekehrt. Desweiteren war bei Abweichungen zwischen der berechneten Fülldauer des Kanals  $t'_p$  und der tatsächlichen Fülldauer  $t'_s$  der Startzeit-

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

punkt der Pumpe anzupassen. Alle untersuchten Volumenströme, die experimentellen Randbedingungen sowie die Ergebnisse hinsichtlich der Stabilität der Strömung sind in Tabelle C.1 in Anhang C dokumentiert. Die typischen Erscheinungsformen der Profile bei stabiler und instabiler Strömung werden in Kapitel 7.1 erläutert.

### 5.2 Experiment auf TEXUS-37

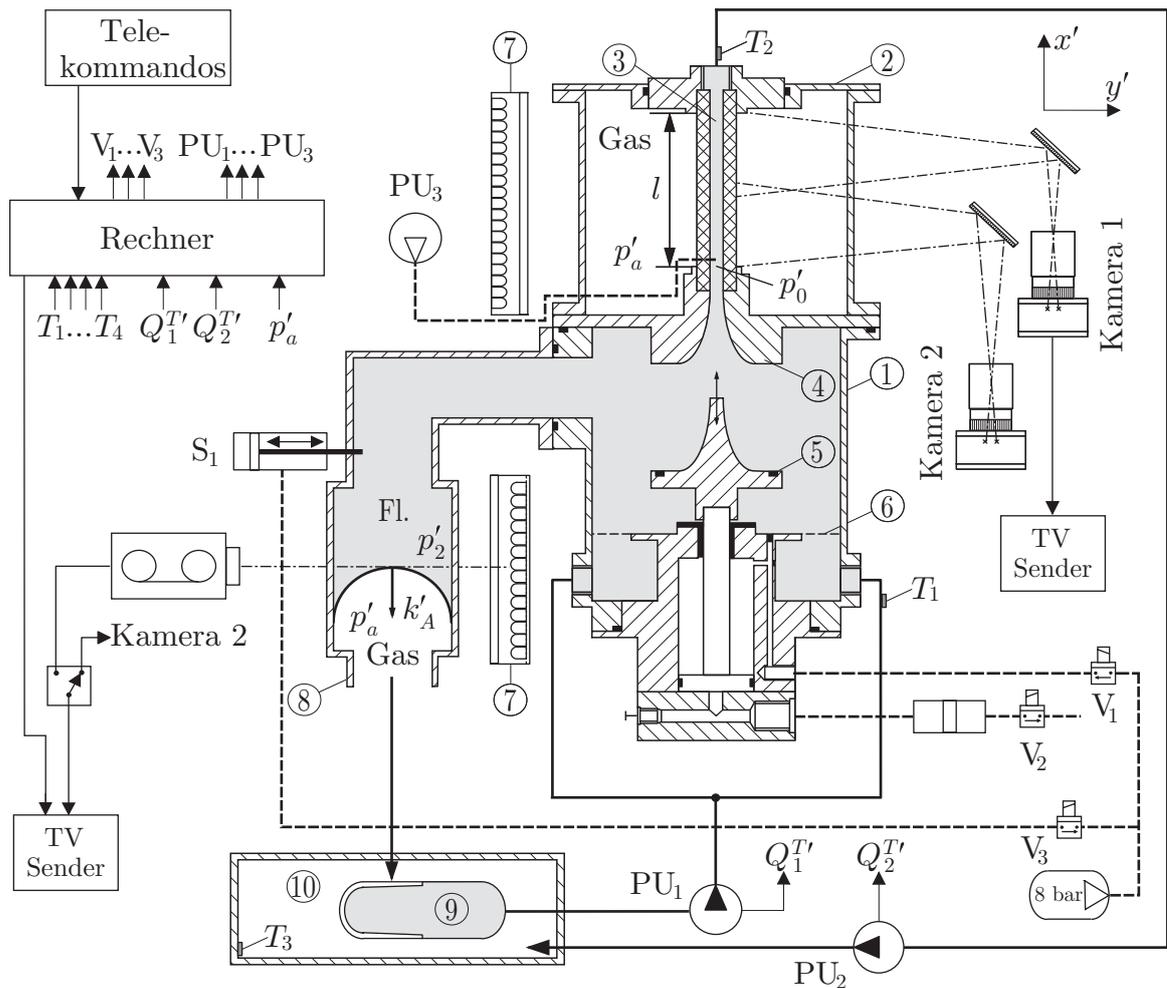
Ein weiterführendes Experiment wurde im Rahmen der Kampagne TEXUS-37 (**T**echnologische **E**xperimente **u**nter **S**chwerelosigkeit) an Bord der gleichnamigen Höhenforschungsrakete durchgeführt. Die TEXUS-Raketen beschreiben während ihres Fluges eine parabolische Bahn mit einem Apogäum von bis zu 250 km je nach Gewicht der Nutzlast. Ca. 75 Sekunden nach dem Start wird in einer Höhe von 100 km der Antrieb von der Nutzlast getrennt, so dass diese sich antriebslos bewegt. Da der aerodynamische Widerstand in den ersten rund 6 Minuten dieser ballistischen Flugphase sehr gering ist, ist die auf die Nutzlast wirkende Beschleunigung für diese Zeitdauer auf  $10^{-4} g_0$  reduziert. Nach dem Wiedereintritt in die Atmosphäre wird die Nutzlast mittels eines Fallschirms abgebremst und erreicht unbeschadet den Boden.

#### 5.2.1 Das TEXUS-System

Die Raketen des TEXUS-Programms sind modular aufgebaut. Sie bestehen aus dem zweistufigen Raketenantrieb Skylark-7 und der Nutzlast, die aus wiederverwendbaren zylindrischen Systemelementen von 438 mm Durchmesser zusammengesetzt ist. Die Länge der Nutzlast kann bis zu 2,8 m betragen. In den Systemelementen befinden sich die Experimentmodule, das Servicesystem zur Datenübertragung und Lageregelung sowie die Landeeinheit mit Fallschirm. Jedes Experimentmodul ist mit einem eigenen Experimentrechner und einer Spannungsversorgung ausgestattet. Die Raketen starten von einer Lafette in einem temperierten Gebäude. Während der Flugphase besteht eine Funkverbindung zur Rakete, so dass das Experiment von der Bodenstation aus gesteuert werden kann. Es können zwei S-VHS Videokanäle übertragen werden.

#### 5.2.2 Versuchsaufbau

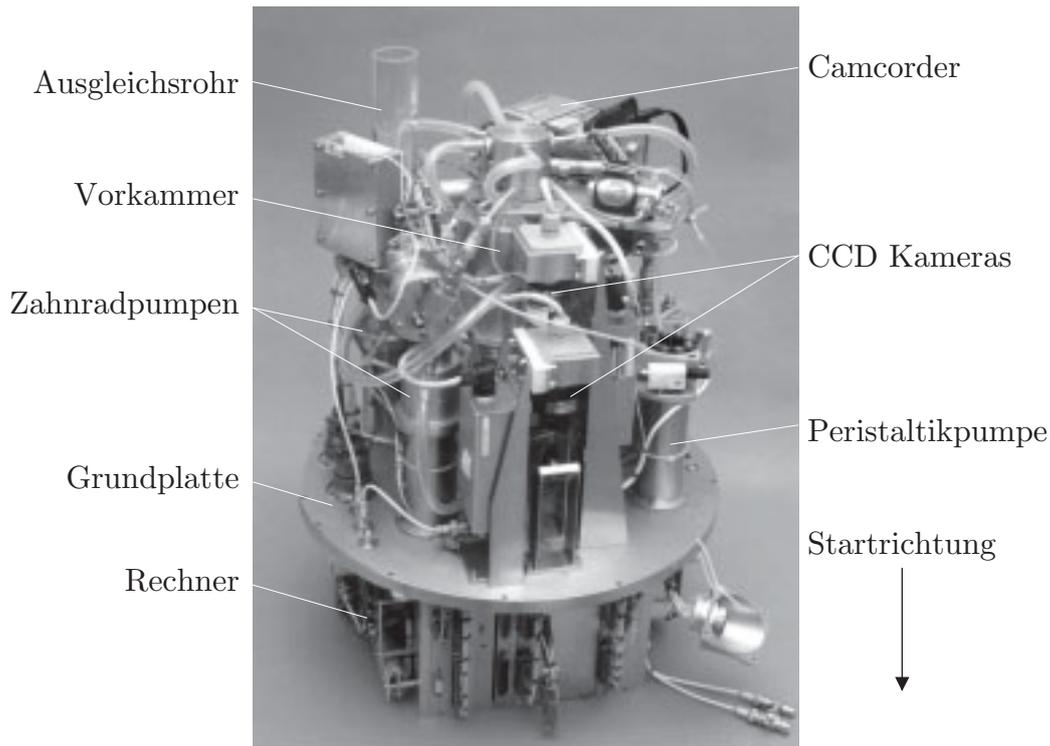
Das Experimentmodul wurde in Zusammenarbeit mit der Firma EADS ST (Bremen) entwickelt und dort gebaut. Der experimentelle Aufbau basiert auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Fallturmexperimente und ermöglicht eine wesentliche Verbesserung der Randbedingungen, unter denen die Strömung betrieben wird. Der Aufbau des Moduls ist schematisch in Abb. 5.5 dargestellt.



**Abbildung 5.5:** Schematische Darstellung der Versuchsanordnung in der Höhenforschungsrakete TEXUS-37. Vorkammer (1), Beobachungskammer (2), offener Kapillarkanal (3), Düse (4), Dichtstempel (5), Sieb (6), Hintergrundbeleuchtung (7), Ausgleichsrohr (8), Vorratstanks (9), Auffangbehälter (10).

Das Kernstück der Anlage besteht aus einem zylindrischen Flüssigkeitsreservoir (1), im Folgenden als „Vorkammer“ bezeichnet und der Beobachungskammer (2) mit dem offenen Kapillarkanal (3). Der Kanal ist über eine Düse (4) mit der Vorkammer verbunden. Um eine Trennung von Gas und Flüssigkeit unter Schwerelosigkeit zu vermeiden, wurde auf einen geschlossenen Fluidkreislauf verzichtet. Stattdessen wird die Flüssigkeitsströmung mittels zweier Zahnradpumpen realisiert. Die Pumpe  $PU_2$  (Förderpumpe) saugt die Flüssigkeit mit dem Volumenstrom  $Q'$  über den offenen Kanal aus der Vorkammer und fördert sie in den Auffangbehälter (10). Die Pumpe  $PU_1$  (Nachförderpumpe) führt der Vorkammer den Volumenstrom  $Q'_1$  zu und ergänzt stets das entnommene Volumen durch Flüssigkeit aus dem Vorratsbehälter (9). Die unvermeidbare Differenz beider Volumenströme infolge von Drehzahlschwankungen wird durch ein Ausgleichsrohr (8) kompensiert, das seitlich an die Vorkammer angeflanscht

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

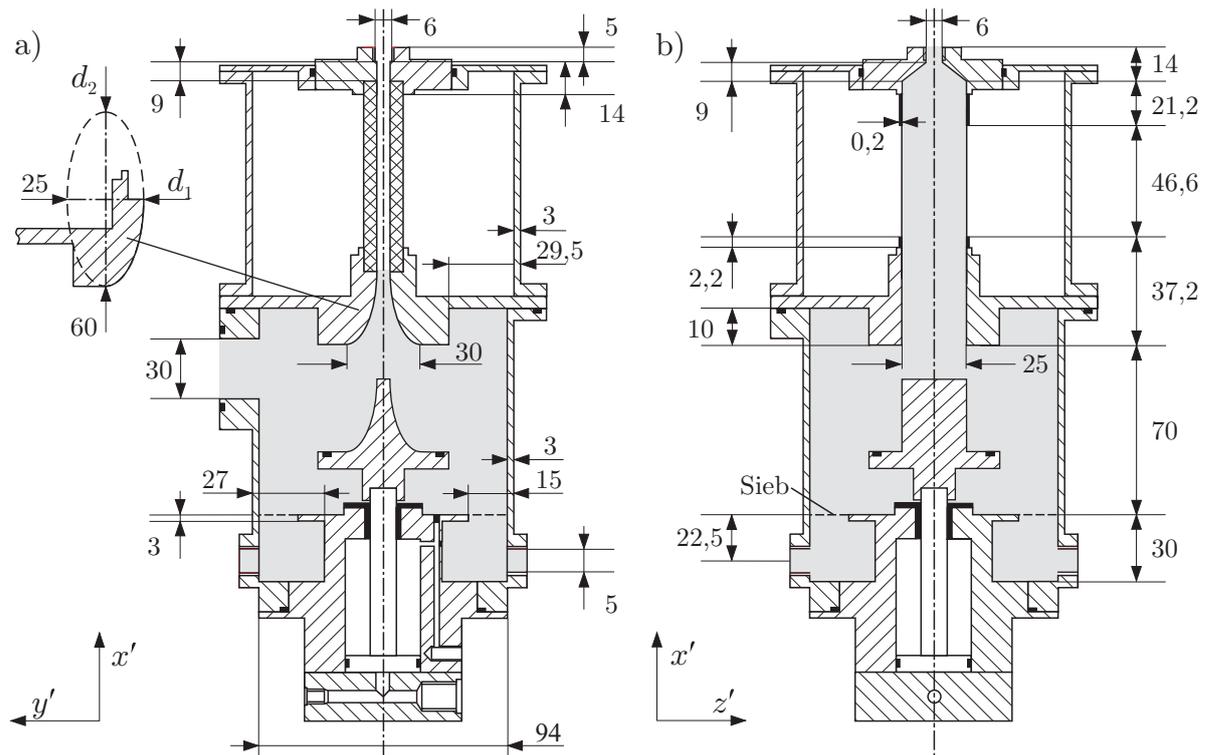


**Abbildung 5.6:** Experimentmodul für den Einsatz an Bord von TEXUS-37. Der Aufbau oberhalb der Grundplatte wird mit einem zylindrischen Aluminiumgehäuse gekapselt, in dem der Auffangbehälter und die Vorratsbehälter der Flüssigkeit integriert sind.

ist. Im Hinblick auf den Vergleich von experimentellen und numerischen Ergebnissen kommt dem Ausgleichsrohr eine zentrale Rolle zu, da der Kapillardruck des Flüssigkeitsmeniskus den Druck  $p'_0$  am Eintritt des Kapillarkanals definiert. Um ein Austreten der Flüssigkeit während der Integration des Moduls sowie ein unkontrolliertes Spreiten unter Mikrogravitation zu vermeiden, sind das Ausgleichsrohr und die Düse mittels eines Schiebers ( $S_1$ ) bzw. eines Stempels (5) verschlossen.

Die Ansteuerung der Pumpen und Ventile sowie die Messwertaufnahme erfolgt über einen Experimentrechner, der von der Bodenstation aus angesteuert werden kann. Die Messwertaufnahme umfasst den Umgebungsdruck  $p_a$ , die Temperaturen  $T_1$  bis  $T_4$  und die von den Tachogeneratoren der Förder- und Nachförderpumpe gemessenen Volumenströme  $Q_2^{T'}$  bzw.  $Q_1^{T'}$  (vgl. auch Kapitel 5.3). Zur Beobachtung des Kapillarkanals werden CCD-Kameras eingesetzt. Dabei ist eine Umlenkung der optischen Strahlengänge über Spiegel notwendig, um die erforderlichen Gegenstandsweiten erreichen zu können.

Abbildung 5.6 zeigt ein Foto des Experimentmoduls. Alle mechanischen und optischen Komponenten sind auf der Oberseite einer Grundplatte befestigt. Von der Experimentzelle ist nur die Vorkammer zu erkennen, die Beobachtungskammer ist durch den optischen Aufbau und die Pumpen verdeckt. Auf der Unterseite der Grundplatte befindet sich der



**Abbildung 5.7:** Seitenansichten und Bemaßung der TEXUS-Experimentzelle. Alle Maße sind in mm angegeben. (a) Ansicht in der  $(x', y')$ -Ebene. (b) Ansicht in der  $(x', z')$ -Ebene.

Experimentrechner und die Spannungsversorgung. Die oberen Aufbauten werden durch eine Aluminiumhülle gekapselt, in der die Flüssigkeitstanks und der Rücklaufbehälter befestigt sind. Das Modul wird beim Einbau in die Rakete um  $180^\circ$  gedreht, so dass sich die Flüssigkeitstanks beim Start unterhalb des Experiments befinden.

### 5.2.2.1 Vorkammer und Fluidmanagement

Die Vorkammer ist im Wesentlichen unter zwei Gesichtspunkten ausgelegt. Sie muss zum einen ein kontrolliertes, leckagefreies Befüllen des Kapillarkanals unter Mikrogravitation ermöglichen. Zum anderen soll sich in ihr eine Strömung ausbilden, die am Eintritt in den offenen Kanal hinreichend eindimensional ist, um der in Kapitel 3.1 getroffenen Annahme A2 zu entsprechen. Um dies zu erreichen wurden dreidimensionale Modellrechnungen durchgeführt (vgl. Kapitel 5.5), auf deren Grundlage die Auslegung der Vorkammer mit Düse basiert.

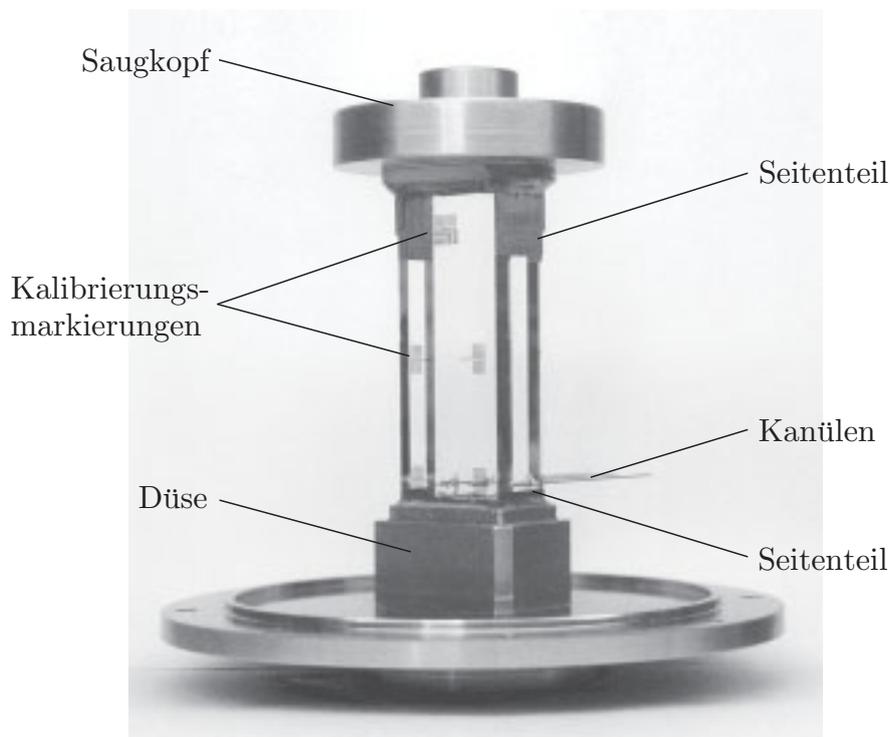
Die Vorkammer hat eine zylindrische Form und ist aus chromatiertem Aluminium gefertigt. Alle Maße sind der Abb. 5.7 zu entnehmen. Um ein homogenes Einströmen in die Vorkammer zu erreichen, wird die Flüssigkeit über vier im Winkel von  $90^\circ$  zueinander versetzte Bohrungen in einen Ringkanal eingeleitet und mittels eines Siebes mit Maschenweite 0,8 mm

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

gleichgerichtet. Die vier äußeren Zuleitungen (Tygon<sup>®</sup>-Schläuche, Innendurchmesser 6 mm) sind mit einem hinter der Nachförderpumpe befindlichen zentralen Verteiler verbunden, so dass auf allen Wegstrecken gleiche Druckverluste herrschen. Die Nachförderpumpe bezieht die Flüssigkeit aus vier Membrantanks mit Rollmembranen aus Viton<sup>®</sup> von je 1,5 l Fassungsvermögen. In die Vorkammer ragt zentrisch eine Düse, die sich von einem rechteckigen Querschnitt von 30 mm × 25 mm auf den Querschnitt des Kapillarkanals (5 mm × 25 mm) verengt. Wie Abb. 5.7(a) zeigt, besitzt die Innenkontur der Düse in der ( $x'$ ,  $y'$ )-Ebene auf der Strecke  $d_2/2$  die Form einer Ellipse mit der kleinen Achse  $d_1$  und der großen Achse  $d_2$ . In der ( $x'$ ,  $z'$ )-Ebene dagegen erfolgt keine Verengung (vgl. Abb. 5.7(b)). Die Düse wurde funkenenerodiert und anschließend poliert. Die Form des Stempels ist der Düseninnenkontur so angepasst, dass diese im geschlossenen Zustand vollständig ausgefüllt ist. Dadurch lässt sich ein kontrolliertes Befüllen der Düse unter Schwerelosigkeit erreichen. Der Stempel ist mit der Kolbenstange eines Druckluftzylinders verbunden, der zum Schließen über das Magnetventil  $V_2$  mit Druck beaufschlagt wird. Die Dichtung erfolgt mit einem in die ebene Fläche des Stempels eingelassenen O-Ring. Zum Öffnen der Düse werden die Magnetventile  $V_1$  und  $V_2$  geschaltet, und der Kolben bewegt sich dann aufgrund des anstehenden Gegendrucks aus dem Druckluftspeicher (vgl. Abb. 5.5).

Zur Erzeugung der Strömung werden zwei Zahnradpumpenköpfe (Micropump<sup>™</sup> Modell 120 / Serie 020) verwendet, die jeweils von einem Motor der Firma Faulhaber angetrieben werden. Die Motoren lassen sich getrennt voneinander ein- und ausschalten, die Drehzahlen werden jedoch über eine Steuerspannung ungerichtet eingestellt und lassen sich nur synchron ändern. Eine Änderung des Volumenstroms in Inkrementen von wahlweise 0,04 cm<sup>3</sup>/s oder 0,46 cm<sup>3</sup>/s ist vorgesehen. Volumenstromdifferenzen infolge von Drehzahlschwankungen oder unterschiedlichem Schlupf innerhalb der Pumpenköpfe werden durch das Ausgleichsrohr kompensiert. Um zu vermeiden, dass sich für den Fall  $Q' > Q'_1$  der Flüssigkeitsmeniskus im Ausgleichsrohr in die Vorkammer bewegt, wird eine um drei Prozent höhere Förderrate der Nachförderpumpe fest voreingestellt, so dass der Flüssigkeitsstand im Ausgleichsrohr stetig ansteigt. Zur Kontrolle des Füllstandes wird das Ausgleichsrohr von einem Camcorder (Sony Handycam DCR-PC7E PAL) aufgezeichnet. Zu diesem Zweck ist es aus einem PMMA-Quader gefertigt. Der Durchmesser des zylindrischen Innenraums zur Aufnahme des Flüssigkeitsvolumens beträgt 45 mm. Die Kameraansicht und eine schematische Darstellung des Ausgleichsrohres sind in den Abbildungen 6.10 und 6.11 in Kapitel 6.3.4 abgebildet.

Aus technischen Gründen ist eine Temperierung der Flüssigkeit und der Experimentzelle während der Flugphase nicht möglich. Aufgrund der thermischen Trägheit des Moduls ist jedoch von einer nur unwesentlichen Änderung der Flüssigkeitstemperatur auszugehen. Entsprechend Abb. 5.5 sind Temperatursensoren (PT-100) an den Vor- und Rücklaufleitungen der Experimentzelle ( $T_1$ ,  $T_2$ ) sowie im Rücklaufbehälter ( $T_3$ ) angebracht. Erstere beiden Sensoren sind in die Rohrleitungen eingelassen, so dass sie sich in direktem Kontakt mit dem



**Abbildung 5.8:** Offener Kapillarkanal aus zwei parallelen Quarzglasplatten für die Untersuchungen in TEXUS-37.

Fluid befinden. Ein weiterer Sensor ( $T_4$ ) misst die Lufttemperatur im Modul.

### 5.2.2.2 Auslegung des Kapillarkanals

Der Kapillarkanal besteht aus zwei 5 mm starken planparallelen Quarzglasplatten der Breite  $b = 25$  mm, die im Abstand von  $a = 5$  mm parallel zueinander angeordnet sind. Am unteren Ende sind die Platten 5 mm in die Düse eingelassen und bilden dort einen geschlossenen Kanal konstanten Querschnitts im Anschluss an die Innenkontur der Düse (Abb. 5.7(a)). Das obere Ende der Platten ist mit einem Saugkopf verbunden, in dem sich nach Abb. 5.7(b) der Strömungskanal in der  $(x', z')$ -Ebene gleichförmig auf den Querschnitt der Bohrung für den Schlauchanschluss zur Förderpumpe verengt. Wie das Foto in Abb. 5.8 zeigt, ist am Ein- und Auslass des Kanals der Spalt beidseitig mit Seitenteilen abgedeckt. Die Seitenteile sind aus 0,2 mm starkem Aluminium gefertigt. Sie verhindern, dass unter Schwerkraft Flüssigkeit austritt und die äußeren Oberflächen von Düse und Saugkopf sowie die Außenseiten der Glasplatten benetzt. Zusätzlich sind die äußeren Flächen der Plättchen mit Fluorat FC-725 (3M) gegen Benetzung beschichtet.

Zur Bestimmung des Abbildungsmaßstabes und Bewertung der optischen Qualität der Videoaufzeichnungen sind fünf Markierungen auf die Vorderseite der vorderen Platte (von der Kamera aus betrachtet) aufgedampft. Die Markierungen enthalten jeweils zwei um  $90^\circ$

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

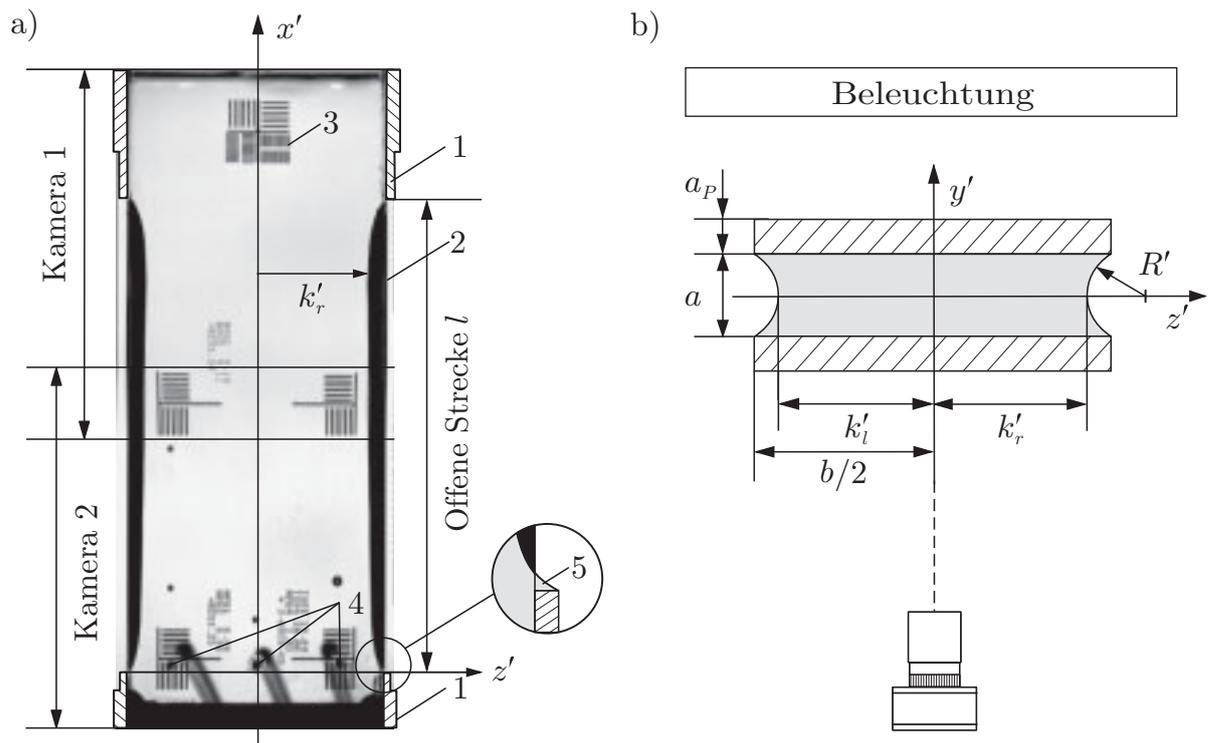
zueinander gedrehte Muster von 6 gleichabständigen (0,27 mm), gleichstarken (0,18 mm) Strichen. Darüber hinaus sind in der oberen Kalibrierungsmarkierung Muster mit variierenden Strichabständen zwischen 0,08 mm und 0,14 mm angeordnet. Die Maßhaltigkeit der Strichkanten wurde unter einem Mikroskop überprüft. Sie variiert maximal  $\pm 0,0025$  mm vom vorgegebenen Wert. Weitere Details zu den Positionen und Bemaßungen der Muster sind den Abbildungen C.1 und C.2 in Anhang C.4 zu entnehmen.

Zwecks Strömungsvisualisierung sind drei Edelstahlkanülen über Bohrungen in der hinteren Glasplatte in den Spalt eingeführt, über die sich Gasblasen in die Strömung injizieren lassen. Die Öffnungen der Kanülen befinden sich 3 mm oberhalb des Eintrittsquerschnitts an den horizontalen Positionen  $z' = 0$  mm und  $z' = \pm 8$  mm in der Ebene  $y' = 0$ . Der innere Durchmesser der Kanülen beträgt 0,2 mm, ihr Außendurchmesser 0,5 mm. Eine Peristaltikpumpe (PU<sub>3</sub> in Abb. 5.5) der Firma Ismatec erzeugt den Gasmassenstrom, für den zwei Werte mittels fest voreingestellter Motordrehzahlen vorgesehen sind.

### 5.2.2.3 Optische Auslegung

Zur Beobachtung des Kapillarkanals werden zwei Videokameras (aqua-tv SWM 039) verwendet, die jeweils mit 35-mm-Objektiven (Schneider Kreuznach XNP 1.9/35) ausgestattet sind. Die CCD-Chips der Kameras haben die Abmessungen von 7,95 mm horizontal (h)  $\times$  6,45 mm vertikal (v) und verfügen über 752 Pixel (h)  $\times$  582 Pixel (v), wobei die Größe der Pixel 8,6  $\mu\text{m}$  (h)  $\times$  8,3  $\mu\text{m}$  (v) beträgt. Das von der Kamera ausgegebene TV-Signal umfasst 550 Linien. Die Kameras sind so ausgerichtet, dass sie den Kapillarkanal jeweils in einem Bereich von 36 mm Länge und 27 mm Breite erfassen, so dass dessen Ansicht in einen oberen (Kamera 1) und unteren Bildausschnitt (Kamera 2) unterteilt ist. Dabei sind die Längsseiten der CCD-Chips parallel und symmetrisch zur Längsachse des Kanals orientiert. Um die mittleren Kalibrierungsmarkierungen in beiden Kameraansichten auswerten zu können, überlappen die Bildausschnitte in der Mitte des Kanals auf einer Länge von 10 mm. Die so erreichte Bildauflösung beträgt rund 47  $\mu\text{m}/\text{Pixel}$  in z-Richtung und rund 48  $\mu\text{m}/\text{Pixel}$  in x-Richtung. Um ein kontrastreiches, homogen ausgeleuchtetes Bild der Flüssigkeitsoberflächen zu erzielen, wird ein LED-Panel aus 162, in neun zueinander versetzten Reihen angeordneten Leuchtdioden verwendet. Als Diffusor dient eine 2 mm starke Teflonscheibe. Die TV-Bilder werden über die Funkstrecke zur Bodenstation übertragen und dort mittels zweier Videorekorder (Panasonic AG7750, AG7330) in S-VHS Qualität aufgezeichnet. Parallel dazu wird das Videosignal der Kamera 1 von einem Camcorder (Sony DCR-TRV 900E PAL) im Mini-DV Format mitgeschnitten. Da zur Übertragung der TV-Bilder nur zwei Kanäle zur Verfügung stehen, können die Kamera 2 und der Camcorder zur Beobachtung des Ausgleichsrohres nur wahlweise über einen Kanal übertragen werden.

Die Ansicht des Kapillarkanals ist in Abb. 5.9(a) als Überlagerung beider Kameraansich-



**Abbildung 5.9:** (a) Ansicht des Kapillarkanal als Überlagerung der beiden Kameraansichten im TEXUS-Experiment. Seitenteile (1), Profil der Flüssigkeitsoberfläche (2), Kalibrierungsmarkierung (3), Kanülen zur Gasblaseneinbringung (4), Flüssigkeitsmeniskus außerhalb des Spalts (5). (b) Querschnitt des Kanals. Die Profile der Flüssigkeitsoberflächen entsprechen den Distanzen  $b/2 - k'_l$  bzw.  $b/2 - k'_r$ .

ten dargestellt. Die Seitenteile (1) zur Begrenzung der offenen Strecke wurden zur Verdeutlichung nachträglich eingezeichnet. Neben den Profilen der Flüssigkeitsoberflächen (2) sind die Kalibrierungsmarkierungen (3) und die Kanülen zur Gasinjektion (4) mit den Versorgungsschläuchen zu erkennen. Das Austreten der Flüssigkeit ist auf kleine Menisken (5) auf den Oberseiten der Seitenteile beschränkt. Wie bei den Experimenten im Fallturm erscheinen die Profile aufgrund von Totalreflexion des Hintergrundlichtes an der Gas-Flüssigkeits-Grenzfläche dunkel. Bezüglich Abb. 5.9(b) entspricht ihre Breite jeweils den Abständen  $b/2 - k'_l$  bzw.  $b/2 - k'_r$ . Die Profilkanten  $k'_l$  und  $k'_r$  definieren dabei die innersten Positionen der gekrümmten Flüssigkeitsoberflächen.

### 5.2.3 Versuchsdurchführung

Die Höhenforschungsrakete TEXUS-37 wurde von der ESRANGE (**E**uropean **S**pace **R**ange) in Kiruna (Schweden) gestartet. Mit einem Gewicht von 369,2 kg (Startgewicht ohne Raketenmotor) erreichte die Rakete eine Scheitelhöhe von 243 km. Während der Phase der

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente

Mikrogravitation von 5 Minuten und 49 Sekunden Dauer wurde das Experiment von der Bodenstation aus von Hand gesteuert. Alle hierzu notwendigen Prozeduren für den nominellen und nicht-nominellen Betrieb wurden vorab in zwei Parabelflugkampagnen an einem Nachbau der Anlage erprobt und trainiert.

### 5.2.3.1 Experimentprozeduren

Die Durchführung des Experiments ist in drei Prozeduren unterteilt, zu denen neben dem eigentlichen Messbetrieb das Etablieren der Strömung unter Mikrogravitation sowie das Entleeren des Ausgleichsrohres zählen. Die Prozeduren basieren auf den Erkenntnissen aus den Fallturmexperimenten sowie den Parabelflügen und laufen wie folgt ab:

**Etablieren der Strömung (Füllen des Ausgleichsrohres und der Messstrecke):** Vor und während des Starts sind das Ausgleichsrohr und die Düse mittels des Schiebers ( $S_1$ ) bzw. des Stempels verschlossen. Der Vorratstank, die Vorkammer sowie deren Schlauchverbindung sind blasenfrei mit der Testflüssigkeit befüllt. Beide Pumpen sind ausgeschaltet, der Kapillarkanal und die Saugleitung sind zu diesem Zeitpunkt leer. Nach Erreichen der Mikrogravitation wird mittels des Ventils  $V_3$  der Schieber (vgl. Abb. 5.5) geöffnet und zunächst das Ausgleichsrohr über die Nachförderpumpe  $PU_1$  manuell befüllt. Anschließend wird bei abgeschalteter Nachförderpumpe durch Schalten der Ventile  $V_1$  und  $V_2$  der Stempel zurückgefahren. Durch die an die Düse angepasste Form des Stempels ist ein kontrolliertes Befüllen der Düse unter Schwerelosigkeit gewährleistet. Aufgrund der guten Benetzungseigenschaften der Flüssigkeit<sup>3)</sup> spreitet diese spontan in den sich beim Öffnen zwischen Stempel und Düse bildenden Spalt. Da der Kapillardruck des Flüssigkeitsmeniskus in diesem Spalt und in dem anschließenden Spalt zwischen den parallelen Platten stets kleiner ist als der Kapillardruck an der Flüssigkeitsoberfläche im Ausgleichsrohr, erfolgt ein kapillargetriebenes Füllen der Düse und des Kapillarkanals. Während die Flüssigkeit aus dem Ausgleichsrohr in den Kapillarkanal einströmt, wird die Förderpumpe  $PU_2$  eingeschaltet. Dabei wird die Pumpe auf den zu erwartenden Volumenstrom der selbstgetriebenen Flüssigkeitsbewegung eingestellt, um eine Beschleunigung der Flüssigkeit beim Kontaktieren des Saugkopfes zu vermeiden. Nach Erreichen des minimalen Füllstandes im Ausgleichsrohr wird die Nachförderpumpe zugeschaltet, und die Kapillarströmung ist etabliert.

**Messprogramm:** Nach dem Etablieren der Strömung soll der Volumenstrom schrittweise solange gesteigert werden, bis das Kollabieren der Oberflächen auftritt. Hierzu ist eine feste Abfolge von Befehlen vorgesehen. Nach jeder Änderung des Volumenstroms wird die Strömung zunächst über einen Zeitraum von 5 s beobachtet, bis die durch das Schalten der

---

<sup>3)</sup> Der statische Randwinkel der verwendeten Testflüssigkeit Hexamethyldisiloxane mit Glas beträgt  $\gamma_s = 0^\circ$ .

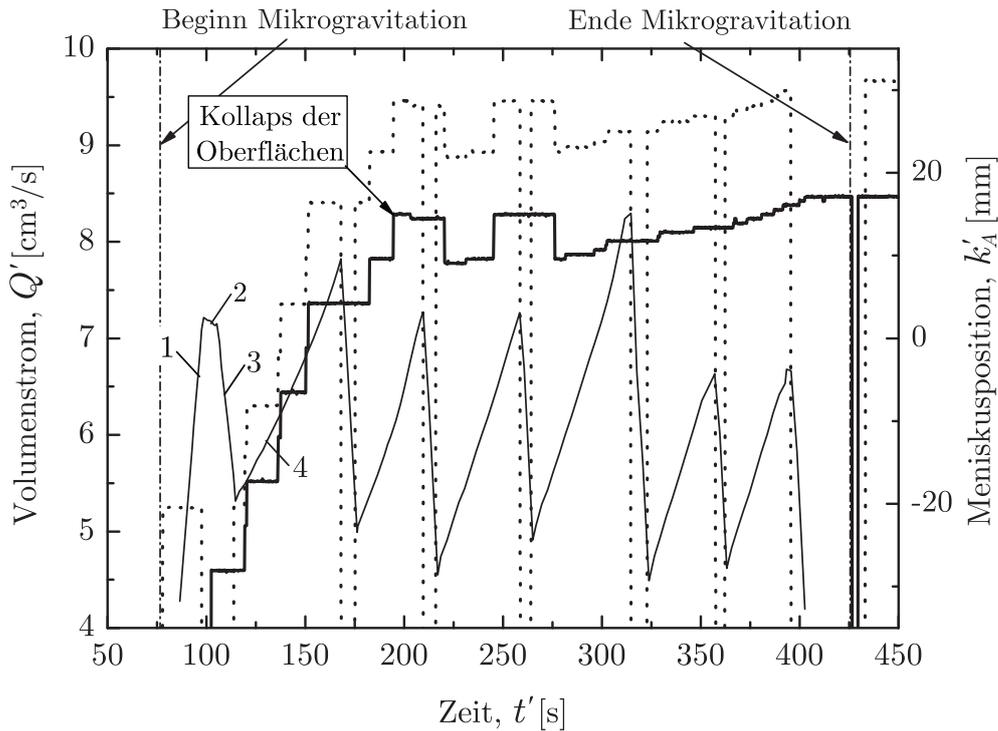
Pumpen bedingten Schwingungen der Oberflächen abgeklungen sind. Anschließend werden Gasblasen in die Strömung injiziert, wobei nacheinander der kleinere und größere Gasmassestrom jeweils für eine Dauer von 2 s eingestellt werden. Danach ist die Videoübertragung von Kamera 2 auf den Camcorder umzuschalten, um den Füllstand im Ausgleichsrohr zu kontrollieren. Gegebenenfalls muss dieser gesenkt werden (siehe unten). Zunächst soll der Volumenstrom mit dem großen Inkrement bis zum Kollabieren der Oberflächen gesteigert werden. Anschließend ist eine zweimalige Steigerung mittels der kleineren Schrittweite des Volumenstroms vorgesehen.

**Entleeren des Ausgleichsrohres:** Da die Nachförderpumpe stets einen höheren Volumenstrom fördert als die Förderpumpe, steigt der Füllstand im Ausgleichsrohr stetig an und muss während des Experiments gesenkt werden. Hierzu ist die Nachförderpumpe kurzfristig abzuschalten, so dass Flüssigkeit über den Kapillarkanal aus dem Ausgleichsrohr gefördert wird. Nach dem Wiedereinschalten der Nachförderpumpe lässt sich das Messprogramm problemlos fortsetzen, da die Druckrandbedingung im Ausgleichsrohr durch diese Prozedur nicht verändert wird. Bei der voreingestellten Volumenstromdifferenz von 3% ist bei dem Volumen des Ausgleichsrohres von rund  $108 \text{ cm}^3$  eine einmalige Entleerung vorgesehen.

### 5.2.3.2 Experimentverlauf

Der folgende Abschnitt beschreibt die wesentlichen Schaltvorgänge, Ereignisse und Beobachtungen während des Fluges von TEXUS-37. Die chronologische Abfolge aller Schaltvorgänge und Ereignisse ist detailliert in Tabelle C.2 in Anhang C aufgeführt. Eine Übersicht über die eingestellten Volumenströme, die Zeiten der Tracerinjektionen und des Entleerens des Ausgleichsrohres sowie des Auftretens instationärer Strömungszustände ist der Tabelle C.3 zu entnehmen.

Nach dem Start der Rakete öffnete der Experimentrechner bei  $t' = 76 \text{ s}$  den Schieber zum Ausgleichsrohr. Rund eine Sekunde nach Beginn der Mikrogravitationsphase bei  $t' = 76,55 \text{ s}$  wurde über die Nachförderpumpe  $PU_1$  mit einem Volumenstrom von  $Q'_1 = 5,28 \text{ cm}^3/\text{s}$  das Ausgleichsrohr manuell befüllt. Anschließend wurde bei abgeschalteter Nachförderpumpe durch Schalten der Ventile  $V_1$  und  $V_2$  der Stempel zurückgefahren. Wie erwartet spreitete die Flüssigkeit sofort in den Spalt zwischen Düse und Stempel, so dass sich die Düse und der Kapillarkanal problemlos füllten. Bei  $t' = 107,6 \text{ s}$  erreichte die Flüssigkeit den Saugkopf und wurde von der Förderpumpe  $PU_2$ , die zuvor auf  $Q' = 4,61 \text{ cm}^3/\text{s}$  eingestellt worden war, abgesogen. Infolgedessen leerte sich das Ausgleichsrohr weiter. Beim Erreichen des minimalen Füllstandes wurde  $PU_1$  zugeschaltet, so dass die Strömung bei  $t' = 114,72 \text{ s}$  etabliert war. Der Vorgang des Etablierens der Strömung lässt sich anhand von Abb. 5.10 verdeutlichen, in der die zeitliche Abfolge der manuell eingestellten Volumenströme beider Pumpen, sowie die



**Abbildung 5.10:** Zeitlicher Verlauf der manuell eingestellten Volumenströme der Förderpumpe (—) und der Nachförderpumpe (···) sowie der Meniskusposition im Ausgleichsrohr (—) während des TEXUS-Experiments. Das Kollabieren der Flüssigkeitsoberflächen wurde einmalig bei  $Q' = 8,28 \text{ cm}^3/\text{s}$  beobachtet.

entsprechende zeitabhängige Position  $k'_A$  des Flüssigkeitsmeniskus im Ausgleichsrohr<sup>4)</sup> dargestellt sind. Der mit (1) bezeichnete Flüssigkeitsanstieg erfolgte durch das alleinige Fördern von  $\text{PU}_1$ . Anhand der Kurvenabschnitte (2) und (3) lassen sich das Entleeren des Ausgleichsrohres infolge des kapillargetriebenen Füllens von Düse und Kapillarkanal bzw. infolge des Förderns von  $\text{PU}_2$  identifizieren. Der Anstieg (4) ist durch die Volumenstromdifferenz beider Pumpen bedingt.

Das Etablieren der Strömung benötigte rund 38 s der  $\mu g$ -Phase. In der verbleibenden Experimentierzeit wurde der Volumenstrom mehrmals gesteigert. Dabei wurde zunächst mit der großen Schrittweite von  $0,46 \text{ cm}^3/\text{s}$  zur groben Bestimmung des maximalen Volumenstroms begonnen. Mit dieser Schrittweite trat das Kollabieren der Oberflächen nach der Änderung des Volumenstroms von  $Q' = 7,82 \text{ cm}^3/\text{s}$  auf  $Q' = 8,28 \text{ cm}^3/\text{s}$  bei  $t' = 194,62 \text{ s}$  auf<sup>5)</sup> (vgl.

<sup>4)</sup>Zur Definition von  $k'_A$  siehe Abb. 6.10 und Abb. 6.11.

<sup>5)</sup>Es sei an dieser Stelle bemerkt, dass das Kollabieren der Oberflächen bereits während des Entleerens des Ausgleichsrohres bei  $t' = 176,4 \text{ s}$  beobachtet wurde. Der Grund hierfür ist der geänderte dynamische Randwinkel  $\gamma_d$  (vgl. Abb. 6.11(b)) zwischen der absinkenden Flüssigkeit und dem Ausgleichsrohr, welcher zu einer Änderung der Druckrandbedingung am Eintritt des Kanals führt. Dieser Effekt wird hier nicht weiter betrachtet.

Abb. 5.10). Dieser Schritt wurde bei  $t' = 245,38$  s reproduziert, führte jedoch zu keinen Gasdurchbrüchen. Im Anschluss daran wurde der Volumenstrom auf  $Q' = 7,82$  cm<sup>3</sup>/s gesenkt ( $t' = 276,26$  s), um das Strömungslimit mit der kleineren Schrittweite von 0,04 cm<sup>3</sup>/s anzunähern. Hierbei ließen sich Volumenströme bis zu  $Q' = 8,46$  cm<sup>3</sup>/s realisieren, ohne dass die Instabilität der Strömung auftrat. Bei diesem Wert endete die  $\mu g$ -Phase, so dass die Grenze des Volumenstroms mittels der kleinen Schrittweite nicht bestimmt werden konnte.

Der tatsächliche Verlauf des Experiments weicht in verschiedenen Punkten von dem vorgesehenen Messprogramm ab. Der Grund hierfür ist der Füllstand im Ausgleichsrohr, der wesentlich schneller als vorausbestimmt anstieg. Wie aus Abb. 5.10 hervorgeht, waren sechs Entleerungen des Ausgleichsrohres statt der einmalig vorgesehenen erforderlich<sup>6)</sup>. Um das vorrangige Experimentziel zu erreichen, wurde teilweise auf die Tracerinjektion verzichtet. Desweiteren konnte die Beobachtungsdauer nach jeder kleinen Änderung des Volumenstroms verkürzt werden, da die Schwingungen der Flüssigkeitsoberflächen deutlich schneller abklangen als bei der großen Änderung des Volumenstroms. Dennoch reichte die Experimentzeit nicht aus, um den Grenzwert des Volumenstroms mittels des kleinen Inkrements zu erreichen.

## 5.3 Messtechnik

### 5.3.1 Temperaturmessung

Zur Messung der Temperatur  $T$  an den in Abb. 5.1 und Abb. 5.5 dargestellten Positionen werden in beiden Experimenten PT-100 Temperatursensoren in Vierleiterschaltung eingesetzt. Das Spannungssignal der Messumformer wird jeweils über die Analogkarten der Experimentrechner mit einer Abtastrate von 100 Hz im Fallturm und mit 4,5 Hz im TEXUS-Experiment aufgezeichnet.

Die für den Einsatz im Fallturmexperiment bestimmten Sensoren wurden in einem Wasserbad eines Temperiergerätes (Lauda) für einen Bereich von  $10$  °C  $\leq T \leq 40$  °C kalibriert. Als Referenz diente ein Flüssigkeitsthermometer mit einer Ablesegenauigkeit von 0,1 °C. Die Messreihen wurden dreimal wiederholt. Der Zusammenhang zwischen dem Spannungssignal und der Temperatur lässt sich mittels linearer Regression bestimmen, wobei sich für den größten Fehler der Temperaturmessung  $\Delta T = \pm 0,2$  °C ergibt. Die Ermittlung der Kennzahlen  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  erfolgt unter Annahme des Mittelwertes aus den Temperaturen  $T_1$  bis  $T_3$ .

Die Sensoren für das TEXUS-Modul wurden von der Firma EADS ST in einem Temperaturbereich von  $10$  °C  $\leq T \leq 30$  °C kalibriert. Da die Kalibrierung nicht dokumentiert ist, wird ein Fehler von  $\Delta T = \pm 0,25$  °C angenommen. Die maßgebliche Temperatur der

<sup>6)</sup> Der Grund hierfür sind Abweichungen beider Pumpen von den Sollwertvorgaben des Volumenstroms, die unter Mikrogravitation auftraten. Diese werden in Kapitel 6.3.4 betrachtet werden. Alle hier angegebenen Volumenströme beziehen sich bereits auf die dort abgeleiteten Korrekturen.

Flüssigkeit zur Ermittlung der stoffabhängigen Kennzahlen ist durch den Mittelwert aus den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  am Vor- und Rücklauf der Experimentzelle gegeben.

### 5.3.2 Messung des Volumenstroms

Der Volumenstrom im Fallturmexperiment lässt sich aus dem zeitabhängigen Spannungsabfall am Linearwiderstand ermitteln. Dieser ist dem Weg des vom Linearantrieb bewegten Kolbens der Spritze proportional und wird vom Fallkapselrechner mit einer Rate von 100 Hz aufgezeichnet. Nach Korrelation zwischen dem Ort des Kolbens und der entsprechenden Spannung kann mittels linearer Regression der Weg-Zeit-Daten die Kolbengeschwindigkeit  $v'_K$  bei konstanter Drehzahl des Schrittmotors bestimmt werden. Mit der Querschnittsfläche des Kolbens  $A'_K$  ergibt sich für den Volumenstrom  $Q' = v'_K A'_K$ . Die Regression zeigt, dass bei konstanter Motordrehzahl der Verfahrensweg innerhalb der Toleranz des Widerstandes von der Linearität abweicht. Unter Berücksichtigung des Fehlers der Kolbenfläche ergibt sich daher ein relativer Fehler von  $\Delta Q'/Q' < 0,1\%$ .

Die im TEXUS-Experiment eingesetzten Zahnradpumpen verfügen über einen Tachogenerator, dessen Spannungssignal proportional zur Drehzahl der Zahnräder ist. Da das pro Umdrehung durch die Zahnräder verdrängte Volumen feststeht, ist das Spannungssignal ein Maß für den geförderten Volumenstrom. Die auf dieses Tachosignal bezogenen Volumenströme der Nachförder- und Förderpumpe werden im Folgenden mit  $Q_1^{T'}$  bzw.  $Q_2^{T'}$  bezeichnet. Vor der Durchführung des Experiments wurden beide Pumpenköpfe unter Verwendung der Testflüssigkeit von der Firma EADS ST kalibriert. Dazu förderten die Pumpen bei konstanter Drehzahl jeweils über Schläuche Flüssigkeit aus einem Vorratsbehälter in ein Litermaß. Dieses wurde zur Kompensation des hydrostatischen Drucks von Hand nachgeführt, so dass sich die Füllstände in beiden Behältern stets auf gleichem Niveau befanden<sup>7)</sup>. Die Zeit zwischen dem Durchlaufen zweier definierter Füllstände wird mittels einer Stoppuhr gemessen. Die Messungen lieferten den Volumenstrom als Funktion des Tachosignals der Pumpe und waren innerhalb des durch die Volumen- und Zeitmessung verursachten Fehlers von rund 1% reproduzierbar. Im Rahmen dieser Kalibrierung wurde die Drehzahlregelung der Nachförderpumpe so eingestellt, dass sie bei gleicher Steuerspannung stets einen um 3% höheren Volumenstrom förderte als die Förderpumpe ( $Q_1^{T'} = 1,03 Q_2^{T'}$ ).

Wie bereits in Kapitel 5.2.3.2 beschrieben, trat während des Experiments eine wesentlich höhere Volumenstromdifferenz zwischen beiden Pumpen auf als die eingestellte, so dass der Flüssigkeitsstand im Ausgleichsrohr wesentlich schneller anstieg als erwartet. Aus diesem

---

<sup>7)</sup> Die Kompensation des hydrostatischen Drucks war erforderlich, da aufgrund der geringen Viskosität der Testflüssigkeit mit einem nicht zu vernachlässigen Schlupf zwischen den Zahnrädern zu rechnen war. Aus diesem Grund waren die Schlauchlängen so bemessen, dass die resultierenden Druckverluste in etwa den Bedingungen im Experiment entsprachen.

Grund wurde nachträglich eine zweite Kalibrierung über den zeitabhängigen Flüssigkeitsstand im Ausgleichsrohr vorgenommen. Diese wird nach der Einführung der Bildverarbeitung in Kapitel 6.3.4 diskutiert.

## 5.4 Auswahl der Versuchsparameter

Die Auswahl der Versuchsparameter ist durch zwei Aspekte motiviert. Zum einen stellt sich bei der Analyse der Gl. (3.42) die Frage, in welcher Weise das Größenverhältnis zwischen dem konvektiven und dem zur Dissipation führenden viskosen Term die Strömung beeinflusst. Da die durch den konvektiven Term verursachten Druckänderungen reversibel sind, sind je nach Größenverhältnis unterschiedliche Formen des Oberflächenprofils zu erwarten. Für moderate Änderungen des Strömungsquerschnitts längs des Kanals variiert  $(dA/dk)(dk/dx)$  gering und kann unabhängig von  $A$  als konstant betrachtet werden. Zu festem  $Q$  ist das Größenverhältnis beider Terme dann durch das Verhältnis  $\mathcal{L}/A$  bestimmt. Da  $A$  jedoch nur innerhalb einer Größenordnung variiert, ist der Effekt im Wesentlichen durch  $\mathcal{L}$  beeinflusst, so dass eine möglichst große Variation dieser Kennzahl wünschenswert ist, um den Einfluss beider Terme distinkt untersuchen zu können. Zum anderen führt die Beschränkung des Volumenstroms in offenen Kapillarkanälen zu der in Kapitel 2.1 beschriebenen Problematik bei der Auslegung von Oberflächenspannungstreibstofftanks. Da bisher keine Experimente zu diesem Phänomen vorliegen, erscheint im Hinblick auf die Anwendung eine Anlehnung an die Kennzahlen gängiger Treibstofftanks sinnvoll.

Die Kennzahlen solcher Tanks resultieren aus den typischen Abmessungen der Kapillarkanäle und den Stoffdaten der gebräuchlichen Treibstoffe  $N_2O_4$  und Monomethylhydrazin (MMH) (vgl. Purohit & Loudenback, 1988; Schley, 1988; Netter, 1999) in einem Temperaturbereich von  $0\text{ °C} \leq T \leq 40\text{ °C}$ . Es werden typischerweise Kanäle mit Spaltabständen zwischen  $1\text{ mm} \leq a \leq 10\text{ mm}$  und Plattenbreiten zwischen  $10\text{ mm} \leq b \leq 30\text{ mm}$  eingesetzt. Die Kombination dieser Größen führt zu einem Parameterfeld von  $4,27 \cdot 10^{-4} \leq Oh \leq 5,87 \cdot 10^{-3}$  für die OHNESORGE-Zahl sowie  $3 \leq \Lambda \leq 10$  für das Aspektverhältnis. Je nach Tankdurchmesser und Design sind Längen bis  $l = 1,5\text{ m}$  gebräuchlich (vgl. Netter, 1999), so dass die dimensionslose Länge im Bereich  $1,60 \cdot 10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 2,20$  variiert.

Die Auswahl der Parameter für die Fallturmexperimente ist durch die Anforderungen an die optische Auflösung des Oberflächenprofils und an die Fülldauer des Kapillarkanals eingeschränkt, so dass nicht alle wünschenswerten Kennzahlen realisiert werden können. Die optische Auflösung des Profils, die idealerweise hoch zu wählen ist, begrenzt die Breite  $b$  und die Länge  $l$  des Kanals, und die Fülldauer des Kanals nach dem Beginn der  $\mu g$ -Phase begrenzt die OHNESORGE-Zahl sowie das Aspektverhältnis  $\Lambda$ . Um eine ausreichende Beobachtungszeit der erzwungenen Kanaldurchströmung zu gewährleisten, sollte die Fülldauer gemessen an der

**Tabelle 5.1:** Versuchsparameter der Experimente im Fallturm (DT) und an Bord von TEXUS-37 (TE). Die Kennzahlen  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  beziehen sich auf eine Temperatur von  $T = 20$  °C. Die entsprechenden Stoffdaten der Flüssigkeiten sind in Tabelle 6.2 angegeben.

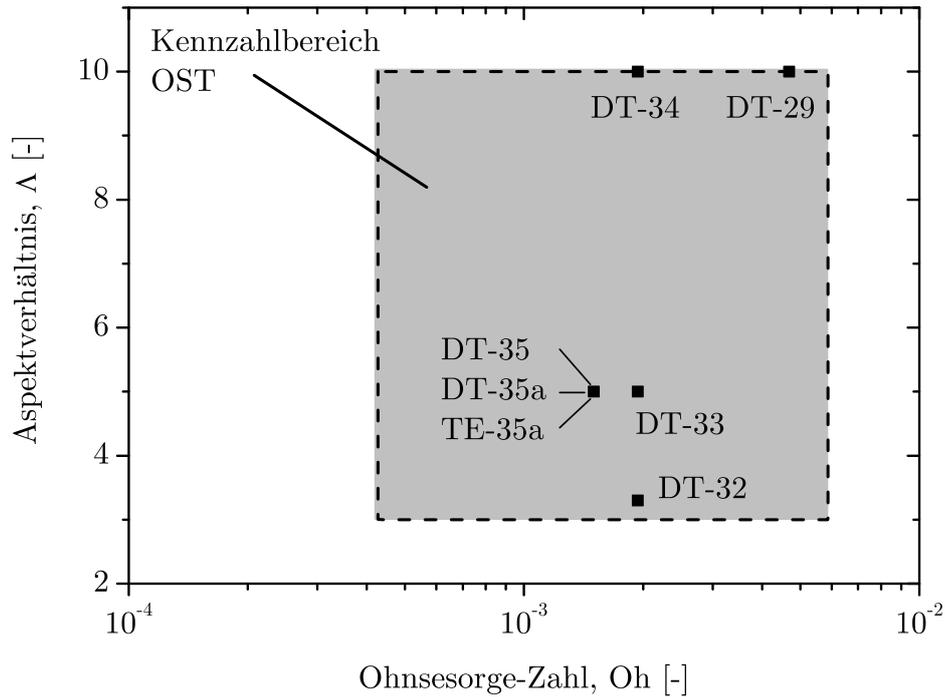
Bez.	Fluid	$a$ [mm]	$b$ [mm]	$l$ [mm]	$t'_s$ [s]	$Oh$	$\Lambda$	$\mathcal{L}$
DT-29	FC-77	2	20	74,9	1,61	$4,68 \cdot 10^{-3}$	10	$4,40 \cdot 10^{-2}$
DT-32	HMDS	3	10	94,2	1,10	$1,94 \cdot 10^{-3}$	3,3	$1,52 \cdot 10^{-2}$
DT-33	HMDS	3	15	96,3	1,33	$1,94 \cdot 10^{-3}$	5	$1,56 \cdot 10^{-2}$
DT-34	HMDS	3	30	94,6	1,15	$1,94 \cdot 10^{-3}$	10	$1,53 \cdot 10^{-2}$
DT-35	HMDS	5	25	93,4	1,30	$1,50 \cdot 10^{-3}$	5	$7,00 \cdot 10^{-3}$
DT-35a	HMDS	5	25	48,4	0,66	$1,50 \cdot 10^{-3}$	5	$3,63 \cdot 10^{-3}$
TE-35a	HMDS	5	25	46,6	-	$1,50 \cdot 10^{-3}$	5	$3,50 \cdot 10^{-3}$

gesamten Experimentdauer klein sein. Aus der Arbeit von Dreyer (1994) ist bekannt, dass die Geschwindigkeit, mit der der Flüssigkeitsmeniskus in den Kapillarkanal einströmt, eine Funktion von  $Oh$  und  $\Lambda$  ist. Sind die Abmessungen  $b$  und  $l$  sowie die Stoffdaten festgelegt, ist eine Verringerung von  $Oh$  nur durch eine Vergrößerung des Plattenabstandes möglich. Da die Fülldauer bei festem  $\Lambda$  und  $l$  mit zunehmendem  $a$  zunimmt, ist  $Oh$  nach unten begrenzt, wenn eine bestimmte Beobachtungszeit der erzwungenen Strömung nicht unterschritten werden soll.

Die ausgewählten Versuchsparameter für beide Experimentaufbauten sind in Tabelle 5.1 dargestellt. Als Grundlage für die Fallturmexperimente wurde die Füllzeit  $t'_s$  auf ein Drittel der Experimentdauer beschränkt und als obere Grenze der Auflösung  $200 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  festgelegt. Abgesehen von einer geringen Differenz der Längen  $l$  sind die Parametersätze DT-35a und TE-35a identisch, so dass die Ergebnisse beider Experimente direkt miteinander vergleichbar sind. Als Testflüssigkeiten wurden ausgewählt:

- Dow Corning 200® Fluid, 0,65 cSt, INCI-Bezeichnung: Hexamethyldisiloxane (HMDS)
- 3M™ Fluorinert™, Electronic Liquid FC-77.

Beide Flüssigkeiten haben sehr gute Benetzungseigenschaften und bilden mit Glas und Plexiglas einen statischen Randwinkel von  $\gamma_s = 0^\circ$ . Die Oberflächenspannung wird nur unwesentlich durch Verunreinigungen beeinflusst. In Abb. 5.11 ist das charakteristische Parameterfeld der Kennzahlen  $Oh$  und  $\Lambda$  von Oberflächenspannungstanks zusammen mit den ausgewählten Werten für die Experimente aus Tabelle 5.1 grafisch dargestellt. Während der gesamte Bereich von  $\Lambda$  abgedeckt werden kann, ist aufgrund der Obergrenze der Fülldauer mit den verwendeten Testflüssigkeiten die OHNESORGE-Zahl auf  $Oh \gtrsim 1,5 \cdot 10^{-3}$  beschränkt. Die erreichbare Variation der Kennzahl  $\mathcal{L}$  erstreckt sich nach Tabelle 5.1 über rund eine



**Abbildung 5.11:** Typischer Bereich der Kennzahlen  $Oh$  und  $\Lambda$  von Kapillarkanälen in Oberflächenspannungstanks, OST (---). Der Bereich kann für  $Oh \gtrsim 1,5 \cdot 10^{-3}$  vollständig im Fallturmexperiment untersucht werden. Die einzelnen Datenpunkte (■) bezeichnen die untersuchten Experimentparameter nach Tabelle 5.1.

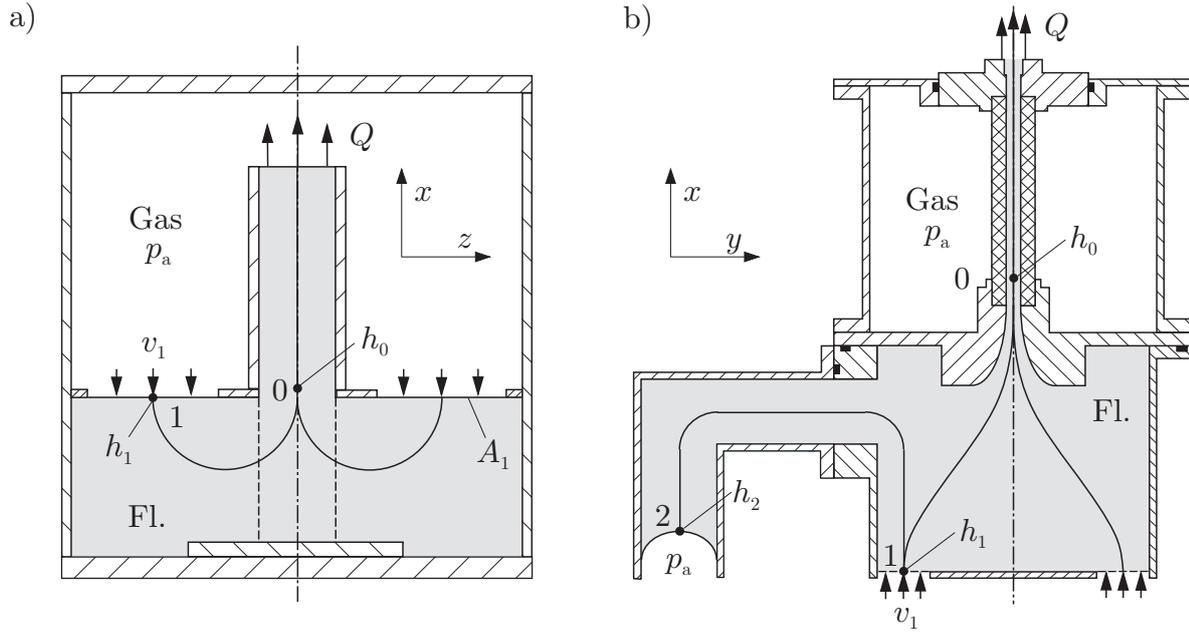
Größenordnung.

## 5.5 Ermittlung und Optimierung der Randbedingungen

Um die Gleichungen (3.42) und (3.43) unter experimentellen Randbedingungen lösen zu können, müssen die Krümmung  $h_0$  aus Gl. (3.46) und der Grad der Profilausbildung  $\beta_0$  aus Gl. (3.47) bekannt sein. Da in der Literatur keine Ansätze bekannt sind, mittels derer beide Größen mit hinreichender Genauigkeit bestimmt werden können, werden sie hier aus dreidimensionalen, numerischen Modellrechnungen gewonnen. Desweiteren dienen die Modellrechnungen der Strömungsoptimierung zur Auslegung der TEXUS-Experimentzelle.

