

Schiffbau

Prof. Andreas Meyer-Bohe

Schwimmfähigkeit & Stabilität von Schiffen



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag

Schwimmfähigkeit & Stabilität von Schiffen



Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2011

ISBN 978-3-86955-688-8

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2011

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2011

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 978-3-86955-688-8

Schwimmfähigkeit & Stabilität von Schiffen

Vorwort

Dieses Lehrbuch vermittelt Grundkenntnisse über Schwimmfähigkeit & Stabilität, die für den Entwurf von Schiffen und schwimmenden Anlagen benötigt werden. Es entstand aus 15 Jahren Vorlesungen und Übungen am Institut für Schiffbau der Fachhochschule Kiel.

Ziel des Buches ist es, physikalische Verhältnisse und mathematische Lösungswege für die Intakt- und Leckstabilität von Schiffen aufzuzeigen. Hierzu gehören Kräfte-, Momenten- und Energiebilanzen und die Verwendung von Bordunterlagen (Formkurvenblatt und Pantokarene). Damit kann die Schwimmelage des Schiffes und die Stabilität gegen Kentern berechnet werden. Ferner können Hauptabmessungen und die innere Unterteilung aus hydrodynamischer Sicht beurteilt werden und ggf. Maßnahmen zur Optimierung vorgeschlagen werden.

Das Buch wendet sich in erster Linie an Schiffbau-Studenten und Mitarbeiter bei Werften, Ingenieurbüros und Reedereien, kann aber auch in anderen Bereichen der maritimen Verbundwirtschaft eine wertvolle Hilfe sein.

Die Zusammenstellung eines Manuskriptes erfordert viel Mühe. Daher möchte ich den Schiffbau-Studenten an der Fachhochschule Kiel danken für ihre rege Beteiligung an den Übungen und für beharrliches Rückfragen. Ferner danke ich dem Schiffsverlag Hansa, dem Köhler-Mittler-Verlag, der Lindenau-Werft und Frau Kaja Grope für die freundliche Genehmigung zum Abdruck ihrer Bilder und Zeichnungen.

Hinweis: Der Autor dieses Buches übernimmt keine Haftung für Fehler und technische Folgen, die aus der Anwendung der Berechnungsmethoden aus diesem Buch entstehen können.

Kiel, den 8.3.2011 Andreas Meyer-Bohe

Der Autor

Prof. Dipl.-Ing. Andreas Meyer-Bohe absolvierte sein Schiffbau-Studium an der Technischen Universität Hannover. Anschließend arbeitete er sechs Jahre bei der SIETAS-Werft in Hamburg, zuletzt als stellvertretender Leiter des Projektbüros. 1988 wechselte er zur Schiffswerft LINDENAU GmbH nach Kiel, wo er zunächst das Projektbüro und ab 1992 das Technische Büro leitete. 1995 wurde er an die Fachhochschule Kiel berufen und vertritt dort die Gebiete Schiffsentwurf, Schwimmfähigkeit & Stabilität und Hydromechanik. Ferner hielt er Vorlesungen an der FH-Flensburg für Schiffsbetriebs-Ingenieure und Nautiker.



Prof. Meyer-Bohe ist stellv. Dekan im Fachbereich Maschinenwesen an der FH-Kiel. Er ist an zahlreichen Industrieprojekten beteiligt, insbesondere bei der Entwicklung von Doppelhüllentankern und Forschungsschiffen.

Inhaltsverzeichnis

- 1. Stabilität des Schiffes in nahezu aufrechter Schwimmlage ($\Phi < 5^\circ$)**
 - 1.1. Allgemeines
 - 1.2. Das Archimedische Prinzip
 - 1.3. Die Verdrängung (Betrag und Schwerpunkt)
 - 1.4. Das Displacement (Breakdown in Einzelmassen)
 - 1.5. Die Gleichgewichtsbedingungen
 - 1.6. Das Metazentrum
 - 1.7. Das aufrichtende Moment
 - 1.8. Berechnung des Krängungswinkels bei kleinen Neigungen
 - 1.9. Die Guldinsche Regel
 - 1.10. Berechnung des Abstandes Kiel - Metazentrum "KM"
 - 1.11. Berechnung des Längenmetazentrums und des Trimmings

- 2. Numerische Integration**
 - 2.1. Berechnung einer Fläche als bestimmtes Integral
 - 2.2. Trapezregel (Kurve 1. Grades)
 - 2.3. 1. Simpson'sche Regel (Kurve 2. Grades)
 - 2.4. 2. Simpson'sche Regel (Kurve 3. Grades)
 - 2.5. 3. Simpson'sche Regel (Teil einer Kurve 2. Grades)
 - 2.6. EDV-gerechte Einteilung in Simpson-Doppelstreifen
 - 2.7. Zwischenspannen an den Schiffsenden (Gewichtungsfaktoren)
 - 2.8. Mechanische Integration (Planimeter)

- 3. Berechnung von Kurvenblättern**
 - 3.1. Darstellungsarten
 - 3.2. Die Bonjean-Tabellen (Spantflächen und -Momente)
 - 3.3. Das Form-Kurvenblatt
 - Berechnung der Wasserlinie (Fläche, Längen- und Trägheitsmoment)
 - " der Schiffsform (Volumen, Längen- und Höhenmoment)
 - " des Displacements und der Schwerpunkte (L_{cf} , L_{cb} , KB)
 - " des Metazentrums (BM, KM)
 - " des Einheits-Trimmomentes und der Trimmungsfaktoren
 - " der Völligkeitsgrade (cb , cwp , cm , cp)

- 4. Affine Verzerrung des Linienrisses**
 - 4.1. Affine Verzerrung und geometrische Ähnlichkeit
 - 4.2. Anwendung im Schiffsentwurf
 - 4.3. Umrechnung der Bonjean-Tabellen
 - 4.4. Umrechnung des Formkurvenblattes
 - 4.5. Umrechnung von Winkeln
 - 4.6. Kritik an der affinen Verzerrung
 - 4.7. Andere Möglichkeiten der Verzerrung
 - 4.8. Näherungsformeln für KM

5. **Stabilität des Schiffes bei großem Neigungswinkel ($\Phi > 5^\circ$)**
 - 5.1. Wechselwirkungen zwischen Krängung und Trimm
 - 5.2. Der Drehpunkt eines Schwimmkörpers
 - 5.3. Die Hebelarm-Kurve (h_{st} , h_{kr})
 - 5.4. Der aufrichtende Hebel bei Schiffen mit senkrechten Wänden ($\varphi < 10^\circ$)
 - 5.5. Berechnung des aufrichtenden Hebelarms und der Pantokarene w
 - 5.6. Schlagseite bei Schiffen mit negativer Anfangsstabilität

6. **Stabilitäts-Anteile und Stabilitäts-Funktionen**
 - 6.1. Stabilitätsanteile
Gewichts-Stab. $\Leftrightarrow$ Formzusatz- Stab.
 - 6.2. Zusammensetzung und Spezialfälle
 - 6.3. Stabilitätskriterien:
 - Die metazentrische Höhe C_ϕ zur Bestimmung der Gleichgewichts-Art
 - Der aufrichtende Hebel h_ϕ zur Bestimmung der statischen Stabilität
 - Die Fläche A_ϕ zur Bestimmung der dynamischen Stabilität
 - 6.4. Umrechnungen zwischen den Stabilitäts-Funktionen

7. **Krängende Momente**
 - 7.1. Hängende Lasten
 - 7.2. Freie Oberflächen
 - 7.3. Massengut
 - 7.4. Winddruck-Hebel
 - 7.5. Drehkreis-Hebel
 - 7.6. Fahrgast-Hebel
 - 7.7. Trossenzug-Hebel

8. **Sicherheit gegen Kentern**
 - 8.1. Krängungswinkel und Kenterpunkte
 - 8.2. Das empirische Sicherheitsniveau
 - 8.3. Historischer Überblick
 - 8.4. Das Rahola-Kriterium
 - 8.5. Hebelarm-Kurven im Seegang

9. **Docken, Grundberührung, Stapellauf**
 - 9.1. Docken (linienförmiges Auflager)
 - 9.2. Krängung bei seitlicher Grundberührung
 - 9.3. Trimm bei Grundberührung im Vorschiff
 - 9.4. Stapellauf allgemein
 - 9.5. Kräfte und Momente
 - 9.6. Berechnung der Phasen (Anlauf, Kippen um HKB, Aufdrehen, Dumpen)
 - 9.7. Ablauf-Schaubild, Alternativen

10. Leckstabilität

- 10.1. Ziel der Leckrechnung
- 10.2. Methoden der Leckrechnung
- 10.3. Nomenklatur
- 10.4. Leckstabilität mit symmetrischer Verletzung (ohne Krängung)
 - a) nach der Methode "hinzukommendes Gewicht" (Ganzkörper)
 - b) nach der Methode "wegfallender Auftrieb" (Restkörper)
- 10.5. Stabilitätsvergleich
- 10.6. Schwimmlage bei einer Verletzung mit Vertrimmung (ohne Krängung)
- 10.7. Schwimmlage bei einer Verletzung mit Krängung (ohne Vertrimmung)
- 10.8. Stabilität bei unsymmetrischer Verletzung mit Achsendrehung

11. Deterministische Leckstabilität

- 11.1. Vorschriften und Forderungen für Oel-, Chemikalien- und Gastanker
- 11.2. Schottrechnung für Fahrgastschiffe (flutbare Länge, Abt.-Faktor)
- 11.3. Kritik

12. Probabilistische Leckstabilität

13. Übungsaufgaben

- A) Übungen Archimedes und Momentenbilanz (5 Aufgaben)
- B) Übungen Anfangsstabilität und Trimm (13 Aufgaben)
- C) Übungen numerische Intergration und Formkurvenblatt (6 Aufgaben)
- D) Übungen affine Verzerrung und Verlängerung (5 Aufgaben)
- E) Übungen Stabilität bei größeren Krängungswinkeln (7 Aufgaben)
- F) Übungen Freie Oberflächen und krängende Momente (8 Aufgaben)
- G) Übungen Docken und Grundberührung (3 Aufgaben)
- H) Übungen Leckrechnung (5 Aufgaben)

14. Formelsammlung

15. Quellen- und Literaturverzeichnis

1. Stabilität des Schiffes in nahezu aufrechter Schwimmelage ($\Phi < 5^\circ$)

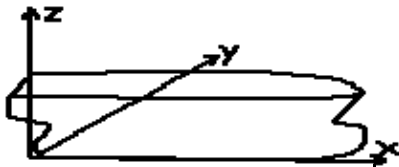
1.1. Allgemein

Es ist tägliche Aufgabe der Bordbesatzung, zu errechnen, welche Schwimmelage sich bei einem Schiff einstellt, wenn es mit bestimmten Kräften oder Momenten belastet wird [z.B. der Ladung]. Dieser Abschnitt soll den physikalischen Zusammenhang zwischen den Kräften und Momenten am Schiff und der daraus folgenden Schwimmelage untersuchen.

Die an einem Schiff wirkenden Kräfte sind

- „Auftriebskräfte“ aus der Schiffsform, die sich sehr genau berechnen lassen.
- „Massenkräfte“ [Leerschiffsmasse, Ladung...], die entweder bekannt sind oder durch Versuche gemessen werden [z.B. Krängungsversuch]
- „Sonstige Kräfte“ [Winddruck-Kraft, Zentrifugalkraft im Drehkreis, Eis an Deck], die nicht genau bekannt sind und aufgrund von Erfahrung geschätzt werden.

Als Koordinatensystem wird folgendes System vereinbart:



Der Ursprung liegt bei:

- $x = 0 \rightarrow$ Hinteres Lot
- $y = 0 \rightarrow$ Mitte Schiff
- $z = 0 \rightarrow$ OKK (Basis)

F_z = Kraft in z-Richtung

M_T, I_T = Breiten-Moment um die x-Achse [transverse]

M_L, I_L = Längen-Moment um die y-Achse [longitudinal]

M_V = Höhen –Moment um die y-Achse [vertical]

Weitere Definitionen:

- Die Masse eines Schiffes wird Displacement [Depl in t] genannt.
- Die Verdrängung eines Schiffes ist das Volumen des Unterwasserschiffes [∇ in m^3].
- Die Dichte des Wassers wird als ρ bezeichnet [$\rho = 1,025 \text{ t/m}^3$ bei Seewasser].
- Die Erdbeschleunigung beträgt $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Über $F = m \cdot g$ werden Kräfte und Massen umgerechnet: $1,0 \text{ t} \approx 9,81 \text{ kN}$.

1.2. Das Archimedische Prinzip (280 v. Chr.)

Warum schwimmt ein Schiff aus Eisen? Machen Sie ein Gedanken-Experiment:

- nehmen Sie einen Eisenklotz und legen Sie ihn auf das Wasser. Er wird untergehen.
- formen Sie aus dem Eisenklotz eine Schale und sie wird schwimmen.

Dahinter steckt das „archimedische Prinzip“:

„Ein Körper schwimmt im Gleichgewicht, wenn sein Eigengewicht genauso groß ist wie das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit.“

⇒ Der Klotz kann nicht genügend Wasser verdrängen und geht unter. Die Schale dagegen verdrängt genügend Wasser und schwimmt.

Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit wird „Auftrieb“ genannt (engl. Buoyancy).

Die Auftriebskraft ist also $F_B = \rho \cdot g \cdot \nabla$

Das Gewicht des Schiffes wird „Displacement“ genannt: $F_G = g \cdot \text{Depl}$

→ Für ein frei schwimmendes Schiff im Gleichgewicht gilt:

$$\begin{array}{ccc} & F_G = F_B & \\ \swarrow & & \searrow \\ g \cdot \text{Depl} & & \rho \cdot g \cdot \nabla \end{array}$$

$\text{Depl} = \rho \cdot \nabla$ im Gleichgewicht

Daher kann man Wasser auch als Präzisionswaage verwenden:

Wenn man das getauchte Unterwasservolumen eines Schiffes kennt, kann man das Eigengewicht des Schiffes sehr genau berechnen.

$$\text{Eigengewicht} = \nabla \cdot \rho \cdot g$$

Genau diese Verfahren werden bis heute bei jedem Schiffsneubau zur Bestimmung seines Eigengewichts durchgeführt.

Zusatzfrage: Warum schwimmt ein Eisberg?

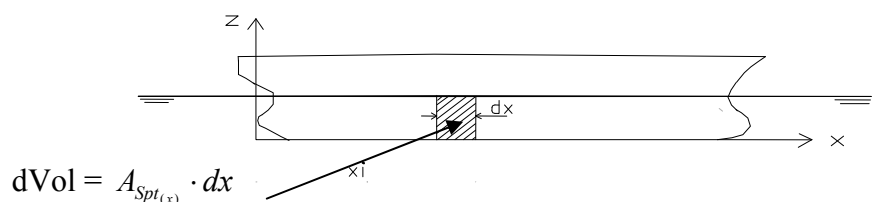
1.3. Die Verdrängung

a) Der Auftrieb ist ein Kraft-Vektor, der stets senkrecht zur WL-Fläche gerichtet ist.

$$F_B = \rho \cdot g \cdot \nabla$$

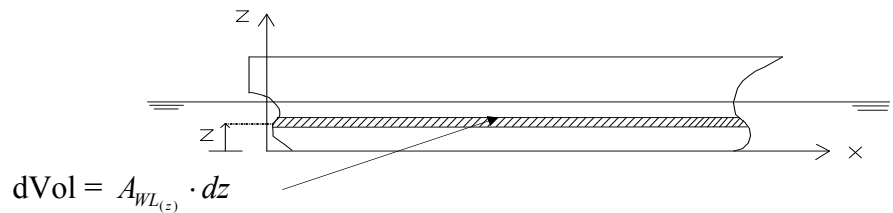
b) Für die Berechnung der Verdrängung gibt es 2 Wege

$$\nabla = \int_0^L A_{spt(x)} dx$$



oder

$$\nabla = \int_0^T A_{WL(z)} dz$$



Das archimedische Prinzip gilt auch für Zusatzgewichte

$$\Rightarrow m_H = \rho \cdot A_{WL} \cdot dT = TPC \cdot dT \cdot 100 \text{ cm/m}$$

$$\text{mit } TPC = \frac{A_{WL} \cdot \rho}{100 \text{ cm/m}}$$

Der Angriffspunkt der Verdrängungskraft liegt im Volumenschwerpunkt des Unterwasserschiffes. Der Abstand zum HL wird als l_{cb} (longitudinal center of buoyancy) bezeichnet. Der Wert wird bestimmt mit Hilfe einer Momentenbilanz um den Ursprung:

$$M_L = \nabla \cdot l_{cb} = \int_0^L x \cdot A_{spt(x)} dx \quad \Rightarrow \quad l_{cb} = \frac{\int_0^L x \cdot A_{spt} dx}{\nabla}$$

1.4. Das Displacement (Breakdown in Einzelmassen)

Am freischwimmenden Schiff greifen nur Massenkräfte und Auftriebskräfte an. Die Gesamtmasse des Schiffes – das Displacement – wird in folgende Einzelpositionen aufgeteilt:

1) Nettostahl	NST	}	Leerschiffsmasse MLS
2) Einrichtung und Ausrüstung	E+A		
3) Ladungsanlage	C		
4) Maschinenanlage	M		
5) Brennstoff, Schmieröl, Frischwasser}	Vorräte	}	Tragfähigkeit „all told“
Proviant, Besatzung und Effekten			
6) Wasserballast (in einzelnen Ladefällen)	WB		
7) Ladung	Payload		

$\Sigma = \text{Displacement}$

Die Gesamtmasse [Displacement] ergibt sich als Summe der Einzelmassen.
 Die Gesamtschwerpunkte ergeben sich durch Momentenbilanz:

$$\boxed{Depl = \sum_1^i m_i} \quad \boxed{l_{cg} = \frac{\sum_1^i m_i x_i}{Depl}} \quad \boxed{KG = v_{cg} = \frac{\sum_1^i m_i z_i}{Depl}} \quad t_{cg} = \frac{\sum_1^i m_i y_i}{Depl}$$

$\sum m_i$ = Summe der Einzelmassen

x_i, y_i, z_i = Längen / Breiten / Höhenabstand zum Ursprung

l_{cg} = longitudinal center of gravity

$KG = v_{cg}$ = vertical center of gravity

t_{cg} = transverse center of gravity

1.5. Die Gleichgewichtsbedingungen

In der Hydrostatik wird – wie der Name schon sagt – ein statischer, zeitlich nicht veränderlicher Zustand vorausgesetzt. Dies bedeutet: glattes Wasser, Gleichgewicht, Schiff ohne Fahrt, keine Massenträgheit.

Die Gleichgewichtsbedingungen lauten für ein dreidimensionales System in allgemeiner Form:

$$\sum F = 0; \quad \sum M = 0$$

In unserem Spezialfall der Hydrostatik treten Kräfte nur in z-Richtung auf. Daher reduzieren sich die Gleichgewichtsbedingungen auf

$$\begin{aligned} \sum F_z &= 0 \text{ [Tiefgang]} \\ \sum M_T &= 0 \text{ [Krängung]} \\ \sum M_L &= 0 \text{ [Trimm]} \end{aligned}$$

Fahren ($\sum F_x = 0$), Driften ($\sum F_y = 0$) und Gieren ($\sum M_v = 0$) werden in der Hydrostatik nicht untersucht und gehören in das Gebiet der Hydrodynamik.

In der Hydrostatik ist es üblich, die Kräfte als Massen und die Momente als Massenmomente [Masse · Hebel] darzustellen. Die Einheiten sind also „t“ oder „t·m“.

Die Erdbeschleunigung „g“ wird nicht mitgeführt, da sie sich in der Kräfte- und Momentenbilanz wieder herauskürzen würde.

$$1 \text{ t} \cdot g = 9,81 \text{ kN}$$

1.6. Das Metazentrum

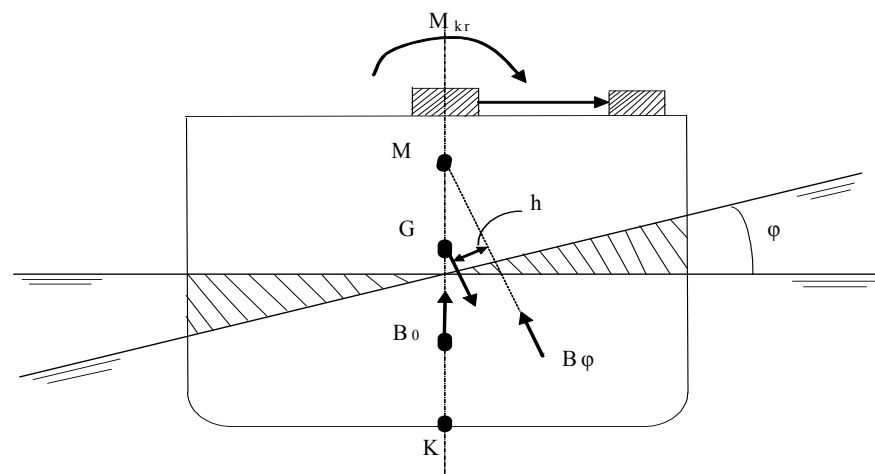
Das Metazentrum wird dargestellt an einem Schwimmkörper, der durch ein äußeres Moment M_{Kr} zur Seite gekrängt wird [z.B. Winddruckmoment].

Die Kräfte, die an dem Schwimmkörper angreifen, werden an einem Spantquerschnitt dargestellt.

$F_G = \text{Depl} = \text{Masse}$	greift in G an	$G_0 = G_\varphi$
$F_B = \rho \cdot \nabla = \text{Auftrieb}$	greift zunächst in B_0 an, wandert aufgrund der eintauchenden und austauchenden Keilstücke zur Seite nach B_φ aus	

Das Metazentrum hat eine anschauliche und eine mathematische Erklärung:

- mathematisch: Das Metazentrum M ist der Schnittpunkt zweier benachbarter Auftriebsvektoren bei kleiner Winkeldrehung ($d\varphi \Rightarrow 0$).
- anschaulich: Betrachtet man das Schiff als ein hängendes Pendel, so ist das Metazentrum der Aufhängungspunkt. Die Masse des Pendels ist im Punkt G vereint.



1.7. Das aufrichtende Moment bei kleinen Neigungswinkeln ($\varphi < 5^\circ$)

Im Bild erkennt man, dass bei gekrängtem Schwimmkörper die Wirkungslinien der Gewichtskraft „ F_G “ und der Auftriebskraft „ $F_{B\varphi}$ “ versetzt sind. Dadurch entsteht ein aufrichtendes Moment, welches dem äußeren Krängungsmoment entgegen wirkt.

Die Größe des aufrichtenden Momentes beträgt	$M_A = F_B \cdot h$
Mit $F_B = \rho \cdot \nabla$ und $h = GM \cdot \sin \varphi$ gilt:	$M_A = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin \varphi$

Mit Hilfe des aufrichtenden Momentes kann die Art des Gleichgewichtes bestimmt werden:

Stabiles Gleichgewicht liegt vor, wenn	$M_A > 0 \Rightarrow GM > 0 \Rightarrow M \text{ liegt über } G$
Labiles Gleichgewicht liegt vor, wenn	$M_A < 0 \Rightarrow GM < 0 \Rightarrow M \text{ liegt unter } G$
Indifferentes Gleichgewicht liegt vor, wenn	$M_A = 0 \Rightarrow GM = 0 \Rightarrow M \text{ liegt in } G$

Die Strecke GM wird Anfangsstabilität genannt. Sie stellt ein Maß dafür dar, welche Stabilität in der Anfangsschwimmlage ($\varphi \sim 0$) vorliegt.

1.8. Berechnung des Krängungswinkels bei kleinen Neigungen ($\varphi < 5^\circ$)

Den Krängungswinkel erhält man aus der Gleichgewichtsforderung $\sum M = \sum M_{Kr} - \sum M_A = 0$.

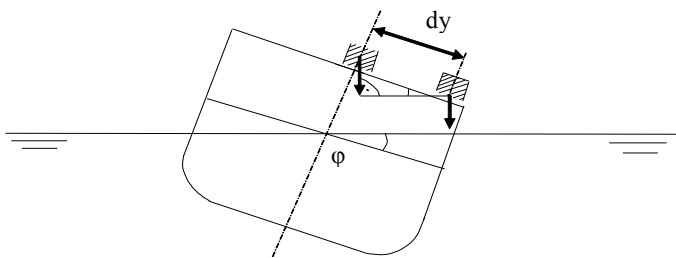
Beispiel 1: Ein Schiff werde durch ein Windmoment „ M_W “ gekrängt

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \begin{cases} M_{Kr} = M_{W0} [\text{tm}] \cdot \cos \varphi \\ M_A = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin \varphi \end{cases} \\ \rightarrow \quad & \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{M_{W0}}{\rho \cdot \nabla \cdot GM} \end{aligned}$$

Beispiel 2: Eine an Deck stehend Masse m_H wird um den Weg dy zur Seite verschoben

$$\Rightarrow \quad \left. \begin{aligned} & \begin{cases} M_{Kr} = m_H \cdot dy \cdot \cos \varphi \\ M_{aufr} = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin \varphi \end{cases} \end{aligned} \right\} \rightarrow \tan \varphi = \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot GM}$$

Diese Gleichung zeigt den einfachen Zusammenhang zwischen Krängungswinkel φ , Verschiebemoment „ $m_H \cdot dy$ “ und Anfangsstabilität GM. Wenn zwei der drei Größen bekannt sind, kann die dritte berechnet werden.



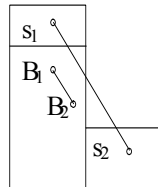
Beispiel Krängungsversuch: $m_H \cdot dy$ und φ werden gemessen,

$$KG = KM - GM = KM - \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot \tan \varphi}$$

m_H = Krängungsgewicht, dy = seitliche Verschiebung

1.9. Die Guldinsche Regel

„Der Schwerpunkt eines Körpers (Masse, Volumen, Fläche) verschiebt sich bei der Verlagerung von Einzelkomponenten um eine solche Strecke, dass das Gesamt-Verschiebemoment gleich der Summe der Einzel-Verschiebemomente ist. Die Verschiebewege sind parallel.“



$$A_{ges} \cdot B_1 B_2 = \sum A_i \cdot s_i s_2$$

$$B_1 B_2 \parallel s_1 s_2$$

1.10. Berechnung des Abstandes Kiel- Metazentrum „KM“

Voraussetzungen

- $\varphi < 5^\circ$ die folgenden Überlegungen gelten nur für kleine Winkel, so dass $\varphi = \tan \varphi = \sin \varphi$ ist
- Spantscheibe der Länge dx eines Schwimmkörpers der Länge dx habe einen konstantem Querschnitt. Dadurch wird das räumliche Problem zu einem Flächenproblem reduziert.

Herleitung

Die Herleitung erfolgt in 6 Schritten:

1. Schritt

Die Höhe des Metazentrums über dem Kiel setzt sich aus 2 Teilstücken zusammen: $KM = KB + BM$.

KB ist die Höhe des Auftriebsschwerpunktes und liegt zwischen T/2 (Ponton) und 2/3T (V-Spant).

2. Schritt

Aus der Zeichnung geht hervor, dass die Unbekannte $B_0 M_\varphi$ durch eine Formel ersetzt werden kann: $B_0 B_\varphi = B M_0 \cdot \sin \varphi$

Die Strecke $B_0 B_\varphi$ ist die seitliche Auswanderung des Auftriebsvektors in Folge der ein- und austauchenden Keilstücke.

3. Schritt

Das Volumen des eintauchenden Keilstückes der Länge dx beträgt

$$\nabla_E = y \cdot y \cdot \tan \varphi \cdot 0,5 \cdot dx$$

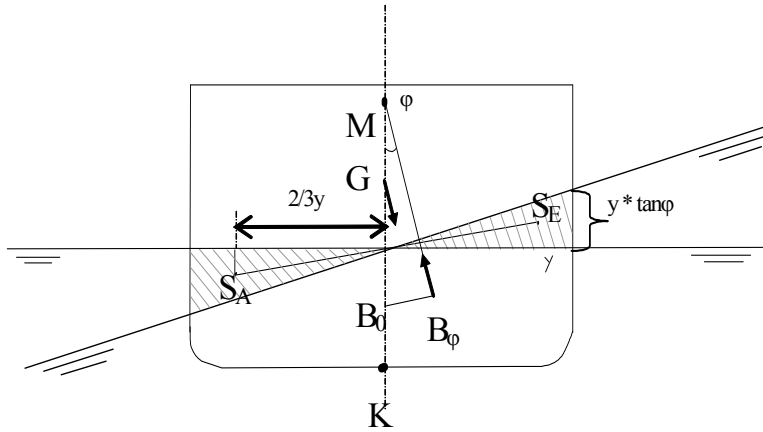
Der Schwerpunkt liegt bei $S_E = 2/3 \cdot y$.

Das austauchende Keilstück hat dasselbe Volumen, aber eine entgegen gesetzte Schwerpunktlage [$\nabla \varphi = \nabla_0 + \nabla_E - \nabla_A = \nabla_0$; $\nabla_A = \nabla_E$; $S_A = -S_E$].

4. Schritt

Berechnung der Auswanderung des Volumen-Schwerpunktes (BB_φ) nach der Guldinschen Regel.

Mit $\nabla_A = \nabla_E$ und $S_A = S_E = 2/3 \cdot y \cdot (\text{Beträge})$ und mit $\overline{S_A S_E} = 2 \cdot S_E$ gilt:



$$\Rightarrow \text{Guldinsche Regel: } \nabla_{\text{ges}} \cdot B_0 B_\varphi = \nabla_E \cdot \overline{S_A S_E} \Rightarrow B_0 B_\varphi = \frac{\nabla_E \cdot 2 \cdot S_E}{\nabla_{\text{ges}}}$$

5. Schritt

Das Trägheitsmoment der WL-Fläche wird als Rechengröße eingeführt. Für die rechteckige WL-Fläche der Länge = dx und der Breite = $2y$ gilt

$$I_T = \frac{dx \cdot (2y)^3}{12} = \frac{2}{3} dx \cdot y^3$$

6. Schritt (Zusammenfassung)

$$B_0 B_\varphi = \frac{(4) \nabla_E \cdot 2 \cdot S_E}{\nabla_{\text{ges}}} = \frac{(3) y^2 dx \cdot \tan \varphi \cdot \frac{2}{3} y}{\nabla_{\text{ges}}} = \frac{(5) I_T \cdot \tan \varphi}{\nabla_{\text{ges}}}$$

$$BM = \frac{(2) B_0 B_\varphi}{\sin \varphi} = \frac{I_T}{\nabla} \cdot \frac{\tan \varphi}{\sin \varphi} = \frac{I_T}{\nabla}$$

$$\boxed{KM = KB + \frac{I_T}{\nabla}}$$

Schlussüberlegung:

Man kann sich vorstellen, dass das verformte Schiff in einzelne Spantscheiben der Länge dx zerlegt werden kann, die jeweils einen konstanten Querschnitt haben.