Die Modellrechnungen werden mit dem Finite Elemente Code FIDAP (Fluent Inc., Version 8.0) für beide Experimentaufbauten durchgeführt und umfassen jeweils den Strömungsweg einer stationären Strömung vom Flüssigkeitsbehälter in den Kapillarkanal. Aus Symmetriegründen beschränkt sich das Rechenmodell auf ein Viertelsegment der realen Geometrie. Das Gitter ist kubisch strukturiert und in der Ortsauflösung den Geschwindigkeitsgradienten angepasst. Gitterverfeinerungen zwecks Überprüfung der Konvergenz des Algorithmus

## 5 Aufbau und Durchführung der Experimente



**Abbildung 5.12:** Idealisierte Strömungsverhältnisse der numerischen Modellrechnungen zur Bestimmung des Druckabfalls im Flüssigkeitsbehälter. (a) Fallturmexperiment. (b) TEXUS-Experiment. Aus Symmetriegründen beschränken sich die Modellrechnungen auf ein Viertelsegment des Behälters.

wurden durchgeführt, ebenso wie Vergleichsrechnungen zu Strömungsproblemen, zu denen analytische Lösungen oder Vergleichswerte aus der Literatur vorliegen.

Das Modell zu den Fallturmexperimenten besteht aus dem bis zu den Benetzungssperren gefüllten zylindrischen Flüssigkeitsbehälter und einer Kapillare, die oberhalb der Benetzungssperre seitlich geschlossen ist. Wie in Abb. 5.12(a) dargestellt, strömt die Flüssigkeit mit homogener Geschwindigkeitsverteilung  $\mathbf{v}_1 = (v_x = -Q/A_1, v_y = 0, v_z = 0)^T$  senkrecht zur Fläche  $A_1$  zwischen den Benetzungssperren ein, wobei  $v_x, v_y$  und  $v_z$  die Komponenten der Geschwindigkeit entlang der Raumrichtungen  $x, y$  und  $z$  bezeichnen. Da die Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche im Experiment wegen des Füllstandes bis unterhalb der Benetzungssperren sehr klein ist und sich aufgrund des großen Behältervolumens während der Experimentdauer von 4,74 s unwesentlich ändert, kann  $A_1$  als eben angenommen werden. Zur Bestimmung des Drucks im Eintrittsquerschnitt wird die Druckbilanz entlang der idealisierten Stromlinie zwischen den Punkten 1 und 0 im Flüssigkeitsbehälter aufgestellt, aus der sich die Druckdifferenz

$$p'_1 - p'_0 = \frac{\rho}{2} (v_0'^2 - v_1'^2) + \Delta p'_{1,0} = \frac{\rho}{2} \left( \frac{Q'^2}{A_0'^2} - \frac{Q'^2}{A_1'^2} \right) + \Delta p'_{1,0} \quad (5.1)$$

ergibt. Darin sind die Drücke  $p'_1$  und  $p'_0$  und die Geschwindigkeiten  $v'_1 = v'_x = -Q'/A'_1$  und  $v'_0 = Q'/A'_0$  mittlere Größen an der Oberfläche im Behälter bzw. im Eintrittsquerschnitt  $A'_0$ , und der Reibungsdruckverlust ist mit  $\Delta p'_{1,0}$  bezeichnet. Die linke Seite von Gl. (5.1)

**Tabelle 5.2:** Numerisch ermittelte Koeffizienten zur Bestimmung der Krümmungsrandbedingung  $h_0$  nach Gl. (5.2) und des Grads der Profilausbildung  $\beta_0$  am Kanaleintritt nach Gl. (5.3). Die Koeffizienten gelten für den angegebenen Volumenstrombereich. Für die REYNOLDS-Zahl  $Re_{h_0}$  im Eintrittsquerschnitt ist der maximal auftretende Wert angegeben.

Bez.	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$L$	$Q$	$Q'$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$Re_{h_0}$		
DT-29	2,7	168	0	-8	0,065	$< Q < 0,039$	0,25	$< Q' < 1,5$	157
DT-32	2,2	91	0	-16	0,075	$< Q < 0,392$	0,25	$< Q' < 1,75$	397
DT-33	2,2	138	0	-25	0,191	$< Q < 0,500$	1	$< Q' < 3$	385
DT-34	2,3	215	0	-37	0,191	$< Q < 0,572$	2	$< Q' < 6$	537
DT-35/35a	2,0	180	0	-22	0,443	$< Q < 0,886$	5	$< Q' < 10$	984
TE-35a	1,4	374	0,222	-90	0,443	$< Q < 0,886$	5	$< Q' < 10$	984

wird als Funktion des Volumenstroms aus den Modellrechnungen ermittelt und gefitted. Da die Reibungsverluste geschwindigkeitsproportional sind, lässt sich  $\Delta p'_{1,0}$  linear als  $f(1/Re_{h_0})$  darstellen (vgl. White, 1994), wobei die REYNOLDS-Zahl als  $Re_{h_0} = D_h v'_0 / \nu$  definiert ist. Für die dem Druck entsprechende Krümmung am Kanaleintritt ergibt sich damit

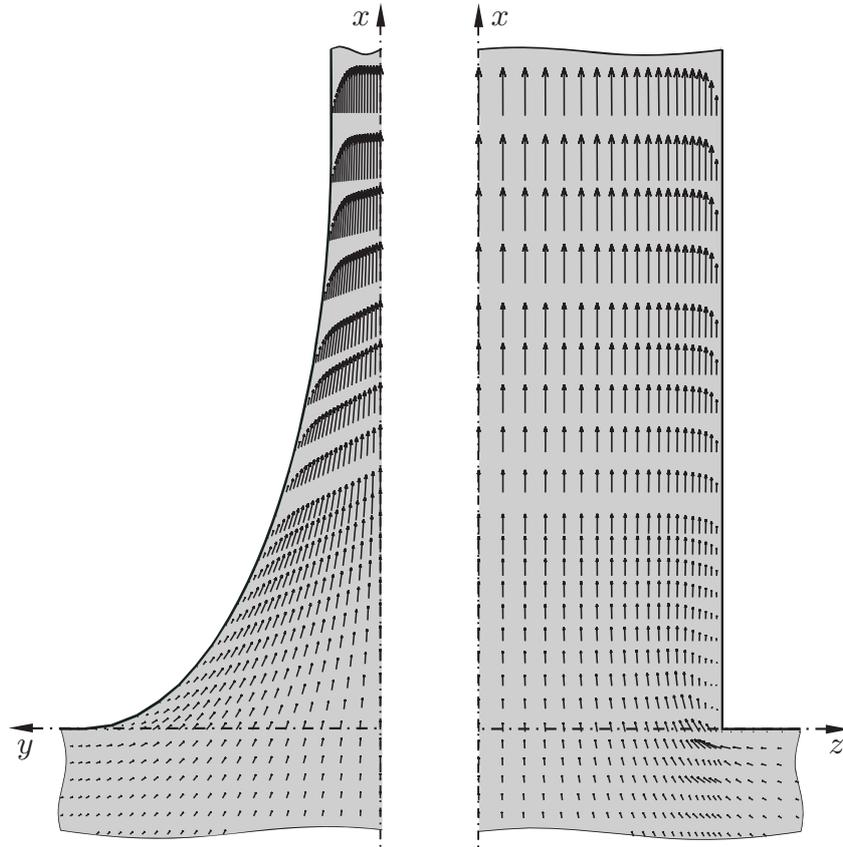
$$\begin{aligned}
 h_0(Q) &= \frac{a}{2\sigma} \left[ \left( K_1 + \frac{K_2}{Re_{h_0}} \right) \frac{\rho}{2} v_0'^2 + p'_a - p'_1 \right] \\
 &= \frac{K_1 Q^2}{2} + \frac{K_2 Oh Q}{4} + K_3.
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Hierin definieren die Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  den konvektiv bzw. dissipativ bedingten Druckabfall der Strömung im Behälter.  $K_3 = a(p'_a - p'_1)/(2\sigma)$  ist durch den Kapillardruck an der Oberfläche im Behälter bestimmt, der hier aufgrund der geringen Krümmung gegenüber den übrigen Drucktermen vernachlässigt werden kann. Der Parameter  $\beta_0$  gibt den Grad der Profilausbildung in der Ebene  $z = 0$  im Eintrittsquerschnitt des Kanals an (vgl. auch Anhang B). Die aus den Modellrechnungen gewonnenen Geschwindigkeitsdaten zeigen eine Abhängigkeit von  $1/Re_{h_0}$ , so dass sich  $\beta_0$  in der Form

$$\beta_0(Q) = 1 + \frac{L}{Re_{h_0}} = 1 + \frac{LOh}{2Q} \tag{5.3}$$

darstellen lässt. Die Koeffizienten  $K_1, K_2, K_3$  und  $L$  sind unter Angabe des Gültigkeitsbereiches in Tabelle 5.2 aufgeführt. Die angegebene maximale REYNOLDS-Zahl belegt, dass eine laminare Strömung vorliegt.

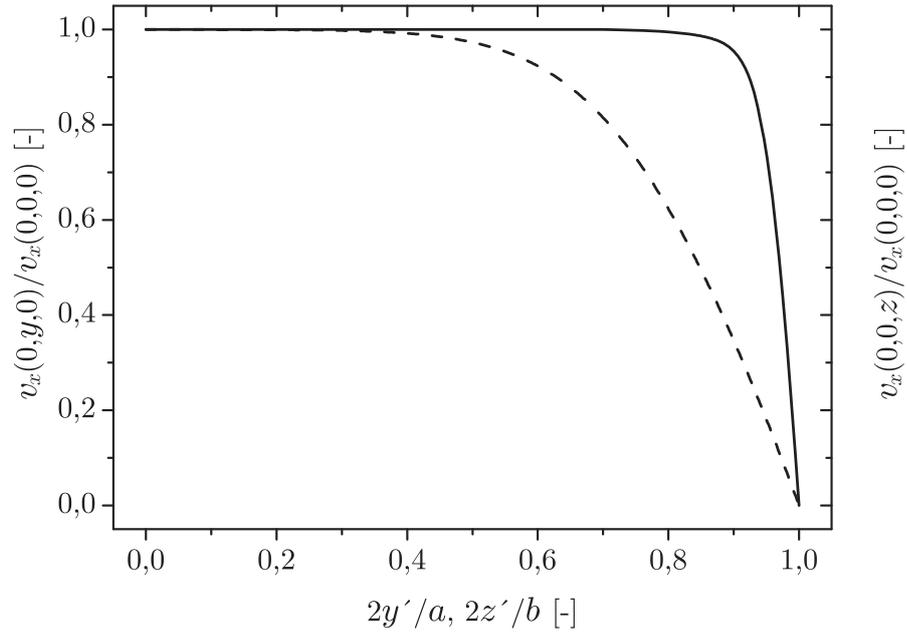
Neben der Ermittlung der Größen  $h_0$  und  $\beta_0$  ist das Ziel der Modellrechnungen zum TEXUS-Experiment, den Strömungsweg vor der Kapillare so zu optimieren, dass die Strömung beim Eintritt in den offenen Kanal hinreichend eindimensional ist, um der Modellannahme A2 aus Kapitel 3.1 zu entsprechen. Die Modellrechnungen werden zu verschiedenen Behältergeometrien mit unterschiedlichen Methoden der Flüssigkeitseinbringung und



**Abbildung 5.13:** Geschwindigkeitsverteilung in der Vorkammer und der Düse des TEXUS-Experiments.

Düsenformen durchgeführt (Rosendahl *et al.*, 1998) und führen auf die in Kapitel 5.2.2.1 beschriebene Vorkammer. Das Rechenmodell hierzu umfasst die sich nur in der  $(x, y)$ -Ebene elliptisch verjüngende Düse und den zylindrischen Behälter ohne Dichtstempel, Zylinder und Ausgleichsrohr. Entsprechend Abb. 5.12(b) strömt die Flüssigkeit unter Annahme einer homogenen Geschwindigkeitsverteilung  $\mathbf{v}_1 = (v_x = Q/A_1, v_y = 0, v_z = 0)^T$  senkrecht zur Fläche  $A_1$  des Ringspaltes in die Vorkammer ein. Weitere Details sind in Ohlhoff *et al.* (2004) dargestellt.

Wie aus der Geschwindigkeitsverteilung in Abb. 5.13 zu erkennen ist, wird mit der optimierten Vorkammer am Austritt der Düse eine quasi-eindimensionale Strömung erzielt. In den für diese Strömungsform maßgeblichen Ebenen  $y = \text{const}$  liegt ein Blockprofil mit einer schmalen Wandgrenzschicht vor. Weiter zeigt sich, dass die Profile in den Ebenen  $z = \text{const}$  ebenfalls nicht vollständig ausgebildet sind, woraus die Erfordernis resultiert, den Druckverlust der Einlaufströmung nach Kapitel 3.4 durch den Parameter  $\beta_0$  zu adaptieren. Dieser Sachverhalt wird durch Abb. 5.14 verdeutlicht, in der die Geschwindigkeitsprofile  $v_x(0, 0, z)/v_x(0, 0, 0)$  und  $v_x(0, y, 0)/v_x(0, 0, 0)$  über die Breite bzw. den Spalt des Kanals dargestellt sind. Für  $z \leq 0,84$  variiert das Geschwindigkeitsprofil weniger als 1%. In der



**Abbildung 5.14:** Geschwindigkeitsprofile am Eintritt in den Kapillarkanal. ---  $v_x(x = 0, y, z = 0)/v_x(0, 0, 0)$ . —  $v_x(x = 0, y = 0, z)/v_x(0, 0, 0)$ .

für den Profilmassfaktor maßgeblichen Ebene  $z = 0$  ist dies für  $y \leq 0,41$  der Fall. Desweiteren zeigen die Modellrechnungen, dass für  $Q' \leq 10 \text{ cm}^3/\text{s}$  die auftretenden Komponenten der Sekundärströmung,  $v_y$  und  $v_z$ , im Eintrittsquerschnitt maximal 2% der mittleren Strömungsgeschwindigkeit erreichen und daher als tolerabel betrachtet werden können (Rosendahl *et al.*, 1998). Zur Bestimmung von Gl. (5.2) wird entlang der Stromlinie zwischen den Punkten 1 und 0 in der Vorkammer (siehe Abb. 5.12) die Druckdifferenz entsprechend Gl. (5.1) als Funktion von  $Q$  aus den Modellrechnungen gewonnen und approximiert. Die Konstante  $K_3$  lässt sich aus der Druckbilanz entlang der Stromlinie zwischen den Punkten 1 und 2 ermitteln, und man erhält

$$K_3 = \frac{a(p'_a - p'_1)}{2\sigma} = \frac{a}{2\sigma} \left[ p'_a - p'_2 - \frac{\rho}{2} (v_2'^2 - v_1'^2) - \Delta p'_{1,2} \right] \simeq \frac{a(p'_a - p'_2)}{2\sigma} = h_2. \quad (5.4)$$

Hierbei wird ausgenutzt, dass aufgrund der niedrigen Strömungsgeschwindigkeiten im Ringspalt und im Ausgleichsrohr der dynamische Druck  $\rho(v_2'^2 - v_1'^2)/2$  und der Reibungsdruckverlust  $\Delta p'_{1,2}$  jeweils wesentlich kleiner sind als  $(p'_a - p'_2)$ , so dass  $K_3$  in guter Näherung durch die Krümmung der Oberfläche im Ausgleichsrohr  $h_2'$  gegeben ist. Für die im Ausgleichsrohr auftretenden Geschwindigkeiten von  $0,53 \text{ mm/s} \leq v_2' \leq 0,84 \text{ mm/s}$  (siehe auch Tabelle C.11,  $v_2' = v_A'$ ) variiert nach Gl. (2.5) der dynamische Randwinkel  $\gamma_{da}$  des Meniskus zwischen  $5,0^\circ$  und  $5,9^\circ$ . Es lässt sich zeigen, dass der entsprechende Krümmungsradius der Oberfläche durch  $R'_A = D_2/2$  approximiert werden kann, so dass trotz der Dynamik für die Krümmung der Oberfläche stets  $h_2' = 2/R'_A = 4/D_2$  gilt.  $D_2$  ist der innere Durchmesser des Ausgleichsrohres

## *5 Aufbau und Durchführung der Experimente*

(siehe auch Abb. 6.11). Zur Bestimmung des Profilkfaktors nach Gl. (5.3) wird wie in den Modellrechnungen zu den Fallturmexperimenten vorgegangen. Die ermittelten Konstanten sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.

# 6 Auswertung und Messfehler

Dieses Kapitel beschreibt die Auswertung der Messdaten und die Fehlerbehandlung. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Auswertung der Profile der Flüssigkeitsoberflächen, da diese für den Vergleich mit den theoretischen und numerischen Ergebnissen von zentraler Bedeutung sind. Hierzu gehört neben der Profilerkennung auch die Aufbereitung des Videomaterials sowie die Bewertung des Zeitverhaltens der Flüssigkeitsoberflächen, wobei Letztere der Definition der zeitlichen Mittelungsintervalle der Profile dient. Da das Zeitverhalten der Oberflächen in den Fallturmexperimenten auch vom Befüllvorgang abhängt, wird dieser im Rahmen der Bestimmung des kapillargetriebenen Volumenstroms dargestellt. Entscheidend für den Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ist auch die Nachkalibrierung des Volumenstroms des TEXUS-Experiments, die erforderlich wurde, da der Flüssigkeitsstand im Ausgleichsrohr wesentlich schneller stieg als vorgesehen war. Weitere Aspekte dieses Kapitels sind die Bestimmung der Tracergeschwindigkeiten im TEXUS-Experiment sowie die Messung der Stoffdaten.

## 6.1 Aufbereitung des Videomaterials

Die Videoaufnahmen der Experimente liegen in den Formaten Hi-8, S-VHS und Mini DV vor und müssen zur Profilauswertung in digitale Einzelbilder zerlegt werden. Die Erzeugung der Einzelbilder erfolgt an einem Arbeitsplatzrechner zur digitalen Bildverarbeitung mit interner Framegrabber-Karte (Pinnacle Systems DV 500), die sowohl digitale als auch analoge Videos importieren kann. Die Bearbeitung der importierten Videosequenzen sowie die Festlegung des Ausgabeformates wird mittels der Software Adobe® Premiere® (Adobe Systems, Version 5.0) vorgenommen.

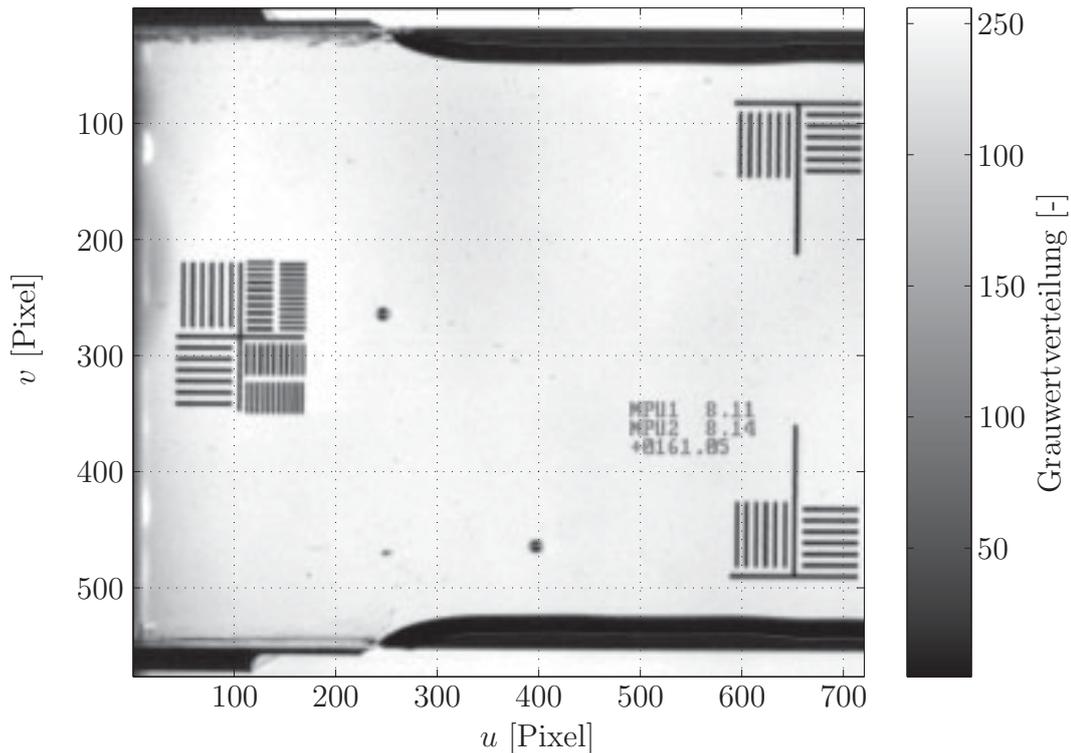
Um eine optimale Profilerkennung durchführen zu können, muss das Bildmaterial möglichst kontrastreich und rauscharm sein. Hinsichtlich dieser Kriterien lassen sich beim Importieren der Videos die besten Ergebnisse mit den Aufzeichnungen im Mini DV-Format erzielen. Die gegrabhten Einzelbilder aus dem Hi-8 und S-VHS Material dagegen sind stark verrauscht, was an der Streuung der Grauwertverteilung an den Strichmustern auf dem TEXUS-Kanal sowie an den Rändern der Oberflächenprofile zu erkennen ist. Die Verrauschung der Bilder tritt unabhängig von der Wahl der Wiedergabegeräte (Sony Hi8 EVO-9900,

Sony Hi-8 E-2000, Sony S-VHS SVO9620 und Panasonic S-VHS NV FS100) und der alternativ getesteten Framegrabber-Karte der Firma Data Translation (DT 3152 Mach Series Frame Grabber) auf. Aus diesem Grunde werden alle analogen Videobänder vor der weiteren Verarbeitung auf Mini DV kopiert (Rekorder: Sony DCR-TRV 900E PAL) und über die digitale Schnittstelle der Framegrabber-Karte eingelesen. Der Kopiervorgang führt lokal zu einer geringen Änderung einzelner Grauwerte, aber zu keiner nennenswerten Veränderung auswertungsrelevanter Details. Dies geht aus einem Vergleich der Aufnahmen des oberen Bildausschnittes des TEXUS-Kanals hervor, der während des Experiments parallel auf Mini DV und auf S-VHS aufgezeichnet wurde.

Die Videos sind nach der CCIR-Norm im Interlaced-Modus (Zeilensprungverfahren) mit einer Halbbildfolge von  $\nu_B = 50$  Hz aufgezeichnet und werden von der Framegrabber-Karte in Echtzeit vom laufenden Mini DV-Band aus importiert (Wiedergabegeräte: Sony DCR-TRV 900E PAL, Sony DVCAM Drive DRV-1000P). Dabei erfasst die Karte pro Halbbild jeweils 288 der geraden bzw. ungeraden horizontalen Bildzeilen und unterteilt das horizontale Videosignal in 720 Bildpunkte (Pixel). Jedem Bildpunkt ist die entsprechende Amplitude des Videosignals als 8-bit-Grauwert zugeordnet, so dass die Lichtintensität des Urbildes in 256 Graustufen aufgelöst erscheint. In den digitalisierten Bildern wird der Wert 0 schwarz und der Wert 255 weiß dargestellt. Da die Flüssigkeitsoberflächen Schwingungen mit Frequenzen in der Größenordnung der Videofrequenz ausführen, ist es nicht zweckdienlich, zwei aufeinander folgende Halbbilder entsprechend der CCIR-Norm zu einem Vollbild zusammenzusetzen. Dies hätte eine räumliche Unschärfe der Profile zur Folge und würde die Profilauswertung verfälschen. Daher werden die fehlenden Bildzeilen in Adobe® Premiere® linear interpoliert, so dass aus jedem Videovollbild zwei um 0,02 s zeitversetzte vollständige Einzelbilder entstehen. Abb. 6.1 zeigt die Bildmatrix  $\mathbf{B}$  der Einzelbilder, in der die Matrixelemente  $B_{u,v}$  die Grauwertinformation enthalten. Die Matrix besteht aus  $U = 720$  Spalten (vertikale TV-Linien) und  $V = 576$  Zeilen (horizontale TV-Linien) mit  $u = 1 \dots U$  und  $v = 1 \dots V$ . Alle Einzelbilder werden als Microsoft Windows Bitmaps (BMP) abgespeichert.

## 6.2 Auswertung der Oberflächenprofile

Dieser Abschnitt beschreibt die wesentlichen Schritte der Profilauswertung, zu denen die Methode der Kantenerkennung, die Transformation zwischen den Bezugssystemen der Kamera und des Kapillarkanals sowie die Berücksichtigung der optischen Brechung zählen. In der abschließenden Fehlerbetrachtung werden die Güte und Grenzen der Kantenerkennung behandelt und die Fehler und Folgefehler der Profilauswertung diskutiert. Die Profilauswertung erfolgt mit einem Programm, das mithilfe der kommerziellen Software Matlab® (The MathWorks Inc., Version 5.3.0.10183 (R11)) entwickelt wurde. Das Vorgehen bei der Auswertung wird im Folgenden anhand des oberen Bildausschnittes des TEXUS-Experiments



**Abbildung 6.1:** Bildmatrix  $B$  nach der Aufbereitung der Videobilder (TEXUS-Experiment, oberer Bildausschnitt (Kamera 1)).

demonstriert und ist nach gleichem Prinzip auf die Fallturmexperimente anzuwenden.

### 6.2.1 Kantenerkennung

In Graustufenbildern sind Kanten zwischen zwei benachbarten homogenen Regionen dadurch gekennzeichnet, dass die Grauwertverteilung dort stärker variiert als innerhalb der Regionen selbst. Daher kann der Gradient der Grauwertverteilung zur Kantenerkennung und zur Bestimmung von Profilen genutzt werden. Der Gradient ist um so stärker, je schärfer die Kante abgebildet und je kontrastreicher die betreffenden Regionen voneinander abgehoben sind.

Aus Abb. 6.1 ist ersichtlich, dass zwischen der Flüssigkeit und den Grenzflächenprofilen ein deutlicher Hell-Dunkel-Kontrast besteht, an dem gemessen beide Gebiete als homogen betrachtet werden können<sup>1)</sup>. An der oberen Grenzfläche (in Strömungsrichtung rechts<sup>2)</sup>) erhält man in  $v$ -Richtung einen positiven Gradienten beim Übergang vom Bereich der Grenzfläche in die Flüssigkeit und einen negativen Gradienten beim Übergang von der Flüssigkeit in die Gasphase an der unteren Grenzfläche (in Strömungsrichtung links). Entsprechendes gilt für

<sup>1)</sup>Zur Interpretation der Grenzflächen in Abb. 6.1 siehe auch Abb. 5.9. Aus Darstellungsgründen ist die Kameraansicht in Abb. 6.1 gegenüber der in Abb. 5.9 um  $90^\circ$  gedreht.

<sup>2)</sup>Die Grenzflächen und Profile werden im Folgenden bezogen auf die Strömungsrichtung als rechts und links bezeichnet.

## 6 Auswertung und Messfehler

den Gradienten in  $u$ -Richtung. Zur Ermittlung der Gradientenmatrix  $\mathbf{G}$  wird ein Schema aus zentralen Differenzen angewendet, das in der Form

$$\mathbf{G}(u, v) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} B_{u+m-i, v+m-j} S_{i,j} \quad (6.1)$$

als lokale diskrete Faltung der Bildmatrix  $\mathbf{B}$  mit der quadratischen Operatormatrix  $\mathbf{S}$  aufgefasst werden kann (Haberäcker, 1989). Darin ist  $n$  die Anzahl der Zeilen und Spalten von  $\mathbf{S}$  und  $m = (n - 1)/2$ . Die Gradienten in vertikaler und horizontaler Richtung,  $\mathbf{G}_v$  und  $\mathbf{G}_u$ , werden jeweils durch Einsetzen der  $5 \times 5$  Operatormatrizen

$$\mathbf{S}_v = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 0 & -10 & -10 \\ 17 & 17 & 0 & -17 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 17 & 17 & 0 & -17 & -17 \\ 10 & 10 & 0 & -10 & -10 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

und

$$\mathbf{S}_u = \begin{pmatrix} 10 & 17 & 20 & 17 & 10 \\ 10 & 17 & 20 & 17 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -10 & -17 & -20 & -17 & -10 \\ -10 & -17 & -20 & -17 & -10 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

bestimmt.  $\mathbf{G}(u, v)$  ist somit als gewichteter Mittelwert aus den Gradienten am Ort  $(u, v)$  und jeweils zwei linken und rechten Nachbarspalten (-zeilen) definiert. Die Matrizen (6.2) und (6.3) sind in der Bildverarbeitung auch als erweiterte SOBEL-Operatoren bekannt (Bässmann & Besslich, 1991) und führen im Vergleich zu den gewöhnlichen  $3 \times 3$  SOBEL-Operatoren, zu einer stärkeren Rauschunterdrückung. Es lässt sich zeigen, dass die mittels der  $3 \times 3$  SOBEL-Operatoren ermittelten Gradienten sowohl an den Rändern der Profile als auch an den Strichmustern auf dem TEXUS-Kanal stärker gestreut sind als bei der Verwendung der  $5 \times 5$  SOBEL-Operatoren, was zur Störung der Profilerkennung führt. Eine Vergrößerung der Matrizen dagegen liefert keine entscheidende Verbesserung der Ergebnisse (vgl. auch Bässmann & Besslich, 1991).

Aus den Gleichungen (6.1) bis (6.3) wird die Matrix

$$\mathbf{M}(u, v) = \left| \sqrt{\mathbf{G}_u^2 + \mathbf{G}_v^2} \right| \quad (6.4)$$

bestimmt, deren Elemente den Betrag aus den Grauwertgradienten in horizontaler und vertikaler Richtung angeben. Im Allgemeinen kann die Kantenerkennung mittels eines Schwellwertes erfolgen, wobei alle Matrixelemente  $G_{u,v}$  oberhalb der Schwelle der Kante zugeordnet werden (vgl. Zamperoni, 1991). Da die Gestalt des Grenzflächenprofils prinzipiell bekannt ist, wird hier auf die Einführung eines Schwellwertes verzichtet und ihr Profil in der Ebene

$y = 0$  als der Ort des maximalen Gradienten der Grauwertverteilung definiert. Dieser lässt sich ermitteln, indem  $\mathbf{M}$  spaltenweise mittels

$$\mathbf{g}(u, v_k) = \max_v(M_{u,v}) \quad (6.5)$$

nach dem Maximum durchsucht wird. Darin ist  $v_k = v_k(u)$  der Umriss der gesuchten Profile im Koordinatensystem der Kamera. Um beide Profile eindeutig bestimmen zu können, werden zunächst aus Gl. (6.4) die Untermatrizen  $\mathbf{M}_r(u, v)$  und  $\mathbf{M}_l(u, v)$  extrahiert, in denen jeweils das rechte ( $r$ ) und linke ( $l$ ) Grenzflächenprofil sowie ein Teil der angrenzenden Gebiete enthalten sind (siehe auch Abb. 6.5). Anschließend sind alle Matrixelemente auf null zu setzen, deren Werte aus Gradienten an den Kanten der Glasplatten resultieren. Die eindeutige Identifikation dieser Kanten ist über das Vorzeichen des Gradienten in  $\mathbf{G}_v$  gegeben. Nach Anwendung von Gl. (6.5) auf  $\mathbf{M}_r$  und  $\mathbf{M}_l$  erhält man die Positionen  $v_{kr}(u)$  und  $v_{kl}(u)$  des rechten bzw. linken Profils, welche im Folgenden in der vektoriellen Darstellung

$$\hat{\mathbf{x}}_{kr} = (u, v_{kr})^T \quad \text{und} \quad \hat{\mathbf{x}}_{kl} = (u, v_{kl})^T \quad (6.6)$$

verwendet werden.

### 6.2.2 Koordinatentransformation

Nach der Profilerkennung sind die Profildaten aus dem Koordinatensystem der Kamera  $\hat{O}$  in das Koordinatensystem des Kapillarkanals  $O$  im Mittelpunkt des Eintrittsquerschnitts zu transformieren. Die Transformationsvorschrift ist für die Kameraausschnitte jedes Experiments unter Berücksichtigung der entsprechenden Drehwinkel und Kalibrierungsfaktoren separat zu bestimmen. Im Folgenden sind alle Längen in  $\hat{O}$  mit  $\hat{\phantom{x}}$  gekennzeichnet. Alle nicht gekennzeichneten Längen beziehen sich auf das System  $O$ .

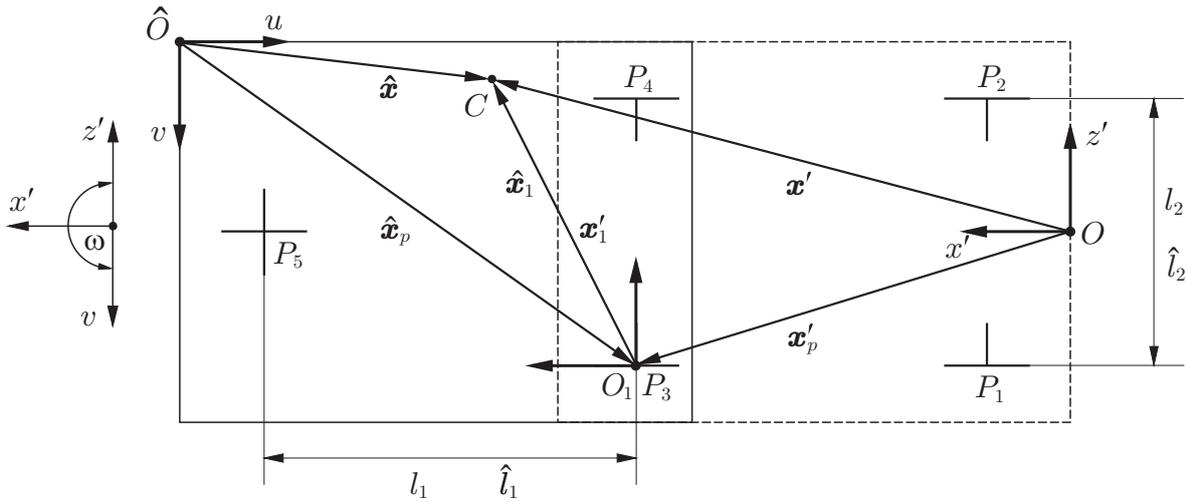
Abbildung 6.2 zeigt die schematische Darstellung der Transformation anhand der Überlagerung der oberen Kameraansicht (durchgezogener Rahmen) mit der unteren Kameraansicht (gestrichelter Rahmen). Die Punkte  $P_1$  bis  $P_5$  bezeichnen Kalibrierungspunkte, die durch die Kalibrierungsmarkierungen definiert sind. Das Bezugssystem  $\hat{O}$  befindet sich in der linken oberen Ecke der Videobilder<sup>3)</sup>. Es sei  $\hat{\mathbf{x}} = (u, v)^T$  der Ortsvektor eines beliebigen Bildpunktes  $C$ . Unter Ausnutzung des Kalibrierungspunktes  $P_3$  mit  $\hat{\mathbf{x}}_p = (u_p, v_p)^T$  ist dieser als

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}_1 + \hat{\mathbf{x}}_p \quad (6.7)$$

darstellbar. Bezogen auf das Koordinatensystem  $O_1$  im Punkt  $P_3$  ist  $\hat{\mathbf{x}}_1$  der Ortsvektor von  $C$ , dargestellt in den Koordinaten von  $\hat{O}$ , und kann mittels der Operation

$$\mathbf{x}'_1 = \mathbf{DE}\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{DE}(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}_p) \quad (6.8)$$

<sup>3)</sup>Hier nur für die obere Kamera dargestellt.



**Abbildung 6.2:** Schematische Darstellung der Transformation zwischen den Koordinatensystemen der Kamera  $\hat{O}$  und des Kapillarkanals  $O$ . Vektoren und Längen im System  $\hat{O}$  sind mit  $\hat{\phantom{x}}$  gekennzeichnet.

in die Koordinaten von  $O_1$  überführt werden. Darin ist

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

die Drehmatrix der Drehung um die  $y'$ -Achse in  $O$  mit dem Drehwinkel  $\omega$  zwischen den Basisvektoren der Bezugssysteme  $\hat{O}$  und  $O$  (vgl. Wille, 2003). Die Matrix

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} e_x & 0 \\ 0 & e_z \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

enthält die Kalibrierungsfaktoren

$$e_x = \frac{l_1}{\hat{l}_1} \quad \text{und} \quad e_z = \frac{l_2}{\hat{l}_2}, \quad (6.11)$$

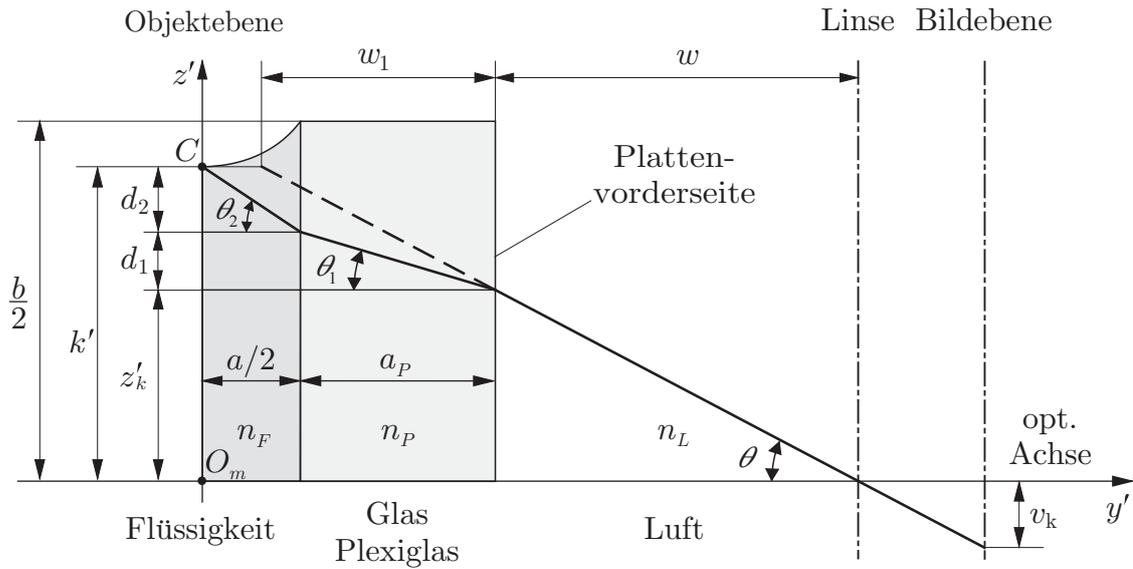
die das Verhältnis der Längeneinheiten in den Systemen  $\hat{O}$  und  $O$  angeben. Da  $O_1$  aus dem Koordinatensystem  $O$  durch Translation um  $\mathbf{x}'_p = (x'_p, z'_p)^T$  hervorgeht, ergibt sich für die Gesamttransformation

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}'_1 + \mathbf{x}'_p = \mathbf{DE}(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}_p) + \mathbf{x}'_p. \quad (6.12)$$

Darin ist  $\mathbf{x}' = (x', z')^T$  der Ortsvektor von  $C$  in  $O$ , so dass man durch Anwendung dieser Transformation auf Gl. (6.6) das rechte und linke Profil

$$\mathbf{x}'_{kr} = (x', z'_{kr})^T \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{x}'_{kl} = (x', z'_{kl})^T \quad (6.13)$$

im Bezugssystem des Kapillarkanals erhält.



**Abbildung 6.3:** Schematische Darstellung des optischen Strahlengangs zwischen dem Kapillarkanal und der Kamera in der Ebene  $x' = \text{const.}$

Zur Bestimmung der Kalibrierungsfaktoren nach Gl. (6.11) werden die Kalibrierungspunkte ausgenutzt. Es sei  $\mathbf{P}_i$  der Ortsvektor des Kalibrierungspunktes  $P_i$  mit  $i = 1 \dots 5$ , dann sind die Kalibrierungslängen durch

$$l_2 = |\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3| \quad \text{und} \quad l_1 = |\mathbf{P}_5 - \mathbf{P}_6| \quad \text{mit} \quad \mathbf{P}_6 = \mathbf{P}_3 + \frac{1}{2}(\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3) \quad (6.14)$$

definiert. Eine entsprechende Berechnung ist für die Längen im System  $\hat{O}$  durchzuführen. Ist eine mehrfache Längenbestimmung durch verschiedene Punkte möglich, wie beispielsweise durch die Punkte  $P_1$  bis  $P_4$  in der unteren Kameraansicht in Abb. 6.2, werden zur Fehlerminimierung Mittelwerte gebildet.

Der Drehwinkel  $\omega$  zwischen beiden Systemen wird als Mittelwert aus dem Skalarprodukt der Basiseinheitsvektoren nach

$$\omega = \arccos \left[ \frac{(\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3)(\hat{\mathbf{P}}_4 - \hat{\mathbf{P}}_3)}{2|\mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3||\hat{\mathbf{P}}_4 - \hat{\mathbf{P}}_3|} + \frac{(\mathbf{P}_5 - \mathbf{P}_6)(\hat{\mathbf{P}}_5 - \hat{\mathbf{P}}_6)}{2|\mathbf{P}_5 - \mathbf{P}_6||\hat{\mathbf{P}}_5 - \hat{\mathbf{P}}_6|} \right] \quad (6.15)$$

ermittelt.

### 6.2.3 Optische Brechung

Die Abbildung 6.3 zeigt schematisch den optischen Strahlengang zwischen dem Kanal und der Kamera, aus dem hervorgeht, dass an den Grenzflächen der vorderen Platte zur Luft und zur Flüssigkeit Lichtbrechung auftritt. Da sich die Kalibrierungsmarkierungen zur Bestimmung der Kalibrierungsfaktoren aus Gl. (6.11) auf der Vorderseite der Platte befinden (Ebene

## 6 Auswertung und Messfehler

$y' = a_P + a/2$ ), ergibt sich eine Differenz zwischen der nach Gl. (6.13) ermittelten und der tatsächlichen Position des Profils. Diese wird im Folgenden korrigiert.

Wie sich anhand der geometrischen Beziehungen in Abb. 6.3 ableiten lässt, ist die abgelesene Position  $z'_k$  des Profilpunktes  $C$  in der Ebene  $y' = a_P + a/2$  gegenüber seiner realen Position  $k'$  in der Objektebene  $y' = 0$  systematisch um den Faktor

$$\xi = \frac{k'}{z'_k} = \frac{w + w_1}{w} \quad (6.16)$$

gestaucht. Der Koordinatenursprung  $O_m$  bezieht sich auf den Ort, an dem die optische Achse die Objektebene schneidet und geht durch Translation um  $\mathbf{x}'_m$  aus Ursprung  $O$  des Kanals hervor. Im System der Kamera ist  $\hat{O}_m$  der Bildmittelpunkt.

Da aufgrund der Isotropie der Lichtbrechung auch in der Ebene  $z' = \text{const}$  gleiche optische Verhältnisse vorliegen, lassen sich beide Raumrichtungen  $x'$  und  $z'$  einheitlich mittels Gl. (6.16) korrigieren. Der Ortsvektor des tatsächlichen Profils  $\mathbf{k}' = (x', k')^T$  ergibt sich dann durch die Transformation

$$\mathbf{k}' = \xi(\mathbf{x}'_k - \mathbf{x}'_m) + \mathbf{x}'_m, \quad (6.17)$$

die berücksichtigt, dass der Korrekturfaktor  $\xi$  im System  $O_m$  bestimmt werden muss. Den Ortsvektor  $\mathbf{x}'_m$  erhält man durch Anwendung von Gl. (6.12) auf den Mittelpunkt der Bildebene  $\hat{\mathbf{x}}_m$ , der sich leicht aus der Bildmatrix  $\mathbf{B}$  bestimmen lässt. Nach Substitution von  $\mathbf{x}'_k$  durch Gl. (6.12) folgt dann

$$\mathbf{k}' = \xi \mathbf{DE}(\hat{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_m) + \mathbf{x}'_m \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}'_m = \mathbf{DE}(\hat{\mathbf{x}}_m - \hat{\mathbf{x}}_p) + \mathbf{x}'_p. \quad (6.18)$$

Zur Bestimmung des Korrekturfaktors  $\xi$  muss die Gegenstandsweite  $w$  entsprechend Gl. (6.16) um die Strecke  $w_1$  erweitert werden. Für den halben Sehwinkel der Kamera  $\theta$  gilt nach Abb. 6.3

$$\tan \theta = \frac{z'_k}{w} = \frac{k' - z'_k}{w_1}, \quad (6.19)$$

worin  $k' - z'_k$  die durch die Lichtbrechung verursachte Längendifferenz längs der Strecke  $w_1$  ist. Diese setzt sich aus der Summe der Höhen  $d_1$  und  $d_2$  zusammen, die wegen  $d_1 = a_P \tan \theta_1$  und  $d_2 = (a \tan \theta_2)/2$  als Funktion der Brechungswinkel  $\theta_1$  und  $\theta_2$  dargestellt werden können, so dass aus Gl. (6.19) für die Erweiterung der Gegenstandsweite

$$w_1 = \frac{k' - z'_k}{\tan \theta} = \frac{(2a_P \tan \theta_1 + a \tan \theta_2)w}{2z'_k} \quad (6.20)$$

folgt. Nach dem Brechungsgesetz von SNELLIUS (Gerthsen & Vogel, 1993) gilt zwischen den Brechungswinkeln der Zusammenhang

$$\sin \theta_1 = \frac{n_L}{n_P} \sin \theta \quad (6.21)$$

und

$$\sin \theta_2 = \frac{n_P}{n_F} \sin \theta_1 = \frac{n_L}{n_F} \sin \theta. \quad (6.22)$$

Hierin sind neben  $n_L \simeq 1$  für Luft die Brechungsindizes der untersuchten Testflüssigkeiten  $n_F$  und des verwendeten Plattenmaterials  $n_P$  einzusetzen. Durch Bildung der Umkehrfunktionen der Gleichungen (6.21) und (6.22) lassen sich  $\theta_1$  und  $\theta_2$  in Gl. (6.20) substituieren, so dass der Zähler nur noch von  $\sin \theta$  mit

$$\sin \theta = \frac{z'_k}{\sqrt{z_k'^2 + w^2}} = \frac{z'_k}{w} \left(1 + \frac{z_k'^2}{w^2}\right)^{-1/2} \quad (6.23)$$

abhängt. Somit ergibt sich für den Korrekturfaktor aus Gl. (6.16) der Ausdruck

$$\xi = 1 + \frac{2a_P \zeta_{LP} + a \zeta_{LF}}{2z_k'} \quad (6.24)$$

mit

$$\zeta_{LP} = \tan \left\{ \arcsin \left[ \frac{n_L}{n_P} \frac{z'_k}{w} \left(1 + \frac{z_k'^2}{w^2}\right)^{-1/2} \right] \right\} \quad (6.25)$$

und

$$\zeta_{LF} = \tan \left\{ \arcsin \left[ \frac{n_L}{n_F} \frac{z'_k}{w} \left(1 + \frac{z_k'^2}{w^2}\right)^{-1/2} \right] \right\}. \quad (6.26)$$

Für hinreichend kleine Winkel  $\theta$  kann in den Gleichungen (6.21) und (6.22) die Sinus- durch die Tangensfunktion genähert werden. Hierzu ist es ausreichend, den Sehwinkel der Kamera abzuschätzen, da wegen  $n_L/n_P < 1$  und  $n_L/n_F < 1$  stets  $\theta_1, \theta_2 < \theta$  gilt. Aus Gl. (6.19) ermittelt man im ungünstigsten Fall  $z'_k \rightarrow b/2$  für die Fallturmexperimente je nach Kapillarkanal  $1^\circ < \theta < 3,8^\circ$  und für den TEXUS-Aufbau  $\theta < 3,4^\circ$ . Da die Näherungen  $\sin \theta \simeq \theta$  und  $\tan \theta \simeq \theta$  für  $\theta < 4,4^\circ$  bzw.  $\theta < 3,1^\circ$  mit einem Fehler kleiner als 0,1% behaftet sind (Sieber, 1982), wird zur Auswertung der Profile anstelle von Gl. (6.24) die Näherungsform

$$\xi = 1 + \left( a_P \frac{n_L}{n_P} + \frac{a n_L}{2 n_F} \right) \frac{1}{w} \quad (6.27)$$

verwendet. Die Brechungsindizes  $n_F$  der Testflüssigkeiten sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Für die Platten wird  $n_{PG} = 1,491 \pm 0,1\%$  für Plexiglas und  $n_{QG} = 1,458 \pm 0,1\%$  für Quarzglas verwendet.

### 6.2.4 Mittelung der Profile

Aufgrund instationärer Randbedingungen infolge der Strömungsetablierung führen die Flüssigkeitsoberflächen während des Experiments Schwingungen aus. Aus diesem Grund ist eine zeitliche Mittelwertbildung erforderlich ist, um die experimentell bestimmten Profile mit den numerischen Modellrechnungen vergleichen zu können. Desweiteren ist für jeden Zeitpunkt eine Mittelwertbildung des rechten und linken Profils zur Fehlerminimierung zweckmäßig.

## 6 Auswertung und Messfehler

Es seien  $(k'_{kr})_i$  und  $(k'_{kl})_i$  das rechte und linke Oberflächenprofil, das man durch Anwendung von Gl. (6.18) auf Gl. (6.6) für das  $i$ -te Videobild erhält. Das mittlere Profil ist dann als

$$\bar{k}'(x') = \frac{1}{2N} \left( \sum_{i=1}^N (k'_{kr})_i + \sum_{i=1}^N |(k'_{kl})_i| \right) \quad (6.28)$$

definiert, wobei  $N = \tau' \nu_B$  die Anzahl der Einzelprofile angibt, die bei der Bildfrequenz  $\nu_B$  innerhalb des Zeitintervalls  $\tau'$  zur Mittelung beitragen. Die Wahl der Zeitintervalle richtet sich nach der Art der Schwingungen, welche von den Randbedingungen der Strömung abhängen und zwischen den Experimenten im Fallturm und an Bord von TEXUS erheblich variieren. Die Ursachen der Schwingungen sowie die Definition von  $\tau'$  werden in Kapitel 6.3.2 diskutiert. Zur Vereinfachung der Darstellung wird im Folgenden auf den Oberstrich von  $\bar{k}'$  verzichtet.

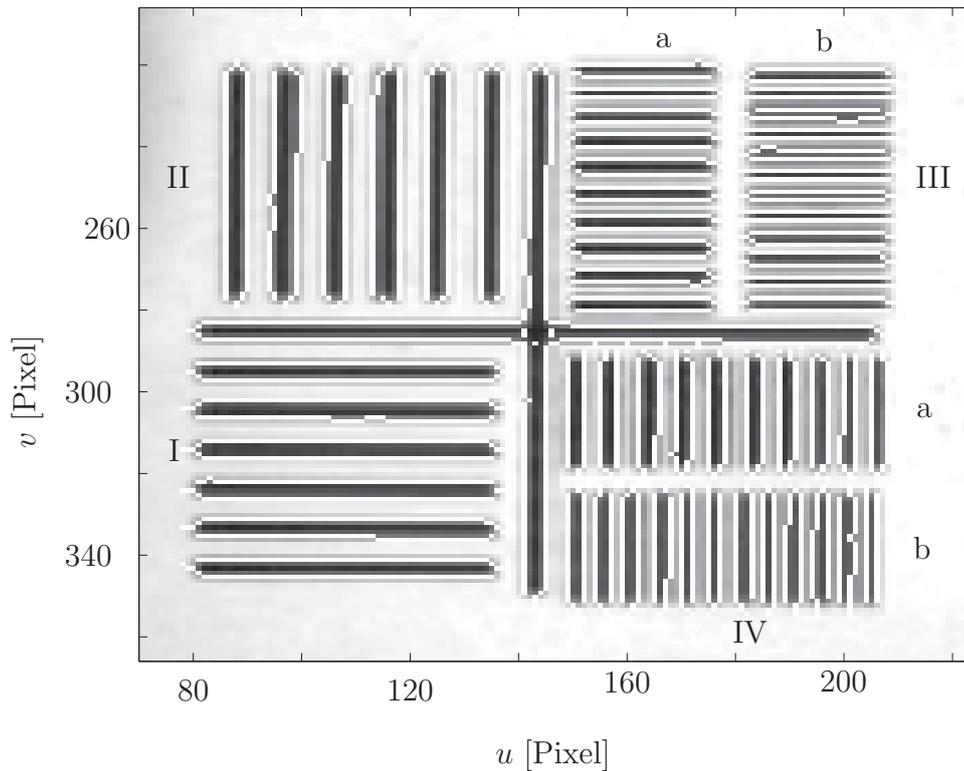
### 6.2.5 Fehlerbetrachtung

#### 6.2.5.1 Genauigkeit der Kantenerkennung und Bildfehler

Zur Überprüfung der Genauigkeit der Kantenerkennung und zur Bewertung des Bildmaterials hinsichtlich Übertragungs-, Aufzeichnung- sowie Aufbereitungsfehlern werden die Längskanten der horizontalen und vertikalen Linien in der oberen Kalibrierungsmarkierung des TEXUS-Kanals detektiert und mit den realen Positionen verglichen.

Hierzu ist entsprechend der Methode der Kantenerkennung aus Kapitel 6.2.1 zunächst die Gradientenmatrix  $\mathbf{G}$  nach Gl. (6.1) zu bestimmen, aus der anschließend für jede Linienkante eine Teilmatrix zu extrahieren ist. Der Bereich der Teilmatrix ist so zu wählen, dass jeweils die Grauwertgradienten in einem Streifen von  $\pm 4$  Pixel quer zur Kante enthalten sind. Die Stirnseiten sind auszublenden. Entsprechend der horizontalen oder vertikalen Ausrichtung der Linienkanten werden die Teilmatrizen mit  $(\mathbf{G}_h)_i$  bzw.  $(\mathbf{G}_v)_i$  bezeichnet, wobei die Kanten durch den Index  $i$  mit  $i = 1 \dots 60$  fortlaufend nummeriert sind. Durch Anwendung von Gl. (6.5) auf  $(\mathbf{G}_h)_i$  lassen sich die Kantenposition  $\hat{s}_i^h = (v_k^h(u))_i$  der horizontalen Linien der Kalibrierungsmarkierung bestimmen. Die Positionen der vertikalen Linienkanten  $\hat{s}_i^v = (u_k^v(v))_i$  erhält man analog, wenn der Suchlauf des maximalen Gradienten in Gl. (6.5) entlang der horizontalen Achse  $u$  des Bildes erfolgt.

Das Ergebnis der Kantenerkennung (weiß) ist als Überlagerung mit der Kalibrierungsmarkierung (schwarz) in Abb. 6.4 dargestellt. Zwecks weiterer Diskussion werden die einzelnen Strichmuster mit römisch I bis IV bezeichnet. Die überwiegende Anzahl der Längskanten (86%) werden als durchgehende Linien erkannt. Vereinzelt sind die Linien unterbrochen und der maximale Gradient der Grauwertverteilung ist der Nachbarzeile (-spalte) zugeordnet. Ein Vergleich mit dem Originalbild zeigt, dass dies nicht durch die Methode der Kantenerkennung, sondern durch das Bildmaterial selbst bedingt ist. An den Kanten treten Streuungen



**Abbildung 6.4:** Test der Kantenerkennung am Strichmuster der oberen Kalibrierungsmarkierung des TEXUS-Kanals. Die detektierten Kanten sind weiß dargestellt.

der Grauwerte auf, die zu einer lokalen Verschiebung des maximalen Gradienten der Grauwertverteilung führen können<sup>4)</sup>. Diese Streuungen sind Folge der analogen Übertragungs- und Aufzeichnungstechnik sowie der Aufbereitung der Videobilder, die prinzipiell die Qualität des Bildmaterials verschlechtern. Somit lässt sich schlussfolgern, dass die angewendete Gradientenmethode – qualitativ betrachtet – zur Kantenerkennung geeignet ist.

Quantitativ lässt sich die Kantenerkennung durch die mittlere Abweichung  $\Delta s'$  zwischen den tatsächlichen Positionen der Strichkanten  $\check{s}'_i(x')$  und den detektierten Positionen  $s'_i(x')$  im Koordinatensystem  $O$  der Kapillare bewerten. Die Mittelwerte werden getrennt nach Raumrichtung und Strichmuster mittels

$$\Delta s^{h'} = \frac{\pm 1}{nm} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |\check{s}_i^{h'}(x'_j) - s_i^{h'}(x'_j)| \quad \text{und} \quad \Delta s^{v'} = \frac{\pm 1}{nm} \sum_i^n \sum_j^m |\check{s}_i^{v'}(z'_j) - s_i^{v'}(z'_j)| \quad (6.29)$$

gebildet. Hierin ist  $n$  die Anzahl der Strichkanten und  $m$  die Anzahl der Pixel, auf die die Strichkanten der betreffenden Muster abgebildet sind. Die Kantenpositionen  $s_i^{h'} = (z'_k(x'))_i$

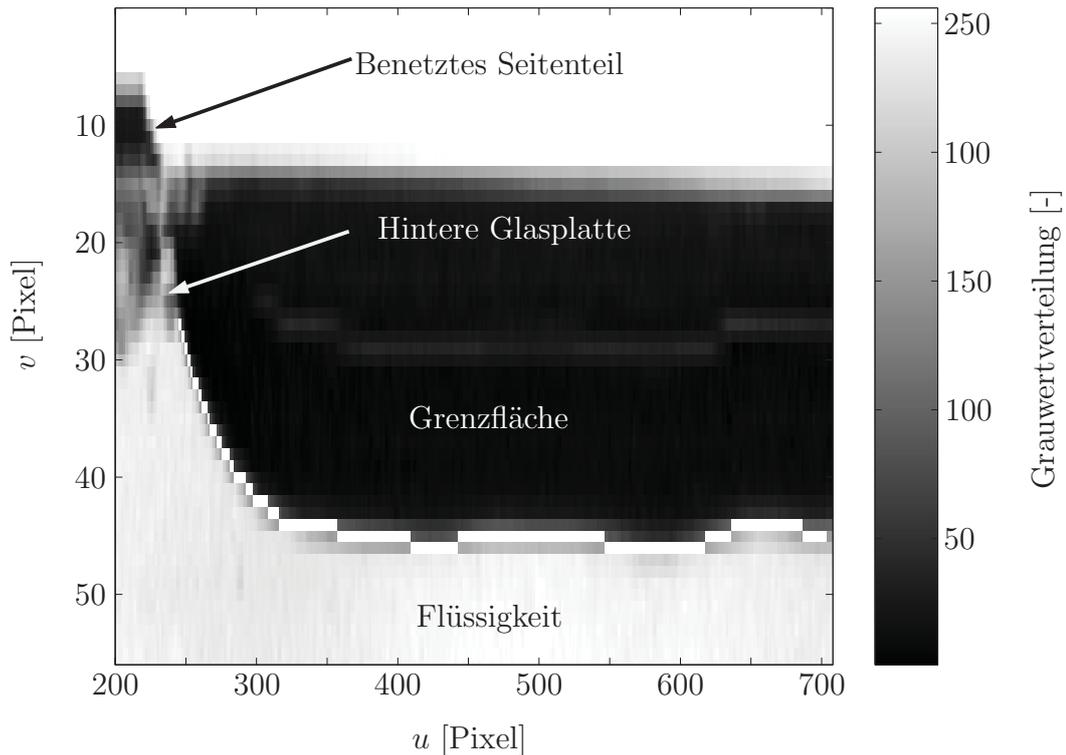
<sup>4)</sup>Hier macht sich die größere Rauschunterdrückung durch Mittelwertbildung der erweiterten SOBEL-Operatoren aus Gleichungen (6.2) und (6.3) gegenüber dem gewöhnlichen  $3 \times 3$  SOBEL-Operatoren positiv bemerkbar. Letztere Operatoren produzieren in beide Raumrichtungen eine erheblich stärkere Streuung des detektierten Profils.

**Tabelle 6.1:** Mittlere Abweichung  $\Delta s'$  und  $\Delta \hat{s}$  zwischen den detektierten und realen Positionen der horizontalen (h) und vertikalen (v) Längskanten der Strichmuster in der oberen Kalibrierungsmarkierung des TEXUS-Kanals.

Muster	I	IIIa	IIIb
$ \Delta s^{h'} $ [mm]	$0,02 \pm 0,01$	$0,03 \pm 0,02$	$0,04 \pm 0,02$
$ \Delta \hat{s}^h $ [Pixel]	$0,43 \pm 0,21$	$0,64 \pm 0,43$	$0,86 \pm 0,43$
Muster	II	IVa	IVb
$ \Delta s^{v'} $ [mm]	$0,02 \pm 0,02$	$0,03 \pm 0,02$	$0,04 \pm 0,02$
$ \Delta \hat{s}^v $ [Pixel]	$0,42 \pm 0,42$	$0,63 \pm 0,42$	$0,84 \pm 0,42$

sowie  $s_i^{v'} = (x'_k(z'))_i$  erhält man durch Anwendung der Transformation (6.12) auf die Ortsvektoren der detektierten Kanten  $\hat{\mathbf{s}}_i^h = (u, \hat{s}_i^h)^T$  und  $\hat{\mathbf{s}}_i^v = (\hat{s}_i^v, v)^T$  im System der Kamera.

Die aus Gl. (6.29) berechneten mittleren Abweichungen  $\Delta s'$  sind mit den entsprechenden Standardabweichungen in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Zum Vergleich sind diese Größen auch im System der Kamera angegeben, die sich durch  $\Delta \hat{s}^h = \Delta s^{h'}/e_z$  und  $\Delta \hat{s}^v = \Delta s^{v'}/e_x$  bestimmen lassen. Für die Muster I und II ergibt sich  $\Delta s^{h'}$ ,  $\Delta s^{v'} = 0,02$  mm, was bei einer Auflösung von  $e_z = 46,57 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  vertikal und  $e_x = 47,71 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  horizontal rund  $\pm 0,4$  Pixel entspricht. Bei den Mustern IIIa und IVa wächst die Abweichung bis auf  $\pm 0,03$  mm an. Hier zeigt sich, dass die größten Abweichungen hauptsächlich bei den kleineren Strichabständen von 0,12 mm auftreten. Die Ursache hierfür ist die Abnahme des Kontrastes zwischen den Strichen bei abnehmendem Abstand, die zur Abschwächung der Grauwertgradienten führt. Dementsprechend erhöht sich die mittlere Abweichung auf 0,04 mm bei den kleineren Strichabständen der Muster IIIb und IVb. Aus der Verteilung von  $\Delta s^{h'}$  und  $\Delta s^{v'}$  der einzelnen Muster lassen sich Rückschlüsse auf die Qualität des Bildmaterials ziehen. Offensichtlich sind  $\Delta s^{h'}$  und  $\Delta s^{v'}$  für die jeweils identischen Muster I und II, IIIa und IVa sowie IIIb und IVb praktisch gleich groß, woraus folgt, dass die Videobilder in beiden Raumrichtungen die gleiche Qualität besitzen. Da die Kanten der Muster I und III nahezu gleich verteilt auf gerade und ungerade Bildzeilen entfallen, lässt sich insbesondere schließen, dass die Interpolation der fehlenden horizontalen Bildzeilen bei der Aufbereitung des Videomaterials (vgl. Kap. 6.1) keine nennenswerten Fehler verursacht. Diese Schlussfolgerung wird durch die Tatsache gestützt, dass die größten Abweichungen von den in Tabelle 6.1 dargestellten Mittelwerten nicht nur den interpolierten Bildzeilen zuzuordnen sind, sondern, statistisch betrachtet, originale und interpolierte Bildzeilen in gleichem Maße betreffen. Für Profilkanten, die quasi horizontal verlaufen, ist daher keine wesentliche Beeinflussung durch interpolierte Bildzeilen zu erwarten.



**Abbildung 6.5:** Originalbild des rechten Grenzflächenprofils mit detektierter Profilkante (weiß). Obere Kamera im TEXUS-Experiment. Die Profilkante wird weitgehend lückenlos erkannt. Am Auslass ist die Profilerkennung aufgrund mangelnden Kontrastes und des Abbildes der Kante der hinteren Glasplatte nicht möglich.

Die Genauigkeit der Profilerkennung lässt sich mithilfe der Ergebnisse für das Muster I und II abschätzen, da an den Strichkanten die gleichen Hell-Dunkel-Kontraste auftreten wie zwischen der Flüssigkeit und den angrenzenden Grenzflächenprofilen. Aufgrund der relativ geringen Kontraste kommen die übrigen Muster hierfür nicht in Betracht. Es lässt sich zeigen, dass die Gradienten der Grauwertverteilung an den Strichkanten in etwa von der gleichen Größe sind wie die Gradienten an den Kanten der Profile. Dementsprechend ist zu erwarten, dass die Profile mit der gleichen Genauigkeit detektiert werden wie die Strichkanten. Aus Tabelle 6.1 entnimmt man  $|\Delta\hat{s}^h| = (0,43 \pm 0,21)$  Pixel für das hinsichtlich der Profilauswertung relevante Muster I, so dass es hinreichend ist, den Fehler der Profilerkennung mit  $\Delta v_k = \pm 1$  Pixel abzuschätzen. Entsprechendes gilt für den Fehler  $\Delta u_k$  in horizontaler Richtung.

### 6.2.5.2 Grenzen der Profilerkennung

Abbildung 6.5 zeigt das Profil der rechten Grenzfläche der oberen Kameraansicht im TEXUS-Experiment mit überlagerter detektierter Profilkante (weiß). Der dargestellte Bildausschnitt ist die Teilmatrix  $\mathbf{B}_r(u, v)$  der Bildmatrix  $\mathbf{B}$  aus Abb. 6.1 mit  $200 \leq u \leq 707$  und  $1 \leq v \leq 55$ .

## 6 Auswertung und Messfehler

Die Profilkante ist das Ergebnis der Anwendung von Gl. (6.5) auf die entsprechende Gradientenmatrix  $\mathbf{M}_r$ .

Aus der Abbildung geht hervor, dass das erkannte Profil dem Hell-Dunkel-Übergang zwischen der Flüssigkeit und dem Bereich der Grenzfläche gut folgt. Die Profilerkennung ist lückenlos und ohne Streuung der erkannten Punkte. Selbst die Wellenbewegung der Flüssigkeitsoberfläche ist detektierbar. Eine Einschränkung der Profilerkennung ist am Auslass des Kapillarkanals vorzunehmen, da hier mangelnder Kontrast die Auswertung stört. Insbesondere die Kante der hinteren Glasplatte, die aufgrund der Parallaxe in Abb. 6.5 unterhalb der Kante der oberen Glasplatte erscheint, ist der Phasengrenzlinie überlagert und macht die Profilerkennung in automatisierter Form unmöglich. Die fehlenden Profildaten bis zur seitlichen Abdeckung des Kapillarkanals, deren Ausdehnung längs der Kanalachse ca. 0,5 mm beträgt, lassen sich in guter Näherung linear interpolieren. Für den Vergleich mit numerischen Ergebnissen und der Bestimmung aller aus dem Profil abzuleitenden physikalischen Größen sind sie unerheblich.

Die Abb. 6.5 ist repräsentativ für die Qualität die Profilerkennung beider Experimente. Die Profile werden stets zusammenhängend detektiert. Je nach Ausleuchtung der Kanäle sind sie aus den o. g. Gründen im Nahbereich des Ein- und Auslasses in der Regel auf einer Länge von 0,5 bis 1 mm nicht auswertbar. Die fehlenden Daten am Auslass können aber unter Berücksichtigung der Randbedingung des Kanals linear interpoliert werden. In einigen Fallturmexperimenten fehlen die Profildaten im Einlassbereich auf einer Länge von bis zu 10 mm. Hier tritt zum einen Flüssigkeit aus dem Kanal aus und bildet einen Flüssigkeitsmeniskus auf der Benetzungssperre, der nicht detektiert werden kann. Zum anderen ist bei einigen Kameraeinstellungen der Kontrast zwischen der Flüssigkeit und der Phasengrenzfläche so gering, dass eine Auswertung nicht möglich ist.

### 6.2.5.3 Fehler des Profils und Folgefehler abgeleiteter Größen

Die Fehler des Profils resultieren neben den in Kapitel 6.2.5.1 diskutierten Fehlern des Bildmaterials und der Profilerkennung aus systematischen Fehlern der Profilverarbeitung sowie statistischen Fehlern infolge zeitlich variierender Randbedingungen der Strömung (Schwingungen der Flüssigkeitsoberflächen). Zur Bestimmung des ersteren Fehlers sind die Folgefehler der Koordinatentransformation sowie der optischen Korrektur zu ermitteln. Für den letzteren wird die Standardabweichung der zeitlichen Mittelung des Profils angesetzt.

Für eine Funktion  $y = f(x_1, \dots, x_n)$ , die von  $n$  Einflussgrößen  $x_i$  mit dem Einzelfehler  $\Delta x_i$  abhängt, ist für  $\Delta x_i \ll x_i$  der maximale Fehler  $\Delta y$  durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \quad (6.30)$$

bestimmt (Gerthsen & Vogel, 1993). Da für die z-Komponente des linken und rechten Pro-

fils nach Gl. (6.18) die Abhängigkeiten  $k'_l = k'_l(u_{kl}, v_{kl}, u_p, v_p, u_m, v_m, z'_p, e_x, e_z, \omega, \xi)$  und  $k'_r = k'_r(u_{kr}, v_{kr}, u_p, v_p, u_m, v_m, z'_p, e_x, e_z, \omega, \xi)$  bestehen, erhält man für den Mittelwert beider Profile den Fehler

$$\begin{aligned}
 \Delta k'_s &= \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial u_{kl}} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial u_{kr}} \right| \right) \frac{\Delta u_k}{2} + \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial v_{kl}} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial v_{kr}} \right| \right) \frac{\Delta v_k}{2} + \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial u_p} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial u_p} \right| \right) \frac{\Delta u_p}{2} \\
 &+ \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial u_m} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial u_m} \right| \right) \frac{\Delta u_m}{2} + \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial e_x} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial e_x} \right| \right) \frac{\Delta e_x}{2} + \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial e_z} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial e_z} \right| \right) \frac{\Delta e_z}{2} \\
 &+ \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial \omega} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial \omega} \right| \right) \frac{\Delta \omega}{2} + \left( \left| \frac{\partial k'_l}{\partial \xi} \right| + \left| \frac{\partial k'_r}{\partial \xi} \right| \right) \frac{\Delta \xi}{2}. \tag{6.31}
 \end{aligned}$$

Hierbei wird ausgenutzt, dass sich die Fehler der Bezugspunkte  $v_m$ ,  $v_p$  und  $z'_p$  kompensieren, da sie bezogen auf das linke und rechte Profil jeweils vom gleichen Betrag aber von unterschiedlichem Vorzeichen sind, so dass  $\pm \Delta v_{ml} = \mp \Delta v_{mr}$ ,  $\pm \Delta v_{pl} = \mp \Delta v_{pr}$  und  $\pm \Delta z'_{pl} = \mp \Delta z'_{pr}$  gilt. Die Fehler für die Größen  $e_x = e_x(\hat{l}_1, l_1)$  und  $e_z = e_x(\hat{l}_2, l_2)$  aus Gl. (6.11) sowie für  $\xi = \xi(a, a_P, w, n_P, n_F)$  aus Gl. (6.27) sind entsprechend zu berechnen. Mit Gl. (6.31) ist der Gesamtfehler des nach Gl. (6.28) gemittelten Oberflächenprofils durch

$$\Delta k' = \Delta k'_s + \Delta k'_t \tag{6.32}$$

bestimmt, wobei  $\Delta k'_t$  durch die Standardabweichung der zeitlichen Mittelung zu definieren ist.

Im TEXUS-Experiment führen die Oberflächen nach der Änderung des Volumenstroms eine gedämpft harmonische Schwingung aus. Da die zeitliche Mittelung stets über ein ganzzahliges Vielfaches der Periode in einem Zeitbereich erfolgt, in dem die Amplitude praktisch konstant ist, wird für dieses Experiment  $\Delta k_t = 0$  angenommen. Der Fehler des Profils variiert dann ortsabhängig zwischen  $0,08 \text{ mm} \leq \Delta k' \leq 0,1 \text{ mm}$ . Für die Fallturmexperimente erhält man  $0,2 \text{ mm} \leq \Delta k' \leq 1,8 \text{ mm}$  je nach Anordnung der Kameras und dem Schwingungsverhalten der Oberflächen. Eine Übersicht aller Einzelfehler ist Tabelle C.4 zu entnehmen.

Im Folgenden werden noch die Folgefehler für die weiteren zentralen Größen dieser Arbeit aufgeführt. Die Wellengeschwindigkeit aus Gl. (4.19) lautet in dimensionsbehafteter Form  $v'_{cR} = \sqrt{\sigma A' / (\rho R'^2) dR' / dA'}$ . Wegen  $A' = A'(a, b, R'(k'))$  ist nach Gl. (6.30) ihr Fehler durch

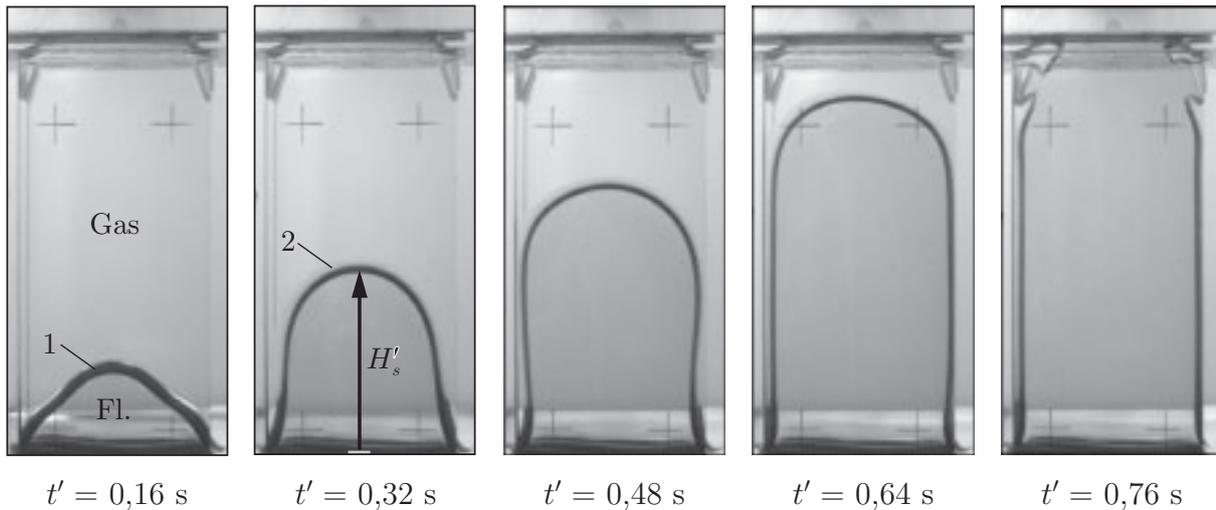
$$\Delta v'_{cR} = \left| \frac{\partial v'_{cR}}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial v'_{cR}}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial v'_{cR}}{\partial \rho} \right| \Delta \rho + \left| \frac{\partial v'_{cR}}{\partial \sigma} \right| \Delta \sigma + \left| \frac{\partial v'_{cR}}{\partial k} \right| \Delta k' \tag{6.33}$$

bestimmt. Entsprechend ist der Fehler der mittleren Geschwindigkeit  $v' = Q' / A'$  als

$$\Delta v' = \left| \frac{\partial v'}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial v'}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial v'}{\partial Q'} \right| \Delta Q' + \left| \frac{\partial v'}{\partial k'} \right| \Delta k' \tag{6.34}$$

definiert. Mit beiden Gleichungen, Gl. (6.33) und Gl. (6.34), erhält man für den Geschwindigkeitsindex den Fehler

$$\Delta S = \left| \frac{\partial S}{\partial v'} \right| \Delta v' + \left| \frac{\partial S}{\partial v'_{cR}} \right| \Delta v'_{cR}. \tag{6.35}$$



**Abbildung 6.6:** Kapillargetriebenes Füllen des Kanals im Fallturmexperiment, DT-35a/3. Die Flüssigkeitsbewegung wird durch die Differenz der Kapillardrücke zwischen dem Meniskus (1) und der Oberfläche im Flüssigkeitsbehälter angetrieben. Die hellen Bereiche (2) am oberen Rand des Profils weisen auf eine konkave Krümmung in den Hauptkrümmungsebenen senkrecht zu den Platten hin.

## 6.3 Auswertung anderer Größen

### 6.3.1 Bestimmung des kapillargetriebenen Volumenstroms beim Füllen des Kapillarkanals

Aufgrund des reduzierten hydrostatischen Drucks nach dem Ausklinken der Fallkapsel, kann die Flüssigkeit über die Steighöhe  $\Delta H'$  nach Gl. (2.6) hinaus im Kanal ansteigen. Die Ursache für diese Flüssigkeitsbewegung ist die Druckdifferenz zwischen dem Kapillardruck der Flüssigkeit im Spalt und dem Kapillardruck der Flüssigkeitsoberfläche im Flüssigkeitsbehälter. Dieser Effekt wird zum Füllen des Kapillarkanals ausgenutzt.

Der Vorgang des Füllens, der für alle Experimente gleich ist, ist in Abb. 6.6 am Beispiel des Experiments DT-35a dargestellt. Die spreitende Flüssigkeitsfront (1) bildet die Form einer Sattelfläche aus, die in der  $(x, z)$ -Ebene konvex und in der  $(x, y)$ -Ebene konkav gekrümmt ist (vgl. auch Dreyer, 1994). Letztere Krümmung ist in dieser Kameraansicht nicht direkt sichtbar<sup>5)</sup>. Der für die Bewegung ursächliche Unterdruck resultiert aus der konkaven

<sup>5)</sup> Zu den Zeiten  $t' = 0,32$  s bis  $t' = 0,64$  s der in Abb. 6.6 dargestellten Bildsequenz lassen sich oberhalb der dunklen Profile helle Bereiche (2) erkennen. Sie gehören zum Flüssigkeitsmeniskus und erscheinen nicht dunkel, da aufgrund ihrer geringen Filmdicke keine Totalreflexion auftritt. Dies ist ein Hinweis auf eine konkave Krümmung des Meniskus, da bei konvexer Krümmung dieser Bereich nicht von der übrigen Flüssigkeit unterhalb des Meniskus zu unterscheiden wäre. Zur Interpretation der Details in den Videobildern siehe auch Abb. 5.4.

Krümmung des Meniskus, da diese wegen  $\Lambda > 1$  stets größer ist als die konvexe Krümmung. Nach ca. 0,75 s erreicht die Flüssigkeit in diesem Kapillarkanal die Führungskeile unterhalb des Saugkopfes. Das Bild zur Zeit  $t' = 0,76$  s zeigt, wie sich das Volumen zwischen den Keilen und dem Saugkopf füllt, wobei das Gasvolumen über die seitlichen Spalte entweicht. Nachdem der Kanal gefüllt ist, wird mit dem Fördern des Volumenstroms begonnen.

Zur Bestimmung des Volumenstroms der kapillargetriebenen Strömung wird die zeitabhängige Position des Sattelpunktes  $H'_s$  (Schnittpunkt der  $x'$ -Achse mit der Sattelfläche) bestimmt. Durch die Projektion in die Bildebene der Kamera erscheint dieser als Scheitelpunkt des konvex gekrümmten Meniskusprofils (vgl.  $t' = 0,32$  s in Abb. 6.6) und wird mittels der Kantenerkennung nach Kapitel 6.2.1 detektiert. Anschließend erfolgt die Transformation des Sattelpunktes nach Gl. (6.12) und die Korrektur hinsichtlich der optischen Berechnung gemäß Gl. (6.18). Die Geschwindigkeit des Sattelpunktes  $\dot{H}'_s = dH'_s/dt'$  wird mittels zentraler Differenzen zweiter Ordnung unter Berücksichtigung von jeweils fünf Stützstellen bestimmt. An den Rändern des Zeitintervalls werden gewichtete einseitige Differenzenquotienten gleicher Ordnung entsprechend Fornberg (1988) verwendet. Aufgrund konvektiver und dissipativer Effekte ist  $\dot{H}'_s$  zeitabhängig (Dreyer, 1994). Da für die folgenden Betrachtungen nur der Volumenstrom unmittelbar vor dem Starten der Pumpe von Bedeutung ist, wird dieser als

$$Q'_{kap} = A' \dot{H}'_s|_{t'=t'_k} \quad (6.36)$$

definiert, wobei  $\dot{H}'_s|_{t'=t'_k}$  der letzte zur Verfügung stehende Geschwindigkeitswert des Meniskus unmittelbar vor dem Berühren der Keile ist. Darin ist  $A'$  die Querschnittsfläche in der Mitte des Kanals, die aus den entsprechenden Profildaten mittels Gl. (3.28) sowie Gl. (3.29) bestimmt wird. Unter Berücksichtigung des Fehlers infolge der Profilerkennung, der Transformation und der Korrektur der optischen Brechung lässt sich für Gl. (6.36) ein Fehler von  $\Delta Q'_{kap}/Q'_{kap} \leq 3\%$  angeben.

### 6.3.2 Zeitverhalten der freien Oberflächen

Wie bereits in Kapitel 6.2.4 erwähnt, schwingen die Flüssigkeitsoberflächen während des Experiments, so dass eine zeitliche Mittelwertbildung erforderlich ist, um die experimentell bestimmten Profile mit den numerischen Ergebnissen vergleichen zu können. Im Folgenden werden die Schwingungen, die in den Experimenten im Fallturm und auf TEXUS unterschiedliche Ursachen und Formen haben, dargestellt und die entsprechenden Mittelungsintervalle definiert.

Die Schwingungen in den Fallturmexperimenten sind ausschließlich auf instationäre Randbedingungen beim Etablieren der Strömung zurückzuführen. Ursachen hierfür sind im Wesentlichen die Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Füllzeit  $t'_s$  verbunden mit einem verzögerten Start der Pumpe ( $t'_s \neq t'_p$ ), die Differenz zwischen dem kapillargetriebenen und

## 6 Auswertung und Messfehler

dem geförderten Volumenstrom sowie die Reorientierungsschwingungen der Flüssigkeit im Behälter.

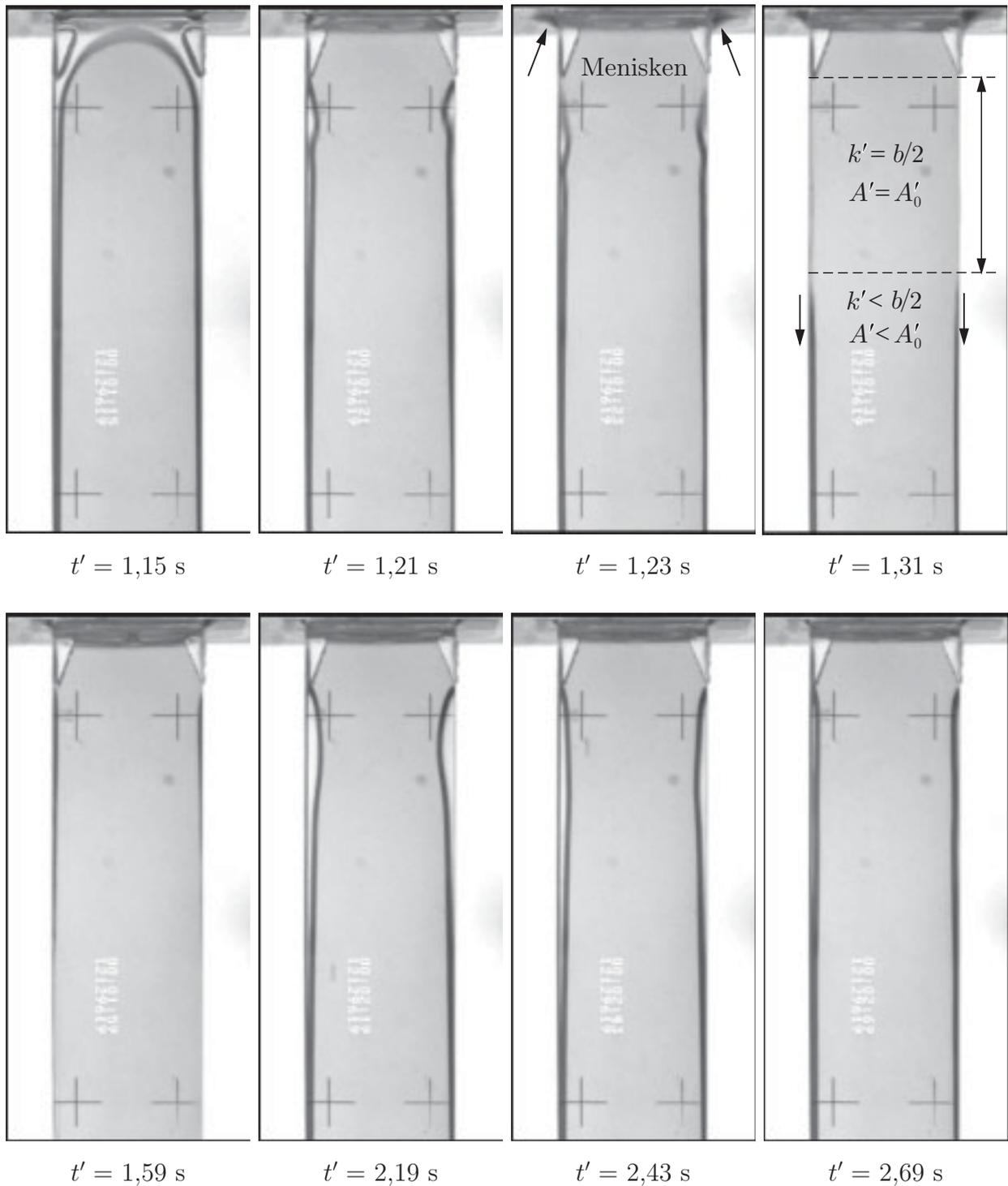
Zur Verdeutlichung der ersten Ursache ist in Abb. 6.7 ein Ausschnitt aus einer Videosequenz vor und nach dem Start der Pumpe dargestellt (Experiment DT-33/4). Nach dem Ausklinken der Fallkapsel füllt sich der Kanal zunächst – wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben – kapillargetrieben. Das Bild zur Zeit  $t' = 1,15$  s zeigt hierzu den aufsteigenden Meniskus unmittelbar vor dem Kontaktieren der Führungskeile. Zur Zeit  $t' = 1,21$  s ist der Kanal gefüllt, die Pumpe fördert jedoch noch nicht. Infolge ihres Impulses tritt Flüssigkeit aus den Entlüftungsspalten aus und bildet Menisken unterhalb des Saugkopfes (vgl. Bild  $t' = 1,23$  s). Darauf folgend wird der Kanal von oben beginnend aufgefüllt ( $k' \rightarrow b/2$ )<sup>6)</sup>, wobei der Eindruck einer in Richtung der Benetzungssperre laufenden Oberflächenwelle (Pfeil) entsteht (Bild  $t' = 1,31$  s). Da die Flüssigkeit während dieses Vorgangs im oberen Teil des Kanals verzögert wird, erfährt sie nach dem Starten der Pumpe (hier bei  $t' = 1,33$  s) eine Beschleunigung, die sich aufgrund der Massenträgheit nicht instantan auf das gesamte Volumen im Kanal und im Reservoir überträgt. Infolge dessen kommt es, nachdem zunächst die Flüssigkeitsmenisken abgesogen wurden (Bild  $t' = 1,59$  s), aus Kontinuitätsgründen zu einer starken lokalen Querschnittsverengung (Einschnürung) am Auslass des Kanals (Bild  $t' = 2,19$  s). In dem Maße, wie die restliche Flüssigkeit eine Beschleunigung erfährt, nimmt die Einschnürung wieder ab (Bild  $t' = 2,43$  s), und die Profile streben gegen ihre Endlage (Bild  $t' = 2,69$  s), um die sie während der verbleibenden Experimentdauer schwingen. Diese Schwingungen sind im Wesentlichen auf die Reorientierung der Flüssigkeitsoberfläche im Behälter von ihrer Lage unter normaler Schwerkraft auf ihre Endlage unter Mikrogravitation zurückzuführen, die eine kontinuierliche Änderung der Druckrandbedingung  $h_0$  am Eintritt des Kanals verursacht. Aufgrund des großen Durchmessers des Behälters und der niedrigen Viskosität der Flüssigkeiten dauert die Reorientierung länger als das Experiment<sup>7)</sup>.

Jeweils nach dem ersten Experiment zu einem neuen Parametersatz nach Tabelle 5.1 wird die Startzeit der Pumpe an die Füllzeit des Kanals angepasst. Allerdings lässt sich dadurch das Schwingungsverhalten der Oberflächen nur unwesentlich beeinflussen, da in der Regel der geförderte Volumenstrom größer ist als der kapillar getriebene beim Füllen des Kanals. Infolge dieser Differenz wird die Flüssigkeit nach dem Erreichen des Saugkopfes beschleunigt, und es resultiert nach dem oben beschriebenen Mechanismus ein ähnliches Schwingungsverhalten wie es in Abb. 6.7 für den Zeitraum von  $t' = 1,59$  s bis  $t' = 2,69$  s dargestellt ist.

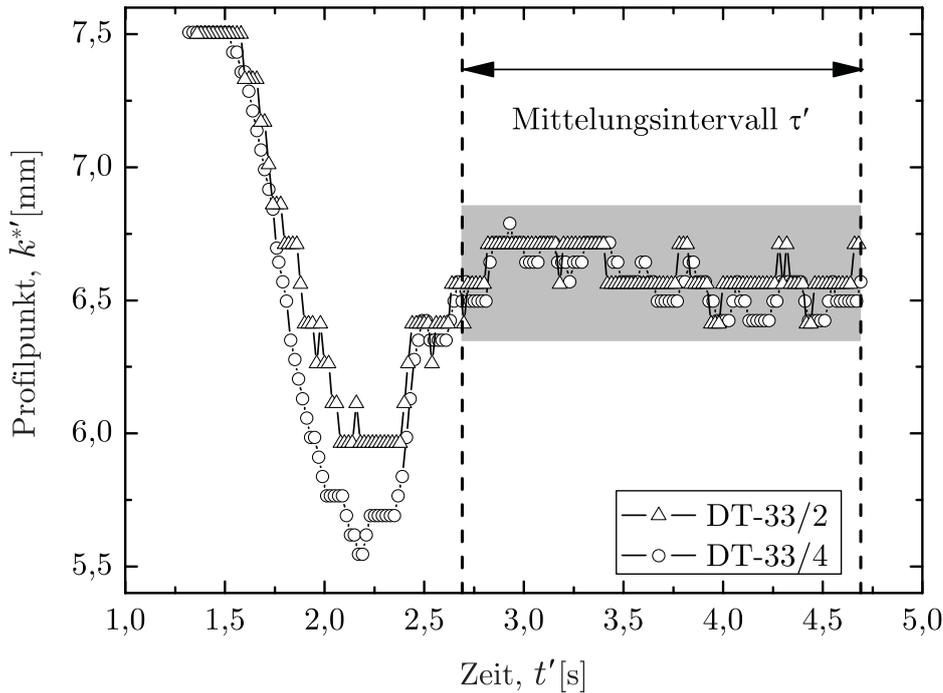
---

<sup>6)</sup> Mit  $k' = b/2$  beträgt der Querschnitt nach Gl. (3.28) und (3.29)  $A' = ab = A_0$ .

<sup>7)</sup> Eine ausführliche Beschreibung der Reorientierungsvorgänge von Flüssigkeiten in zylindrischen Behältern infolge unstetiger Reduzierung der wirkenden Beschleunigung ist den Arbeiten von Michaelis (2003) und Gerstmann (2004) zu entnehmen.



**Abbildung 6.7:** Schwingung der Flüssigkeitsoberflächen infolge eines verzögerten Starts der Pumpe im Fallturmexperiment DT-33/4. Zur Zeit  $t' = 1,21 \text{ s}$  hat die kapillargetriebene Strömung den Kanal gefüllt und wird am Saugkopf verzögert. Nach dem Start der Pumpe bei  $t' = 1,33 \text{ s}$  verengt sich der Strömungsquerschnitt infolge der Massenträgheit am Auslass des Kapillarkanals, nachdem zunächst die ausgetretenen Flüssigkeitsmenisken am Saugkopf abgesogen wurden.

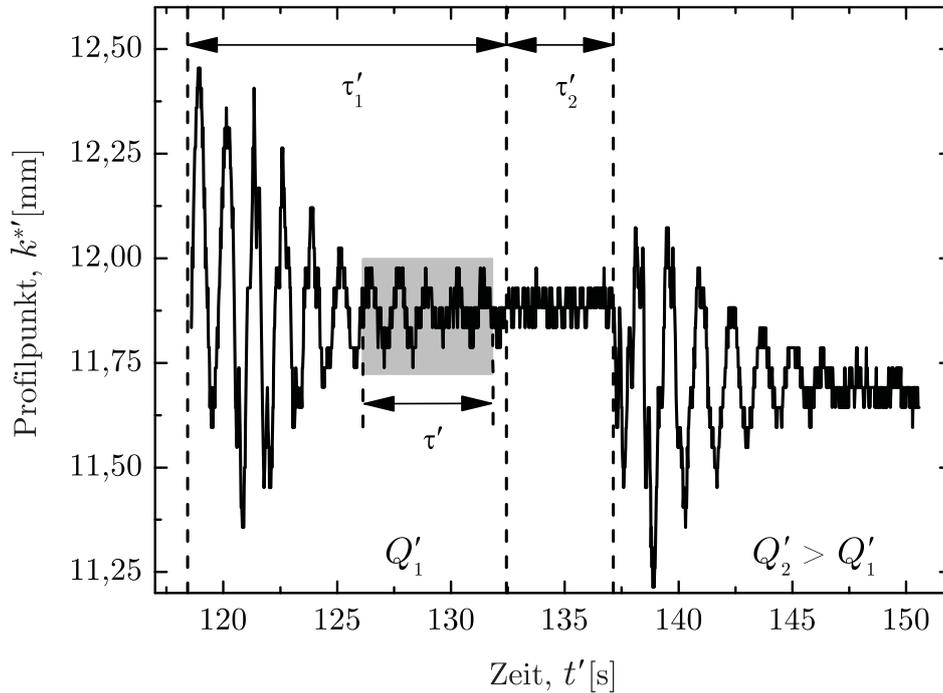


**Abbildung 6.8:** Zeitverhalten des Oberflächenprofils  $k^*$  am Ort des kleinsten Strömungsquerschnitts während der Fallturmexperimente DT-33/2 (— $\triangle$ —) und DT-33/4 (— $\circ$ —). Die zeitliche Mittelung des Profils beginnt nach dem Abklingen der Einschnürung. Die Datenpunkte sind aus Darstellungsgründen miteinander verbunden.

Zur quantitativen Bewertung der Schwingung ist in Abb. 6.8 die Position des Oberflächenprofils  $k^*$  am Ort des kleinsten Querschnitts der Strömung<sup>8)</sup> als Funktion der Zeit aufgetragen. Die Auftragung beginnt zum Zeitpunkt des Startens der Pumpe. Nachdem  $k^*$  während des Absaugens der Menisken zunächst unverändert bleibt, erkennt man deutlich das Einschnüren des Profils und das anschließende Zurückschwingen auf die Endlage. Abgesehen von der Amplitude, die zum Einlass hin sehr stark gedämpft ist, ist das Schwingungsverhalten aller übrigen Punkte des Profils unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung im Wesentlichen identisch. Desweiteren zeigt die Auswertung, dass das Zeitverhalten des Profils für alle Experimente ähnlich ist. Je nach Abstimmung von Füllzeit und Startzeit der Pumpe sowie der Differenz zwischen  $Q_{kap}$  und  $Q$  variieren lediglich Stärke und Dauer der Einschnürung. Darüber hinaus zeigt sich, dass die Oberflächenschwingungen gut reproduzierbar sind, wie in Abb. 6.8 der Vergleich mit dem Experiment DT-33/2 verdeutlicht. Bis auf den Startzeitpunkt der Pumpe, der bei DT-33/4 um 0,04 s genauer an die Füllzeit angepasst war, wurden beide Experimente unter identischen Randbedingungen durchgeführt<sup>9)</sup>. Auf-

<sup>8)</sup> Dieser befindet sich nahe des Auslasses. Siehe auch Kapitel 7.2.1.1.

<sup>9)</sup> Hierbei würde man zunächst eine kleinere Einschnürung für das Experiment DT-33/4 erwarten. Tat-



**Abbildung 6.9:** Zeitverhalten des Oberflächenprofils  $k^*$  am Ort des kleinsten Strömungsquerschnitts im TEXUS-Experiment. Die zeitliche Mittelung des Profils erstreckt sich über das Intervall  $\tau'$ .

grund dieser Betrachtungen wurde für die Fallturmexperimente zur Mittelwertbildung nach Gl. (6.28) folgende Festlegung getroffen: Das Mittelungsintervall  $\tau'$  beginnt jeweils nach dem Abklingen der Einschnürung und erstreckt sich bis zum Ende des Experiments. Aufgrund der Stärke des Gradienten  $dk^*/dt$  lässt sich der Zeitpunkt, zu dem sich die Einschnürung zurückgebildet hat, allein schon anhand des Videomaterials gut identifizieren.

Die Abb. 6.9 zeigt das Zeitverhalten von  $k^*$  für das TEXUS-Experiment. Jede Änderung des Volumenstroms verursacht eine gedämpfte harmonische Schwingung, bei der – im Gegensatz zu den Fallturmexperimenten – alle Punkte des Oberflächenprofils quasi in gleicher Phase schwingen (Zeitbereich  $\tau'_1$ ). Die Frequenz variiert zwischen 0,49 Hz und 0,79 Hz und nimmt mit zunehmendem Inkrement der Volumenstromänderung  $\Delta Q'$  zu. Nach dem Abklingen dieser Schwingung oszilliert die Oberfläche mit einer Amplitude von  $\pm 1$  Pixel ( $\pm 47 \mu\text{m}$ ) um ihre Ruhelage (Zeitbereich  $\tau'_2$ ). Diese Schwingungen sind auf die Förderpumpe zurückzuführen, die aufgrund der rotierenden Zahnräder Druckschwankungen verursacht. Die Frequenz der Wellen, die sich vom Auslass aus stromaufwärts ausbreiten, lassen sich

---

sächlich nimmt diese jedoch bei genauerer Anpassung zu, da die über die Entlüftungsspalte austretenden Flüssigkeitsvolumina abnehmen. Diese wirken während der Beschleunigung der Strömung nach dem Start der Pumpe als „Puffer“.

aufgrund der vergleichsweise geringen Videofrequenz nicht bestimmen. Idealerweise ist die zeitliche Mittelung nach Gl. (6.28) über den Zeitbereich  $\tau'_2$  vorzunehmen. Dies ist jedoch in der Regel aus zwei Gründen nicht möglich: Entweder liegen für diesen Zeitbereich keine Daten der unteren Kamera vor, da unmittelbar vor jeder Änderung des Volumenstroms mit dieser Kamera das Ausgleichsrohr beobachtet wurde, oder die Verweildauer im Zustand eines Volumenstroms war unwesentlich größer als  $\tau'_1$ . Aus diesem Grund wird die Mittelwertbildung stets am Ende des ersten Zeitintervalls durchgeführt, an dem die Änderung der Amplitude relativ gering ist. Dabei wird das Mittelungsintervall  $\tau'$  immer über ein ganzzahliges Vielfaches der Schwingungsperiode gewählt.

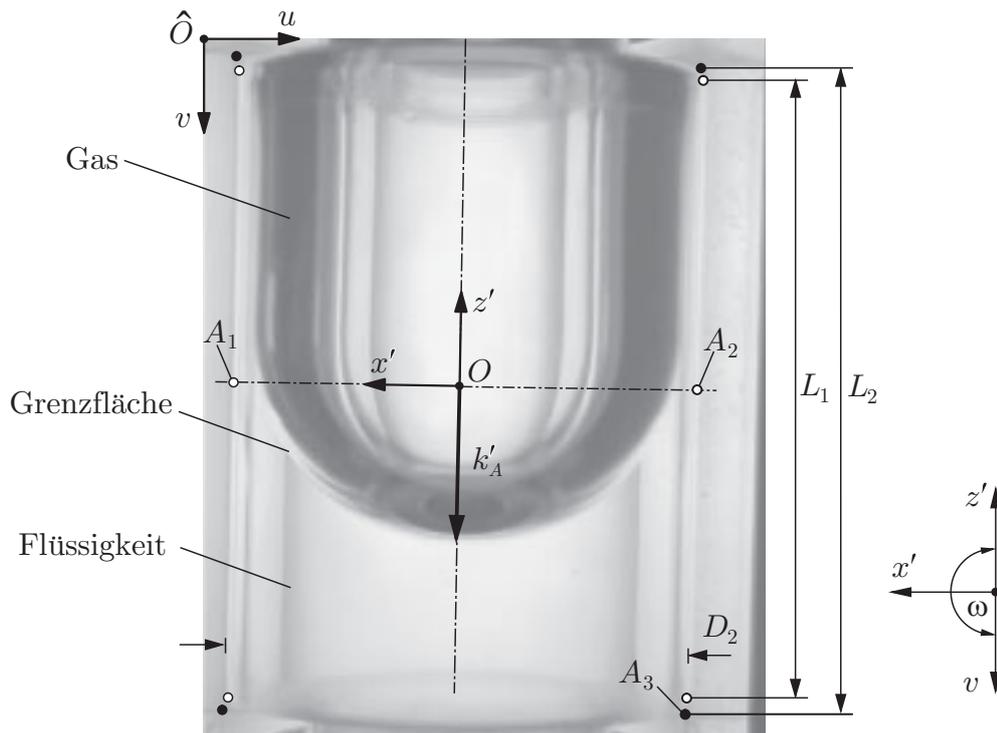
### 6.3.3 Bestimmung der Tracergeschwindigkeiten

Die Bestimmung der Tracerbahnen im TEXUS-Experiment (Bahnen der injizierten Gasblasen) erfolgt mittels der kommerziellen Software GLOBAL LAB<sup>®</sup> Image (Data Translation Inc., Version 3.2), welche über verschiedene Standardalgorithmen zur digitalen Bildverarbeitung verfügt. Unter anderen lassen sich mit dem Programm die Konturen beliebiger Partikel detektieren und der Schwerpunkt der von der Kontur eingeschlossenen Fläche bestimmen.

Dieser Algorithmus wird genutzt, um die zeitabhängigen Mittelpunktskoordinaten  $\hat{\mathbf{x}}_B$  der Gasblasen (Durchmesser  $\approx 0,7$  mm) zu ermitteln. Hierzu werden die betreffenden digitalisierten Einzelbilder einzeln eingelesen und die Spuren der Gasblasen manuell verfolgt. Anschließend erfolgt die Transformation und Korrektur der Daten nach Gl. (6.12) und Gl. (6.18), so dass die diskreten, zeitabhängigen Positionen der Gasblasen  $\mathbf{x}'_B(t') = (x'_B(t'), z'_B(t'))^T$  im System des Kapillarkanals vorliegen. Die Bahnen der Gasblasen weisen eine geringfügige Drift in  $z$ -Richtung auf. Da die entsprechende Driftgeschwindigkeit vernachlässigbar klein ist, kann die Geschwindigkeit der Blasen in guter Näherung durch  $u'_B = dx'_B/dt'$  bestimmt werden. Hierzu werden zentrale Differenzen zweiter Ordnung verwendet. Unter Vernachlässigung des Fehlers der Zeitmessung errechnet sich für die Geschwindigkeit ein Fehler von  $\Delta u'_B/u'_B \leq 6,5\%$  infolge von Fehlern bei der Mittelpunktsbestimmung, der Transformation und Berücksichtigung der optischen Brechung.

### 6.3.4 Verifikation des Volumenstroms im TEXUS-Experiment

Wie in Kapitel 5.2.3.2 dargestellt, stieg der Füllstand im Ausgleichsrohr während der Durchführung des TEXUS-Experiments schneller an als vorausberechnet. Aufgrund der zentralen Bedeutung des Volumenstroms für die Auswertung ist zu prüfen, inwieweit dies auf eine Fehlfunktion der Pumpen, insbesondere der Förderpumpe, zurückzuführen ist. Zwar stimmen die Tachosignale der Pumpen,  $Q_1^{T'}$  und  $Q_2^{T'}$ , zu jedem Zeitpunkt des Experiments mit der Sollwertvorgabe des Volumenstroms überein, aus Vorversuchen ist aber bekannt, dass aufgrund

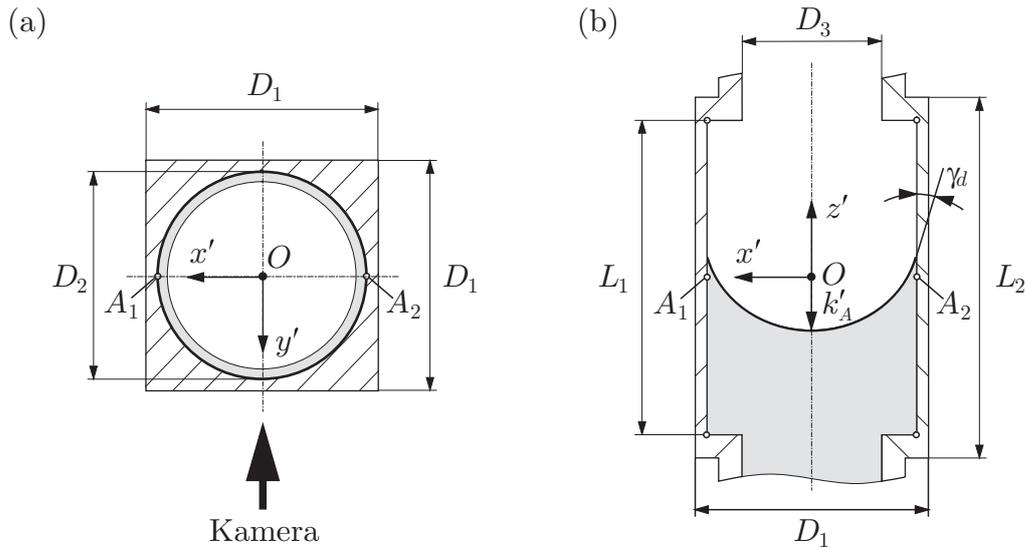


**Abbildung 6.10:** Kameraansicht des Ausgleichsrohres im TEXUS-Experiment und Darstellung der Bezugssysteme. Die Gas-Flüssigkeits-Grenzfläche hat die Gestalt einer Kugelkalotte mit dem Krümmungsradius  $R'_A \simeq D_2/2$ . Über die zeitabhängige Meniskusposition  $k'_A$  (Fußpunkt der Kugelkalotte) wird der Volumenstrom des Experiments bestimmt. Die schwarzen Punkte markieren die hinteren Ecken des Ausgleichsrohres, die weißen Punkte befinden sich an den Enden der Längskanten des inneren Zylinders in der Symmetrieebene  $y' = 0$ .

der geringen Viskosität der Testflüssigkeit selbst bei kleinen Druckdifferenzen an der Pumpe nicht zu vernachlässigende Leckströme zwischen den Zahnrädern auftreten können. Aus diesem Grunde wurde die Pumpenkalibrierung unter mit dem Experiment vergleichbaren Druckverhältnissen durchgeführt (siehe auch Kapitel 5.3.2). Trotz dieser Kalibrierung sind unter Mikrogravitation Abweichungen des tatsächlichen Volumenstroms von der Sollwertvorgabe nicht ausschließen. Zur Kontrolle wird im Folgenden der Volumenstrom aus der Änderung des Füllstandes im Ausgleichsrohr bestimmt. Da während des Experiments Betriebszustände auftreten, in denen jeweils nur eine der beiden Pumpen aktiv ist, kann so der tatsächliche von den Pumpen geförderte Volumenstrom bestimmt werden<sup>10)</sup>.

Hierzu ist die zeitabhängige Meniskusposition  $k'_A(t')$  (Fußpunkt der Kugelkalotte) auszu-

<sup>10)</sup> Hierbei wird angenommen, dass die Rollmembranen der Vorratsbehälter keine Eigenspannung aufweisen, so dass sich keine von der Nachförderpumpe unabhängige Strömung vom Vorratsbehälter in die Vorkammer einstellen kann. Die Membranen sind so dimensioniert, dass sie im biegeschlaffen Zustand die Behälter vollständig ausfüllen.



**Abbildung 6.11:** Schematische Darstellung des Ausgleichsrohres. (a) Schnitt in der Ebene  $z' = 0$ . (b) Schnitt in der Ebene  $y' = 0$ .

werten, aus der sich mit der Querschnittsfläche des Ausgleichsrohres  $A'_A$  der Volumenstrom

$$Q'_A = A'_A \frac{dk'_A}{dt'} = A'_A v'_A \quad (6.37)$$

bestimmen lässt. Die Schwierigkeit besteht darin, dass das Ausgleichsrohr nicht zur quantitativen Auswertung des Füllstandes bestimmt ist und daher über keine Kalibrierungsmarkierungen verfügt. Die Bestimmung des Kalibrierungsfaktors muss unter Berücksichtigung der optischen Brechung anhand der rückwärtigen Kanten des Ausgleichsrohres und der Konturen des Innenzylinders erfolgen. Abbildung 6.10 zeigt die Kameraansicht des Ausgleichsrohres, auf der im Vordergrund der zylindrische Innenraum zu erkennen ist. Die weißen Punkte befinden sich nach Abb. 6.11(a) in der Ebene  $y' = 0$  und markieren entsprechend Abb. 6.11(b) die Längsseiten des inneren Zylinders der Länge  $L_1$ . Der untere Teil des Ausgleichsrohres ist mit Flüssigkeit gefüllt und erscheint hell, da Plexiglas und das verwendete Silikonöl (HMDS) nahezu den gleichen Brechungsindex besitzen. Die dunklen Bereiche im oberen Teil des Rohres und an der freien Oberfläche entstehen infolge von Totalreflexion. Im Hintergrund sind die hinteren Ecken des Ausgleichsrohres sichtbar. Sie sind durch schwarze Punkte gekennzeichnet und befinden in der Ebene  $y' = -D_1/2$  (vgl. auch Abb. 6.11(a)).

Da die optische Achse des Camcorders senkrecht zur planen Vorderseite des Ausgleichsrohres ausgerichtet ist (Abb. 6.11(a)), ist der Strahlengang ähnlich zu dem des Kapillarkanals nach Abb. 6.3, so dass zur Auswertung der Meniskusposition die Methoden aus Kapitel 6.2.1 bis Kapitel 6.2.3 genutzt werden können. Hierzu werden die Videobilder, unter Beibehaltung der Orientierung der Koordinatensysteme  $\hat{O}$  und  $O$  zueinander (vgl. Abb. 6.2), um  $90^\circ$  nach rechts gedreht. Bezogen auf  $\hat{O}$  wird der Ursprung von  $O$  in der Bildmitte  $\hat{x}_m$  definiert. Wie

aus Abb. 6.10 zu erkennen ist, sind die Basisvektoren beider Koordinatensysteme nicht exakt paarweise antiparallel zueinander ausgerichtet. Dieser Winkelfehler wird hier vernachlässigt, da die mit ihm verbundene Längenänderung in  $z'$ -Richtung unterhalb der Bildauflösung liegt. Es sei  $\hat{\mathbf{x}}_k = (u_m, \hat{k}_A)^T$  die Meniskusposition nach Durchführung der Kantenerkennung, dann ergibt sich durch Einsetzen in Gl. (6.18) mit  $\omega = \pi$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_p = \hat{\mathbf{x}}_m$  und  $\mathbf{x}'_p = 0$  die Meniskusposition

$$k'_A = -\xi_1 e_z (\hat{k}_A - v_m) \quad (6.38)$$

im System des Ausgleichsrohres. Aufgrund der Größe des Winkels  $\theta$  bei dieser Anordnung von  $0^\circ \leq \theta \leq 16^\circ$  ist der Korrekturfaktor  $\xi_1$  von der unkorrigierten Meniskusposition  $z'_k = e_z (\hat{k}_A - v_m)$  in der Ebene  $y' = D_1/2$  abhängig. Diese ist nach den Gleichungen (6.24) bis (6.26) zu bestimmen, wobei für die Breite der vom Strahlengang durchquerten Flüssigkeits- und Plexiglasschicht  $a = D_2/2$  bzw.  $a_P = (D_1 - D_2)/2$  einzusetzen sind. Für die Auswertungen ist es ausreichend, mit einem mittleren Wert von  $\bar{\xi}_1 = 1,16$  zu arbeiten. Zur Bestimmung des Kalibrierungsfaktors werden die vier hinteren Kanten des Ausgleichsrohres genutzt. Für den Punkt  $A_3$  der rechten unteren Kante mit den Koordinaten  $\hat{\mathbf{x}}_3 = 0,5(\hat{D}_1, \hat{L}_2)^T + \hat{\mathbf{x}}_m$  bzw.  $\mathbf{x}'_3 = -0,5(D_1, L_2)^T$  beispielsweise ergibt sich aus Gl. (6.18)

$$e_z = \frac{L_2}{\xi_2 \hat{L}_2}. \quad (6.39)$$

Nachweislich verläuft der Strahlengang nur durch die Wandung des Ausgleichsrohres, so dass man mit  $a_P = D_1$  und  $a = 0$  aus Gl. (6.24)  $\xi_2 = 1,29$  iterativ ermittelt. Entsprechend wird mit den anderen Punkten verfahren, so dass für den Kalibrierungsfaktor in Gl. (6.38) der Mittelwert  $\bar{e}_z = 90,53 \mu\text{m}/\text{Pixel}$  verwendet werden kann. Zur Überprüfung der optischen Korrektur wurde  $e_z$  auch über die Kanten des inneren Zylinders in der Ebene  $y' = 0$  (weiße Punkte in Abb. 6.10) berechnet. Hierbei zeigt sich, dass die vier ermittelten Werte  $\check{e}_z = L_1/(\check{\xi}_2 \hat{L}_1)$  jeweils mit den nach Gl. (6.39) ermittelten Werten innerhalb eines Fehlers von 0,2% übereinstimmen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Meniskusauswertung zu den in Kapitel 5.2.3.1 erläuterten Experimentprozeduren dargestellt. Die Auswertung zeigt ein lineares Verhalten der Meniskusposition  $k'_A(t')$ , so dass die Meniskusgeschwindigkeit  $v'_A = dk'_A/dt'$  mittels linearer Regression ermittelt werden kann. Eine Übersicht aller Intervalle, in denen das Ausgleichsrohr beobachtet ist Tabelle C.3 zu entnehmen. Die Abmessungen des Ausgleichsrohres, die ermittelten Korrektur- und Kalibrierungsfaktoren sowie die Meniskusgeschwindigkeiten und die entsprechenden Volumenströme nach Gl. (6.37) sind mit Angabe des Fehlers in Anhang C.5 aufgeführt.

**Füllen des Ausgleichsrohres:** Mit Beginn der Mikrogravitationsphase wurde das Ausgleichsrohr bei geschlossener Düse über die Nachförderpumpe mit konstantem Volumenstrom  $Q_1^{T'} = 5,15 \text{ cm}^3/\text{s}$  gefüllt. Die Auswertung der Meniskusgeschwindigkeit ergibt die

## 6 Auswertung und Messfehler

Korrelation

$$Q'_1 = Q'_{A1} = \chi_1 Q_1^{T'}, \quad \text{mit} \quad \chi_1 = 1,025, \quad (6.40)$$

wobei aus dem Korrekturfaktor  $\chi_1$  folgt, dass der tatsächlich geförderte Volumenstrom um 2,5% höher ist als der vom Tachogenerator angezeigte Wert. Für die weiteren Betrachtungen wird angenommen, dass  $\chi_1$  für den gesamten Bereich der experimentell realisierten Volumenströme zwischen  $5,15 \text{ cm}^3/\text{s} \leq Q'_1 \leq 9,72 \text{ cm}^3/\text{s}$  Gültigkeit besitzt, da dieser nur rund 14% des gesamten Volumenstrombereiches der Pumpe beträgt. Der relative Fehler kann dann mit  $\Delta\chi_1/\chi_1 = \pm 2,6\%$  angegeben werden.

**Füllen der Messstrecke:** Nach dem Öffnen der Düse strömt die Flüssigkeit bei abgeschalteten Pumpen vom Ausgleichsrohr in den Kapillarkanal. Aus der Ermittlung der Meniskusgeschwindigkeit im Kanal (analog zur Meniskusgeschwindigkeit im Ausgleichsrohr) sowie der Querschnittsfläche nach Gl. (3.28) und Gl. (3.29) anhand der Profile wird für den Volumenstrom  $Q'_{kap} = 4,46 \pm 0,04 \text{ cm}^3/\text{s}$  berechnet. Über das Ausgleichsrohr ermittelt man  $Q'_A = 4,68 \pm 0,26 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Da beide Werte nur rund 5% voneinander abweichen und im Rahmen der ermittelten Fehler übereinstimmen, folgt, dass die Methode, mit der  $Q'_A$  im Ausgleichsrohr bestimmt wird, zu hinreichend genauen Ergebnissen führt.

**Entleeren des Ausgleichsrohres:** Beim Erreichen eines bestimmten Füllstands wurde die Nachförderpumpe gestoppt und das Ausgleichsrohr über die Förderpumpe entleert. Wie die Abb. 6.12 zeigt, ist der ermittelte Volumenstrom im Ausgleichsrohr proportional zum Tachosignal  $Q_2^{T'}$ . Für diesen Zusammenhang ergibt die lineare Regression

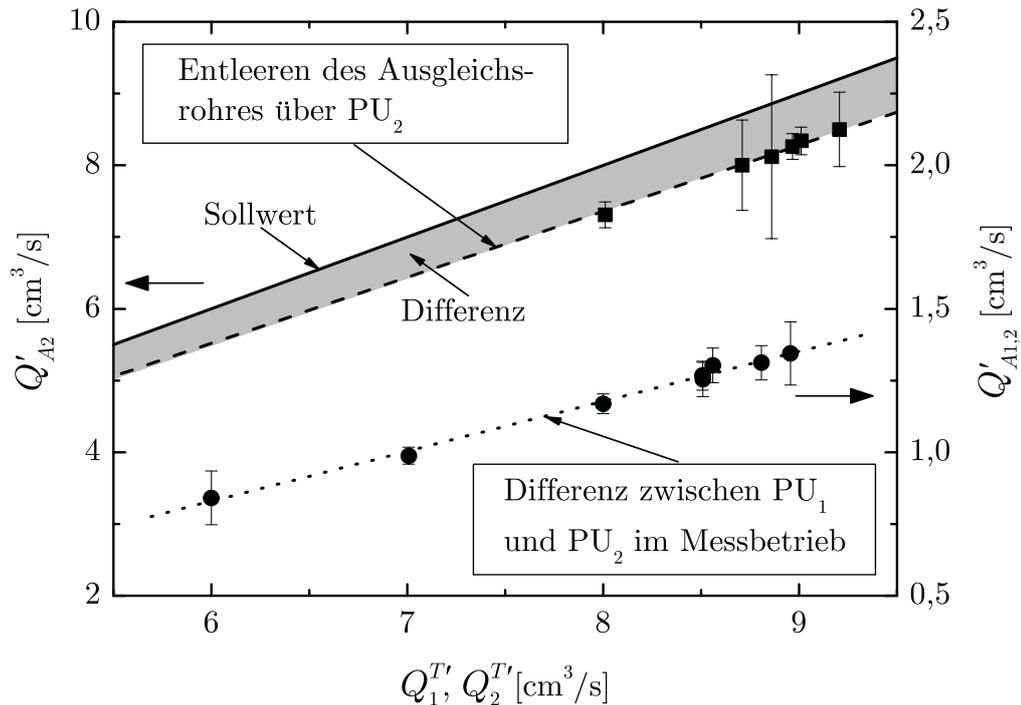
$$Q' = Q'_{A2} = -0,008 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} + 0,921 Q_2^{T'}. \quad (6.41)$$

Der tatsächlich durch  $\text{PU}_2$  geförderte Volumenstrom ist somit 8% niedriger als die Sollwertvorgabe. Die Regression berücksichtigt den Datenpunkt  $Q'(Q_2^{T'} = 0) = 0 \text{ cm}^3/\text{s}$ , der nicht in Abb. 6.12 dargestellt ist. Aus der Standardabweichung der Regressionskoeffizienten folgt für den Gültigkeitsbereich der Regression von  $0 \text{ cm}^3/\text{s} < Q' < 9,47 \text{ cm}^3/\text{s}$  ein relativer Fehler von  $\Delta Q'/Q' \leq 1,4\%$ .

**Messbetrieb:** Während des regulären Messbetriebs kompensiert das Ausgleichsrohr die Volumenstromdifferenz  $Q'_{A1,2} = Q'_1 - Q'$  zwischen beiden Pumpen. Da nach Abb. 6.12  $Q_1^{T'} \sim Q'_{A1,2}$  ist, erhält man für den Zusammenhang beider Größen den linearen Fit

$$Q'_{A1,2} = Q'_1 - Q' = -0,214 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} + 0,174 Q_1^{T'}. \quad (6.42)$$

Der relative Fehler beträgt  $\Delta Q'_{A1,2}/Q'_{A1,2} \leq 9,7\%$ .



**Abbildung 6.12:** Volumenstrom  $Q'_A$  im Ausgleichsrohr als Funktion der Tachosignale  $Q_1^{T'}$ ,  $Q_2^{T'}$ . — Sollwert, ■ Experimentelle Daten und ---- Ausgleichsgerade für die Phasen des Entleerens. ● experimentelle Daten und  $\cdots$  Ausgleichsgerade für die Volumenstromdifferenz Differenz zwischen beiden Pumpen während des regulären Messbetriebs.

In der Gesamtbilanz sollte Gl. (6.40) durch die Summe aus Gl. (6.41) und (6.42) reproduzierbar sein,  $Q'_1 = Q' + Q'_{A1,2}$ . Da für diesen Zusammenhang die relative Abweichung  $[Q'_1 - (Q' + Q'_{A1,2})]/Q'_1 \leq 1,2\%$  beträgt, folgt, dass die Auswertungen der einzelnen Prozeduren hinreichend genau und zueinander konsistent sind. Der Volumenstrom des TEXUS-Experiments kann daher in guter Näherung nach Gl. (6.41) bestimmt werden.

### 6.3.5 Messung der Stoffdaten und Fehler der Kennzahlen $Oh$ und $\mathcal{L}$

Zur Bestimmung der Kennzahlen  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  in Tabelle 5.1 werden die Dichte, die Viskosität sowie die Oberflächenspannung der Testflüssigkeiten HMDS und FC-77 (siehe auch Kapitel 5.4) benötigt. Da diese Stoffdaten seitens des Herstellers nicht in hinreichender Genauigkeit vorliegen, waren eigene Messungen erforderlich. Hierzu wurden Proben der im Experiment verwendeten Flüssigkeiten vermessen.

Die Bestimmung der Dichte  $\rho$  wurde mit einem Dichtemessgerät (Paar, DMA 48) durchgeführt, dessen Messprinzip auf der Schwingungsmethode beruht. Dabei wird ein dünnes, U-förmiges Glasrohr mit der zu messenden Flüssigkeit gefüllt und in eine Biegeschwingung

## 6 Auswertung und Messfehler

versetzt. Das Glasröhrchen bewegt einen Stabmagneten in einer Spule, mittels derer die Frequenz der Schwingung gemessen werden kann. Aus der Änderung der Resonanzfrequenz gegenüber dem luftgefüllten Zustand kann auf die Dichte der Flüssigkeit geschlossen werden (vgl. Profos, 1987). Die Genauigkeit dieser Messmethode beträgt  $\Delta\rho = \pm 0,25 \text{ kg/m}^3$ . Für jede Flüssigkeit wurden zwei Messreihen im Temperaturbereich  $10 \text{ }^\circ\text{C} < T < 45 \text{ }^\circ\text{C}$  in Inkrementen von 5 K aufgenommen und mittels linearer Regression korreliert. Der aus der Regression ermittelte Fehler der Messungen beträgt für beide Flüssigkeiten  $\Delta\rho/\rho = \pm 0,1\%$ .

Die Oberflächenspannung  $\sigma$  wurde mit einem Tensiometer der Firma Krüss (K 12d) mit der Ringmethode nach Du Noüy (Weser, 1980) gemessen. Bei dieser Methode wird ein horizontal aufgehängter Platinring in die Flüssigkeit eingetaucht und anschließend wieder herausgezogen. Gemessen wird die Kraft, die die Flüssigkeitslamelle beim Anheben auf den Bügel ausübt. Aus dem Maximum der Kraft (unmittelbar vor dem Abreißen der Lamelle) und dem benetzten Umfang des Rings lässt sich die Oberflächenspannung berechnen. Dabei wird das hydrostatische Gewicht des unter dem Ring angehobenen Volumens durch einen Korrekturfaktor berücksichtigt, in den die Dichtewerte der obigen Messungen eingehen. Somit lässt sich eine Absolutgenauigkeit von  $0,02 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  erreichen. Die Messungen wurden für den Temperaturbereich  $15 \text{ }^\circ\text{C} < T < 35 \text{ }^\circ\text{C}$  in Inkrementen von 2 K durchgeführt und fünfmal reproduziert, wobei pro Temperaturwert in einem Intervall von 60 Sekunden 10 Messwerte aufgenommen wurden. Aus der linearen Korrelation der Messdaten ergibt sich ein Fehler von  $\Delta\sigma/\sigma = \pm 0,08\%$  für HMDS und  $\Delta\sigma/\sigma = \pm 1,2\%$  für FC-77.

Zur Messung der kinematischen Viskosität  $\nu$  wurde ein automatisiertes Ubbelohde-Viskosimeter (Modell AVS 350, Firma Schott, Mainz) verwendet. Das Viskosimeter ermittelt die Durchflusszeit eines definierten Volumens der Flüssigkeit durch ein Kapillarrohr. Aus dem Druckverlust der HAGEN-POISEUILLE-Strömung im Rohr und dem hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule kann auf die kinematische Viskosität geschlossen werden. Das Viskosimeter lässt sich in einem Flüssigkeitsthermostaten auf  $\pm 0,05 \text{ K}$  temperieren und erreicht eine Absolutgenauigkeit von  $\pm 0,5\%$  (Wiederholgenauigkeit  $\pm 0,05\%$ ). Die Viskositäten wurden für den Temperaturbereich  $15 \text{ }^\circ\text{C} < T < 35 \text{ }^\circ\text{C}$  in Inkrementen von 2 K durchgeführt. Pro Temperaturwert wurden drei bis fünf Wiederholungsmessungen durchgeführt und die Temperaturabhängigkeit mittels der Vogel-Gleichung  $\ln \nu = C_1 + C_2/(C_3 + T)$  korreliert. Die Standardabweichungen der Messungen betragen  $\Delta\nu/\nu = \pm 1,2\%$  für HMDS und  $\Delta\nu/\nu = \pm 1,5\%$  für FC-77.

In Tabelle 6.2 sind die gemessenen Stoffdaten für die Experimenttemperatur von  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  angegeben. Die zugrunde liegenden Regressionsgleichungen sind in Anhang C.6 aufgeführt. Für die Bildverarbeitung wird noch der Brechungsindex  $n$  benötigt. Da dieser für beide Testflüssigkeiten im relevanten Temperaturbereich wenig variiert, wird hier die Herstellerangabe für  $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  unter Annahme eines hinreichend großen Fehlers verwendet.

Für die relativen Fehler der Kennzahlen  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  erhält man nach Anwendung von

**Tabelle 6.2:** Stoffdaten der Testflüssigkeiten bei  $T = 20\text{ °C}$ . Hexamethyldisiloxane (HMDS) von Dow Corning und FC-77 von 3M. Der statische Randwinkel der Flüssigkeiten mit Glas und Plexiglas beträgt  $\gamma_s = 0$ .

Fluid	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	$\nu$ [10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	$\sigma$ [N m <sup>-1</sup> ]	$n$
HMDS	764 ± 0,2%	0,68 ± 1,9%	0,0156 ± 1,3%	1,375 ± 0,1%
FC-77	1774 ± 0,2%	0,87 ± 2,8%	0,0154 ± 1,6%	1,280 ± 0,1%

Gl. (6.30) auf die Definitionen (3.12) und (3.13) die Beziehungen

$$\frac{\Delta\text{Oh}}{\text{Oh}} = \frac{\Delta\nu}{\nu} + \frac{\Delta\rho}{2\rho} + \frac{\Delta\sigma}{2\sigma} + \frac{\Delta a}{2a} \quad (6.43)$$

und

$$\frac{\Delta\mathcal{L}}{\mathcal{L}} = \frac{\Delta\text{Oh}}{\text{Oh}} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}. \quad (6.44)$$

Zu ihrer Bestimmung wurden für  $\Delta\nu$ ,  $\Delta\rho$  und  $\Delta\sigma$  jeweils die Summe aus dem Fehler der Stoffdatenmessung und dem Fehler infolge der Temperaturmessungengenauigkeit nach Kapitel 5.3.1 zu Grunde gelegt. Die ermittelten Werte für  $\Delta\text{Oh}/\text{Oh}$  und  $\Delta\mathcal{L}/\mathcal{L}$  sind in Tabelle C.5 aufgeführt.



## 7 Ergebnisse und Diskussion

Die Darstellung und Diskussion der experimentellen, numerischen und theoretischen Ergebnisse gliedert sich in fünf Abschnitte. Zunächst werden die Resultate der Experimente im Fallturm und an Bord von TEXUS-37 hinsichtlich der Stabilität der Strömung charakterisiert. Zu diesem Zweck sind jeweils die typischen Beobachtungen der stabilen, quasistationären Strömung sowie der instabilen Strömung gegenübergestellt. Zur Verifikation des in Kapitel 3 hergeleiteten Strömungsmodells werden die ausgewerteten experimentellen Profile der Flüssigkeitsoberflächen mit den numerischen Ergebnissen verglichen. Diesem Vergleich geht eine ausführliche Diskussion der Profilmerekmale und der Reproduzierbarkeit der Experimente voraus. Letzterer Aspekt ist von besonderer Bedeutung, da instationäre Effekte beim Etablieren der Strömung unvermeidbar sind und insbesondere in den Fallturmenterimenten das Ergebnis beeinflussen können. Neben den Profildaten stehen aus dem TEXUS-Experiment auch Geschwindigkeitsdaten zur Verfügung, mittels derer die Güte des vorhergesagten Geschwindigkeitsprofils überprüft wird. Im Anschluss daran wird die in Kapitel 4 theoretisch vorhergesagte Begrenzung des Volumenstroms infolge des Choking-Effektes anhand des Geschwindigkeitsindex verifiziert und die Ursache des Kollabierens der Flüssigkeitsoberflächen, bei dem Gas am Ende des Kanals in die Strömung einbricht, diskutiert. Je nach Größenverhältnis zwischen dem konvektiven und viskosen Impulstransport zeigen die stationären Strömungen unterschiedliche Erscheinungsformen. Um die Wirkung beider Terme entkoppelt voneinander betrachten zu können, werden Modellrechnungen über einen großen Bereich der Kennzahl  $\mathcal{L}$  durchgeführt und die charakteristischen Eigenschaften der Strömungen anhand der Profile und des Geschwindigkeitsindex dargestellt. Schließlich lässt sich eine Grenze aufzeigen, ab der der Choking-Mechanismus seine Wirkung verliert, da im Fall sehr starker Reibung die Strömung fast vollständig durch viskose Kräfte bestimmt ist. Im Hinblick auf technische Anwendungen können Näherungslösungen zur Auslegung von Kapillarkanälen hilfreich sein. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels liefert hierzu analytische sowie an numerischen Daten angepasste Lösungen der Modellgleichungen, die nicht nur der Abschätzung des kritischen Volumenstroms der stationären Strömung dienen, sondern auch zum Verständnis des Strömungsphänomens beitragen.