Jede Spantscheibe trägt zur Verdrängung und zum WL-Flächenträgheitsmoment mit einem Anteil $[d\nabla, dI_T]$ bei. Für das gesamte Schiff gilt dann:

$$BM = \frac{\int_0^L dI_T}{\int_0^L d\nabla} = \frac{I_T}{\nabla}$$

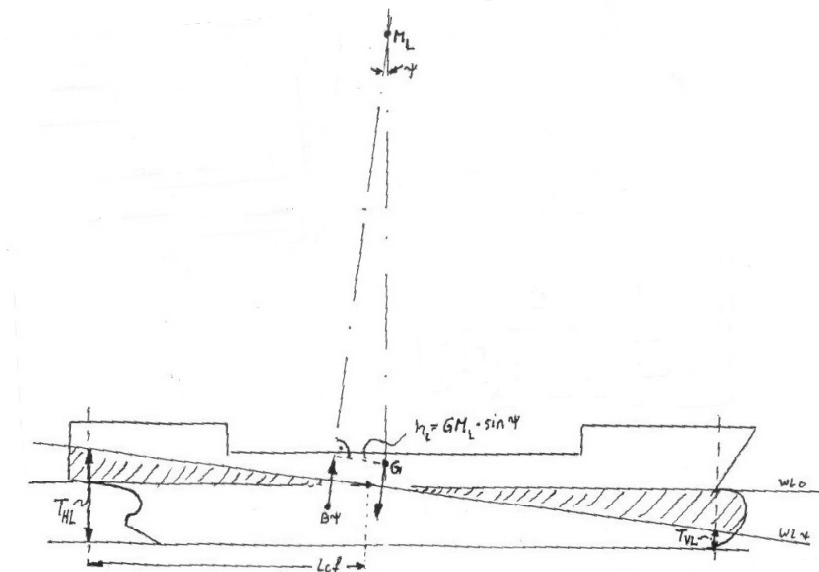
1.11. Berechnung des Längenmetazentrums und des Trimm

Unter dem Begriff „Trimm“ versteht man die Drehung des Schiffes um die y-Achse, so dass sich vorn und hinten verschiedene Tiefgänge ergeben.

a) Geometrie

$$\Delta T = T_{HL} - T_{VL} \quad \text{heißt Trimm (hecklastig positiv)}$$

$$\tan \Psi = \Delta T / L_{pp} \quad \Psi \text{ heißt Trimmwinkel (hecklastig positiv) und liegt deutlich unter } 5^\circ \text{ (Beispiel: } L_{pp} = 150\text{m} \rightarrow \Delta T = 13\text{m bei } 5^\circ \text{ Trimm)}$$



$$T(x) = T_m + (l_{cf} - x) \cdot \tan \Psi$$

Diese Gleichung ist so angelegt, dass das Schiff um den WL-Schwerpunkt dreht

Probe:

$$x = l_{cf} \quad \rightarrow T_{Lcf} = T$$

$$x = 0 \quad \rightarrow T_{HL} = T + l_{cf} \cdot \tan \Psi$$

$$x = L_{pp} \quad \rightarrow T_{VL} = T + (l_{cf} - L_{pp}) \cdot \tan \Psi$$

b) Berechnung der Tiefgänge am vorderen und hinteren Lot in 6 Schritten:

- 1) Geometrie (s.o.) $T(x) = T_m + (lcf - x) \cdot \tan \Psi$ mit $\tan \Psi = \Delta T / L_{pp}$
- 2) Momentenbilanz $\Sigma M_L = M_{Tr} - M_{auf} = 0$
- 3) Das Trimmmoment ergibt sich aus der unterschiedlichen Längslage von Gewichtsschwerpunkt und Auftriebsschwerpunkt $M_{Tr} = Depl \cdot (lcb - lcg) \cdot \cos \Psi$
- 4) Das aufrichtende Moment ergibt sich aus den ein- und austauchenden Keilstücken:
 $M_{auf} = \rho \cdot \nabla \cdot h_L = \rho \cdot \nabla \cdot GM_L \cdot \sin \Psi$
- 5) Näherung: Die Rechengröße $MCT = (\rho \cdot I_L) / L_{pp}$ (Einheitstrimmmoment) wird eingeführt. MCT [tm/m] wird im Formkurvenblatt dargestellt. Es ist das Moment, daß erforderlich ist, um einen Meter Trimm zu erzeugen.

$$\tan \Psi \approx \sin \Psi = \Delta T / L_{pp}$$

$$GM_L = BM_L - BG \overset{\sim 0}{\rightarrow} \sim I_L / \nabla$$

$$MCT = (\rho \cdot I_L) / L_{pp}$$

$$\Rightarrow M_{auf} = \rho \cdot \nabla \cdot GM_L \cdot \sin \Psi = \rho \cdot I_L \cdot \sin \Psi = \rho \cdot I_L \cdot \Delta T / L_{pp}$$

$$= MCT \cdot \Delta T = MCT \cdot L_{pp} \cdot \sin \Psi$$

6) Zusammensetzung

Momentenbilanz

$$M_{Tr} = Depl \cdot (lcb - lcg) \cdot \cos \Psi$$

$$M_{auf} = MCT \cdot L_{pp} \cdot \sin \Psi \quad \text{mit } \Delta T = L_{pp} \cdot \sin(\Psi)$$

$$\Rightarrow \tan \Psi = \frac{Depl \cdot (lcb - lcg)}{MCT \cdot L_{pp}}$$

Tiefgänge an den Loten

Durch Einsetzen von $\tan \Psi$ in die Geradengleichung erhält man für die Tiefgänge am vorderen bzw. hinterem Lot:

$$T(x) = T_m + \frac{(lcf - x) \cdot Depl \cdot (lcb - lcg)}{MCT \cdot L_{pp}}$$

$$\text{dabei ist } \frac{(lcf - x) \cdot Depl}{MCT \cdot L_{pp}} \quad \text{der Trimmfaktor}$$

Trimmfaktoren

$$T_{HL,VL} = T + t_{a,f} (lcb-lcg)$$

$$HL: x = 0 \rightarrow t_a = \frac{lcf \cdot Depl}{MCT \cdot Lpp}$$

$$VL: x = Lpp \rightarrow t_f = \frac{(lcf - Lpp) \cdot Depl}{MCT \cdot Lpp}$$

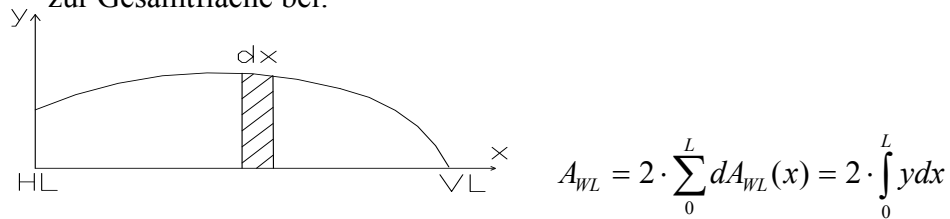
2. Numerische Integration

2.1. Berechnung einer Fläche als bestimmtes Integral

In diesem Abschnitt werden Methoden erläutert, um den Flächeninhalt unter einer freien Kurve zu berechnen. Dabei wird die Kurve durch eine Menge von (x/y)-Koordinaten vorgegeben, die man z.B. aus dem Linienriss heraus messen kann.

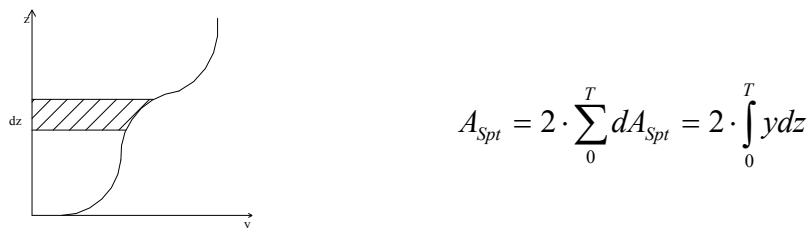
Wofür werden die Flächeninhalte benötigt?

- a) Die Wasserlinienfläche lässt sich z.B. berechnen, indem man sie in beliebig viele Abschnitte der Länge „dx“ unterteilt. Jeder Abschnitt trägt mit einem Anteil $dA = y \cdot dx$ zur Gesamtfläche bei:

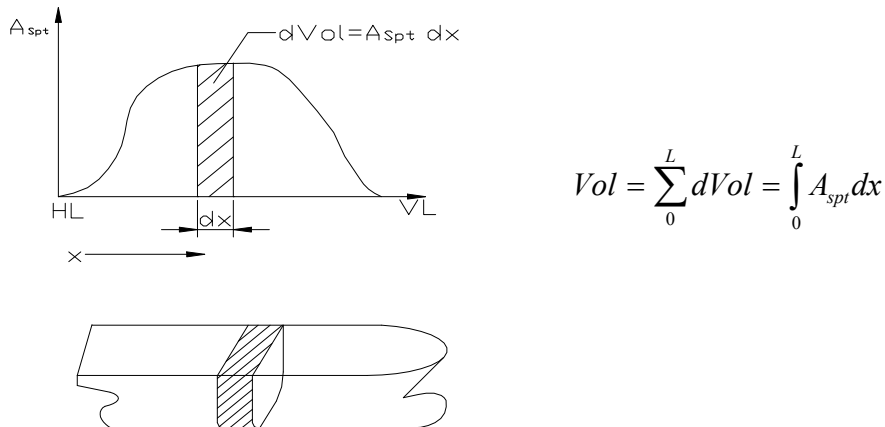


Die Fläche ist das Integral in den Grenzen von 0 bis L unter der Funktion $y = f(x)$.

- b) Ferner lässt sich die Spantfläche berechnen:



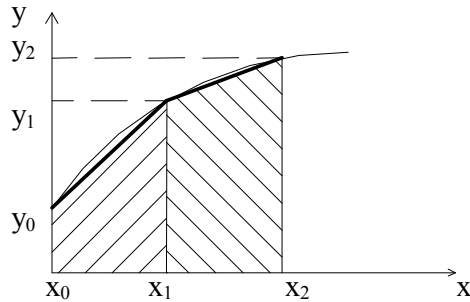
- c) Auch die Berechnung des Volumens lässt sich auf ein Flächenproblem reduzieren, indem man die Fläche unterhalb der Spantarealkurve berechnet. Jede „Spantscheibe“ der Dicke „dx“ liefert ihren Beitrag zum Gesamtvolumen:



Dieses Prinzip wird später auch auf Momente, Schwerpunkte und Trägheitsmomente angewendet.

2.2. Die Trapezregel (Kurve 1. Grades)

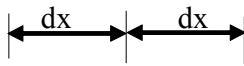
Das einfachste Verfahren zur Flächenbestimmung ist die Anwendung der Trapezregel. Die Aufmaßstellen müssen equidistant sein, d.h. gleichen x-Abstand haben. Jedes Flächenteilstück „dA“ wird durch ein Trapez angenähert.



$$dA_1 = dx \cdot \left(\frac{y_0 + y_1}{2} \right)$$

$$dA_2 = dx \cdot \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$dA_n = dx \cdot \left(\frac{y_{(n-1)} + y_n}{2} \right)$$

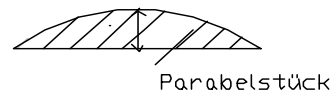
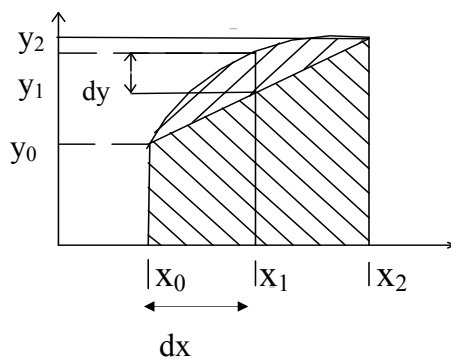


$$\Rightarrow A = \sum_1^n dA = dx \cdot \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right)$$

2.3. Die 1. Simpsonregel [Kurve 2. Grades]

(nach T. Simpson, 1710 – 1761)

Simpson kannte die Trapezregel und ging davon aus, daß die Genauigkeit gesteigert wird, wenn die Fläche eines Doppelstreifens durch eine Parabel 2. Grades bestimmt wird.



$$A = 2 \cdot dx \cdot dy \cdot 2/3$$

Die Fläche unter der Parabel setzt sich aus 2 Stücken zusammen:

a) Trapez: $dA_{\text{Trapez}} = 2 \cdot dx \cdot \left(\frac{y_2 + y_0}{2} \right)$

b) Parabel (bleibt flächengleich, wenn die Basis parallel zur x-Achse gedreht wird).

$$dA_{\text{Parabel}} = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot dx \cdot dy \quad \text{mit} \quad dy = y_1 - \frac{y_2 + y_0}{2}$$

c) Doppelstreifen-Fläche:

$$dA = dA_{\text{Trapez}} + dA_{\text{Parabel}} = dx \cdot \left[y_2 + y_0 + \frac{4}{3} \cdot \left(y_1 - \frac{y_2}{2} - \frac{y_0}{2} \right) \right] = \frac{dx}{3} \cdot (y_0 + 4 \cdot y_1 + y_2)$$

Die Faktoren vor den y-Werten werden Simpson-Faktoren genannt.

Daher gilt für einen Doppelstreifen (also 2 Teilflächen gleicher Breite):

$$A = \frac{dx}{3} \cdot \sum_0^2 y \cdot SF \quad \text{mit } SF = \{1, 4, 1\}$$

Für 2 Doppelstreifen (4 Teilflächen) gilt analog:

$$A = \frac{dx}{3} \cdot \sum_0^4 y \cdot SF \quad \text{mit } SF = \{1, 4, 2, 4, 1\}$$

Wenn die Gesamtfläche aus 'n' Teilflächen der Länge 'dx' besteht, gilt

$$\Rightarrow A = \int_0^L dA = \frac{dx}{3} \cdot \sum_0^n y \cdot SF \quad \text{mit } SF = (1, 4, 2, 4, 2, 4, \dots, 2, 4, 1) \quad 1. \text{ Simpsonregel}$$

n = Anzahl der Teilflächen (durch 2 teilbar)

y = örtliche Breite

Mit dieser Formel wird die Fläche unter einer Kurve berechnet, die aus 'n' Teilflächen besteht (n ist durch 2 teilbar). Diese Formel wird für fast alle Formberechnungen angewendet.

2.4. Die 2. Simpsonregel (Kurve 3. Grades)

Bei dieser Regel wird die Kurve als eine Parabel 3. Grades angesehen. Es gilt:

$$\Rightarrow A = \int_0^L dA = \frac{3}{8} \cdot dx \cdot \sum_0^n y \cdot SF \quad \text{mit } SF = \{1, 3, 3, 2, \dots, 3, 3, 1\} \quad 2. \text{ Simpsonregel}$$

n = Anzahl der Teilflächen (durch 3 teilbar)

Bsp.: Fläche unter der Hebelarmkurve bis 30° {0-10°, 10-20°, 20-30°} = 3 Streifen à 10°

2.5. Die 3. Simpsonregel (Teil einer Kurve 2. Grades)

Mit dieser Regel kann die linke oder rechte Teilfläche eines Doppelstreifens berechnet werden. Die Kurve y(x) wird dabei als Parabel angenommen (wie bei der 1. Simpsonregel).

Es gilt (ohne Herleitung):

$$dA_{0,1} = \frac{dx}{12} \cdot \sum_0^2 y \cdot SF \quad \text{mit } SF = (5, 8, -1) \quad 3. \text{ Simpsonregel}$$

$$dA_{1,2} = \frac{dx}{12} \cdot \sum_0^2 y \cdot SF \quad \text{mit } SF = (-1, 8, 5)$$

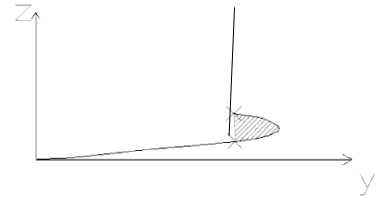
2.6. EDV-gerechte Einteilung in Simpson-Doppelstreifen

Die numerische Integration wird mit Hilfe von EDV-Anlagen durchgeführt. Dabei dürfen verschiedene Simpson-Doppelstreifen eine unterschiedlich Länge 'dx' haben, da jeder Doppelstreifen für sich gerechnet wird. Daher wird man im Bereich starker Krümmungen enge Doppelstreifen setzen, während im parallelen Mittelschiff ein großzügiger Abstand genügt. Am Beispiel einer Spantkontur $y = f(z)$ wird auf 3 typische Fehlerquellen hingewiesen:

1) Innerhalb eines Doppelstreifens ändert sich die Krümmung in extremem Maße.

Beispiel: Übergang Boden → Seite

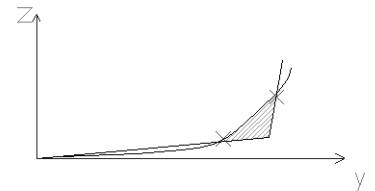
Gegenmittel: Punkte enger setzten!



2) Innerhalb eines Doppelstreifens liegt ein Knick

Beispiel: Knickspanten

Gegenmittel: Doppelstreifen im Knick enden lassen!

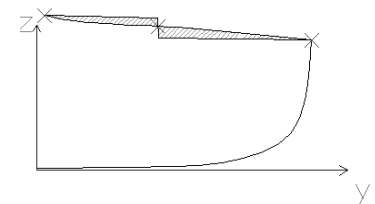


3) Innerhalb eines Doppelstreifens liegt eine Unstetigkeit (dz=0)

Beispiel: Übergang Deck → Luke

Gegenmittel: 'fiktiven' Doppelstreifen der Höhe $dz = 1\text{mm}$ ergänzen! (als Deck). Die z-Werte müssen immer aufsteigend sein.

Anderes Beispiel: Poop-Frontschott → mm-Spanten einfügen



2.7. Zwischenspanten an den Schiffsenden (Gewichtungsfaktoren)

Die meisten Wasserlinien enden nicht auf den Loten sondern davor oder dahinter. Daher erhalten der 1. und letzte Doppelstreifen einen veränderten Spantabstand dx_v , dx_h .

$$A_{WL} = 2 \cdot \int_0^L y dx = 2 \cdot \left(\frac{dx_h}{3} (y_{-2*} + 4y_{-1*} + y_0) + \frac{dx}{3} (y_0 + 4y_1 + \dots + 4y_{19} + y_{20}) + \frac{dx_v}{3} (y_{20} + 4y_{21*} + y_{22*}) \right) =$$

$$\frac{2 \cdot dx}{3} (\kappa_h \cdot y_{-2*} + 4\kappa_h y_{-1*} + (\kappa_h + 1) \cdot y_0 + \dots + (\kappa_v + 1) \cdot y_{20} + 4\kappa_v y_{21*} + \kappa_v \cdot y_{22*})$$

dx = normaler Spantabstand ($L_{pp}/20$), dx_h , dx_v = halber Überhang

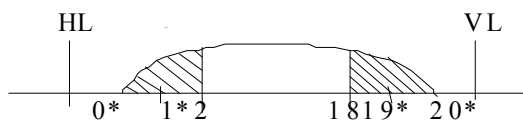
mit $\kappa_h = dx_h / dx$ $\kappa_v = dx_v / dx$

a) Beispiel längere Wasserlinie



Spt	x-Position	SF	
-2*	$-2dx_h$	κ_h	$\kappa_h = dx_h / dx$
-1*	$-dx_h$	$4\kappa_h$	
0	0	$1+\kappa_h$	
...	...	...	
20	L_{pp}	$1+\kappa_v$	$\kappa_v = dx_v / dx$
21*	$L_{pp}+dx_v$	$4\kappa_v$	
22*	$L_{pp}+2dx_v$	κ_v	

b) Beispiel kürzere Wasserlinie



Spt	x-Position	SF	
0*	$2dx-2dx_h$	κ_h	$\kappa_h = dx_h / dx$
1*	$2dx-dx_h$	$4\kappa_h$	
2	$2dx$	$1+\kappa_h$	
...	...	...	
18	$L_{pp}-2dx$	$1+\kappa_v$	$\kappa_v = dx_v / dx$
19*	$L_{pp}-2dx+dx_v$	$4\kappa_v$	
20*	$L_{pp}-2dx+2dx_v$	κ_v	

=> geänderte Abstände führen zu gewichteten Simpson-Faktoren.

2.8. Mechanische Integration

Das Polar-Planimeter

Das Polar-Planimeter wurde 1854 von dem Schweizer "Amster Laffon" erfunden. Mit Hilfe des Planimeters kann man durch Umfahren einer Fläche deren Größe direkt bestimmen und auf einer Messrolle ablesen. Dabei werden 2 Bedingungen gestellt:

1. Der Stift muss der Flächenkontur im Uhrzeigersinn folgen und zum Startpunkt zurückkehren.
2. Der Pol muss außerhalb der Fläche liegen.

Bestandteile des Planimeters sind:

- der Polararm (Nadel)
- der Fahrarm (bestehend aus "Messrollenlänge a" und "Fahrarmlänge l") mit Stift
- die Messrolle (mit Nonius)

Ermittlung einer Fläche mit Hilfe des Planimeters

Beispiel Spantkurve
$$A_{Spt} = \int_0^T y dz$$

u = Maßstabsfaktor in y-Richtung (z.B. $u = 10m / cm$)

v = Maßstabsfaktor in z-Richtung (z.B. $v = 5m / cm$)

f = Eichfaktor des Planimeters (z.B. $f = \frac{101 \text{ Einheiten}}{10\text{cm} \cdot 10\text{cm}} = \frac{1,01}{\text{cm}^2}$)

n = Anzahl der Umfahrungen

$$\Rightarrow A_{\text{Spt}} = 2 \cdot \int_0^T y dz = \frac{2 \cdot u \cdot v \cdot \text{Planimeterablesung}}{f \cdot n}$$

3. Berechnung von Kurvenblättern

3.1. Darstellungsarten

In den Kurvenblättern werden grundsätzlich bestimmte Eigenschaften des Schiffes in Abhängigkeit vom Tiefgang aufgetragen. Beim Tiefgang ist zu beachten, ob er sich auf die Basis (OKK) oder auf die Außenhaut (UKK) bezieht.

a) tabellarische Form

Jede Eigenschaft (z.B. Depl., Schwerpunkt) erhält eine eigene Spalte (Bild)

Für jeden Tiefgang wird eine neue Zeile zugeordnet, wobei der Abstand meist

$dT = 1\text{cm}$ beträgt. Zwischenwerte sind zu interpolieren.

b) graphische Form

Auf der senkrechten Achse (Ordinate) wird der Tiefgang (OKK) aufgetragen. Auf der horizontalen Achse (Abszisse) werden die Eigenschaften aufgetragen, wobei jede Eigenschaft eine eigene Achse zur Skalierung erhält.

Wenn die Linien zu dicht zusammenrücken, wird der Nullpunkt auf der Horizontalachse verschoben (z.B. $\nabla > 20000$ bei Spantflächen, Spantmomenten).

3.2. Die Bonjean-Tabellen (Spantflächen und Momente)

In den Bonjean – Tabellen werden die Spantflächen und Spantmomente in Abhängigkeit vom Tiefgang dargestellt. Während heute meist die Tabellenform verwendet wird, ist bei älteren Schiffen für Spantflächen und Momente meist eine graphische Darstellung zu finden:

a) Palmbaum – Grafik

Alle Spantflächen und Momente werden am Hauptspant abgesetzt, Hinterschiff nach links und Vorschiff nach rechts ($\Rightarrow$ 1 Palmbaum für alle Flächen und Momente)

b) Grafik an jedem Spant zwischen VL und HL

z.B. Momente nach links und Flächen nach rechts. Bei gegebenen Tiefgängen am VL und HL können mit Hilfe einer Verbindungslinie die Tiefgänge und Spantflächen an jedem Spant abgelesen werden.

c) Für jeden Spant wird eine eigene Bonjean – Tabelle erstellt. Die Bonjean – Tabellen werden benötigt für die Berechnung von Tankvolumen und Schwerpunkten. Ferner ist es möglich, die Schwimmelage eines durchgebogenen oder vertrimmten Schiffes mit Hilfe der Bonjean-Tabellen genau zu berechnen (z.B. bei KV unter Berücksichtigung von Trimm und Durchbiegung). Dabei werden folgende Formeln angewendet:

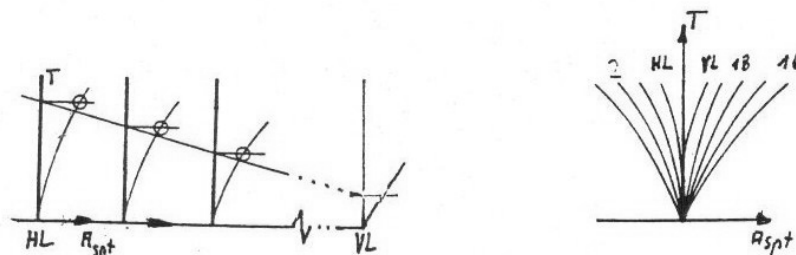


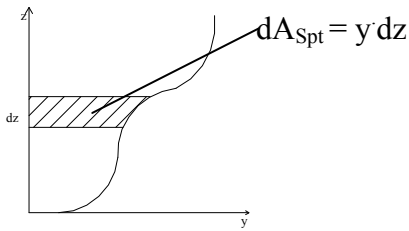
Bild 1: Auftragung von Spantflächen und Momenten

a) an jedem Spant

b) als Palmbaum

- Spantfläche:

Die Spantfläche erhält man durch Summierung der einzelnen Flächenelemente $dA_{Spt}=y \cdot dz$



$$A_{Spt} = 2 \int_0^T dA_{Spt} = 2 \int_0^T y dz = \frac{2}{3} dz \sum SF \cdot y$$

- Höhen – Moment

Jede Teilfläche dA_{Spt} trägt mit seinem Hebel „z“ zum Höhenmoment der Spantfläche bei.

$$M_{V_{Spt}} = 2 \int_0^T z dA_{Spt} = 2 \int_0^T z y dz = \frac{2}{3} dz \sum z \cdot SF \cdot y$$

Die Formeln gelten für ganze Spantflächen und Momente, wobei „y“ jeweils die „halbe örtliche Breite“ ist.

3.3. Das Formkurvenblatt

Das Formkurvenblatt liefert alle Werte, die für die Berechnung der Schwimmelage von Bedeutung sind.

Notwendige Größen sind:

➤	Displacement	Depl.
➤	Schwerpunkt der Verdrängung	KB = vcb, lcb
➤	Lage des Metazentrums	KM
➤	Einheitstrimmmoment	MCT, lcf

Zusätzlich werden oft folgende Größen gegeben:

➤	Volumen auf Spanten	Vol _{Spt}
➤	Trimmfaktoren	tf, ta
➤	Displacement im Süßwasser	Depl. _{Süßw.}
		$\frac{A_{WL} \cdot \rho}{100 \text{ cm/m}}$
➤	TPC	
➤	Wasserlinienfläche	A_{WL}
➤	Trägheitsmoment der WL und Trägheitsradien	I_L, I_T, BM
➤	Verhältniswerte	c_B, c_{wp}, c_M, c_P

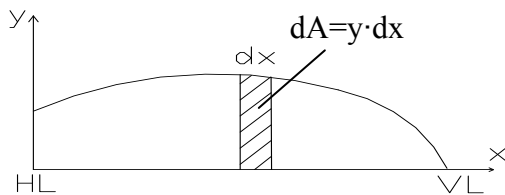
Die Berechnung erfolgt üblicherweise über EDV – Anlagen oder Formblätter.

Musterschiff										
Lpp = 120,00					B = 20,35			T _{max} = 6,20		
T _{OKK} [m]	Depl. Sea [t]	KB [m]	KM [m]	Lcb [m]	Lcf [m]	MCT tm/m	TPC [t/cm]	C _B [-]	C _{WL} [-]	C _M [-]
5,90	9586	3,08	8,09	60,76	58,60	11225	18,15	0,646	0,73	0,99
6,00	9768	3,13	8,07	60,71	58,41	11385	18,24	0,647	0,73	0,99
6,10	9950	3,18	8,06	60,67	58,21	11543	18,32	0,648	0,73	0,99
6,20	10134	3,24	8,05	60,63	58,02	11702	18,41	0,650	0,74	0,99
6,30	10318	3,29	8,04	60,58	57,83	11860	18,50	0,651	0,74	0,99

Im Folgenden werden die Formeln zur Berechnung der o.g. Formwerte erläutert:

- WL – Fläche

Die WL-Fläche erhält man durch Summierung der Einzel-Flächenelemente $dA=y \cdot dx$



$$A_{WL} = 2 \int_0^L dA = 2 \int_0^L y dx = \frac{2}{3} dx \sum y \cdot SF$$

- WL – Längenmoment

Jedes Flächenelement „dA“ trägt mit seinem Hebelarm „x“ zum Längenmoment der WL- Fläche bei.

$$M_{L\ WL} = 2 \int_0^L x dA = 2 \int_0^L xy dx = \frac{2}{3} dx \sum x \cdot y \cdot SF$$

- Längen – Trägheitsmoment der WL

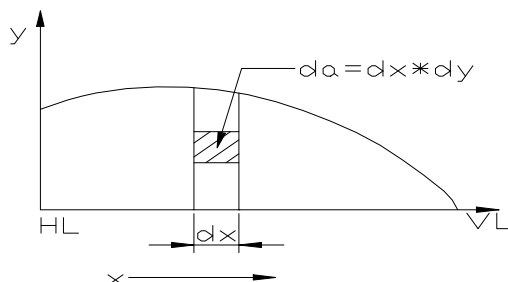
Das Trägheitsmoment (allgemein) ist definiert als Summe der Flächenelemente, multipliziert mit dem Quadrat ihres Abstandes zur Bezugsachse:

$$I_{L\ HL} = 2 \int_0^L x^2 dA = 2 \int_0^L x^2 y dx = \frac{2}{3} dx \sum x^2 \cdot y \cdot SF$$

Wenn die Werte „x“ sich auf das hintere Lot HL beziehen, muss zur Bestimmung des Eigenträgheitsmoment der „Steinersche Anteil“ abgezogen werden:

$$I_{L\ Eigen} = I_{L\ HL} - A_{WL} \cdot Lcf^2$$

- Breiten – Trägheitsmoment der WL



Da das Flächenmoment „dA“ einen veränderlichen Schwerpunkts-Abstand zur Bezugsachse hat, wird zunächst nur ein Mini – Element $da=dx \cdot dy$ betrachtet.

$$di_T = y^2 da = y^2 dx dy$$

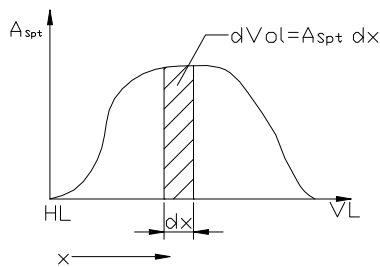
Für einen Halbstreifen „dA“ der Länge „dx“ und der Breite {0,..., y} gilt:

$$dI_T = \int_0^y di_T = \int_0^y y^2 dy dx = \frac{1}{3} y^3 dx \quad (\text{explizit lösbar, da „dx“ unabhängig von y})$$

Für die gesamte WL – Fläche gilt:

$$I_T = 2 \int_0^L dI_T = \frac{2}{3} \int_0^L y^3 dx = \frac{2}{9} dx \sum y^3 \cdot SF$$

- Volumen des Schiffsrumpfes (vgl. 1.2)



Das Volumen erhält man durch Summierung der einzelnen „Spantflächen“ $dVol = A_{Spt} \cdot dx$

$$Vol = \int_0^L dVol = \int_0^L A_{Spt} dx = \frac{dx}{3} \sum A_{Spt} \cdot SF$$

- Längenmoment des Volumens

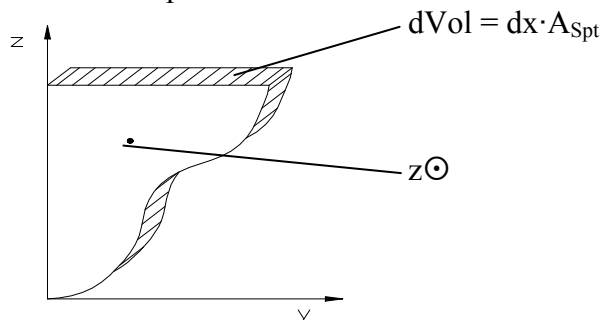
Jede Spantscheibe trägt mit ihrem Hebel „x“ zum Längenmoment des Volumens bei:

$$M_{L Vol} = \int_0^L x dVol = \int_0^L x A_{Spt} dx = \frac{dx}{3} \sum x \cdot A_{Spt} \cdot SF$$

- Höhenmoment des Volumens

Jede Spantscheibe „dVol“ trägt mit ihrem Hebel „z“ zum Höhenmoment bei. Der Hebel „z“ ist der Abstand zwischen dem $\odot$ der Spantscheibe und der Basislinie.