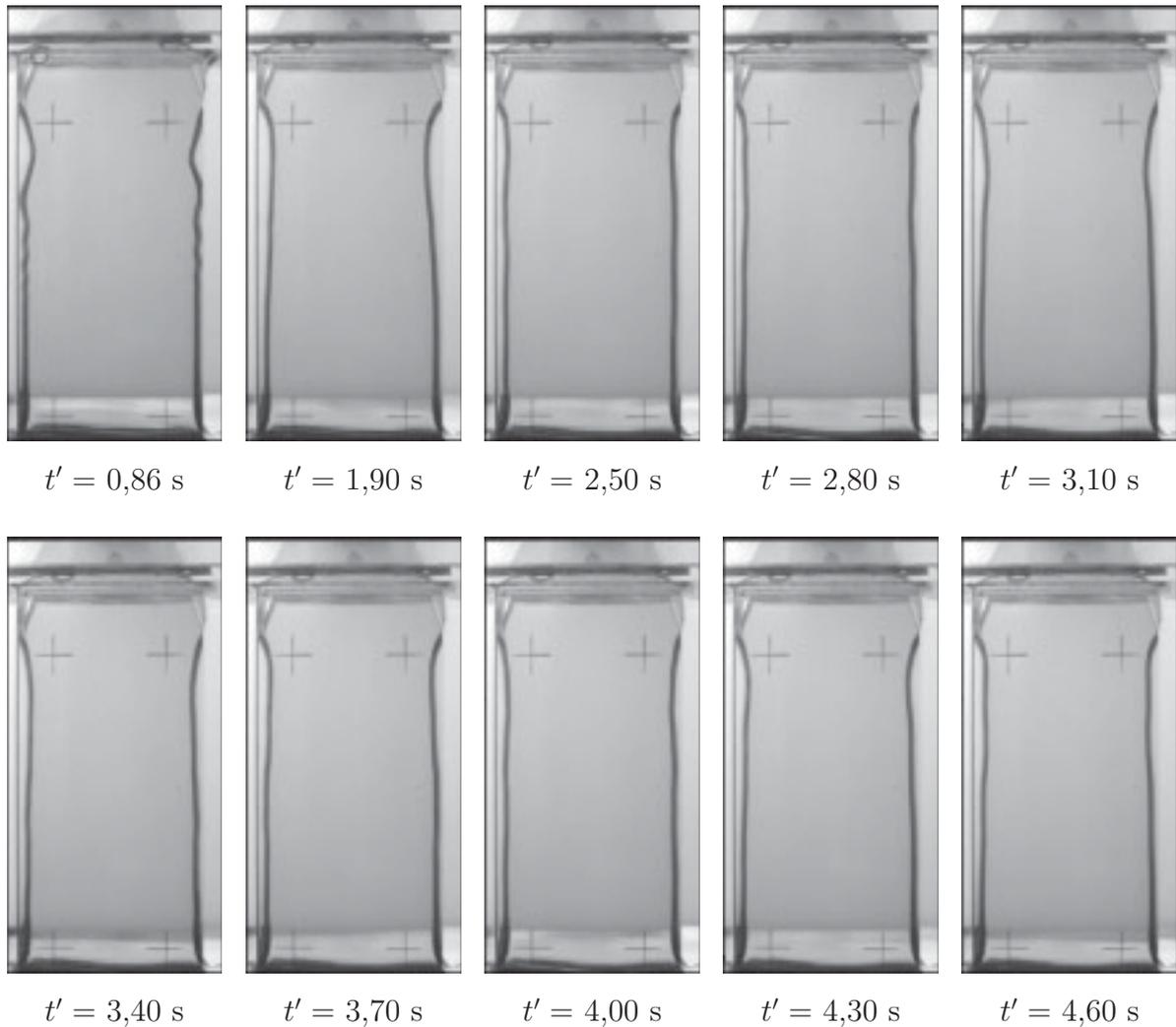
## 7.1 Experimentelle Beobachtungen

In den Experimenten im Fallturm und an Bord von TEXUS-37 werden hinsichtlich der Stabilität der Strömung im Wesentlichen die gleichen Beobachtungen gemacht. Bis zu einem bestimmten Grenzwert des Volumenstroms lässt sich eine stabile, einphasige Strömung etablieren, die nach Abklingen anfänglicher Störungen in einem gewissen Zeitintervall als quasistationär betrachtet werden kann. Beim Überschreiten dieses Grenzwertes kollabieren die freien Flüssigkeitsoberflächen. Gas bricht am Ende des Kanals über die Oberflächen ein, und man beobachtet eine instationäre, zweiphasige Strömung. Die beiden folgenden Abschnitte zeigen die wesentlichen Merkmale beider Strömungen. Aufgrund der Ähnlichkeit werden die grundlegenden Beobachtungen in den Fallturmexperimenten exemplarisch anhand der Experimentreihe DT-35a dargestellt. Es sei bemerkt, dass die Darstellung der instationären Strömung nur der Verdeutlichung des auftretenden Effekts beim Überschreiten der Grenze des Volumenstroms dient. Diese Strömung kann naturgemäß nicht im Rahmen des in dieser Arbeit hergeleiteten stationären Strömungsmodells beschrieben werden.

### 7.1.1 Quasistationäre Strömung

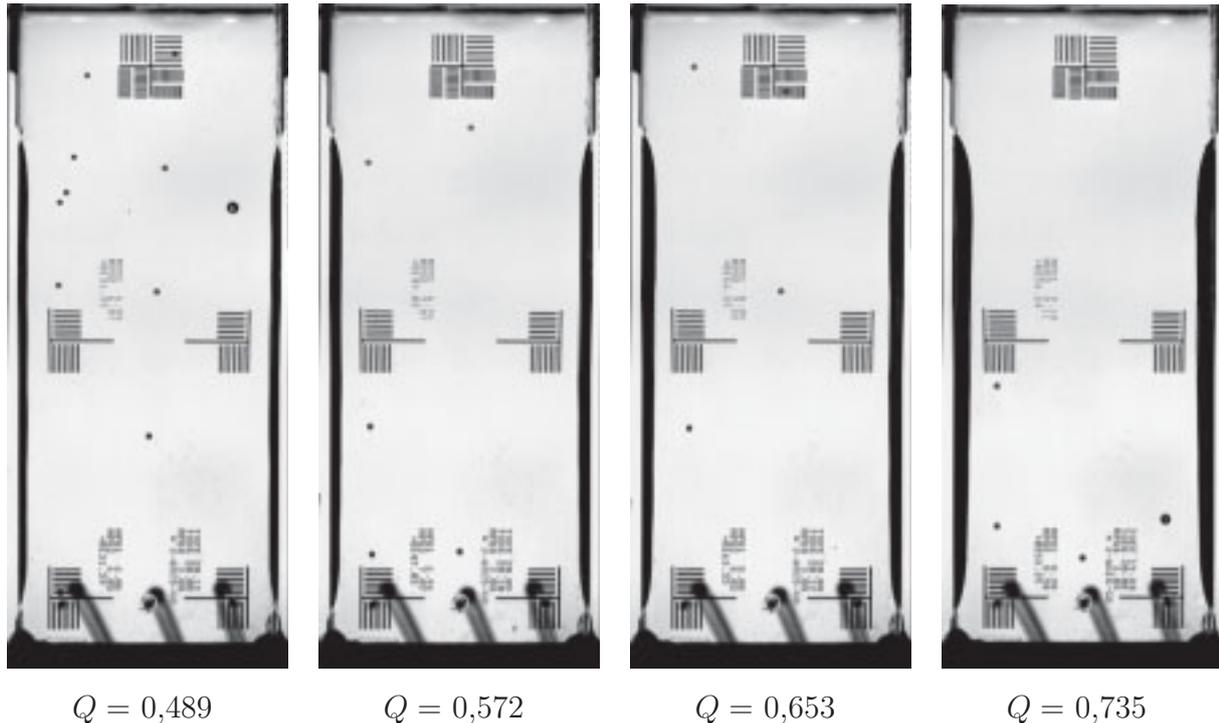
Das typische Erscheinungsbild der quasistationären Strömung nach dem Füllen des Kapillarkanals im Fallturmexperiment ist in Abb. 7.1 dargestellt. Bezogen auf Abb. 5.4 ist hier nur der Bildausschnitt zu erkennen, in dem der Kanal mit den beiden Oberflächen abgebildet ist. Der Vorgang des Füllens wurde bereits in Kapitel 6.3.1 an Abb. 6.6 diskutiert. Bedingt durch das Auftreffen des Meniskus auf den Saugkopf und das Schalten der Pumpe bei  $t'_p = 0,78$  s breiten sich zunächst Druckwellen in Richtung des Kanaleintritts aus, die an der „gekräuselten“ Oberfläche im Bild zur Zeit  $t' = 0,86$  s zu erkennen sind. Anschließend schnürt die Strömung aufgrund des in Kapitel 6.3.2 erläuterten Mechanismus symmetrisch ein (Bild  $t' = 1,90$  s). Nach dem Abklingen dieser Einschnürung bleibt die Strömung während der verbleibenden Experimentzeit stabil. Lediglich eine geringe Schwingung der Oberflächen ist zu beobachten, wie aus den Einzelbildern für die Zeiten von  $t' = 2,50$  s bis  $t' = 4,60$  s zu erkennen ist. Auffallend ist hierbei die Symmetrie der Oberflächenprofile bezüglich der Längsachse des Kanals. Wie bereits in Kapitel 6.3.2 dargestellt, resultiert die Schwingung der Oberflächen im Kanal im Wesentlichen aus der Reorientierung der Flüssigkeitsoberfläche im Flüssigkeitsbehälter, die während der Experimentzeit nicht abklingt. Infolge dessen oszilliert jeder Punkt der Oberflächen um seine Endlage, so dass die Strömung in diesem Zeitraum als Überlagerung einer zeitunabhängigen Grundströmung mit einer zeitabhängigen Störung aufgefasst und daher als quasistationär betrachtet werden kann.

Im Gegensatz zu den Fallturmexperimenten erscheinen die Flüssigkeitsoberflächen im TEXUS-Experiment deutlich ruhiger. Der Grund hierfür ist die stabile Flüssigkeitsober-



**Abbildung 7.1:** Quasistationäre Strömung im offenen Kapillarkanal des Fallturmexperiments DT-35a/3,  $Q = 0,771$ . Die Strömungsrichtung verläuft vom unteren zum oberen Bildrand. Die Oberflächen oszillieren geringfügig. Die Strömung ist stabil.

fläche im Ausgleichsrohr, die nach dem Abklingen der gedämpft harmonischen Schwingung der Oberflächen im Kanal infolge jeder Volumenstromänderung (vgl. Abb. 6.9) zu einer stationären Druckrandbedingung am Kanaleintritt führt. Da die Amplitude der durch die Zahnradpumpe verursachte überlagerte Wellenbewegung der Oberflächen vergleichsweise gering ist, können auch hier quasistationäre Bedingungen der Strömung angenommen werden. In Abb. 7.2 ist die beobachtete Strömung für verschiedene Volumenströme nach dem Abklingen der Oberflächenschwingung dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die Profile wie in den Fallturmexperimenten symmetrisch bezüglich der Längsachse des Kanals sind und ihre Breite bei festem Volumenstrom in Strömungsrichtung zunimmt. Ebenso nimmt die Breite der Profile mit zunehmendem Volumenstrom zu. Desweiteren sind in den Bildern die injizierten

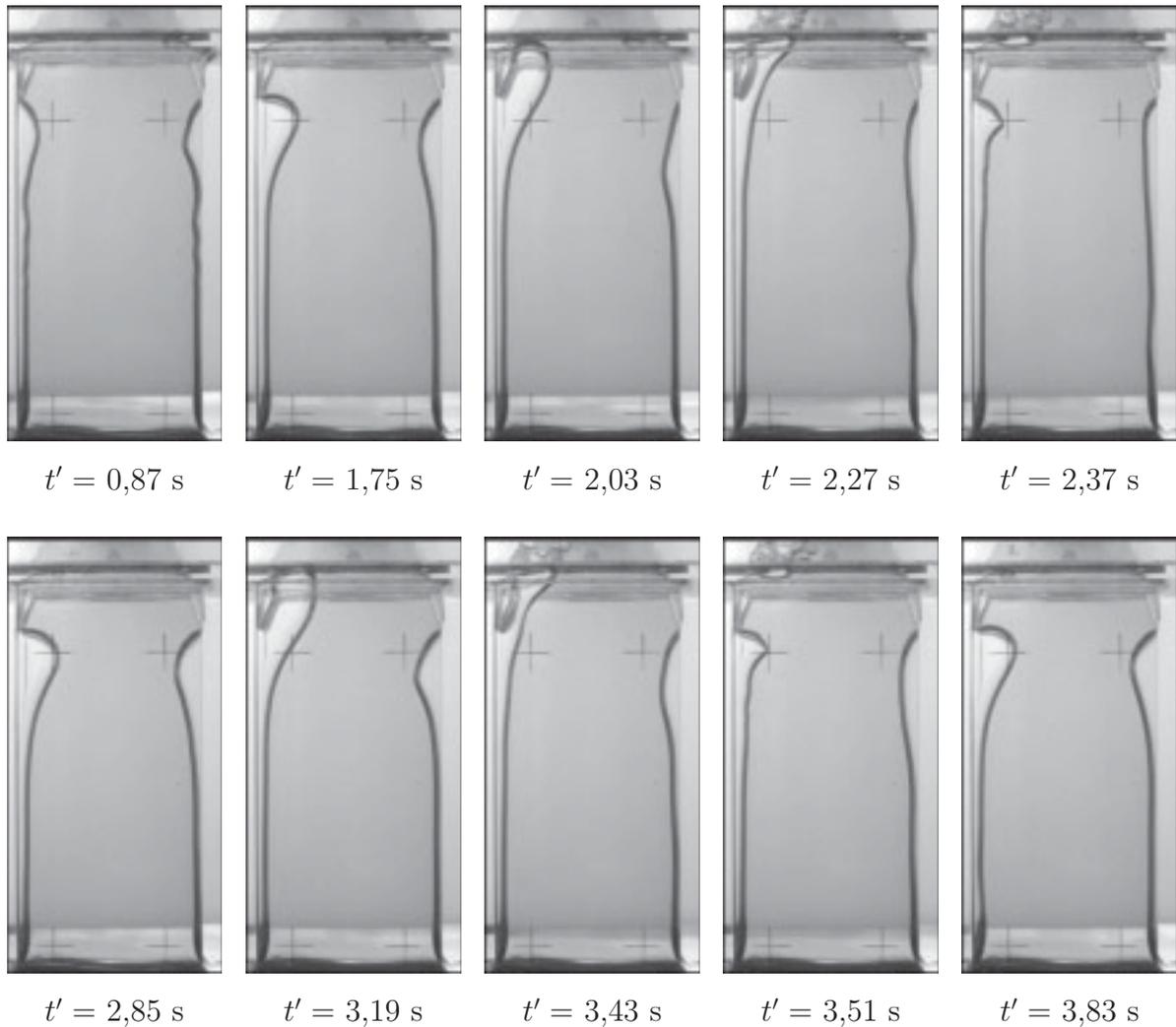


**Abbildung 7.2:** Quasistationäre Strömung im offenen Kapillarkanal des TEXUS-Experiments für verschiedene Volumenströme. Die Strömungsrichtung verläuft vom unteren zum oberen Bildrand. Die Profile der Oberflächen verbreitern sich längs des Strömungsweges und mit zunehmendem Volumenstrom.

Gasblasen zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit zu erkennen.

### 7.1.2 Instationäre Strömung

Das typische Erscheinungsbild der instationären Strömung in den Fallturmexperimenten ist in Abb. 7.3 abgebildet. Nach dem Füllen des Kanals beobachtet man zunächst – genau wie im stationären Fall – Wellen auf der Oberfläche, die in Richtung des Eintritts laufen (Bild  $t' = 0,87$  s). Anschließend schnürt sich die Strömung jedoch asymmetrisch ein (Bild  $t' = 1,75$  s), wobei sich einseitig ein Gaskanal bildet, der in den Auslass hinein reicht (Bild  $t' = 2,03$  s). Das Gas wird zunächst von dem im Saugkopf befindlichen Sieb zurückgehalten und verringert dort in zunehmendem Maße den Strömungsquerschnitt. Dabei erhöht sich die Druckdifferenz zwischen Vorder- und Rückseite des Siebes, so dass ein Gasdurchbruch erfolgt, sobald der Gasdurchbruchdruck („Bubble point“) des Siebes überschritten wird (Bild  $t' = 2,27$  s). Infolge des Gasdurchbruchs verengt sich der Gaskanal. Schließlich kollabiert er, und die Einschnürung bildet sich zurück (Bild  $t' = 2,37$  s). Wie die Bilder zu den Zeiten  $t' = 2,85$  s bis  $t' = 3,83$  s belegen, tritt der Effekt in dem hier betrachteten Ex-



**Abbildung 7.3:** Instationäre Strömung im offenen Kapillarkanal des Fallturmexperiments DT-35a/4,  $Q = 0,8$ . Nach dem Füllen des Kanals schnürt sich die Strömung ein, und Gas bricht einseitig über die Oberfläche durch. Der Vorgang ist periodisch.

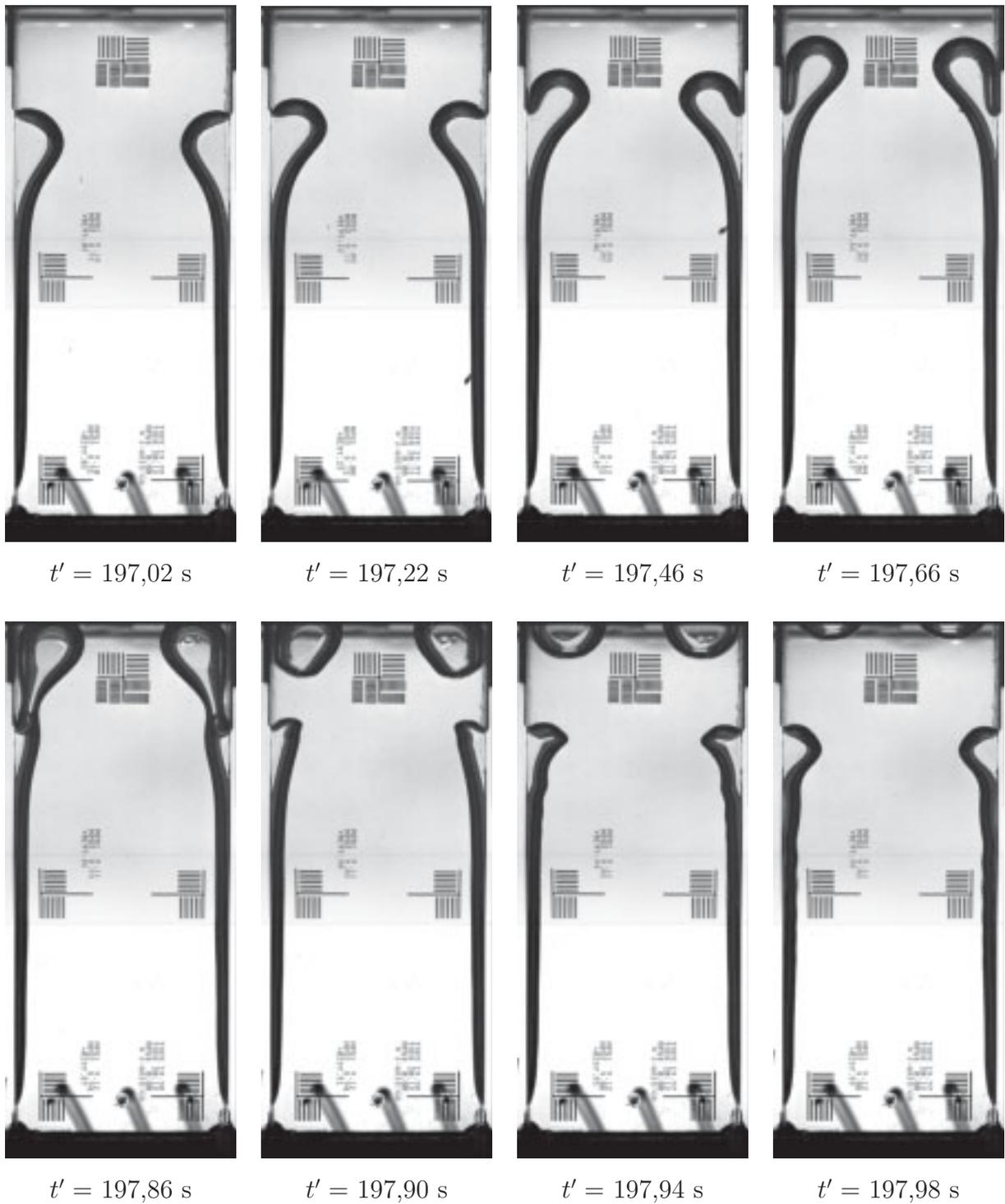
periment mit einer Frequenz von ca. 1 Hz periodisch auf. Bemerkenswert ist dabei, dass die Profile sehr gut reproduziert werden. Hierzu sei insbesondere auf die Bilder zu den Zeiten  $t' = 1,75$  s,  $t' = 2,85$  s und  $t' = 3,83$  s sowie  $t' = 2,37$  s und  $t' = 3,51$  s hingewiesen. Der Mechanismus des Gasdurchbruchs ist im Wesentlichen für alle Fallturmexperimente ähnlich. Die ermittelten Frequenzen sowie die Seite des Kanals, über die der Durchbruch erfolgte, sind in Tabelle C.1 in Anhang C aufgeführt. Es zeigt sich, dass die Frequenz des Gasdurchbruchs mit zunehmendem Volumenstrom zunimmt. Auch kann der Durchbruch über beide Oberflächen erfolgen.

Bei den Gasdurchbrüchen über beide Oberflächen wurden oszillierend wechselseitige, aber auch vollkommen symmetrische Durchbrüche beobachtet, wie beispielsweise im TEXUS-

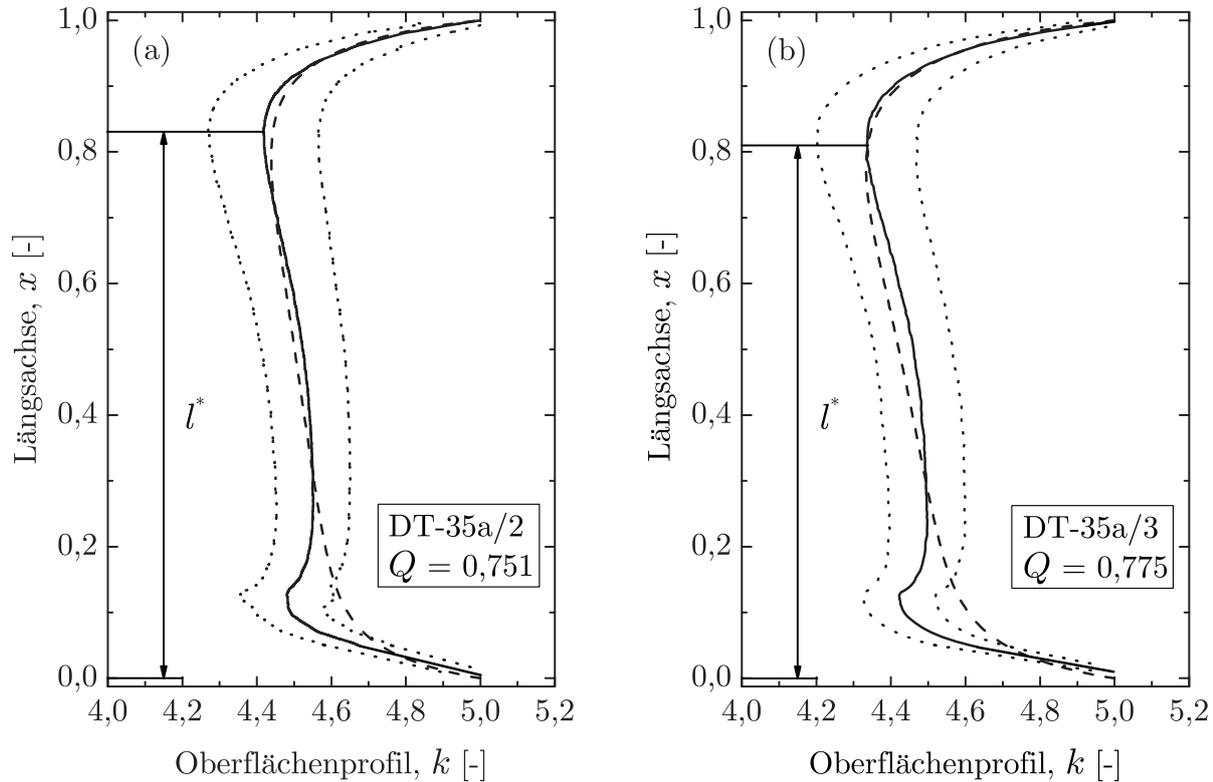
Experiment in Abb. 7.4. Die hier dargestellte instationäre Strömung stellte sich während der ersten Steigerung des Volumenstroms mit dem großen Inkrement ein. Ihr ging eine rund 6-prozentige Änderung des Volumenstroms der quasistationären Strömung bei  $t' = 194,62$  s voraus (siehe auch Abb. 5.10). Der Gaseinbruch erfolgt nach ähnlichem Prinzip wie in den Fallturmexperimenten. Die Oberflächen schnüren sich ein (Bild  $t' = 197,02$  s) und formen jeweils Gaskanäle (Bilder  $t' = 197,22$  s,  $t' = 197,46$  s). Diese bewegen sich in den Auslass hinein, wobei sich ihre Öffnungen zur umgebenden Gasphase in zunehmendem Maße verengen (Bilder  $t' = 197,66$  s,  $t' = 197,86$  s). Schließlich kollabieren die Kanäle, und es werden Gasblasen separiert, die sich mit der Strömung stromabwärts bewegen (Bilder  $t' = 197,90$  s bis  $t' = 197,98$  s). Auch dieser Vorgang ist periodisch. Die Symmetrie der Oberflächen bleibt zunächst für einen weiteren Gasdurchbruch erhalten. Danach bricht das Gas nur noch einseitig durch. Bemerkenswert ist, dass die Flüssigkeitsoberflächen während des Bildens der Gaskanäle stets am Auslass des Kanals haften bleiben (vgl. Bilder  $t' = 197,46$  s bis  $t' = 197,86$  s).

## 7.2 Verifikation des Strömungsmodells

Zur Verifikation des in Kapitel 3 aufgestellten Strömungsmodells der offenen Kapillarströmung werden die experimentellen Profile der Oberflächen mit den entsprechenden numerischen Ergebnissen verglichen. Die experimentellen Profile sind das Ergebnis der Kantenerkennung, der Anwendung der Transformation (6.12) auf die erkannten Profile aus Gl. (6.6), der Berücksichtigung der optischen Brechung durch Gl. (6.18) sowie der räumlichen und zeitlichen Mittelung gemäß Gl. (6.28). Letztere erfolgte entsprechend der Festlegung des Mittelungsintervalls in Kapitel 6.3.2. Die numerischen Profile sind Lösungen der Modellgleichungen (3.42) und (3.43), die mittels des numerischen Verfahrens nach Gl. (3.48) unter Berücksichtigung der Randbedingung (3.44) bis (3.47) bestimmt wurden. Dabei wurden für die geometrieabhängigen Randbedingungen der Fallturmexperimente  $k_0 = k_1 = \Lambda$  angenommen. Für das TEXUS-Experiment sind diese ebenso wie das numerische Verfahren leicht modifiziert, um die Flüssigkeitsmenisken außerhalb des Kanals auf den Seitenteilen berücksichtigen zu können. Die strömungsabhängigen Randbedingungen  $h_0$  und  $\beta_0$  basierten auf den Gleichungen (5.2) und (5.3). Die Rechnungen wurden für  $\text{Bo}_x = 0$  durchgeführt, da die BOND-Zahlen im Fallturm auf  $\text{Bo}_x \sim \mathcal{O}(10^{-4})$  bzw. auf  $\text{Bo}_x \sim \mathcal{O}(10^{-3})$  an Bord von TEXUS reduziert waren. Dem Vergleich der Profile geht zunächst die Charakterisierung der Profilmerkmale und die Diskussion der Reproduzierbarkeit der experimentellen Daten voraus. Neben den Profildaten stehen aus dem TEXUS-Experiment auch Geschwindigkeitsdaten der Strömung zur Verfügung, die aus den Bahnen der Gasblasen bestimmt werden konnten. Sie dienen der Verifikation des numerisch bestimmten Strömungsprofils längs des Kanals. Eine Übersicht über die in den Experimenten eingestellten Volumenströme zu den Parametern



**Abbildung 7.4:** Instationäre Strömung im offenen Kapillarkanal des TEXUS-Experiments,  $Q = 0,734$ . Die Strömungsrichtung verläuft vom unteren zum oberen Bildrand. Der Gasdurchbruch erfolgt periodisch über beide Oberflächen.



**Abbildung 7.5:** Oberflächenprofile des Fallturmexperiments DT-35a, — experimentelle Werte, ---- numerische Werte,  $\cdots$  Experimentfehler.  $\Lambda = 5$ ,  $\text{Oh} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$ . (a) DT-35a/2,  $Q = 0,751$ . (b) DT-35a/3,  $Q = 0,775$ .

aus Tabelle 5.1 sowie die Beobachtungen hinsichtlich der Stabilität der Oberflächen sind den Tabellen C.1 und C.3 in Anhang C zu entnehmen.

## 7.2.1 Oberflächenprofile der Fallturmexperimente

### 7.2.1.1 Profilerkmale

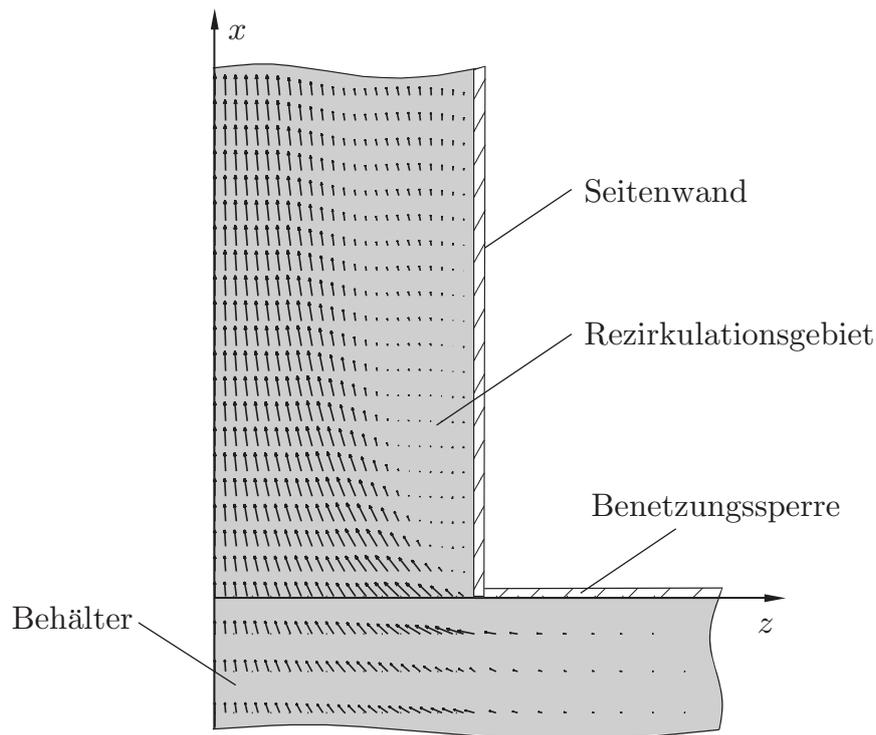
Die grundlegenden Profilerkmale aller in den Fallturmexperimenten beobachteten quasistationären Strömungen lassen sich anhand der Versuche DT-35a/2 ( $Q = 0,751$ ) und DT-35a/3 ( $Q = 0,775$ ) erläutern. Zu diesem Zweck sind in Abb. 7.5(a), (b) jeweils das experimentelle (—) und numerische Profil (----) sowie der Fehler der Profilauswertung ( $\cdots$ ) entsprechend Gl. (6.32) dargestellt.

Zunächst ist festzustellen, dass für das Profil  $k$  stets  $k \leq \Lambda$  gilt, woraus folgt, dass die Flüssigkeitsoberflächen der Strömung in den Kanal hinein gewölbt sind. Der Grund hierfür ist die Druckrandbedingung am Kanaleintritt  $p_0 = p_a - h_0$ , die durch den Umgebungsdruck  $p_a$  abzüglich des Krümmungsdrucks der Oberfläche und der Druckabnahme

längs des Strömungsweges im Flüssigkeitsbehälter, beide definiert durch  $h_0$ , bestimmt ist (vgl. Kapitel 5.5). Da nach Gl. (5.2) und Tabelle 5.2  $h_0 > 0$  ist, liegt wegen  $p_0 < p_a$  ein Unterdruck am Kanaleintritt an, so dass die Krümmung der Flüssigkeitsoberflächen positiv sein muss. Bedingt durch den konvektiven und dissipativen Term in der Impulsgleichung (3.42) ist längs des Kanals eine monotone Zunahme der Krümmung mit einer entsprechenden Verbreiterung der Profile und Verengung des Strömungsquerschnitts zu erwarten. Für das numerische Profil trifft dies bis zu dem Ort  $x = l^*$  zu, und der Strömungsquerschnitt erreicht dort ein Minimum<sup>1)</sup>. Dahinter erfolgt eine erzwungene Querschnittserweiterung infolge der Randbedingung am Kanalauslass,  $k(x = 1) = \Lambda$ , da die Flüssigkeitsoberflächen an den Keilen des Saugkopfes fixiert sind. Die relativ starke Querschnittsverengung am Kanaleintritt resultiert aus einer Verlagerung der Oberflächenkrümmung in der  $(x, z)$ -Ebene ( $R_2^{-1}$ ) auf den Krümmungsanteil in der  $(y, \hat{z})$ -Ebene ( $R_1^{-1}$ ). Aufgrund der Geschwindigkeitsabhängigkeit des konvektiven und dissipativen Terms der Gl. (3.42) führt eine Erhöhung des Volumenstroms zu einer Zunahme des Gradienten des statischen Drucks. Das Profil der Strömung mit dem höheren Volumenstrom in Abb. 7.5(b) ist daher gegenüber dem Profil der Strömung mit dem niedrigeren Volumenstrom in Abb. 7.5(a) verbreitert. Dabei zeigt sich, dass der Ort des engsten Strömungsquerschnitts für den höheren Volumenstrom stromaufwärts verschoben ist.

Abgesehen von der ausgeprägten lokalen Querschnittsverengung der Strömung am Kanaleintritt bei  $x \simeq 0,1$  – im Folgenden auch als Einschnürung bezeichnet – ähnelt die Form des experimentellen Profils der numerischen Lösung. Nahe des Ein- und Auslaufs treten stärkere Änderungen des Querschnitts auf, während der Bereich dazwischen von einer vergleichsweise moderaten Querschnittsverengung gekennzeichnet ist. Wie sich zeigen lässt, ist die Einschnürung der Strömung am Kanaleintritt auf die Bedingungen der Einströmung vom Flüssigkeitsbehälter in den Kanal zurückzuführen. Hierzu ist in Abb. 7.6 die Geschwindigkeitsverteilung in der Ebene  $y = 0$  dargestellt, die mittels der in Kapitel 5.5 erläuterten dreidimensionalen Modellrechnungen zum Gesamtsystems, bestehend aus dem Flüssigkeitsbehälter und einem seitlich geschlossenen Kanal, ermittelt wurde. Die Abbildung zeigt nur den relevanten Ausschnitt der Verteilung im Bereich  $z \geq 4,0$  und  $x \leq 0,2$ , aus dem zu erkennen ist, dass aufgrund seitlicher Einströmung ein Rezirkulationsgebiet im Einlaufbereich des Kanals ausgebildet ist. Da die Flüssigkeitsoberfläche stets aus den Druckverhältnissen zwischen der Strömung und der umgebenden Gasphase resultiert, ist die Ausbildung eines solchen Rezirkulationsgebietes in dem offenen Kapillarkanal nicht möglich, so dass es aufgrund der Querströmung zu der lokalen Einschnürung kommt. Desweiteren zeigt Abb. 7.6, dass unmittelbar hinter dem Rezirkulationsgebiet eine Ausrichtung der Strömung parallel zur Längsachse  $x$  erfolgt. Dabei nimmt die Geschwindigkeit in den seitlichen Randbereichen des Kanals zu, und es lässt sich zeigen, dass für  $x \gtrsim 0,4$  eine quasi-eindimensionale

<sup>1)</sup> Alle Größen am Ort des minimalen Strömungsquerschnitts werden im Folgenden mit \* gekennzeichnet.

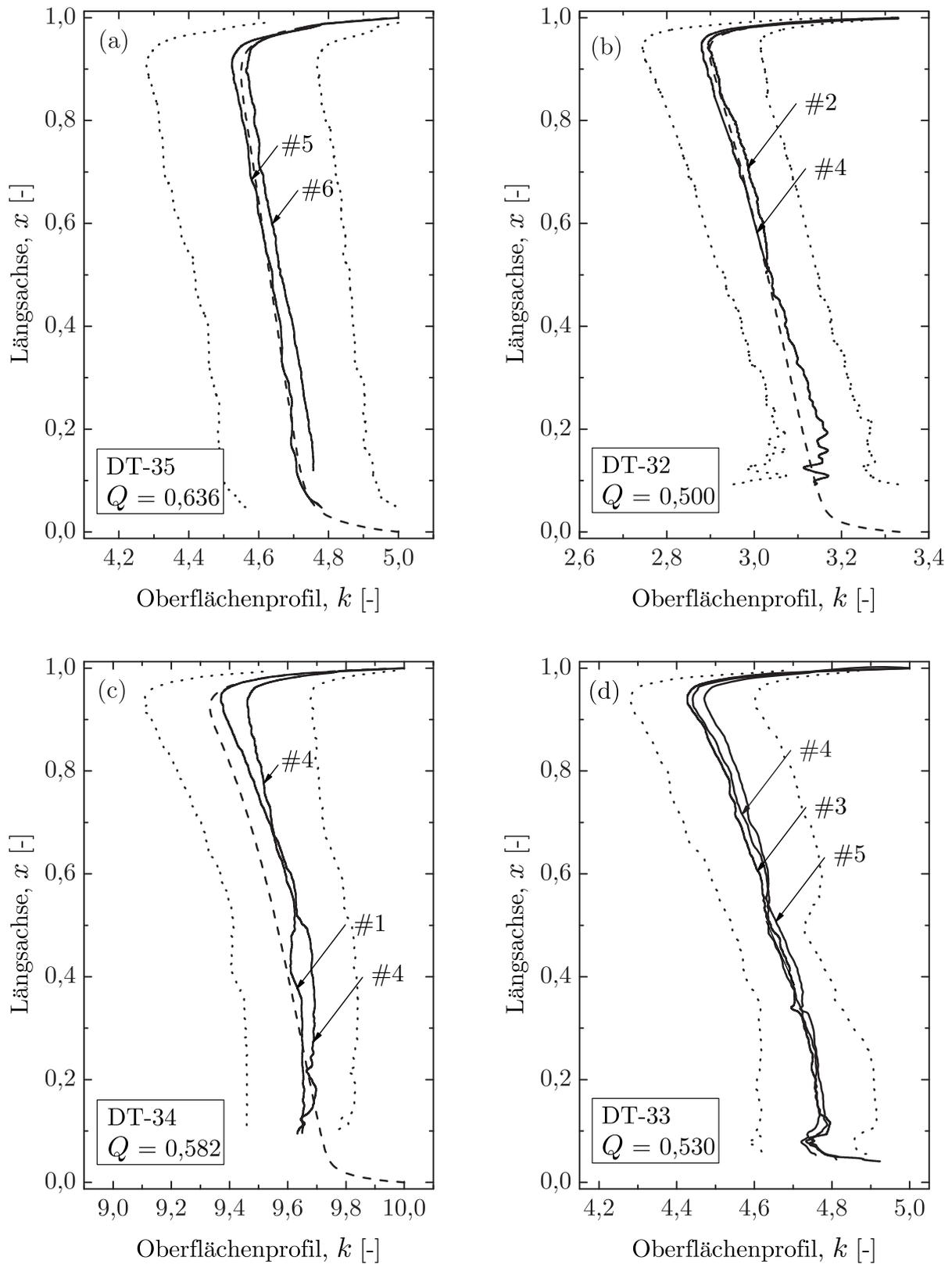


**Abbildung 7.6:** Geschwindigkeitsverteilung im Flüssigkeitsbehälter mit seitlich geschlossenem Kapillarkanal in der Ebene  $y = 0$  (Ausschnitt für  $z \geq 4,0$  und  $x \leq 0,2$ ), DT-35a,  $Q = 0,886$ . Aufgrund seitlicher Einströmung entsteht ein Rezirkulationsgebiet im Einlaufbereich des Kanals. Bei offenen Kanälen führt die seitliche Einströmung zur Einschnürung der Oberflächen.

Strömung im Kanal vorliegt. Ähnliche Strömungsverhältnisse sind auch für die Strömung mit freier Oberfläche zu erwarten.

Hinsichtlich der Auswertbarkeit und des Erscheinungsbildes der Profile wurden mit der Experimentreihe DT-35a die besten Ergebnisse erzielt. Dies war zum einen durch eine Verbesserung der Ausleuchtung des Kanals bedingt, mit der eine Erhöhung des Bildkontrastes insbesondere am Einlass erreicht werden konnte. Die Profildaten liegen daher über die gesamte Länge des Kanals vor. Zum anderen zeigte sich ein nahezu harmonisches Schwingungsverhalten der Oberflächen, das eine Mittelung über zwei Schwingungsperioden ermöglichte. Infolge dessen erscheinen die gemittelten Profile glatt.

Die qualitativen Unterschiede zu den übrigen Experimenten lassen sich anhand der Abbildungen 7.7 und 7.8 verdeutlichen, in denen eine Auswahl der Ergebnisse aus den Experimentreihen DT-35, DT-32, DT-34, DT-33 und DT-29 dargestellt sind. Im Hinblick auf die Diskussion der Reproduzierbarkeit sind in den Diagrammen der Abb. 7.7 bereits mehrere Profile zu gleichem Volumenstrom aufgetragen. Aufgrund der in Kapitel 6.2.5.2 erläuterten Einschränkungen der Profilerkennung fehlen für alle Experimente Profildaten im Einlaufbe-



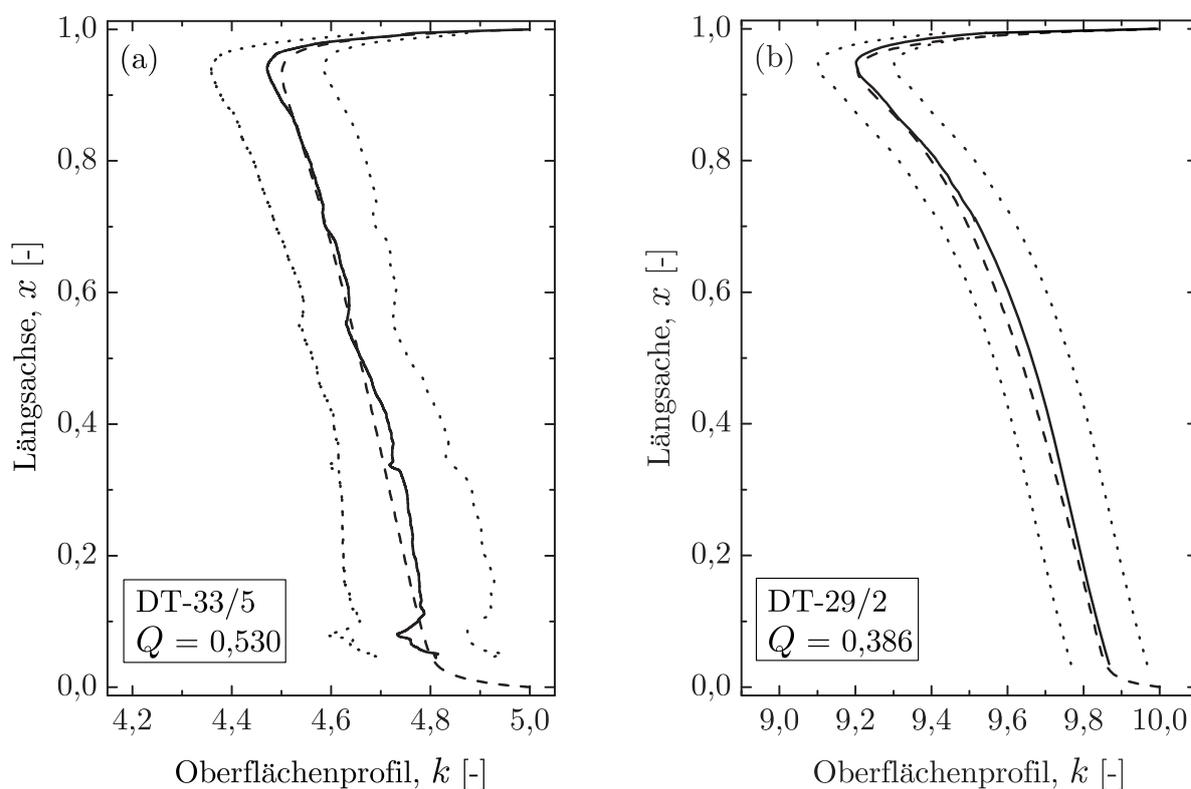
**Abbildung 7.7:** Oberflächenprofile der Fallturmexperimente, — experimentelle Werte, ---- numerische Werte, ... Experimentfehler. (a) DT-35,  $\Lambda = 5$ ,  $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{-3}$ ,  $Q = 0,636$ . (b) DT-32,  $\Lambda = 3,3$ ,  $\mathcal{L} = 1,52 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q = 0,5$ . (c) DT-34,  $\Lambda = 10$ ,  $\mathcal{L} = 1,53 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q = 0,582$ . (d) DT-33,  $\Lambda = 5$ ,  $\mathcal{L} = 1,56 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q = 0,530$ .

## 7 Ergebnisse und Diskussion

reich des Kanals. Der Datenverlust betrifft die Bereiche  $0 \leq x \lesssim 0,1$  in den Experimenten DT-32, DT-34, DT-35/6 und  $0 \leq x \lesssim 0,05$  in den Experimenten DT-29, DT-33, DT-35/5. Vereinzelt traten während der Experimente Schwankungen der Kontraststärke auf, so dass Punkte abseits des tatsächlichen Profils vom Kantenerkennungsalgorithmus detektiert wurden. Diese Bereiche lassen sich anhand der größeren Streuung des Profils und der damit verbundenen Zunahme des Fehlers identifizieren, wie in Abb. 7.7(b) im Bereich  $0,1 \lesssim x \lesssim 0,2$  zu erkennen ist.

Im Gegensatz zu DT-35a sind die Profile wesentlich stärker verrauscht. Die Ursache hierfür ist das Schwingungsverhalten der Oberflächen, auf das bereits in Kapitel 6.3.2 hingewiesen wurde. Die zeitliche Mittelung der Profildaten erfolgt über ein Intervall  $\tau$ , in dem – anders als bei DT-35a – keine harmonische Bewegung der Oberflächen festzustellen ist (siehe auch Abb. 6.8). Die Druckstörungen, die sich im Kanal ausbreiten, sind willkürlich angeregt, und da aufgrund der kurzen Experimentdauer das Mittelungsintervall zur Kompensation der Druckfluktuationen nicht ausreicht, wirkt sich deren Wellenbewegung direkt auf der Form der Profile aus. Je nach Länge des Mittelungsintervalls erscheinen diese wellig wie in den Abbildungen 7.7(a) und 7.7(d) oder weisen stärkere lokale Verformungen auf, wie in Abb. 7.7(c) zu erkennen ist. In diesem Zusammenhang muss allerdings auf die geringe Größe dieses Effektes hingewiesen werden. Der Versatz des Profils DT-34/1 auf der Länge  $0,36 < x < 0,4$  in Abb. 7.7(c) beispielsweise beträgt mit  $\Delta k = 0,04$  etwa 1,5 Pixel der Bildauflösung der Kamera. Prinzipiell lassen sich alle Profildaten in guter Näherung stückweise durch Polynome approximieren. Das Ergebnis einer solchen Approximation ist für das Experiment DT-29 zu demonstrativen Zwecken in Abb. 7.8(b) dargestellt. Für den Vergleich mit den numerischen Ergebnissen bringt sie jedoch keine entscheidenden Vorteile.

Trotz der etwas schlechteren Qualität der Profildaten lassen sich die anhand von DT-35 dargestellten grundlegenden Merkmale der Strömung identifizieren. Alle Strömungen weisen am Ein- und Austritt des Kanals eine ausgeprägte Querschnittsänderung auf, die mit einer starken Krümmung des Profils in Strömungsrichtung verbunden ist. Zwischen diesen beiden Bereichen verbreitert sich das Profil vergleichsweise moderat, wobei auf fällt, dass der Gradient  $dk/dx$  mit zunehmender Kennzahl  $\mathcal{L}$  zunimmt. Während in DT-35a ( $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$ ) die Verbreiterung des Profils gering ist (Abb. 7.5), ist in DT-29 ( $\mathcal{L} = 4,40 \cdot 10^{-2}$ ) das Minimum des Strömungsquerschnitts markant ausgebildet (Abb. 7.8(b)). Hinweise auf die Profilkrümmung im Bereich der Querschnittserweiterung am Eintritt erhält man aus den Experimenten DT-35/5 in Abb. 7.7(a) und DT-33 in Abb. 7.7(d). Bei der letzteren Experimentreihe ist auch die Einschnürung deutlich zu erkennen. Aus dem Vergleich mit Abb. 7.5 stellt man fest, dass der Einschnürung eine kurze Strecke folgt, entlang der die Breite der Profile nahezu unverändert bleibt. Dieser Trend ist auch für DT-34 in Abb. 7.7(c) zu erkennen, auch wenn hier Daten im Bereich der Einschnürung fehlen. Für die Experimentreihen DT-35, DT-32 und DT-29 scheint der Einfluss der seitlichen Einströmung gering zu sein, da keine nennenswerten



**Abbildung 7.8:** Oberflächenprofile der Fallturmexperimente, — experimentelle Werte, ---- numerische Werte,  $\cdots$  Experimentfehler. (a) DT-33/5,  $\Lambda = 5$ ,  $\text{Oh} = 1,94 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 1,56 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q = 0,530$ . (b) DT-29/2,  $\Lambda = 10$ ,  $\text{Oh} = 4,68 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 4,40 \cdot 10^{-2}$ ,  $Q = 0,386$ . Die Modellrechnungen wurden für  $\text{Oh} = 4,53 \cdot 10^{-3}$  und  $\mathcal{L} = 4,26 \cdot 10^{-2}$  durchgeführt.

Verformungen der Profile erkennbar sind. Die Form des Profils #4 in Abb. 7.7(b) im Bereich  $0,1 \leq x \lesssim 0,2$  ist kein Hinweis auf eine Querschnittsverengung, sondern allein auf Störungen bei der Profilerkennung zurückzuführen, was sich eindeutig anhand des Experimentvideos belegen lässt.

### 7.2.1.2 Reproduzierbarkeit

Um die Reproduzierbarkeit der Profile zu überprüfen, wurden für die Parametersätze DT-32, DT-34 und DT-35 jeweils zwei und für DT-33 vier Wiederholungsexperimente zu gleichem Volumenstrom und gleichen Randbedingungen (Füllstand im Flüssigkeitsbehälter, Temperatur, Reinheit der Anlage) durchgeführt. Die Wiederholungen sind insbesondere wichtig, um den Einfluss der Reorientierung der Flüssigkeitsoberflächen im Flüssigkeitsbehälter auf die Randbedingung am Kanals abschätzen zu können. Als Maß für die Reproduzierbarkeit dient hierbei die mittlere relative Krümmungsdifferenz  $\bar{\Delta h} = (\sum_{i=1}^N \Delta h_i / h_i) / N$ . Darin ist  $\Delta h_i = |h_1(x_i) - h_2(x_i)|$  die lokale Differenz zwischen den Krümmungen der Profile  $k_1$  und

## 7 Ergebnisse und Diskussion

$k_2$  am Ort  $x_i$ , und  $h_i = [h_1(x_i) + h_2(x_i)]/2$  definiert den lokalen Krümmungsmittelwert. Die Krümmung wurden mittels Gl. (3.26) und Gl. (3.28) bestimmt. Für die Experimentreihe DT-33 wurden die Profile mit der größten Abweichung längs des Kanals verwendet.

Wie die Abbildungen 7.7(a)-(d) zeigen, sind die experimentellen Profile abgesehen von der durch die Oberflächenschwingungen bedingten Welligkeit jeweils ähnlich. Die Profile der Versuche DT-35/5, DT-35/6 in Abb. 7.7(a) verlaufen bis zum engsten Querschnitt annähernd parallel und weisen im Bereich der Querschnittserweiterung die gleiche Krümmung auf. Da im Experiment DT-35/6 aufgrund der Wahl des Bildausschnittes nur eine Oberfläche der Auswertung zur Verfügung stand, ist das ausgewertete Profil um einen konstanten Wert zur Kante des Kanals verschoben. Dieser systematische Fehler resultiert aus der Bestimmung des Drehpunktes  $\hat{x}_p$  der Koordinatentransformation und wird bei der Mittelung beider Profile kompensiert (vgl. Kapitel 6.2.5.3). Infolge dessen ist die ermittelte mittlere Krümmungsdifferenz von  $\bar{\Delta}h = 7,6\%$  höher als ihr tatsächlicher Wert, den man unter Berücksichtigung beider Profile von DT-35/6 erhalten würde. Die Größe des systematischen Fehlers beträgt maximal 1 Pixel, was nach Tabelle C.8 einer Länge von  $\Delta z = 0,033$  entspricht. Wird das Profil, um den Einfluss dieses Fehlers abschätzen zu können, um diesen Wert zur Längsachse verschoben, reduziert sich die mittlere Differenz auf  $\bar{\Delta}h = 2,8\%$ .

Die Profile der Experimente DT-32/2, DT-32/4 in Abb. 7.7(b) zeigen eine ähnliche Tendenz wie die der Experimentreihe DT-35. Sie verlaufen bis zum engsten Querschnitt annähernd parallel und sind dahinter quasi deckungsgleich. Die mittlere Differenz der Krümmung beträgt  $\bar{\Delta}h = 3,9\%$ . Aufgrund des Ausfalls der unteren Kamera im Experiment DT-32/2 liegen für  $0 \leq x < 0,5$  keine Daten vor, so dass für diesen Bereich des Kanals keine Aussagen möglich sind.

Im Gegensatz zum Experiment DT-34/1 erfolgte bei der Wiederholung DT-34/4 ein einmaliger, einseitiger Gasdurchbruch. Die verbleibende Zeit reichte jedoch für eine zeitliche Mittelung aus, und das Profil hat tendenziell die gleiche Form wie das des Experiments DT-34/1, ist allerdings schmaler, wie aus Abb. 7.7(c) zu erkennen ist. Der Grund hierfür ist die kurze Mittelungsdauer infolge derer das erste Überschwingen der Gleichgewichtslage des Profils überbewertet wird. Es ist daher davon auszugehen, dass die mittlere Krümmungsdifferenz kleiner ist als der ermittelte Wert von  $\bar{\Delta}h = 6,8\%$ . Offensichtlich handelt es sich hierbei um ein Experiment, in dem die Strömung zwar instationär anläuft, aber nach einer gewissen Anlaufphase in einen quasistationären Zustand übergeht, der die gleichen Resultate liefert wie eine entsprechende Strömung ohne Gasdurchbruch. Dieser Kategorie lassen sich alle Experimente einordnen, bei denen nach Tabelle C.1 nur ein Gasdurchbruch beobachtet wurde. Allerdings reichte die Experimentzeit neben DT-34/4 nur noch bei DT-33/6 aus, um ein mit der Numerik vergleichbares Profil zu liefern. Die Ursachen dieses Effektes sind auf die instationären Randbedingungen am Kanalauslass beim Übergang von der kapillargetriebenen zur erzwungenen Strömung zurückzuführen und werden gesondert in Kapitel 7.3.3

diskutiert.

Aus Darstellungsgründen sind nur drei der vier reproduzierten Profile in Abb. 7.7(d) abgebildet (DT-33/3, DT-33/4, DT-33/5). Auch für diese Profile zeigt sich eine gute Übereinstimmung, und sie verdeutlichen, dass selbst die Einschnürung der Strömung infolge der seitlichen Einströmung am Kanaleintritt reproduzierbar ist. Die maximale mittlere Krümmungsdifferenz zwischen den Profilen beträgt  $\bar{\Delta h} = 1,9\%$  und liefert damit das beste Ergebnis.

Die Reproduzierbarkeit des Gasdurchbruchs wurde in den Versuchen #3, #4 zum Parametersatz DT-29 verifiziert (vgl. Tabelle C.1). Es zeigte sich, dass der Gasdurchbruch annähernd zur gleichen Zeit an der selben Seite des Kanals erfolgte. Auch der Vorgang des Blasenabrisses sowie das anschließende Schwingungsverhalten der Profile waren identisch.

Zusammenfassend lässt sich festzustellen, dass die Kapillarströmungen in den Fallturmexperimenten trotz der Oberflächenschwingungen gut reproduzierbar sind. Die durch die Reorientierung der Flüssigkeitsoberfläche im Behälter verursachte zeitabhängige Druckrandbedingung am Kanaleintritt führt zu einer mittleren Differenz der Krümmung von 1,9% und 3,9% für die Experimente DT-33 bzw. DT-32. Die Reproduzierbarkeit wird trotz der größeren Krümmungsdifferenzen zwischen den Profilen durch die Experimente DT-34 und DT-35 bestätigt, da diese geringer ausgefallen wären, wenn bei DT-34/4 die Mittelungsdauer länger und bei DT-35/6 das zweite Profil verfügbar gewesen wäre. Abschließend sei bemerkt, dass die lokale räumliche Differenz  $\Delta k$  zwischen zwei reproduzierten Profilen bezogen auf ihren Mittelwert  $\bar{k}$  für alle in den Abbildungen 7.7(a)-(d) dargestellten Profile nur wenige Promille beträgt ( $\Delta k/\bar{k} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ ).

### 7.2.1.3 Vergleich mit numerischen Ergebnissen

Generell lässt sich in den Abbildungen 7.5, 7.7(a)-(c) und 7.8 eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen feststellen. Ausgenommen hiervon sind jedoch die Einschnürungen der experimentellen Profile am Eintritt des Kanals, die aufgrund der Annahme einer eindimensionalen Strömung naturgemäß nicht durch das Strömungsmodell beschrieben werden können. Die numerischen Profile liegen stets innerhalb des experimentellen Fehlers, und insbesondere für die Profilkrümmungen im Bereich des engsten Strömungsquerschnitts erhält man gute Resultate. Bei der folgenden Diskussion der Einzelergebnisse wird zur quantitativen Bewertung der Übereinstimmung die relative Krümmungsdifferenz  $\Delta h^*/\bar{h}^*$  am Ort des engsten Strömungsquerschnitts betrachtet. Darin ist  $\Delta h^* = |h^{num}(l^*) - h^{exp}(l^*)|$  die Differenz zwischen den durch Gl. (3.26) und Gl. (3.28) bestimmten Krümmungen des numerischen und experimentellen Profils und  $\bar{h}^* = [h^{num}(l^*) + h^{exp}(l^*)]/2$  der Krümmungsmittelwert. Bezogen auf die zweite Hälfte des Kanals ( $0,5 < x \leq 1$ ), in der die Strömung stets als eindimensional betrachtet werden kann, treten infolge des Schwingungsverhaltens in der Regel am Ort des engsten Strömungsquerschnitts

## 7 Ergebnisse und Diskussion

die größten Abweichungen zu den numerischen Profilen auf.

Die beste Übereinstimmung zeigt sich für das Experiment DT-35/5 in Abb. 7.7(a), bei dem das experimentelle und numerische Profil auf der gesamten Länge des Kanals quasi kongruent sind. Wie bereits in Kapitel 7.2.1.1 festgestellt, wurden für DT-35 ebenso wie für DT-32 und DT-29 keine Einschnürung des Profils am Kanaleintritt beobachtet, so dass von einer im Wesentlichen eindimensionalen Strömung im Eintritt ausgegangen werden kann. Unter diesen Voraussetzungen stimmen das experimentelle und numerische Profil auch im Einlaufbereich überein. Diese Tendenz wird durch DT-35/6 bestätigt, auch wenn hier Daten zur Verifikation der Krümmung des Profils in Strömungsrichtung ( $R_2^{-1}$ ) im Bereich  $0,05 < x < 0,12$  fehlen. Verschiebt man das Profil aus den in Kapitel 7.2.1.2 genannten Gründen um  $\Delta k = 0,033$  (1 Pixel) zur Längsachse, sind alle drei Profile praktisch deckungsgleich. Die ermittelte maximale relative Krümmungsdifferenz beträgt  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 3,8\%$ .

Für das Experiment DT-32 erhält man ein vergleichbar gutes Ergebnis (Abb. 7.7(b)). Im oberen Bereich des Kanals werden beide experimentellen Profile gut durch die numerische Lösung wiedergegeben, und die Krümmungsdifferenz wurde mit  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 2,6\%$  bestimmt. Im Einlaufbereich des Kanals zeigt das Profil #4 den gleichen Trend, der bereits bei DT-35/6 zu beobachten war. Beide Profile sind hier schmaler als das numerische Ergebnis.

Bedingt durch die Einschnürung am Kanaleintritt sind die Profile der Experimente DT-33 (Abb. 7.8(a)), DT-34 (Abb. 7.7(c)) und DT-35a (Abb. 7.5) erst für  $x > 0,3$  bzw. für  $x > 0,5$  vergleichbar. Die relative Krümmungsdifferenz im engsten Querschnitt beträgt  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 1,9\%$ ,  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 3,4\%$  und  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 3,1\%$  für die Experimente DT-35a/2, DT-33/5 bzw. DT-34/1. Bei letzterem ist die Krümmungsdifferenz vermutlich niedriger, da bei den Versuchen DT-34 – ebenso wie bei DT-35/6 – aufgrund der Wahl des Kameraausschnitts nur ein Profil der Auswertung zu Verfügung stand. Transformiert man auch hier das Profil um  $\Delta k = 0,081$  (1 Pixel) zur Längsachse, reduziert sich der Fehler auf 1,5%.

Die Experimentreihe DT-29 zeichnet sich durch eine Besonderheit aus. Aus Abb. 7.8(b) ist zu erkennen, dass das gesamte experimentelle Profil des Versuchs DT-29/2 fast exakt durch die numerische Lösung wiedergegeben wird. Diese gute Übereinstimmung ergab sich jedoch erst nach einer Reduzierung der OHNESORGE-Zahl um 3,1%. Wird die numerische Rechnung mit dem nominellen Wert durchgeführt ( $Oh = 4,68 \cdot 10^{-3}$  nach Tabelle 5.1), ist das Profil verbreitert und der Ort des engsten Querschnitts zur Kanalmitte verschoben. Die relative Krümmungsdifferenz beträgt dann  $\Delta h^*/\bar{h}^* = 6,3\%$ . Da die Reduzierung der OHNESORGE-Zahl mit einer Reduzierung des Reibungseinflusses auf die Strömung einhergeht, nimmt der Gradient des statischen Drucks längs des Kanals ab. Infolge dessen verschmälert sich das numerische Profil, so dass sich eine Anpassung an das experimentelle Profil erreichen lässt. Die Ursache für die Abweichung zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen, die nur bei diesem Parametersatz in dieser Größe auftrat, ist vermutlich auf den relativ großen Fehler der OHNESORGE-Zahl von  $\pm 5,1\%$  (vgl. Tabelle C.5) zurückzuführen. Dieser

**Tabelle 7.1:** Experimentell und numerisch bestimmte Positionen des Oberflächenprofils am Ort des engsten Strömungsquerschnitts  $k^*(x = l^*)$  und in der Mitte des Kanals  $k_m$  der Fallturmexperimente.

Bez.	Q	Experimentelle Werte			Numerische Werte		
		$l^*$	$k^*$	$k_m$	$l^*$	$k^*$	$k_m$
35a/2	0,751	$0,830 \pm 0,100$	$4,418 \pm 0,148$	$4,523 \pm 0,110$	0,793	4,439	4,500
35a/3	0,775	$0,790 \pm 0,100$	$4,335 \pm 0,131$	$4,461 \pm 0,105$	0,777	4,352	4,434
35/4	0,624	$0,903 \pm 0,100$	$4,560 \pm 0,279$	$4,664 \pm 0,262$	0,923	4,573	4,648
35/5	0,636	$0,907 \pm 0,100$	$4,523 \pm 0,244$	$4,639 \pm 0,221$	0,920	4,550	4,631
35/6	0,636	$0,905 \pm 0,100$	$4,564 \pm 0,148$ $- 0,089$	$4,606 \pm 0,139$ $- 0,080$	0,920	4,550	4,631
35/7	0,659	$0,910 \pm 0,100$	$4,476 \pm 0,148$	$4,607 \pm 0,118$	0,920	4,450	4,595
32/2	0,500	$0,940 \pm 0,100$	$2,894 \pm 0,105$	$3,028 \pm 0,094$	0,970	2,897	3,030
32/4	0,500	$0,950 \pm 0,100$	$2,880 \pm 0,137$	$3,034 \pm 0,108$	0,970	2,897	3,030
34/1	0,582	$0,928 \pm 0,100$	$9,370 \pm 0,262$ $- 0,181$	$9,623 \pm 0,200$ $- 0,146$	0,986	9,319	9,563
34/4	0,582	$0,917 \pm 0,100$	$9,427 \pm 0,273$ $- 0,189$	$9,636 \pm 0,210$ $- 0,161$	0,986	9,319	9,563
33/2	0,530	$0,927 \pm 0,100$	$4,493 \pm 0,290$	$4,635 \pm 0,201$	0,933	4,501	4,657
33/3	0,530	$0,936 \pm 0,100$	$4,423 \pm 0,164$	$4,643 \pm 0,118$	0,933	4,501	4,657
33/4	0,530	$0,939 \pm 0,100$	$4,441 \pm 0,161$	$4,636 \pm 0,147$	0,933	4,501	4,657
33/5	0,530	$0,941 \pm 0,100$	$4,471 \pm 0,112$	$4,667 \pm 0,097$	0,933	4,501	4,657
33/6	0,559	$0,960 \pm 0,100$	$4,349 \pm 0,156$	$4,593 \pm 0,133$	0,930	4,417	4,614
29/1	0,353	$0,940 \pm 0,100$	$9,324 \pm 0,200$	$9,726 \pm 0,180$	0,941	9,345	9,710
29/2	0,386	$0,954 \pm 0,100$	$9,202 \pm 0,140$	$9,664 \pm 0,101$	0,935	9,205	9,634

resultiert aus dem größeren Messfehler bei der Bestimmung der kinematischen Viskosität der Testflüssigkeit FC-77 (siehe auch Tabelle 6.2), die nur zur Realisierung dieses Parametersatzes verwendet wurde. Überdies ist die Abweichung systematisch, da man durch eine Reduzierung der OHNESORGE-Zahl um den gleichen Wert auch für das Experiment DT-29/1 eine gleich gute Übereinstimmung zwischen den Profilen erhält wie für DT-29/2.

Da nicht alle Profile im Rahmen dieser Arbeit dargestellt werden können, sind zum Vergleich zwischen Experiment und Numerik in Tabelle 7.1 die Profildaten für den engsten Querschnitt  $k^*$  und die Mitte des Kanals  $k_m = k(x = 0,5)$  angegeben. Aufgrund des Schwingungsverhaltens der Oberflächen ist bekannt, dass bei  $x \simeq 0,5$  in der Regel die minimale Abweichung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen auftritt, so dass die allgemeine Übereinstimmung beider Profile anhand dieser beiden Größen verifiziert werden kann. Wie sich anhand der Tabelle nachvollziehen lässt, gilt für die relativen Differenzen zwischen den experimentellen und numerischen Profilen aller Experimente

## 7 Ergebnisse und Diskussion

$0,2\% \leq \Delta k^*/\bar{k}^*$  und  $\Delta k_m/\bar{k}_m \leq 1,7\%$ . Die Definition der Größen  $\Delta k^*/\bar{k}^*$  und  $\Delta k_m/\bar{k}_m$  ist analog zu  $\Delta h^*/\bar{h}^*$ . Nach Berechnung der Krümmung  $h$  mittels Gl. (3.26) und Gl. (3.28) zeigt, dass die maximal auftretende relative Krümmungsdifferenz 8% beträgt. Ausgenommen hiervon sind die Ergebnisse der Experimente DT-34/1 und DT-34/4. Da hier jeweils nur ein Profil ausgewertet werden konnte, führt der größerer systematische Fehler zu einer Erhöhung der relativen Krümmungsdifferenz auf  $\Delta h_m/\bar{h}_m = 13\%$ .

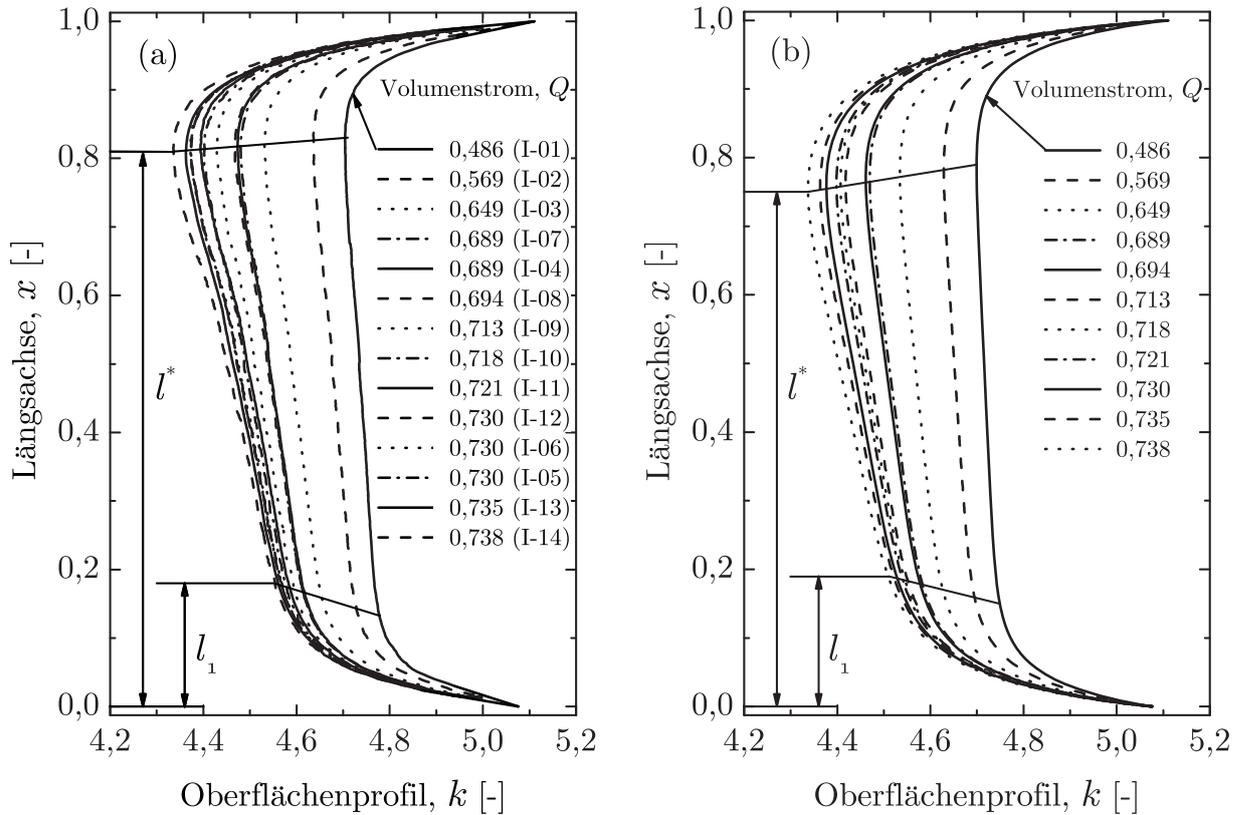
Somit lässt sich abschließend feststellen, dass das aufgestellte Strömungsmodell geeignet ist, um die offene Kapillarströmungen in einem Kanal aus parallelen Platten zu beschreiben. Für die untersuchten Parameter innerhalb des Kennzahlbereiches  $3,3 \leq \Lambda \leq 10$ ,  $1,5 \cdot 10^{-3} \leq \text{Oh} \leq 4,68 \cdot 10^{-3}$  und  $3,5 \cdot 10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 4,4 \cdot 10^{-2}$  werden die experimentellen Profile mit Ausnahme der durch die Einströmung bedingten Einschnürungen am Kanaleintritt gut durch die numerischen Lösungen approximiert. Dabei tritt eine Abweichung von maximal 1,7% zwischen den experimentellen und numerischen Profilen auf. Die maximale Krümmungsdifferenz beträgt 8%.

### 7.2.2 Oberflächenprofile und Geschwindigkeitsmessungen des TEXUS-Experiments

#### 7.2.2.1 Profilverkmale und Reproduzierbarkeit

In Abb. 7.9(a) sind alle ausgewerteten Profile der Oberflächen zu den verschiedenen Volumenströmen im TEXUS-Experiment dargestellt. Die Bezeichnungen der Profile beziehen sich auf die in Tabelle C.3 angegebenen zeitlichen Intervalle, innerhalb derer die Profilmittelwertbildung über ein ganzzahliges Vielfaches der Schwingungsperioden vorgenommen wurde und geben die chronologische Folge der Volumenströme an. Die entsprechenden Lösungen des numerischen Modells sind Abb. 7.9(b) zu entnehmen. Um die aus dem Kanal ausgetretene Flüssigkeit auf den Seitenteilen berücksichtigen zu können, wurden zur Lösung der Modellgleichungen die geometrieabhängigen Randbedingungen (3.44) und (3.45) geringfügig geändert. Zwar ist das Flüssigkeitsvolumen sehr gering, dennoch führt es bei der für die  $z$ -Achse gewählten Skalierung zu einer merklichen Änderung der Profilkrümmung. Daher wurden jeweils für den ersten und letzten Punkt des Rechengitters die Breite der Seitenteile zur Kanalbreite addiert, so dass sich für die Randbedingungen  $k_0 = 5,076$  und  $k_1 = 5,11$  anstelle von  $k_0 = k_1 = \Lambda = 5$  ergibt. Für den Eintrittsquerschnitt wurde weiterhin  $A_0 = ab$  vorausgesetzt, und für alle übrigen Stützstellen der Modellrechnungen galt  $k \leq \Lambda$ . Diese Modifizierung hat keinen nennenswerten Einfluss auf den kritischen Volumenstrom.

Im Gegensatz zu den Fallturmexperimenten sind die Oberflächenprofile weitgehend störungsfrei und weisen unmittelbar nach dem Kanaleintritt keine Einschnürung auf (Abb. 7.9(a)). Dies ist auf die Einlassrandbedingungen der Strömung am Kanaleintritt



**Abbildung 7.9:** Oberflächenprofile des TEXUS-Experiments als Funktion des Volumenstroms.  $\Lambda = 5$ ,  $\text{Oh} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 3,5 \cdot 10^{-3}$ . (a) Experimentelle Profile. (b) Numerische Lösungen.

zurückzuführen, die gegenüber den Fallturmexperimenten wesentlich verbessert wurden. Durch die Reduzierung der relativ großen Flüssigkeitsoberfläche im Flüssigkeitsbehälter der Fallturmexperimente auf die vergleichsweise geringe Oberfläche im Ausgleichsrohr, konnten die Störungen der Druckrandbedingung  $p_0$  am Kanaleintritt minimiert werden. Bereits während des Füllens des Ausgleichsrohres stellte sich im Ausgleichsrohr ein stabiler Meniskus ein (vgl. Abb. 6.10, 6.11(b)), dessen Form in allen Experimentphasen selbst bei Prozeduren wie dem Entleeren des Ausgleichsrohres nahezu unverändert blieb. Das in Kapitel 6.3.2 beschriebene harmonische Schwingungsverhalten der Profile nach jedem Erhöhen des Volumenstroms ist daher allein auf den Einstellvorgang der Strömung auf die geänderte Randbedingung zurückzuführen. Da alle Punkte der Oberflächen quasi phasengleich schwingen und nach dem Abklingen der Schwingung stets über ein ganzzahliges Vielfaches der Schwingungsdauer gemittelt wird, kompensieren sich die entgegengesetzten Auslenkungen der Profile, und man erhält daher eine sehr gute Approximation der stationären Profile. Diese ist im Vergleich zu den Profilen aus den Fallturmexperimenten glatt, da der Einfluss der Oberflächenschwingung durch die Mittelung vollständig verschwindet.

## 7 Ergebnisse und Diskussion

Die in den Fallturmexperimenten aufgetretene Einschnürung der Oberfläche am Kanaleintritt konnte durch die Düse, über die die Flüssigkeit in den Kanal einströmt, vermieden werden. Wie anhand der Modellrechnungen in Kapitel 5.5 gezeigt wurde, wird durch ihre optimierte Form eine Minimierung der Querkomponenten und eine Ausrichtung der Hauptströmung am Einlass in den offenen Kanal parallel zu Längsachse erreicht (vgl. Abb. 5.13). Dieses numerische Ergebnis wird durch die Experimente bestätigt, da die Formen der experimentellen Profile insbesondere im Einlaufbereich offensichtlich mit den numerischen Lösungen übereinstimmen (Abb. 7.9). Die Grundannahme einer eindimensionalen Strömung für das Strömungsmodell ist daher für das TEXUS-Experiment in besonderem Maß erfüllt. Durch das Abdecken des Spalts mittels der Seitenteile (siehe auch Abb. 5.8) ließ sich ein Austreten von Flüssigkeit aus dem Kanal verhindern. Im Gegensatz zu den Fallturmexperimenten, bei denen die Flüssigkeit die Oberseite der Benetzungssperre ungehindert benetzen konnte, war die Bildung eines Meniskus auf dem Sockel hier nicht möglich. Die Flüssigkeit benetzte lediglich die Oberseite des schmalen Seitenteils (vgl. Abb. 5.9(a)), so dass die Strömung exakt definierten Randbedingungen unterlag.

Die grundlegenden Profilverkmale in Abb. 7.9 sind im Wesentlichen identisch zu denen der Fallturmexperimente<sup>2)</sup>. Da nach Gl. (5.2) und Tabelle 5.2  $h_0 > 0$  ist, liegt auch für das TEXUS-Experiment wegen  $p_0 = p_a - h_0 < p_a$  ein Unterdruck am Kanaleintritt an, so dass die Flüssigkeitsoberflächen in den Spalt hinein gewölbt sind und abgesehen von den benetzten Seitenteilen längs des Kanals stets  $k \leq \Lambda = 5$  gilt. Aufgrund der Abnahme des statischen Drucks infolge von Reibungsverlusten und konvektiver Beschleunigung nimmt die Breite der Profile in Strömungsrichtung zu und der Strömungsquerschnitt erreicht am Ort  $x = l^*$  ein Minimum. Die anschließende Querschnittserweiterung ist durch die Randbedingung der Strömung am Saugkopf erzwungen. Ebenso resultiert die Querschnittsverengung am Kanaleintritt aus einer Verlagerung des Krümmungsanteils in Strömungsrichtung ( $R_2^{-1}$ ) auf den Anteil der Krümmung in der  $(y, \hat{z})$ -Ebene ( $R_1^{-1}$ ). Anders als in den Fallturmexperimenten lässt sich hier der Ort  $x = l_1$  bestimmen, bis zu dem der Anteil von  $R_2^{-1}$  mehr als 10% der Gesamtkrümmung beträgt. Mit zunehmendem Volumenstrom verbreitern sich die Profile. Die Orte  $l_1$  und  $l^*$  verschieben sich dabei zur Mitte des Kanals, und die Ausdehnungen der Bereiche der Querschnittsänderungen an Ein- und Auslauf nehmen zu.

Auch hinsichtlich der Reproduzierbarkeit wurden mit diesem Experiment sehr gute Resultate erzielt. Wie der Vergleich der Intervalle I-04 und I-07 (beide bei  $Q = 0,689$ ) sowie I-05, I-06 und I-12 (alle bei  $Q = 0,730$ ) in Abb. 7.9(a) zeigt, ist die Strömung in hohem Maße reproduzierbar. Die maximale Krümmungsdifferenz zwischen den Profilen beträgt 0,8% für die ersteren und 0,3% für die letzteren Intervalle. Diese Werte sind deutlich niedriger als die in den Fallturmexperimenten erreichten und demonstrieren zum einen die Stationarität

---

<sup>2)</sup> Ein direkter Vergleich mit DT-35a in Abb. 7.5 ist möglich, da die Kennzahlen beider Experimente praktisch identisch sind.

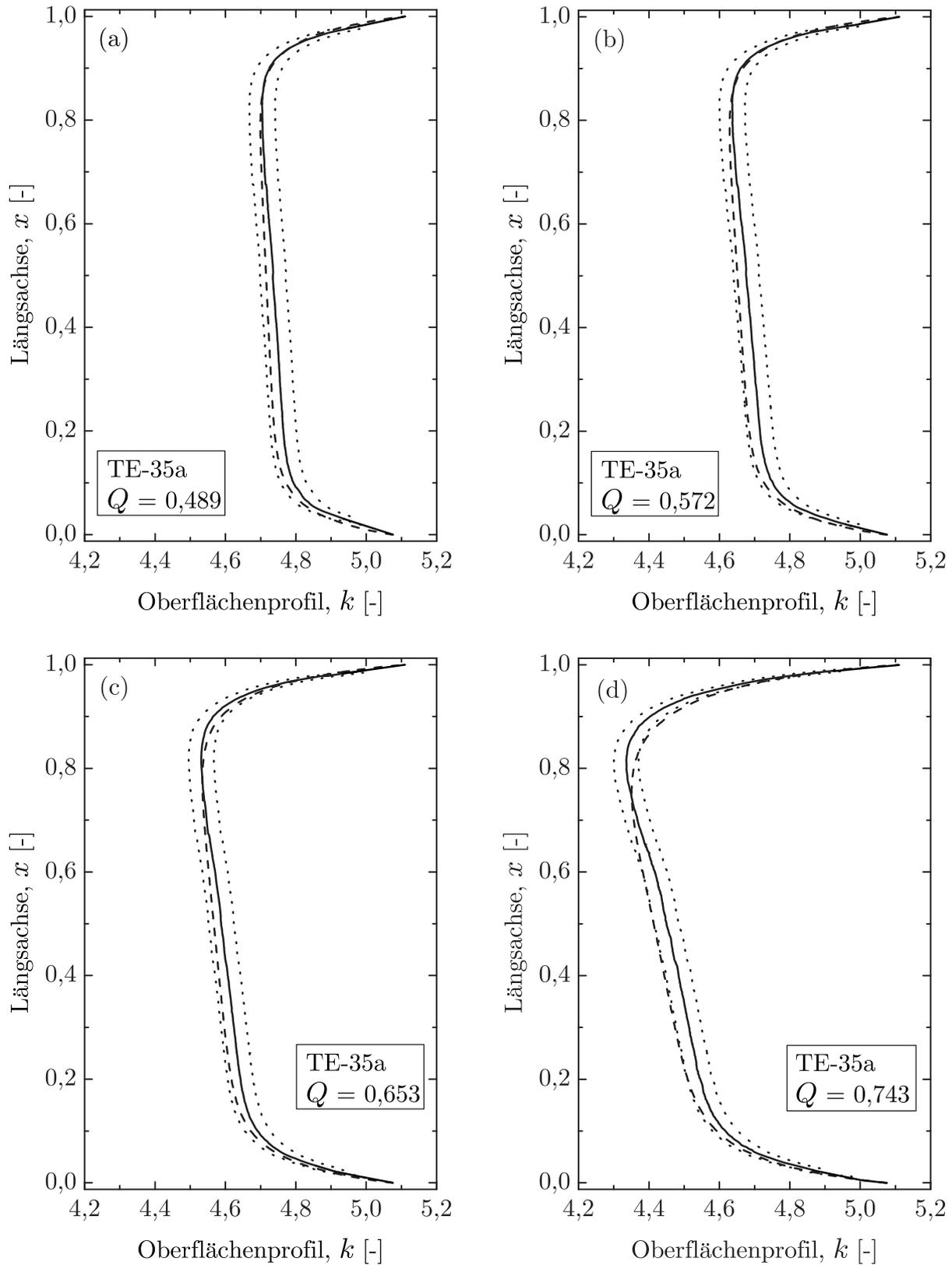
der Druckrandbedingung  $p_0$  und zum anderen die Güte der zeitlichen Mittelwertbildung der Profile. Desweiteren bildete der Meniskus im Ausgleichsrohr aufgrund der guten Benetzungseigenschaften der verwendeten Flüssigkeit HMDS stets eine Kugelkalotte aus, so dass sich nach jeder Entleerungsprozedur immer identische Druckrandbedingungen am Kanaleintritt einstellten. Dies ist durch die Daten der Intervalle I-05 und I-06 belegt, die die Profile vor und nach dem Entleeren des Ausgleichsrohres zeigen.

### 7.2.2.2 Vergleich mit numerischen Ergebnissen

Um Experiment und Numerik im Detail vergleichen zu können, sind in den Abbildungen 7.10(a)-(d) die Profile für vier in etwa gleichabständige Volumenströme zwischen dem kleinsten ( $Q = 0,489$ ) und größten ( $Q = 0,743$ ) im Experiment realisierten Wert dargestellt. Insgesamt ist eine gute Übereinstimmung zwischen den Formen der experimentellen und numerischen Profile festzustellen. Letztere variieren lediglich innerhalb des experimentellen Fehlers von  $\Delta k \leq 0,04$ .

Aus den Abbildungen 7.10(a), (b) ist zu erkennen, dass für die niedrigen Volumenströme beide Profile im Auslaufbereich des Kanals ( $x > l^*$ ) nahezu kongruent sind und merkliche Abweichungen nur längs des Strömungsweges  $x < l^*$  auftreten. Für die höheren Volumenströme zeigen die Abbildungen 7.10(c), (d) eine Zunahme der Abweichungen auch im Auslaufbereich, wo auch eine Verschiebung der Orte des engsten Strömungsquerschnitts festzustellen ist. Die Ursache der Ortsverschiebung ist vermutlich auf die Trägheit der realen Strömung zurückzuführen, infolge derer im Bereich der Querschnittserweiterung – entgegen den Modellannahmen – kein quasi-instanter Druckausgleich quer zur Strömungsrichtung erfolgt. Unter diesen Umständen liegt sowohl im Bereich der Querschnittserweiterung als auch im Einlaufbereich des Saugkopfes keine homogene Verteilung des statischen Drucks über den Strömungsquerschnitt vor, und es sind ähnlich wie bei einer plötzlichen Querschnittserweiterung in Rohrströmungen Rezirkulationsgebiete seitlich der Kernströmung zu vermuten. Hinweise hierauf liefern die Bahnen vereinzelter, als Tracer wirkende Verunreinigungen der Testflüssigkeit im Experimentvideo, die eine Rückströmung hinter den gekrümmten Oberflächen in den Bereichen  $|k^* < z < \Lambda|$  erkennen lassen. Zwar lässt sich die experimentelle Strömung in diesem Bereich ohne Einschränkung als quasi-eindimensional behandeln, die Druckverluste sind jedoch höher als im Modell angenommen, so dass das experimentelle Profil stärker gekrümmt ist als die numerische Lösung. Da die Oberflächen an den Seiten des Saugkopfes fixiert sind, ist die Zunahme der Krümmung mit einer Verschiebung des engsten Querschnitts stromabwärts verbunden. Für den übrigen Strömungsweg zwischen Kanaleintritt und dem durch die numerische Lösung vorgegebenen Ort des Querschnittsminimums beobachtet man dagegen, dass die Krümmungen der experimentellen und numerischen Profile unabhängig vom Volumenstrom stets vergleichbar sind und die Profile eine ähnliche Form

7 Ergebnisse und Diskussion



**Abbildung 7.10:** Oberflächenprofile des TEXUS-Experiments, — experimentelle Werte, ---- numerische Werte, ... Experimentfehler.  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 3,5 \cdot 10^{-3}$ . (a)  $Q = 0,489$ . (b)  $Q = 0,572$ . (c)  $Q = 0,653$ . (d)  $Q = 0,743$ .

**Tabelle 7.2:** Experimentell und numerisch ermittelte Positionen  $k^*$  und  $k_1$  an den Orten  $x = l^*$  bzw.  $x = l_1$  in Abhängigkeit vom Volumenstrom im TEXUS-Experiment. Der Fehler der Ortsauflösung längs des Kanals beträgt  $\Delta x = \pm 0,002$ . Der Beginn der Profilauswertung innerhalb der in Tabelle C.3 angegebenen Intervalle ist durch  $t'$  definiert.

Bez.	$t'$ [s]	$Q$	Experimentelle Werte			Numerische Werte		
			$l^*$	$k^*$	$k_1$	$l^*$	$k^*$	$k_1$
I-01	128,65	0,489	0,825	$4,704 \pm 0,036$	$4,778 \pm 0,037$	0,783	4,696	4,749
I-02	144,09	0,572	0,832	$4,636 \pm 0,036$	$4,719 \pm 0,036$	0,783	4,628	4,695
I-03	159,43	0,653	0,815	$4,531 \pm 0,036$	$4,655 \pm 0,036$	0,773	4,531	4,627
I-07	278,50	0,693	0,815	$4,479 \pm 0,036$	$4,618 \pm 0,036$	0,767	4,465	4,584
I-04	237,08	0,693	0,817	$4,473 \pm 0,036$	$4,616 \pm 0,036$	0,767	4,465	4,584
I-08	288,76	0,698	0,797	$4,468 \pm 0,036$	$4,613 \pm 0,036$	0,767	4,456	4,578
I-09	338,73	0,718	0,809	$4,429 \pm 0,035$	$4,592 \pm 0,036$	0,763	4,412	4,552
I-10	351,53	0,722	0,806	$4,401 \pm 0,035$	$4,586 \pm 0,036$	0,760	4,401	4,546
I-11	369,75	0,726	0,816	$4,394 \pm 0,035$	$4,579 \pm 0,036$	0,760	4,392	4,540
I-12	383,41	0,735	0,809	$4,374 \pm 0,035$	$4,570 \pm 0,036$	0,757	4,367	4,530
I-06	273,56	0,735	0,815	$4,371 \pm 0,035$	$4,570 \pm 0,036$	0,757	4,367	4,530
I-05	250,64	0,735	0,805	$4,373 \pm 0,035$	$4,570 \pm 0,036$	0,757	4,367	4,530
I-13	387,65	0,739	0,793	$4,366 \pm 0,035$	$4,561 \pm 0,036$	0,753	4,363	4,522
I-14	392,29	0,743	0,809	$4,336 \pm 0,035$	$4,554 \pm 0,036$	0,753	4,342	4,508

besitzen. Tatsächlich lässt sich nachweisen, dass an jedem beliebigen Ort die Breiten beider Profile unter Änderung des Volumenstroms praktisch im gleichen Verhältnis zueinander stehen.

Die gute Übereinstimmung zwischen den Formen der experimentellen und numerischen Profile gilt nicht nur für die in Abb. 7.10 dargestellten Ergebnisse, sondern lässt sich allgemein für alle übrigen ausgewerteten Profile nachweisen. Um dies zu belegen sind in Tabelle 7.2 jeweils die Positionen  $k_1$  und  $k^*$  der experimentellen und numerischen Profile an den charakteristischen Orten  $x = l_1$  bzw.  $x = l^*$  aufgeführt. Da in der Regel am ersten Ort die größte und am letzteren Ort die geringste Abweichung zwischen den Profilen festgestellt wird, sind die Größen  $k_1$ ,  $k^*$  geeignet, um die Übereinstimmung beider Profile zu verifizieren. Anhand der Tabelle lässt sich nachvollziehen, dass die größte relative Krümmungsdifferenz von  $\Delta h_1/\bar{h}_1 = 8,6\%$  für I-01 (Abb. 7.10(a)) auftritt<sup>3)</sup>. Mit zunehmenden Volumenstrom nimmt die relative Krümmungsdifferenz ab und sinkt auf  $\Delta h_1/\bar{h}_1 = 6,3\%$  für I-14 (Abb. 7.10(d)). Die relative Abweichung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen beträgt maximal  $\Delta k_1/\bar{k}_1 = 1\%$ .

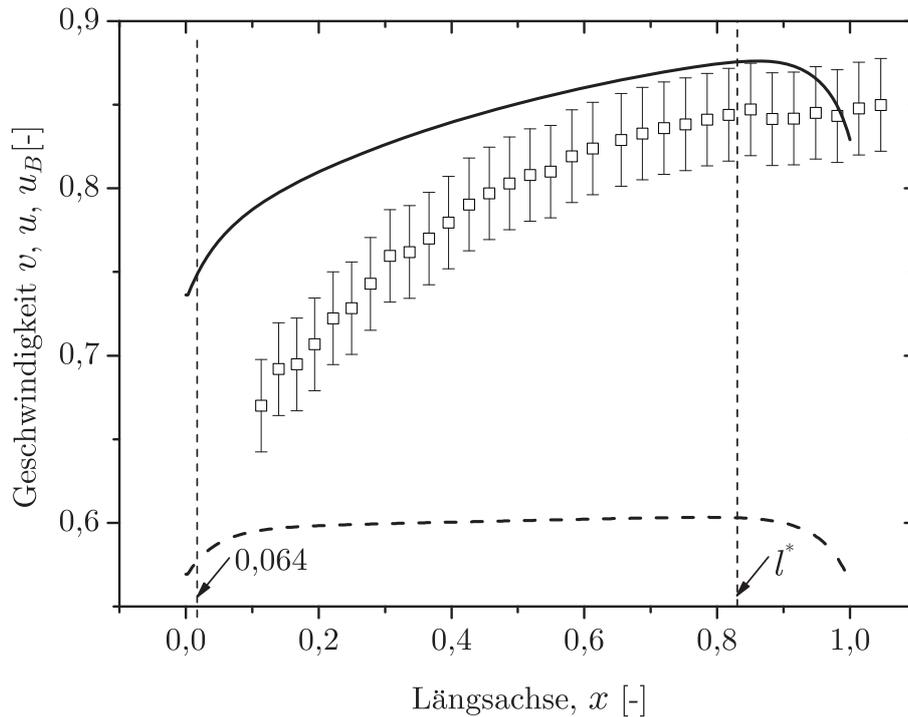
<sup>3)</sup>Die Definitionen von  $\Delta h_1/\bar{h}_1$  und  $\Delta k_1/\bar{k}_1$  sind analog zu Kapitel 7.2.1.3.

Aus diesen Ergebnissen lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen hinsichtlich der Güte des Strömungsmodells ziehen. Die gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen belegt, dass die Grundannahmen A1 bis A7 (S. 25–26) und das aus ihnen abgeleitete Strömungsmodell die stationäre Flüssigkeitsbewegung in dem betrachteten Kapillarkanal hinreichend genau beschreiben. Aus der Ähnlichkeit der experimentellen und numerischen Profile folgt insbesondere auch die Ähnlichkeit der experimentellen und theoretischen Strömungen, so dass die in Annahme A2 vorausgesetzte Eindimensionalität als Grundvoraussetzung des Modells durch das Experiment erfüllt ist. Das Verhältnis der experimentellen und numerischen Profildicken, das sich unter Änderung des Volumenstroms lokal nur unwesentlich ändert, sowie die verhältnismäßig geringe relative Krümmungsdifferenz weisen darauf hin, dass die Modellierung des irreversiblen Druckverlustes nach Kapitel 3.4 in guter Näherung dem realen Druckverlust der Strömung entspricht. Gleiches gilt für die Bestimmung der Randbedingungen  $h_0$  und  $\beta_0$  nach Kapitel 5.5.

### 7.2.2.3 Tracergeschwindigkeiten

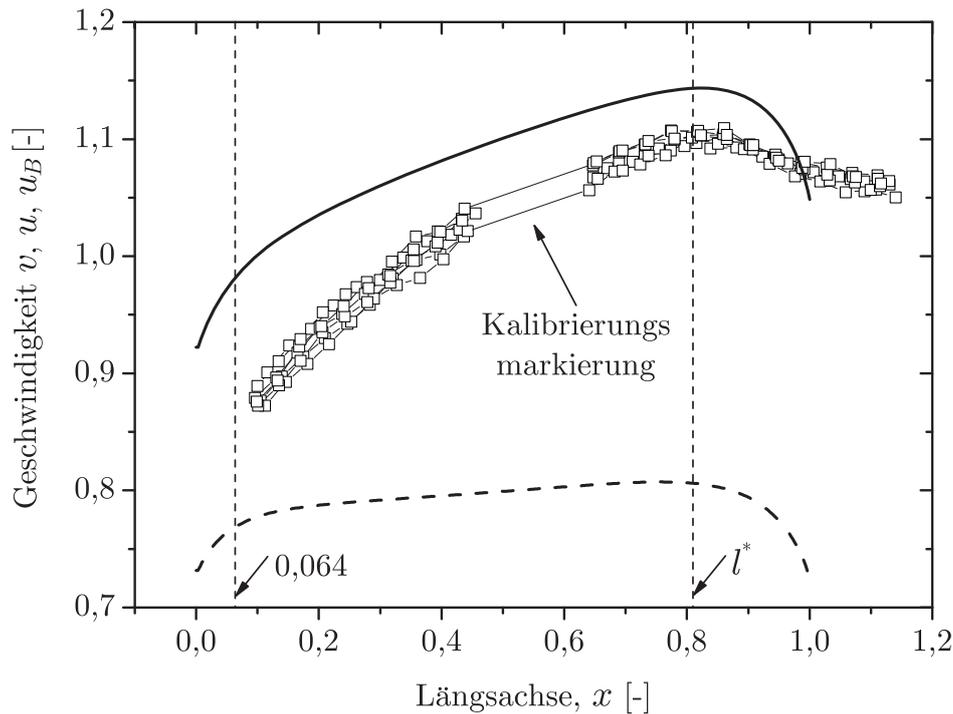
Erfahrungsgemäß resultiert die größte Fehlerquelle des Strömungsmodells aus den Druckrandbedingungen und aus der Modellierung des Druckverlustes der Einlaufströmung, dessen Güte sich anhand der Verteilung der maximalen Strömungsgeschwindigkeit längs des Kanals verifizieren lässt. Zu diesem Zweck werden die Geschwindigkeiten  $u_B(x)$  und  $v_x(x, y = 0, z = 0) \equiv u(x)$  miteinander verglichen. Erstere ist die nach Kapitel 6.3.3 ermittelte Geschwindigkeit der Gasblasen, die bei  $x = 0,064$  an den Stellen  $z = 0, z = \pm 0,171$  in die Ebene  $y = 0$  injiziert wurden. Sie wurden als Tracer von der Strömung geführt und sind daher ein Maß für die Verteilung der maximalen Strömungsgeschwindigkeit längs des Kanals. Letztere ist die Maximalgeschwindigkeit der Strömung auf der Mittelachse, die mittels  $u = \Psi v$  aus den numerisch berechneten Werten des Profilmultiplikators  $\Psi = \check{v}_x$  nach Gl. (B.6) für  $\check{y} = 0$  ermittelt wurde.

In Abb. 7.11 sind für den Volumenstrom  $Q = 0,572$  die Größen  $u_B$ ,  $u$  und  $v$  über der Kanalachse  $x$  grafisch aufgetragen. Die Geschwindigkeitsdaten für  $u_B$  stammen von der ausgewerteten Bahn einer repräsentativen, bei  $z = 0$  injizierten Gasblase. Abgesehen von dem Ein- und Auslaufbereich des Kanals bleibt für diesen relativ niedrigen Volumenstrom die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $v$  quasi unverändert, während  $u$  aufgrund der Ausbildung des Strömungsprofils erwartungsgemäß zunimmt. Der Kurvenverlauf der Blasengeschwindigkeit lässt sich in drei Bereiche gliedern. Für  $x \lesssim 0,6$  zeigt die Grafik, dass  $u_B$  stärker zunimmt als  $u$ , wohingegen die Blasengeschwindigkeit längs der Strecke  $0,6 \gtrsim x \leq l^*$  mit dem Verlauf der numerisch bestimmten Strömungsgeschwindigkeit auf der Mittelachse tendenziell übereinstimmt. In der Querschnittserweiterung am Auslass des Kanals nimmt  $u$  dagegen stärker ab als  $u_B$ .



**Abbildung 7.11:** Strömungsgeschwindigkeit auf der Längsachse des Kanals im TEXUS-Experiment,  $Q = 0,572$ . ---- mittlere Geschwindigkeit  $v$ , — lokale Geschwindigkeit  $u$  (beide numerisch),  $\square$  Geschwindigkeit der Gasblasen  $u_B$  mit Fehlerbalken. Die Injektion der Gasblase erfolgte bei  $x = 0,064$ .

Aus dem Kurvenverlauf lässt sich schlussfolgern, dass das aus den numerischen Modellrechnungen ermittelte Geschwindigkeitsprofil am Eintritt des Kanals bereits stärker ausgebildet ist als im Experiment. Da der Druckverlust der Einlaufströmung mit zunehmenden Grad der Profilausbildung abnimmt, folgt wegen  $\Psi > \Psi_B = u_B/v$ , dass der irreversible Druckverlust der experimentellen Strömung größerer ist, als das Strömungsmodell vorhersagt. Dies wird durch die entsprechenden Oberflächenprofile in Abb. 7.10(b) bestätigt. Hier zeigt sich, dass die Krümmungszunahme des experimentellen Profils auf der Strecke  $0 < x < l^*$  größer ist als die des numerischen Profils. Da jedoch für das numerischen Profil die Randbedingung  $h_0$  größer ist, wird bei  $x = l^*$  der gleiche Druck und somit die gleiche Profildbreite erreicht. Die relative Abweichung der Geschwindigkeiten  $u, u_B$  an diesem Ort beträgt lediglich 3,6%. Anhand der Druckbilanz für die experimentelle und numerische Strömung zwischen den Orten  $x = l_1$  und  $x = l^*$  lässt sich zeigen, dass der irreversible Druckverlust nach Gl. (2.8) (mit  $p_0 = p_1$ ) für beide Strömungen auf dieser Strecke praktisch gleich ist und der konvektive Druckverlust nur geringfügig variiert. Die unterschiedliche Zunahme der experimentellen und numerischen Profile ist daher im Wesentlichen durch einen Fehler in der Modellierung des Eintrittsdruckverlustes und bei der Bestimmung des Randbedingung  $h_0$  bedingt. Dieser



**Abbildung 7.12:** Strömungsgeschwindigkeit auf der Längsachse des Kanals im TEXUS-Experiment,  $Q = 0,735$ . ---- mittlere Geschwindigkeit  $v$ , — lokale Geschwindigkeit  $u$  (beide numerisch),  $\square$  Geschwindigkeit der Gasblasen  $u_B$ , Auswertung der Spuren von sechs bei  $z = 0,171$  injizierten Blasen. Zwecks Visualisierung sind die Datenpunkte verbunden.

verursacht in Abb. 7.10(b) auf der Strecke  $l_1 \leq x \leq l^*$  eine relative Krümmungsdifferenz von maximal  $\Delta h_1 / \bar{h}_1 = 7\%$ .

Die unterschiedlichen Verläufe der Geschwindigkeiten für  $x > l^*$  bestätigen die im vorangegangenen Kapitel geäußerten Vermutungen über die Strömungsverhältnisse im Bereich der Querschnittserweiterung am Auslass des Kanals. Da die axiale Geschwindigkeit wegen  $u = \Psi v$  und  $v = Q/A$  direkt an den Querschnitt gekoppelt ist, führt die Querschnittserweiterung zu einer deutlichen Abnahme der numerisch bestimmten Geschwindigkeit  $u$ . Die Änderung der Geschwindigkeit  $u_B$  dagegen nimmt nur geringfügig ab, da sich aufgrund der Trägheit der realen Strömung eine homogene Verteilung von Druck und Geschwindigkeit über den Querschnitt im Bereich der Querschnittserweiterung nicht einstellt.

Der in Abb. 7.11 dargestellte Verlauf der Geschwindigkeit  $u_B$  ist charakteristisch für alle ausgewerteten Bahnen der Gasblasen. Um dies zu verdeutlichen, sind in Abb. 7.12 die Daten mehrerer bei  $z = 0,171$  injizierten Blasen für den größten Volumenstrom von  $Q = 0,735$ , für den Geschwindigkeitsdaten verfügbar sind, dargestellt. Zur Anschauung sind die Datenpunkte miteinander verbunden. Die Bahnen der Gasblasen sind im Bereich  $0,44 < x < 0,64$  durch die Kalibrierungsmarkierungen überdeckt, so dass eine Auswertung in diesem Bereich nicht

**Tabelle 7.3:** Geschwindigkeiten in der Mittelebene  $y = 0$  am Ort des engsten Strömungsquerschnitts. Geschwindigkeiten der mittig und in Strömungsrichtung rechts injizierten Gasblasen  $u_{Bm}^*$ ,  $u_{Br}^*$ , numerisch ermittelte axiale Geschwindigkeit  $u^*$  und Profilkfaktor  $\Psi^* = u^*/v^*$ .

Bez.	$Q$	Experimentelle Werte		Numerische Werte		
		$u_{Bm}^*$	$u_{Br}^*$	$v^*$	$u^*$	$\Psi^*$
TR-1	0,489	$0,693 \pm 0,045$	$0,707 \pm 0,041$	0,510	0,748	1,467
TR-2	0,572	$0,823 \pm 0,044$	$0,826 \pm 0,043$	0,603	0,876	1,452
TR-3	0,653	$0,945 \pm 0,048$	$0,959 \pm 0,039$	0,698	1,002	1,435
TR-4	0,693	$1,006 \pm 0,044$	$1,002 \pm 0,039$	0,751	1,072	1,427
TR-5	0,693	$0,994 \pm 0,040$	$1,006 \pm 0,038$	0,751	1,072	1,427
TR-6	0,735	$1,073 \pm 0,039$	$1,099 \pm 0,035$	0,806	1,143	1,417
TR-7	0,718	$1,021 \pm 0,039$	$1,061 \pm 0,029$	0,782	1,112	1,422

möglich ist. Es zeigt sich, dass die Geschwindigkeitsverläufe aller Tracerbahnen untereinander ähnlich sind und der Charakteristik der Kurve in Abb. 7.11 entsprechen. Hieraus lässt sich insbesondere auf eine homogene Verteilung der Geschwindigkeit über den Strömungsquerschnitt schließen, da man das gleiche Ergebnis auch für die Blasen auf der Mittelachse erhält.

Dieses Ergebnis wird durch Tabelle 7.3, in der alle ausgewerteten experimentellen und numerischen Geschwindigkeiten im engsten Querschnitt aufgeführt sind, bestätigt. Darin sind  $u_{Bm}$  und  $u_{Br}$  die Geschwindigkeiten der bei  $z = 0$  und  $z = 0,171$  injizierten Blasen<sup>4)</sup>. Die Bezeichnungen beziehen sich auf die in Tabelle C.3 angegebenen Intervalle der Tracerinjektion. Es zeigt sich, dass beide Geschwindigkeiten lediglich zwischen 0,1% bis maximal 3,9% voneinander abweichen. Dabei decken die Messungen TR-1 bis TR-7 den experimentell untersuchten Volumenstrombereich fast vollständig ab. Die Abweichung zur numerisch bestimmten Geschwindigkeit auf der Mittelachse am Ort des engsten Strömungsquerschnitts beträgt minimal 4% und steigt mit zunehmendem Volumenstrom bis auf 13% an. Da alle ausgewerteten Geschwindigkeitsverläufe längs des Kanals ähnlich zu denen aus Abb. 7.11 und Abb. 7.12 sind, lässt sich schlussfolgern, dass die unterschiedliche Zunahme der Profile zwischen Experiment und Numerik im Wesentlichen durch einen Fehler in der Modellierung des Eintrittsdruckverlustes und bei der Bestimmung des Randbedingung  $h_0$  bedingt ist. Dieser bewegt sich innerhalb der in Kapitel 7.2.2.2 angegebenen maximalen relativen Krümmungsdifferenz von  $6,3\% \leq \Delta h_1/\bar{h}_1 \leq 8,6\%$ .

<sup>4)</sup>Die Spur der bei  $z = -0,171$  injizierten Blasen wird nicht berücksichtigt. Die Blasen sind größer und bewegen sich deutlich langsamer als die übrigen Blasen. Da sich ihre Geschwindigkeit in keiner Weise mit den übrigen Ergebnissen korrelieren lässt, befinden sie sich vermutlich außerhalb der Mittelebene.

## 7.3 Einfluss des Geschwindigkeitsindex auf die Grenze des Volumenstroms

In Kapitel 4.4 wurde theoretisch gezeigt, dass der Volumenstrom einer stationären, offenen Kapillarströmung infolge des Choking-Effektes beschränkt ist. Der Indikator hierfür ist der Geschwindigkeitsindex  $S$ , der lokal den Wert eins annimmt, wenn der maximale oder kritische Volumenstrom der stationären Strömung erreicht ist. Ziel der folgenden Abschnitte ist es, diesen Effekt anhand der experimentellen und numerischen Ergebnisse zu verifizieren und physikalisch zu interpretieren. Dazu wird mit der Darstellung der Daten aus dem TEXUS-Experiment begonnen, da diese die Wirkungsweise des Geschwindigkeitsindex am deutlichsten erkennen lassen. Es zeigt sich, dass neben dem Choking-Mechanismus auch instationäre Randbedingungen Gasdurchbrüche hervorrufen können. Instationäre Randbedingungen sind im Experiment nie vollständig vermeidbar und führen insbesondere in den Fallturmexperimenten zum Kollabieren der Oberflächen vor dem Erreichen des kritischen Strömungszustandes.

### 7.3.1 Ergebnisse des TEXUS-Experiments

Um den Choking-Effekt identifizieren zu können, ist zunächst festzustellen, welche Strömungsform im Experiment vorlag. Aus den Profilen der Strömung in Kapitel 7.2.2.1 ist bekannt, dass auf der Strecke  $0 \leq x < l^*$  der statische Druck sowie der Strömungsquerschnitt in Strömungsrichtung stetig abnehmen und die Geschwindigkeit aus Kontinuitätsgründen zunimmt. Nach Tabelle 4.2 sind die Gradienten  $dp/dx$ ,  $dA/dx < 0$  und  $dv/dx > 0$  für  $S < 1$  erfüllt, woraus folgt, dass die Strömung auf dieser Strecke unterkritisch ist. Für das Teilstück  $l^* < x \leq 1$  gelten aufgrund der Querschnittserweiterung die Gradienten  $dp/dx$ ,  $dA/dx > 0$  und  $dv/dx < 0$ , und entsprechend Tabelle 4.2 ließe sich hier zunächst eine überkritische Strömung ( $S > 1$ ) vermuten. Diese Strömungsform ist jedoch nicht möglich, weil sie eine Diskontinuität des Geschwindigkeitsindex  $S$  und aller anderen Strömungsgrößen am Ort  $x = l^*$  erforderte, welche im Experiment nicht beobachtet wurde und auch nicht theoretisch vorhergesagt werden kann. Der Grund für diese Diskrepanz resultiert aus der Annahme der Eineindeutigkeit des Zusammenhangs  $A = A(h)$  (A8, S. 46), auf dessen Grundlage die Herleitung der Gleichungen (4.36) bis (4.39) einschließlich der Wellengeschwindigkeit nach Gl. (4.17) basiert. Diese Annahme ist für das Teilstück  $l^* < x \leq 1$  nicht gültig, da sie die durch die Randbedingung  $A(x = 1) = 1$  erzwungene Querschnittserweiterung unberücksichtigt lässt. Infolge dessen sind die betreffenden Gleichungen (4.36) bis (4.39) auf diesem Teilstück nicht anwendbar<sup>5)</sup>. Wie sich jedoch zeigt, ist diese Einschränkung hinsichtlich des

---

<sup>5)</sup> Diese Problematik tritt bei dem Strömungsmodell aus Kapitel 3 selbstverständlich nicht auf, da neben der Impulsleichung (3.42) stets die aus der Oberflächenkrümmung resultierende Gl. (3.43) gelöst wird.

### 7.3 Einfluss des Geschwindigkeitsindex auf die Grenze des Volumenstroms

untersuchten Strömungsphänomens nicht relevant, so dass es ausreicht, die folgenden Betrachtungen auf die Länge  $0 \leq x \leq l^*$  zu beschränken.

Nach Tabelle 4.2 gilt für die unterkritische Strömung  $dS^2/dx > 0$ . Zu festem Volumenstrom  $Q$  und gegebenem  $S_0$  am Kanaleintritt nimmt der Geschwindigkeitsindex daher längs des Kanals zu und erreicht im kleinsten Strömungsquerschnitt am Ort  $x = l^*$  den größten Wert. In Kapitel 4.4.1 wurde gezeigt, dass die Änderung von  $S$  längs des Kanals aus dem irreversiblen Druckverlust und der damit verbundenen konvektiven Beschleunigung der Strömung resultiert. Da beide Größen mit dem Volumenstrom zunehmen, ist zu erwarten, dass der Geschwindigkeitsindex im engsten Querschnitt  $S^* = S(x = l^*)$  mit Zunahme des Volumenstroms im Experiment anwächst, für den kritischen Volumenstrom  $Q = Q_{krit}$  den Wert  $S^* = 1$  erreicht und die Flüssigkeitsoberflächen für  $Q > Q_{krit}$  schließlich kollabieren.

Um dies zu verifizieren, werden die folgenden Geschwindigkeitsindizes am Ort des engsten Strömungsquerschnitts in Abhängigkeit vom Volumenstrom untersucht:

1.  $S_R^* = \frac{v^*}{v_{cR}^*} = \frac{v(x = l^*)}{v_{cR}(x = l^*)}$  nach Gl. (4.20), experimentell bestimmt
2.  $S_R^* = \frac{v^*}{v_{cR}^*} = \frac{v(x = l^*)}{v_{cR}(x = l^*)}$  nach Gl. (4.20), numerisch bestimmt
3.  $S^* = \frac{v^*}{v_c^*} = \frac{v(x = l^*)}{v_c(x = l^*)}$  nach Gl. (4.22), numerisch bestimmt.

Der Geschwindigkeitsindex  $S_R^*$  basiert auf der Approximation der Oberflächenkrümmung durch den Krümmungsradius  $R$  in der Querschnittsebene ( $h_R = R^{-1}$  entsprechend Gl. (3.26)). Da nach Gl. (3.28)  $R = R(k)$  ist, kann er analytisch aus der Position des Oberflächenprofils  $k^*$  am Ort des kleinsten Strömungsquerschnitts ermittelt werden. Der Geschwindigkeitsindex  $S^*$  berücksichtigt im Gegensatz zu  $S_R^*$  die vollständige Krümmung der Oberfläche, die entsprechend Gl. (3.23) durch die Hauptkrümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$  definiert ist ( $h = h(R_1, R_2)$ ). Er lässt sich nur numerisch bestimmen. Für die Volumenströme und Profildaten der ausgewerteten Intervalle I-01 bis I-14 aus Tabelle 7.2 sind die ermittelten Geschwindigkeitsindizes sowie die zugrunde liegenden Strömungsgeschwindigkeit  $v^* = Q/A^*$  und die Wellengeschwindigkeiten  $v_{cR}^*$  nach Gl. (4.19) bzw.  $v_c^*$  nach Gl. (4.21) in Tabelle 7.4 aufgeführt.

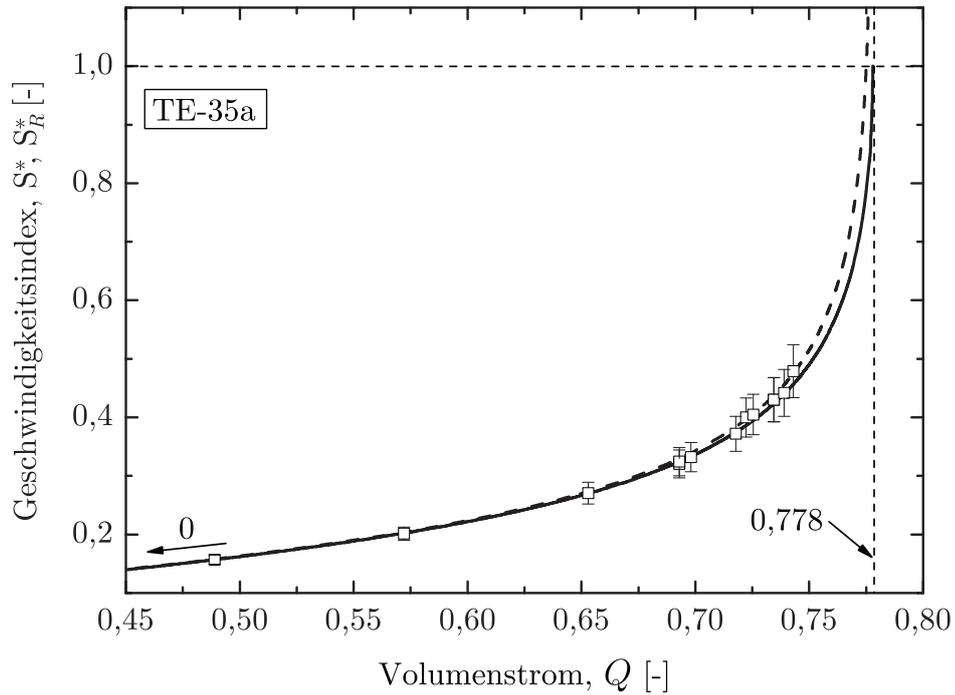
In Abb. 7.13 sind die Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$  und  $S^*$  als Funktion des Volumenstroms grafisch dargestellt. Die Grafik zeigt, dass  $S^*$  mit steigendem Volumenstrom zunimmt und für den maximalen numerischen Volumenstrom  $Q_{krit}^{num} = 0,778$  den Wert  $S^* = 1$  annimmt. Für  $Q > Q_{krit}^{num}$  ist das numerische Verfahren nicht mehr konvergent, woraus folgt, dass in diesem Bereich keine Lösungen der Modellgleichungen (3.42) und (3.43) existieren. Eine stationäre Strömung im Kapillarkanal oberhalb des kritischen Volumenstroms ist daher nicht möglich, wobei die Grenze des Flüssigkeitstransportes offensichtlich durch den Geschwindigkeitsindex und daher – wie theoretisch vorhergesagt – durch den Choking-Effekt bestimmt wird.

**Tabelle 7.4:** Experimentelle und numerische Werte der mittleren Geschwindigkeit  $v^*$ , der Wellengeschwindigkeit  $v_{cR}^*$  und der Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$ ,  $S^*$  am Ort des engsten Strömungsquerschnitts für verschiedene Volumenströme im TEXUS-Experiment.

Bez.	$Q$	Experimentelle Werte			Numerische Werte			
		$v^*$	$v_{cR}^*$	$S_R^*$	$v^*$	$v_{cR}^*$	$S_R^*$	$S^*$
I-01	0,489	$0,510 \pm 0,010$	$3,250 \pm 0,131$	$0,16 \pm 0,01$	0,510	3,221	0,16	0,16
I-02	0,572	$0,602 \pm 0,012$	$2,992 \pm 0,144$	$0,20 \pm 0,01$	0,603	2,956	0,20	0,20
I-03	0,653	$0,692 \pm 0,014$	$2,556 \pm 0,153$	$0,27 \pm 0,01$	0,692	2,556	0,27	0,27
I-07	0,693	$0,747 \pm 0,015$	$2,333 \pm 0,154$	$0,32 \pm 0,02$	0,749	2,272	0,33	0,32
I-04	0,693	$0,748 \pm 0,015$	$2,307 \pm 0,154$	$0,32 \pm 0,02$	0,749	2,272	0,33	0,32
I-08	0,698	$0,749 \pm 0,015$	$2,282 \pm 0,154$	$0,33 \pm 0,02$	0,756	2,230	0,34	0,33
I-09	0,718	$0,781 \pm 0,016$	$2,113 \pm 0,153$	$0,37 \pm 0,03$	0,783	2,040	0,38	0,38
I-10	0,722	$0,790 \pm 0,016$	$1,994 \pm 0,152$	$0,40 \pm 0,03$	0,790	1,992	0,40	0,39
I-11	0,726	$0,794 \pm 0,016$	$1,961 \pm 0,152$	$0,40 \pm 0,03$	0,794	1,956	0,41	0,40
I-12	0,735	$0,807 \pm 0,016$	$1,876 \pm 0,151$	$0,43 \pm 0,04$	0,808	1,845	0,44	0,42
I-06	0,735	$0,807 \pm 0,016$	$1,866 \pm 0,151$	$0,43 \pm 0,04$	0,808	1,845	0,44	0,42
I-05	0,735	$0,807 \pm 0,016$	$1,876 \pm 0,151$	$0,43 \pm 0,04$	0,808	1,845	0,44	0,42
I-13	0,739	$0,813 \pm 0,017$	$1,842 \pm 0,150$	$0,44 \pm 0,04$	0,815	1,785	0,46	0,44
I-14	0,743	$0,821 \pm 0,017$	$1,714 \pm 0,149$	$0,48 \pm 0,05$	0,820	1,740	0,47	0,45

Die experimentell und numerisch bestimmten Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$  zeigen jeweils den gleichen Trend, jedoch weichen sie aufgrund des genäherten Krümmungsterms mit zunehmendem Volumenstrom immer stärker von  $S^*$  ab. Zudem wurde experimentell lediglich der Wert  $S_R^* = 0,48$  erreicht, da das Experiment aufgrund der beschränkten Dauer der Mikrogravitation vorzeitig abgebrochen werden musste. Legt man die durch die Numerik bestimmte Stabilitätsgrenze der Strömung zugrunde, entspricht dies einem Volumenstrom von rund  $0,95 Q_{krit}$ . Die experimentelle Strömung befand sich demnach sehr nahe am kritischen Strömungszustand, auch wenn  $S^*$  bei diesem Wert nicht einmal die Hälfte seines Maximalwertes erreicht hatte.

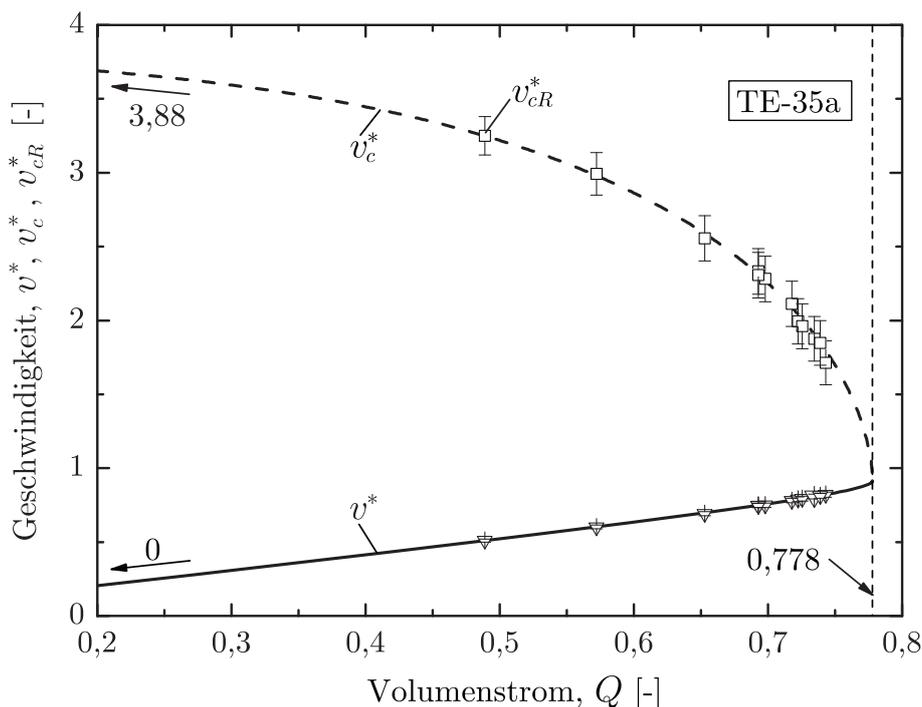
Trotz der zunehmenden Abweichung zwischen  $S_R^*$  und  $S^*$  bestätigen die experimentellen Daten das numerische Ergebnis für den Geschwindigkeitsindex  $S^*$ . Vergleicht man die in Tabelle 7.4 aufgeführten experimentellen und numerischen Werte für  $S_R^*$  miteinander, so stellt man eine gute Übereinstimmung fest. Beide Größen differieren mit Ausnahme von I-13 um maximal 3%. Der Grund hierfür ist die gute Übereinstimmung der experimentellen und numerischen Profile, die sich direkt auf die Geschwindigkeitsindizes überträgt, da  $S_R^*$  allein eine Funktion von  $k^*$  ist. Wäre der Volumenstrom im Experiment beliebig fein regelbar, ließe sich prinzipiell aus den experimentellen Daten ein Geschwindigkeitsindex  $(S^*)^{exp}$  analog zum numerischen Index  $S^*$  nach Gl. (4.22) bestimmen. Da die numerischen Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$  und  $S^*$  beide aus den selben Profilen ermittelt werden, wäre dann aufgrund der guten



**Abbildung 7.13:** Geschwindigkeitsindex im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms im TEXUS-Experiment.  $\square$   $S_R^*$  experimentell, ----  $S_R^*$  numerisch, —  $S^*$  numerisch.

Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen sogar für den experimentell ermittelten Index  $(S^*)^{exp}$  eine gute Übereinstimmung mit dem entsprechenden Wert  $S^*$  der numerischen Rechnung aus Tabelle 7.4 zu erwarten. Da das Strömungsmodell mit großer Wahrscheinlichkeit die experimentelle Strömung auch für  $0,95 Q_{krit}^{num} < Q \leq Q_{krit}^{num}$  mit hinreichender Genauigkeit beschreibt, würde man mit dieser Methode für den kritischen Volumenstrom der Wert  $(S^*)^{exp} = 1$  ermitteln. Aus diesen Betrachtungen folgt, dass auch die Experimente die Theorie des Choking-Effektes bestätigen.

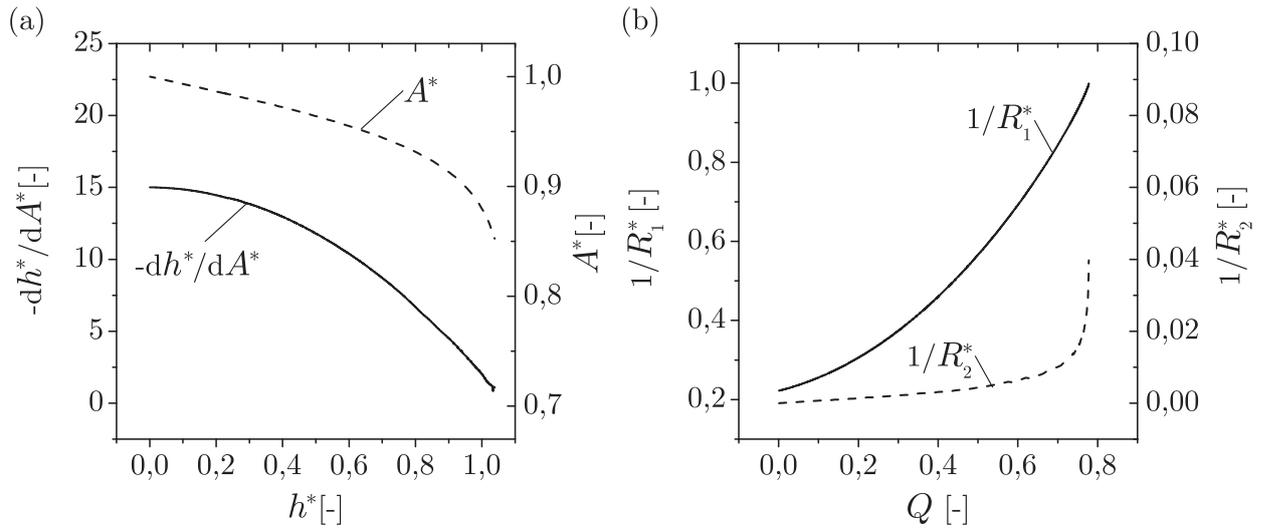
Um die Charakteristik des Geschwindigkeitsindex erklären zu können, sind in Abb. 7.14 die Strömungsgeschwindigkeit  $v^*$  und die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Kapillarwellen  $v_{cR}^*$ ,  $v_c^*$  über dem Volumenstrom aufgetragen. Es zeigt sich, dass  $v_{cR}^*$  und  $v_c^*$  mit wachsendem Volumenstrom nichtlinear abnehmen, während die Zuwachsrate von  $v^*$  quasi konstant ist. Über den gesamten Volumenstrombereich betrachtet, beträgt die Änderung der Wellengeschwindigkeit rund ein Dreifaches der Änderung der Strömungsgeschwindigkeit und ist umso stärker, je näher sich der Volumenstrom am kritischen Wert befindet. Die starke Zunahme des Geschwindigkeitsindex für große  $Q$  resultiert daher im Wesentlichen aus der starken Abnahme der Wellengeschwindigkeit. In Abb. 7.15(a) sind die numerisch ermittelten funktionalen Zusammenhänge zwischen den Größen  $A^*$  und  $h^*$  bzw.  $-dh^*/dA^*$  und  $h^*$ , auf



**Abbildung 7.14:** Strömungs- und Wellengeschwindigkeit im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms im TEXUS-Experiment.  $\nabla$   $v^*$  experimentell, —  $v^*$  numerisch,  $\square$   $v_{cR}^*$  experimentell, - - -  $v_c^*$  numerisch.

deren Grundlage die Kapillarwellengeschwindigkeit  $v_c^*$  basiert (vgl. Gl. (4.17)), dargestellt. Qualitativ betrachtet sind sie ähnlich zu den mittels der genäherten Oberflächenkrümmung analytisch abgeleiteten Funktionen in Abb. 4.2(b). Die absolute Größe der Wellengeschwindigkeit wird im Wesentlichen durch den Term  $-dh^*/dA^*$  bestimmt, während ihre Variation für große Krümmungen durch die große Änderungsrate des Strömungsquerschnitts bedingt ist. Berücksichtigt man, dass die Abhängigkeit zwischen  $h^*$  und  $Q$  selbst nichtlinear ist, so wird deutlich, wie die starke Änderung der Wellengeschwindigkeit und des Geschwindigkeitsindex nahe des kritischen Volumenstroms verursacht wird.

Quantitativ betrachtet weichen die Kurven in Abb. 7.15(a) von denen in Abb. 4.2(b) nur für große Krümmungen voneinander ab. Der Grund hierfür ist der Krümmungsanteil der Flüssigkeitsoberfläche in Strömungsrichtung, der bei der Näherung der Oberflächenkrümmung vernachlässigt wurde. Da dieser stabilisierend auf die Flüssigkeitsoberfläche wirkt, ist bei gleicher Gesamtkrümmung die Querschnittsfläche bei approximierter Krümmung ( $h_R^* = h_R^*(1/R^*)$ ) kleiner als unter Berücksichtigung beider Teilkrümmungen ( $h^* = h^*(1/R_1^*, 1/R_2^*)$ ). Dementsprechend gilt für die Differentiale  $-dh_R^*/dA^* \leq -dh^*/dA^*$ , so dass stets  $v_{cR}^* \leq v_c^*$  und  $S_R^* \geq S^*$  ist. Das qualitative Verhalten der Größen wird hierdurch jedoch nicht beeinflusst. Aus Abb. 7.15(b) ist ersichtlich, dass eine signifikante Zunahme



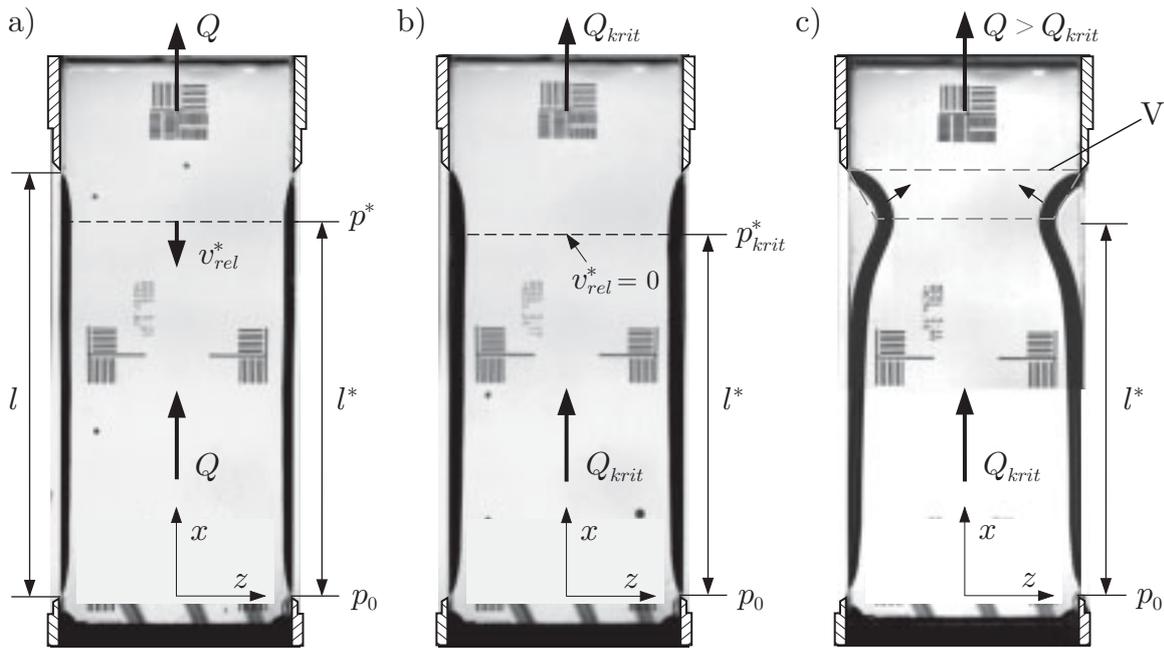
**Abbildung 7.15:** Bestimmende Terme der Wellengeschwindigkeit  $v_c^*$  als Funktion der Krümmung  $h^*$  am Ort des engsten Strömungsquerschnitts (numerisch ermittelt). (a) — Krümmungsänderung  $-dh^*/dA^*$ , ---- Querschnittsfläche  $A^*$ . (b) — Teilkrümmung  $1/R_1^*$ , ---- Teilkrümmung  $1/R_2^*$ .

der Teilkrümmung  $1/R_2^*$  erst für  $Q \gtrsim 0,7$  auftritt. Damit erklären sich die Abweichungen zwischen  $S_R^*$  und  $S^*$  in Abb. 7.13 bzw. zwischen  $v_{cR}^*$  und  $v_c^*$  in Abb. 7.14 in diesem Bereich.