Für eine dünne Spantscheibe ($dx \rightarrow 0$) ist der Volumenschwerpunkt gleich dem Flächenschwerpunkt.



$$dM_{V\ Vol} = dVol \cdot z_{\odot} = dx \cdot A_{Spt} \cdot z_{\odot} = dx \cdot A_{Spt} \cdot \frac{M_{V\ Spt}}{A_{Spt}} = dx \cdot M_{V\ Spt}$$

$$M_{V\ Vol} = \int_0^L dM_{V\ Vol} = \int_0^L M_{V\ Spt} \cdot dx = \frac{dx}{3} \sum M_{V\ Spt} \cdot SF$$

- Displacement

$$Depl = Vol_{Spt} \cdot AF \cdot \rho_{Seewasser}$$

mit $\rho_{Seewasser} = 1,025 \text{ t/m}^3$ (Atlantik)
 $\rho_{Seewasser} = 1,014 \text{ t/m}^3$ (westl. Ostsee)
 $AF \approx 1,005$ (Außenhautfaktor)

- Längenschwerpunkt der WL –Fläche

$$Lcf = \frac{M_{L\ WL}}{A_{WL}}$$

- Längenschwerpunkt der Verdrängung

$$Lcb = \frac{M_{L\ Vol}}{Vol}$$

- Höhenschwerpunkt der Verdrängung

$$KB = \frac{M_{V\ Vol}}{Vol}$$

- „Metazentrischer Radius“

$$BM = \frac{I_T}{Vol}$$

- Lage des Metazentrums

$$KM = KB + BM$$

- Einheitstrimmmoment „MCT“

$$MCT = \frac{\rho_{See} \cdot I_L}{Lpp} \quad \text{oder mit Hilfe des FKB's} \quad MCT = \frac{(KM_L - KB) \cdot Depl}{Lpp}$$

$$\text{mit } I_L = I_{L\ HL} - A_{WL} \cdot Lcf^2$$

- Trimmfaktoren

$$t_a = Lcf \cdot \frac{Depl}{Lpp \cdot MCT} \quad (\text{positiv})$$

$$t_f = (Lcf - Lpp) \cdot \frac{Depl}{Lpp \cdot MCT} \quad (\text{negativ})$$

- Völligkeitsgrade

Blockkoeffizient

$$c_B = \frac{Vol}{L_{pp} \cdot B \cdot T}$$

Wasserlinienvölligkeit

$$c_{WP} = \frac{A_{WL}}{L_{pp} \cdot B}$$

Hauptspantvölligkeit

$$c_M = \frac{A_{Hauptspant}}{B \cdot T}$$

Schärfegrad

$$c_P = \frac{c_B}{c_M}$$

- TPC = $(\rho \cdot AWL) / (100 \text{ cm/m})$

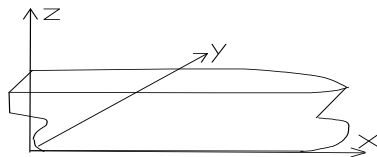
4. Affine Verzerrung des Linienrisses

4.1. Affine Verzerrung und geometrische Ähnlichkeit

a. Schiffsform

Die Form eines Schiffes wird durch Stützstellen berechnet, wobei jeder Aufmaßpunkt "n" durch einen Vektor $P_n = \{x_n, y_n, z_n\}$ festgelegt ist. Dabei sind

- Spanten = Aufmaß-Tabellen mit $x = \text{const}$
- Wasserlinien = " " mit $z = \text{const}$
- Schnitte = " " mit $y = \text{const}$



b. Affine Verzerrung

Affin verzerrte Körper gehen durch lineare Projektion auseinander hervor, wobei der Maßstab in x-, y- und z-Richtung verschieden sein darf. "Affinis" kommt aus dem Lateinischen und bedeutet "angrenzend, verwandt".

Mit Hilfe der affinen Verzerrung kann ein neuer Projekt-Linienriss aus einem Vergleichsschiff erzeugt werden.

Die Werte des Vergleichsschiffes werden mit * gekennzeichnet $P_n^* = \{x_n^*, y_n^*, z_n^*\}$

Die Werte des Projektes ergeben sich durch affine Verzerrung $P_n = \{\lambda, \beta, \tau\} \cdot \{x_n^*, y_n^*, z_n^*\}$

Die Maßstabsfaktoren ergeben sich aus den Hauptabmessungen

$\lambda = L/L^*$	$\beta = B/B^*$	$\tau = T/T^*$
-------------------	-----------------	----------------

Bei affin verzerrten Schiffen bleiben folgende Eigenschaften unverändert:

- Völligkeitsgrade cb, cwp, cm, cp
- relative Schwerpunktlagen $lcb/Lpp, KB/T$

Dies gilt nur für die jeweils zueinander passenden Tiefgänge T und T* (bei gleichem cb).

c. Geometrische Ähnlichkeit

Geometrisch ähnliche Körper stellen einen Spezialfall der affinen Verzerrung dar, bei denen $\lambda = \beta = \tau$ ist. Da der Maßstabsfaktor in alle Richtungen gleich ist, bleibt die Form ebenfalls gleich, die Schiffe verhalten sich wie Modell und Großausführung.

Bei geometrisch ähnlichen Körpern bleiben folgende Eigenschaften unverändert:

- Völligkeitsgrade cb, cwp, cm, cp
- relative Schwerpunktlagen $lcb/Lpp, KB/T$
- dimensionslose Verhältniswerte $L/B, B/T, \nabla/L^3, KM/T$
- Winkel in allen Ebenen (Spanten, Wasserlinien, Schnitte, Senten)

4.2. Anwendung im Schiffsentwurf

Im frühen Vorentwurf werden die Hauptabmessungen und der Blockkoeffizient eines Schiffes festgelegt. Wenn ein Vergleichsschiff mit ähnlichen Hauptabmessungen zur Verfügung steht, können dessen Kurvenblattwerte affin verzerrt werden. Dadurch können Raumgrößen und Stabilität ohne Anfertigung eines neuen Linienrisses ermittelt werden.

Zur Ermittlung der Maßstabsfaktoren muß zunächst der Tiefgang T^* des Vergleichsschiffes gesucht werden. Dabei darf der Blockkoeffizient nicht verändert werden. ($cb = cb^*$).

Also sucht man im Kurvenblatt des Vergleichsschiffes denjenigen Tiefgang T^* heraus, bei dem der Blockkoeffizient cb^* genau den vorgegebenen Wert hat.

Nun werden alle Maßstabsfaktoren bestimmt:

$$\lambda = L_{pp}/L_{pp}^*$$

$$\beta = B/B^*$$

$$\tau = T_{cwl}/T^* \quad (cb = cb^*)$$

4.3. Umrechnung der Bonjean-Tabellen

Es wird verwiesen auf die zugehörigen Gleichungen des Kap. 3.

Die Koordinaten des Oberflächen-Punktes $P_n = \{x_n, y_n, z_n\}$ werden jeweils ersetzt durch
 $x = \lambda \cdot x^* \quad y = \beta \cdot y^* \quad z = \tau \cdot z^*$.

Ferner gilt
$$\int_0^T dz = T - 0 \equiv \tau \cdot T^* - 0 = \int_0^{T^*} \tau \cdot dz^*$$

und analog
$$\int_0^L dx = \int_0^{L^*} \lambda \cdot dx^*$$

Für die Spantfläche gilt

$A_{Spt} = 2 \cdot \int y \cdot dz = 2 \cdot \int (\beta \cdot y^*) \cdot (\tau \cdot dz^*) = \beta \cdot \tau \cdot A_{Spt}^*$

und für das Spantmoment

$M_{VSpt} = 2 \cdot \int z \cdot y \cdot dz = 2 \cdot \int (\tau \cdot z^*) \cdot (\beta \cdot y^*) \cdot (\tau \cdot dz^*) = \beta \cdot \tau^2 \cdot M_{VSpt}^*$
--

4.4. Umrechnung des Formkurvenblattes

Für die Wasserlinienfläche gilt

$A_{WL} = 2 \cdot \int y \cdot dx = 2 \cdot \int (\beta \cdot y^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*) = \beta \cdot \lambda \cdot A_{WL}$

und für das Wasserlinien-Längenmoment

$M_{LWL} = 2 \cdot \int x \cdot y \cdot dx = 2 \cdot \int (\lambda \cdot x^*) \cdot (\beta \cdot y^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*) = \beta \cdot \lambda^2 \cdot M_{LWL}^*$

Für das Längen-Trägheitsmoment der Wasserlinie gilt

$I_L = 2 \cdot \int x^2 \cdot y \cdot dx = 2 \cdot \int (\lambda^2 \cdot x^{*2}) \cdot (\beta \cdot y^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*) = \beta \cdot \lambda^3 \cdot I_L^*$
--

Für das Breiten-Trägheitsmoment der Wasserlinie gilt

$I_T = 2/3 \cdot \int y^3 \cdot dx = 2/3 \cdot \int (\beta^3 \cdot y^{*3}) \cdot (\lambda \cdot dx^*) = \beta^3 \cdot \lambda \cdot I_T^*$
--

Für das Volumen gilt

$Vol. = \int A_{Spt} \cdot dx = \int (\beta \cdot \tau \cdot A_{Spt}^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*) = \beta \cdot \tau \cdot \lambda \cdot Vol^*$
--

Für das Längenmoment des Volumens gilt

$$M_{LVol.} = \int x \cdot A_{Spt} \cdot dx = \int (\lambda \cdot x^*) \cdot (\beta \cdot \tau \cdot A_{Spt}^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*)$$

$$= \beta \cdot \tau \cdot \lambda^2 \cdot M_{LVol}^*$$

Für das Höhenmoment des Volumens gilt

$$M_{VVol.} = \int M_{VSpt} \cdot dx = \int (\beta \cdot \tau^2 \cdot M_{VSpt}^*) \cdot (\lambda \cdot dx^*)$$

$$= \beta \cdot \tau^2 \cdot \lambda \cdot M_{VVol}^*$$

und für die anderen Gleichungen

$$Depl. = Vol \cdot AF \cdot \rho_{See}$$

$$= \lambda \cdot \beta \cdot \tau \cdot Depl.^*$$

$$lcf = M_{LWL} / A_{WL}$$

$$= \lambda \cdot lcf^*$$

$$lcb = M_{LVol} / Vol$$

$$= \lambda \cdot lcb^*$$

$$KB = M_{VVol} / Vol$$

$$= \tau \cdot KB^*$$

$$BM = I_T / Vol$$

$$= (\beta^2 / \tau) \cdot BM^*$$

$$KM = KB + BM$$

$$= \tau \cdot KB^* + (\beta^2 / \tau) \cdot BM^*$$

$$MCT = \rho \cdot I_L / L_{pp}$$

$$= \lambda^2 \cdot \beta \cdot MCT^*$$

$$t_a = lcf \cdot Depl. / (L_{pp} \cdot MCT)$$

$$= \tau / \lambda \cdot t_a^*$$

$$t_f = (lcf - L_{pp}) \cdot Depl. / (L_{pp} \cdot MCT)$$

$$= \tau / \lambda \cdot t_f^*$$

$$c_b = Vol / (L_{pp} \cdot B \cdot T)$$

$$= c_b^* \quad \text{q.e.d.}$$

$$c_{wp} = A_{WL} / (L_{pp} \cdot B)$$

$$= c_{wp}^*$$

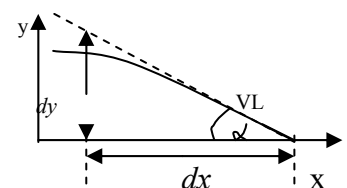
$$c_m = A_{\otimes} / (B \cdot T)$$

$$= c_m^*$$

4.5. Umrechnung von Winkeln

Winkel in der Wasserlinien-Ebene ($\alpha = \angle$ 'WL-Kontur...X-Achse')

Für den WL-Eintrittswinkel gilt



Winkel in der WL-Ebene

$$\tan \alpha = dy / dx = (\beta \cdot dy^*) / (\lambda \cdot dx^*) = (\beta / \lambda) \cdot (dy^* / dx^*) = (\beta / \lambda) \cdot \tan \alpha^*$$

=> Der WL-Eintrittswinkel ist proportional zum (β/λ) -Verhältnis

$$\alpha \sim \beta / \lambda = 1 / (L/B)$$

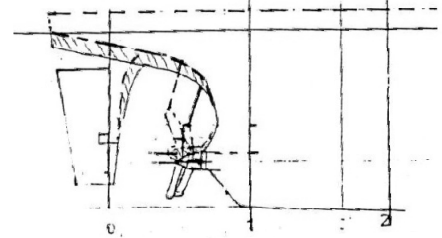
4.6. Kritik an der affinen Verzerrung

Ein affin verzerrter Schiffskörper liegt exakt fest. Formkurvenblatt und Bonjean-Tabellen lassen sich exakt umrechnen. Völligkeitsgrade und relative Schwerpunktlagen bleiben dabei unverändert.

Dennoch erhält man durch die affine Verzerrung eine Schiffsform, die hydrodynamisch möglicherweise unvernünftig ist.

- Zum einen wäre es Zufall, wenn die integralen Größen lcb, und Spantform (u,v)' für das neue Projekt ein hydrodynamisches Optimum darstellen würden.
- Zum anderen erhält man durch die affine Verzerrung lokale Problemstellen, die nachgearbeitet werden müssen, z.B.
 - der Hintersteven (veränderte Freischläge, Spiegeleintauchung)
 - der Kimmradius (wird zur Ellipse)
 - der Bugwulst (durchstößt möglicherweise die Wasseroberfläche)
 - der WL-Einlaufwinkel (indirekt proportional zum L/B-Verhältnis)

Die affine Verzerrung ist also kein Ersatz für einen Linienriss mit optimalen hydrodynamischen Eigenschaften, sondern sie dient lediglich dazu, im Vorentwurf ohne Kenntnis der Schiffslinien Näherungswerte für Kurvenblatt und Anfangsstabilität zu erhalten.



4.7. Andere Möglichkeiten der Verzerrung

Das Merkmal der affinen Verzerrung ist es, dass Völligkeitsgrade und relative Schwerpunktslagen zwischen dem Vergleichsschiff (*) und dem neuen Projekt nicht verändert werden können. Ist eine Veränderung der o.g. Größen gewünscht, müssen andere Wege gegangen werden.

Einfügung einer Verlängerungssektion

Die Werften wenden diese Methode an, um Schiffsfamilien mit einem bestimmten Tragfähigkeits-Spektrum zu erzeugen (Ecobox, Lindenau Tankerklasse STC 2010). Aber auch bereits in Fahrt befindliche Schiffe werden häufig durch eine Schiffs-Verlängerung nachträglich vergrößert. Die metazentrische Höhe KM des verlängerten Schiffes lässt sich trivial ohne Verwendung der Spantaufmaße ausrechnen.

$$\nabla_{Neu} = \nabla_{Alt} + dL \cdot B \cdot T \cdot CM$$

$$KB_{Neu} = \frac{KB_{Alt} \nabla_{Alt} + dV \cdot \frac{T}{2}}{\nabla_{Neu}}$$

$$BM_{Neu} = \frac{BM_{Alt} \nabla_{Alt} + \frac{\Delta B^3}{12}}{\nabla_{Neu}}$$

$$KM_{Neu} = KB_{Neu} + BM_{Neu}$$

- Proportionale Verschiebung der Spanten zu den Loten

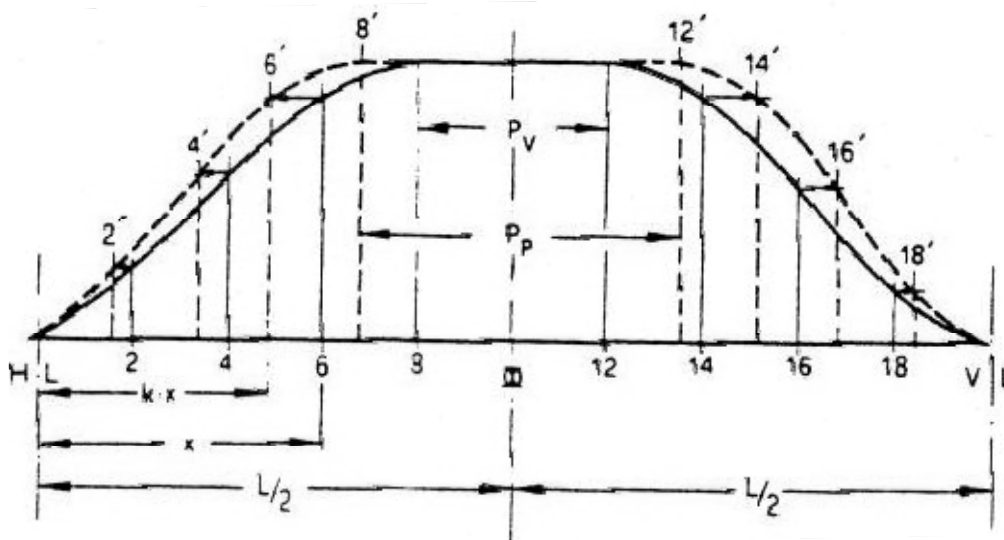
Die Methode dient dazu, die Länge des parallelen Mittelschiffes zu verändern.

Dabei werden die Lote festgehalten. Die Spantabstände (im Vorschiff ab VL, im Hinterschiff ab HL) werden mit einem Faktor 'k' multipliziert, der sich wie folgt ergibt:

$$k = (c_m - c_b) / (c_m - c_b^*) .$$

$k < 1$ führt zu einer Verlängerung des parallelen Mittelschiffes

$k > 1$ zu einer Verkürzung des parallelen Mittelschiffes



4.8. Näherungsformeln für KB

$$KM = KB + BM$$

$$KB = f_1 \cdot T$$

$$BM = f_2 (B^2 / (12 \cdot T \cdot c_B))$$

$$f_1 \sim 0,9 - (0,3 \cdot c_M) - (0,1 \cdot c_B)$$

$$f_2 \sim 0,13 \cdot c_{WP} + 0,87 \cdot c_{WP}^2$$

5. Stabilität bei großem Neigungswinkel ($\varphi > 5^\circ$)

5.1. Wechselwirkungen zwischen Krängung und Trimm

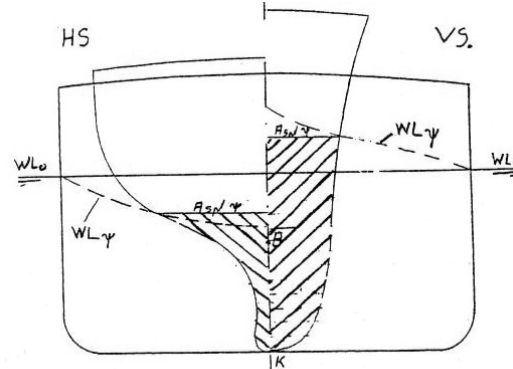
“Krängung und Trimm eines Schiffes sind miteinander gekoppelt und beeinflussen sich gegenseitig.” Diese Aussage soll an 2 Beispielen erläutert werden:

1. Beispiel: Ein aufrecht (ungekrängt) schwimmendes Schiff wird vertrimmt. ($\Psi > 0$)

Bei Vertrimmung bleibt konstant:

$$\text{Vol}_0 = \text{Vol}_\Psi$$

Die Begründung liegt im archimedischen Prinzip: Da das Gewicht sich nicht ändert, bleibt auch der Auftrieb konstant.



Änderung der Spantfläche durch Vertrimmung

Bei Vertrimmung ändert sich:

der örtliche Tiefgang
die y-Koordinate der Schwimm-Wasserlinie
die eingetauchte Spantfläche
das Höhenmoment der Spantfläche
der Höhen- $\otimes$ des Volumens
das Trägheitsmoment der WL
der metazentr. Radius
das Metazentrum

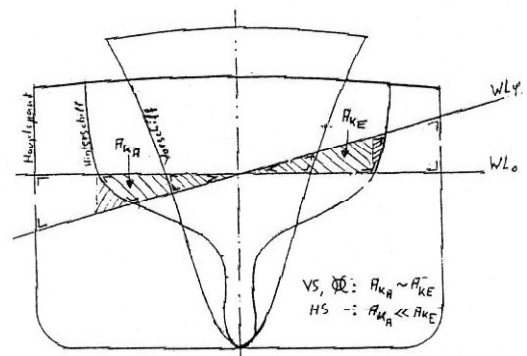
$$\begin{aligned} T(x) & \\ y(x) & \\ A_{\text{spt}}(x) &= 2 \int y \cdot dz \\ M_{V_{\text{spt}}}(x) &= 2 \int z \cdot y \cdot dz \quad (0..T) \\ KB &= \int M_{V_{\text{spt}}}(x) \cdot dx / \nabla \quad (0..L) \\ I_T &= 2/3 \int y^3 \cdot dx \\ BM &= I_T / \nabla \\ KM &= KB + BM \end{aligned}$$

Fazit: Bei Vertrimmung ändert sich die Lage des Metazentrums.

2. Beispiel: Ein gleichlastig schwimmendes Schiff wird gekrängt. ($\varphi > 0$)

Bei Krängung bleibt konstant: $\text{Vol}_0 = \text{Vol}_\varphi$

Begr.: Da das Gewicht sich nicht ändert, bleibt auch der Auftrieb konstant (Archimedes).



Unterschiede zwischen eintauchender und austauchender Spantfläche infolge Krängung

Bei Krängung ändert sich:

- die y-Koordinaten der Schwimmwasserlinie.
- die getauchte Spantfläche infolge unterschiedlicher Keile

$$A_{\text{spt}}(x) = A_{\text{spt}0} + A_{KE} - A_{KA}$$

im HS mit ausfallenden Spanten ist $A_{KE} > A_{KA}$

im VS und MS mit senkrechten Wänden ist $A_{KE} \sim A_{KA}$

- das Längenmoment des Volumens $M_{LVOL} = \int x \cdot A_{spt} \cdot dx$
- der Längen- $\otimes$ des Volumens $L_{cb} = M_{LVOL} / Vol$
- das Längenträgheitsmoment $I_{LHL} = \int x^2 \cdot y \cdot dx$
- das Einheitstrimmmoment $MCT = \rho \cdot I_{LHL} / L_{pp}$

Durch die Krängung verändert sich der Längen- $\otimes$ des Auftriebs und das Einheits-trimmmoment und damit der Trimm. Der Effekt ist umso größer, je unterschiedlicher der Spantausfall zwischen VS und HS ist. Der Zustand "Seite Deck zu Wasser" kann sich ebenfalls stark auf den Trimm auswirken (z.B. beim Versorger mit langer Back).

Fazit:

- Im Kapitel 1 wurden Formeln zur Berechnung von Trimm und Krängung des Schiffes in Abhängigkeit von Tiefgang hergeleitet. Die Gleichungen sind voneinander entkoppelt, Wechselwirkungen wurden nicht berücksichtigt.
- In der physikalischen Wirklichkeit gibt es Wechselwirkungen zwischen Trimm und Krängung. Wenn man diese Wechselwirkungen berücksichtigen würde, würden die gekoppelten Gleichungssysteme sehr aufwendig werden.
- In normalen Fällen können die Wechselwirkungen vernachlässigt werden, die "ungekoppelten" Ergebnisse sind ausreichend genau.

In jedem Fall müssen Wechselwirkungen berücksichtigt werden beim Werft-Krängungsversuch, bei der Leckstabilität und bei Extrem-Schiffen mit kleinem Freibord und hohem Aufbau am vorderen Schiffsende (Versorger, Forschungsschiffe).

5.2. Der Drehpunkt eines Schwimmkörpers

Der Drehpunkt des Schiffes soll anhand eines extremen Schwimmkörpers hergeleitet werden. Auf dem Schwimmkörper soll eine Zusatz-Masse abgeladen werden, ohne dass der Körper vertrimmt.

Im alten Zustand gilt:

$$\Sigma F_{z \text{ alt}} = 0 \Rightarrow Depl_{alt} = \rho \cdot Vol_{alt}$$

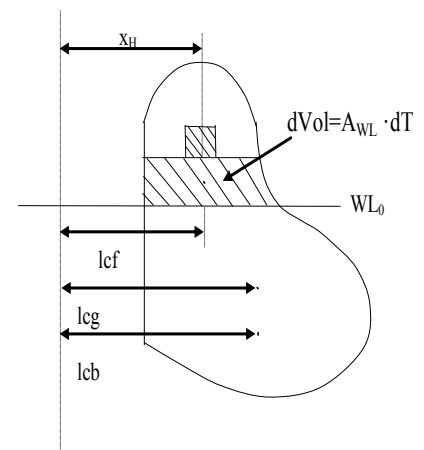
$$\Sigma M_{L \text{ alt}} = 0 \Rightarrow Depl_{alt} \cdot l_{cg} = \rho \cdot Vol_{alt} \cdot l_{cb} \Rightarrow l_{cg} = l_{cb}$$

Im neuen Zustand gilt

$$\Sigma F_{z \text{ neu}} = 0 \Rightarrow Depl_{alt} + m_H = \rho \cdot (Vol_{alt} + dVol)$$

$$\Sigma M_{L \text{ neu}} = 0 \Rightarrow Depl_{alt} \cdot l_{cg} + m_H \cdot x_H = \rho \cdot Vol_{alt} \cdot l_{cb} + \rho \cdot dVol \cdot l_{cf}$$

$$\Rightarrow x_H = \rho \cdot dVol \cdot l_{cf} / m_H = l_{cf}$$



Fazit: Die zusätzliche Last muss im Wasserlinienschwerpunkt abgesetzt werden.

Ein Schwimmkörper dreht um den WL - Schwerpunkt.
Der WL- $\otimes$ ist der Schnittpunkt der Schwerachsen.

5.3. Die Hebelarmkurve

Es ist im Schiffbau üblich, Momente nicht als Absolutwerte, sondern als Hebelarme (sozusagen normierte Momente) aufzutragen:

$h_{\text{aufr}} = M_{\text{aufr}} / (\rho \cdot \text{Vol})$	$h_{\text{kr}} = M_{\text{kr}} / (\rho \cdot \text{Vol})$
---	---

Wenn kein Index verwendet wird, ist der aufrichtende Hebel gemeint.

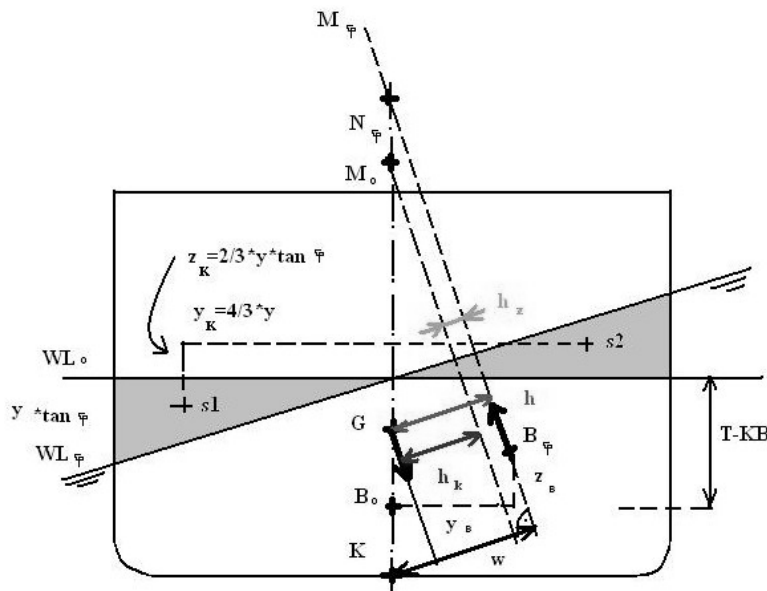
Die Hebelarme (= normierte Momente) werden in einer Hebelarmkurve $h = f(\varphi)$ aufgetragen, die als Abszisse $\rightarrow$ den Krängungswinkel " φ " und als Ordinate $\uparrow$ den Hebelarm " h " trägt. Die Momentenkurve und die Hebelarmkurve sind affin und unterscheiden sich lediglich um den Maßstabsfaktor " $(\rho \cdot \text{Vol})$ ".

Auch die Ableitungskurve " $dh/d\varphi$ " und die Integralkurve " $\int h \cdot d\varphi$ " sind affin und unterscheiden sich nur um den Maßstabsfaktor " $(\rho \cdot \text{Vol})$ ".

Im nächsten Kapitel wird dargestellt, warum die Ableitung und das Integral der Hebelarmkurve für die Beurteilung der Kentsicherheit eine wesentliche Bedeutung haben.

5.4. Der aufrichtende Hebel bei Schiffen mit senkrechten Wänden ($\varphi < 10^\circ$)

Betrachtet wird ein Schiff mit senkrechten Wänden, bei dem weder der Boden eintaucht noch das Deck austaucht. Bei normalen Schiffen ist dies näherungsweise im Winkelbereich $\pm 10^\circ$ erfüllt. Im Folgenden wird die Berechnung des Hebelarmes in 7 Schritten erläutert:



1. Volumen

Da das Gewicht des Schiffes sich nicht ändert, gilt nach dem archimedischen Prinzip:

$$\text{Vol}_0 = \text{Vol}_\varphi$$

Die Volumina des eintauchenden und des austauchenden Keiles sind gleich.

Das Volumen eines Keiles beträgt

$$\text{Vol}_K = \int A_K \cdot dx = \int_0^L 0,5 \cdot (y) \cdot (y \cdot \tan \varphi) \cdot dx \Big|_0^L$$

A_K = Keilfläche einer Spantscheibe " dx "

$y(x)$ = halbe Breite der WL an der Stelle " x ".