### 7.3.2 Gasdurchbruch infolge von Choking

Das Auftreten der longitudinalen Kapillarwellengeschwindigkeit durch den Geschwindigkeitsindex in der Impulsgleichung (4.36) legt die folgende instationäre Betrachtung nahe, mit der der experimentell beobachtete Gaseinbruch am Ende des offenen Kanals beim Überschreiten des kritischen Volumenstroms als Folge von Choking interpretiert werden kann.

Hierzu wird eine Strömung durch den Kanal des TEXUS-Experiments nach Abb. 7.16(a) betrachtet. Die Strömung sei zunächst stationär und unterkritisch. Zu gegebenem  $Q < Q_{krit}$  stellt sich auf dem Teilstück  $0 \leq x \leq l^*$  das Druckverhältnis  $p^*/p_0$  ein. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei der Druck am Eintritt  $p_0$  konstant. Um den Volumenstrom zu erhöhen, werde durch Erhöhung der Pumpendrehzahl auf der Saugseite der Förderpumpe der Flüssigkeitsdruck infinitesimal abgesenkt. Diese lokale Druckabsenkung um  $dp$  bewegt sich in Form der in Kapitel 4.1 betrachteten longitudinalen Welle stromaufwärts und bewirkt innerhalb der Laufzeit  $\tau^*$  eine Änderung der Strömungsverhältnisse auf dem Teilstück  $l^*$ . Erst nachdem die Druckwelle den Kanal vollständig durchlaufen hat, ist die stationäre Strömung mit höherem Volumenstrom  $Q + dQ$  etabliert. In der geschlossenen Saugleitung bewegt sich die Druckänderung praktisch mit Schallgeschwindigkeit  $v_s$  nach Tabelle 4.1. Im offenen Kanal dagegen breitet sie sich mit der Wellengeschwindigkeit  $v_c$  relativ zur Flüssigkeitsströmung



**Abbildung 7.16:** Strömungsverhältnisse im Kapillarkanal des TEXUS-Experiments für verschiedene Zustände. (a) stationär, unterkritisch. (b) stationär, kritisch. (c) instationär infolge von Choking.

aus, wobei die Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  als

$$v_{rel} = v - v_c = v_c(S - 1) \quad (7.1)$$

definiert ist. Wird der Volumenstrom auf den kritischen Wert  $Q_{krit}$  gesteigert, tritt bei  $x = l^*$  Choking auf. Für den kritischen Druck  $p_{krit}^*$  sind an diesem Ort die Beträge der Strömungs- und Wellengeschwindigkeit dann identisch,  $|v_c^*| = |v^*|$ , und wegen  $S^* = 1$  verschwindet die Relativgeschwindigkeit,  $v_{rel}^* = 0$  (Abb. 7.16(b)). Infolge dessen können Druckänderungen den kleinsten Querschnitt der Strömung  $A_{krit}^*$  nicht passieren, so dass eine Erhöhung des Druckverhältnis  $p_{krit}^*/p_0$  unter Erhalt der stationären Strömung durch weiteres Absenken des Drucks mittels der Förderpumpe nicht möglich ist. Überschreitet unter diesen Bedingungen der geförderte Volumenstrom den kritischen Wert,  $Q > Q_{krit}$ , bleibt die Rate der durch  $A_{krit}^*$  geförderten Flüssigkeit unverändert. Aus Kontinuitätsgründen muss die Differenz  $(Q - Q_{krit})$  aus dem Flüssigkeitsvolumen  $V$  zwischen dem kleinsten Querschnitt und dem Auslass gedeckt werden, das in Abb. 7.16(c) durch den gestrichelten Rahmen gekennzeichnet ist. Da  $dV/dt = (Q_{krit} - Q) < 0$  ist, kommt es zunächst zu einer zunehmenden Verengung des Strömungsweges, wie zu den Zeitpunkten  $t' = 197,02$  s und  $t' = 197,22$  s in Abb. 7.4 zu erkennen ist. Ist das Volumen verbraucht, wird Gas in den Saugkopf hineingesogen (Abb. 7.4,  $t' = 197,46$  s,  $t' = 197,66$  s). Die nachrückende Flüssigkeit verengt dabei in zunehmendem Maße den Verbindungskanal zum Gasraum, so dass schließlich der Abriss der Blase erfolgt (Abb. 7.4,  $t' = 197,86$  s,  $t' = 197,90$  s). Nach dem Blasenabriss bildet sich die Strömung von

neuem aus, und der Mechanismus des Gasdurchbruchs wiederholt sich, sobald am Ort  $x = l^*$  der kritische Druck  $p_{krit}^*$  wieder erreicht ist.

### 7.3.3 Gasdurchbruch infolge instationärer Randbedingungen

Die Betrachtungen im vorangegangenen Abschnitt basieren auf der idealisierten Vorstellung, dass der Volumenstrom durch infinitesimale Änderung der Druckrandbedingung auf den kritischen Wert eingestellt werden kann. Im Experiment dagegen ist das Inkrement des Volumenstroms an das mechanische und elektronische Auflösungsvermögen der Pumpe gebunden und kann nicht beliebig minimiert werden. Infolge dessen verursacht jede Änderung von  $Q$  stets instationäre Randbedingungen, die mit einer instationären Strömung im Kanal einhergehen.

Auf die Wirkung dieses Effektes wurde bereits in Kapitel 6.3.2 im Zusammenhang mit dem Etablieren der Strömung in den Fallturmxperimenten hingewiesen. In den Experimenten zeigte sich nach dem Starten der Pumpe in der Regel eine lokale Einschnürung der Strömung am Saugkopf, die sich nach kurzer Zeit zurückbildete. Stärke und Dauer der Einschnürung hingen dabei neben anderen Faktoren wie dem Startzeitpunkt der Pumpe von der Differenz zwischen dem kapillargetriebenen Volumenstrom beim Füllen des Kanals und dem geförderten Volumenstrom der Pumpe ab. Ursache der Einschnürung ist die Trägheit der Strömung, aufgrund derer die Beschleunigung der Strömung nicht instantan erfolgt. Infolge dessen kommt es nach dem Start der Pumpe zur lokalen Volumenabnahme im Kanal und der mit ihr verbundenen Verengung des Strömungsquerschnitts nahe des Saugkopfes. Diese bildet sich in dem Maße zurück, wie die restliche Strömung beschleunigt wird.

Unter Ausnutzung der longitudinalen Wellengeschwindigkeit lässt sich dieser Effekt anhand zweier Zeitskalen einer vereinfachten Bilanz beschreiben<sup>6)</sup>. Betrachtet werde hierzu wieder die in Abb. 7.16(a) dargestellte unterkritische, stationäre Strömung mit Volumenstrom  $Q$ . Das Flüssigkeitsvolumen  $V$ , aus dem der erhöhte Volumenstrom der Förderpumpe nach einer Erhöhung der Förderrate auf  $Q + \Delta Q$  zunächst gedeckt werden kann, sei auf den Bereich zwischen dem Saugkopf und dem engsten Strömungsquerschnitt beschränkt. Die Laufzeit der Druckwelle, innerhalb derer sich die Strömung auf die neuen Randbedingungen zum erhöhten Volumenstrom  $Q + \Delta Q$  einstellt, sei näherungsweise durch  $\tau_c = l^*/v_c^*$  definiert. Dem gegenüber steht die charakteristische Zeitdauer  $\tau_{\Delta Q} = V/\Delta Q$ , in der der Differenzvolumenstrom  $\Delta Q$  aus  $V$  gespeist werden kann. Die Stärke der Einschnürung ergibt sich nun durch das Größenverhältnis beider Zeitskalen. Für die idealisierte quasistationäre Änderung der Randbedingungen ist aufgrund der infinitesimalen Änderung des Volumenstroms ( $\Delta Q \rightarrow dQ$ ) stets  $\tau_c \ll \tau_{\Delta Q}$  erfüllt. Mit zunehmender Größe des Inkrements  $\Delta Q$  nimmt  $\tau_{\Delta Q}$

<sup>6)</sup>Zur umfassenden Untersuchung des Problems ist eine Stabilitätsanalyse erforderlich. Diese ist jedoch prinzipiell schwierig, da eine analytische Lösung der Grundgleichungen nicht vorliegt.

## 7 Ergebnisse und Diskussion

ab und führt zu einer Zunahme der Einschnürung am Ende des Kanals, da die Strömung stromaufwärts erst nach  $\tau_c$  vollständig von den geänderten Randbedingungen erfasst ist. Für  $\tau_c > \tau_{\Delta Q}$  ist das Flüssigkeitsvolumen  $V$  verbraucht, bevor dieser Prozess abgeschlossen ist, so dass die Flüssigkeitsoberflächen kollabieren. Der Gasdurchbruch erfolgt dabei nach dem oben diskutierten Mechanismus wie im Fall von Choking.

Dieser Effekt hat zur Folge, dass der instationäre Strömungszustand eintreten kann, bevor die durch Choking bedingte Stabilitätsgrenze der Strömung erreicht ist. Wie bereits in Kapitel 5.2.3.2 dargestellt, führte im TEXUS-Experiment die letzte Änderung des Volumenstroms mit dem großen Inkrement von  $Q = 0,693$  nach  $Q = 0,734$  (bei  $t' = 194,62$  s) zu Gasdurchbrüchen, während bei der Wiederholung dieses Schrittes die Strömung stabil blieb. Anschließend konnte der Volumenstrom mittels des kleineren Inkrements noch über diesen Wert hinaus gesteigert werden. Schätzt man das Volumen, das der Strömung zum Ausgleich der Trägheit zur Verfügung steht, durch das Volumen einer Gasblase im Kanal mit  $V = V'/(A_0 l) = \pi a^3/(4A_0 l)$  ab, erhält man für die Entnahmedauer  $\tau_{\Delta Q} = 0,42$ . Für die Zeitskala der Wellenausbreitung ergibt sich mit den Daten des entsprechenden Intervalls I-04 aus den Tabellen 7.2 und 7.4 die Laufzeit  $\tau_c = l^*/v_{cR}^* = 0,35$ . Diese Abschätzung verdeutlicht, dass experimentell leicht Zustände erreichbar sind, in denen beide Zeitskalen innerhalb der gleichen Größenordnung variieren. Das Kollabieren der Oberflächen nach der Änderung des Volumenstroms mittels des großen Inkrements war daher nicht durch den Choking-Effekt, sondern durch die Wirkung instationärer Randbedingungen bedingt<sup>7)</sup>. Die Tatsache, dass die Wiederholung zu unterschiedlichen Ergebnissen führte, ist ein Ausdruck der Grenzwertigkeit dieser Volumenstromänderung, was dadurch bestätigt wird, dass die Zeitskala  $\tau_{\Delta Q}$  für das kleinere Inkrement, mittels dessen eine weitere Volumenstromsteigerung möglich war, um den Faktor zehn größer ist.

Aus experimenteller Sicht ist die Annäherung an den kritischen Strömungszustand daher stets mit der Problematik verbunden, dass zum einen zur Minimierung der instationären Effekte die Änderung des Volumenstroms in möglichst kleinen Inkrementen durchzuführen ist, zum anderen aber die Dauer der Mikrogravitationsphase das Experiment zeitlich beschränkt. Insbesondere nahe des kritischen Wertes sind aufgrund der steilen Charakteristik des Geschwindigkeitsindex sehr kleine Volumenstromänderungen erforderlich. Für den TEXUS-Kanal zeigt Abb. 7.13, dass eine 5-prozentige Änderung zwischen  $0,95 Q_{krit}^{num} \leq Q \leq Q_{krit}^{num}$  eine Zunahme des Geschwindigkeitsindex von über 50% bewirkt. Diese Änderung resultiert nach Abb. 7.14 aus der drastischen Abnahme von  $v_c^*$ , die zu einer entsprechend starken

---

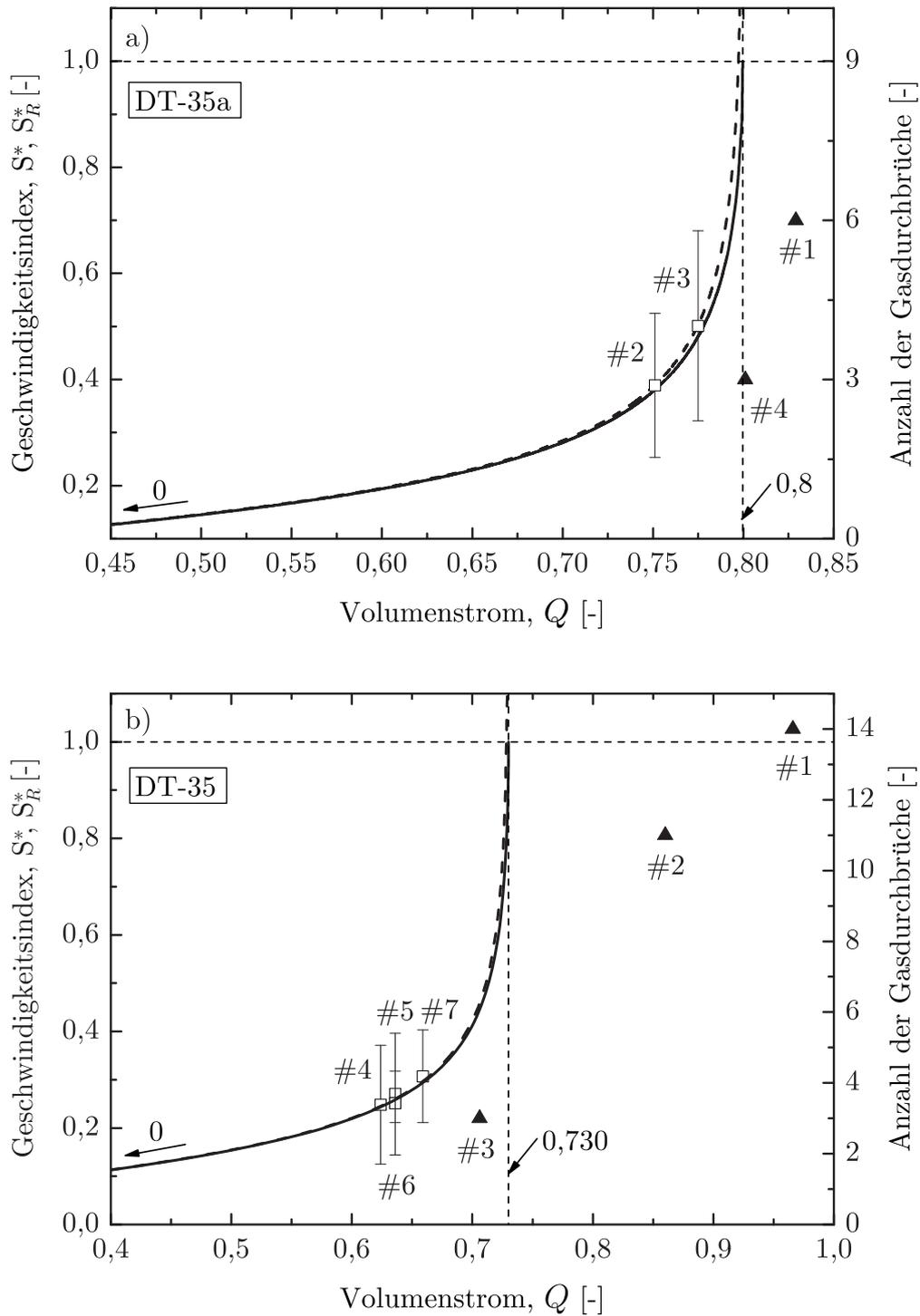
<sup>7)</sup> Ein weiteres Indiz hierfür ist der Massenstrom des durchbrechenden Gases. Im Fall eines rein trägheitsbedingten Effektes wäre eine Abnahme des Massenstroms zu erwarten, da eine sukzessive Beschleunigung der Strömung auf den von der Pumpe vorgegebenen Volumenstrom möglich ist. Tatsächlich zeigt sich, dass der Durchbruch zunächst über beide Seiten und nach zwei Zyklen nur noch über eine Seite des Kanals erfolgt.

Zunahme der Zeitskala  $\tau_c^*$  führt. Die Fallturmexperimente sind von dieser Problematik besonders betroffen, da zwangsläufig große Inkremente erforderlich sind, wenn der Volumenstrom wesentlich über den der kapillargetriebenen Strömung während des Füllens des Kanals hinaus gesteigert werden soll. Der Reorientierungsvorgang der Flüssigkeit im Behälter nach dem Beginn der  $\mu g$ -Phase sowie Verzögerungen beim Start der Pumpe können sich zusätzlich negativ auf die Stabilität der Strömung auswirken. Diese Aspekte sind bei der Diskussion des Geschwindigkeitsindex und des maximalen Volumenstroms der Fallturmexperimente zu berücksichtigen.

### 7.3.4 Ergebnisse der Fallturmexperimente

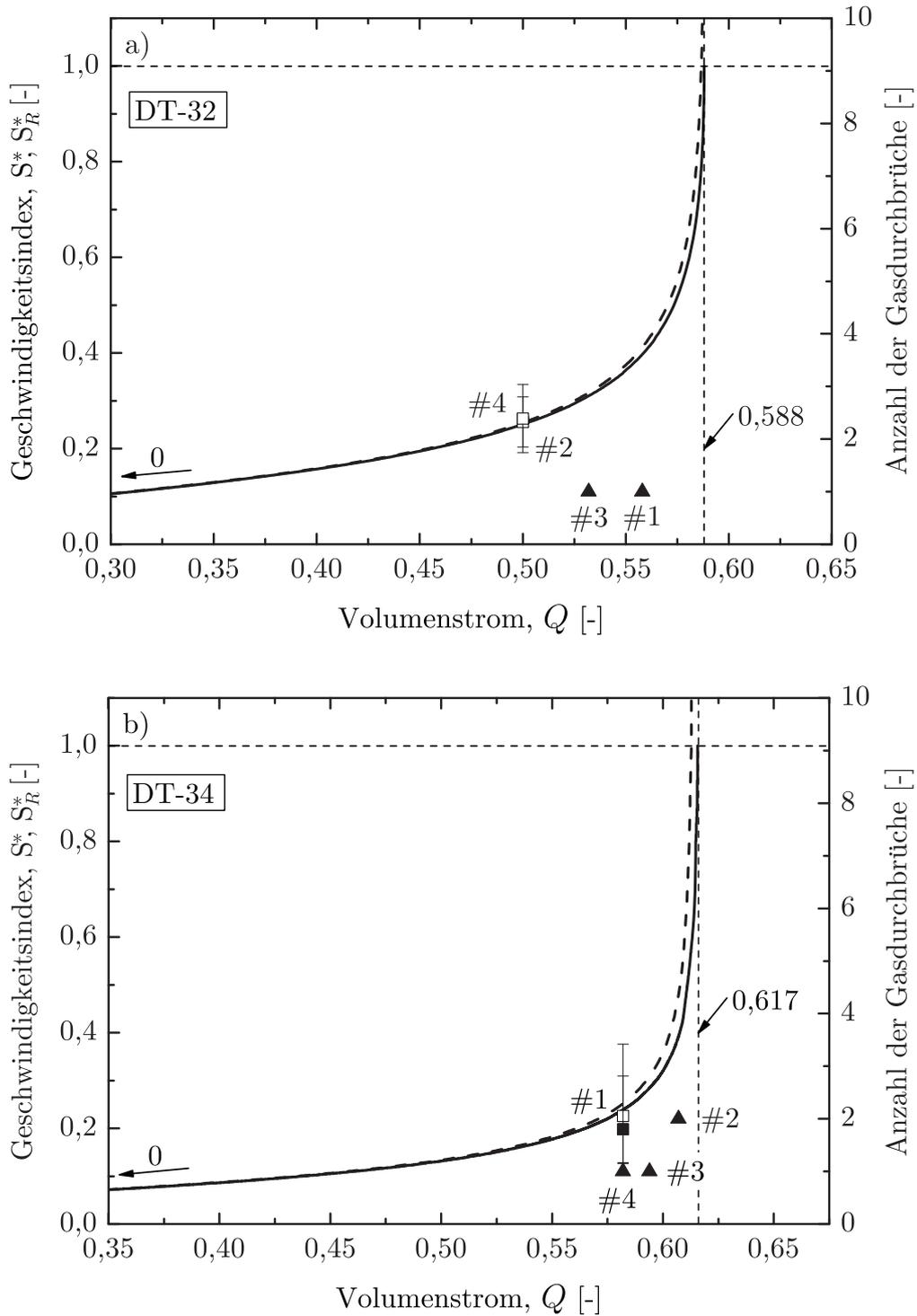
Die Auswertung der Geschwindigkeitsindizes zu den in den Fallturmexperimenten untersuchten Parametern (vgl. Tabelle 5.1) ist den Abbildungen 7.17, 7.18 und 7.19 grafisch dargestellt. In den Grafiken sind jeweils der experimentelle Geschwindigkeitsindex  $S_R^*$  und die numerischen Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$  und  $S^*$  als Funktion des Volumenstroms aufgetragen. Entsprechend der Auswertung im TEXUS-Experiment sind die ersten beiden Indizes durch Gl. (4.20) definiert und basieren auf der Approximation der Oberflächenkrümmung nach Gl. (3.26). Letzterer Index ist durch Gl. (4.22) bestimmt und basiert auf der vollständigen Oberflächenkrümmung. Um die beobachtete instabile Strömung hinsichtlich der oben erläuterten Auswirkungen der instationären Randbedingungen beurteilen zu können, ist zusätzlich die Anzahl der beobachteten Gasdurchbrüche durch die gefüllten dreieckigen Symbole angegeben. Diese sind ein Maß für die Stärke und Kontinuität der instationären Vorgänge. In diesem Zusammenhang bezeichnen gefüllte rechteckige Symbole Experimente, in denen die Strömung instationär anlief und trotzdem zu einem verwertbaren Ergebnis im Sinne der quasistationären Betrachtung führte.

Zunächst ist festzustellen, dass alle Strömungen – genau wie im TEXUS-Experiment – unterkritisch waren, da die auftretenden Gradienten  $dp/dx$ ,  $dA/dx < 0$  und  $dv/dx > 0$  längs der Strecke  $0 \leq x \leq l^*$  nach Tabelle 4.2 nur für  $S < 1$  erfüllt sind. Aus den gleichen wie in Kapitel 7.3.1 genannten Gründen wird das Teilstück  $l^* < x \leq 1$  nicht betrachtet. Da für unterkritische Strömungen  $dS^2/dx > 0$  gilt, nimmt der Geschwindigkeitsindex längs des Kanals zu und erreicht am Ort  $x = l^*$  ein Maximum, so dass für den kritischen Volumenstrom an dieser Stelle des Kanals das Auftreten des Choking-Effektes zu erwarten ist. Die Numerik bestätigt dieses Verhalten exakt für alle untersuchten Parameter. Der numerisch bestimmte Index  $S^*$  nimmt mit steigendem Volumenstrom zu und nimmt für den jeweils maximalen numerischen Volumenstrom  $Q_{krit}^{num}$  den Wert  $S^* = 1$  an. Für  $Q > Q_{krit}^{num}$  divergiert das numerische Verfahren, da für diesen Volumenstrombereich keine Lösungen der Modellgleichungen (3.42) und (3.43) existieren. Eine stationäre Strömung im Kapillarkanal oberhalb dieses Wertes ist daher nicht möglich. Die experimentellen Daten ( $\square$ ,  $\blacksquare$ ) bestätigen die Charak-

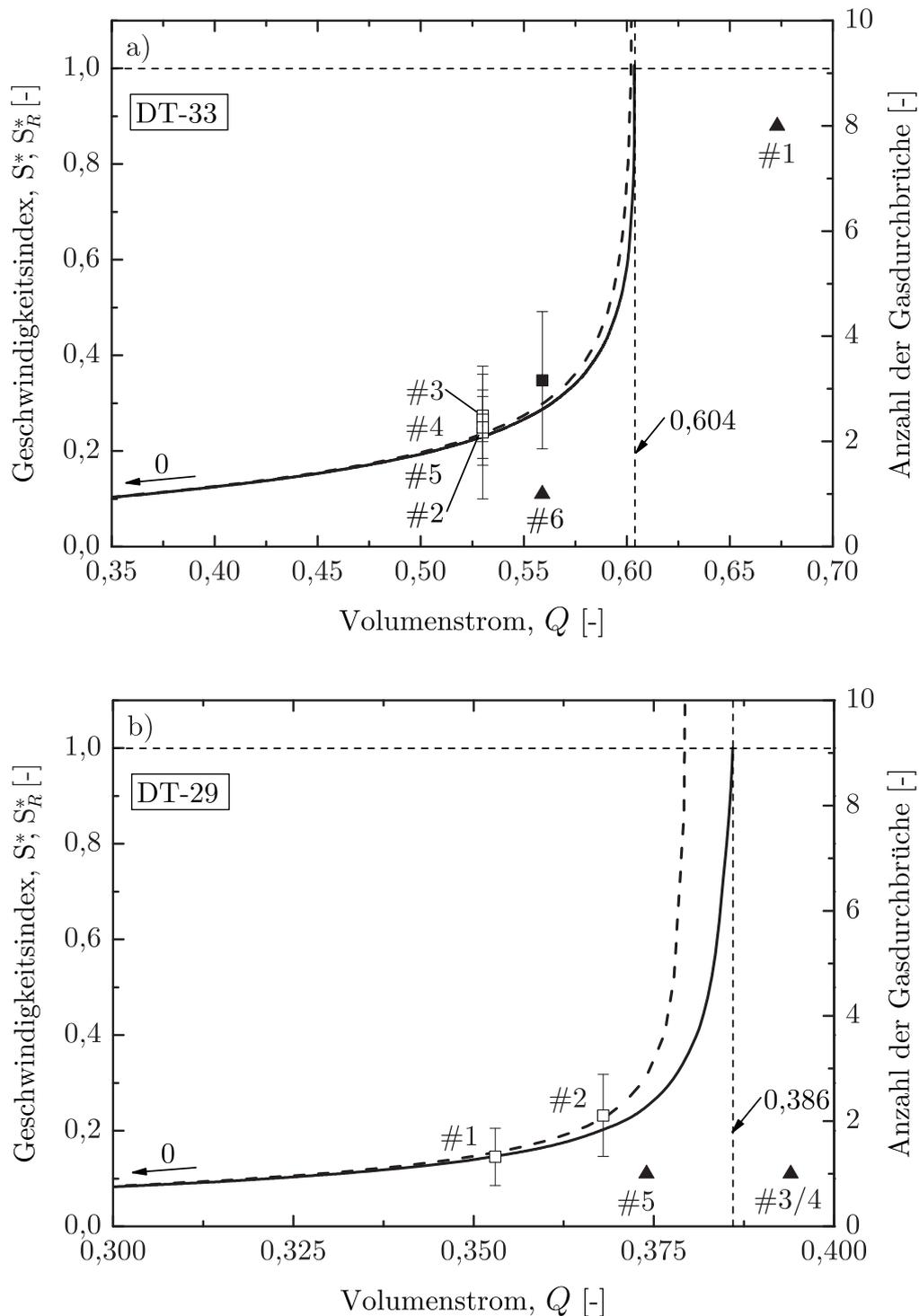


**Abbildung 7.17:** Geschwindigkeitsindex im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms (Fallturmexperimente).  $\square$   $S_R^*$  experimentell,  $\blacksquare$   $S_R^*$  experimentell, Strömung instationär angelaufen, ----  $S_R^*$  numerisch, —  $S^*$  numerisch,  $\blacktriangle$  Anzahl der Gasdurchbrüche. (a) DT-35a,  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 1,50 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$ . (b) DT-35,  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 1,50 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 7,00 \cdot 10^{-3}$ .

### 7.3 Einfluss des Geschwindigkeitsindex auf die Grenze des Volumenstroms



**Abbildung 7.18:** Geschwindigkeitsindex im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms (Fallturmexperimente).  $\square$   $S_R^*$  experimentell,  $\blacksquare$   $S_R^*$  experimentell, Strömung instationär angelaufen, ----  $S_R^*$  numerisch, —  $S^*$  numerisch,  $\blacktriangle$  Anzahl der Gasdurchbrüche. (a) DT-32,  $\Lambda = 3,3$ ,  $Oh = 1,94 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 1,52 \cdot 10^{-2}$ . (b) DT-34,  $\Lambda = 10$ ,  $Oh = 1,94 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 1,53 \cdot 10^{-2}$ .



**Abbildung 7.19:** Geschwindigkeitsindex im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms (Fallturmexperimente). □  $S_R^*$  experimentell, ■  $S_R^*$  experimentell, Strömung instationär angelaufen, ----  $S_R^*$  numerisch, —  $S^*$  numerisch, ▲ Anzahl der Gasdurchbrüche. (a) DT-33,  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 1,94 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 1,56 \cdot 10^{-2}$ . (b) DT-29,  $\Lambda = 10$ ,  $Oh = 4,68 \cdot 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 4,40 \cdot 10^{-2}$ . Die Modellrechnungen wurden für  $Oh = 4,53 \cdot 10^{-3}$  und  $\mathcal{L} = 4,26 \cdot 10^{-2}$  durchgeführt.

### 7.3 Einfluss des Geschwindigkeitsindex auf die Grenze des Volumenstroms

teristik des Geschwindigkeitsindex tendenziell, auch wenn aufgrund der begrenzten Anzahl von Fallturmexperimenten und die durch die instationären Randbedingungen verursachten Störungen weniger auswertbare Daten pro Kurve verfügbar sind als im TEXUS-Experiment. Aufgrund der in Kapitel 7.2.1.1 festgestellten relativ guten Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen zeigt sich eine vergleichbar gute Übereinstimmung auch zwischen den experimentellen und numerischen Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$ . Vielfach liegen die Daten in einem Volumenstrombereich, in dem die Teilkrümmung  $R_2^{-1}$  der Oberflächen vernachlässigbar ist, so dass in guter Näherung sogar  $S_R^* \simeq S^*$  gilt. Die maximale Abweichung zwischen den experimentellen und numerischen Werten für  $S_R^*$  beträgt 0,2% für DT-35a (Abb. 7.17(a)), 3,9% für DT-32 (Abb. 7.18(a)) und 5,4% für DT-35 (Abb. 7.17(b)). In den Experimenten DT-34 und DT-33 wächst diese wegen des größeren systematischen Profilfehlers auf 11% bzw. wegen der stärkeren Oberflächenschwingung im engsten Querschnitt auf maximal 17% an (Abb. 7.18(b), Abb. 7.19(a)). Im Experiment DT-29 beträgt die Abweichung 6,7% (Abb. 7.19(b)). Ohne die Anpassung der OHNESORGE-Zahl im Rahmen des Experimentfehlers läge sie bei weit über einhundert Prozent. Die experimentellen und numerischen Werte für  $S_R^*$  und  $S^*$  sowie für die Geschwindigkeiten  $v^*$  und  $v_{cR}^*$  sind in Tabelle 7.5 aufgeführt.

Mit Ausnahme von DT-35a wurden in allen Experimentreihen Gasdurchbrüche bei Volumenströmen unterhalb des numerisch ermittelten kritischen Wertes  $Q_{krit}^{num}$  beobachtet. Diese sind in den Abbildungen 7.17(b), 7.18 und 7.19 durch die dreieckigen Symbole linksseitig des numerischen Grenzwertes gekennzeichnet. Aufgrund der im vorangegangenen Abschnitt gewonnenen Erkenntnisse über die Auswirkungen der instationären Randbedingungen widersprechen sie dem numerischen Ergebnis jedoch nicht. Offensichtlich gilt tendenziell, dass für  $Q < Q_{krit}^{num}$  nur ein Gasdurchbruch, für  $Q > Q_{krit}^{num}$  aber eine kontinuierliche Folge pro Experiment auftritt. Dabei steigt die Durchbruchfrequenz mit dem Volumenstrom, und es werden bis zu 14 Gasblasen bei DT-35 registriert (Abb. 7.17(a))<sup>8)</sup>. Die Experimente mit Volumenstrom linksseitig des numerischen Grenzwertes unterscheiden sich hiervon deutlich. Die Strömung läuft zunächst mit einem kurzen Gasdurchbruch instationär an, verhält sich dann aber für die verbleibende Experimentdauer quasistationär. Solche Strömungen lassen sich auswerten und liefern sogar Profile in relativ guter Übereinstimmung mit der Numerik, wenn – wie Fall von DT-34/4 und DT-33/6 in Abb. 7.7 bzw. in Tabelle 7.1 – die verbleibende Experimentdauer als Mittelungsintervall ausreicht. Die ermittelten Geschwindigkeitsindizes entsprechen dann im Rahmen der durch die Profile bestimmten Abweichung dem numerischen Ergebnis, wie anhand der Abbildungen 7.18(b), 7.19(a) zu erkennen ist. Abgesehen von den genannten Experimenten ist eine Auswertung jedoch

<sup>8)</sup>Aufgrund der langen Fülldauer des Kapillarkanals reichte die Experimentdauer der Versuche DT-29/3, DT-29/4 nur für jeweils einen Gasdurchbruch (Abb. 7.19(b)). Der Beginn eines erneuten Durchbruchs ist jedoch auf den Videobildern zu erkennen.

**Tabelle 7.5:** Experimentelle und numerische Werte der mittleren Geschwindigkeit  $v^*$ , der Wellengeschwindigkeit  $v_{cR}^*$  und der Geschwindigkeitsindizes  $S_R^*$ ,  $S^*$  am Ort des minimalen Strömungsquerschnitts für verschiedene Volumenströme in den Fallturmxperimenten.

Bez.	Experimentelle Werte			Numerische Werte			
	$v^*$	$v_{cR}^*$	$S_R^*$	$v^*$	$v_{cR}^*$	$S_R^*$	$S^*$
35a/2	$0,813 \pm 0,029$	$2,065 \pm 0,638$	$0,39 \pm 0,14$	0,815	2,156	0,39	0,38
35a/3	$0,858 \pm 0,029$	$1,711 \pm 0,554$	$0,50 \pm 0,18$	0,858	1,705	0,50	0,48
35/4	$0,664 \pm 0,036$	$2,678 \pm 1,183$	$0,25 \pm 0,12$	0,663	2,734	0,24	0,24
35/5	$0,681 \pm 0,034$	$2,522 \pm 1,050$	$0,27 \pm 0,13$	0,679	2,637	0,26	0,26
35/6	$0,671 \pm 0,023$ $- 0,014$	$2,694 \pm 0,625$ $- 0,374$	$0,25 \pm 0,07$ $- 0,05$	0,679	2,637	0,26	0,26
35/7	$0,712 \pm 0,025$	$2,317 \pm 0,642$	$0,31 \pm 0,10$	0,710	2,427	0,29	0,29
32/2	$0,551 \pm 0,020$	$2,894 \pm 0,105$	$0,26 \pm 0,05$	0,550	2,165	0,25	0,25
32/4	$0,553 \pm 0,024$	$2,880 \pm 0,137$	$0,26 \pm 0,07$	0,550	2,165	0,25	0,25
34/1	$0,609 \pm 0,262$ $- 0,181$	$2,696 \pm 1,586$ $- 1,098$	$0,23 \pm 0,15$ $- 0,10$	0,611	2,470	0,25	0,25
34/4	$0,606 \pm 0,031$ $- 0,022$	$3,041 \pm 1,671$ $- 1,153$	$20 \pm 0,11$ $- 0,07$	0,611	2,470	0,25	0,25
33/2	$0,571 \pm 0,033$	$2,391 \pm 1,256$	$0,24 \pm 0,14$	0,570	2,426	0,23	0,23
33/3	$0,577 \pm 0,014$	$2,109 \pm 0,363$	$0,27 \pm 0,05$	0,570	2,426	0,23	0,23
33/4	$0,575 \pm 0,022$	$2,168 \pm 0,679$	$0,27 \pm 0,10$	0,570	2,426	0,23	0,23
33/5	$0,573 \pm 0,028$	$2,296 \pm 0,485$	$0,25 \pm 0,06$	0,570	2,426	0,23	0,23
33/6	$0,616 \pm 0,024$	$1,771 \pm 0,662$	$0,35 \pm 0,14$	0,609	2,062	0,30	0,30
29/1	$0,387 \pm 0,009$	$2,546 \pm 0,991$	$0,15 \pm 0,06$	0,388	2,414	0,16	0,15
29/2	$0,392 \pm 0,008$	$1,689 \pm 0,592$	$0,23 \pm 0,09$	0,409	1,712	0,24	0,19

in der Regel nicht möglich, da die Oberflächen nach dem Blasenabriss zu stark schwingen und daher das Mittelungsintervall zu kurz ist. Auffallend ist, dass der experimentell erreichbare Geschwindigkeitsindex bei Experimenten, in denen kein Gasdurchbruch auftrat, mit Zunahme der Kennzahl  $\mathcal{L}$  tendenziell abnimmt. Während sich für DT-35a ( $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$ ) Werte bis  $S_R^* = 0,5$  erreichen lassen, sind für DT-29 ( $\mathcal{L} = 4,4 \cdot 10^{-2}$ ) nur Werte bis  $S_R^* \simeq 0,2$  möglich. Gleichfalls nimmt die Steigung der Funktion  $S = S(Q)$  mit zunehmendem  $\mathcal{L}$  für kleine Volumenströme ab und nahe des kritischen Wertes zu.

Ein weiterer Hinweis auf die Wirkung instationärer Effekte als Ursache der instationär angelaufenen Strömung für  $Q < Q_{krit}^{num}$  ist das Verhältnis zwischen dem kapillargetriebenen Volumenstrom beim Füllen des Kanals  $Q_{kap}$  nach Gl. (6.36), dem größten erreichten Volumenstrom der quasistationären Strömung  $Q_{max}^{stat}$  und dem niedrigsten zum Gasdurchbruch führenden Volumenstrom  $Q_{min}^{instat}$  im Experiment. Anhand von Tabelle 7.6 zeigt sich die Tendenz, dass  $Q_{max}^{stat}$  meist kleiner (DT-35a, DT-29 ausgenommen) und  $Q_{min}^{instat}$  nicht wesentlich

**Tabelle 7.6:** Charakteristische Volumenströme der Fallturmexperimente: Kapillargetriebener Volumenstrom  $Q_{kap}$ , größter Wert der stationären Strömung  $Q_{max}^{stat}$ , kleinster Wert der instationären Strömung  $Q_{min}^{instat}$ , Grenzwert der stationären Strömung  $Q_{krit}^{exp}$  (alle experimentell); numerischer Grenzwert der stationären Strömung  $Q_{krit}^{num}$ .

Bez.	$Q_{kap}$	$Q_{max}^{stat}$	$Q_{min}^{instat}$	$Q_{krit}^{exp}$	$Q_{krit}^{num}$
DT-35a	$0,751 \pm 0,012$	$0,775 \pm 0,008$	$0,801 \pm 0,008$	$0,788 \pm 0,021$	0,800
DT-35	$0,688 \pm 0,023$	$0,659 \pm 0,006$	$0,706 \pm 0,006$	$0,686 \pm 0,030$	0,730
DT-32	$0,542 \pm 0,016$	$0,500 \pm 0,006$	$0,532 \pm 0,006$	$0,558 \pm 0,006$	0,588
DT-34	$0,585 \pm 0,015$	$0,582 \pm 0,006$	$0,594 \pm 0,006$	$0,601 \pm 0,005$	0,617
DT-33	$0,556 \pm 0,007$	$0,530 \pm 0,006$	$0,559 \pm 0,006$	$0,616 \pm 0,061$	0,604
DT-29	$0,348 \pm 0,001$	$0,368 \pm 0,003$	$0,374 \pm 0,003$	$0,384 \pm 0,016$	0,386

größer (DT-32 ausgenommen) als  $Q_{kap}$  ist. Da aufgrund der in Kapitel 7.3.3 bilanzierten Zeitskalen  $\tau_c^*$ ,  $\tau_{\Delta Q}$  das Inkrement der Volumenstromsteigerung nicht beliebig groß werden kann, lässt sich schlussfolgern, dass der experimentell realisierbare Volumenstrom  $Q_{max}^{stat}$  im Wesentlichen durch den kapillargetriebenen Volumenstrom während des Füllens des Kanals begrenzt ist. Andere Faktoren, wie die Verzögerung des Pumpenstarts nach dem Ende des Füllvorgangs des Kanals und die Reorientierung der Flüssigkeit im Flüssigkeitsbehälter (vgl. Kapitel 6.3.2), beeinflussen die Größe des Inkrements zusätzlich. Besonders deutlich wird der Einfluss der instationären Randbedingungen durch die Versuche DT-34/1 und DT-34/4, bei denen – genau wie im TEXUS-Experiment – zu gleichem Volumenstrom sowohl die stabile (DT-34/1) als auch die instabile (DT-34/4) Strömung beobachtet wurde.

Aus den oben genannten Gründen ist es daher gerechtfertigt, den Volumenstrom einer Strömung mit nur einem Gasdurchbruch so zu werten, als führte er unter idealen Experimentbedingungen zu einem stationären Ergebnis. Der durch den Geschwindigkeitsindex definierte kritische Volumenstrom der numerischen Modellrechnungen ist dann durch die experimentellen Ergebnisse stark eingegrenzt. Definiert man den kritischen Volumenstrom des Experiments,  $Q_{krit}^{exp}$ , als Mittelwert aus dem größten, zu nur einem Gasdurchbruch führenden Volumenstrom und dem kleinsten zu einer kontinuierlichen Folge von Gasdurchbrüchen führenden Volumenstrom<sup>9)</sup>, so erhält man nach Tabelle 7.6 eine Abweichung zum numerischen Ergebnis zwischen 1,5 % und 3% für DT-33, DT-34, DT-35a sowie von 5% und 6% für DT-32 bzw. DT-35. Für den Parametersatz DT-29 beträgt die Abweichung 0,5 % bei einer Reduzierung der OHNESORGE-Zahl um 3,1 % (vgl. Kapitel 7.2.1.3) und 1%, wenn diese unverändert bleibt. Offensichtlich wirkt sich bei diesem Experiment eine Änderung von Oh

<sup>9)</sup> Dieser Mittelwert weicht von der in Rosendahl *et al.* (2002) verwendeten Definition  $Q_{krit}^{exp} = 0,5(Q_{max}^{stat} + Q_{min}^{instat})$  ab, da zu dieser Zeit die Erkenntnisse über die Wirkung des Choking-Effekts sowie der instationären Randbedingungen in der hier dargestellten Form noch nicht vorlagen.

## 7 Ergebnisse und Diskussion

wesentlich stärker auf die Form der Oberflächenprofile als auf den kritischen Volumenstrom aus.

Insgesamt ist also festzustellen, dass das Strömungsmodell für den untersuchten Kennzahlbereich den kritischen Volumenstrom hinreichend genau vorhersagen kann. Das Verhalten der Strömungen für  $Q < Q_{krit}^{num}$ , bei denen nur ein Gasdurchbruch zu beobachten war, ist nicht durch den Choking-Effekt verursacht, sondern resultiert aus instationären Randbedingungen. Choking tritt erst beim Erreichen des kritischen Volumenstroms auf, für den der Geschwindigkeitsindex in allen Experimenten den Wert  $S^* = 1$  annimmt.

## 7.4 Einfluss der Reibungsverluste auf die Strömung

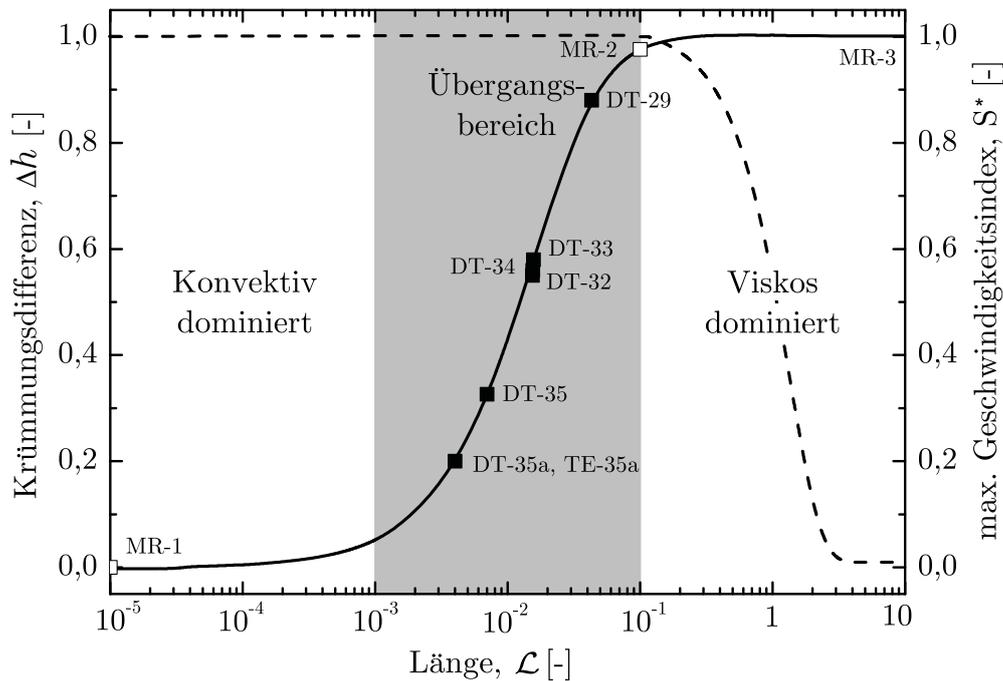
Nach den in Kapitel 5.4 angeführten Überlegungen kann die Kennzahl  $\mathcal{L}$  als ein Maß für das Größenverhältnis zwischen dem konvektiven und dem dissipativen Term der Impulsgleichung aufgefasst werden. In Abhängigkeit von  $\mathcal{L}$  sollten daher zwei distinkte Kennzahlbereiche identifizierbar sein, in denen für kleine  $\mathcal{L}$  die Strömung im Wesentlichen durch den konvektiven Impulstransport und für große  $\mathcal{L}$  durch den viskosen Impulstransport beeinflusst wird. Die Experimente lassen bereits einen Zusammenhang zwischen  $\mathcal{L}$  und der Form der Oberflächenprofile sowie zwischen  $\mathcal{L}$  und dem Geschwindigkeitsindex in einem Bereich von  $3,5 \cdot 10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 4,4 \cdot 10^{-2}$  erkennen. Um die Wirkung beider Terme entkoppelt voneinander betrachten zu können, wurde dieser Bereich mittels numerischer Rechnungen über mehrere Größenordnungen ausgedehnt. Die folgenden Abschnitte zeigen die Methode zur Klassifizierung charakteristischer Kennzahlbereiche sowie die entsprechenden Merkmale der Strömung anhand der fundamentalen Strömungsgrößen, der Profile und des Geschwindigkeitsindex auf.

### 7.4.1 Klassifizierung charakteristischer Kennzahlbereiche

Zur Identifizierung der charakteristischen Kennzahlbereiche wurden die Modellgleichungen (3.42) und (3.43) unter Variation von  $\mathcal{L}$  numerisch gelöst. Dabei wurde zu jedem  $\mathcal{L}$  der kritische Volumenstrom  $Q_{krit}^{num}$  mit einer Genauigkeit von  $10^{-10}$  bestimmt und jeweils die Differenz der Krümmung zwischen Ein- und Auslauf,  $\Delta h = h(x = l) - h(x = 0)$ , ermittelt. Formal ist  $\Delta h$  durch Integration der Gl. (3.42) bestimmt, für die sich für  $Bo_x = 0$  der nicht analytisch lösbare Ausdruck

$$\Delta h = \int_{x=0}^{x=1} dh = \frac{Q_{krit}^2}{2} \left( \frac{1}{A^2} \Big|_{x=1} - \frac{1}{A_0^2} \right) + \int_{x=0}^{x=1} \frac{K_{pg} Q_{krit} \mathcal{L}}{2A} dx = \Delta h_{konv} + \Delta h_{irr} \quad (7.2)$$

mit  $K_{pg} = K_{pl} - 16K_{pe}(\check{x}_S)$  ergibt. Da  $A(x = 0) = A(x = 1)$  ist, führt der durch den konvektiven Term verursachte Druckgradient zu keiner Nettozunahme der Druckdifferenz zwischen Ein- und Auslass des offenen Kanals, so dass Gl. (7.2) ein direktes Maß für die Größe des irreversiblen Reibungsdruckverlustes ist. Die numerischen Ergebnisse zeigen, dass die maximal auftretende Krümmungsdifferenz auf  $\Delta h = 1$  beschränkt ist, obwohl man aufgrund der maximal möglichen Teilkrümmungen in den Hauptnormalenebenen ( $(R_1^{-1})_{max} = 1, (R_2^{-1})_{max} > 0$ ) einen höheren Wert erwarten würde. Selbst die lokale Krümmung der Oberfläche überschreitet  $h = 1$  in einigen Strömungen nur um wenige Prozent. Führt man die Integration in Gl. (7.2) nur bis zum engsten Querschnitt der Strömung durch und schätzt die irreversible Krümmungsdifferenz mit  $\Delta h_{irr}^* \simeq \Delta h$  ab, so erhält man  $\Delta h^* = \Delta h_{konv}^* + \Delta h_{irr}^* \simeq \Delta h_{konv}^* + \Delta h$ . Wegen  $h \lesssim 1$  gilt  $\Delta h^* \lesssim 1$ , und es folgt, dass die Strömung für  $\Delta h \simeq 0$  im Wesentlichen durch den konvektiven und für  $\Delta h \simeq 1$  durch den viskosen Impulstransport bestimmt ist. Die Modellrechnungen wurden unter Annahme



**Abbildung 7.20:** Krümmungsdifferenz zwischen Ein- und Auslass des Kapillarkanal  $\Delta h$  (—) und maximaler Geschwindigkeitsindex  $S^*$  (---) als Funktion von  $\mathcal{L}$  für  $Q_{krit}^{num}$ . Die Symbole bezeichnen die Experimentparameter (■) nach Tabelle 5.1 und Parameter der Modellrechnungen (□) nach Tabelle 7.7.  $\Delta h$  ist ein Maß für den irreversiblen Druckverlust und dient zur Klassifizierung der Strömung.

eines voll ausgebildeten parabolischen Geschwindigkeitsprofils ( $K_{pe} = 0$ ) durchgeführt. Als Krümmungsrandbedingung diente dabei Gl. (5.2) mit den Parametern  $K_1 = 1,4$ ,  $K_2 = 374$  und  $K_3 = 0$ . Dies entspricht den Druckverhältnissen im TEXUS-Experiment für den Fall einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche im Ausgleichsrohr.

In Abb. 7.20 ist die ermittelte Krümmungsdifferenz  $\Delta h$  in Abhängigkeit von  $\mathcal{L}$  für die Parameter  $Oh = 10^{-3}$  und  $\Lambda = 5$  dargestellt. Es lässt sich zeigen, dass der funktionale Zusammenhang zwischen  $\Delta h$  und  $\mathcal{L}$  für den Bereich  $10^{-3} \leq Oh \leq 10^{-1}$ , für  $\Lambda \geq 3$  sowie bei Abweichungen von der gewählten Randbedingung  $h_0$  von bis zu 15% nur geringfügig variiert, so dass die Kurve auch für die durchgeführten Experimente repräsentativ ist. Daher sind die  $\Delta h$  der Experimente (■) trotz abweichender Kennzahlen  $Oh$  und  $\Lambda$  (Tabelle 5.1) in der Grafik dargestellt. Die Abweichungen zu den Funktionswerten der Kurve variieren dabei innerhalb der Symbole. Zur Charakterisierung der Strömung ist die Kurve in drei Bereiche unterteilt. Für kleine  $\mathcal{L}$  ist die Krümmungsdifferenz  $\Delta h$  gering, woraus folgt, dass der irreversible Druckverlust entlang des Kanals entsprechend klein ist. Legt man  $\Delta h < 0,05$  als Bereichskriterium fest, erstreckt sich dieser im Folgenden als „konvektiv dominiert“ bezeich-

**Tabelle 7.7:** Parameter, Randbedingungen und kritischer Volumenstrom der Modellrechnungen MR-1, MR-2, MR-3. Die Druckrandbedingung ist nach Gl. (5.2) durch die Koeffizienten  $K_1, K_2, K_3$  festgelegt. Es wurde eine laminare Strömung mit vollständig ausgebildetem Geschwindigkeitsprofil ( $K_{pe} = 0, \beta_0 = 0$ ) vorausgesetzt.

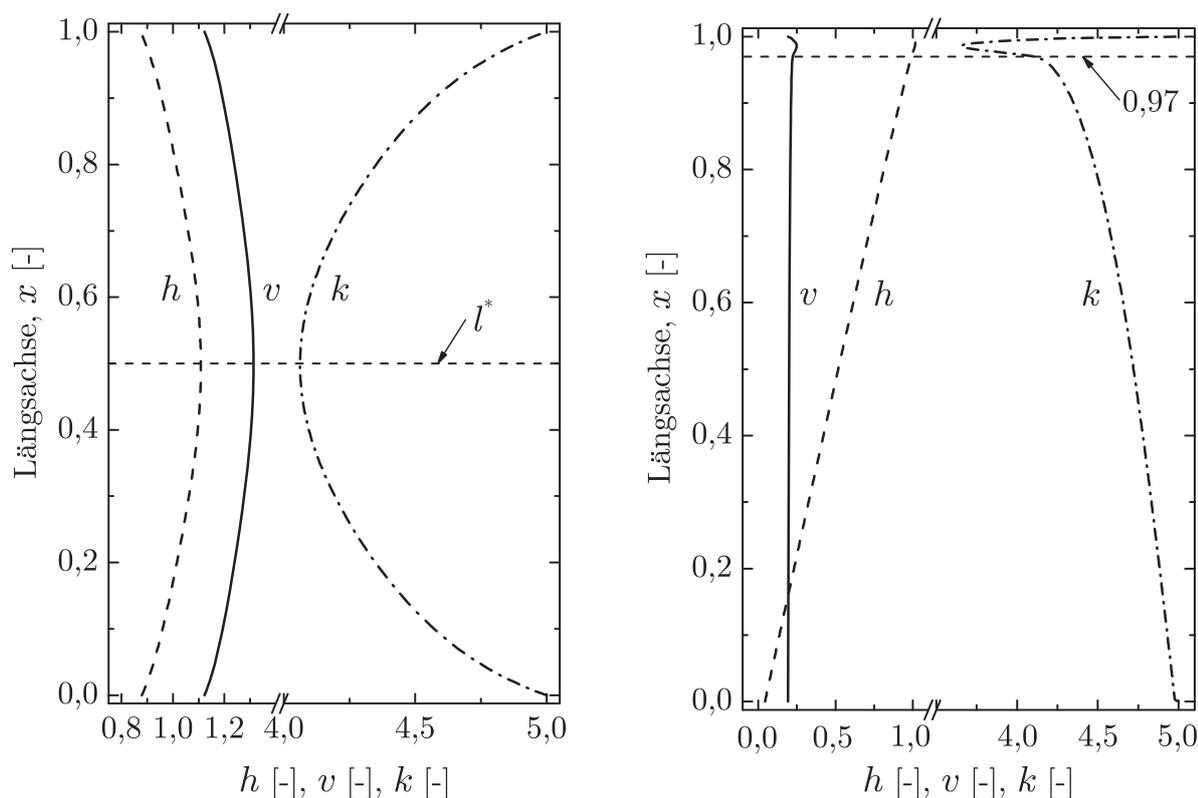
Bez.	$\Lambda$	Oh	$\mathcal{L}$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$Q_{krit}^{num}$
MR-1	5	$10^{-5}$	$10^{-5}$	1,4	374	0	1,123
MR-2	5	$10^{-3}$	$10^{-1}$	1,4	374	0	0,1927
MR-3	5	$10^{-2}$	10	1,4	374	0	0,0020

nete Bereich über das Intervall  $0 < \mathcal{L} < 10^{-3}$ . Im Grenzfall sehr kurzer Längen verschwindet der Reibungsanteil in Gl. (7.2), so dass jede Druckänderung längs des Strömungsweges dann vollständig reversibel ist. Für große  $\mathcal{L}$  ist die Strömung im Wesentlichen durch viskosen Impulstransport bestimmt („dissipativ dominierter Bereich“). Im Grenzfall  $\mathcal{L} \rightarrow \infty$  verschwindet die Wirkung des konvektiv transportierten Impulses vollständig, und man erhält eine reine STOKES'sche Strömung. Für den dissipativ dominierten Bereich, der sich über das Intervall  $10^{-1} < \mathcal{L} < \infty$  erstreckt, gilt  $\Delta h > 0,97$ . Die Festlegung dieser Bereichsgrenze folgt aus der Feststellung, dass der Choking-Effekt bei  $\mathcal{L} \simeq 10^{-1}$  seine Wirkung verliert und der Volumenstrom der Strömung dann rein durch viskose Kräfte limitiert ist. Hierauf wird in Kapitel 7.4.3 näher eingegangen. Der Bereich zwischen dem konvektiven und dem dissipativen Bereich ( $10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 10^{-1}$ ) wird als „Übergangsbereich“ bezeichnet, da die Strömung hier sowohl vom konvektiven als auch vom dissipativen Term der Impulsgleichung beeinflusst wird. Wie Abb. 7.20 zeigt, decken die experimentellen Untersuchungen einen Großteil dieses Bereiches ab.

## 7.4.2 Konvektiv dominierter Bereich und Übergangsbereich

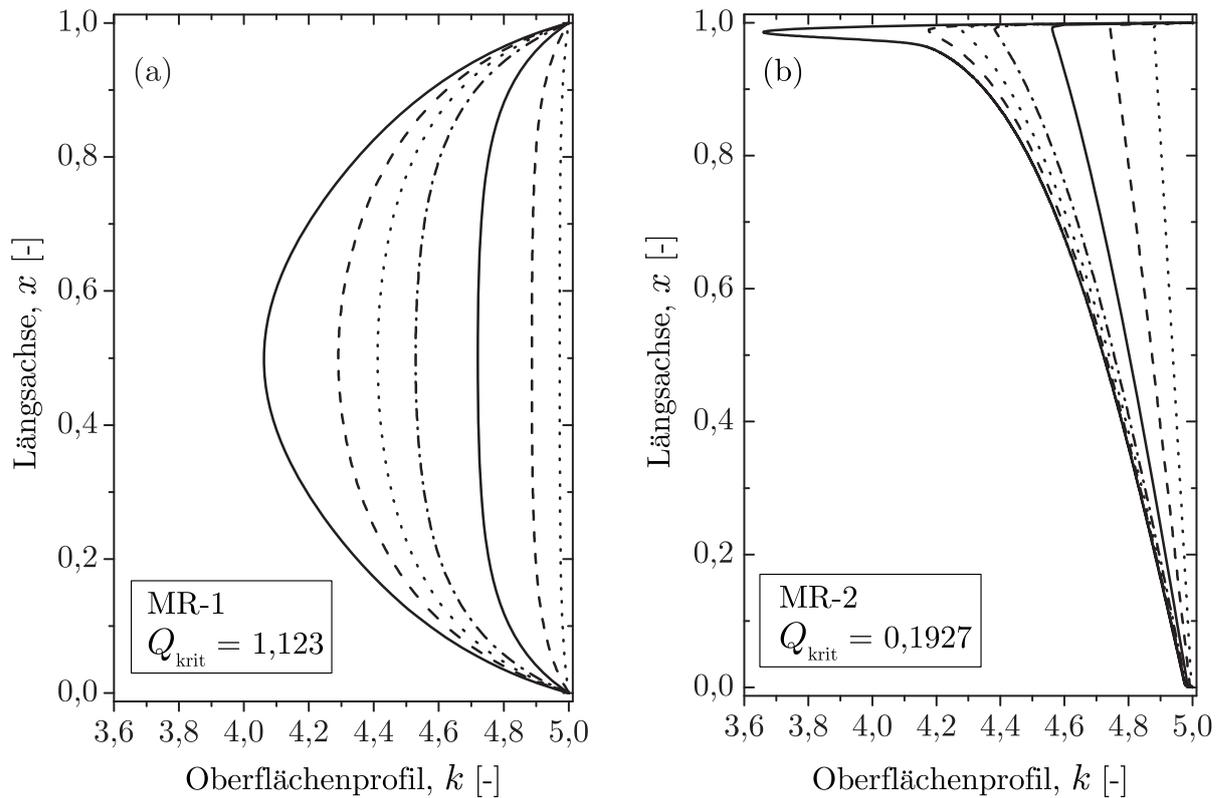
Die charakteristischen, von  $\mathcal{L}$  abhängigen Merkmale der Strömung lassen sich anhand der Modellrechnungen zu den Parametern MR-1, MR-2 aus Tabelle 7.7 diskutieren. Der erste Parametersatz charakterisiert die Strömung am unteren Rand des in Abb. 7.20 dargestellten konvektiv dominierten Bereiches, letzterer am oberen Rand des Übergangsbereiches. Die Eintrittsdruckrandbedingungen für die Modellrechnungen sind identisch zu den oben angenommenen, ebenso wurde ein vollständig ausgebildetes laminares Geschwindigkeitsprofil vorausgesetzt ( $K_{pe} = 0$ ).

Die Abbildungen 7.21(a), (b), in denen jeweils das Oberflächenprofil  $k$ , die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und die Oberflächenkrümmung  $h$  längs des Kanals für den kritischen Volumenstrom  $Q_{krit}^{num}$  dargestellt sind, lassen signifikante Unterschiede zwischen beiden Strömungen erkennen. Da der konvektive Druckverlust reversibel ist, tritt bei MR-1 der eng-



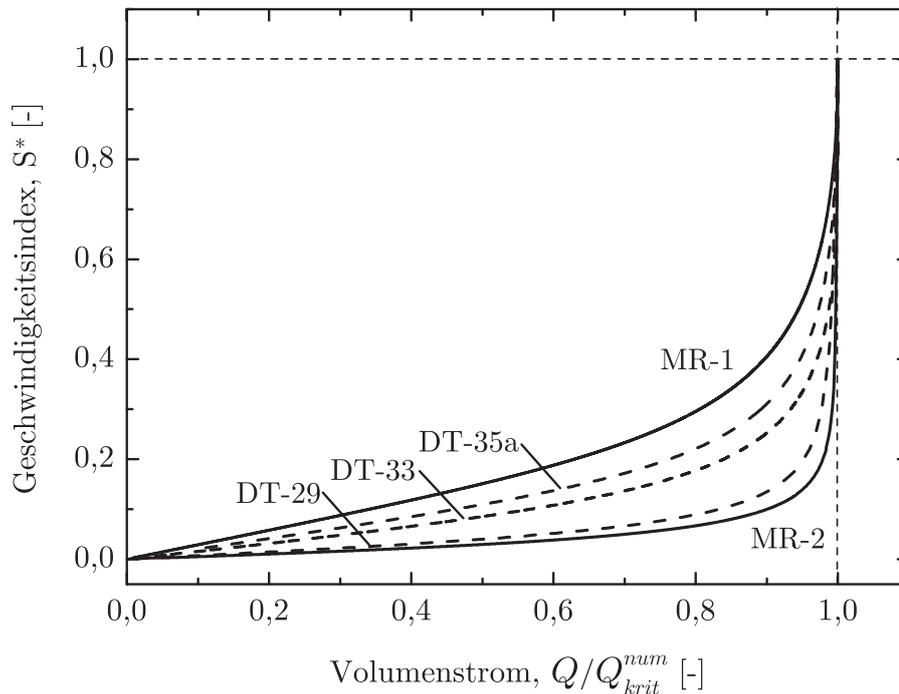
**Abbildung 7.21:** Erscheinungsformen der offenen Kapillarströmung in Abhängigkeit von der Kennzahl  $\mathcal{L}$ . — Strömungsgeschwindigkeit  $v$ , ---- Oberflächenkrümmung  $h$ , --- Oberflächenprofil  $k$ . (a) Modellrechnung MR-1,  $\Lambda = 5$ ,  $\text{Oh} = 10^{-5}$ ,  $\mathcal{L} = 10^{-5}$ . (b) Modellrechnung MR-2,  $\Lambda = 5$ ,  $\text{Oh} = 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 10^{-1}$ .

ste Querschnitt in der Mitte des Kanals bei  $l^* = l/2$  auf (Abb. 7.21(a)). Der Druckabfall auf  $0 \leq x < l^*$  wird auf der Strecke  $l^* < x \leq l$  zurückgewonnen. Dementsprechend sind die Strömungsgeschwindigkeit  $v$  und die Oberflächenkrümmung  $h$  symmetrisch bezüglich  $l^*$ . Mit wachsendem  $\mathcal{L}$  nimmt die Dissipation zu und führt zu einer Abnahme des Anteils des konvektiven Gradienten  $vdv/dx$  am Gradienten des statischen Drucks  $dp/dx$ , so dass sich der Ort des minimalen Querschnitts zum Auslass verschiebt. In MR-2 ist die signifikante Wirkung der konvektiv bedingten Druckänderung auf einen kleinen Bereich der Ausdehnung  $0,970 \lesssim x \leq 1$  um den Ort des minimalen Querschnitts bei  $l^* = 0,985$  reduziert (7.21(b)). Für  $l \leq 0,970$  nimmt die Krümmung  $h$  vom Kanaleintritt aus in guter Näherung linear zu, während die Geschwindigkeit praktisch konstant bleibt. Wegen  $h \sim p$  folgt, dass hier im Wesentlichen nur der viskose Impulstransport wirkt, da dieser nach Gl. (3.19) und Gl. (3.40) für  $v = \text{const}$  und  $K_{pe} = 0$  proportional zu  $x$  ist. Eine merkliche konvektive Beschleunigung setzt erst infolge der starken Abnahme des Gradienten  $dA/dx$  auf der Strecke  $0,970 < x < l^*$  ein, was anhand der Geschwindigkeitszunahme in diesem Bereich zu erkennen ist.



**Abbildung 7.22:** Oberflächenprofile für verschiedene Volumenströme. (a) Modellrechnung MR-1,  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 10^{-5}$ ,  $\mathcal{L} = 10^{-5}$ . (b) Modellrechnung MR-2,  $\Lambda = 5$ ,  $Oh = 10^{-3}$ ,  $\mathcal{L} = 10^{-1}$ . Die Profile entsprechen den Volumenströmen —  $Q_{krit}^{num}$ , ----  $0,98Q_{krit}^{num}$ ,  $\cdots$   $0,95Q_{krit}^{num}$ , -.-.-  $0,9Q_{krit}^{num}$ , — —  $0,75Q_{krit}^{num}$ , - - - -  $0,50Q_{krit}^{num}$ ,  $\cdots$   $0,25Q_{krit}^{num}$  (von links nach rechts).

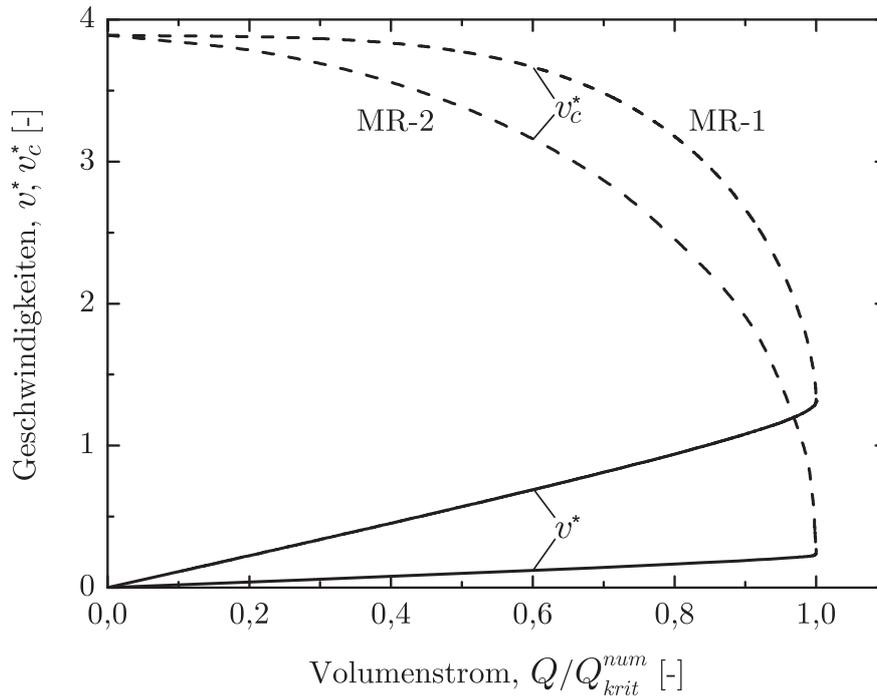
Um die unterschiedliche Wirkung des konvektiven Druckgradienten in beiden Strömungen weiter zu verdeutlichen, sind in Abb. 7.22 die Profile beider Strömungen unter Variation des Volumenstroms dargestellt. Für die Modellrechnung MR-1 zeigt Abb. 7.22(a), dass der konvektive Druckverlust für kleine  $Q$  nur zu geringen Querschnittsänderungen am Ein- und Austritt des Kanals führt. Zwischen diesen Bereichen ist die Breite der Profile praktisch konstant. Mit zunehmendem Volumenstrom nehmen die Querschnittsänderungen zu, bis das Minimum in der Mitte des Kanals ausgebildet ist. Die Profile der Strömung MR-2 in Abb. 7.22(b) dagegen weisen für  $Q \lesssim 0,9 Q_{krit}^{num}$  auf der Strecke bis zum engsten Querschnitt die gleiche Charakteristik auf wie das Profil in Abb. 7.21(b) für  $x < 0,97$ . Hieraus ist zu schließen, dass die Wirkung des konvektiven Druckverlustes bis zu diesem Volumenstrom praktisch vernachlässigbar ist und nur unmittelbar vor Erreichen des kritischen Wertes merklich zur Druckbilanz beiträgt. Dabei ist die Änderungsrate  $dA^*/dQ$  knapp doppelt so groß wie im Fall der konvektiv dominierten Strömung, und der Querschnitt fällt auf einen 10% kleineren Wert ab.



**Abbildung 7.23:** Geschwindigkeitsindex im engsten Strömungsquerschnitt als Funktion des Volumenstroms. — Modellrechnungen MR-1 ( $\mathcal{L} = 10^{-5}$ ), MR-2 ( $\mathcal{L} = 10^{-1}$ ). - - - - Modellrechnungen zu den Fallturmexperimenten DT-35a ( $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$ ), DT-33 ( $\mathcal{L} = 1,56 \cdot 10^{-2}$ ), DT-29 ( $\mathcal{L} = 4,4 \cdot 10^{-2}$ ).

Der Zusammenhang zwischen der Form der Oberflächenprofile und der Kennzahl  $\mathcal{L}$  wird durch die Experimente bestätigt. Mit  $\mathcal{L} = 3,5 \cdot 10^{-3}$  und  $\mathcal{L} = 3,63 \cdot 10^{-3}$  repräsentieren TE-35a bzw. DT-35a das untere Drittel des Übergangsbereiches, und die ermittelten Profile weisen Eigenschaften einer konvektiv dominierten Strömung auf. Wie aus Abb. 7.5 und Abb. 7.9 hervorgeht, sind die Änderungsraten der Profile an Ein- und Austritt in den vergleichbaren Bereichen vom Betrag her näherungsweise identisch und variieren auf der Strecke  $l_1 < x < l^*$  vergleichsweise gering, so dass sie zu einem Profil der Modellrechnungen MR-1 mit niedrigerem Volumenstrom aus Abb. 7.22(a) tendieren. Das Experiment DT-29 dagegen befindet sich im oberen Drittel des Übergangsbereiches ( $\mathcal{L} = 4,4 \cdot 10^{-2}$ ) und zeigt bereits den Ansatz einer ausgeprägten Querschnittsverengung, wie sie für die Modellrechnung MR-2 charakteristisch ist (vgl. Abb. 7.8(b) und Abb. 7.22(b)).

Die ermittelten Geschwindigkeitsindizes der Modellrechnungen MR-1, MR-2 am Ort des kleinsten Querschnitts sind in Abb. 7.23 zusammen mit den Ergebnissen der Fallturmexperimente DT-29, DT-33, DT-35a (alle bei  $\Lambda = 5$ ) aus Kapitel 7.3.4 als Funktion des skalierten Volumenstroms  $Q/Q_{krit}^{num}$  aufgetragen. Da für  $Q/Q_{krit}^{num} \rightarrow 1$  jeweils  $S^* \rightarrow 1$  gilt, folgt, dass sowohl im konvektiv dominierten Bereich als auch im Übergangsbereich ( $\mathcal{L} < 0,1$ ) die Be-



**Abbildung 7.24:** Strömungsgeschwindigkeit  $v^*$  (—) und Wellengeschwindigkeit  $v_c^*$  (----) im engsten Querschnitt für die Modellrechnungen MR-1 ( $\mathcal{L} = 10^{-5}$ ), MR-2 ( $\mathcal{L} = 10^{-1}$ ).

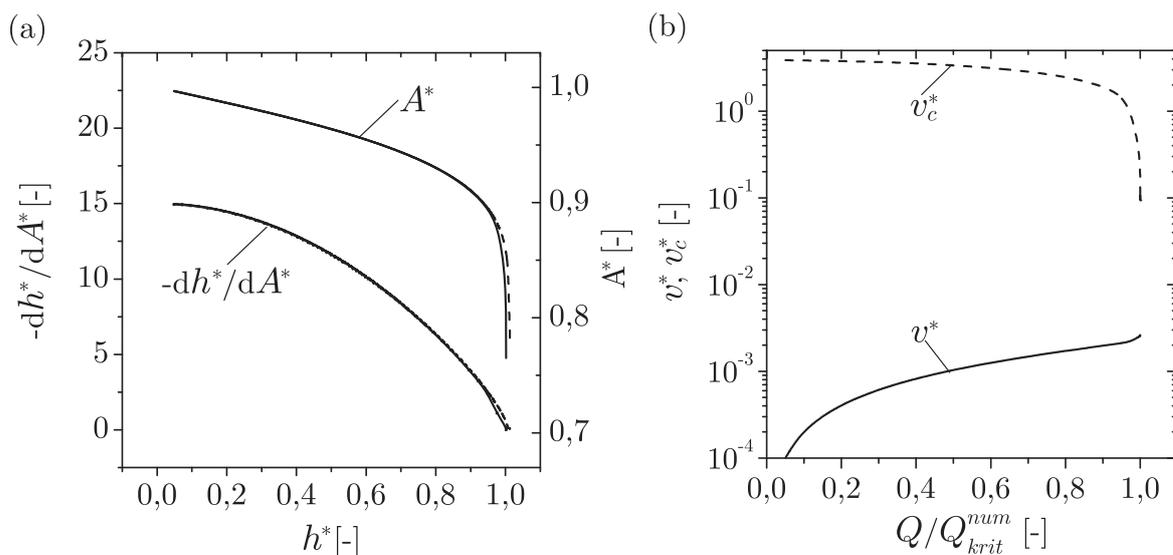
schränkung des Volumenstroms der offenen Kapillarströmung durch den Choking-Effekt hervorgerufen wird. Für  $Q/Q_{krit}^{num} > 1$  existieren keine Lösungen der Modellgleichungen (3.42) und (3.43), da das numerische Verfahren nicht konvergiert. Offensichtlich wird der zum Choking führende Mechanismus aber durch  $\mathcal{L}$  beeinflusst, da die Kurven unterschiedliche Steigungen haben. Wie aus der Abbildung zu erkennen ist, weist die konvektiv dominierte Strömung bereits bei niedrigen Volumenströmen eine moderate Zunahme von  $S^*$  auf. Diese nimmt mit zunehmendem  $\mathcal{L}$  ab und führt zwangsläufig zu einem starken Anstieg der Rate  $dS^*/dQ$  nahe des kritischen Volumenstroms. Im Extremfall MR-2 ist die Zunahme so gering ( $S^* < 0,1$  für  $0 \leq Q \leq 0,9 Q_{krit}^{num}$ ), dass für  $Q > 0,9 Q_{krit}^{num}$  eine Änderung des Geschwindigkeitsindex von 90% erfolgt. Um dieses Verhalten deuten zu können, sind in Abb. 7.24 zu beiden Modellrechnungen die entsprechenden Strömungs- und Kapillarwellengeschwindigkeiten dargestellt. Da bei der konvektiv dominierten Strömung der Gradient des statischen Drucks fast ausschließlich in Flüssigkeitsbewegung umgesetzt wird, sind große Volumenströme mit entsprechend hohen Strömungsgeschwindigkeiten erreichbar. Infolge dessen steigt  $v$  in MR-1 gemessen an der Skala von  $v_c$  mit zunehmendem Volumenstrom deutlich an und trägt daher ebenso wie die Wellengeschwindigkeit zum Auftreten des Choking-Effektes bei. Der Geschwindigkeitsindex ist dementsprechend bereits bei niedrigem  $Q$  relativ groß. Im Fall MR-2 dagegen wird der überwiegende Teil der Gesamtenergie der Strömung dissipiert, so dass die

Strömungsgeschwindigkeit trotz großer Gradienten des zwischen den Enden des offenen Kanals anliegenden Drucks niedrig bleibt. Somit ist im Gegensatz zur konvektiv dominierten Strömung der Choking-Effekt einer stark reibungsbehafteten Strömung quasi allein auf die Abnahme der Wellengeschwindigkeit zurückzuführen. Aufgrund der geringen Geschwindigkeitszunahme ist der Geschwindigkeitsindex im Wesentlichen durch die Charakteristik der Wellengeschwindigkeit bestimmt und nimmt daher erst für Volumenströme nahe des kritischen Wertes stark zu.

### 7.4.3 Dissipativ dominierter Bereich

Für  $\mathcal{L} > 0,1$  weicht das Erscheinungsbild der Strömung nur unwesentlich von dem in Abb. 7.21(b) und 7.22(b) ab. Zwar verengt sich der Strömungsweg am Ort  $x = l^*$  unter Steigerung der Reibungsverluste weiter, der Zusammenhang zwischen der Oberflächenkrümmung und dem Strömungsweg ist jedoch weiterhin praktisch linear, und die Strömungsgeschwindigkeit bleibt – abgesehen von der geringfügigen Erhöhung im engsten Querschnitt – konstant. Der Geschwindigkeitsindex  $S^*$  dagegen erreicht für den kritischen Volumenstrom nicht mehr den Wert eins, sondern nimmt mit zunehmendem  $\mathcal{L}$  ab und verschwindet schließlich für große Werte. Dies ist aus Abb. 7.20 ersichtlich, in der maximale Geschwindigkeitsindex  $S^*(Q_{krit}^{num})$  als Funktion von  $\mathcal{L}$  dargestellt ist. Offensichtlich wird im Fall sehr starker Reibung die Begrenzung des Volumenstroms nicht mehr durch den Choking-Effekt verursacht. Dies ist plausibel, da dieser auf einer Wechselwirkung zwischen dem konvektiven und statischen Druck resultiert (vgl. Kapitel 4.4). Er verliert daher seine Funktionsweise in dem Maße, wie der konvektive gegenüber dem viskosen Impulstransport vernachlässigbar ist. Wie bereits in Kapitel 7.4.1 erläutert, ist die lokale Krümmung auf  $h \simeq 1$  beschränkt, woraus folgt, dass auch die konvektive Beschleunigung keine beliebigen Werte annehmen kann. Diese Beschränkung wirkt sich unmittelbar auf die kapillare Wellengeschwindigkeit aus, da sie auch eine Beschränkung der Krümmungs- und Querschnittsänderung einschließt.

Um dies zu verdeutlichen, sind in Abb. 7.25(a) die Funktionen  $-dh^*/dA^* = f(h^*)$  und  $A^* = g(h^*)$  für die Modellrechnungen MR-2, MR-3 aus Tabelle 7.7 dargestellt. Letzterer Parametersatz repräsentiert eine viskos dominierte Strömung für  $\mathcal{L} = 10$ . Abgesehen von einer marginalen Abweichung nahe der maximalen Krümmung sind beide Ableitungen  $-dh^*/dA^*$  identisch. Hieraus folgt, dass die Änderungen der Krümmung mit der Querschnittsfläche nahe des kritischen Volumenstroms (bei  $h \simeq 1$ ) zwischen beiden Modellrechnungen nur gering voneinander abweichen, und das obwohl der Querschnitt in MR-3 deutlich kleiner ist als in MR-2. Als Folge der Beschränkung des konvektiven Terms kann die Wellengeschwindigkeit keine beliebig kleinen Werte annehmen, so dass sie die Strömungsgeschwindigkeit nicht mehr erreicht. Abb. 7.25(b) zeigt hierzu, dass  $v_c$  in MR-3 noch über eine Größenordnung hinaus absinken müßte, um Choking auszulösen. Der Choking-Effekt bleibt daher in viskos



**Abbildung 7.25:** (a) Krümmungsänderung  $-dh^*/dA^*$  und Querschnittsfläche  $A^*$  als Funktion der Krümmung  $h^*$ . ---- Modellrechnung MR-2 ( $\mathcal{L} = 10^{-1}$ ), — Modellrechnung MR-3 ( $\mathcal{L} = 10$ ). (b) Strömungsgeschwindigkeit  $v^*$  (—) und Wellengeschwindigkeit  $v_c^*$  (----) im engsten Querschnitt für MR-3.

dominierten Strömungen wirkungslos, und die Beschränkung des Volumenstroms einschließlich des damit verbundenen Kollabierens der Flüssigkeitsoberflächen beim Überschreiten des kritischen Volumenstroms resultiert allein aus viskosen Kräften.

An dieser Stelle lässt sich eine fundamentale Eigenschaft des Choking-Effekts verdeutlichen. Das durch ihn verursachte Kollabieren der Oberflächen resultiert nicht – wie man zunächst vermuten könnte – infolge des Unterschreitens des maximalen Unterdrucks, den die Strömung aufgrund des Kapillardrucks theoretisch widerstehen könnte. Die instationäre Strömung im Choking-Fall ist eine Folge der unausgewogenen Volumenstrombilanz in dem Flüssigkeitsvolumen zwischen dem engsten Querschnitt und dem Kanalauslass. Sie tritt bereits bei höheren statischen Drücken auf, da sie allein durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kapillarwellen bedingt ist. Erst in dem Maße, wie der durch die Wellengeschwindigkeit  $v_c$  bestimmte konvektive Impulstransport gegenüber dem viskosen Impulstransport zu vernachlässigen ist, wird die Grenze des Massentransports durch die Kapillarkräfte an der Flüssigkeitsoberfläche bestimmt<sup>10)</sup>.

<sup>10)</sup> Zu einer analogen Unterscheidung kommt (Wilson *et al.*, 1986) im Zusammenhang mit inkompressiblen Strömungen in flexiblen Röhren, die der offenen Kapillarströmung ähnlich sind. Der Autor bezeichnet die allein durch viskose Effekte verursachte Beschränkung der Strömung als „viscous limitation“ während der andere Effekt als „wave speed limitation“ klassifiziert wird.

## 7.5 Näherungslösungen

Im Hinblick auf technische Anwendungen können Näherungslösungen zur Abschätzung des kritischen Volumenstroms bzw. der kritischen Länge von offenen Kapillarkanälen hilfreich sein und zum Verständnis des Strömungsphänomens beitragen. Unter der Voraussetzung geringer Oberflächenkrümmung in Verbindung mit konstanter Druckrandbedingung am Kanaleintritt kann zu diesem Zweck für  $\mathcal{L} < 0,1$  eine analytische Funktion angegeben werden. Für  $\mathcal{L} > 0,1$  lässt sich eine Näherungslösung aus den numerischen Daten approximieren. Die Lösungen gelten für laminare Strömungen mit voll ausgebildetem Geschwindigkeitsprofil ( $K_{pe} = 0$ ) und  $Bo_x = 0$ .

### 7.5.1 Analytische Lösungen

Um Gl. (4.38) analytisch lösen zu können, muss der funktionale Zusammenhang zwischen  $S$  und  $A$  bekannt sein. Dieser lässt sich zwar formal aus der Integration der Gl. (4.34) ableiten, jedoch ist die Abhängigkeit zwischen den Größen  $A$  und  $h$  nicht a priori bekannt. Wie bereits in Kapitel 4.4.2 erläutert wurde, führt dies dazu, dass die Funktion  $M = M(A)$  nach Gl. (4.33) nicht analytisch bestimmt werden kann. Zur Vereinfachung besitze die Flüssigkeitsoberfläche der Strömung im Folgenden nur eine geringe Krümmung. Für diesen Fall ist die Druckrandbedingung  $h_0$  praktisch konstant und  $h(A)$  näherungsweise linear, so dass sich Gl. (4.33) wegen  $d^2h/dA^2 = 0$  auf  $M = 1$  reduziert. Anhand numerischer Daten für  $A$  und  $h$ , die zwecks numerischer Bestimmung der Wellengeschwindigkeit  $v_c$  zu den Parametern aus den Tabellen 5.1 und 7.7 ermittelt wurden, zeigt die Approximation der rechten Seite von Gl. (4.33) mittels Differenzenquotienten, dass  $M$  innerhalb von  $1 \leq M \leq 70$  variiert. Aus diesem Grund wird  $M$  in den nachfolgenden Betrachtungen als konstante mittlere Größe aufgefasst, die mit Hilfe der Modellrechnungen anzupassen ist. Unter dieser Voraussetzung ergibt die Integration der Gl. (4.34) in den Grenzen von  $S_0 = S(x = 0)$ ,  $A_0 = A(x = 0) = 1$  bis  $S$ ,  $A$  den Zusammenhang

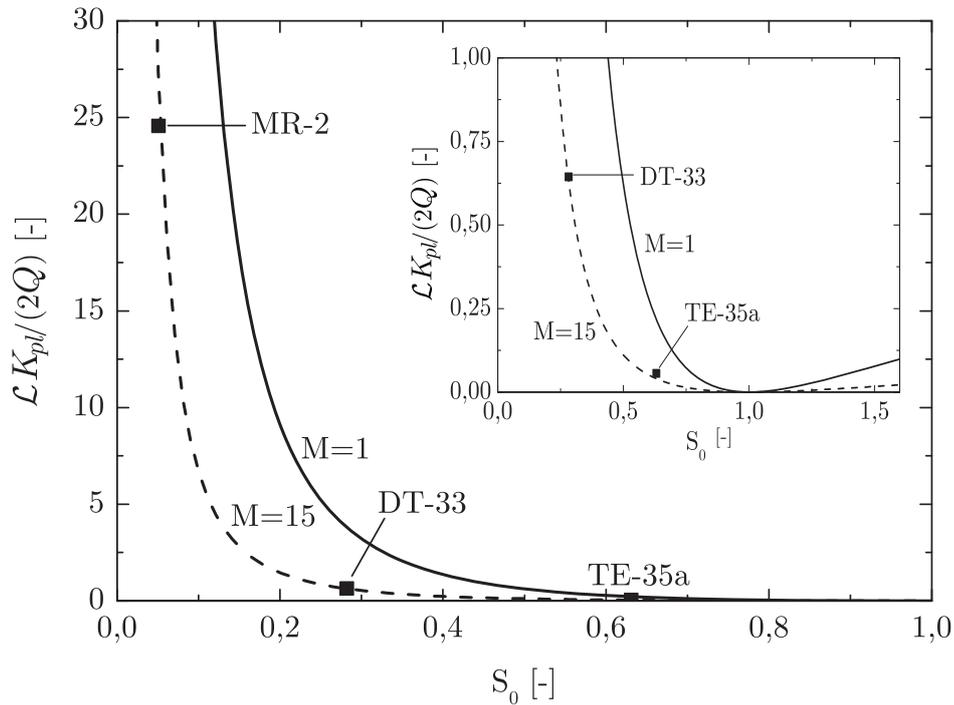
$$A = \left( \frac{S_0}{S} \right)^{\frac{2}{M+2}}. \quad (7.3)$$

Dieser wird zur Substitution von  $A$  in Gl. (4.38) genutzt, und die anschließende Integration dieser Gleichung in den Kanalgrenzen  $x = 0$ ,  $S = S_0$  und  $x = 1$ ,  $S = 1$  führt dann auf

$$\frac{\mathcal{L}K_{pl}}{2Q} = 1 - \frac{M+2}{M+1} S_0^{-2/(M+2)} + \frac{1}{M+1} S_0^{-2}. \quad (7.4)$$

Dabei impliziert die Integrationsgrenze  $S = 1$ , dass der Volumenstrom mit  $Q = Q_{krit}$  stets maximal ist.

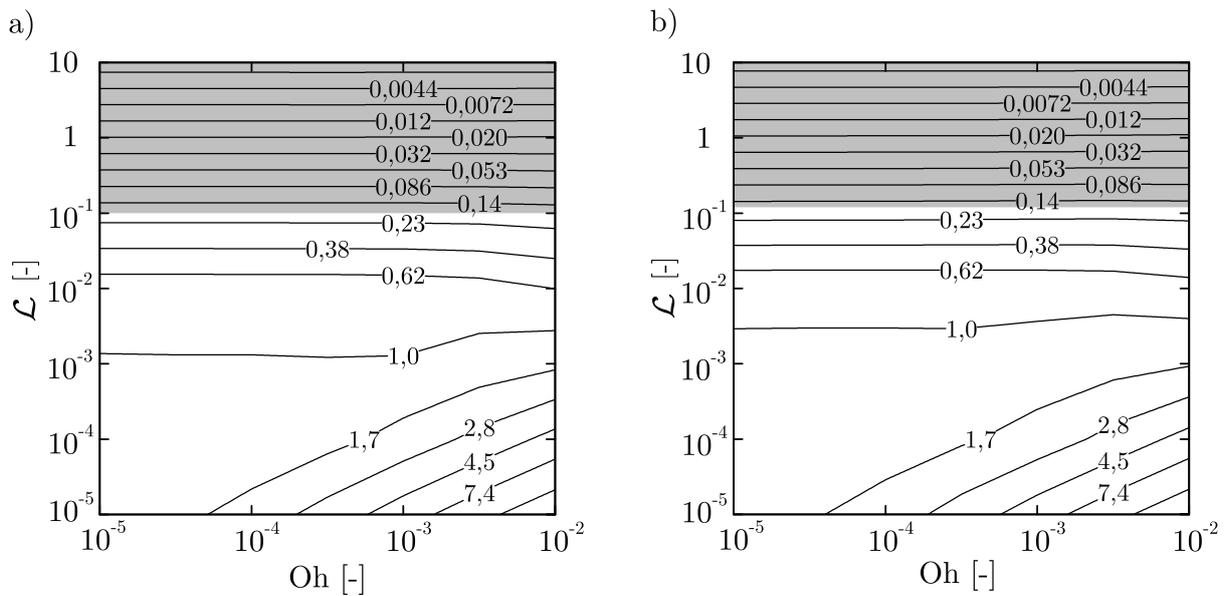
Anhand der grafischen Darstellung der Gl. (7.4) in Abb. 7.26 lässt sich nochmals die Wirkungsweise der Volumenstrombegrenzung infolge des Choking-Effektes in unterkritischen



**Abbildung 7.26:** Grafische Darstellung der Gl. (7.4) für  $M = 1$  (—) und  $M = 15$  (----). Für die Kennzahlen  $3,5 \cdot 10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 10^{-1}$ ,  $\Lambda = 5$  ist die Kurve  $M = 15$  identisch mit den Ergebnissen der Modellrechnungen für die Krümmungsrandbedingung  $h_0 = 0,04$ , wie hier beispielhaft anhand der Parameter MR-2, DT-33 und TE-35a aus den Tabellen 5.1 und 7.7 dargestellt ist.

Strömungen verdeutlichen. Dem Graphen entnimmt man, dass zu jedem Geschwindigkeitsindex  $S_0 = Q \sqrt{-(dA/dh)_{h=h_0}}$  wegen  $\mathcal{L} = Ohl/(2D_h)$  eine Länge des Kanals  $l$  existiert, bis zu der eine stationäre Strömung möglich ist. Setzt man die Konstanz der Größen  $D_h$ ,  $Oh$ ,  $K_{pl}$  voraus, ist  $l$  allein durch den Geschwindigkeitsindex bestimmt, da dieser die vollständige Information über die fundamentalen Strömungsgrößen  $v$  und  $h$  beinhaltet (vgl. Kapitel 4.3). Aufgrund der angenommenen geringen Krümmung ist  $\sqrt{-(dA/dh)_{h=h_0}}$  klein gegenüber  $Q$ , so dass  $S_0$  hier im Wesentlichen durch den Volumenstrom bestimmt ist. Wird im Kanal  $Q_{krit}$  erreicht, so ist eine Erhöhung des Volumenstroms über diesen Wert hinaus nur unter Verkürzung der Kanallänge möglich, wodurch sich  $S_0$  erhöht. Im Grenzfall  $l \rightarrow 0$  gilt  $S_0 \rightarrow 1$ , woran deutlich wird, dass es in der betrachteten Kapillarströmung zwischen zwei parallelen Platten keine Übergänge zur überkritischen Strömungsform geben kann.

Zum Vergleich mit der analytischen Lösung wurden die Modellgleichungen (3.42) und (3.43) unter Annahme der Druckrandbedingung  $h_0 = 0,04$  numerisch gelöst und jeweils  $Q_{krit}$  und  $S_0$  bestimmt. Als Parameter dienten die Parametersätze DT-35a, DT-33 und MR-2 aus den Tabellen 5.1 und 7.7, die einen Großteil des Übergangsbereiches in Abb. 7.20 für  $\Lambda = 5$



**Abbildung 7.27:** Numerisch bestimmte Isolinien des kritischen Volumenstroms als Funktion von Oh und  $\mathcal{L}$ . (a)  $\Lambda = 5$ . (b)  $\Lambda = 50$ .

abdecken. Die ermittelten Wertepaare  $(K_{pl}Ohl/(4D_hQ_{krit}), S_0)$  sind in Abb. 7.26 durch die rechteckigen Symbole dargestellt, und es zeigt sich, dass für  $M = 15$  eine gute Übereinstimmung mit dem analytischen Ergebnis erzielt wird. Die maximale Abweichung beträgt 6,5% für den Parametersatz MR-2. Zwecks Anwendung in der Praxis lässt mit dieser Methode prinzipiell eine Kurvenschar  $M = M(h_0)$  zu einem Arbeitsdiagramm zusammenstellen, aus dem unter Vorgabe von  $h_0$  und  $Q$  die maximale Kanallänge bestimmt werden kann. Aufgrund der vorausgesetzten geringen Krümmung der Oberfläche kann dabei zur Berechnung von  $S_0$  die Approximation der Krümmung durch den Krümmungsradius  $R$  ausgenutzt werden.

### 7.5.2 Fit an numerische Daten

Um auf einen größeren Datenbestand zurückgreifen zu können, wurde der kritische Volumenstrom der Modellgleichungen (3.42) und (3.43) über mehrere Größenordnungen der Kennzahlen Oh und  $\mathcal{L}$  numerisch bestimmt. Als Krümmungsrandbedingung diente dabei Gl. (5.2) mit den Parametern  $K_1 = 1,4$ ,  $K_2 = 374$  und  $K_3 = 0$ . Die Strömung wurde als laminar mit vollständig ausgebildetem Strömungsprofil angenommen.

Für die Aspectverhältnisse  $\Lambda = 5$  und  $\Lambda = 50$  sind in Abb. 7.27 die Isolinien des kritischen Volumenstroms als Funktion von Oh und  $\mathcal{L}$  dargestellt. Aus den Grafiken ist zu erkennen, dass für  $\mathcal{L} = \text{const} < 10^{-3}$  der Volumenstrom mit zunehmender OHNESORGE-Zahl zunimmt. Dies ist plausibel, da erstens für diesen Fall  $Oh \sim l^{-1}$  gilt und zweitens die Strömung nach Kapitel 7.4.1 konvektiv dominiert ist. Die Abnahme der Länge verursacht eine Zunahme

des konvektiven Druckverlustes, der durch die Reibungsverluste infolge der Zunahme der OHNESORGE-Zahl allein nicht zu kompensieren ist. Diese veränderte Bilanz zwischen konvektivem und viskosem Druck führt zu der Erhöhung des Volumenstroms. Dementsprechend nimmt für  $Oh = \text{const}$  der Volumenstrom mit zunehmender Länge  $\mathcal{L}$  ab. Die Unabhängigkeit des maximalen Volumenstroms von der OHNESORGE-Zahl für  $\mathcal{L} > 0,1$  ist ein Ausdruck des in Kapitel 7.4.3 beschriebenen Effektes, dass der Choking-Mechanismus bei sehr starker Reibung seine Wirkung verliert. Nach Gl. (3.12) ist  $Oh$  ein Maß für das Verhältnis der charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeiten  $\tilde{v}_v$ ,  $\tilde{v}_c$  des viskosen bzw. des konvektiven Impulses, wobei letztere mit der charakteristischen Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Kapillarwellen identisch ist. Durch die Multiplikation von  $Oh$  und  $l/(2D_h)$  ist  $\mathcal{L}$  daher gleichbedeutend mit dem Verhältnis der charakteristischen Zeitskalen beider Impulstransporte. Für  $\mathcal{L} = \tau_c/\tau_v < 1$  ist anzunehmen, dass der konvektive Impulstransport längs des Kanals schneller abläuft als der laterale viskose Impulstransport, so dass die Grenze des Volumenstroms durch Choking bestimmt ist. Die Beschränkung des Volumenstroms durch viskose Kräfte dagegen tritt im umgekehrten Fall für  $\mathcal{L} = \tau_c/\tau_v > 1$  ein, da die viskose Zeitskala dann klein gegenüber der konvektiven ist. Die Tatsache, dass der Übergang zwischen beiden Effekten bereits bei  $\mathcal{L} \simeq 0,1$  stattfindet, resultiert u. a. aus der unzulänglichen Definition der charakteristischen Größe  $\tilde{v}_c$ , bei der die Abhängigkeit von der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche nicht berücksichtigt ist. Für diesen Wert ist die viskose Zeitskala bereits so klein, dass eine Änderung der OHNESORGE-Zahl praktisch ohne Wirkung bleibt. Infolge dessen ist der konvektive Impulstransport vernachlässigbar und die Begrenzung des Volumenstroms der stationären Strömung nicht mehr durch Choking sondern allein durch viskose Kräfte bestimmt.

Für diesen viskos dominierten Bereich, der in Abb. 7.27(a), (b) grau unterlegt ist, gilt für den maximalen Volumenstrom die gefittete Funktion

$$Q_{krit} = \left(1 - \frac{1}{5\Lambda}\right) \frac{2}{K_{pl}\mathcal{L}}. \quad (7.5)$$

Der geringfügige Einfluss des Aspektverhältnisses, der die Isolinien des Volumenstroms zu größeren  $\mathcal{L}$  verschiebt, ist durch den Faktor  $1 - (5\Lambda)^{-1}$  berücksichtigt, und für  $\Lambda \rightarrow \infty$  geht Gl. (7.5) in

$$Q_{krit} = \frac{2}{K_{pl}\mathcal{L}} \quad (7.6)$$

über. Diese Funktion erhält man auch formal aus der Integration von Gl. (3.42) in den Grenzen von  $x = 0$ ,  $h_0 = 0$  und  $x = 1$ ,  $h(x = 1) = 1^{11)}$  unter Vernachlässigung des konvektiven Terms. Sie definiert den Volumenstrom der klassischen POISEUILLE-Strömung zwischen zwei quasi unendlich ausgedehnten parallelen Platten mit kapillarem Druckgradienten  $dp/dx = 1$ .

<sup>11)</sup> Hierbei werden die Ergebnisse der Modellrechnungen ausgenutzt, die zeigen, dass für reibungsdominante Strömungen stets  $h(x = 1) = 1$  gilt.



## 8 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden erzwungene stationäre Strömungen in offenen Kapillarkanälen theoretisch, numerisch und experimentell untersucht. Ziel war es, zum grundlegenden Verständnis solcher Strömungen beizutragen und insbesondere die Ursachen für die Begrenzung des Volumenstroms aufzuzeigen. Erzwungene offene Kapillarströmungen waren in der Literatur bisher nur in begrenztem Umfang numerisch behandelt worden, und experimentelle Daten sowie theoretische Modelle zur Beschreibung der Strömungsgrenzen lagen nicht vor.

Motiviert durch den Einsatz offener Kapillarkanäle zur Förderung von Treibstoffen in Oberflächenspannungstanks von Satelliten wurden die Untersuchungen an einem Kanal aus zwei parallelen Platten durchgeführt. Dabei standen die folgenden Arbeitsschwerpunkte im Vordergrund:

1. die Erstellung eines mathematischen, stationären Strömungsmodells zur Beschreibung der offenen Kapillarströmung, mittels dessen Voraussagen über den maximalen Volumenstrom, die Gestalt der Profile der Flüssigkeitsoberflächen sowie den Geschwindigkeitsindex in Abhängigkeit von den relevanten Kennzahlen getroffen werden können;
2. das Aufzeigen von Analogien zu ähnlichen Strömungen sowie die theoretische Betrachtung und Interpretation der Mechanismen, die zur Begrenzung des Volumenstroms und zum Kollabieren der Oberflächen führen;
3. die experimentelle Untersuchung offener Kapillarströmungen hinsichtlich ihrer Erscheinungsformen und Stabilität in einem möglichst großen Kennzahlbereich;
4. die Validierung des Strömungsmodells durch die Experimente, die Validierung des theoretischen Modells zur Beschränkung des Volumenstroms anhand experimenteller und numerischer Daten, sowie das Treffen von Aussagen über die Erscheinungsformen und Eigenschaften der Strömung in Abhängigkeit von Strömungsverlusten.

Das mathematische Strömungsmodell zur Beschreibung der offenen Kapillarströmung umfasst die Modellierung der Flüssigkeitsoberflächen sowie des irreversiblen Druckverlustes und ist eng an die experimentellen Randbedingungen geknüpft. Da die betrachtete Kapillarströmung weitgehend quasi-eindimensional ist, kann sie im Rahmen der Stromfadentheorie behandelt werden. Bei der Modellierung der Oberflächen wird ausgenutzt, dass der statische

## 8 Zusammenfassung

Druck der Flüssigkeit mit dem Kapillardruck korrespondiert und daher in guter Näherung durch die Krümmung der Oberflächen gegeben ist. Der irreversible Druckverlust infolge viskoser Kräfte besteht aus zwei Anteilen, dem Druckverlust der voll ausgebildeten laminaren Strömung und dem zusätzlichen Druckverlust der Einlaufströmung. Für beide Druckverluste sind aus der Literatur analytische Lösungen für Strömungen zwischen zwei sehr breiten Platten verfügbar, die hier entsprechend dem variablen Querschnitt lokal angewendet werden. Aus der Skalierung der Grundgleichungen folgt ein vollständiger Satz von fünf linear unabhängigen Kennzahlen. Neben dem Volumenstrom sind diese das Seitenverhältnis  $\Lambda$ , die OHNESORGE-Zahl  $Oh$ , die dimensionslose Länge des Kanals  $\mathcal{L}$  sowie die axiale BOND-Zahl  $Bo_x$ . Das dimensionslose Modellgleichungssystem besteht aus zwei gewöhnlichen nichtlinearen Differentialgleichungen, die numerisch gelöst werden. Als Lösung erhält man den maximalen Volumenstrom der stationären Strömung, die Profile der Flüssigkeitsoberflächen sowie alle weiteren Strömungsgrößen längs des Kanals.

Die Experimente wurden unter kompensierter Gravitation im Bremer Fallturm und an Bord der Höhenforschungsrakete TEXUS-37 durchgeführt. Aufgrund der unterschiedlichen Dauer der Schwerelosigkeitsphasen basierten die Experimente auf unterschiedlichen Konzepten. Während im TEXUS-Experiment der Volumenstrom inkremental geändert werden konnte, war im Fallturm nur die Förderung eines konstanten Volumenstroms möglich, so dass der maximale Wert durch mehrere Versuchsdurchführungen iterativ ermittelt werden musste. Zur Auslegung und Auswertung der Experimente wurden dreidimensionale Modellrechnungen zur Experimentgeometrie mit kommerzieller Software durchgeführt. Die Modellrechnungen waren insbesondere zur Bestimmung des Drucks am Kanaleintritt erforderlich, der als Randbedingung in das theoretische Strömungsmodell eingeht. Durch Verwendung von Kanälen unterschiedlicher Abmessungen und verschiedener Flüssigkeiten in den Fallturmexperimenten ließen sich Datenpunkte innerhalb der Kennzahlbereiche  $3,3 \leq \Lambda \leq 10$ ,  $1,5 \cdot 10^{-3} \leq Oh \leq 4,68 \cdot 10^{-3}$  und  $3,5 \cdot 10^{-3} \leq \mathcal{L} \leq 4,4 \cdot 10^{-2}$  untersuchen.

In beiden Experimenten wurden hinsichtlich der Stabilität der Strömung die gleichen Beobachtungen gemacht. Bis zu einem bestimmten Grenzwert des Volumenstroms lässt sich eine stabile, einphasige Strömung realisieren. Beim Überschreiten dieses Grenzwertes kollabieren die freien Flüssigkeitsoberflächen und Gas bricht am Ende des Kanals in die Strömung ein. Neben dem maximalen Volumenstrom der stationären Strömung lieferten die Experimente die Profile der freien Flüssigkeitsoberflächen, die mittels eines Verfahrens zur Kantenerkennung aus den Videoaufnahmen der Strömung bestimmt wurden. Die Auswertung der Profile zeigt, dass die Strömungen insbesondere an Bord von TEXUS in hohem Maße reproduzierbar waren. Darüber hinaus wurde eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und numerischen Profilen sowie zwischen den jeweils ermittelten kritischen Volumenströmen festgestellt. Hieraus folgt, dass das entwickelte Strömungsmodell zur Beschreibung der offenen Kapillarströmung gut geeignet ist. Der maximale Fehler des statischen Drucks beträgt

rund 9% im TEXUS-Experiment und 8% für die Fallturmexperimente mit Ausnahme der Gebiete der Strömungseinschnürung am Kanaleinlass. Der kritische Volumenstrom lässt sich mit einer Unsicherheit von maximal 6% vorhersagen.

Prinzipiell bestehen Ähnlichkeiten zwischen der betrachteten offenen Kapillarströmung und eindimensionalen Strömungen in kompressiblen Gasen, in offenen Gerinnen oder in flexiblen Röhren. Die Ähnlichkeiten ergeben sich, da die Dichte und die Querschnittsfläche der Strömungen bei isentropen Zustandsänderungen bzw. vernachlässigbaren Beschleunigungen transversal zur Hauptströmungsrichtung jeweils eindeutige Funktionen des statischen Drucks sind. Für die Wellenausbreitung in den verschiedenen Medien zeigt sich, dass sie, trotz der unterschiedlichen Antriebsmechanismen, in der Näherung für kleine Amplituden zur gleichen longitudinalen Fluidbewegung führt. Diese lässt sich auffassen, als resultiere sie aus einer verallgemeinerten Kompressibilität, in der die Änderung der Dichte und der Querschnittsfläche völlig analoge Wirkungen haben. Infolge dessen werden diese Strömungen durch die gleichen Grundgleichungen beschrieben und insbesondere die Ausbreitungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen ist durch eine allgemein gültige Form definiert. Aus dem analogen Verhalten zwischen kompressiblen Gasströmungen und Strömungen von Flüssigkeiten in offenen Gerinnen oder in flexiblen Röhren lässt sich auf eine Reihe von Effekten schließen, die prinzipiell auch für die offene Kapillarströmung zu erwarten sind. Hierzu gehören beispielsweise die Existenz zweier Strömungsformen zu jeweils einer Gesamtenergie der Strömung, kontinuierliche und diskontinuierliche Übergänge zwischen beiden Strömungsformen sowie die Begrenzung des Volumenstroms infolge eines verallgemeinerten Choking-Effektes.

Um den Choking-Effekt als Ursache für das Kollabieren der Oberflächen nachweisen zu können, wird in Analogie zur MACH- und FROUDE-Zahl ein Geschwindigkeitsindex  $S$  eingeführt. Dieser ist durch den Quotienten aus der mittleren Strömungsgeschwindigkeit und der longitudinalen Kapillarwellengeschwindigkeit bestimmt und hängt neben dem Volumenstrom nur von den Profilen der Flüssigkeitsoberflächen ab. Mit diesem Geschwindigkeitsindex folgt aus einer vereinfachten Druckbilanz für den offenen Kapillarkanal die Existenz einer unterkritischen ( $S < 1$ ) und einer überkritischen ( $S > 1$ ) Strömungsform sowie die eindeutige Korrelation der Choking-Bedingung  $S = 1$  mit dem Erreichen eines maximalen oder kritischen Volumenstroms. Um das Verhalten der Strömung detailliert untersuchen zu können, wird die Impulsgleichung unter Einbeziehung des Geschwindigkeitsindex neu formuliert. Vernachlässigt man – entsprechend den experimentellen Gegebenheiten – den hydrostatischen Druck längs des Kanals ( $Bo_x = 0$ ), weist die Gleichung je nach Strömungsform auf ein entgegengesetztes Verhalten der fundamentalen Strömungsgrößen hin. Die Ursache hierfür ist der Reibungsdruckverlust, der zu einer konvektiven Beschleunigung der unterkritischen bzw. zu einer Verzögerung der überkritischen Strömung führt. Infolge dessen ist der Gradient von  $S$  positiv für  $S < 1$  und negativ für  $S > 1$ , so dass der Geschwindigkeitsindex in beiden

## 8 Zusammenfassung

Strömungsformen für den maximalen Volumenstrom den Wert  $S = 1$  im engsten Strömungsquerschnitt unmittelbar am Ende des Kanals erreicht. Unter diesen Bedingungen ist die Strömung gewissermaßen „gedrosselt“ und ihr Volumenstrom kann unter Erhalt der stationären Strömung nicht weiter gesteigert werden. Da die Strömungs- und Wellengeschwindigkeit für  $S = 1$  von gleicher Größe sind, bewirkt der Choking-Effekt, dass physikalische Informationen den engsten Strömungsquerschnitt nicht passieren können. Wird in diesem Strömungszustand der Volumenstrom am Kanalauslass über den kritischen Wert hinaus gesteigert, bleiben alle Strömungsgrößen stromaufwärts des engsten Querschnitts unverändert. Die Erhöhung des Volumenstroms kann dann nur aus dem Flüssigkeitsvolumen zwischen dem Auslass und dem engsten Querschnitt gespeist werden und führt aus Kontinuitätsgründen zum Kollabieren der Oberflächen.

Zum Nachweis des Choking-Effektes anhand der experimentellen und numerischen Daten wird der Geschwindigkeitsindex  $S^*$  am Ort des engsten Strömungsquerschnitts bestimmt. Alle Parameterstudien zeigen, dass der numerisch bestimmte Index mit steigendem Volumenstrom zunimmt und für den maximalen numerischen Volumenstrom  $Q_{krit}^{num}$  den Wert  $S^* = 1$  annimmt. Für  $Q > Q_{krit}^{num}$  konvergiert das numerische Verfahren nicht, da für diesen Bereich keine Lösungen der Modellgleichungen existieren. Eine stationäre Strömung im Kapillarkanal oberhalb des kritischen Volumenstroms ist daher nicht möglich, wobei die Grenze des Flüssigkeitstransportes durch den Geschwindigkeitsindex und daher durch den Choking-Effekt bestimmt wird. Im Gegensatz zur numerischen Lösung lässt sich in den Experimenten die Choking-Bedingung nicht exakt erreichen. Der Grund hierfür sind instationäre Effekte infolge der inkrementalen Änderung des Volumenstroms. Sie führen dazu, dass das Kollabieren der Oberflächen bereits vor dem Erreichen des kritischen Volumenstroms auftritt. Dies geht aus einem Vergleich der Zeitspanne, innerhalb derer sich die Strömung auf Erhöhungen des Volumenstroms einstellt, mit der Zeitspanne, innerhalb derer der erhöhte Volumenstrom während dieses Vorgangs aus dem Kapillarkanal ohne Gasdurchbrüche gespeist werden kann, hervor. Dennoch zeigen die experimentell bestimmten Geschwindigkeitsindizes insbesondere im TEXUS-Experiment den gleichen Trend wie die numerischen Ergebnisse und bestätigen damit den Choking-Effekt als Ursache für die Beschränkung des Volumenstroms.

Wie aus der Struktur der Impulsgleichung hervorgeht, ist die Kennzahl  $\mathcal{L}$  ein Maß für das Größenverhältnis zwischen dem konvektiven und dem viskosen Impulstransport der Strömung. Um den Einfluss dieser Kennzahl auf die Profilausbildung und den Geschwindigkeitsindex zu identifizieren, wurden die Modellgleichungen unter Variation von  $\mathcal{L}$  über mehrere Größenordnungen numerisch gelöst. Die Daten zeigen, dass die Strömung durch drei Bereiche klassifiziert werden kann, in denen sich ihre Erscheinungsformen und Eigenschaften signifikant voneinander unterscheiden. Im „konvektiv dominierten Bereich“ ( $\mathcal{L} \lesssim 10^{-3}$ ) wird die Strömung im Wesentlichen durch den konvektiven Impulstransport bestimmt. Da die aus ihm resultierende Druckänderung längs des Kanals reversibel ist, sind alle Strömungsgrößen

symmetrisch bezüglich der Kanalmitte. Im „dissipativ dominierten Bereich“ ( $\mathcal{L} > 10^{-1}$ ) dominiert der viskose Impulstransport die Strömung (STOKES'sche Strömung). Solche Strömungen sind durch einen sehr geringen Gradienten der Strömungsgeschwindigkeit und eine sehr ausgeprägte lokale Einschnürung der Flüssigkeitsoberflächen am Auslass des Kanals gekennzeichnet. Im „Übergangsbereich“ ( $10^{-3} \lesssim \mathcal{L} < 10^{-1}$ ) tragen je nach Größe von  $\mathcal{L}$  beide Impulstransporte mehr oder weniger zur Strömungsbildung bei. Die identifizierten Bereichsgrenzen gelten für  $10^{-3} \leq \text{Oh} \leq 10^{-1}$  und  $3 \leq \Lambda \leq 10$ .

Die Modellrechnungen belegen, dass im „konvektiv dominierten Bereich“ und im „Übergangsbereich“ der Geschwindigkeitsindex für den kritischen Volumenstrom im engsten Strömungsquerschnitt den Wert  $S^* = 1$  annimmt. Dabei stellt sich heraus, dass mit Zunahme von  $\mathcal{L}$  die Steigung der Funktion  $S^* = S^*(Q)$  für niedrige Volumenströme immer geringer und nahe des kritischen Volumenstroms immer stärker wird. Die Ursache hierfür ist das Größenverhältnis zwischen dem konvektiven und viskosen Impulstransport, das im Übergangsbereich mit Zunahme von  $\mathcal{L}$  stetig abnimmt und zu einer Reduzierung der Strömungsgeschwindigkeit im Kanal führt. Während für kleine  $\mathcal{L}$  die Erhöhung des Volumenstroms zu einer deutlichen Zunahme der Geschwindigkeit im engsten Strömungsquerschnitt führt, bleibt diese für große  $\mathcal{L}$  gemessen an der Ausbreitungsgeschwindigkeit der longitudinalen Kapillarwellen klein und variiert nur unwesentlich mit dem Volumenstrom. Um die Choking-Bedingung zu erreichen, muss die Wellengeschwindigkeit daher in zunehmendem Maße auf niedrigere Werte absinken, und ihre stark nichtlineare Charakteristik bestimmt dann wesentlich den Geschwindigkeitsindex. Wie die Modellrechnungen weiter zeigen, erreicht die Wellengeschwindigkeit im dissipativ dominierten Bereich die Strömungsgeschwindigkeit nicht mehr, so dass der Choking-Effekt hier seine Wirkung verliert. Dies ist plausibel, da dieser auf einer Wechselwirkung zwischen dem konvektiven und dem statischen Druck resultiert und daher seine Funktionsweise in dem Maße verliert, wie der konvektive gegenüber dem viskosen Impulstransport vernachlässigbar ist.

Abschließend befasst sich die Arbeit mit Näherungslösungen der Modellgleichungen. Für Strömungen im „konvektiv dominierten Bereich“ und im „Übergangsbereich“ lässt sich unter linearer Näherung eine analytische Funktion angeben, aus der unter Vorgabe des Geschwindigkeitsindex am Kanaleintritt der maximale Volumenstrom bzw. die maximale Kanallänge der stationären Strömung bestimmt werden kann. Für den „dissipativ dominierten Bereich“ lässt sich der maximale Volumenstrom durch eine an numerische Daten angepasste Funktion angeben. Im Hinblick auf die Auslegung von offenen Kapillarkanälen in technischen Anwendungen sind diese Lösungen zur Abschätzung des Strömungslimits geeignet und tragen darüber hinaus aufgrund ihrer vereinfachten Form zum generellen Verständnis offener Kapillarströmungen bei.



## 9 Ausblick

Um den Choking-Effekt anhand experimenteller Daten noch umfangreicher verifizieren zu können, sind weitere Experimente in einem ausgedehnten Kennzahlbereich in Vorbereitung. Die Experimente wurden von der NASA unter dem Kennzeichen „94 NRA-7“ zur Durchführung im amerikanischen Teil der Internationalen Raumstation (ISS) ausgewählt (Rosendahl *et al.*, 2001; Dreyer *et al.*, 2004). Das „Science Concept Review (SCR)“ hierzu wurde auf der Grundlage des „Science Requirement Document (SRD)“ (Dreyer *et al.*, 2002) im Mai 2002 bestanden. Daraufhin wurde eine Machbarkeitsstudie durchgeführt (Baumbach *et al.*, 2003). Das Experiment befindet sich derzeit in der Planungsphase (Rosendahl *et al.*, 2004a, 2005). Neben dem Kanal aus parallelen Platten sind auch Kapillarkanäle mit nut- oder keilförmigen Querschnitten zur Untersuchung vorgesehen, da auch diese aus wissenschaftlicher und technischer Sicht von Bedeutung sind. Ziel der Experimente ist es, durch Minimierung der instationären Effekte die Strömung möglichst nahe an den kritischen Zustand zu bringen. Hierzu sieht ein neues Konzept neben der Änderung des Volumenstroms auch die Änderung der Kanallänge vor. Diese führt nach Gl. (4.38) zum gleichen Strömungsphänomen, verursacht aber weitaus weniger instationäre Effekte. Erste Untersuchungen von Strömungen in Kanälen mit variabler Länge wurden auf den Höhenforschungsraketen TEXUS-41 und TEXUS-42 erfolgreich durchgeführt (Rosendahl & Dreyer, 2007).

Zur Beantwortung weiterführender Fragestellungen ist die Entwicklung eines zeitabhängigen Strömungsmodells unerlässlich. Das Modell kann Aufschluss über die Ausbreitung longitudinaler Kapillarwellen und das Schwingungsverhalten der Strömung sowie die Vorgänge beim Kollabieren der Flüssigkeitsoberflächen geben. Aus technischer Sicht stellt sich die Frage, welche Volumenstromdifferenz die Strömung bei einer un stetigen Änderung der Strömungsrate ohne Gasdurchbruch ausgleichen kann. Strömungen dieser Art treten in „Flexible Demand Systemen“ in Oberflächenspannungstanks beim Zünden des Triebwerks auf.

Darüber hinaus sollen Untersuchungen weiterer, aus den Analogiebetrachtungen erklärbarer Effekte angeregt werden. Hierzu gehören beispielsweise der kontinuierliche und der diskontinuierliche Übergang zwischen der unter- und überkritischen Strömungsform. Letzterer tritt vermutlich als „hydraulischer Sprung“ oder „Kapillarsprung“ in Kanälen mit geometriebedingten Querschnittsverengungen auf. Ihre Beschreibung würde weiter zum generellen Verständnis offener Kapillarströmungen insbesondere unter dem Aspekt der Ähnlichkeit zu anderen Strömungen beitragen.



# A Diskretisierung der Differentialgleichungen

Zur Diskretisierung der Impuls- und Krümmungsgleichung werden auf dem Rechengebiet  $1 < j < N$  zentrale Differenzen zweiter Ordnung zur Approximation der Ableitungen

$$\frac{dk}{dx} = \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} \quad (\text{A.1})$$

und

$$\frac{d^2k}{dx^2} = \frac{k_{j+1} - 2k_j + k_{j-1}}{(\Delta x)^2} \quad (\text{A.2})$$

sowie Rückwärtsdifferenzen erster Ordnung zur Bestimmung der ersten Ortsableitung des Profils am oberen Rand  $j = N$

$$\frac{dk}{dx} = \frac{k_N - k_{N-1}}{\Delta x} \quad (\text{A.3})$$

und für die Ableitung der Krümmung

$$\frac{dh}{dx} = \frac{h_j - h_{j-1}}{\Delta x} \quad (\text{A.4})$$

auf  $1 < j \leq N$  verwendet. Nach Anwendung der Gleichungen (A.1), (A.3) und (A.4) auf die Impulsgleichung (3.42) erhält man

$$\frac{h_j - h_{j-1}}{\Delta x} + \frac{Q^2}{A^3(k_j)} \frac{dA}{dk}(k_j) \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} - \left[ K_{pl} + 16K_{pe}(\check{x}_{S_j}) \right] \frac{\mathcal{L}Q}{2A(k_j)} + \text{Bo}_x = 0 \equiv \mathcal{F}_j \quad (\text{A.5})$$

für  $1 < j < N$  und

$$\frac{h_N - h_{N-1}}{\Delta x} + \frac{Q^2}{A^3(k_N)} \frac{dA}{dk}(k_N) \frac{k_N - k_{N-1}}{\Delta x} - \left[ K_{pl} + 16K_{pe}(\check{x}_{S_N}) \right] \frac{\mathcal{L}Q}{2A(k_N)} + \text{Bo}_x = 0 \equiv \mathcal{F}_N \quad (\text{A.6})$$

für  $j = N$ . Die Werte  $K_{pe}(\check{x}_{S_j})$  mit  $\check{x}_{S_j} = \check{x}_j - (1 - \beta_0)\check{x}_e$  liegen nach Anhang B vor. Die Substitution der Ableitungen in Gl. (3.43) durch die Gleichungen (A.1) und (A.2) liefert

$$\Gamma^{-2} \frac{k_{j+1} - 2k_j + k_{j-1}}{(\Delta x)^2} + \left[ \frac{1}{R_1(k_j)} - h_j \right] \left[ 1 + \Gamma^{-2} \left( \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} \right)^2 \right]^{3/2} = 0 \equiv \mathcal{G}_j \quad (\text{A.7})$$

A Diskretisierung der Differentialgleichungen

für das Rechengebiet  $1 < j < N$ . Hierin ist

$$R_1(k_j) = \frac{1 + (\Lambda - k_j)^2 \left[ 1 + \Gamma^{-2} \left( \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} \right)^2 \right]}{2(\Lambda - k_j) \left[ 1 + \Gamma^{-2} \left( \frac{k_{j+1} - k_{j-1}}{2\Delta x} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (\text{A.8})$$

die diskretisierte Form des Krümmungsradius aus Gl. (3.31). Aus den Gleichungen (A.5) bis (A.7) sind die Einträge für die Jacobi-Matrix

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_j}{\partial k_i} & \text{ mit } i = j + 1, j, j - 1 \\ \frac{\partial \mathcal{F}_j}{\partial h_i} & \text{ mit } i = j, j - 1 \end{aligned}$$

für  $1 < j < N$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}_N}{\partial k_i} & \text{ mit } i = N, N - 1 \\ \frac{\partial \mathcal{F}_N}{\partial h_i} & \text{ mit } i = N, N - 1 \end{aligned}$$

für  $j = N$  und

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{G}_j}{\partial k_i} & \text{ mit } i = j + 1, j, j - 1 \\ \frac{\partial \mathcal{G}_j}{\partial h_i} & \text{ mit } i = j \end{aligned}$$

für  $1 < j < N$  zu bilden. Die übrigen Einträge der Jacobi-Matrix sind Null.

## B Druckverlust der Einlaufströmung

Die Bestimmung des aus der Profilmulbildung resultierenden Anteils des Druckverlustes basiert auf einem von Sparrow & Lin (1964) theoretisch hergeleiteten Druckverlust für die Einlaufströmung. Im Folgenden werden die wesentlichen Schritte zur Berechnung dieses Druckverlustes sowie die Methode zur Anpassung an die Randbedingungen der experimentell untersuchten Strömungen dargestellt.

Sparrow & Lin betrachten eine inkompressible Strömung mit der Geschwindigkeitsverteilung  $v'_x = v'_x(x', y')$  zwischen zwei unendlich breiten parallelen Platten längs der Achse  $x'$  (vgl. Abb. 2.4). Dabei werden der statische Druck in jedem Strömungsquerschnitt als konstant ( $\partial p'/\partial y' = \partial p'/\partial z' = 0$ ) und die Scherkräfte längs der Strömung als vernachlässigbar klein angenommen. Das Geschwindigkeitsfeld besitzt am Eintritt eine gleichförmige Verteilung mit  $v'_x(x' = 0, y') = v'$  (Block- oder Kolbenprofil) und nimmt aufgrund der Grenzschichtausbildung innerhalb der Einlaufänge  $x'_e$  ein parabolisches Profil an. Der Grad der Profilausbildung kann durch den Profilmultiplikator

$$\Psi(x') = \frac{v'_x(x', y' = 0)}{v'} \quad \text{mit} \quad 1 \leq \Psi \leq 1,5 \quad (\text{B.1})$$

ausgedrückt werden, wobei  $v'_x(x', y' = 0)$  die Geschwindigkeit auf der Mittelachse und  $v'$  die mittlere Geschwindigkeit mit

$$v' = \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} v'_x(y') dy' \quad (\text{B.2})$$

ist. Für ein Blockprofil ergibt Gl. (B.1) den Wert  $\Psi = 1$ , für das parabolische Profil der POISEUILLE-Strömung erhält man  $\Psi = 1,5$ .

Zur Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung führen die Autoren die gedehnte Koordinate

$$dx' = \epsilon(x'^*) dx'^*, \quad \text{d. h.} \quad x' = \int_0^{x'^*} \epsilon(x'^*) dx'^* \quad (\text{B.3})$$

ein und fassen das Geschwindigkeitsfeld  $v'_x$  als Superposition

$$v'_x = \check{v}'_x + v'^*_{x'} \quad (\text{B.4})$$

der parabolischen Verteilung  $\check{v}'_x$  und der Differenzgeschwindigkeit  $v'^*_{x'}$  auf. Nach Linearisierung der Impulsgleichung kann  $v'^*_{x'}$  nach Eigenfunktionen entwickelt werden, so dass die Einführung

## B Druckverlust der Einlaufströmung

eines Grenzschichtmodells nicht erforderlich ist. Mit den dimensionslosen Variablen

$$\check{x} = \frac{4x'\nu}{a^2v'} = \frac{16x'}{\text{Re}_h D_h}; \quad \check{x}^* = \frac{4x'^*\nu}{a^2v'}; \quad \check{y} = \frac{2y'}{a}; \quad \check{v}_x = \frac{v'_x}{v'}; \quad \text{Re}_h = \frac{D_h v'}{\nu} \quad (\text{B.5})$$

lautet die Lösung für die Geschwindigkeit

$$\check{v}_x = 1,5(1 - \check{y}^2) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_i^2} \left\{ \frac{\cos(\alpha_i \check{y})}{\cos(\alpha_i)} - 1 \right\} e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*} = \Psi. \quad (\text{B.6})$$

Hierin bestimmt der erste Term hinter dem ersten Gleichheitszeichen die Verteilung der POISEUILLE-Strömung, und der zweite Term gibt die Differenz zur lokalen Geschwindigkeit an. Die Eigenwerte  $\alpha_i$  sind Lösungen der Eigenwertgleichung

$$\tan(\alpha_i) = \alpha_i. \quad (\text{B.7})$$

Um die Koordinatentransformation (B.3) durchführen zu können, wird der Dehnungsfaktor

$$\epsilon(\check{x}^*) = \frac{\int_0^1 (2\check{v}_x - 1,5\check{v}_x^2) \frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{x}^*} d\check{y}}{\left[ \frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{y}} \right]_{\check{y}=1} + \int_0^1 \left[ \frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{y}} \right]^2 d\check{y}} \quad (\text{B.8})$$

eingeführt. Die erforderlichen Ableitungen ergeben sich formal aus der Differentiation von Gl. (B.6):

$$\frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{x}^*} = -2 \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{\cos(\alpha_i \check{y})}{\cos(\alpha_i)} - 1 \right\} e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*}, \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{y}} = -3\check{y} - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{2 \sin(\alpha_i \check{y})}{\alpha_i \cos(\alpha_i)} e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*}, \quad (\text{B.10})$$

$$\left[ \frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{y}} \right]_{\check{y}=1} = -3 - 2 \sum_{i=0}^{\infty} e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*}. \quad (\text{B.11})$$

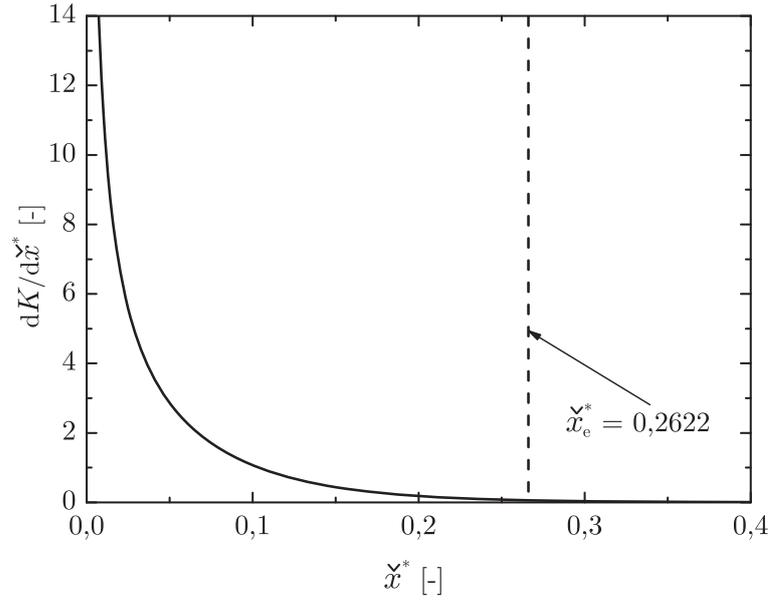
Zusammen mit Gl. (B.8) wird die dimensionslose Form der Gl. (B.3) unter Berücksichtigung der ersten 25 Eigenwerte  $\alpha_i$  numerisch gelöst, und man gewinnt einen eindeutigen Zusammenhang zwischen den Koordinaten  $\check{x}$  und  $\check{x}^*$ .

Mit den Gleichungen (B.6) und (B.8) ist die Druckdifferenz zwischen dem Druck  $p'_0$  im Eintrittsquerschnitt und dem Druck  $p'$  an einem beliebigen Ort des Kanals durch

$$\frac{2(p'_0 - p')}{\rho v'^2} = \Delta p_l + \Delta p_e = 6\check{x} + K(\check{x}) \quad (\text{B.12})$$

gegeben. Darin gibt der erste Term der rechten Seite den linearen Druckverlust der POISEUILLE-Strömung an,  $\Delta p_l = 6\check{x}$ , und der zweite Term den durch die ortsabhängige Verlustziffer

$$K(\check{x}) = 0,4 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{4}{\alpha_i^2} \{ e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*} - 2 \} e^{-\alpha_i^2 \check{x}^*} - 2 \int_0^{\check{x}^*} \epsilon(\check{x}^*) \left[ \frac{\partial \check{v}_x}{\partial \check{y}} \right]_{\check{y}=1} d\check{x}^* \quad (\text{B.13})$$



**Abbildung B.1:** Ableitung der Verlustziffer  $K$  der Einlaufströmung als Funktion der dimensionslosen Koordinaten  $\tilde{x}^*$ .

bestimmten nichtlinearen Einlaufdruckverlust  $\Delta p_e$ . Um die Wandschubspannung aus Gl. (3.35) zu bestimmen, wird Gl. (B.13) zunächst numerisch gelöst und anschließend numerisch differenziert, so dass  $K$  und  $dK/d\tilde{x}$  diskret als Funktion der Koordinate  $\tilde{x}$  vorliegen. Wie Abb. B.1 zeigt, ist  $dK/d\tilde{x}^*$  für  $\tilde{x}^* \geq \tilde{x}_e^*$  vernachlässigbar klein, da das parabolische Geschwindigkeitsprofil nach der Einlauflänge  $\tilde{x}_e^* = 0,2622$  mit  $x'_e = 0,01639 \text{ Re}_h D_h$  (vgl. White, 1991) quasi ausgebildet ist.