2. Verschiebewege

Die Verschiebung des Keilvolumens wird in schiffsfesten Koordinaten betrachtet:

$$y_k = 2 \cdot (2 \cdot y / 3) = (4/3) \cdot y$$

$$z_k = 2 \cdot (y \cdot \tan \varphi / 3) = (2/3) \cdot y \cdot \tan \varphi$$

3. Guldin'sche Regel

Das Gesamtmoment und das Keilmoment sind gleich

$$\text{Vol}_0 \cdot B_0 B_\varphi = \text{Vol}_K \cdot s_0 s_1 \Rightarrow$$

$$\text{y-Komponente} \quad \text{Vol}_0 \cdot y_B = \text{Vol}_K \cdot y_K$$

$$\text{z-Komponente} \quad \text{Vol}_0 \cdot z_B = \text{Vol}_K \cdot z_K$$

4. Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment der ungekrängten WL - Fläche wird als Hilfsgröße eingeführt:

$$I_T = (2/3) \cdot \int_0^L y^3 \cdot dx$$

5. Zusammenfassung

Aus den o.g. 4 Formeln lässt sich die Auswanderung des Formschwerpunktes für ein Schiff mit senkrechten Wänden bestimmen:

$$y_B = \frac{\text{Vol}_K \cdot y_K}{\text{Vol}_0} = \frac{\int_0^L 0,5 \cdot y^2 \cdot \tan \varphi \cdot dx \cdot (4/3) \cdot y}{\text{Vol}_0} = \frac{\tan \varphi \cdot I_T}{\text{Vol}_0} = BM_0 \cdot \tan \varphi$$

$$z_B = \frac{\text{Vol}_K \cdot z_K}{\text{Vol}_0} = \frac{\int_0^L 0,5 \cdot y^2 \cdot \tan \varphi \cdot dx \cdot (2/3) \cdot y \cdot \tan \varphi}{\text{Vol}_0} = \frac{0,5 \cdot \tan^2 \varphi \cdot I_T}{\text{Vol}_0}$$

$$\Rightarrow z_B = 0,5 \cdot BM_0 \cdot \tan^2 \varphi$$

6. B₀B_φ berechnen

$$\text{Hebel:} \quad B_0 B_\varphi = y_B \cdot \cos \varphi + z_B \cdot \sin \varphi = BM_0 \cdot \sin \varphi + 0,5 \cdot BM_0 \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi$$

B₀B_φ = erdfester Abstand

y_B, z_B = schiffsfester Abstand

7. Hebel berechnen

Damit lässt sich der Hebelarm zwischen Gewicht G und Auftrieb B_φ errechnen:

$$h = B_0 B_\varphi - B_0 G \cdot \sin \varphi = B_0 B_\varphi - (BM_0 - GM_0) \cdot \sin \varphi$$

$\Rightarrow h = GM_0 \cdot \sin \varphi + BM_0 \cdot 0,5 \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi$	bei Schiffen mit senkrechten Wänden
--	-------------------------------------

5.5. Der aufrichtende Hebel bei beliebiger Krängung mit Pantokarenen

Wenn ein Schiff aus der Ruhelage gekrängt wird, so ergibt sich aus der Auswanderung des Formschwerpunktes das Rückstell-Moment

$$M_{auf} = \rho \cdot \nabla \cdot h$$

Für den aufrichtenden Hebel gilt allgemein $h = (GM_0 + M_0 N_\varphi) \sin \varphi$

- a) Bei kleinen Winkeln ($\varphi < 5^\circ$) ist das Metazentrum ortsfest ($M_0 N_\varphi = 0$), also gilt

$$\varphi \leq 5^\circ \Rightarrow M_0 N_\varphi = 0 \Rightarrow h = GM_0 \cdot \sin \varphi$$

- b) Bei $5^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ$ und senkr. Wänden ergibt sich aus dem Abstand zweier Parallelen:

$$5^\circ \leq \varphi \leq 10^\circ \Rightarrow M_0 N_\varphi = z_B = \frac{BM}{2} \tan^2 \varphi \Rightarrow h = GM_0 \cdot \sin \varphi + \frac{BM}{2} \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi$$

- c) Bei großen Winkeln ($\varphi > 10^\circ$) und freier Schiffsform wird die Auswanderung des Formschwerpunktes von der Werft mit EDV-Programmen berechnet:

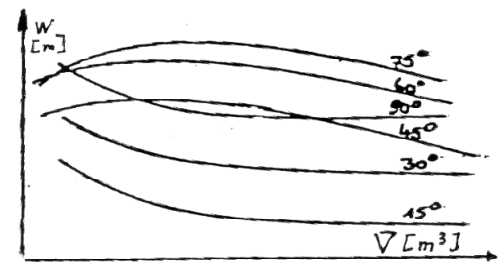
Die Pantokarene ist die seitliche Auswanderung des Formschwerpunktes $B\varphi$ gegenüber dem Kielpunkt in wasserlinienfesten Koordinaten.

Für den aufrichtenden Hebelarm gilt:

$$\varphi = \text{beliebig} \rightarrow h = w - KG \cdot \sin \varphi$$

Mit der o.g. Formel lässt sich der aufrichtende Hebel oder das aufrichtende Moment für jeden Winkel errechnen.

Die Pantokarene ist ausschließlich vom Krängungswinkel φ und von der Verdrängung abhängig. Letztere steht für den Tiefgang, dessen Messachse sich allerdings dreht. Die Pantokarene ist also eine reine Formgröße und wird von der Werft als Tabelle an Bord gegeben.



Bei der Berechnung der Pantokarenen dürfen lt. SBG S. 14 berücksichtigt werden:

- Aufbauten im Sinne der Freibord-Vorschrift (max. 4% von der Schiffsseite eingerückt)
- wetterdicht verschlossene Luken und Trunks

Die o.g. Aufbauten kommen bei größeren Krängungswinkeln zu Wasser, so dass das gekrängte Schiff auf ihnen schwimmen kann. Dies führt zu einer Verbesserung der Hebelarme bei großen Krängungswinkeln.



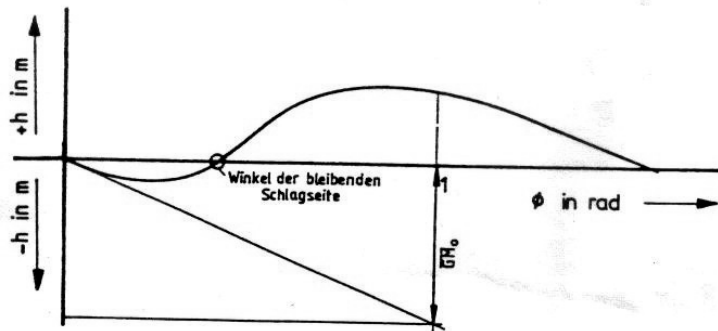
5.6. Schlagseite bei Schiffen mit negativer Anfangsstabilität $GM_0 < 0$

Die Ruhelage unter Schlagseite ist dadurch gekennzeichnet, dass der aufrichtende Hebelarm $h = 0$ ist. Bei $\varphi < 10^\circ$ gilt dann

$$0 = (GM_0 + \frac{\tan^2 \varphi}{2} BM_0) \sin \varphi$$

$$\rightarrow \tan \varphi = \sqrt{\frac{-2GM_0}{BM_0}}$$

Die Gleichung führt nur zu reellen Werten, wenn GM_0 negativ ist. Die Formel dient dazu, bei negativer Anfangsstabilität die Schlagseite zu berechnen. Die Formel gilt nicht bei größerer Schlagseite ($\varphi > 10^\circ$). Diese Fälle sind grundsätzlich zu vermeiden.



6. Stabilitätsanteile und Stabilitätsfunktionen

6.1. Stabilitätsanteile

Das aufrichtende Moment eines Schiffes beträgt

$$M_{Auf} = \rho \nabla \cdot h = \rho \nabla \cdot (GM_0 \cdot \sin \varphi + M_0 N_\varphi \cdot \sin \varphi)$$

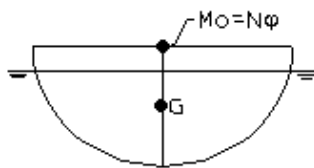
a) Gewichtsstabilität

Als Gewichtsstabilität bezeichnet man den Anteil des aufrichtenden Momentes, der auf die Strecke GM_0 entfällt.

$$M_{Auf_{Gew}} = \rho \nabla \cdot GM_0 \cdot \sin \varphi$$

Die Gewichtsstabilität lässt sich messen bei dem Spezialfall „Schiff mit kreisförmigen Spanten“, bei dem die Punkte M_0 und N_φ im Kreismittelpunkt zusammen fallen.

$$\overline{M_0 N_\varphi} = 0 \quad \Rightarrow \quad h = h_K = GM_0 \cdot \sin \varphi$$

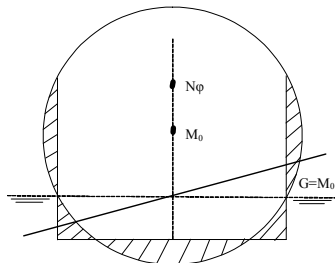


Schiff mit Kreisspantform ($M_0 = \text{Kreismittelpunkt}$)

b) Formzusatzstabilität

Als Formzusatzstabilität bezeichnet man den Anteil des aufrichtenden Momentes, der auf die Strecke $M_0 N_\varphi$ entfällt.

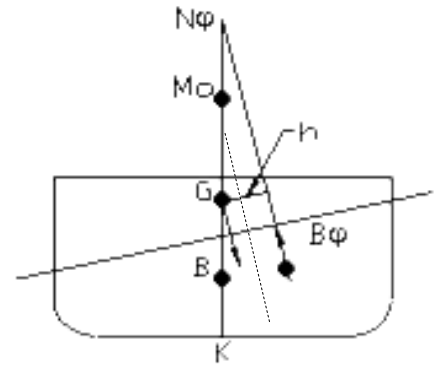
Die Formzusatzstabilität lässt sich berechnen oder in einem Modellversuch bei einem Schiff mit hoch liegendem Gewichtsschwerpunkt im Metazentrum M_0 messen.



Schiff mit Gewichts-⊙ in M_0

$$GM_0 = 0 \text{ (Spezialfall)} \Rightarrow h = h_Z = M_0 N_\varphi \cdot \sin \varphi$$

Die Formzusatzstabilität ergibt sich durch Abweichung der Schiffsform von einem vergleichbaren Schiff mit Kreisspanten ($L, B = \text{const.}$).



6.2. Zusammensetzung und Spezialfälle

Für ein beliebiges Schiff beträgt der aufrichtende Hebel:

$$h = h_K + h_Z \Rightarrow = GM_0 \sin \varphi + M_0 N_\varphi \sin \varphi$$

Da $M_0 N_\varphi$ nicht bekannt ist, wird die Formzusatzstabilität h_Z auf anderem Wege ermittelt.

a) Für sehr kleine Winkel:

$$\varphi < 5^\circ \Rightarrow h_Z = 0$$

b) Bei mittleren Krängungswinkeln

$$M_0 N_\varphi = \frac{BM_0}{2} \cdot \tan^2 \varphi$$
$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi < 10^\circ \\ \text{senkrechte Wände} \end{array} \right\} \Rightarrow h_Z = \frac{BM_0}{2} \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi$$

c) Bei großen Krängungswinkeln

$$\varphi = \text{beliebig}$$

$$h_Z = w - KM \cdot \sin \varphi$$

Beispiel Katamaran: Beim Austauchen eines Rumpfes wird $M_0 N_\varphi$ und damit h_Z stark negativ.

6.3. Die Stabilitätskriterien

Unter Stabilitätskriterien versteht man diejenigen Kriterien (= Abhängigkeiten), durch die die Stabilität des Schiffes charakterisiert wird. Dazu gehören:

a) Die Art des Gleichgewichts (stabil/labil/indifferent)

$$\Rightarrow \text{Metazentr. Höhe } c_\varphi$$

b) Die statische Stabilität unter Einwirkung einer zeitlich konstanten Belastung (z.B. ein verschobenes Krängungsgewicht).
Dies läuft auf eine Momentenbilanz hinaus.

$$\Rightarrow \text{Hebelkurve } h_\varphi$$

c) Die dynamische Stabilität unter Berücksichtigung der Massenträgheit und das Schwingungsverhalten des Schiffes. Dies läuft auf eine Energiebilanz hinaus.

$$\Rightarrow \text{Energiebilanz } A_\varphi$$

6.3.a. Die metazentrische Höhe GM_φ zur Bestimmung der Art des Gleichgewichts

In Kapitel 1 wurde festgestellt, dass bei einem quasi aufrecht schwimmenden Schiff die metazentrische Höhe GM_0 ein geeignetes Maß ist, um die Art des Gleichgewichtes zu beschreiben.

$GM_0 > 0 \Rightarrow$ stabil

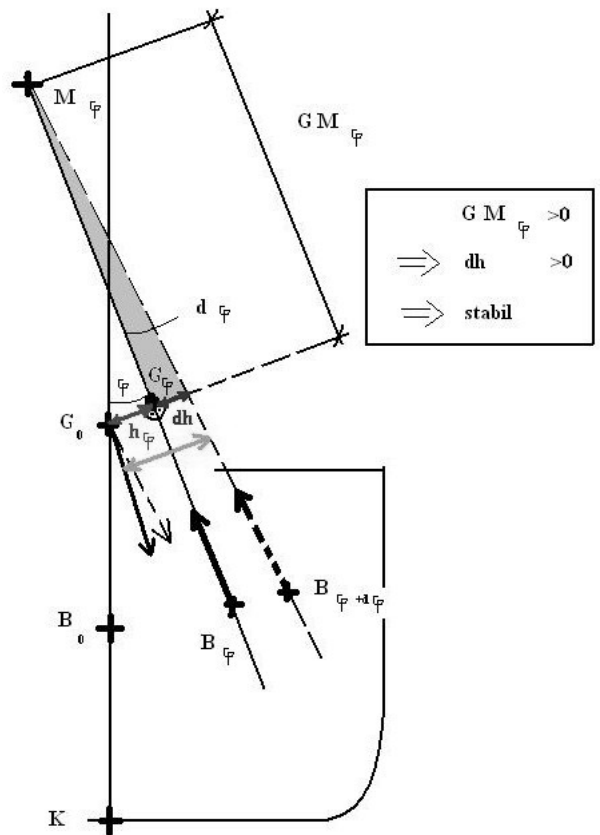
$GM_0 = 0 \Rightarrow$ indifferent

$GM_0 < 0 \Rightarrow$ labil

GM_φ ist der erdfeste Abstand zwischen Gewichtsschwerpunkt G und Metazentrum M_φ .

Es wird angenommen, dass das Schiff mit dem Krängungswinkel φ schwimmt.

Die Vektoren B_φ und $B_{\varphi+d\varphi}$ schneiden sich im Metazentrum M_φ . Der ursprünglichen Anfangsstabilität GM_0 entspricht bei einem Schiff mit Schlagseite der erdfeste Abstand GM_φ



Es soll geprüft werden, ob das Gleichgewicht stabil/ labil/ indifferent ist. Ein stabiles Gleichgewicht liegt vor, wenn bei einer Weiterdrehung von φ nach $(\varphi+d\varphi)$ das aufrichtende Moment zunimmt.

$$\left. \begin{aligned} M_{Auf\varphi} &= \rho \nabla \cdot h_\varphi \\ M_{Auf\varphi+d\varphi} &= \rho \nabla \cdot h_{\varphi+d\varphi} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{stabil, wenn } M_{Auf\varphi+d\varphi} - M_{Auf\varphi} > 0$$

$$\Rightarrow h_{\varphi+d\varphi} - h_\varphi = dh > 0 \Rightarrow \text{stabil}$$

Wird das Schiff in der skizzierten Lage um einen kleinen Winkel $d\varphi$ weiter gedreht, ändert sich der aufrichtende Hebelarm um:

$$dh = C_\varphi \cdot \sin d\varphi \sim C_\varphi \cdot d\varphi \quad \Rightarrow \quad GM_\varphi = C_\varphi = \frac{dh}{d\varphi}$$

Die metazentrische Höhe ist gleich der Ableitung der Hebelarmkurve h_φ nach dem Krängungswinkel „ φ “, also der Steigung der Hebelarmkurve.

Ist $GM_\varphi = (dh / d\varphi) > 0$, so ist und die Gleichgewichtslage stabil.

6.3.c. Die Fläche „A ϕ “ zur Bestimmung der dynamischen Stabilität

Im natürlichen Schiffsbetrieb wirken am Schiff Beschleunigungen und Trägheitskräfte, die nicht vernachlässigt werden dürfen.

Das krängende Moment kann ebenfalls dynamischer Art sein (Windbö, Impuls).

In diesem Fall ist eine Energiebilanz erforderlich, wobei angenommen wird, dass das Schiff eine harmonische Rollschwingung ausführt.

Nicht berücksichtigt werden:

- die Dämpfung der Rollschwingung durch Reibung
- die Erregung des Schiffs durch Seegang (nur statistisch möglich)

Im Folgenden soll eine Gleichung für den max. Krängungswinkel $\phi_{\max}$ bei dynamischer Stabilität hergeleitet werden.

1. Analogie zwischen Bahnbewegung und Drehbewegung

Bahn-Bewegung	Dreh-Bewegung
Weg s [m]	Winkel ϕ [°]
Geschwindigkeit $v = \frac{\partial s}{\partial t}$ [m/s]	Kreisfrequenz $\omega = \frac{\partial \phi}{\partial t}$ [1/s]
Beschleunigung $a = \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$ [m/s ²]	Kreisbeschleunigung $\dot{\omega} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$ [1/s ²]
Kraft $F = mg = \rho \cdot g \nabla$ [kg*m/s ²]	Moment $M = (\rho \cdot g \nabla) \cdot h$ [kg*m ² /s ²]
$E_{pot} = \int_{s_0}^{s_E} F \cdot ds = \rho \cdot g \nabla \int_{s_0}^{s_E} ds$ [Nm]	$E_{pot} = \int_{\phi_0}^{\phi_E} M \cdot d\phi = \rho \cdot g \nabla \int_{\phi_0}^{\phi_E} h d\phi$ [Nm]
Impuls $p = m \cdot v$ [kg*m/s]	Drall $D = I' \cdot \omega$ [kg*m ² /s]
$E_{kin} = \int_{v_0}^{v_E} p \, dv = \int_{v_0}^{v_E} m \cdot v \, dv = \frac{mv^2}{2} \Big _{v_0}^{v_E}$ [Nm]	$E_{kin} = \int_{\omega_0}^{\omega_E} D \, d\omega = \int_{\omega_0}^{\omega_E} I' \omega \, d\omega = \frac{I' \omega^2}{2} \Big _{\omega_0}^{\omega_E}$ [Nm]

mit I' : Massenträgheitsmoment einschließlich hydrodyn. Masse [kg*m²]

2. Normierte Energiebilanz:

$$E_{norm} = \frac{E(Nm)}{\rho g \nabla} \quad \left(\text{analog } h = \frac{M(tm)}{\rho \nabla} \right)$$

$$E_{aufzr.-norm.} = \frac{E_{pot} + E_{kin}}{\rho g \nabla} = \frac{\rho g \nabla \int_{\phi_0}^{\phi_E} h d\phi + \int_{\omega_0}^{\omega_E} I' \omega d\omega}{\rho g \nabla} = \int_{\phi_0}^{\phi_E} h d\phi + \frac{\int_{\omega_0}^{\omega_E} I' \omega d\omega}{\rho g \nabla}$$

3. Extrem-Ausschläge =>

Die Änderung der kinetischen Energie zwischen den Extrem-Ausschlägen

„Anfangs-Ruhelage“: $\Rightarrow \varphi_0 = 0, \quad \omega_0 = 0$

„Maximal-Ausschlag“: $\Rightarrow \varphi_E = \varphi_{dyn.}, \quad \omega_E = 0$

beträgt

$$E_{kin.norm.} = \frac{E_{KIN}}{\rho g \nabla} = \frac{I' \omega^2}{2} \bigg|_{\omega=0}^{\omega_E=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_{aufr.norm.} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_{dyn.}} h d\varphi + 0$$

4. Energiebilanz:

Das Gleichgewicht zwischen krängender und aufrichtender Energie in normierter Form führt zu der Gleichung:

$$\sum E_{norm.} = \frac{E_{aufr.}}{\rho g \nabla} - \frac{E_{Kr.}}{\rho g \nabla} = 0 \Rightarrow \frac{E_{Kr.}}{\rho g \nabla} = \frac{E_{aufr.}}{\rho g \nabla} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_E} h d\varphi + 0 = A_\varphi$$

Der max. Krängungswinkel $\varphi_E = \varphi_{dyn.}$ ergibt sich aus dem Energie-Gleichgewicht zwischen (normierter) aufrichtender und krängender Energie.

Die „normierte Energie“ ist gleich der Fläche unter der jeweiligen Hebelarmkurve.

$A_\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi_{dyn.}} h d\varphi$ ist die „normierte aufrichtende Energie“. Sie dient zur Bestimmung des dynamischen Krängungswinkels $\varphi_{dyn.}$.

6.4. Umrechnungen zwischen den Stabilitätsfunktionen

Im Abschnitt 6.1. wurde dargestellt, dass sich die Stabilität eines Schiffes aus einem Kreisspant-Anteil und einem Formzusatz-Anteil zusammensetzt.

$$h = h_K + h_Z = \frac{M}{\rho \cdot \nabla} \quad C = C_K + C_Z = \frac{dh}{d\varphi} \quad A = A_K + A_Z = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} h d\varphi$$

a) Der Hebel eines Schiffes mit Kreisspantform ist bekannt. Damit lassen sich auch die metazentrische Höhe und die Fläche unter der Hebelarmkurve berechnen:

$$h_K = GM_0 \sin \varphi \quad \text{mit} \quad \frac{d \sin \varphi}{d\varphi} = \cos \varphi \quad \text{und} \quad \int \sin \varphi d\varphi = -\cos \varphi$$

$$\Rightarrow C_K = \frac{dh_K}{d\varphi} = GM_0 \cos \varphi$$

$$\Rightarrow A_K = \int_{0^\circ}^{\varphi} h_K d\varphi = \int_0^{\varphi} GM_0 \cdot \sin \varphi d\varphi = GM_0 (-\cos \varphi - (-\cos 0^\circ)) = GM_0 (1 - \cos \varphi)$$

b) Die Formzusatzstabilität erhält man über die Pantokarene:

$$h_z = w - KM \sin \varphi$$

$$C_z = \frac{dh_z}{d\varphi} = \text{Tangentensteigung (z.B. graphisch)} \approx \frac{h_{z_2} - h_{z_1}}{(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \frac{\pi}{180}}$$

$$A_z = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} h_z d\varphi = \text{Fläche (z.B. graphisch oder über Simpson)}$$

$$A_{z \ 0 \dots 40^\circ} = \frac{d\varphi}{3} \sum SF \cdot h_z = \frac{\pi \cdot 10^\circ}{3 \cdot 180^\circ} (h_{z_0} + 4h_{z_{10}} + 2h_{z_{20}} + 4h_{z_{30}} + h_{z_{40}})$$

$$A_{z \ 0 \dots 30^\circ} = \frac{3}{8} d\varphi \cdot \sum SF \cdot h_z = \frac{3\pi \cdot 10^\circ}{8 \cdot 180^\circ} (h_{z_0} + 3h_{z_{10}} + 3h_{z_{20}} + h_{z_{30}})$$

c) Mindestwerte für h, GM und A werden in den Vorschriften vorgegeben:

- $GM \geq 0,15m$;
- $GM > 0,30m$ ($L_{pp} < 110m$) bzw. $GM > 0,40m$ ($L_{pp} > 125m$) in der Containerfahrt
- $h_{30^\circ} \geq 0,20m + dU$
oder bei $L_{pp} > 100m$
 $\Rightarrow h_{30^\circ} \geq 0,002 L_{pp} + dU$
- $A_{30^\circ} \geq 0,055 \text{ mrad}$
- $A_{40^\circ} \geq 0,09 \text{ mrad}$
- $A_{40^\circ} - A_{30^\circ} \geq 0,03 \text{ mrad}$
- Umfang $> 50^\circ$

Φ	h_e [m]	Fläche bis 30°		Fläche bis 40°	
		Faktor	Produkt	Faktor	Produkt
10°		3		2	
20°		3	+	1	+
30°		1	+	2	+
40°				0,5	+
		$\Sigma_1 =$		$\Sigma_2 =$	
Flächen [m · rad]		Faktor	0,0654	Faktor	0,1164
		$A_{30^\circ} =$		$A_{40^\circ} =$	
				$- A_{30^\circ} =$	
		$A_{40^\circ} - A_{30^\circ} =$			

Schema zur Berechnung der Hebel-Flächen

d) Zusammenhang zwischen Extrema, Wendepunkten und Nulldurchgängen

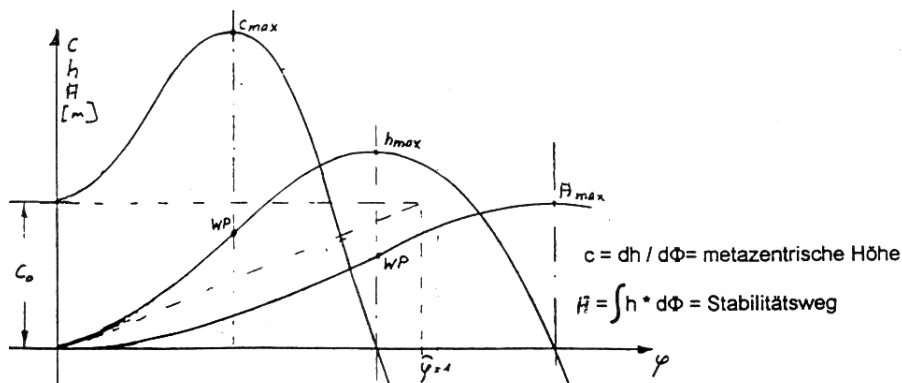
Wenn man die Kurvenverläufe GM , h , $A = f(\varphi)$ aufzeichnet, stellt man folgendes fest:

GM-Kurve hat ein Maximum $\Rightarrow$ Integralkurve $h = \int C d\varphi$ hat einen Wendepunkt

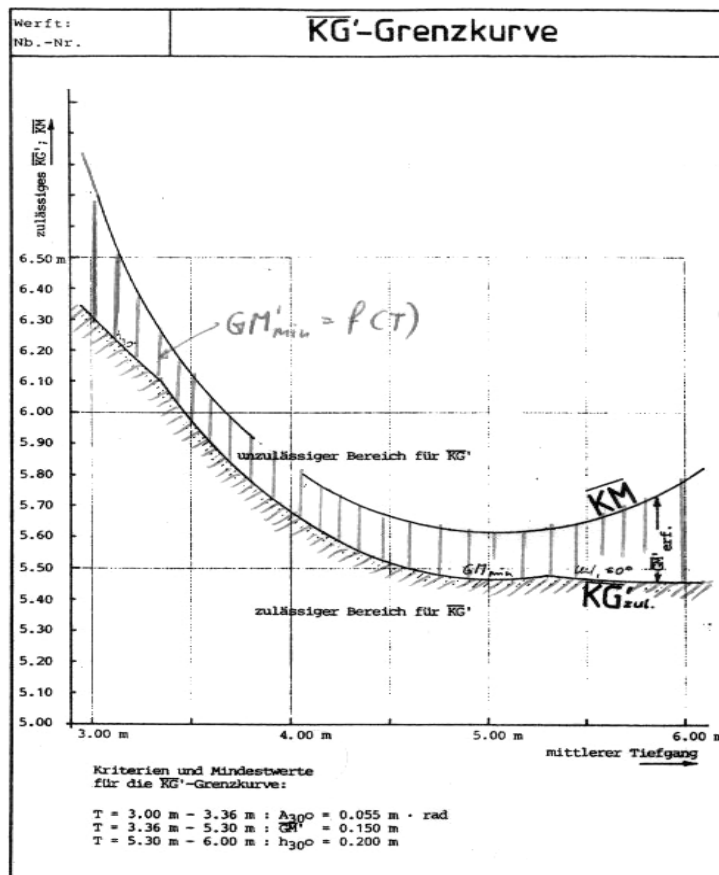
$h(\varphi)$ – Kurve hat ein Maximum: $\Rightarrow$ Differentialkurve $C_\varphi = \frac{dh}{d\varphi}$ hat eine Nullstelle

$\Rightarrow$ Integralkurve $A_\varphi = \int h d\varphi$ hat einen Wendepunkt

$A(\varphi)$ – Kurve hat ein Maximum $\Rightarrow$ Differentialkurve $h(\varphi) = \frac{dA}{d\varphi}$ hat eine Nullstelle



Kurvenverläufe für Metazentrische Höhe, Hebelarm und Stabilitätsweg



KG'-Grenzkurve zur Erfüllung aller SBG-Kriterien bei verschiedenen Tiefgängen

7. Krängende Momente

7.1. hängende Lasten

- a) Wenn eine Hieve der Masse m_H vom schiffseigenen Kran angehoben wird, so verschiebt sich der Kraft-Angriffspunkt von der Startposition in die Umlenkrolle des Auslegers. Dies führt zu einer Schwerpunkts-Erhöhung des Schiffes und zu einem Stabilitätsverlust. Die „Guldinische Regel“ wird angewandt:

Der $\odot$ eines Körpers verschiebt sich bei der Verlagerung eines Einzelstückes um eine solche Strecke, dass Gesamtverschiebmoment gleich dem Verschiebmoment des Einzelstückes ist. Die Verschiebewege sind parallel.

$$GG^* \cdot Depl = m_H \cdot dz \quad \Rightarrow \quad GG^* = \frac{m_H \cdot dz}{Depl}$$

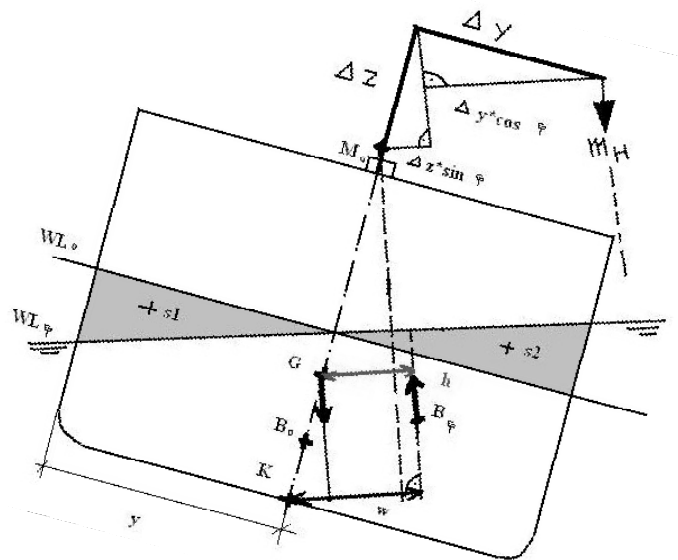
Damit verschlechtern sich:

- Der Höhengschwerpunkt
 - Die Anfangsstabilität
 - Die Hebelarmkurve
- $$\begin{aligned} KG^* &= KG_{\text{solid}} + GG^* \\ GM^* &= GM_{\text{solid}} - GG^* \\ h^* &= w - (KG_{\text{solid}} + GG^*) \sin \varphi \end{aligned}$$