Aufgrund der Wirkung viskoser Kräfte in der Zuleitung ist die Wandgrenzschicht in der experimentell untersuchten Strömung bereits vor dem Eintritt in den offenen Kapillarkanal zu einem gewissen Grad ausgebildet, so dass die Geschwindigkeitsverteilung im Eintrittsquerschnitt bei  $x = 0$  von der der Gl. (B.13) zugrunde liegenden Annahme eines Blockprofils abweicht ( $\Psi(x = 0) \neq 1$ ). Der Verlustfaktor  $dK(\tilde{x})/d\tilde{x} = K_{pe}(\tilde{x})$  muss daher an die experimentellen Randbedingungen angepasst werden, um eine Überbewertung des Eintrittsdruckverlustes zu vermeiden. Die Anpassung erfolgt durch die Transformation

$$\tilde{x}_S = \tilde{x} + (1 - \beta_0)\tilde{x}_e, \quad \text{mit } 0 \leq \beta_0 \leq 1, \quad (\text{B.14})$$

wodurch erreicht wird, dass bei der Integration der Impulsgleichung (3.42) der Eintrittsdruckverlust erst ab dem Ort  $\tilde{x}_S$  berücksichtigt wird (siehe auch Abb. 2.4).  $\tilde{x}_S$  folgt aus der Identitätsforderung  $\Psi_{exp} = \Psi(\tilde{x}_S)$  zwischen dem Profilmfaktor  $\Psi_{exp}$  im Eintrittsquerschnitt des Experiments und dem theoretischen Profilmfaktor

$$\Psi(\tilde{x}_S^*) = \check{v}_x(\tilde{x}_S^*) = 1,5 + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{\alpha_i^2} \left\{ \frac{1}{\cos(\alpha_i)} - 1 \right\} e^{-\alpha_i^2 \tilde{x}_S^*}, \quad (\text{B.15})$$

## B Druckverlust der Einlaufströmung

der sich für  $\check{y} = 0$  aus Gl. (B.6) ergibt. Damit ist nach Gl. (B.14) der Parameter  $\beta_0$  durch

$$\beta_0 = \frac{\check{x}_e^* - \check{x}_S^*}{\check{x}_e^*} = \frac{\check{x}_e - \check{x}_S}{\check{x}_e} \quad (\text{B.16})$$

definiert. Für  $\beta_0 = 1$  liegt am Eintritt des Kanals ein Blockprofil mit  $\Psi_{exp} = 1$  vor, und wegen  $\check{x}_S = 0$  wird bei der Integration der Impulsgleichung der volle Eintrittsdruckverlust berücksichtigt. Für  $\beta_0 = 0$  ( $\Psi_{exp} = 1,5$ ) ist die Strömung voll ausgebildet, und der Eintrittsdruckverlust trägt nicht zur Gesamtdruckbilanz bei.

Da  $\Psi_{exp}$  nicht experimentell gemessen werden kann, sind zur Bestimmung von Gl. (B.16) numerische Modellrechnungen erforderlich. Die Modellrechnungen, die zu allen Experimenten und verschiedenen Volumenströmen mit kommerzieller Software durchgeführt wurden, sind in Kapitel 5.5 beschrieben. Der Parameter  $\beta_0$  liegt als gefittete Funktion des Volumenstroms vor (vgl. Gl. (5.3) und Tabelle 5.2).

# C Experimentalauswertung

## C.1 Parameter, Experimentverläufe und Beobachtungen

In Tabelle C.1 sind die in den Fallturmexperimenten realisierten Volumenströme und die Beobachtungen hinsichtlich der Stabilität der Strömung aufgelistet. Zur Charakterisierung der instationären Strömung ist jeweils die Frequenz der Blasenabrisse, die Anzahl der beobachteten Gasdurchbrüche pro Experimentdauer und die Seite (bezogen auf die Strömungsrichtung), über die die Durchbrüche erfolgen, angegeben. Ein Gasdurchbruch über beide Seiten trat in der Regel auf, wenn der eingestellte Volumenstrom wesentlich höher war als der maximale der stationären Strömung. Bei einigen Experimenten wurde nur ein Gasdurchbruch pro Seite beobachtet, so dass die Frequenz hier nicht bestimmbar (n. b.) ist. Alle Experimente, die zu einer stabilen Strömung führten, sind durch „-“ gekennzeichnet. Desweiteren sind in der Tabelle der Startzeitpunkt der Pumpe  $t'_p$ , die Flüssigkeitstemperatur  $T$  und die für diese Temperatur berechneten Kennzahlen  $Oh$  und  $\mathcal{L}$  aufgeführt.  $T$  ist der Mittelwert aus den Messwerten der Temperatursensoren  $T_1$  bis  $T_3$  (vgl. Abb. 5.1). Die temperaturbedingten Schwankungen der nominellen Kennzahlen innerhalb eines Parametersatzes belaufen sich auf  $\Delta Oh/Oh \leq 0,4\%$  und  $\Delta \mathcal{L}/\mathcal{L} \leq 0,7\%$ .

In Tabelle C.2 ist die chronologische Abfolge der Kommandos und Ereignisse während der Durchführung des TEXUS-Experiments angegeben. Das Messprogramm während der Phase der Mikrogravitation ist gesondert in Tabelle C.3 dargestellt. Dort sind die Tachosignale  $Q_2^{T'}$  der vorgegebenen Volumenströme, die nach Gl. (6.41) korrigierten Werte für  $Q'$  sowie die Intervalle, in denen die Werte jeweils eingestellt waren, aufgeführt. Desweiteren sind die Zeiträume dokumentiert, in denen Tracer injiziert, das Ausgleichsrohr beobachtet und entleert sowie Gasdurchbrüche der Strömung beobachtet wurden. Ebenfalls sind die Zeiten angegeben, für die die Auswertung der Profile durchgeführt werden konnte. Sie sind im Wesentlichen durch die Länge eines Intervalls konstanten Volumenstroms, der Stärke der Oberflächenschwingungen und der Verfügbarkeit des unteren Kameraausschnitts bestimmt.

**Tabelle C.1:** Übersicht über die realisierten Volumenströme  $Q'$ , die Startzeitpunkte der Pumpe  $t'_p$ , die mittleren Temperaturen  $T$ , die Kennzahlen Oh,  $\mathcal{L}$  sowie über die Beobachtungen hinsichtlich der Stabilität der Strömung in den Fallturmexperimenten. Aus der Experimentreihe DT-34 steht nur die rechte Oberfläche (in Strömungsrichtung) zur Auswertung zur Verfügung.

Bez.	$T$ [°C]	$t'_p$ [s]	$Q'$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	Oh [10 <sup>-3</sup> ]	$\mathcal{L}$ [10 <sup>-3</sup> ]	Beobachtung von Gasdurchbrüchen		
						Anzahl	Frequenz [Hz]	Oberfläche
DT-35/1	21,0	1,55	10,90	1,488	6,951	14	2,9	beide
DT-35/2	21,1	1,40	9,71	1,487	6,945	11	2,2	beide
DT-35/3	20,4	1,40	7,97	1,495	6,983	3	0,7	beide
DT-35/4	20,3	1,40	7,04	1,497	6,989	-	-	-
DT-35/5	20,2	1,40	7,18	1,498	6,994	-	-	-
DT-35/6	20,0	1,40	7,18	1,500	7,006	-	-	-
DT-35/7	20,0	1,30	7,44	1,500	7,006	-	-	-
DT-33/1	21,0	1,37	3,53	1,921	15,42	8	3,1	rechts
DT-33/2	20,4	1,37	2,78	1,931	15,49	-	-	-
DT-33/3	20,1	1,37	2,78	1,935	15,53	-	-	-
DT-33/4	20,0	1,33	2,78	1,937	15,54	-	-	-
DT-33/5	19,9	1,33	2,78	1,938	15,55	-	-	-
DT-33/6	19,9	1,33	2,93	1,938	15,55	1	n. b.	rechts
DT-34/1	20,0	1,15	6,10	1,937	15,27	-	-	-
DT-34/2	20,0	1,15	6,37	1,937	15,27	2	0,9	rechts
DT-34/3	20,0	1,15	6,23	1,937	15,27	1	n. b.	rechts
DT-34/4	19,9	1,15	6,10	1,938	15,28	1	n. b.	rechts
DT-35a/1	20,1	0,74	9,35	1,499	3,633	6	1,5	beide
DT-35a/2	20,0	0,66	8,47	1,500	3,630	-	-	-
DT-35a/3	20,1	0,66	8,75	1,499	3,633	-	-	-
DT-35a/4	20,0	0,66	9,04	1,500	3,630	3	0,9	links
DT-32/1	20,0	1,22	1,95	1,937	15,20	1	n. b.	rechts
DT-32/2	19,9	1,12	1,75	1,938	15,21	-	-	-
DT-32/3	20,0	1,10	1,86	1,937	15,20	2	n. b.	beide
DT-32/4	19,8	1,10	1,75	1,940	15,23	-	-	-
DT-29/1	20,2	1,60	1,35	4,668	43,71	-	-	-
DT-29/2	20,3	1,61	1,41	4,661	43,64	-	-	-
DT-29/3	19,9	1,61	1,51	4,690	43,92	1	n. b.	links
DT-29/4	20,2	1,64	1,51	4,668	43,71	1	n. b.	links
DT-29/5	20,4	1,62	1,43	4,650	43,57	1	n. b.	links

**Tabelle C.2:** Chronologische Auflistung der Schaltvorgänge und Ereignisse während der Durchführung des TEXUS-Experiments. Die eingestellten Volumenströme sowie die Zeiten der Tracerinjektionen und des Entleerens des Ausgleichsrohres während des Messprogramms sind gesondert in Tabelle C.3 zusammengefasst.

Zeit [s]	Event	Bemerkung
- 500,00	Datenerfassung ein	
- 40,00	Beobachtung aus	keine TV-Bilder während der Startphase
0,00	Lift off	
+ 67,00	Camcorder starten	
+ 68,00	Sender ein	
+ 89,00	Beobachtung ein	TV-Bilder werden am Boden aufgezeichnet
+ 76,00	V <sub>3</sub> auf	
+ 76,55	$g < 10^{-4} g_0$	Beginn der $\mu g$ -Phase
+ 77,76	PU <sub>1</sub> an	Füllen des Ausgleichsrohres mit $Q'_1 = 5,28 \text{ cm}^3/\text{s}$
+ 96,55	PU <sub>1</sub> aus	Sollfüllstand im Ausgleichsrohr erreicht
+ 98,60	V <sub>1</sub> , V <sub>2</sub> auf	Düse wird geöffnet
+ 102,38	PU <sub>2</sub> an	$Q' = 4,61 \text{ cm}^3/\text{s}$
+ 107,60		Flüssigkeit erreicht den Saugkopf
+ 114,72	PU <sub>1</sub> an	Strömung etabliert
+ 119,23		Beginn des Messprogramms
+ 150,00	V <sub>3</sub> zu	
+ 425,55	$g > 10^{-4} g_0$	Ende des Messprogramms, Ende der $\mu g$ -Phase,
+ 670,00	Datenerfassung aus	

**Tabelle C.3:** Messprogramm TEXUS und Intervalle der Profilauswertung.  $Q_2^{T'}$  und  $Q'$  in  $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ , Zeiten in s.

Nr.	Volumenstrom		Tracer		Ausgleichsrohr			Flüssigkeitsoberflächen			
	$Q_2^{T'}$	$Q'$	Intervall	Dauer	Injektionszeiten	Bez.	entleeren	beobachten	Gasdurchbruch	Auswertung	Bez.
1	5,00	4,61	102,38-119,23	16,85	-	-	-	-	-	-	-
2	5,50	5,06	119,45-120,31	0,86	-	-	-	-	-	-	-
3	6,00	5,52	120,53-136,08	15,55	126,36-131,54	TR-1	-	133,03-133,67	-	128,65-132,47	I-01
4	6,50	5,98	136,30-137,38	1,08	-	-	-	-	-	-	-
5	7,02	6,46	137,59-150,12	12,53	141,91-147,10	TR-2	-	148,31-148,91	-	144,09-146,91	I-02
6	7,50	6,90	150,34-151,42	1,08	-	-	-	-	-	-	-
7	8,03	7,39	151,63-182,30	30,67	157,90-163,51	TR-3	166,97-176,99	164,59-178,79	167,59-170,63	159,43-163,69	I-03
8	8,50	7,82	182,52-194,40	11,88	186,84-191,59	TR-4	-	192,56-193,72	-	-	-
9	9,00	8,28	194,62-203,04	08,42	-	-	208,22-222,00	207,36-224,20	195,56-213,40	-	-
10	8,96	8,24	203,26-220,32	17,06	-	-	-	-	216,92-221,40	-	-
11	8,46	7,78	220,54-231,12	10,58	-	-	-	-	-	-	-
12	8,50	7,82	231,34-245,16	13,82	235,44-240,41	TR-5	-	241,68-243,84	-	237,08-241,40	I-04
13	9,00	8,28	245,38-276,05	30,67	247,54-253,58	TR-6	257,47-265,80	255,12-270,72	258,44-265,80	250,64-252,96	I-05
14	8,50	7,82	276,26-281,45	05,19	-	-	-	-	-	273,56-275,60	I-06
15	8,56	7,87	281,66-295,92	14,26	287,06-292,90	-	-	294,16-295,44	-	278,50-279,58	I-07
16	8,60	7,91	296,14-301,75	05,61	-	-	-	-	-	288,76-292,12	I-08
17	8,65	7,96	301,97-302,40	0,43	-	-	-	-	-	-	-
18	8,70	8,00	302,62-328,10	25,48	306,50-311,26	-	313,20-322,92	312,45-328,45	314,37-327,49	-	-
19	8,75	8,05	328,32-329,18	0,86	-	-	-	-	323,69-327,49	-	-
20	8,81	8,10	329,40-346,25	16,85	337,39-341,71	TR-7	-	342,79-345,33	-	338,73-341,19	I-09
21	8,86	8,15	346,46-366,34	19,88	350,14-354,67	-	355,97-362,23	355,55-365,01	356,93-361,41	351,53-355,41	I-10
22	8,90	8,19	366,55-366,98	0,43	-	-	-	-	-	-	-
23	8,95	8,23	367,20-367,85	0,65	-	-	-	-	-	-	-
24	8,90	8,19	368,06-373,25	5,19	-	-	-	-	-	369,75-371,85	I-11
25	8,95	8,23	373,46-380,59	7,13	-	-	-	379,62-380,97	-	-	-
26	9,01	8,29	380,81-386,86	6,05	-	-	-	-	-	383,41-384,57	I-12
27	9,07	8,34	387,07-391,82	4,75	-	-	-	-	-	387,65-389,57	I-13
28	9,11	8,37	392,04-399,60	7,56	408,89-411,48	-	394,42-399,60	394,35-396,93	-	392,29-393,47	I-14
29	9,15	8,42	399,82-402,41	2,59	-	-	-	-	-	-	-
30	9,20	8,46	402,62-411,48	8,86	411,70-412,56	-	-	-	-	-	-
31	9,15	8,42	411,70-412,56	0,86	412,78-541,30	-	412,78-433,08	-	-	-	-
32	9,20	8,46	412,78-469,58	56,80	-	-	-	-	-	-	-

## C.2 Fehlerdefinition

In den Tabellen C.4, C.5 sind die Mess- und Folgefehler der Fallturmexperimente und des TEXUS-Experiments angegeben. Die Bestimmung des Fehlers der Profilerkennung  $\Delta u_k, \Delta v_k$  ist in Kapitel 6.2.5.1 beschrieben. Die Folgefehler sind das Ergebnis der Fehlerrechnung in Kapitel 6.2.5.3. Für den ortsabhängigen Profilfehler  $\Delta k'$  ist stets der maximale Wert angegeben. Die relativen Fehler der Kennzahlen  $Oh, \mathcal{L}$  wurden nach Gl. (6.43) und (6.44) ermittelt.

**Tabelle C.4:** Absolute Mess- und Folgefehler der Fallturmexperimente und des TEXUS-Experiments.

Fehler	Fallturmexperimente	TEXUS-Experiment
$\Delta a$	$\pm 0,1$ mm	$\pm 0,01$ mm
$\Delta b$	$\pm 0,1$ mm	$\pm 0,01$ mm
$\Delta l$	$\pm 0,1$ mm für DT-34, DT-35, DT-35a $\pm 0,2$ mm für DT-29, DT-32 $\pm 0,3$ mm für DT-33	$\pm 0,1$ mm
$\Delta a_p$	$\pm 0,05$ mm	$\pm 0,01$ mm
$\Delta x_p$	$\pm 0,01$ mm	$\pm 0,01$ mm
$\Delta z'_p$	$\pm 0,01$ mm	$\pm 0,01$ mm
$\Delta u_p$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta v_p$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta u_m$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta v_m$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta u_k$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta v_k$	$\pm 1$ Pixel	$\pm 1$ Pixel
$\Delta \omega$	$\leq \pm 0,01^\circ$	$\leq \pm 0,01^\circ$
$\Delta w$	$\pm 2,5$ mm	$\pm 2,5$ mm
$\Delta e_x$	$\pm 0,36 \dots \pm 4,50 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ nach Tabelle C.8	$\pm 0,18 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ (Kamera 1) $\pm 0,19 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ (Kamera 2)
$\Delta e_z$	$\pm 0,17 \dots \pm 9,35 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ nach Tabelle C.8	$\pm 0,23 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ (Kamera 1) $\pm 0,24 \mu\text{m Pixel}^{-1}$ (Kamera 2)
$\Delta \xi$	$\leq \pm 0,001$	$\leq \pm 0,001$
$\Delta k'$	$\pm 1,8$ mm für DT-35/4 $\pm 1,6$ mm für DT-35/5 $\pm 0,5$ mm für DT-33/2, DT-33/3 $\pm 0,4$ mm für DT-33/4, DT-33/5, DT-34/1, DT-34/4, DT-35/6, DT-35/7 $\pm 0,3$ mm für DT-29/2, DT-35/3 $\pm 0,2$ mm für DT-29/1, DT-32/2, DT-32/4	$\pm 0,1$ mm

**Tabelle C.5:** Relative Fehler der Kennzahlen  $Oh$ ,  $\mathcal{L}$  und  $\Lambda$  für die Fallturmexperimente und das TEXUS-Experiment.

Fehler	Fallturmexperimente	TEXUS-Experiment
$\Delta Oh/Oh$	$\pm 2,9$ % für DT-35, DT-35a $\pm 3,6$ % für DT-32, DT-33, DT-34 $\pm 5,1$ % für DT-29	$\pm 2,1$ %
$\Delta \mathcal{L}/\mathcal{L}$	$\pm 5,1$ % für DT-35, DT-35a $\pm 7,1$ % für DT-32, DT-33, DT-34 $\pm 10,2$ % für DT-29	$\pm 2,5$ %
$\Delta \Lambda/\Lambda$	$\pm 2,4$ % für DT-35, DT-35a $\pm 3,7$ % für DT-34 $\pm 4,0$ % für DT-33 $\pm 4,3$ % für DT-32 $\pm 5,5$ % für DT-29	$\pm 0,2$ %

### C.3 Größen zur Bildverarbeitung

Alle Größen zur Kalibrierung der Videobilder sowie zur Bestimmung der Koordinatentransformation nach Kapitel 6.2.2 und der Korrektur der optischen Brechung nach Kapitel 6.2.3 sind in den Tabellen C.6 und C.7 aufgeführt. Die verwendeten Kalibrierungsfaktoren  $e_x$  und  $e_z$  sowie der Korrekturfaktor  $\xi$  sind gesondert in Tabelle C.8 angegeben. In den Experimenten DT-33/2, DT-35/4, DT-35/5, DT-35a/2 und DT-35a/3 wurde nur eine Kamera verwendet. Bei DT-32/2 steht die untere Kameraansicht (Kamera 2) aufgrund eines Rekorderausfalls nicht zur Verfügung.

**Tabelle C.6:** Längen, Drehpunkte und Drehwinkel zur Profiltransformation und Korrektur der optischen Brechung für die obere Kameraansicht (Kamera 1). Die Einheit Pixel ist durch „Pix.“ abgekürzt.

Bez.	$l_1$ [mm]	$\hat{l}_1$ [Pix.]	$l_2$ [mm]	$\hat{l}_2$ [Pix.]	$u_p$ [Pix.]	$v_p$ [Pix.]	$x'_p$ [mm]	$z'_p$ [mm]	$\omega$ [°]	$w$ [mm]
DT-33/2	20	100	10	49	354	258	52,5	5,0	-179,42	201
DT-33/3	40	547	10	141	326	150	92,5	5,0	-180,00	251
DT-33/4	40	545	10	139	329	147	92,5	5,0	-180,00	252
DT-33/5	40	548	10	124	320	207	92,5	5,0	-179,53	279
DT-35/4	60	306	15	74	355	254	89,4	7,5	-179,50	199
DT-35/5	60	298	15	72	356	286	89,4	7,5	-179,65	201
DT-35/6	40	473	15	182	336	220	89,4	7,5	-180,00	285
DT-35/7	40	473	15	182	329	197	89,4	7,5	-180,00	285
DT-34/1	20	240	10	123	347	329	83,1	10,0	-179,98	251
DT-34/4	20	240	10	123	356	334	83,1	10,0	-179,88	251
DT-35a/2	40	510	15	191	301	193	44,5	7,5	-180,00	186
DT-35a/3	40	508	15	191	300	209	44,5	7,5	-179,89	186
DT-32/2	20	250	5	64	322	335	80,6	2,5	-180,00	271
DT-32/4	20	251	5	64	319	361	80,6	2,5	-180,00	271
DT-29/1	30	385	10	132	290	288	71,7	5,0	-179,93	265
DT-29/2	30	384	10	132	232	302	71,7	5,0	-179,93	265
TE	26	545	19	408	490	685	35,0	-9,5	-179,60	213

**Tabelle C.7:** Längen, Drehpunkte und Drehwinkel zur Profiltransformation und Korrektur der optischen Brechung für die untere Kameraansicht (Kamera 2). Die Einheit Pixel ist durch „Pix.“ abgekürzt.

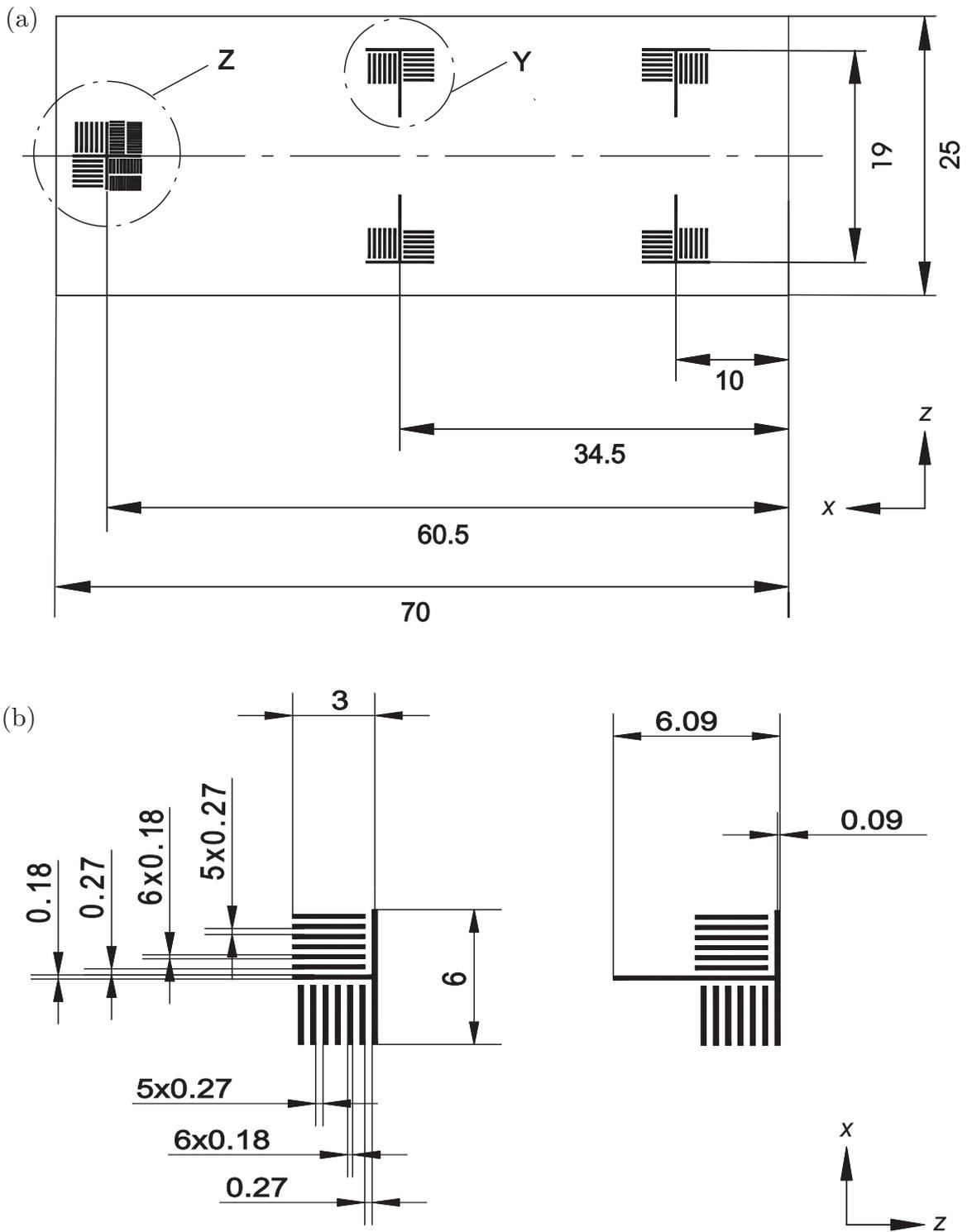
Bez.	$l_1$ [mm]	$\hat{l}_1$ [Pix.]	$l_2$ [mm]	$\hat{l}_2$ [Pix.]	$u_p$ [Pix.]	$v_p$ [Pix.]	$x'_p$ [mm]	$z'_p$ [mm]	$\omega$ [°]	$w$ [mm]
DT-33/3	20	241	10	122	325	107	52,5	5,0	-180,00	191
DT-33/4	20	248	10	125	320	121	52,5	5,0	-180,00	192
DT-33/5	20	230	10	115	320	143	52,5	5,0	-180,00	215
DT-35/6	20	228	15	170	339	121	49,4	7,5	-180,00	207
DT-35/7	20	228	15	170	339	117	49,4	7,5	-180,00	207
DT-34/1	30	351	10	118	348	277	40,1	10,0	-179,88	222
DT-34/4	20	240	10	123	346	375	40,1	10,0	-179,88	251
DT-32/4	20	251	5	64	354	361	30,6	2,5	-180,00	271
DT-29/1	40	504	10	126	556	284	11,7	5,0	-179,37	190
DT-29/2	40	501	10	126	554	286	11,7	5,0	-179,77	190
TE	24,5	510	19	402	488	615	10,0	-9,5	-179,97	213

**Tabelle C.8:** Übersicht über die Kalibrierungsfaktoren  $e_x$ ,  $e_z$  und den Korrekturfaktor  $\xi$  der oberen Kameraansicht (Kamera 1) und unteren Kameraansicht (Kamera 2).

Bez.	Kamera 1			Kamera 2		
	$e_x$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]	$e_z$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]	$\xi$	$e_x$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]	$e_z$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]	$\xi$
DT-33/2	$200,00 \pm 4,50$	$204,08 \pm 9,35$	1,022	-	-	-
DT-33/4	$73,39 \pm 0,36$	$71,94 \pm 1,39$	1,018	$80,65 \pm 0,85$	$80,00 \pm 1,86$	1,023
DT-33/3	$73,13 \pm 0,36$	$71,92 \pm 1,36$	1,018	$82,99 \pm 0,90$	$81,97 \pm 1,75$	1,023
DT-33/5	$82,14 \pm 0,44$	$80,65 \pm 0,17$	1,016	$86,96 \pm 0,97$	$86,96 \pm 1,95$	1,021
DT-35/4	$190,08 \pm 1,44$	$202,70 \pm 6,15$	1,026	-	-	-
DT-35/5	$201,34 \pm 1,52$	$208,33 \pm 6,48$	1,025	-	-	-
DT-35/6	$84,57 \pm 0,46$	$82,42 \pm 1,18$	1,018	$87,72 \pm 0,10$	$88,24 \pm 1,33$	1,025
DT-35/7	$84,57 \pm 0,46$	$82,42 \pm 1,18$	1,018	$87,72 \pm 0,10$	$88,24 \pm 1,33$	1,025
DT-34/1	$83,33 \pm 0,90$	$81,30 \pm 1,73$	1,018	$85,47 \pm 0,63$	$84,75 \pm 1,86$	1,020
DT-34/4	$83,33 \pm 0,90$	$80,65 \pm 0,17$	1,018	$85,71 \pm 0,63$	$85,47 \pm 1,89$	1,020
DT-35a/2	$78,43 \pm 0,41$	$78,53 \pm 1,08$	1,028	-	-	-
DT-35a/3	$78,74 \pm 0,41$	$78,53 \pm 1,08$	1,028	-	-	-
DT-32/2	$80,00 \pm 0,84$	$78,13 \pm 3,22$	1,016	-	-	-
DT-32/4	$79,68 \pm 0,83$	$78,13 \pm 3,22$	1,016	$85,11 \pm 0,94$	$86,21 \pm 3,83$	1,022
DT-29/1	$77,92 \pm 0,53$	$75,76 \pm 1,53$	1,014	$79,37 \pm 0,41$	$79,37 \pm 1,66$	1,012
DT-29/2	$78,13 \pm 0,54$	$75,76 \pm 1,52$	1,014	$79,84 \pm 0,42$	$79,37 \pm 1,66$	1,012
TE	$47,71 \pm 0,18$	$46,57 \pm 0,23$	1,025	$48,04 \pm 0,19$	$47,26 \pm 0,24$	1,025

## C.4 Markierungen des TEXUS-Kanals

In Abb. C.1(a) sind die Markierungen auf der vorderen Glasplatte des TEXUS-Kanals abgebildet. Die Bemaßungslinien beziehen sich auf die Mitte der Felder. Die offene Strecke des Kanals beginnt 7,2 mm oberhalb der unteren Glaskante. Die Einzelheiten Y, Z sind in Abb. C.1(b) und C.2 dargestellt. Alle Maße sind in mm angegeben.



**Abbildung C.1:** Bemaßung der Strichmuster auf der Vorderseite des Kapillarkanals im TEXUS-Experiment. (a) Gesamtansicht. (b) Einzelheit Y (um 90° gedreht).

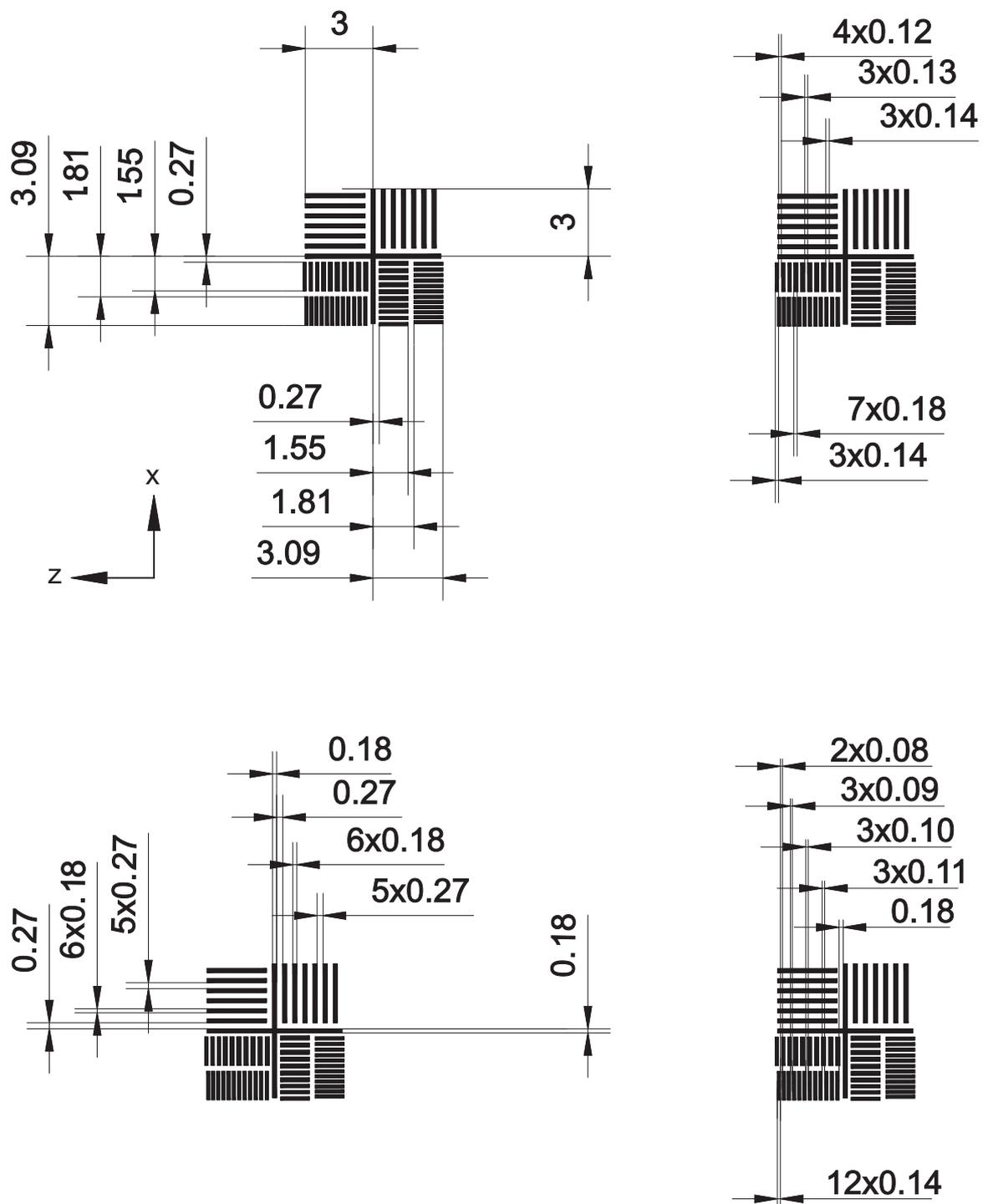


Abbildung C.2: Bemaßung der Einzelheit Z. Bezüglich Abb. C.1 ist die Einzelheit um 90° gedreht und gespiegelt dargestellt.

## C.5 Volumenstrom im Ausgleichsrohr

Bezug nehmend auf die Abbildungen 6.3 und 6.11 sind in den Tabellen C.9 und C.10 die Längen des Ausgleichsrohres und des Strahlengangs angegeben, die zur Berechnung der Korrektur- und Kalibrierungsfaktoren erforderlich sind. Die Längen  $\hat{L}_1$ ,  $\hat{L}_2$  sind Mittelwerte der beiden Längskanten des inneren Zylinders bzw. der hinteren Außenseite des Ausgleichsrohres. Die Korrekturfaktoren wurden für  $\xi_1 = \xi_1(\bar{z}'_k = 14,6 \text{ mm})$  (mittlerer Strahlengang),  $\xi_2 = \xi_2(z'_k = 30,3 \text{ mm})$  und  $\check{\xi}_2 = \check{\xi}_2(z'_k = 19,6 \text{ mm})$  (exakte Strahlengänge) bestimmt. Der Kalibrierungsfaktor  $\check{e}_z$  in der Ebene  $y = 0$  dient der Kontrolle des maßgeblichen Kalibrierungsfaktors  $e_z$ . Die Fehlerberechnung wurde entsprechend der Abhängigkeiten  $\xi_1 = \xi_1(D_1, D_2, w, n_F, n_P)$ ,  $\xi_2 = \xi_2(D_1, w, n_F, n_P)$ ,  $\Delta e_z = \Delta e_z(L_2, \hat{L}_2, \xi_2)$  und  $\Delta \check{e}_z = \Delta \check{e}_z(L_1, \hat{L}_1, \check{\xi}_2)$  nach Gl. (6.30) durchgeführt. Hierbei wurden die Brechungsindizes  $n_F = 1,375 \pm 0,1\%$  für die Flüssigkeit HMDS entsprechend Tabelle 6.2 und  $n_P = 1,491 \pm 0,1\%$  für Plexiglas verwendet.

**Tabelle C.9:** Längenangaben für das Ausgleichsrohr und den optischen Strahlengang. Angaben von  $\hat{L}_1$ ,  $\hat{L}_2$  in Pixel (Pix.).

$L_1$ [mm]	$L_2$ [mm]	$D_1$ [mm]	$D_2$ [mm]	$\hat{L}_1$ [Pix.]	$\hat{L}_2$ [Pix.]	$w$ [mm]
$67,4 \pm 0,25$	$78,1 \pm 0,05$	$50,0 \pm 0,05$	$45,0 \pm 0,1$	$649 \pm 4$	$672 \pm 4$	$115 \pm 2$

**Tabelle C.10:** Berechnete Korrektur- und Kalibrierungsfaktoren für das Ausgleichsrohr.

$\xi_1$	$\xi_2$	$\check{\xi}_2$	$\bar{e}_z$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]	$\check{e}_z$ [ $\mu\text{m Pixel}^{-1}$ ]
$1,156 \pm 0,005$	$1,289 \pm 0,005$	$1,144 \pm 0,003$	$90,16 \pm 0,08$	$90,78 \pm 0,07$

In Tabelle C.11 sind die mittleren Tachowerte  $Q_1^{T'}$  und  $Q_2^{T'}$  der Nachförder- bzw. Förderpumpe, sowie die mittleren Werte der Meniskusgeschwindigkeit  $v'_A$  und des Volumenstroms  $Q'_A$  im Ausgleichsrohr aufgelistet, die für die verschiedenen Zeitintervalle  $\tau'_A$  ermittelt wurden. Die Intervalle beziehen sich auf die in Kapitel 5.2.3.1 erläuterten Experimentprozeduren. Im Intervall 1 wurde das Ausgleichsrohr manuell mittels Pumpe  $PU_1$  gefüllt. Im Intervall 2 strömte bei abgeschalteten Pumpen Flüssigkeit kapillargetrieben aus dem Ausgleichsrohr in den Kapillarkanal. Der entsprechende Volumenstrom im Kapillarkanal konnte über die Profilauswertung der Flüssigkeit mit  $Q'_{kap} = 4,46 \pm 0,04 \text{ cm}^3/\text{s}$  bestimmt werden. Während der Intervalle 3 - 8 wurde das Ausgleichsrohr manuell über  $PU_2$  entleert. Die Sequenzen 9 - 11 beziehen sich auf die Phasen, in denen beide Pumpen kontinuierlich förderten (Messbetrieb).

**Tabelle C.11:** Tachowerte  $Q_1^{T'}$ ,  $Q_2^{T'}$  der Nachförder- und Förderpumpe und ermittelte Werte für die Meniskusgeschwindigkeit  $v'_A$  und den Volumenstrom  $Q'_A$  im Ausgleichsrohr für verschiedene Zeitintervalle  $\tau'_A$ .

Nr.	$\tau'_A$ [s]	$Q_1^{T'}$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$Q_2^{T'}$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$v'_A$ [mm s <sup>-1</sup> ]	$Q'_A$ [cm <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]
1	82,03 - 96,55	5,15 ± 0,07	-	3,32 ± 0,03	5,28 ± 0,14
2	104,31 - 115,39	-	-	2,94 ± 0,08	4,68 ± 0,26
3	169,63 - 176,99	-	8,00 ± 0,08	4,59 ± 0,10	7,30 ± 0,18
4	210,88 - 217,56	-	8,96 ± 0,08	5,19 ± 0,09	8,26 ± 0,18
5	259,04 - 265,68	-	9,00 ± 0,08	5,24 ± 0,09	8,33 ± 0,19
6	315,20 - 320,92	-	8,70 ± 0,08	5,03 ± 0,37	8,00 ± 0,63
7	356,15 - 361,85	-	8,86 ± 0,08	5,10 ± 0,70	8,11 ± 1,14
8	395,13 - 398,14	-	9,11 ± 0,09	5,34 ± 0,31	8,49 ± 0,52
9	131,32 - 136,08	6,18 ± 0,07	6,00 ± 0,07	0,53 ± 0,06	0,84 ± 0,09
10	137,60 - 150,12	7,22 ± 0,08	7,02 ± 0,08	0,62 ± 0,01	0,99 ± 0,03
11	152,04 - 163,60	8,24 ± 0,08	8,00 ± 0,08	0,74 ± 0,02	1,17 ± 0,03
12	182,52 - 194,40	8,76 ± 0,09	8,50 ± 0,09	0,79 ± 0,04	1,26 ± 0,06
13	281,60 - 295,92	8,82 ± 0,09	8,56 ± 0,08	0,82 ± 0,03	1,30 ± 0,06
14	233,04 - 244,96	8,76 ± 0,09	8,50 ± 0,08	0,78 ± 0,03	1,24 ± 0,05
15	330,04 - 346,25	9,06 ± 0,09	8,80 ± 0,08	0,83 ± 0,03	1,32 ± 0,06
16	373,48 - 380,36	8,22 ± 0,10	8,95 ± 0,08	0,84 ± 0,07	1,34 ± 0,11

Als Fehler der Tachowerte  $Q_1^{T'}$  und  $Q_2^{T'}$  ist die jeweilige Standardabweichung der zeitlichen Mittelwertbildung angegeben. Der Fehler der Meniskusgeschwindigkeit  $v'_A$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem statistischen infolge der Bestimmung der Meniskusposition und einem systematischen Anteil infolge der Kalibrierung und Transformation. Erster ist durch die Standardabweichung der linearen Regression bestimmt. Letzterer ergibt sich entsprechend der Abhängigkeiten  $v'_A = v'_A(v_k, e_z, \xi_1)$  nach Gl. (6.30), wobei der Fehler der Zeitmessung vernachlässigt wurde.

## C.6 Stoffdaten der verwendeten Flüssigkeiten

Im Folgenden sind die Regressionsgleichungen für die Dichte  $\rho$ , die kinematische Viskosität  $\nu$  und die Oberflächenspannung  $\sigma$  angegeben. Die Gleichungen korrelieren die für die jeweilige Flüssigkeit gemessenen Stoffwerte (vgl. Kapitel 6.3.5). Die Gültigkeitsbereiche betragen  $10\text{ °C} < T < 45\text{ °C}$  für die Dichte und  $15\text{ °C} < T < 35\text{ °C}$  für die Viskosität und die Oberflächenspannung. Die Temperatur ist in  $\text{°C}$  anzugeben. Die Fehler  $\Delta\rho$ ,  $\Delta\nu$  und  $\Delta\sigma$  beziehen sich auf die Standardabweichung der Regressionskoeffizienten.

### Dow Corning 200<sup>®</sup> Fluid, 0,65 cSt (HMDS)

$$\begin{aligned}\rho &= 784,43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1,04 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{°C}} T, & \Delta\rho &= \pm 0,52 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \nu &= \exp\left(-9,662 + \frac{8510,55 \text{ °C}}{897,86 \text{ °C} + T}\right) \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, & \Delta\nu &= \pm 0,008 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \\ \sigma &= 17,36 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}} - 0,09 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m °C}} T, & \Delta\sigma &= \pm 0,13 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}\end{aligned}$$

### 3M<sup>™</sup> Fluorinert<sup>™</sup>, Electronic Liquid FC-77

$$\begin{aligned}\rho &= 1824,97 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 2,56 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \text{°C}} T, & \Delta\rho &= \pm 0,83 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \nu &= \exp\left(-2,037 + \frac{203,55 \text{ °C}}{87,10 \text{ °C} + T}\right) \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}, & \Delta\nu &= \pm 0,013 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \\ \sigma &= 16,99 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}} - 0,08 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m °C}} T, & \Delta\sigma &= \pm 0,19 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}\end{aligned}$$

# Literaturverzeichnis

- ANTAR, B. N. & NUOTI-ANTAR, V. S. 1993 *Fundamentals of Low Gravity Fluid Dynamics and Heat Transfer*. CRC Press, Boca Raton, Florida.
- AYYSWAMY, P. S., CATTON, I. & EDWARDS, D. K. 1974 Capillary flow in triangular grooves. *Trans. ASME: J. App. Mech.* **41**, 332–336.
- BAKKER, G. 1928 *Kapillarität und Oberflächenspannung*, Bd. 6. aus *Handbuch der Experimentalphysik*. Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H., Leipzig.
- BALLINGER, I. A., LAY, W. D. & TAM, W. H. 1995 Review and history of PSI elastomeric diaphragm tanks. In *31st AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 95–2534 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- BALLINGER, I. A. & SIMS, D. 2003 Development of an EPDM elastomeric material for use in Hydrazine propulsion systems. In *39th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2003–4611 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- BARALLE, D. & FOURNIER, J. 1989 Propellant tank for telecommunication platforms. In *25th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 89–2761 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- BÄSSMANN, H. & BESSLICH, P. W. 1991 *Bildverarbeitung ad oculos*. Springer, Berlin.
- BAUMBACH, V., DREYER, M. E., OHLHOFF, A., PRENGEL, P., ROSENDAHL, U. & STADTLANDER, M. 2003 Critical velocities in open capillary channel flows (CCF) – Phase A report. Technischer Bericht, ZARM, Universität Bremen.
- BECKER, E. 1969 *Gasdynamik*. Nr. 6 in Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik (LAMM). Teubner, Stuttgart.
- BIRD, R. B., STEWART, W. E. & LIGHTFOOT, E. 2002 *Transport Phenomena*. John Wiley, New York.

## Literaturverzeichnis

- BRACKE, M., DE VOEGHT, F. & JOOS, P. 1989 The kinetics of wetting: The dynamic contact angle. *Progr. Colloid Polym. Sci.* **79**, 142–149.
- BREZESINSKI, G. & MÖGEL, H. J. 1993 *Grenzflächen und Kolloide: physikalisch-chemische Grundlagen*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg.
- BRONSTEIN, I. N. & SEMENDJAJEW, K. A. 1987 *Taschenbuch der Mathematik*. Teubner, Leipzig, 23. Aufl.
- CHOW, V. T. 1959 *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill, New York.
- DEBRECENI, M. J., KUO, T. K. & JAEKLE, D. E. 2003 Development of a titanium propellant tank. In *39th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2003–4604 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- DEBRECENI, M. J., KUO, T. K. & JAEKLE, D. E. 2004 Development of a composite wrapped propellant tank. In *40th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2004–3505 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- DEBRECENI, M. J., LAY, W. D. & JAEKLE, D. E. 1998 Design and development of a PMD-type bipropellant tank. In *34th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 98–3200 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- DEBRECENI, M. J., LAY, W. D., JAEKLE, D. E. & GRAFFER, A. C. 1997 Design and development of the AXAF-IPS PMD and PMD integration. In *33rd AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 97–2812 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- DEBRECENI, M. J., LAY, W. D., KUO, T. K. & JAEKLE, D. E. 1996 Design and development of a communications satellite propellant tank. In *32nd AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 96–2749 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- DEBRECENI, M. J., LAY, W. D., KUO, T. K., JAEKLE, D. E. & SEKI, T. 2001 Propellant tank for an advanced communications satellite. In *37th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2001–3826 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- DEBRECENI, M. J., LAY, W. D., NEWELL, J. M., JAEKLE, D. E. & BENARD, I. J. 1995 Design and development of a communications satellite propellant tank. In *31th*

- AIAA/SAE/ASME/ASEE *Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 95–2529 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- DER, J. A. 1991 Linearized theory for unsteady surface tension driven flow along supercritical vane-formed fillets. In *27th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 91–2175 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- DEVEY, R., BALDWIN, R., STATHAM, G. & CURRAN, T. J. P. 1990 The in-orbit performance of the OLYMPUS CPS. In *26th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 90–2422 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- DORFMÜLLER, T. & HERING, W. T. 1998 *Mechanik, Relativität, Wärme*, Bd. I aus *Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann; Schäfer*. de Gruyter, Berlin, 11. Aufl.
- DREYER, M. 1994 *Kapillarer Flüssigkeitsanstieg zwischen parallelen Platten unter kompensierter Gravitation*. Nr. 241 in Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7: Strömungsmechanik. VDI-Verlag, Düsseldorf.
- DREYER, M. E., DELGADO, A. & RATH, H. J. 1994 Capillary rise of liquid between parallel plates under microgravity. *J. Colloid Interf. Sci.* **163**, 158–168.
- DREYER, M. E., ROSENDAHL, U. & OHLHOFF, A. 2002 Science requirement document for the proposal „Critical velocities in open capillary channel flows (CCF)“. ZARM, Universität Bremen.
- DREYER, M. E., ROSENDAHL, U. & OHLHOFF, A. 2004 Critical velocities in open capillary channel flows (CCF). In *Strategic Research to Enable NASA's Exploration Missions Conference*, Nr. NASA/TM–2004–213114. National Aeronautics and Space Administration, Glen Research Center, Cleveland, Ohio.
- DUNN, P. D. & REAY, D. A. 1994 *Heat Pipes*. Pergamon, Oxford, 4. Aufl.
- DUSSAN V., E. B. 1979 On the spreading of liquids on solid surfaces: Static and dynamic contact lines. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **11**, 371–400.
- FÖRNBERG, B. 1988 Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. *Math. Comp.* **51**, 699–706.
- FRENCH, R. H. 1985 *Open-channel Hydraulics*. McGraw-Hill Book Company, New York.
- FRIZ, G. 1965 Über den dynamischen Randwinkel im Fall der vollständigen Benetzung. *Z. angew. Phys.* **19**(4), 374–378.

## Literaturverzeichnis

- GERSTEN, K. 1986 *Einführung in die Strömungsmechanik*. Vieweg, Braunschweig, 4. Aufl.
- GERSTMANN, J. 2004 *Numerische Untersuchungen zur Schwingung freier Flüssigkeitsoberflächen*. Nr. 464 in Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7: Strömungsmechanik. VDI-Verlag, Düsseldorf.
- GERTHSEN, C. & VOGEL, H. 1993 *Physik*. Springer, Berlin, 17. Aufl.
- GILMORE, D. G. 1994 *Satellite Thermal Control Handbook*. The Aerospace Corporation Press, El Segundo.
- GLUCK, D. F. & GILLE, J. P. 1965 Fluid mechanics of zero-g propellant transfer in spacecraft propulsion systems. *J. Eng. Ind.* 1–8.
- GRIFFITHS, D. J. 1969 Urethral elasticity and micturition hydrodynamics in females. *Med. Biol. Eng.* **7**, 201–215.
- GRIFFITHS, D. J. 1971a Hydrodynamics of male micturition – I: Theory of steady flow through elastic-walled tubes. *Med. Biol. Eng.* **9**, 581–588.
- GRIFFITHS, D. J. 1971b Steady fluid flow through veins and collapsible tubes. *Med. Biol. Eng.* **9**, 597–602.
- HABERÄCKER, P. 1989 *Digitale Bildverarbeitung*. Hanser, München, 3. Aufl.
- HEIL, M. 1997 Stokes flow in collapsible tubes: computation and experiment. *J. Fluid Mech.* **353**, 285–312.
- HENDERSON, F. M. 1966 *Open Channel Flow*. Macmillan, New York.
- HOFFMANN, R. L. 1975 A study of the advancing interface: I. interface shape in liquid-gas systems. *J. Colloid Interf. Sci.* **50**(2), 228–241.
- JAEKLE, D. E. 1991 Propellant management device conceptual design and analysis: Vanes. In *27th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 91–2172 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- JAEKLE, D. E. 1993 Propellant management device conceptual design and analysis: Sponges. In *29th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 93–1970 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- JAEKLE, D. E. 1995 Propellant management device conceptual design and analysis: Traps and troughs. In *31st AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 95–2531 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.

- JAEKLE, D. E. 1997 Propellant management device conceptual design and analysis: Galleries. In *33rd AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 97–2811 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- JIANG, T. S., OH, S. O. & SLATTERY, J. C. 1979 Correlation for dynamic contact angle. *J. Colloid Interf. Sci.* **69**(1), 74–77.
- KARPMAN, V. I. 1977 *Nichtlineare Wellen in dispersiven Medien*. Vieweg, Braunschweig.
- KECECIOGLU, I., MCCLURKEN, M. E., KAMM, R. D. & SHAPIRO, A. H. 1981 Steady, supercritical flow in collapsible tubes. Part 1. Experimental observations. *J. Fluid Mech.* **109**, 367–389.
- KISTLER, S. F. & SCHWEIZER, P. M. 1997 *Liquid Film Coating*. Chapman Hall, London.
- KOSTNER, J. N. & SANI, R. L. 1990 *Low-Gravity Fluid Dynamics and Transport Phenomena*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- LAMB, H. 1932 *Hydrodynamics*. Dover Publication, New York.
- LANDAU, L. & LIFSCHITZ, E. 1991 *Hydrodynamik*, Bd. VI aus *Lehrbuch der theoretischen Physik*. Akademie Verlag, Berlin, 5. Aufl.
- LIGHTHILL, J. 1978 *Waves in Fluids*. Cambridge University Press, Cambridge.
- LYON, C. K., SCOTT, J. B., ANDERSON, D. K. & WANG, C. Y. 1981 Flow through collapsible tubes at high reynolds numbers. *Circ. Res.* **49**(4), 988–996.
- LYON, C. K., SCOTT, J. B. & WANG, C. Y. 1980 Flow through collapsible tubes at low reynolds numbers. *Circ. Res.* **47**(1), 68–73.
- MCCLURKEN, M. E., KECECIOGLU, I., KAMM, R. D. & SHAPIRO, A. H. 1981 Steady, supercritical flow in collapsible tubes. Part 2. Theoretical studies. *J. Fluid Mech.* **109**, 391–415.
- MICHAELIS, M. 2003 *Kapillarinduzierte Schwingungen freier Flüssigkeitsoberflächen*. Nr. 454 in Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 7: Strömungsmechanik. VDI-Verlag, Düsseldorf.
- MINKOWSKI, H. 1903 Kapillarität. *Encycl. Math. Wiss.* **V**.
- NETTER, G. 1999 *Treibstoffhandhabung in Oberflächenspannungstanks unter reduzierter Schwerkraft*. Shaker, Aachen.

## Literaturverzeichnis

- NETTER, G. & DREYER, M. E. 1992 Fluid mechanics application for the design and test of surface tension tank OST-2. In *Proceedings of the first European Symposium „Fluids in Space“*, ESA SP-353, 179–193.
- NETTER, G., RENNER, U. & DREYER, M. 1999 Design and verification of a standard surface tension propellant tank. In *35th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. AIAA 99-2178 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- NETTER, G., RENNER, U., GERSTMANN, J. & DREYER, M. 2000 Design of a new refillable reservoir for a standard surface tension tank. In *36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2000-3446 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- OHLHOFF, A., ROSENDAHL, U. & DREYER, M. E. 2004 Flow rate limitation in open capillary channels (PE). *Mult. Scien. Techn.* **16**(1–3), 259–271.
- PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T. & FLANNERY, B. P. 1992 *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, Cambridge.
- PROFOS, P. 1987 *Handbuch der industriellen Messtechnik*. Vulkan-Verlag, Essen, 4. Aufl.
- PUROHIT, G. P. & LOUDENBACK, L. D. 1988 Application of etched disk stacks in surface tension propellant management devices. In *24th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 88-2919 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- RANSOHOFF, T. C. & RADKE, C. J. 1988 Laminar flow of a wetting liquid along the corners of a predominately gas-occupied noncircular pore. *J. Colloid Interf. Sci.* **121**, 392–401.
- ROLLINS, J. R., GROVE, R. K., JAEKLE, D. E. & LOCKHEED MISSILES AND SPACE CO., INC. 1985 Twenty-three years of surface tension propellant management system design, development, manufacture, test and operation. In *21st AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference*, Nr. 85-1199 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, DC.
- ROMERO, L. A. & YOST, F. G. 1996 Flow in an open capillary channel. *J. Fluid Mech.* **322**, 109–129.
- ROSENDAHL, U. & DREYER, M. E. 2007 Design and performance of an experiment for the investigation of open capillary channel flows – Sounding rocket experiment TEXUS-41. *Exp. Fluids* **42**, 683–696.

- ROSENDAHL, U., DREYER, M. E., HAAKE, D. & KLATTE, J. 2005 Critical velocities in open capillary channel flows (CCF) – Phase B report. Technischer Bericht, ZARM, Universität Bremen.
- ROSENDAHL, U., DREYER, M. E., OHLHOFF, A. & PRENGEL, P. 2004a Critical velocities in open capillary channel flows (CCF) – Phase B<sub>0</sub> report. Technischer Bericht, ZARM, Universität Bremen.
- ROSENDAHL, U., MOTIL, B., OHLHOFF, A., DREYER, M. E. & RATH, H. J. 2001 Critical velocity in open capillary channel flows. In *Conference and Exhibit on International Space Station Utilization*, Nr. 2001–5021 in AIAA Paper. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- ROSENDAHL, U., OHLHOFF, A. & DREYER, M. E. 2004b Choked flows in open capillary channels: theory, experiment and computations. *J. Fluid Mech.* **518**, 187–214.
- ROSENDAHL, U., OHLHOFF, A., DREYER, M. E. & RATH, H. J. 2002 Investigation of forced liquid flows in open capillary channels. *Microgravity Sci. Technol.* **XIII/4**, 53–59.
- ROSENDAHL, U., SCHMID, U. & DREYER, M. E. 1998 Numerische Untersuchung zur Einlaufgeometrie im Experiment „Choking“ (TEXUS-37). Technischer Bericht, ZARM, Universität Bremen.
- SCHLEY, C. 1988 *Algorithmen zur Berechnung von Stoffdaten*. Institut für Thermodynamik der Luft und Raumfahrt der Universität Stuttgart. Studienarbeit.
- SCHWARTZ, A. & TEJADA, S. 1972 Studies of dynamic contact angles on solids. *J. Colloid Interf. Sci.* **38**(2), 359–375.
- SELLIN, R. H. J. 1969 *Flow in Channels*. Macmillan and St. Martins Press, London New York.
- SHAPIRO, A. H. 1977 Steady flow in collapsible tubes. *Trans. ASME: J. Biomech. Engng.* **99**, 126–147.
- SHAPIRO, A. H. & HAWTHORNE, W. R. 1947 The mechanics and thermodynamics of steady one-dimensional gas flow. *J. Appl. Mech.* **14**, 317–336.
- SHAPIRO, A. H. 1953 *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, Bd. I. The Ronald Press Company, New York.
- SHIKHMURZAEV, Y. D. 1994 Mathematical modeling of wetting hydrodynamics. *Fluid Dyn. Res.* **13**, 45–64.

## Literaturverzeichnis

- SIEBER, H. 1982 *Mathematische Begriffe und Formeln*. Klett, Stuttgart.
- SPARROW, E. M. & LIN, S. H. 1964 Flow development in the hydrodynamic entrance region of tubes and ducts. *Phys. Fluids* **7**(3), 338–347.
- SPURK, J. H. 1987 *Strömungslehre*. Springer, Berlin.
- SPURK, J. H. 1992 *Dimensionsanalyse*. Springer, Berlin.
- SRINIVASAN, R. 2003 Estimating zero-g flow rates in open channels having capillary pumped vanes. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **41**, 389–417.
- TAM, W. H., BALLINGER, I. A. & KOHORST, P. 2004 Design and manufacture of a composite overwrapped elastomeric diaphragm tank. In *40th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2004–3507 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- TAM, W. H., JAEKLE, D. E. & FAROKHI, S. A. 1998 Design and manufacture of the HS 601 Block II propellant tank assembly. In *34th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 98–3199 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- TAM, W. H., KUO, J. & JAEKLE, D. E. 2002 Design and manufacture of an ultralightweight propellant management device. In *38th AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 2002–4137 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- TAM, W. H., LAY, W. D., HERSH, M. S., JAEKLE, D. E. & EPSTEIN, S. J. 1996 Design, development, qualification, and manufacture of the HS 601 propellant tank. In *32nd AIAA/SAE/ASME/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Nr. 96–2748 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va.
- TRUCKENBRODT, E. 1996 *Fluidmechanik*. Springer, Berlin.
- VOSS, J. & HATTIS, P. 1984 Control issues during shuttle resupply of liquids on-orbit. In *Guidance and Control Conference*, Nr. 84–1840 in AIAA Papers. American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York.
- WEBER, W. 1866 Theorie der durch Wasser oder andere incompressible Flüssigkeiten in elastischen Röhren fortgepflanzten Wellen. *Verh. koenigl. Saechs. Ges. Wiss.* **18**, 353–357.
- WEISLOGEL, M. M. & LICHTER, S. 1998 Capillary flow in an interior corner. *J. Fluid Mech.* **373**, 349–378.

- WESER, C. 1980 Die Messung der Grenz- und Oberflächenspannung von Flüssigkeiten. *Fachzeitschrift für das Laboratorium* **24**, 642–648 und 734–742.
- WHITE, F. M. 1991 *Viscous Fluid Flow*. McGraw Hill, New York, 2. Aufl.
- WHITE, F. M. 1994 *Fluid Mechanics*. McGraw Hill, New York, 3. Aufl.
- WILLE, D. 2003 *Repetitorium der linearen Algebra*. Binomi-Verlag, Springe, 4. Aufl.
- WILSON, T. A., RODARTE, J. R. & BUTLER, J. P. 1986 Wave-speed and viscous flow limitation. In *Handbook of Physiology. Section 3: The Respiratory System*, Bd. III, 55–61. American Physiological Society, Bethesda, Maryland.
- YOUNG, T. 1805 An assay on the cohesion of fluids. *Philos. Trans. Roy. Soc. London* **95**, 185–198.
- ZAMPERONI, P. 1991 *Methoden der digitalen Bildverarbeitung*. Vieweg, Braunschweig, 2. Aufl.
- ZARM FAB 2001 *Fallturm Bremen Software Information*. ZARM FAB, Bremen.
- ZARM FAB 2003 *Drop Tower Bremen User Manual*. ZARM FAB, Bremen.



# Danksagung

Diese Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Zentrum für angewandte Raumfahrttechnologie und Mikrogravitation (ZARM) im Fachbereich Produktionstechnik der Universität Bremen. Mein Dank gilt dem Institutsleiter Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans J. Rath, der diese Arbeit ermöglicht und mit regem Interesse verfolgt hat.

Meinen besonderen Dank möchte ich Herrn Priv. Doz. Dr.-Ing. Michael Dreyer, dem Leiter der Arbeitsgruppe Mehrphasenströmung, für die intensive Betreuung der Arbeit aussprechen. Seine fachliche Unterstützung und richtungsweisenden Ratschläge haben sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Hierfür bin ich ihm sehr verbunden.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Antonio Delgado, dem Inhaber des Lehrstuhls für Strömungsmechanik (LSTM) der Universität Erlangen-Nürnberg, danke ich sehr für das engagierte Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferates.

Für Ihre Mitwirkung am Promotionsverfahren bin ich den Herren Prof. Dr.-Ing. Hans J. Rath und Prof. Dr.-Ing. Stefan Will zu großem Dank verpflichtet.

Frau Prof. Dr. rer. nat. Antje Ohlhoff gilt mein besonderer Dank für die intensive Zusammenarbeit. Die unzähligen Diskussionen und ihr persönliches Engagement haben sehr zum Fortgang der Arbeit beigetragen. Desweiteren bedanke ich mich bei Dr.-Ing. Aleksander Grah und Dr.-Ing. Armin de Lazzer für die kritische Durchsicht meiner Arbeit und die konstruktiven Vorschläge sowie bei Dipl.-Ing. Dennis Haake und Dr. Enrique Ramé vom NCMR in Cleveland, Ohio, für die fachlichen Diskussionen. Frau Dipl.-Päd. Iris Bunzendahl bin ich sehr dankbar für die editorischen Ratschläge und ihre unermüdliche Bereitschaft zum Korrekturlesen des Manuskripts. Den technischen Mitarbeitern Dipl.-Ing. Peter Prengel und Dipl.-Ing. Marcus Stadtlander sowie den ehemaligen studentischen Hilfskräften Dipl.-Phys. Claudia Schneider und Dipl.-Ing. Eckart Fuhrmann danke ich für den professionellen Aufbau der Fallturmexperimente und die gewissenhafte Hilfe bei der Auswertung der Experimente. An dieser Stelle gebührt Peter Prengel ein besonderer Dank für die konstruktiven Ideen zur Konzeption der Experimente, seine Hilfsbereitschaft und persönliche Unterstützung.

Weiterhin danke ich allen Kollegen und Freunden, die das Zustandekommen der Arbeit in vielerlei Hinsicht unterstützt haben. Dabei seien vor allem Dr.-Ing. Stefan Albensoeder, Dipl.-Ing. Tim Arndt, Dr.-Ing. Volker Baumbach, Stephanie Dackow, Dipl.-Ing. Holger Faust,

## *Literaturverzeichnis*

Dr.-Ing. Jens Gerstmann, cand. ing. Aykut Kaya, Dipl.-Math. Jörg Klatte, Dr.-Ing. Mark Michaelis, Dr.-Ing. Karine Odic, Dr.-Ing. Uwe Schmid, Dr.-Ing. Michael Stange, Dipl.-Ing. Malte Stief und Dr.-Ing. Gerrit Wölk zu nennen.

Für die Umsetzung des Experiments auf der Höhenforschungsrakete TEXUS-37 bedanke ich mich bei Herrn Dipl.-Ing. Dieter Grothe und dem TEXUS-Team von der Firma EADS-Astrium.

Die Arbeit wurde vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) durch das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) unter den Kennzeichen 50WM9901 und 50WM0241 gefördert. Das Experiment auf der Höhenforschungsrakete TEXUS-37 wurde von der Europäischen Raumfahrtagentur (ESA) ermöglicht. Hierfür sei den Institutionen sehr gedankt.

*Last but not least* danke ich Iris und Finn für die unendliche und zuweilen sehr strapazierte Geduld.