- b) Wird die hängende Hieve zur Seite ausgeschwungen, so beträgt der krängende Hebelarm

$$h_{Kr} = \frac{m_H (dz \cdot \sin \varphi + dy \cdot \cos \varphi)}{Depl}$$

Den Krängungswinkel erhält man durch Gleichsetzen von krängendem und aufrichtendem Hebel, wobei die Verschiebung des Gewichtsschwerpunktes berücksichtigt wird:



$$\begin{aligned} h_{\text{auf}} &= (GM_{\text{solid}} - GG^*) \sin \varphi \\ h_{Kr} &= \frac{m_H \cdot dz \cdot \sin \varphi + m_H \cdot dy \cdot \cos \varphi}{Depl}, \quad GG^* = \frac{m_H \cdot dz}{Depl} \end{aligned}$$

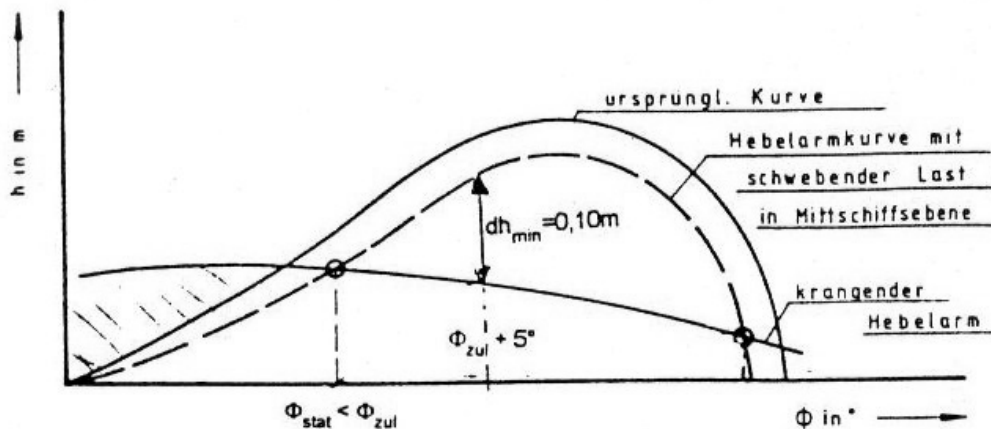
$$\Rightarrow \left(GM_{solid} - \frac{m_H dz}{Depl} \right) \cdot \sin \varphi = \frac{m_H (dz \sin \varphi + dy \cos \varphi)}{Depl}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{m_H \cdot dy}{Depl \cdot GM_{Solid} - 2 \cdot m_H \cdot dz}$$

c) Die SBG verlangt bei Schwergutumschlag (Pkt. 3.3.5):

- dass, der statische Krängungswinkel kleiner als der zulässige Wert laut Hersteller ist (z.B. 6°)
- dass bei einem Winkel „ $\varphi_{zul} + 5^\circ$ “ die Differenz zwischen aufrichtenden und krängenden Hebel mindestens $dh_{min} = 0,1m$ beträgt

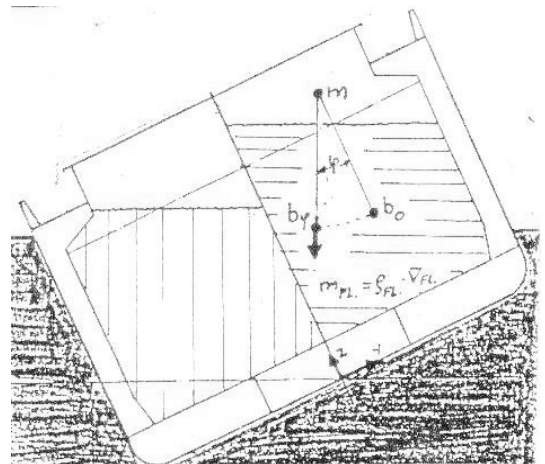
$$dh_{min} = (h_{auf} - h_{kr})_{\varphi_{zul} + 5^\circ} \geq 0,10 \text{ m}$$



7.2. Freie Oberflächen

Teilgefüllte Tanks halten bei Neigung die Oberfläche waagrecht. Bei Krängung wandert durch die übergehende Flüssigkeit der Tankschwerpunkt von b_0 nach b_φ (Form- $\odot$ = Gewichts- $\odot$). Der krängende Hebelarm beträgt:

$$h_{Kr} = \frac{\sum_1^i \rho_{FL} \cdot Vol_{FL} \cdot \overline{b_0 b_\varphi}}{Depl}$$



- 1) Bei Tankern wird der krängende Hebel über das „volumetrische Krängungsmoment“ bei $\rho = 1,00 \text{ t/m}^3$ berechnet.

$$M_{Vol} = Vol \cdot \overline{b_0 b_\varphi} \quad (\text{aus Tabellen, } f(\text{Füllstand}, \varphi))$$

$$\Rightarrow h_{Kr} = \frac{\sum_i \rho_{FL} \cdot M_{Vol(Füllstand\varphi)}}{Depl}$$

- 2) Bei Frachtschiffen geht man einen anderen Weg, der eigentlich nur bei kleinen Krängungswinkeln und senkrechten Wänden zulässig ist.

(φ klein $\Rightarrow$ Boden taucht nicht aus / Tankdecke taucht nicht ein):

Die freie Oberfläche wirkt so, als ob die Flüssigkeit als hängende Last im Tankmetazentrum aufgehängt ist.

- a) Dadurch wird der $\odot$ der Flüssigkeit um die Strecke $\overline{bm_0}$ erhöht.

$$\overline{bm_0} = \frac{i_{T \text{ eigen}}}{vol_{Fl}} \quad (\text{analog } BM_0 = \frac{I_{T0}}{\nabla})$$

i_T = Eigenträgheitsmoment der Tankfläche

- b) Die Schwerpunktserhöhung des Gesamtsystems wird über die Guidinsche Regel bestimmt:

$$Depl \cdot GG' = vol_{Fl} \cdot \rho_{Fl} \cdot \overline{bm_0} = \rho_{Fl} \cdot i_{T \text{ Eigen}}$$

oder bei mehreren Tanks:

$$GG' = \frac{\sum_i \rho_{Fl} \cdot i_{T \text{ Eigen}}}{Depl}$$

Dies hat Einfluss auf:

- den Gewichtsschwerpunkt $KG' = KG_{solid} + GG'$
- die metazentrische Höhe $GM' = GM_{solid} - GG'$
- den aufrichtenden Hebelarm* $h_{auf}' = w - (KG + GG') \sin \varphi$

Diese Regel gilt bis Seite Tank eintaucht bzw. der Boden austaucht.

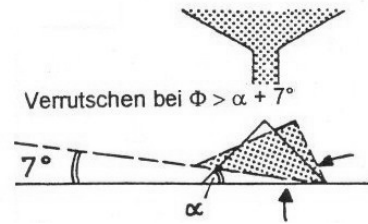
Hinweise : 1) $i_T = \frac{2}{3} \int_0^l y^3 dx = \frac{2}{9} dx \cdot \sum y^3 \cdot SF$

- 2) Was passiert bei hängender Last und freien Oberflächen ?

7.3. Massengut

a) Zusammenhang zwischen Schüttkegelwinkel „ α “, Oberflächenwinkel „ β “ und Schiffskrängungswinkel „ φ “:

- Kippt man Massengut durch einen Trichter, so entsteht ein Schüttkegel. Der Winkel „ α “ ist eine Stoffkonstante, z.B.
Zement $\alpha=40^\circ$, Weizen $\alpha=23-35^\circ$, Flüssigkeit $\alpha=0^\circ$
- Durch die Haftreibung im Massengut kann die waagerechte Unterlage um weitere 7° (Erfahrungswert) geneigt werden, bis der Schüttkegel seine Form verändert. Wird die Oberfläche eben getrimmt, dann muss das Schiff einen Krängungswinkel von mindestens $\varphi \geq \alpha + 7^\circ$ einnehmen, damit die Ladung verrutscht. Dabei stellt sich der Oberflächenwinkel $\beta = (\varphi - \alpha)$ ein.



b) Stabilität beim Transport von kompressiblem Massengut

Infolge der Schiffsvibration verdichtet sich das Massengut während der Reise. Dadurch schrumpft das Volumen z.B. um 2 - 5% bei Getreide, Zement etc. Dadurch ergeben sich 2 Veränderungen:

- Der Gewichtsschwerpunkt senkt sich ab (Stabilitäts – Gewinn)
- Es entstehen freie Oberflächen (Stabilitäts – Verlust)

Da der max. Krängungswinkel φ unbekannt ist, gibt man in der Praxis den Oberflächenwinkel β vor. Für den gegebenen Oberflächenwinkel β wird dann die Auswanderung des Formschwerpunktes errechnet.

Getreide – Code: $\beta=15^\circ$ bei vollen, eingeebneten Räumen

IMO MSC 23(59) $\beta=25^\circ$ bei vollen, nicht eingeebneten Räumen

$\beta=25^\circ$ bei teilgefüllten, eingeebneten Räumen

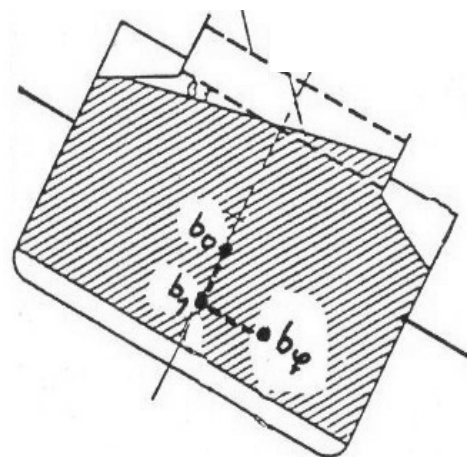
Teilfüllung ohne Einebnung ist nicht zulässig.

Der Oberflächenwinkel von $\beta=25^\circ$ entspricht einem max. Krängungswinkel von $\varphi = (\beta + \alpha) = (25^\circ + 30^\circ) = 55^\circ$.

Dies erscheint viel, allerdings muss man berücksichtigen, dass ein Schiff bei verrutschter Ladung um eine „neue, gekrängte Gleichgewichtslage“ rollt und daher leicht große Winkel erreicht (Energiespeicher). Ein Zurückrutschen der Ladung würde erst bei einem Rollwinkel von $\Delta\varphi = -(\alpha+7^\circ) = -37^\circ$ zur Gegenseite erfolgen.

Der Oberflächenwinkel geht ein in das volumetrische Krängungsmoment. $M_{Vol}=f(\text{Ullage}, \beta)$ mit der Dichte $\rho=1,0t/m^3$. Den krängenden Hebelarm erhält man nach der Formel

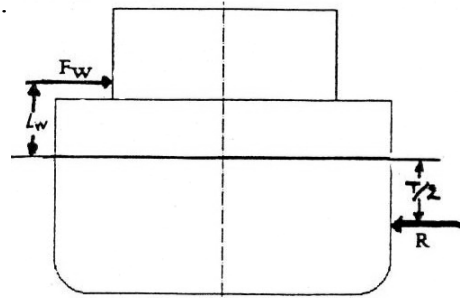
$$h_{kr} = M_{Vol} * \rho / \text{Depl.}$$



7.4. Winddruck – Hebel

Der krängende Hebel infolge seitlichen Winddrucks beträgt:

$$h_w = \frac{M_w [t \cdot m]}{Depl.} \cdot \frac{p_w \left[\frac{kN}{m^2} \right] \cdot A_L \cdot f(\varphi) \cdot (l_w + T/2)}{9,81 [kN/t] \cdot Depl.}$$



p_w = Winddruck [kN / m²]

$$p_w = c \cdot \underbrace{\frac{\rho_L}{2} \cdot v_w^2}_{\text{Staudruck}}$$

c: Widerstandsbeiwert (Mittel: c=1,3)

ρ_L : 1,226 · 10⁻³ t/m³

v_w : Windgeschwindigkeit [m/s]

Nach SBG 84 – Vorschrift 3.2.8 sind folgende Winddruck – Werte zu verwenden:

	p_w [kN/m ²]		v [m/s]
Watt- und Küstenfahrt	0,3	≈ 8 Bft.	19,4
Kleine Fahrt	0,6	≈ 10 Bft.	27,4
Mittlere und Große Fahrt	1,0	≈ 12 Bft.	35,4

$A_L f(\varphi)$ = Wind – Angriffsfläche:

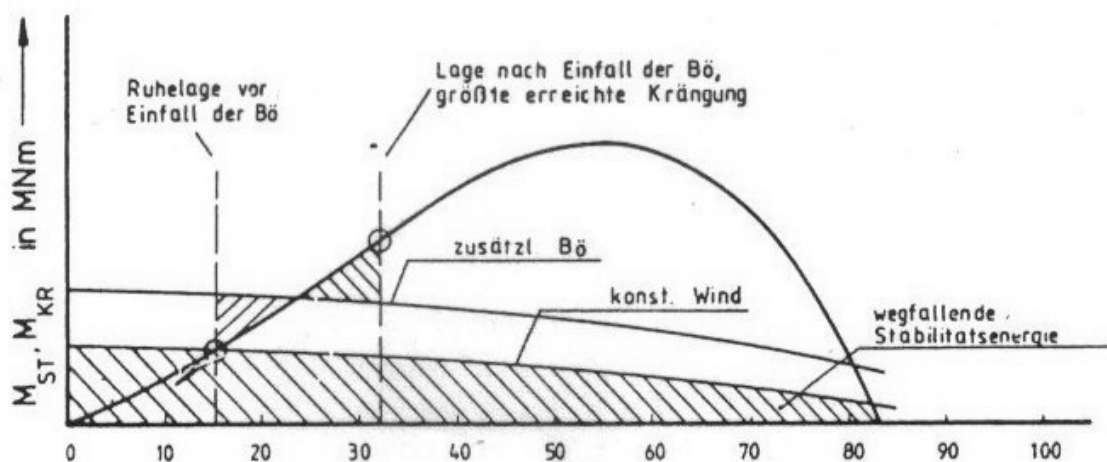
A_L = Überwasser – Lateralfläche des ungekrängten Schiffes

$f(\varphi)$ = Abminderungsfunktion bei Krängung 0° 90°

$f(\varphi) \sim \cos \varphi$ Abminderungsfunktion für den Bordbetrieb

$f(\varphi) \sim (0,25 + 0,75 \cos^3 \varphi)$ Abminderungsfunktion für Werften

$\left(l_w + \frac{T}{2} \right)$ = Hebelarm zwischen dem Windangriffspunkt und der Reaktionskraft im Wasser



Hebelarmkurve mit konstanter Windlast und Boe

Wind- stärke nach Beaufort	Bezeichnung des Windes	Wind- geschwindigkeit in m/s	Seegang nach Seegangs- skala	Ungefähré mittlere	
				Wellenhöhe in m	Wellenlänge in m
0	Windstille	0,0... 0,2	0	-	-
1	leiser Zug	0,3... 1,5	1	0 ...0,5	0 ...10
2	leichte Brise	1,6... 3,3	2	0,5 ...0,75	10 ...12,5
3	schwache Brise	3,4... 5,4			
4	mäßige Brise	5,5... 7,9	3	0,75...1,25	12,5...22,5
5	frische Brise	8,0...10,7	4	1,25...2,0	22,5...37,5
6	starker Wind	10,8...13,8	5	2,0 ...3,5	37,5...60,0
7	steifer Wind	13,9...17,1	6	3,5 ...6,0	60,0...105,0
8	stürmischer Wind	17,2...20,7	7	> 6,0	> 105,0
9	Sturm	20,8...24,4			
10	schwerer Sturm	24,5...28,3	8	Höhe kann bis 20 m wachsen	Länge kann bis 600 m wachsen
11	orkanartiger Sturm	28,5...32,7	9		
12	Orkan	> 32,7			

7.5. Drehkreis – Hebel

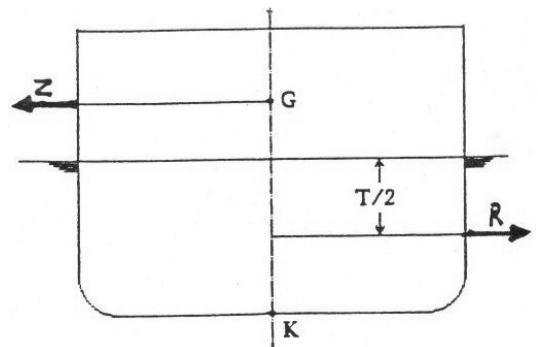
Der krängende Hebel beim Durchfahren eines Drehkreises mit dem Radius „ R “ und der mittleren Drehkreisgeschwindigkeit v_D [m/s] beträgt:

$$h_D = \frac{M_D [tm]}{Depl.} = \frac{Depl. \cdot v_D^2}{R \cdot 9,81_{[kN/t]} \cdot Depl.} \cdot \left(KG - \frac{T}{2} \right) \cdot \cos \varphi$$

v_D [m/s] = Geschwindigkeit im Drehkreis

$$F_{Z_{[t]}} = \frac{Depl. \cdot v_D^2}{R \cdot 9,81_{[kN/t]}} \quad \text{Zentrifugalkraft}$$

$$z_D = \left(KG - \frac{T}{2} \right) \cdot \cos \varphi \quad \text{Drehkreis-Hebelarm}$$



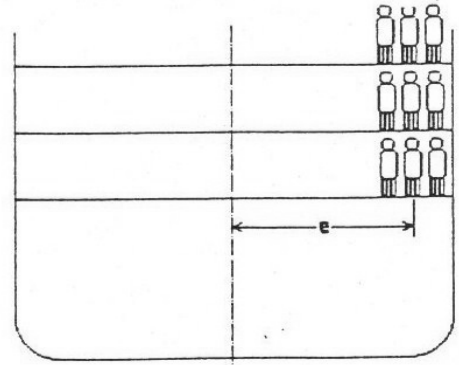
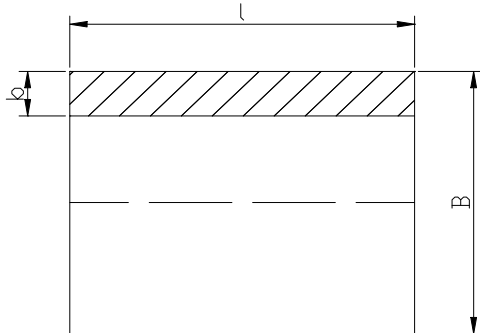
Je enger der Drehkreis gefahren wird, desto geringer wird die mittlere Drehkreisgeschwindigkeit v_D . Man weiß aus Versuchen, dass bei einem Drehkreis – Radius $r \sim 2L$ die Drehkreisgeschwindigkeit $v_D = 0,65 \cdot v_0$ beträgt und bei diesen Werten das größte Krängungsmoment auftritt. Vernachlässigt man ferner die Krängung ($\cos \varphi = 1$), so erhält man:

$$h_D \sim 0,02 \cdot \frac{v_0^2}{L} \cdot \left(KG - \frac{T}{2} \right) \quad \text{SBG 3.2.4}$$

7.6. Fahrgast – Hebel

$$\text{Personenmoment} = \text{Anzahl} \cdot m_p \cdot e \cdot \cos \varphi$$

$$e = \frac{B - b}{2} \quad b = \frac{\text{Anzahl der Personen}}{4 \cdot \sum l}$$



$$h_p = \frac{\text{Anzahl} \cdot m_p \cdot \cos \varphi}{\text{Depl}} \cdot \left(\frac{B}{2} - \frac{\text{Anzahl}}{8 \sum l} \right)$$

mit Anzahl = Anzahl der Fahrgäste
 m_p = Masse eines Passagiers einschließlich Gepäck
 (Tagesverkehr 80kg, sons. Verkehr 100kg)
 e = seitlicher Hebel durch Zusammendrängen der Fahrgäste
 (4 Pers/m² Freifläche, 0,50m Banklänge/Pers.)

Der Krängungswinkel darf folgende Werte nicht überschreiten! (SBG 3.2.4)

10° Fahrgast
 12° Fahrgast + Drehkreis
 12° Wind

Ferner muß 20 cm Restfreibord bleiben =>
$$\varphi_{\max} = \arctan \left(\frac{H - 0,2 - T}{B/2} \right)$$

7.7. Trossenzug – Hebel

Damit ein Schlepper gut manövrieren kann, muss der Abstand zwischen Schlepphaken und Steuerorgan möglichst groß sein.

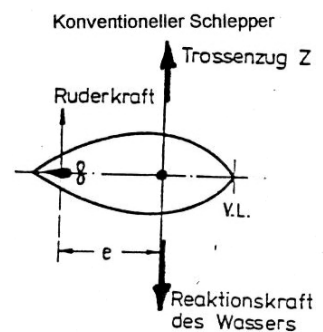
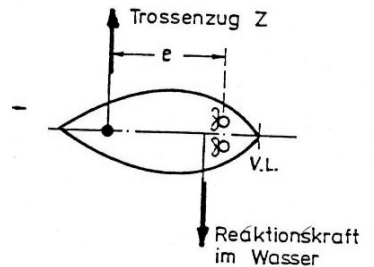
Dabei werden 2 Typen unterschieden:

1. ASD - Schlepper (Ruder hinten, Schlepphaken Schiffsmitte)
2. Traktor - Schlepper (Schlepphaken hinten, Antrieb vorn)

Der Traktor - Schlepper ist relativ kengersicher, denn im Falle eines (ungewollten) Querzuges dreht er automatisch in Trossenrichtung. Durch dieses „Ausweichmanöver“ bildet sich nur ein kleines Krängungsmoment.

Der konventionelle Schlepper hingegen ist bei Querzug stark stabilitätsgefährdet. Der Trossenzug und die Reaktionskraft des Wassers wirken in einer Spantebene. Das Schiff wird quer durch das Wasser geschleppt.

Tractor-Schlepper (Voith-S. oder Schottel)

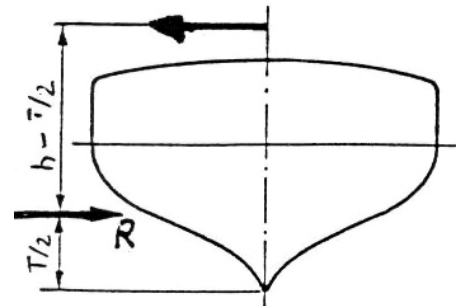


Der krängende Hebelarm bei Querzug beträgt:

$$h_z = \frac{Z \cdot \left(z_H - \frac{T}{2} \right) \cdot \cos \varphi}{Depl}$$

$$\text{mit } Z_{[t]} = c \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_q^2 \cdot \frac{L \cdot T}{9,81_{[kN/t]}}$$

mit: Z = Querzug – Trossenkraft in [t]
 z_H = Höhe des Schlepphakens über OKK
 $T/2$ = Angriffspunkt der Wasserreaktionskraft
 $L \cdot T$ = Lateralfäche unter Wasser
 c = Widerstandbeiwert quer ($\sim 1,1$)
 v_q = Geschwindigkeit bei Querzug [m / s]



8. Sicherheit gegen Kentern

8.1. Krängungswinkel und Kenterwinkel

Zur Beurteilung der Kintersicherheit in einem bestimmten Beladungszustand muss man das krängende Moment dem aufrichtenden Moment gegenüberstellen. Schiffbauer machen das üblicherweise in normierter Form, indem sie statt der Momente, den krängenden und aufrichtenden Hebelarm gegenüberstellen.

$$h_{Kr} = \frac{M_{Kr}}{Depl} = h_{Auf} \quad GM = \frac{\partial h}{\partial \varphi} \quad A = \rho g \nabla \int h d\varphi$$

Der krängende und aufrichtende Hebel werden im Hebelarm-Diagramm $h = f(\varphi)$ aufgetragen. Aus der Hebelarmkurve ist folgendes zu erkennen:

a) Der statische Krängungswinkel

- Der statische Krängungswinkel „ φ_S “ ergibt sich aus dem Schnittpunkt zwischen krängenden und aufrichtenden Hebelarm.
- Die Schwimmlage ist stabil, wenn im Gleichgewichtspunkt die Steigung der „ h_{Auf} “ – Kurve größer ist als die der „ h_{Kr} “ – Kurve.

$$1) \quad \text{Gleichgewicht} \quad h_{Auf} - h_{Kr} = 0$$

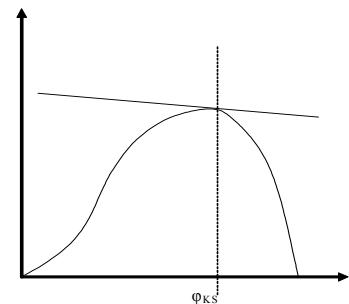
$$2) \quad \text{stabil (wenn die Steigung des aufrichtenden Hebels steiler ist)}$$

$$C_{\varphi_S} = \frac{dh_{Auf}}{d\varphi_S} - \frac{dh_{Kr}}{d\varphi_S} \stackrel{!}{>} 0 \quad \Rightarrow \varphi_S = \text{stat. Krängungswinkel}$$

b) Der statische Kenterwinkel φ_{KS}

Der statische Kenterwinkel ist der Grenzwert der Krängung, bei dem das Gleichgewicht von stabil auf labil umschlägt.

$$\left. \begin{array}{l} h_{Auf} - h_{Kr} = 0 \\ C_{\varphi_{KS}} = \frac{dh_{Auf}}{d\varphi_{KS}} - \frac{dh_{Kr}}{d\varphi_{KS}} \stackrel{!}{=} 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi_{KS} = \text{stat. Kenterwinkel}$$



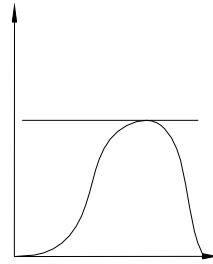
Der statische Kenterwinkel φ_{KS} stellt sich ein, wenn der krängende Hebelarm und der aufrichtende Hebelarm gleich sind und beide die gleiche Tangentensteigung haben.

Dieser Winkel φ_{KS} ist der „point of no return“ bei statischem Gleichgewicht. Jenseits des Winkels φ_{KS} gibt es kein stabiles Gleichgewicht mehr, da die aufrichtende Hebelarmkurve steiler abfällt als die krängende Hebelarmkurve.

Spezialfall: Wenn $h_{Kr} = f(\varphi)$ eine Konstante ist, entspricht der statische Kenterwinkel dem Maximum der aufrichtenden Hebelarm – Kurve:

$$h_{Kr} = \text{const.} \Rightarrow C_{\varphi KS} = \frac{dh_{Auf}}{d\varphi_S} - \frac{dh_{Kr}}{d\varphi_S} = 0$$

$$h_{Kr} = \text{const.} \Rightarrow \varphi_{KS} \text{ beim Maximum der Hebelarmkurve}$$



c) Der dynamische Krängungswinkel φ_{dyn}

Der dynamische Krängungswinkel φ_{dyn} ist derjenige Winkel, der sich einstellt, wenn die Krängungsarbeit und die aufrichtende Arbeit gleich sind.

$$\int_0^{\varphi_{dyn}} h_{auf} d\varphi - \int_0^{\varphi_{dyn}} h_{Kr} d\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi_{dyn} = \text{dyn. Krängungswinkel}, \quad h_{auf} - h_{Kr} > 0$$

Die Flächen unter der aufrichtenden und krängenden Hebelarmkurve müssen gleich groß sein. Dann ist der max. Krängungswinkel φ_{dyn} erreicht.
Spezialfall:

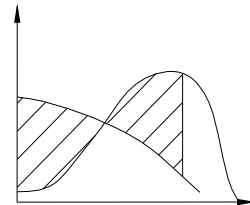
Bei kleinem Winkel gilt:

$$h_{Kr} = \text{const.} \quad (\Rightarrow \text{Gerade})$$

$$h_{auf} = GM_0 \sin \varphi + h_Z \sim GM_0 \varphi \quad (\Rightarrow \text{Gerade})$$

$$\Rightarrow \varphi_{dyn} \sim 2\varphi_S$$

(gleiche Flächen zwischen den Kurven)



d) Der dynamische Kenterwinkel φ_{KDyn}

Der dyn. Kenterwinkel ist der Grenzwinkel φ_{KDyn} , bei dem

- die aufrichtende Arbeit und Krängungsarbeit gleich sind und
- der aufrichtende und krängende Hebel gleich sind

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\varphi_{KDyn}} h_{auf} d\varphi_{KDyn} - \int_0^{\varphi_{KDyn}} h_{Kr} d\varphi_{KDyn} &= 0 \\ h_{auf} - h_{Kr} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \varphi_{KDyn} = \text{dyn. Kenterwinkel}$$

Der Winkel φ_{KDyn} stellt sich ein, wenn die Flächen unter der aufrichtenden und krängenden Hebelarmkurve gleich sind und die Hebel ebenfalls gleich sind. Der Winkel φ_{KDyn} ist der „Point of no Return“ bei dynamischen Gleichgewicht.

Jenseits von φ_{KDyn} kommt mehr Krängungsarbeit als aufrichtende Arbeit hinzu, daher gibt es kein Gleichgewicht mehr bei Überschreitung von φ_{KDyn} .

Zusammenfassung Krängungs- und Kenterpunkte:

- Stat. Krängungswinkel

$$\left. \begin{array}{l} h_{\text{aufr}} - h_{Kr} = 0 \\ C_{\varphi s} = \frac{dh_{\text{aufr}}}{d\varphi_s} - \frac{dh_{Kr}}{d\varphi_s} \stackrel{!}{>} 0 \end{array} \right\} \varphi_s$$

- Stat. Kenterwinkel

$$\left. \begin{array}{l} h_{\text{aufr}} - h_{Kr} = 0 \\ C_{\varphi KS} = \frac{dh_{\text{aufr}}}{d\varphi_s} - \frac{dh_{Kr}}{d\varphi_s} \stackrel{!}{=} 0 \end{array} \right\} \varphi_{KS}$$

- Dyn. Krängungswinkel

$$\left. \begin{array}{l} h_{\text{aufr}} - h_{Kr} > 0 \\ \int_0^{\varphi_{dyn}} h_{\text{aufr}} d\varphi - \int_0^{\varphi_{dyn}} h_{Kr} d\varphi = 0 \end{array} \right\} \varphi_{dyn}$$

- Dyn. Kenterwinkel

$$\left. \begin{array}{l} h_{\text{aufr}} - h_{Kr} = 0 \\ \int_0^{\varphi_{Kdyn}} h_{\text{aufr}} d\varphi_{Kdyn} - \int_0^{\varphi_{Kdyn}} h_{Kr} d\varphi_{Kdyn} = 0 \end{array} \right\} \varphi_{Kdyn}$$

8.2. Das empirische Sicherheitsniveau

Eine absolute Sicherheit gegen Kentern gibt es nicht, sondern nur ein relatives „Sicherheitsniveau“, an das wir uns gewöhnt haben (ähnlich wie mit der Sicherheit im Leckfall). Dies hat mehrere Ursachen:

- unbekannte äußere Belastung: die äußeren Belastungen (Seegang und „Wasser an Deck“) entziehen sich einer exakten Bewertung. Dasselbe gilt für den Bewegungsverlauf des rollenden Schiffs (Resonanz)
- Verrutschen der Ladung: durch die Rollbewegung besteht erhebliche Gefahr der Ladungsverschiebung, was in sehr vielen Fällen Ursache des Kenterns ist.
- Weiterflutung: ab einem bestimmten Krängungswinkel kommen Öffnungen zu Wasser und es findet Weiterflutung statt. Die dadurch entstehenden „freien Oberflächen“ wirken stabilitätsmindernd.

Da das krängende Moment im Seegang nicht exakt erfassbar ist, beschränkt man sich auf die Beurteilung der aufrichtenden Momente und Energien und fordert kritische Mindestwerte für:

GM ₀	
h	(z.B. h _{30°})
A	(z.B. A _{30°} , A _{40°} , A _{30-40°})

Ferner wird häufig der Umfang (als Stellvertreter für die Stabilitätsenergie) und die Lage des max. Hebelarms (als statischer Kenterpunkt) gefordert.

8.3. Historischer Überblick

280 v.C.	Archimedes
1747	Bogner weist nach, dass für ein stabiles Gleichgewicht das Metazentrum (Schnittpunkt zweier benachbarter Auftriebsvektoren) über dem Gewichtsschwerpunkt liegen muss.
1798	Atwood berechnet das aufrichtende Moment bei verschiedenen Neigungen mit Hilfe der ein- und austauchenden Keilstücke
1870	Das engl. Panzerschiff „Captain“ kentert infolge starken Winddrucks, während das Schwesterschiff „Monarch“ trotz schlechterem GM denselben Sturm übersteht. Ursache sind die größeren Aufbauten und der bessere Hebelarmumfang der „Monarch“. Ab diesem Zeitpunkt werden Mindestforderungen an Hebelarm und Umfang gestellt
1939	Rahola-Kriterien

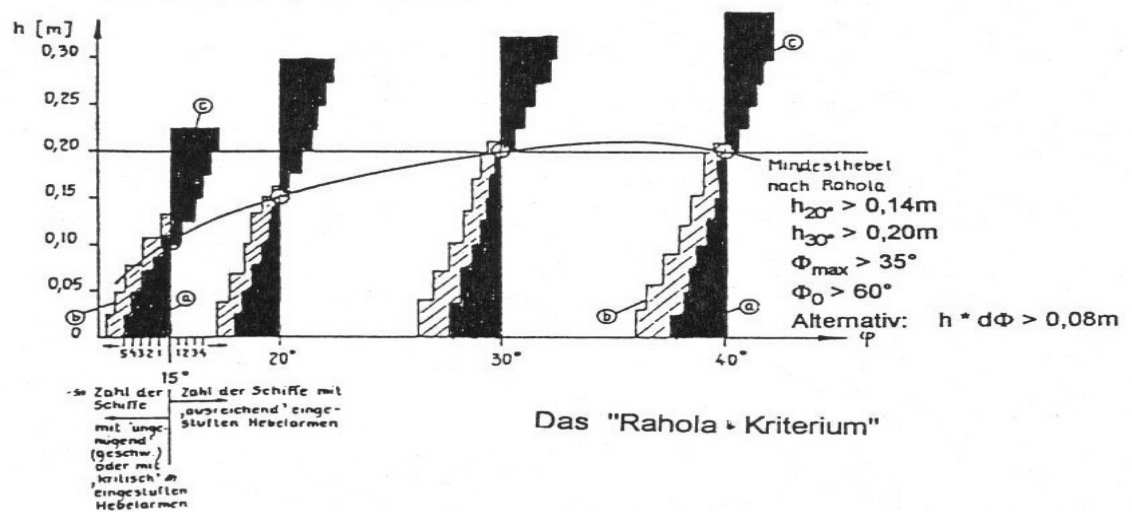
8.4. Das Rahola-Kriterium

1939 machte Rahola umfangreiche Stabilitätsuntersuchungen über eingetretene Kenterfälle. Er klassifizierte die Kenterfälle in 3 Klassen, wobei er sich auf Gutachten und Seeamts- Beurteilungen stützt:

- nicht ausreichende Intakt-Stabilität
- kritische Intakt-Stabilität
- ausreichende Stabilität (andere Kenterursachen: Weiterflutung, verrutschte Ladung)

Ferner berechnet er für jeden Kenterfall die aufrichtenden Hebelarme bei 15°/ 20°/ 30°/ 40°. Anschließend wurde ein Diagramm erstellt, bei dem die „nicht ausreichende“ und „kritische“ Stabilität nach links, „ausreichende“ Stabilität hingegen nach rechts abgetragen wurden.

Betrachtung der Hebelarme der gekenterten Schiffe
bei 15°, 20°, 30° und 40° :



Die „Einhüllende“ der nicht ausreichenden und kritischen Fälle forderte Rahola als neuen Mindeststandard:

$$h_{20^\circ} > 0,14$$

$$h_{30^\circ} > 0,20$$

$$\varphi_{\max} > 0,35^\circ$$

$$\text{Umfang} > 60^\circ$$

$$A_{40^\circ} > 0,08\text{m}$$

Obwohl die Methode unwissenschaftlich ist (Gutachtermeinungen sind subjektiv), fand das Rahola – Kriterium viel Zustimmung und spielte bei der Formulierung der IMO- und deutschen Stabilitätsanforderungen eine wesentliche Rolle.

8.5. Hebelarmkurven im Seegang

Normalerweise werden Stabilitätsbetrachtungen auf glattes Wasser bezogen. Der Einfluss des Seegangs wird durch einen Sicherheitszuschlag auf die Glattwasserstabilität berücksichtigt. Der Seegang wirkt sich wie folgt aus:

Seegang von der Seite	Die schräge WL löst ein krängendes Moment aus Wasser an Deck löst ein krängendes Moment aus Durch die Orbitalbewegung des Wassers kommt es zu dyn. Beschleunigungen
Seegang von achtern	Das Breitenträgheitsmoment der Wasserlinie nimmt auf dem Wellenberg ab und im Wellental zu. Ursache ist die ausfallende Spantform. Der Effekt ist besonders wirksam, wenn Schiffslänge und Wellenlänge gleich groß sind

Das unterschiedliche Trägheitsmoment im Zustand „Wellental“ und „Wellenberg“ führt zu erheblichen Schwankungen der aufrichtenden Hebelarme. Am größten sind diese Schwankungen bei schlanken Schiffen mit stark ausfallender Spantform, z.B. schnelle RoRo – Schiffe. Am gefährlichsten ist dabei schräg achterlicher Seegang, da der stabilitätsmäßig kritische Zustand „Schiff auf Wellenberg“ infolge der langen Begegnungsperiode besonders lang anhält.

Für Schiffe mit extrem ausfallender Spantform werden häufig Glattwasser – und Seegangspantokarene von der Werft geliefert. Dabei wird als Wasserlinie eine trochoidenförmige Welle mit Wellenlänge = Schiffslänge angenommen.

Mit Hilfe der Seegangspantokarene können die Hebelarmkurven im Zustand „Wellenberg“ und „Wellental“ genau berechnet werden.

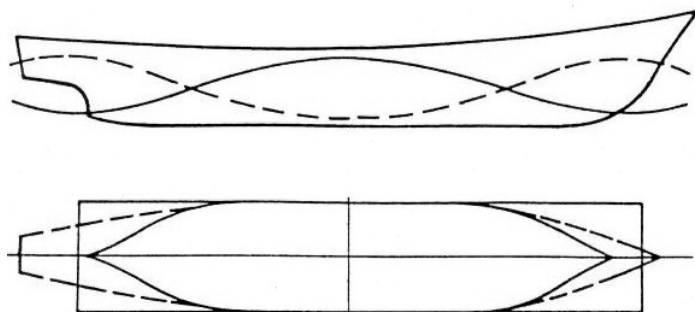
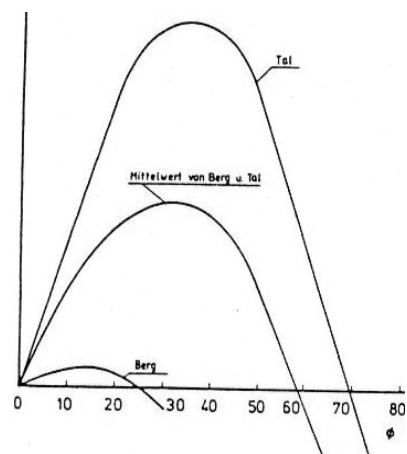


Bild 3: Änderung der WL-Fläche und des Trägheitsmomentes zwischen Wellenberg und Wellental



9. Docken, Grundberührung, Stapellauf

9.1. Docken (linienförmiges Auflager)

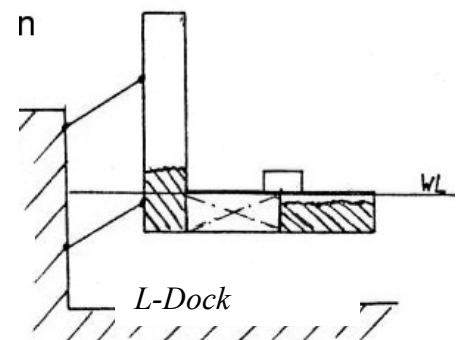
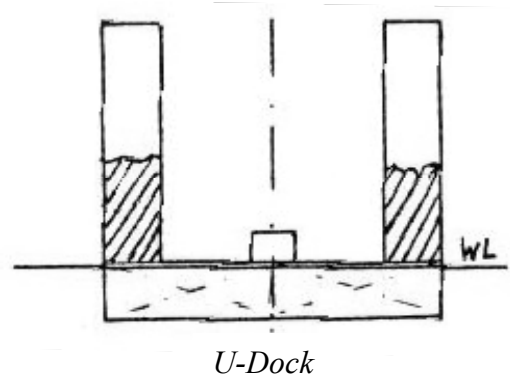
a) Allgemein

Im Folgenden wird die Stabilität eines Schiffes untersucht, das nur auf einer einzigen Reihe Dockpallen steht. Es ergibt sich ein linienförmiges Auflager auf den Mittelpallen. Bei fallendem Wasserstand nimmt der Auftrieb ($=\rho\nabla$) ab, stattdessen wirkt eine Restkraft „R“ an den Dockpallen. Gesucht wird der kritische Wasserstand, bei dem die Stabilität des Schiffes labil wird, so dass es seitlich abgestützt werden muss.

Depl. = Schiffsmasse [t]

$\rho\nabla$ = Auftrieb [t]

R = Restkraft der Dockpallen [t]

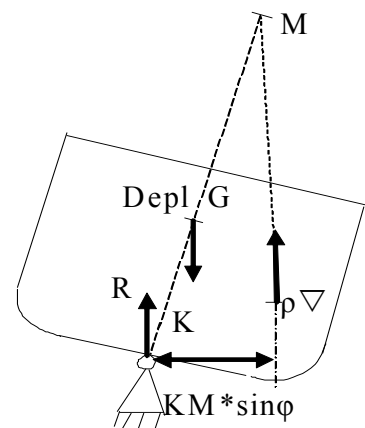


b) Gleichgewichtsbedingungen

$$\Rightarrow \sum FZ = 0$$

$$\Rightarrow R + \rho\nabla - \text{Depl.} = 0$$

Es wird die Drehung um das Auflager (Kielpunkt K) betrachtet. Die Schwimmelage ist indifferent (Grenzfall zu labil), wenn die Summe der aufrichtenden und krängenden Momente um das Auflager gleich „0“ ist.



Drehung um „K“:
$$\sum M_{\text{auf}} - \sum M_{Kr} = 0$$

→ indifferent

$$\Rightarrow R \cdot 0 + \rho\nabla \cdot [KM \cdot \sin \varphi] - \text{Depl} \cdot [KG \cdot \sin \varphi] = 0$$

→ indifferent

$$\Rightarrow \rho\nabla \sin \varphi \left[KM - \underbrace{\frac{\text{Depl}}{\rho\nabla} KG}_{KG^*} \right] = 0$$

→ indifferent

Die Strecke $KG^* = \frac{\text{Depl}}{\rho\nabla} \cdot KG$ ist ein virtuell erhöhter Gewichtsschwerpunkt beim

Docken. Für diese virtuelle Erhöhung des Gewichtsschwerpunktes ist die Restkraft bzw. die Abnahme der Verdrängung verantwortlich.

Der Faktor $\frac{Depl}{\rho \nabla}$ liegt im Zahlenraum „1 (Freifahrt) ∞ (Trockenfallen)“.

Die Schwimmlage ist stabil, solange $GM^* = KM - KG^* = KM - \frac{Depl}{\rho \nabla} \cdot KG > 0$ ist.

Spätestens bei $GM^*=0$ ist eine seitliche Abstützung erforderlich.

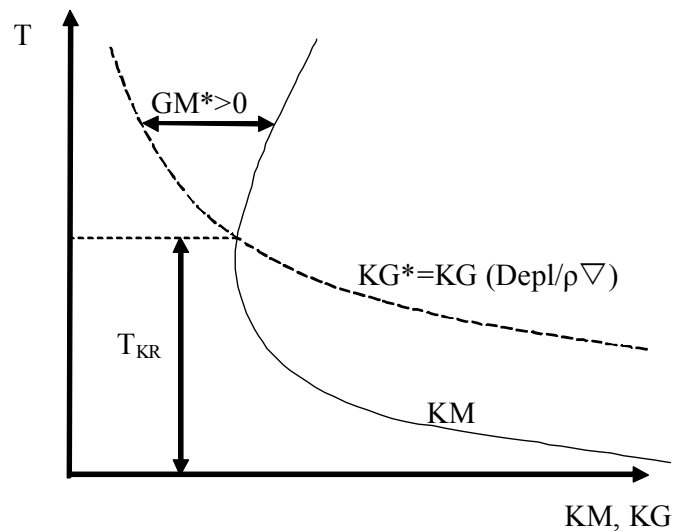
c) Darstellung im Kurvenblatt

Vom Schiff sind folgende Werte bekannt: $Depl.$, KG , tiefgangsabhängige $\nabla_{(T)}$.

Wenn man die Kurve $KG^* = KG_{Solid} \frac{Depl}{\rho \nabla}$ im Kurvenblatt einzeichnet, so ergibt sich der

„kritische Tiefgang“, bei dem das Gleichgewicht labil wird, aus dem Schnittpunkt zwischen der KG^* - Linie und der KM - Linie.

Begründung: Im Schnittpunkt ist $GM^* = KM - KG^* = 0$

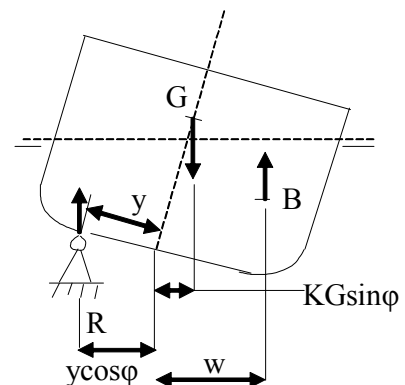


9.2. Krängung bei seitlicher Grundberührung

Gleichgewichtsbedingungen:

$$\sum F_Z = 0 \Rightarrow R + \rho \nabla_E - Depl_0 = 0$$

$\sum M_T = 0 \Rightarrow$ Es wird die Drehung des Schiffes um den Auflagerpunkt betrachtet.



$$R \cdot 0 + \rho \nabla_E (y \cos \varphi + w) - Depl_0 (y \cos \varphi + KG_0 \sin \varphi) = 0$$

$$\rho \nabla_E \frac{w}{\cos(\varphi)} - Depl_0 KG_0 \tan(\varphi) = -\rho \nabla_E \cdot y + Depl \cdot y$$

Bei kleinen Winkeln gilt: $h_z = w - KM \sin \varphi \sim 0 \Rightarrow w = KM \sin \varphi$

$$\Rightarrow y = \frac{\tan \varphi \cdot (\rho \nabla_E KM - Depl_0 \cdot KG)}{Depl_0 - \rho \nabla}$$

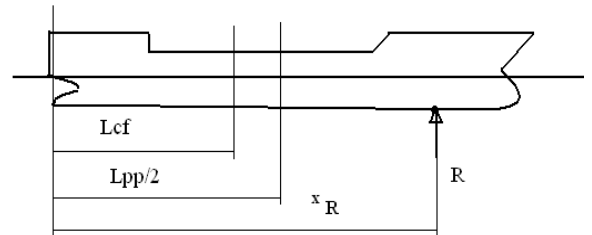
Spezialfall $\varphi = 0 \Rightarrow Depl_0 = \rho \nabla_E$ (Freischwimmen, $R = 0$)

9.3. Trimm bei Grundberührung im Vorschiff

Geg: Tiefgänge T_{HL}, T_{VL} vor und nach Grundberührung, FKB

a) allgemein gilt: $\Delta T = T_{HL} - T_{VL}$

$$T_{Lcf} = \frac{T_{HL} + T_{VL}}{2} + (Lpp/2 - Lcf) \cdot \underbrace{\frac{\Delta T}{Lpp}}_{\tan \varphi}$$



Damit können Trimm, mittlere Tiefgänge und Displacement vor und nach der Grundberührung berechnet werden.

b) Summe der Vertikalkräfte = 0 $\Rightarrow R = Depl_0 - Depl_E$

c) Summe der Längsmomente = 0 (hier werden nur Änderungen betrachtet)

$$dM_{auf} = MCT_E \cdot (\Delta T_E - \Delta T_0)$$

$$dM_{Tr} = R(x_R - Lcf_E)$$

$$\Rightarrow \text{Auflagerpunkt: } x_R = \frac{MCT_E \cdot (\Delta T_E - \Delta T_0)}{Depl_0 - Depl_E} + Lcf_E$$

9.4. Stapellauf allgemein

a) Der Längsablauf (allgemein)

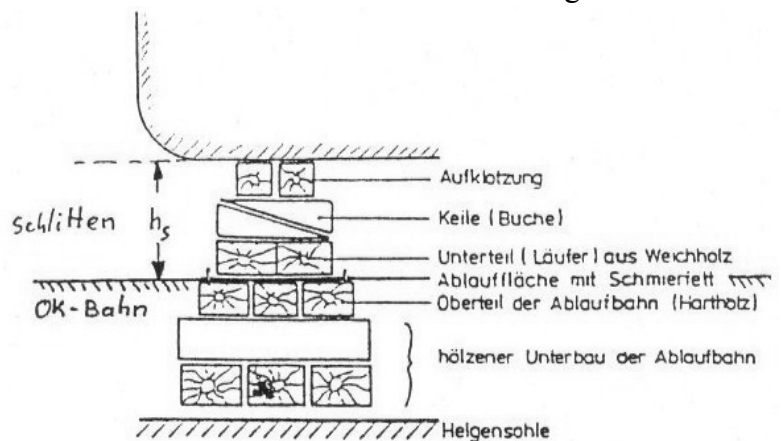
Während der Bauphase ruht das Schiff auf den Pallhölzern. Die Pallhölzer haben ca. 1,5m Höhe über der Helgensohle, so dass man unter ihnen arbeiten kann. Die Bahnneigung liegt bei ca. $2,5^\circ$.

Wenn das Schiff stapellaufbereit ist, beginnt man mit dem Bau von Ablaufbahn und Schlitten (wenige Tage vor Stapellauf, damit das Fett nicht durch das Schiffsgewicht rausgedrückt wird). Üblich sind 2 oder 3 Ablaufbahnen.

Die Ablaufbahnen beginnen am VL und reichen bis tief ins Wasser hinein. Die Schlittenlänge beträgt ca. 80% der Schiffslänge.

Die Übergabe des Schiffsgewichts von den Pallhölzern auf den Schlitten erfolgt entweder durch Eintreiben der Schlittenkeile oder durch hydr. Absenken der Stapel.

Die Schlitten müssen durch kräftige Stopper gesichert werden, um einen vorzeitigen Ablauf zu vermeiden.



Beim Ablauf werden 3 Phasen unterschieden:

1. Phase Vorlauf bis Aufdrehen (das Schiff bleibt parallel zur Bahn)
2. Phase Aufdrehen bis Freischwimmen (nur VKS berührt die Bahn)
3. Phase Freischwimmen bis Stoppen

Gefahren beim Stapellauf

- Das Schiff läuft nicht an (Anfang 1. Phase)
- Das Schiff kippt um HKB (1. Phase)
- Das Schiff dumpft mit dem Bug auf HKB oder Grund (Übergang 2. / 3. Phase)
- Das Schiff kentert (3. Phase)

b) Nomenklatur

Der Bezugspunkt ist VKS (Vorderkante Schlitten)

l_s Schlittenlänge

b_s Schlittenbreite (aller tragenden Bahnen)

h_s Schlittenhöhe (OK Bahn bis Schiffskiel)

l_B Länge der Bahn (Strecke VKSRuhelage-HKB)

Δl_h Abstand zwischen HL und Hinterkante Schlitten

l_{cb} Schwerpunkt des Auftriebs ($\rho \nabla$) ab HL

l_{cg} Schwerpunkt des Gewichts ab HL

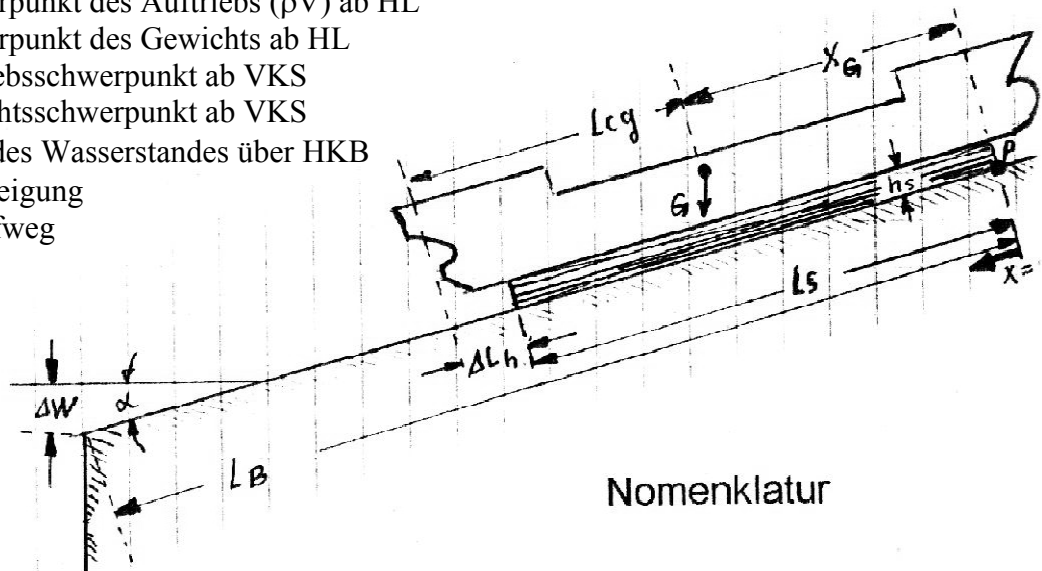
x_B Auftriebsschwerpunkt ab VKS

x_G Gewichtsschwerpunkt ab VKS

Δw Höhe des Wasserstandes über HKB

α Bahnneigung

x Ablaufweg



Nomenklatur

Folgende Größen lassen sich leicht ermitteln:

Abstand zwischen Schwerpunkt und VKS:

$$x_G = l_s + \Delta l_h - l_{cg}$$

$$x_B = l_s + \Delta l_h - l_{cb}$$

9.5. Kräfte- und Momentenbilanz

Auf das Schiff wirken folgende Kräfte:

- Gewichtskraft Depl. [t] mit Angriffspunkt l_{cg}
- Auftrieb $\rho \nabla$ mit Angriffspunkt l_{cb}
- resultierende Schlittenkraft $R(x)$

Daher gilt:

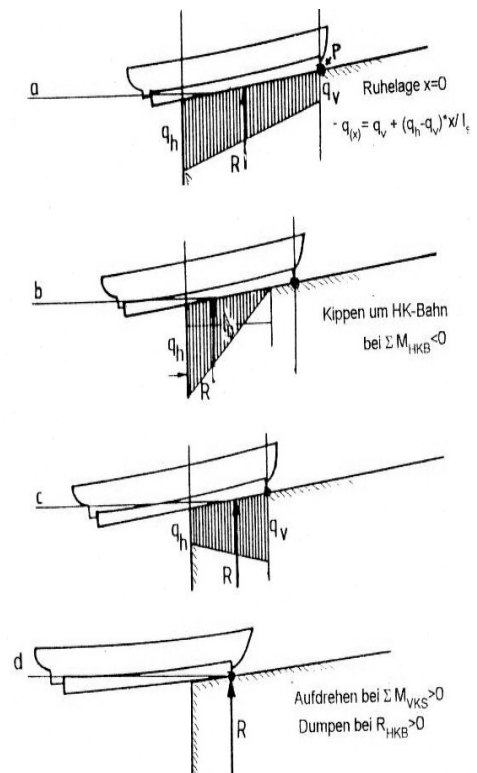
$$\sum F_Z = 0 \Rightarrow \text{Depl.} - \rho \nabla - R = 0$$

$$\sum M_{VKS} = 0 \Rightarrow \text{Depl.} x_G - \rho \nabla x_B - R x_G = 0$$

- Gewicht und Schwerpunkt bleiben während des gesamten Ablaufs konstant
- Auftrieb und Auftriebsschwerpunkt sind bis zum Aufdrehen „mit Zwangstrimm parallel zur Bahn“

zu rechnen ($\tan \alpha = \frac{T_{HL} - T_{VL}}{L_{pp}}$).

Der Tiefgang am HL ergibt sich in Abhängigkeit vom Ablaufweg. $\Rightarrow T_{HL} = f(x_s)$

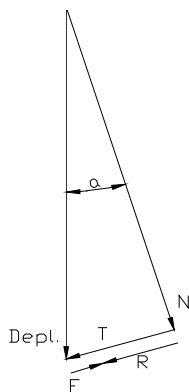


Die resultierende Restkraft R wirkt als trapezförmige Streckenlast, dessen Schwerpunkt zunächst nach hinten wandert (Gefahr Kippen um HK-Bahn) und anschließend durch zunehmenden Auftrieb wieder nach vorne geht. Beim Aufdrehen (Ende Phase 1) bleibt nur noch eine Einzelkraft bei VK-Schlitten übrig.

$$\begin{aligned}
 &\text{Auftrieb in Abhängigkeit vom Ablaufweg} \quad \text{Vol} = \int_0^L A_{\text{Spt}} dx \\
 &q(x) = q_V + \frac{x}{l_s}(q_H - q_V) \quad (\text{Trapez}) ; \quad \text{Probe} \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ x=l_s \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q(x)=q_V \\ q(x)=q_H \end{array} \\
 &R = \int_0^{l_s} q dx = q_V x + \frac{x^2}{2l_s}(q_H - q_V) \Big|_0^{l_s} = \frac{q_H + q_V}{2} l_s = \text{Depl} - \rho \nabla \\
 &M_{VKS} = \int_0^{l_s} R dx = \frac{q_V x^2}{2} + \frac{x^3}{6l_s}(q_H - q_V) \Big|_0^{l_s} = \frac{l_s^2}{6}(2q_V + q_H) = \text{Depl} \cdot x_G - \rho \nabla \cdot x_B
 \end{aligned}
 \quad \Rightarrow q_H, q_V$$

9.6. Berechnung der einzelnen Phasen

a. Anlaufen des Schiffes aus der Ruhelage



Da der Stapellauf zu einem Festtags-Termin presse-wirksam und sicher funktionieren muss, werden hydr. Pressen zur Überwindung der Haftreibung installiert.

Kräftegleichgewicht:

Das Ablaufgewicht „Depl“ hat eine zur Ablaufbahn normale Komponente N und eine tangential Hangkomponente T

Normalkomponente

$$N = \text{Depl} \cdot \cos \alpha$$

Hangkomponente

$$T = \text{Depl} \cdot \sin \alpha$$

Die Reibungskraft ergibt sich aus:

$$F = \mu \cdot N = \mu \cdot \text{Depl} \cdot \cos \alpha$$

Die Hangabtriebskraft R_x parallel zur Bahn ergibt sich aus:

$$R_x = T - F = \text{Depl}(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \stackrel{\alpha < 5^\circ}{\approx} \text{Depl}(\sin \alpha - \mu)$$

Der Haftreibungsbeiwert beträgt ca.

$$\mu_{\text{haft}} \sim 0,04 \Rightarrow \text{Bahnneigung } \alpha \geq 2,4^\circ$$

b. Kippen um HKB

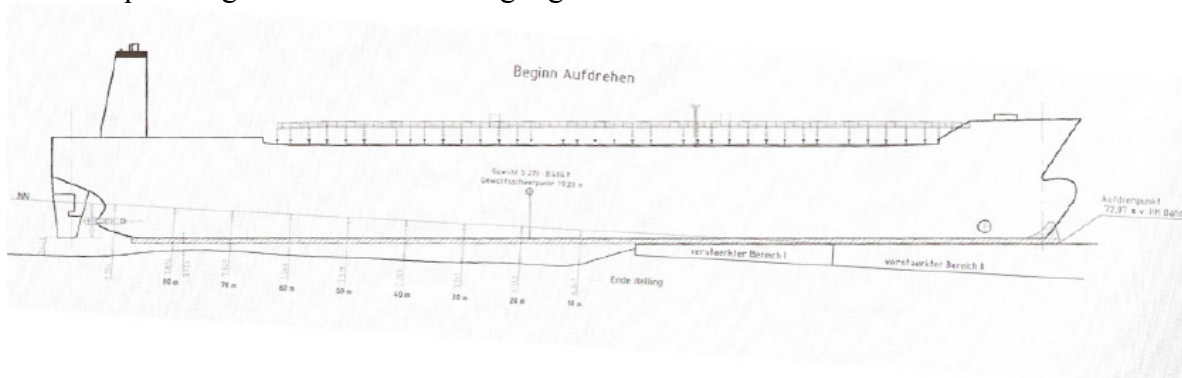
Die Gefahr besteht, wenn das Schiff über HKB hinaus ragt und der Auftrieb noch nicht genügend groß ist. Das Schiff kippt, wenn bei einer Momentenbilanz um HKB das Gewichtsmoment größer als das Auftriebsmoment ist. In diesem Fall wird die Streckenlast zur Punktlast bei HKB.



Kriterium: $\Sigma \text{ Momente}_{\text{HKB}} \leq 0$

$$\Rightarrow \text{Grenzfall} \quad \rho \nabla \cdot \underset{\substack{| \\ x_B - (l_B - x)}}{\bullet}_B - \text{Depl} \cdot \underset{\substack{| \\ x_G - (l_B - x)}}{\bullet}_G \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Kippen}$$

Die Gefahr beim Kippen besteht in einer Verformung des Doppelbodens infolge zu hoher Kantenpressung oder einer Beschädigung von HKB.



c. Aufdrehen

Das Aufdrehen ist ein gewünschter Vorgang, bei dem die Reaktionskraft des Schlittens von der Streckenlast zur Punktlast bei VKS wird.

Kriterium: $\Sigma \text{Moment}_{\text{VKS}} > 0$

$$\Rightarrow \text{Grenzfall} \quad \rho \nabla \cdot \mathbf{x}_B - \text{Depl} \cdot \mathbf{x}_G + R \cdot 0 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Aufdrehen}$$

Die Gefahr beim Aufdrehen besteht in einer Verformung des Bugs infolge zu hoher Kantenpressung. Daher wird meist eine Wiege gebaut, um die Punktlast flächig zu verteilen. Die Wiege muss unter dem VP- Schott oder einem gut ausgesteiften Teil im VS stehen.

Damit ist die 1. Phase abgeschlossen.

d. Dumpen bei HKB

Wenn am Ende der Bahn immer noch eine Restkraft besteht, dann kann der Bug entweder auf HKB oder auf Grund aufschlagen. Dumpen sollte vermieden werden, muss aber nicht immer zu Schäden führen (eventuell ist ja genügend Wassertiefe vorhanden).

Kriterium: Restkraft HKB ≥ 0

$$\Rightarrow \text{Depl} - \rho \nabla \geq 0$$

e. Freischwimmen und Abbremsung

Bei begrenztem Auslauf muss das Schiff abgebremst werden. Hierfür werden mitgeschleifte Betonklötze, Ketten Anker, u. a. verwendet. Die Formänderungsarbeit von festen Trossen darf nicht verwendet werden, da das Schiff anschließend wieder in Vorausrichtung beschleunigt wird.
GM>0 prüfen!

f. Abhilfemaßnahmen bei Gefahr für Kippen / Dumpen

- höherer Wasserstand
- andere Gewichtsverteilung (z.B. Ballast, Weglassen des Aufbau)

9.7. Das Ablauf – Schaubild , Alternativen

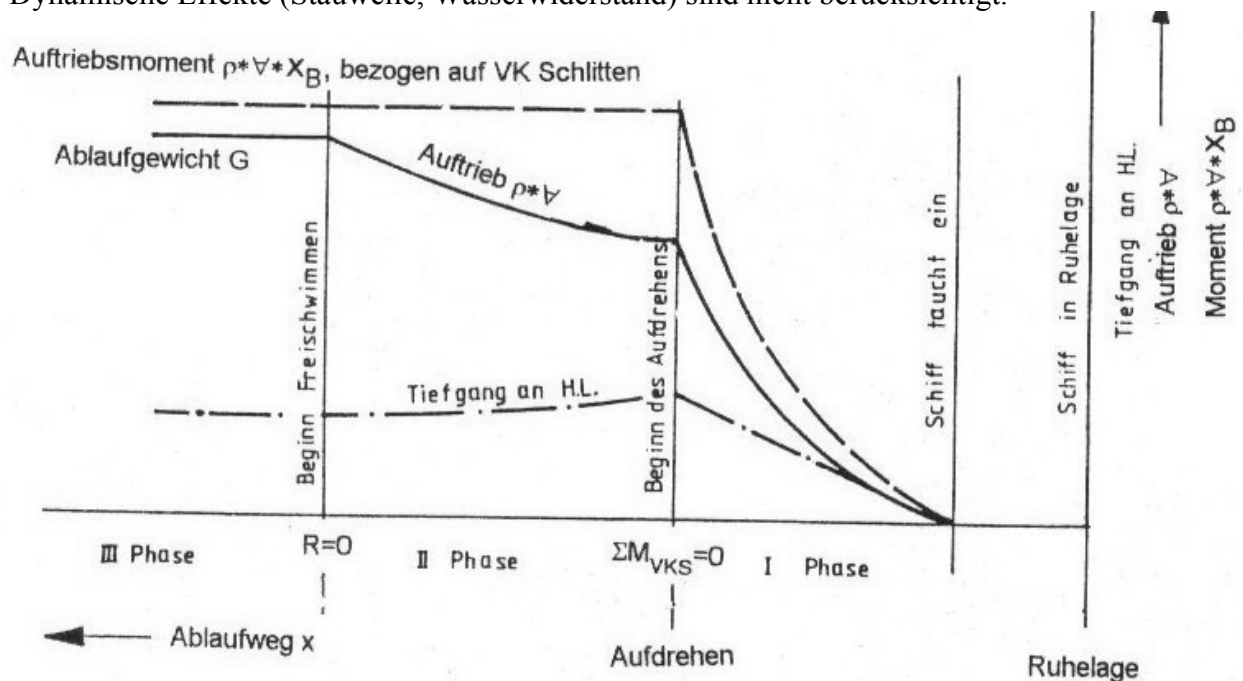
Das Ablauf-Schaubild

In einem Ablauf – Schaubild werden der Tiefgang H_L , der Auftrieb und das Auftriebsmoment $M_{VKS} (\rho \nabla \cdot x_B)$ dargestellt. Die Berechnung erfolgt durch spezielle EDV – Programme. Das Ablaufschaubild wird durch die Wassertiefe (Δw), das Ablaufgewicht und den Gewichtsschwerpunkt beeinflusst (Iterationsparameter).

Kippen um HKB führt zu sprunghaften Veränderungen von Tiefgang und Auftrieb in der 1. Phase (Ruhe => Aufdrehen)

Dumpen führt zu einer sprunghaften Änderung von Tiefgang und Auftrieb in der 2. Phase. (Aufdrehen => Freischwimmen)

Dynamische Effekte (Stauwelle, Wasserwiderstand) sind nicht berücksichtigt.



Alternativen

Querstapellauf

wird meist bei Flusswerften durchgeführt.

Vorteile:

- kurze Auslaufstrecke
- keine Längsfestigkeitsbelastung
(Beim normalen Stapellauf ist die Längsfestigkeitsbelastung die größte Belastung während der Lebensdauer)
- keine Schräge beim Bau

Nachteile:

- hohe Stabilitätsbeanspruchung. Daher sind folgende Größen abzuschätzen oder durch Modellversuche zu ermitteln
 - Tiefgangsvergrößerung durch Sturz und Neigung und die damit verbundene Gefahr der Grundberührung
 - Rückdrehen und die damit verbundene Gefahr des Anschlagens an die Hellingwand

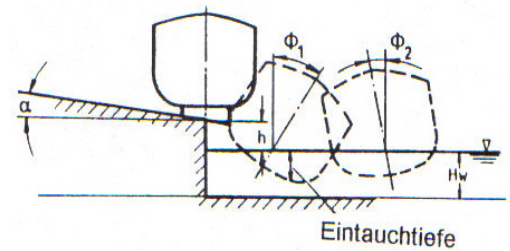
Baudocks

- kein Stapellauf – Risiko
- ebene Baufläche (Lot)
 - ⇒ immer mehr Werften stellen auf Baudocks um!

Slip

Helling mit kontrolliertem Ablauf, auf der auch Schiffe hochgezogen werden können. Wegen hoher Investition nur für kleinere Schiffe im Reparaturbereich.

Synchrolift



Querablauf - Prinzipskizze



10. Leckstabilität

10.1. Ziel der Leckrechnung

Leckstabilität ist zu einem Schlüsselwort für die Sicherheit eines Schiffes geworden.

In jüngerer Zeit wurden nach spektakulären Unglücken zahlreiche Verschärfung der Leckstabilitätsvorschriften durchgesetzt (z.B. Exxon Valdez $\Rightarrow$ „langes Bodenleck - 60%L“ oder „Vinca Gorthon, Jan Heweliusz, Estonia“ $\Rightarrow$ Leckvorschriften für Trockenfrachter SURCAP“ und Solas 2009).

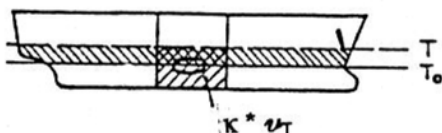
Leckstabilitätsvorschriften sollen ein ausreichend hohes und einheitliches Sicherheitsniveau festschreiben. Der Nachweis der Leckstabilität erfolgt in 2 Stufen:

- In der 1. Stufe werden einzelne Räume oder Raumgruppen verletzt und die Schwimmelage des lecken Schiffes berechnet. Das lecke Schiff ist zwei Gefahren ausgesetzt: Dem Sinken und dem Kentern. Es wird also geprüft, welche Räume verletzt werden dürfen, ohne dass das Schiff sinkt oder kentert.
- In der 2. Stufe wird aus den überstandenen Einzelverletzungen auf das „globale Sicherheitsniveau“ eines Schiffes geschlossen. Dies kann z.B. ein 2 – Abt. Status sein oder ein Prozentsatz aller Verletzungen, die das Schiff überlebt („Unterteilungsindex“).

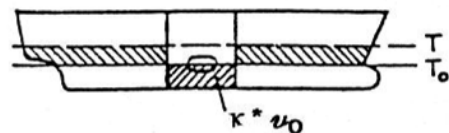
Die Leckrechnung erfordert einen erheblichen Rechenaufwand, viel mehr als die Intakstabilität. Hierfür gibt es 3 Gründe:

1. zu einem Intaktfall gehören ein Vielzahl von Leckfällen
2. Die Leckschwimmlage wird durch systematisches Probieren, also iterativ, festgestellt.
3. Bei nicht ausreichendem „globalen Sicherheitsniveau“ muss entweder die wasserdichte Unterteilung oder GM_0 verbessert werden. Zahlreiche Varianten müssen untersucht werden, Leckstabilität wird damit zu einem Optimierungsproblem.

Methoden der Leckrechnung



Hinzu kommendes Gewicht



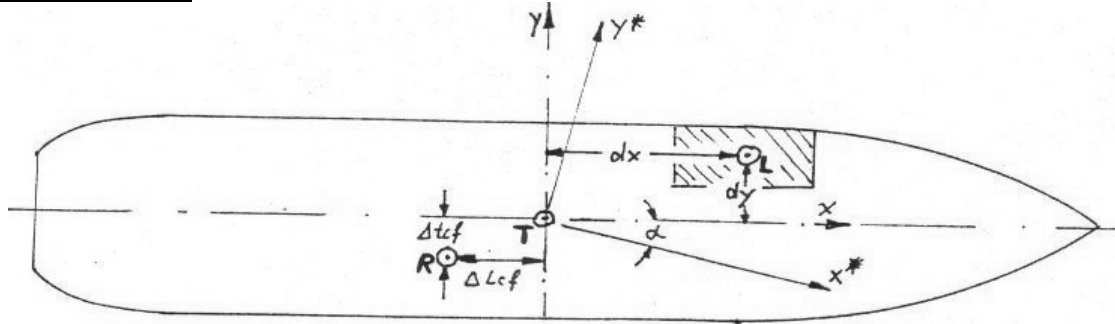
Wegfallender Auftrieb

Die Schiffsmasse ändert sich, die Schiffsform bleibt konstant (Ganzkörper).	Die Schiffsmasse bleibt konstant, die Schiffsform ändert sich. (Restkörper)
Das eindringende Leckwasser wird als zusätzliches Gewicht betrachtet.	Wird ein Raum verletzt, so verliert das Schiff vom Gesamtauftrieb ∇_0 den Anteil $\kappa_v \cdot \nabla_0$. Der verletzte Raum wird also von der Schiffsform abgezogen.
Dieses zusätzliche Gewicht bewirkt eine Änderung der Schwimmelage ($\Delta T, \psi, \phi$) und einen Stabilitätsabbau durch freie Oberflächen. Es dringt soviel Wasser ein, bis der Innenwasserspiegel gleich dem Außenwasserspiegel ist.	Damit Gewicht und Auftrieb wieder im Gleichgewicht sind, muss der weggefallene Auftrieb durch die Tiefertauchung des Restkörpers ausgeglichen werden.
$\kappa_v \cdot \nabla_T = A_{WL} \cdot dT = (WL - \text{Gesamtscheibe})$	$\kappa_v \cdot \nabla_0 = (A_{WL} - a) dT \quad (WL - \text{Restscheibe})$

Bei beiden Methoden gelten folgende Voraussetzungen:

- Glattwasser und statisches Gleichgewicht
- kein Auslaufen der Ladung (auslaufende Ladung muss als Vorwegabzug beim Intakt – Stabilitätsfall berücksichtigt werden)

10.2. Nomenklatur



Index „0“	bezieht sich auf den Ganzkörper im Intaktzustand
„T“	bezieht sich auf den Ganzkörper im Leckzustand
„R“	bezieht sich auf den Restkörper im Leckzustand
A_T, A_R, a	Wasserlinienfläche des Ganzkörpers / Restkörpers / Leckraumes
$\odot_T, \odot_R, \odot_L$	Wasserlinien- $\odot$ des Ganzkörpers / Restkörpers / Leckraumes
dx, dy	Abstand zwischen WL- $\odot_L$ (Leckraum) und $\odot_T$ (Ganzkörper)
$\Delta l_{cf}, \Delta t_{cf}$	Abstand zwischen WL- $\odot_R$ (Restkörper) und $\odot_T$ (Ganzkörper)

- Kleine Buchstaben beziehen sich auf den Leckraum, große auf das Schiff
- κ_V = Volumenflutbarkeit = prozentualer Anteil des Raumvolumens, der mit Wasser gefüllt werden kann. (Solas II-1, R.1 2.7 $\kappa_{Cargo} = 0,6 / \kappa_{M.R.} = 0,85$)
- κ_F = Flächenflutbarkeit = Wasserfläche / Raumfläche (Solas II-1, R.8)

10.3. Leckstabilität für ein Schiff mit symmetrischer Verletzung (ohne Krängung)

A. Nach der Methode „hinzukommendes Gewicht“ (Ganzkörper)

1.Schritt: Berechnung der Endschwimmlage aus den Gleichgewichtsbedingungen

Zunächst wird die Flutbarkeit berücksichtigt:

$$\bar{v}_T = \kappa_v \cdot v_T \quad \bar{a}_T = \kappa_F \cdot a_T \quad \bar{i}_T = \kappa_F \cdot i_t$$

$$\sum F_Z = 0 \quad \Rightarrow \rho \nabla_T - (Depl_0 + \rho \bar{v}_T) = 0$$

$$\sum M_L = 0 \quad \Rightarrow \rho \nabla_T \cdot lcb_T - (Depl_0 \cdot lcg_0 + \rho \bar{v}_T \cdot x_L) = 0$$

Ferner besteht ein Zusammenhang zwischen der Schwimmlage und dem eindringendem Leckwasser $v_T = f(T, \psi)$, $x_L = f(T, \Psi)$ aus Tanktabellen

Damit haben wir ein System aus 4 Gleichungen mit 4 Unbekannten, nämlich:

- der Verdrängung ∇_T
- dem vertrimmten Auftriebs- $\odot$ lcb_T
- der Leckwassermenge $\bar{v}_T$
- dem Längen- $\odot$ des Leckwassers x_L

Die Lösung wird durch Iteration gefunden. Man gibt mehrere Schwimmlinien (T, ψ) vor und prüft, bei welcher Wasserlinie alle 4 Gleichungen erfüllt werden.

2.Schritt: Untersuchung der metazentrischen Höhe in der Leckschwimmlage.

Die metazentrische Höhe GM_T des Ganzkörpers ergibt sich aus folgenden Anteilen:

$$GM_T = KB_T + BM_T - KG_T - GG'_T$$

$\frac{\bar{i}_T}{\nabla_T}$

$KG_T = \frac{Depl_0 \cdot KG_0 + \rho \cdot \bar{v}_T \cdot z_T}{\rho \nabla_T}$

$BM_T = \frac{I_{TT}}{\nabla_T} \Rightarrow \text{aus FKB (Trimm vernachlässigt)}$

$\text{aus FKB (näherungsweise)}$

Durch Ausklammern von $1/\nabla_T$ ergibt sich:

$$GM_T = \frac{1}{\nabla_T} \left(\nabla_T \cdot KB_T + I_{TT} - \frac{Depl_0}{\rho} KG_0 - \bar{v}_T z_T - \bar{i}_T \right)$$

B. Methode „wegfallender Auftrieb“ (Restkörper)

1.Schritt: Berechnung der Endschwimmlage

$$\sum F_Z = 0 \Rightarrow \rho \nabla_R - Depl_0 = \rho (\nabla_T - \bar{v}_T) - Depl_0 = 0$$

$$\sum M_L = 0 \Rightarrow \rho (\nabla_T \cdot lcb_T - \bar{v}_T \cdot x_T) - Depl_0 \cdot lcg_0 = 0$$

Diese Gleichungen sind identisch mit den Gleichungen 1) und 2). Die Lösung erhält man wieder durch systematisches Probieren verschiedener Wasserlinie (T, ψ) .

2.Schritt: Untersuchung der metazentrischen Höhe

Die metazentrische Höhe GM_R des Restkörpers ergibt sich aus folgenden Anteilen:

$$GM_R = KB_R + BM_R - KG_R - GG'_R$$

$\frac{I_R}{\nabla_R} = \frac{I_{TT} - \bar{i}_T}{\nabla_0}$

$\text{mit } \nabla_R = \nabla_0$

0, da keine freie Oberfläche des Leckraums
 $= KG_0$
 $= \frac{\nabla_T \cdot KB_T - \bar{v}_T \cdot z_T}{\nabla_0}$

Nach dem Ausklammern von $1/\nabla_0$ ergibt sich:

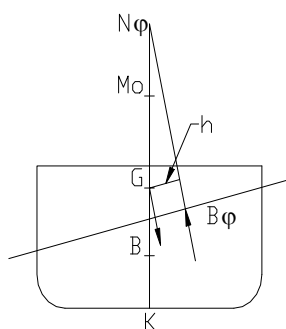
$$GM_R = \frac{1}{\nabla_0} (\nabla_T \cdot KB_T - \bar{v}_T \cdot z_T + I_{TT} - \bar{i}_T - \nabla_0 KG_0 - 0)$$

10.4. Stabilitätsvergleich

Aus den Formeln zur metazentrischen Höhe lässt sich folgendes Fazit ziehen, weil die beiden Klammerausdrücke gleich sind:

$$GM_R \cdot \nabla_0 = GM_T \cdot \nabla_T$$

Dies hätte man aus anschaulicher Betrachtung erwarten können:



Das aufrichtende Stabilitätsmoment eines Schiffes ist:

- Allgemein

$$M_{ST} = \rho \nabla (GM_0 \sin \varphi + h_Z)$$

- bei wegfallendem Auftrieb

$$M_R = \rho \nabla_R (GM_R \sin \varphi + h_{ZR})$$

- bei hinzukommenden Gewicht:

$$M_T = \rho \nabla_T (GM_T \sin \varphi + h_{ZT})$$

Das aufrichtende Moment muss bei beiden Methoden gleich sein, denn wenn das Schiff durch ein äußeres Moment belastet wird, stellt sich – unabhängig von der Rechenmethode – ein eindeutiger Krängungswinkel „ φ “ ein.

Dies gilt auch für kleine Winkel, ($\varphi \rightarrow 0 \Rightarrow h_Z \rightarrow 0$). Ferner ist $\nabla_R = \nabla_0$.

$$\Rightarrow \rho \nabla_R \cdot GM_R \cdot \sin \varphi = \rho \nabla_T \cdot GM_T \cdot \sin \varphi \quad \text{q.e.d.}$$

Die metazentrischen Höhen sind unterschiedlich, das aufrichtende Stabilitätsmoment als Produkt aus $GM \cdot \nabla \cdot \sin \varphi$ ist gleich.

Der Vorteil der Methode „wegfallender Auftrieb“ liegt darin, dass die Verdrängung des intakten und des lecken Schiffes gleich bleibt. Dadurch werden nicht nur die Stabilitätsmomente, sondern auch die metazentrischen Höhen „intakt“ und „leck“ vergleichbar:

$$\underbrace{GM_0}_{\text{intakt}} = \underbrace{GM_R}_{\text{leck}} + \underbrace{\Delta GM}_{\text{Verlust}}$$

bei der Methode „wegfallender Auftrieb“

GM_R ist das Mindest – GM im Leckfall laut Vorschrift (z.B. 0,05m bei Fahrgast und B-60-Schiffen). ΔGM ist der Stabilitätsverlust durch die Verletzung.

Es lässt sich zeigen, dass ΔGM ohne Kenntnis des Gewichts- $\odot$ „KG“ berechenbar ist:

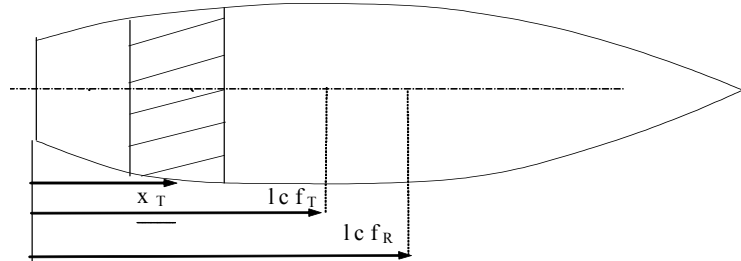
$$\Delta GM = GM_0 - GM_R = \frac{1}{\nabla_0} \left(KM_0 \nabla_0 - \cancel{KG_0 \nabla_0} - \nabla_T KB_T + \bar{v}_T z_T - I_{TT} + \bar{i}_T + \cancel{KG_0 \nabla_0} \right)$$

Ergebnis: Bei der Methode „wegfallender Auftrieb“ kann das Mindest- GM_0 des intakten Schiffes von der Werft vorausberechnet werden, ohne dass die Lage des Gewichtsschwerpunktes „KG“ bekannt ist.

10.5. Schwimmlage bei einer Verletzung mit Vertrimmung (ohne Krängung, w. A.)

Geg.: FKB, Raumberechnungen, Δ_0 , K_{G0} , $l_{cg0}=l_{cb}$ (gleichlastige Intakt-Schwimmlage)
 Näherungen: senkrechte Wände im Bereich der Tiefertauchung (A_{WL} , I_L , $l_{cf} = \text{const.}$)

Ges.: T_{HL} , T_{VL} , GM_R



1.Schritt: Bestimmung der „Leckraumgrößen“ bis zum Intakt-Tiefgang T_0 .

$$\bar{v}_0 = \kappa_V v_0, \quad x_L, z_L \quad \bar{a} = \kappa_F a, \quad \bar{i}_L = \kappa_F i_L \quad \bar{i}_T = \kappa_F \cdot i_T$$

2.Schritt: Berechnung des Endtiefgangs

Der wegfallende Auftrieb wird durch eine WL -Restscheibe ersetzt.

$$\bar{v}_0 = A_R \cdot dT \quad \text{mit} \quad A_R = A_T - \bar{a} \Rightarrow dT = \frac{\bar{v}_0}{A_T - \bar{a}}$$

$$\Rightarrow \text{Endtiefgang: } T = T_0 + \frac{\bar{v}_0}{A_T - \bar{a}}$$

3.Schritt: Momentenbilanz um den Drehpunkt l_{cf_R} zur Ermittlung des Trimmings

Das trimmende Moment ergibt sich aus dem „wegfallenden Auftrieb“ vom Leckraum.

$$M_{Tr} = \rho \cdot \bar{v}_0 (l_{cf_R} - x_L) \cdot \cos \Psi$$

Zum Vorzeichen: Verletzung im Heck führt zu hecklastigem Trimm:

$$x_L < l_{cf_R} \Rightarrow M_{TR} > 0$$

Das aufrichtende Moment des Restkörpers beträgt:

$$M_{aufr} = \rho \nabla_R \cdot GM_{LR} \cdot \sin \psi \quad \text{mit} \quad \begin{matrix} GM_{LR} = BM_{LR} \\ BM_{LR} = \frac{I_{LR}}{\nabla_R} \end{matrix} \quad \rho \cdot I_{LR} \cdot \sin \psi$$

Der Trimmwinkel ergibt sich aus dem Gleichgewicht $M_{TR} = M_{aufr}$

$$\Rightarrow \tan \psi = \frac{\bar{v}_0}{I_{LR}} (l_{cf_R} - x_L)$$

4. Schritt: Berechnung des WL- $\odot$ und des Längenträgheitsmoments der Restfläche

$$A_R = A_T - \bar{a} \Rightarrow A_R \cdot lcf_R = A_T \cdot lcf_T - \bar{a} \cdot x_T$$

$$\Rightarrow lcf_R = \frac{A_T \cdot lcf_T - \bar{a} \cdot x_T}{A_T - \bar{a}}$$

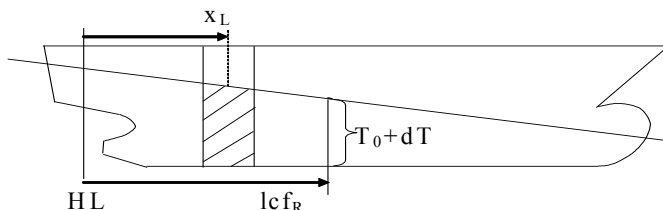
Eigentragheitsmoment der Restfläche um ihren WL – Schwerpunkt lcf_R

$$I_{LR} = \underbrace{I_{LT} + A_T (lcf_R - lcf_T)^2}_{\text{Intakfläche bezogen auf } lcf_R} - \underbrace{\left\{ \bar{i}_L + \bar{a} (lcf_R - x_T)^2 \right\}}_{\text{Leckfläche bezogen auf } lcf_R}$$

mit $I_{LT} = \frac{MCT \cdot Lpp}{\rho}$ und lcf_T und A_T aus FKB

Da „ lcf_R “ und „ I_{LR} “ jetzt bekannt sind, ist der Trimmwinkel ψ berechenbar.

5. Schritt: Berechnung der Leck-Tiefgänge



$T = T_0 + dT$ am Schwerpunkt der Rest –WL „ lcf_R “ der WL-Restfläche

$T(x) = T_0 + dT + (lcf_R - x) \cdot \tan \psi$ mit $x=0$ am HL bzw. $x=Lpp$ am VL

6. Schritt: Berechnung der Stabilität (Methode w. A.)

$$GM_R = \frac{1}{\nabla_0} \cdot \left(\nabla_T \cdot KB_T + I_{T_T} - \nabla_0 \cdot KG_0 - \bar{v}_T z_T - \bar{i}_T \right)$$

mit $I_{T_T} = (KM_T - KB_T) \nabla_T$ aus FKB und $\bar{v}_T, z_T, \bar{i}_T$ aus Raumbtabelle

10.6. Schwimmelage bei einer Verletzung mit Krängung (ohne Vertrimmung, h.G.)

Geg: FKB, Tank- und Raumbtabelle, $Depl_0$, $lcb_0 = lcb_0$, KG_0

Näherungen: Senkrechte Wände im Bereich der Tiefertauchung (A_{WL} , I_L , $lcf = \text{const.}$)

Ges: T_{Leck} , ϕ , GM_T

1. Schritt: Berechnung der Leckraumgröße:

$$\bar{v}_0 = \kappa_v \cdot v_0, \quad \bar{a}_0 = \kappa_F \cdot a_0, \quad \bar{i}_T = \kappa_F \cdot i_T$$

2. Schritt: Berechnung der parallelen Tiefertauchung:

$$\left. \begin{aligned} Depl_T &= Depl_0 + \rho \cdot \bar{v}_T = Depl_0 + \rho \cdot (\bar{v}_0 + \bar{a} \cdot dT) \\ Depl_T &= Depl_0 + \rho \cdot A \cdot dT \end{aligned} \right\} \Rightarrow dT = \frac{\bar{v}_0}{A_{WL} - a}$$

$$T = T_0 + dT = _ \rightarrow z_T, dy \text{ aus Tabelle}$$

3. Schritt: Bestimmung der Metazentr. Höhe des Ganzkörpers im Leckzustand (h.G.)

$$GM_T = \frac{1}{\nabla_T} \left[\nabla_T \cdot KB_T + I_{T_T} - \frac{Depl_0}{\rho} \cdot KG_0 - \bar{v}_T \cdot z_T - (\bar{i}_{T_{eigen}} + a \cdot dy^2) \right]$$

Hinweis:

- 1) KB_T an FKB
- 2) $I_{T_T} = \nabla_T \cdot (KM_T - KB_T)$

3) freie Flutung $\rightarrow \bar{i}_T = \bar{i}_{T_{eigen}} + \bar{a} \cdot dy^2$. Folgende Begründung für den Steiner-Anteil:

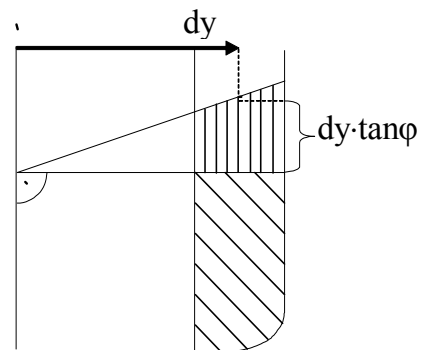
$$\nabla_T \cdot GG_T' = \bar{v}_T \cdot bm_T = \frac{\bar{v}_T \cdot \bar{i}_T}{\bar{v}_T} = i_{eigen} + a \cdot dy^2 \quad \Rightarrow GG_T' = \frac{i_{eigen} + \bar{a} \cdot dy^2}{\nabla_T}$$

4. Schritt: Ermittlung des Krängungswinkels

$$\overline{M}_{Auf} = \rho \nabla_T \cdot (GM_T \sin \varphi + h_{z_T})$$

$$\overline{M}_{Kr} = \rho \cdot \bar{v}_T \cdot dy \cdot \cos \varphi$$

$$\text{bei } \varphi < 5^\circ \Rightarrow h_{z_T} = 0 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{\bar{v}_T \cdot dy}{\nabla_T \cdot GM_T}$$



$$\text{bei } \varphi < 10^\circ \Rightarrow h_{z_T} = \frac{BM_T}{2} + \tan^2 \varphi \sin \varphi \rightarrow \text{iterative Lösung}$$

$$\text{bei } \varphi > 10^\circ \Rightarrow h_{z_T} = w_T - KM_T \sin \varphi$$

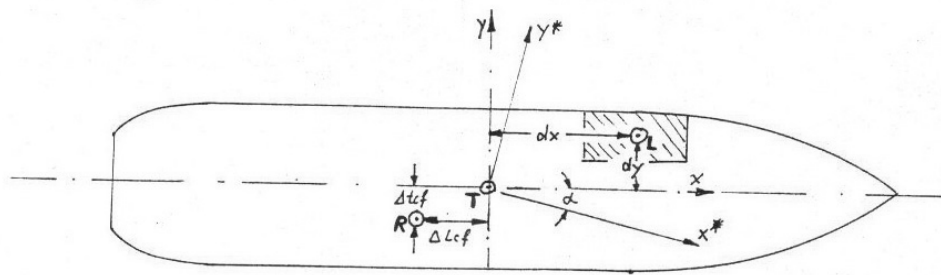
5. Schritt: Iteratives Nacharbeiten

$$\bar{v}_{T_{neu}} = \bar{v}_{T_{alt}} + \bar{a} \cdot dy \cdot \tan \varphi \Rightarrow dT_{neu} = \frac{\bar{v}_{T_{neu}}}{A_T - \bar{a}} \Rightarrow T_{neu} = T + dT_{neu}$$

$$\Rightarrow z_T, dy \text{ aus Tabelle} \Rightarrow Depl_{T_{neu}} = Depl_0 + \rho \cdot v_{T_{neu}} \Rightarrow \text{Schritt 3}$$

10.7. Stabilität bei unsym. Verletzung mit Achsendrehung

(Tiefgang ↑, Krängung ⇄, Trimm ⇄, Methode w. A.)



Drehung der Trägheitsachsen bei unsymmetrischer Verletzung

Bei unsymmetrischer Flutung dreht das Schiff nicht mehr um die Symmetrieebene.

- Der Schwerpunkt der WL – Fläche des Restkörpers „ Θ_R “ wandert aus der Symmetrieebene des Schiffes aus.
- Ferner kommt es zu einer Verdrehung der neuen Haupt – Trägheitsachsen x^* und y^* . Die Drehung ist umso größer, je weiter der unsymmetrische Leckraum vom Hauptspant des Schiffes entfernt liegt.

Die Berechnung der metazentrischen Höhe GM_R geschieht nach folgenden Gleichungen:

$$GM_R = KB_R + BM_R - \overline{KG'_R} = 0, \text{ da keine freie Oberfläche des Leckraums}$$

$$\overline{KG'_R} = \overline{KG_0} = \frac{I_{R \min}}{\nabla_0}$$

$$= \frac{\nabla_T \cdot KB_T - \bar{v}_T \cdot z_L}{\nabla_0}$$

In den o. g. genannten Gleichungen ist $I_{R \min}$ unbekannt und wird in 4 Schritten berechnet:

1.Schritt: Berechnung der WL – Restfläche und des WL – Schwerpunktes.

(Momentenbilanz um Θ_T)

$$A_R = A_T - \bar{a}$$

$$\Rightarrow A_R \cdot \Delta lcf = A_T \cdot 0 - \bar{a} \cdot dx \Rightarrow \Delta lcf = \left| \frac{-\bar{a} \cdot dx}{A_R} \right|$$

$$\Rightarrow A_R \cdot \Delta tcf = A_T \cdot 0 - \bar{a} \cdot dy \Rightarrow \Delta tcf = \left| \frac{-\bar{a} \cdot dy}{A_R} \right|$$

2.Schritt: Berechnung der Trägheitsmomente der Ganzfläche um ihren Schwerpunkt Θ_T

$$I_{LT} = \int x^2 dA = \frac{L_{pp} \cdot MCT}{\rho} \quad \text{oder aus FKB entnehmen.} \quad (\text{dreht um } \Theta_T)$$

$$I_{TT} = \int y^2 dA = (KM_T - KB_T) \cdot \nabla_T \quad \text{oder aus FKB entnehmen.}$$

$$I_{ZT} = \int x \cdot y dA = 0 \Rightarrow \text{symmetrisch}$$

3.Schritt: Berechnung der Trägheitsmomente der Restfläche, bezogen auf $\odot_R$

$$I_{L R} = I_{L T} + A_T \cdot \Delta l c f^2 - \left[\bar{i}_L + \bar{a} \cdot (dx + \Delta l c f) \right]^2$$

$$I_{T R} = I_{T T} + A_T \cdot \Delta t c f^2 - \left[\bar{i}_T + \bar{a} \cdot (dy + \Delta t c f) \right]^2$$

$$I_{Z R} = I_{Z T} + A_T \cdot \Delta l c f \cdot \Delta t c f - \left[\bar{i}_Z + \bar{a} \cdot (dx + \Delta l c f) \cdot (dy + \Delta t c f) \right]$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Eigenträgheitsmoment der Ganzfläche = 0 bezüglich x, y - Achse}} = 0$, wenn die Trägheitsachsen der Leckfläche parallel zu den x, y - Achsen liegen

4.Schritt: Berechnung des Eigenträgheitsmomentes mit gedrehten Achsen

Für das Eigenträgheitsmoment der Restfläche um den Schwerpunkt $\odot_R$ gilt allgemein:

$$I_{R \min} = \frac{I_{T R} + I_{L R}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{L R} - I_{T R}}{2} \right)^2 + I_{Z R}^2}$$

Dabei ist die Achse um den Winkel „ α “ gedreht, der sich ergibt aus:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot I_{Z R}}{I_{L R} - I_{T R}}$$

1. Diese Formel wird nur bei Verletzungen benötigt, bei denen das Schiff erheblich krängt und vertrimmt. Wenn nur eine Krängung eintritt, bleiben die Hauptträgheitsachsen parallel zu MS bzw. Hauptspant.

$$\Rightarrow I_{Z R} \sim 0 \Rightarrow I_{\min} = \frac{I_{L R} + I_{T R}}{2} - \left| \frac{I_{L R} - I_{T R}}{2} \right| = I_{T R}$$

Bei Schiffen mit $L \gg B$ ist die Drehung der Hauptträgheitsachse meist nur gering. Anders verhält es sich bei Bohrinseln, deren Schwimmfläche sich nach Flutung einer Säule meist so stark verändert, dass die neuen Trägheitsachsen eine völlig andere Richtung aufweisen.

2. Grundsätzlich gilt, dass man ohne Berücksichtigung der Achsendrehung für das beschädigte Schiff eine zu hohe metazentrische Höhe erhält, so dass eine größere Reststabilität vorgetäuscht wird, als jeweils vorhanden ist.

11. Deterministische Leckstabilität, Schottenrechnung

11.1. Vorschriften und Forderungen

Es gibt folgende Vorschriften über Leckstabilität:

- SOLAS – Vorschrift (Fahrgastschiffe, Frachtschiffe >80m)
- *Codes* für Gastanker (IGC), Chemikaliertanker (IBC), Bohrinseln (MODU)
- Marpol – Vorschrift (Öltanker)
- IMO – Resolutionen, z.B.
 - A265: Fahrgastschiff – Äquivalent
 - A469: Versorger
 - A534: Spezialschiffe
- Freibord – Vorschrift (A-, B-60-, B-100-Schiffe)
- Stabilitätsvorschriften der Marine (BV1033)

Beim deterministischen Prinzip wird vorgegeben

- die Leckgröße ($1/3L^{2/3}$, B/5, B/15 bei Bodenverletzung)
- die Trefferstelle (z.B. 1-2 Abteilungsstatus mit/ ohne MR)
- Überlebens – Forderungen (Restfreibord, Rest – GM, Krängungswinkel, ...)

Die deterministischen Verletzungen müssen an jeder beliebigen Stelle des Schiffes ertragbar sein. Der Nachteil ist, dass die Verletzungen sich nicht immer an vorgegebene Leckgrößen halten. Außerdem werden Längsschotte und Zwischendecks nicht physikalisch angemessen bewertet.

11.2. Schottenrechnung für Fahrgastschiffe (flutbare Länge, Abt.-Faktor)

Einziges Beispiel ist SOLAS Kap.II-1 für Fahrgastschiffe. (Part B)

1. Schritt: Tauchgrenzlinie

Für das Schiff wird eine Tauchgrenzlinie festgelegt, die im Leckfall nicht überschritten werden darf (76mm unter dem Schottendeck)

2. Schritt: Ermittlung der flutbaren Länge $a(x)$

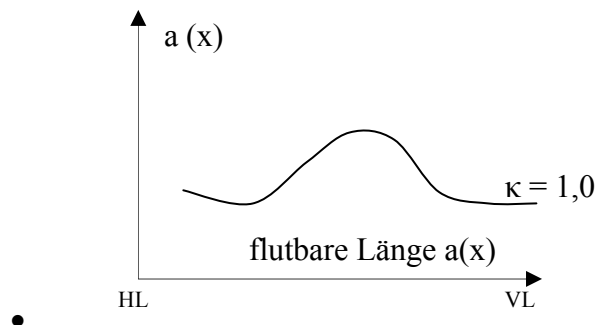
Definition: Die „flutbare Länge“ ist derjenige Schottabstand, bei dem das Schiff nach einer einfachen Raumverletzung bis zur Tauchgrenzlinie abtaucht.

Im Gegensatz zur normalen Leckstabilität setzt man die Schwimmlage im Leckfall fest und sucht die zugehörige Leckraumgröße. Dabei gilt:

- Die Grenzschwimmlage ist die Lage, bei der die Schwimmwasserlinie die Tauchgrenzlinie berührt.
- Die x – Position eines „verletzbaren Raumes“ soll bis zu seiner Raummitte zählen. Der Abstand der Querschotte wird solange vergrößert, bis die Schwimmlage im Leckfall die Tauchgrenzlinie tangiert.
- Dieser Querschottabstand wird „flutbare Länge $a(x)$ “ genannt.

Die flutbare Länge $a(x)$ wird stichprobenweise (7 Stellen) für verschiedene x - Positionen (= Raummittle) gerechnet und als Kurve über die Schiffslänge aufgetragen. Dabei müssen Volumen und Momentenbedingung erfüllt sein.

$$\left. \begin{aligned} \nabla_T &= \nabla_0 + \kappa v_T \\ \nabla_T \cdot lcb_T &= \nabla_0 \cdot lcb_0 + \kappa v_T \cdot x_L \end{aligned} \right\} \text{Endtiefgang } T, \text{ Trimmwinkel } \Psi$$



3. Schritt Der „zulässige Schottabstand“

Definition: Der „zulässige Schottabstand“ ist derjenige Schottabstand, der sich als Produkt aus „flutbarer Länge · Abteilungsfaktor“ ergibt.

Durch die Einführung des Abteilungsfaktors wird erreicht, dass der „zulässige Schottabstand“ nur ein Bruchteil der flutbaren Länge sein darf.

$$\text{Zul. Schottabstand}_{\max} = F \cdot a(x)$$

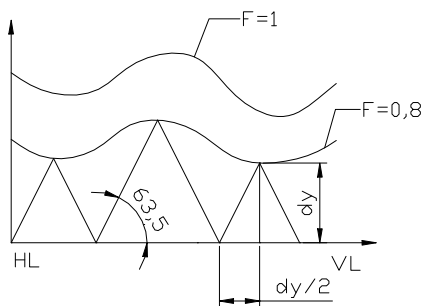
Der Faktor „F“ wird umso kleiner,

- je größer ein Fahrgastschiff ist
- je mehr Personen es transportiert
- je weniger Rettungsmittel an Bord sind.

Ein Schiff mit	$F \leq 1$	muss den	1 – Abt. – Status	erfüllen
	$F \leq 0,5$	muss den	2 – Abt. – Status	erfüllen
	$F \leq 0,33$	muss den	3 – Abt. – Status	erfüllen.

4. Schritt: Graphische Bestimmung der Lage der Querschotte

Die Lage der Querschotte wird aus der Kurve der flutbaren Länge graphisch bestimmt.



- Zunächst wird die Kurve der zulässigen Schottabstände ermittelt: $\text{Abstand}_{\max} = F \cdot a(x)$
- anschließend konstruiert man unter einem Winkel $\alpha = 63,5^\circ$ gleichschenklige Dreiecke unter der Kurve der zulässigen Schottabstände.

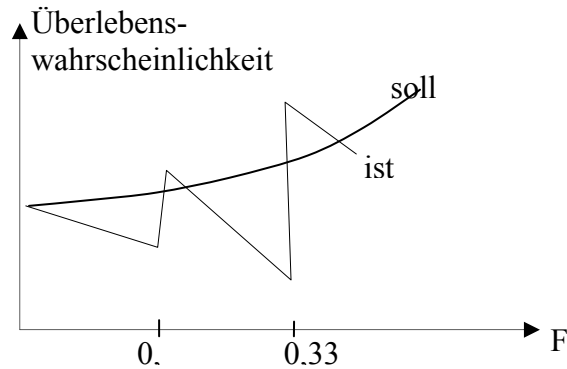
Durch diese Dreiecke wird der Vertikal – Wert „zulässiger Schottabstand“ auf die Horizontalachse projiziert $\left(\tan \alpha = \frac{\Delta y}{\frac{1}{2} \Delta y} = 2 \rightarrow \alpha = 63,5^\circ \right)$.

Die Schotten dürfen dort stehen, wo die Dreiecke die x – Achse schneiden.

11.3. Kritik

Querstabilität ($GM > 0$) und Unsymmetrie ($\Rightarrow$ Schlagseite) wird separat berücksichtigt. Die Methode ist nicht mehr als eine Freibordrechnung des verletzten Schiffes.

Der stufenlose Abteilungsfaktor F soll Sicherheit verbessern, schafft in Wirklichkeit aber Unstetigkeiten. Begründung:



Ein Schiff mit z.B. $F=0,6$ überlebt in jedem Fall nur die 1- Abt. – Verletzung, da bei 2 verletzten Abteilungen die Leckraumlänge $= 2 \cdot 0,6 \cdot a(x) = 1,2 \cdot a(x)$ wäre.

Dieses Schiff hat aber $1/0,6=1,66$ mal so viele Querschotte. Damit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Querschott getroffen wird ($\Rightarrow$ 2-Abt.-Verletzung) auch 1,66 mal so groß. Das Schiff ist also unsicherer.

12. Probabilistische Leckstabilität

Zur Zeit gibt es 2 probabilistische Vorschriften:

- IMO A265 Fahrgastschiffe
- SURCAP (SOLAS II-2 für Trockenfrachter)

Das probabilistische Prinzip basiert auf der Wahrscheinlichkeitsrechnung in 5 Schritten:

1. Die geforderte Überlebenswahrscheinlichkeit „R“ (R = required)

Die Verwaltung setzt einen beliebigen Wert für die „geforderte Überlebenswahrscheinlichkeit eines Schiffes fest, z.B. bei Frachtschiffen $R = 0,4 \dots 0,6$ (= 40...60% aller Verletzungen)

2. Die Teilgebietswahrscheinlichkeit

Für jeden Leckraum wird eine sog. „Teilgebietswahrscheinlichkeit“ errechnet. Die Summe aller Wahrscheinlichkeiten ist 1 (= 100%).

Definition: Die Teilgebietswahrscheinlichkeit „ p_i “ ist die Wahrscheinlichkeit, dass der betrachtete Raum (und nur dieser) verletzt wird.

Dabei hat man durch logische Überlegungen und aus einer Unfallstatistik folgende Gesetzmäßigkeiten hergeleitet:

- Wenn ein Raum im Vorschiff liegt, dann ist seine Verletzung wahrscheinlicher als im Hinterschiff ($\Rightarrow a$).
- Je länger ein Raum ist, desto wahrscheinlicher ist sein Verletzung. Dies gilt allerdings nur bis zu einer Lecklänge von 24% der Schiffslänge ($\Rightarrow p$).
- Je tiefer ein Raum ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass nur dieser Raum (und nicht noch ein weiter innen liegender) verletzt wird. Dies gilt bis zur Schiffsmittle ($\Rightarrow r$).
- Je höher ein Raum ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass nur dieser Raum (und nicht noch ein darüber liegender) verletzt wird ($\Rightarrow v$). -----

Daher setzt sich die Teilgebietswahrscheinlichkeit P_i aus 4 Komponenten zusammen:

$P_i = a \cdot p \cdot r \cdot v$ mit a : Maß für Trefferstelle

p : Maß für die Raumlänge

r : Maß für die Raumentiefe

v : Maß für die Raumhöhe

3. Der Stabilitätsbeiwert „s“

Durch eine umfangreiche Leckrechnung wird geprüft, welche Räume verletzt werden können, ohne dass das Schiff verloren geht. Ist die Stabilität im Leckfall gut, so beträgt der Stabilitätsbeiwert $s_i = 1$. Ist die Stabilität im Leckfall mangelhaft, so beträgt der Stabilitätsbeiwert $s_i = 0$.

4. Die „errechnete Überlebenswahrscheinlichkeit A“

Zur Berechnung des Wertes „A“ werden die Teilgebietswahrscheinlichkeiten aller Räume zusammengezählt, deren Verletzung „ertragbar“ ist.

$$A = \sum_i a \cdot p \cdot r \cdot v \cdot s$$

Dabei fallen alle Räume mit nicht ausreichender Leckstabilität raus ($s_i = 0$).

Wenn das Schiff jede beliebige Raumverletzung ertragen würde, wäre $A=1$.

5. Vergleich zwischen Soll- und Ist-Wert

Ist $A > R$, so ist eine ausreichend hohe Überlebenswahrscheinlichkeit erreicht. Andernfalls müssen die inneren Unterteilungsschotte solange verändert werden, bis genügend „ertragbare“ Räume vorhanden sind.

Der Rechenaufwand für die probabilistische Methode ist sehr groß, aber dafür erhält der Entwurfingenieur die Möglichkeit, durch geschickten Einsatz von Längsschotten und Decks ausreichende Leckstabilität zu erreichen. Dieses Prinzip wird in Zukunft das deterministische Prinzip verdrängen.

13. Übungsaufgaben

A) Archimedes und Momentenbilanz

Aufgabe A.1 Momentenbilanz

Für einen Ladefall sind die folgenden Einzelmassen und Schwerpunkte gegeben:

	Gewicht (t)	l _{cg} (m)	v _{cg} (m)
MLS	5200	57,20	8,88
Vorräte 100%	1620	46,18	5,17
Container i. Raum	3724	72,21	6,59
Container an Deck	2688	74,70	15,69
Wasserballast	1494	79,24	0,70

Berechnen Sie Displacement, Längen- und Höhengschwerpunkt.

Lösung: Depl. = 14726t; l_{cg} = 65,21m; v_{cg} = 8,31m

Aufgabe A.2 Momentenbilanz

Ein Schiff mit Depl.₀ = 6000t / KG₀ = 5,30m wird wie folgt beladen:

	Gewicht (t)	v _{cg} (m)
Hinzukommende Ladung 1	180t	3,00m
Hinzukommende Ladung 2	460t	2,20m
Wegfallende Ladung 3	1000t	2,10m
Verschobene Ladung 4	300t	von 3,80m auf v _{cg} = 1,40m

Welche Werte ergeben sich für Displacement und Höhengschwerpunkt?

Lösung:

+6000t	·5,30m
+180t	·3,00m
+460t	·2,20m
-1000t	·2,10m
-300t	·3,80m
+300t	·1,40m
Depl _E = 5640t	v _{cgE} = 5,41m

Aufgabe A.3 Tiefertauchung

Ein Schiff mit Depl₀ = 9000t schwimmt im Frischwasser ($\rho_0 = 1,00 \text{ t/m}^3$) und hat eine Wasserlinienfläche $A_{WL} = 1650 \text{ m}^2$. Wie viel Ladung muss hinzugefügt werden, damit das Schiff im Seewasser ($\rho_E = 1,025 \text{ t/m}^3$) um $dT = 5,0 \text{ cm}$ tiefer eintaucht?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{Depl}_0 &= \rho_0 \cdot \nabla_0 && \rightarrow \nabla_0 &= 9000 \text{ m}^3 \\ \nabla_E &= \nabla_0 + A_{WL} \cdot dT && \rightarrow \nabla_E &= 9082 \text{ m}^3 \\ \text{Depl}_E &= \rho_E \cdot \nabla_E && \rightarrow \text{Depl}_E &= 9309 \text{ t} \end{aligned}$$

$$M_{Zul.} = \text{Depl}_E - \text{Depl}_0 = 309 \text{ t}$$

Aufgabe A.4 Tiefgangverringern

Ein Ponton ($L_{pp}=50,00\text{m}$ / $B=10,00\text{m}$, $T_0=2,00\text{m}$, $\sigma_{\text{See}}=1,025\text{t/m}^3$) hat einen mit Schlamm gefüllten Innenraum ($l_i=15,00\text{m}$, $b_i=5,00\text{m}$, $h_i=2,00\text{m}$, $\sigma_{\text{Schlamm}}=2,05\text{t/m}^3$). Jetzt wird die Bodenklappe geöffnet. Welcher Tiefgang stellt sich nach dem Verklappen des Schlammes ein?

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{Depl}_0 &= 50 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1,025 &= 1025\text{t} \\ m_{\text{Schlamm}} &= 15 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2,05 &= 307\text{t} \\ \rightarrow \text{Depl}_E &= \text{Depl}_0 - m_{\text{Schlamm}} &= 717\text{t} \\ \nabla_E &= \frac{\text{Depl}_E}{\rho_{\text{See}}} &= 700\text{m}^3 \\ A_{\text{WL}} &= 50 \cdot 10 - 15 \cdot 5 &= 425\text{m}^2 \\ T_E &= \frac{\nabla_E}{A_{\text{WL}}} = \frac{700}{425} \text{ m} &= 1,65\text{m} \end{aligned}$$

Aufgabe A.5 Wasserdichte

Ein Schiff mit $\text{Depl}_0=7000\text{t}$ hat eine Wasserlinienfläche $A_{\text{WL}}=1150\text{m}^2$. Es fährt vom Seewasser der Dichte $\sigma_0=1,027\text{ t/m}^3$ ins Flusswasser und verbraucht dabei 300 t Brennstoff. Ferner stellt sich eine Tieftertauchung von $dT= -0,10\text{m}$ ein. Berechnen Sie die Dichte des Flusswassers.

Lösung:

$$\begin{aligned} 1) \text{Depl}_0 &= \rho_0 \cdot \nabla_0 &\rightarrow \nabla_0 &= 6815 \text{ m}^3 \\ 2) \text{Depl}_E &= \text{Depl}_0 - 300\text{t} &\rightarrow \text{Depl}_E &= 6700 \text{ t} \\ 3) \nabla_E &= \nabla_0 + A_{\text{WL}} \cdot dT &\rightarrow \nabla_E &= 6700 \text{ m}^3 \\ 4) \text{Depl}_E &= \rho_E \cdot \nabla_E &\rightarrow \rho_E &= 1,000 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

B) Anfangsstabilität und Trimm

Aufgabe B.1 Aufrichtende und krängende Momente

Die folgenden Daten wurden von der Schiffsführung ermittelt:

$$\begin{aligned} \text{Verdrängung} &\quad \nabla &= 4000 \text{ m}^3 \\ \text{Anfangsstabilität} &\quad \text{GM}_0 &= 0,60 \text{ m} \\ \text{Seew. Dichte} &\quad \rho &= 1,025 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

a) Welcher Krängungswinkel stellt sich beim Winddruckmoment $M_{W0}=1500\text{ kNm}$ ein ?

b) Welcher Krängungswinkel entsteht, wenn eine Masse zur Seite verschoben wird ?

$$\begin{aligned} \text{Masse der Deckslast} &\quad m_H &= 20 \text{ t} \\ \text{seitlicher Verschiebeweg} &\quad dy &= 6,0 \text{ m} \end{aligned}$$

d) Durch genaue Messung stellt man fest, daß bei dem o.g. Verschiebemoment sich ein Krängungswinkel von 3° einstellt. Wie hoch war die Anfangsstabilität GM_0 wirklich?

Lösung:

a) $M_0 = \frac{1500}{9,81} = 150\text{tm},$ mit $M_W = M_{W0} \cdot \cos\varphi$

$$\tan\varphi = \frac{M_{W0}}{\rho \cdot \nabla \cdot GM} \rightarrow \varphi = 3,55^\circ$$

b) $\tan\varphi = \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot GM} \rightarrow \varphi = 2,79^\circ$

c) $GM_0 = \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot \tan 3^\circ} = 0,56\text{m}$

Aufgabe B.2 Krängungsversuch

Für ein Schiff mit Depl.= 8000t wird ein Krängungsversuch durchgeführt. Hierbei wird ein Gewicht mit $m_H = 5,0\text{t}$ um $dy = 12,00\text{m}$ zur Seite verschoben. Aus dem Kurvenblatt wird $KM=5,10\text{m}$ entnommen. Vier Winkelmessungen mit einem $6,0\text{m}$ langem Pendel ergaben folgende Ausschläge : (73mm/ 80mm/ 78mm/ 75mm). Berechnen Sie den Gewichtsschwerpunkt KG.

Lösung:

$$\tan\varphi = \frac{1/4 \cdot (73 + 80 + 78 + 75)}{6000} = 0,01275$$

$$GM = \frac{m_H \cdot dy}{Depl \cdot \tan\varphi} = 0,588\text{m}$$

$$KG = KM - GM = 4,512\text{m}$$

Aufgabe B.3 Breiten-Trägheitsmoment

Ein Schiff mit Depl.=8000t hat folgende Stabilitätswerte im Seewasser ($\rho = 1,025\text{t/m}^3$) : $GM = 0,46\text{m}$, $KG = 6,60\text{m}$, $KB = 3,60\text{m}$. Wie groß ist das Breiten-Trägheitsmoment der Wasserlinienfläche?

Lösung:

$$BM = KG + GM - KB = 3,46\text{m}$$

$$I_T = BM \cdot \nabla = \frac{BM \cdot Depl}{\rho} = 27005\text{m}^4$$

Aufgabe B.4 Anfangsstabilität

Das Displacement eines Schiffes setzt sich aus folgenden Teilmassen zusammen:

$$\begin{array}{ll} m_1 = 4000\text{t} & \text{mit } v_{cg1} = 6,30\text{m}, \\ m_2 = 2000\text{t} & \text{mit } v_{cg2} = 7,50\text{m}, \\ m_3 = 4000\text{t} & \text{mit } v_{cg3} = 9,15\text{m} \end{array}$$

Der Verdrängungsschwerpunkt liegt bei $KB = 2,75\text{m}$ über OKK, das Trägheitsmoment der Wasserlinienfläche beträgt $I_T = 60000\text{m}^4$. Berechnen Sie die Anfangsstabilität GM_0 .

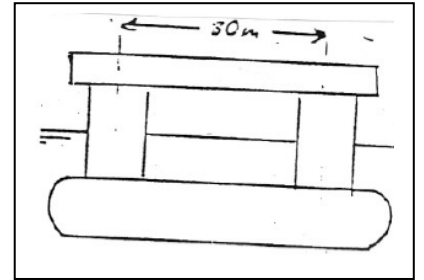
Lösung:

$$\begin{aligned} \text{Depl.} &= 10.000\text{t} \\ \text{KG} &= \frac{4000 \cdot 6,30 + 2000 \cdot 7,50 + 4000 \cdot 9,15}{10000} = 7,68\text{m} \\ \text{GM} &= \text{KB} + \frac{I_T}{\nabla} - \text{KG} = 2,75 + \frac{60000 \cdot 1,025}{10000} - 7,68 = 1,22\text{m} \end{aligned}$$

Aufgabe B.5 Stabilität einer Bohrinsel

Eine quadratische Bohrinsel hat 4 Rohre mit jeweils $L = 30\text{m}$ Abstand. Die Masse beträgt 3600t mit einem Schwerpunkt $13,0\text{m}$ über Basis. Der Verdrängungsschwerpunkt liegt $3,0\text{m}$ über Basis. $\rho = 1,025\text{t/m}^3$

- Wie groß muss der Rohr- $\varnothing$ sein, damit die Insel stabil schwimmt?
- Die norwegischen Behörden verlangen, dass die Insel auch mit einem beschädigten Bein stabil schwimmt. Wie groß ist der erforderliche Rohrdurchmesser? ($\text{KB}_{\text{Leck}} = 3,0\text{m}$).
- Wie groß ist das Intakt-GM in diesem Fall?



Lösung: a) Erforderlicher Rohrdurchmesser

$$\nabla = \frac{\text{Depl}}{\rho} = 3512\text{m}^3$$

A = Rohrquerschnittsfläche

$$A_{\text{ges.}} = 4 \cdot A \quad \text{mit } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$I_T = 4 \cdot I_{\text{eigen}} + 4 \cdot A \cdot (L/2)^2 = 900A \quad I_{\text{eigen}} = 4 \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^4}{64} \right) \approx 0$$

$$\text{GM}' = \text{KB} + \text{BM} - \text{KG} = \text{KB} + \frac{I_T}{\nabla} - \text{KG} \geq 0 \quad (\text{Grenzfall der Stabilität})$$

$$\text{GM} = 0 \quad \Rightarrow A = 39,0\text{m}^2 \quad \Rightarrow R = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 3,52\text{m}$$

Hinweis: Die diagonalen Trägheitsachsen führen zum gleichen I_T

b) erforderlicher Durchmesser bei 3 Beinen

Die x-y-Achsen drehen um 45° (Symmetrie)

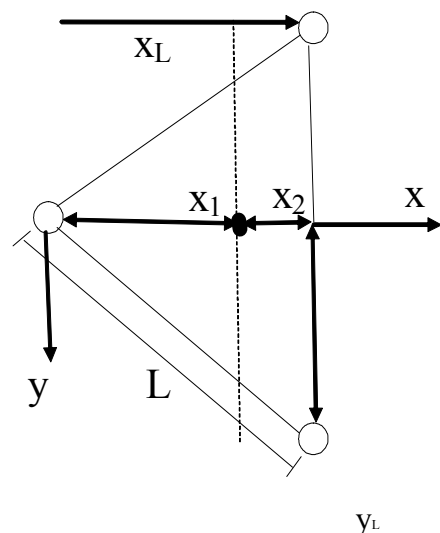
$$x_L = x_1 + x_2$$

$$L^2 = x_L^2 + y_L^2 = 2 \cdot x_L^2 \quad \Rightarrow \quad x_L = \frac{L}{\sqrt{2}}$$

$$M_{L_{HL}} = A \cdot \varnothing + 2 \cdot A \cdot x_L = A \cdot L \cdot \sqrt{2}$$

$$A = 3 \cdot F \quad \text{lcf} = \frac{M_{L_{HL}}}{A_{\text{ges.}}} = \frac{A \cdot L \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot A} = \text{lcb}$$

$$\text{Strecke } x_1 = \text{lcf} = L \cdot \frac{\sqrt{2}}{3}$$



$$\text{Strecke } x_2 = x_L - l_{cf} = L \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{L \cdot \sqrt{2}}{6}$$

$$I_{L\text{eigen}} = 3 \cdot I_{\text{eigen}} + 2 \cdot x_2^2 \cdot A + x_1^2 \cdot A = \frac{L^2}{3} \cdot A \quad \text{mit } I_{\text{eigen}} \approx 0$$

$$I_{T\text{eigen}} = 3 \cdot I_{\text{eigen}} + 2 \cdot y_L^2 \cdot A = 2 \cdot \left(\frac{L \cdot \sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot A = L^2 \cdot A \quad \text{mit } I_{\text{eigen}} \approx 0 \text{ und } y_L = x_L$$

Das Längenträgheitsmoment ist kleiner als das Breitenträgheitsmoment $\Rightarrow$ die Insel kentert um die y-Achse.

$$GM = KB + \frac{I_{T_{\min}}}{\nabla} - KG = 3,0m + \frac{\frac{L^2}{3} \cdot A \cdot \rho_{\text{See}}}{3600t} - 13,0m = 0 \quad (\text{Grenzbedingung})$$

$$\Rightarrow A = 117m^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{A}{\Pi}} = 6,10m$$

$$c) GM_{\text{Intakt}} = KB + I_T / \nabla - KG = KB + 117 \cdot L^2 / \nabla - KG = 19,98 m$$

Aufgabe B.6 Stabilität und Formkurvenblatt

Von einem Schiff sind die Gewichtsbilanz (Depl., lcg, vcg) und die Formkurvenblatt-Werte (L_{pp} , A_{wl} , lcf, KM, MCT) bekannt. Eine Hieve der Masse m_H wird auf der Position (x_H , y_H , z_H) abgeladen. Wie ändern sich Tiefgang, Trimm und Krängung?

Beispiel: $Depl_0 = 2000t$, $l_{cg_0} = 40,0m$, $KG_0 = 8,0m$, $L_{pp} = 85,0m$, $A_{wl} = 1220m^2$, $T_0 = 4,00m$, $l_{cf} = 38,0m$, $KM_0 = KM_E = 9,50m$, $MCT = 2400tm/m$, $m_H = 50t$, $x_H = 70,0m$, $y_H = 6,0m$, $z_H = 15,0m$

Lösung: a) Tiefertauchung und Schwerpunkte

Die Hieve wird im Wasserlinienschwerpunkt abgestellt

$\rightarrow$ keine Vertrimmung und keine Krängung

$$Depl_E = Depl_0 + m_H = 2050t$$

$$Depl_E = \sigma \cdot \nabla_E \Rightarrow \nabla_E = 2000m^3$$

$$Depl_0 = \sigma \cdot \nabla_0 \Rightarrow \nabla_0 = 1951m^3$$

$$\nabla_E = \nabla_0 + A_{wl} \cdot dT \rightarrow dT = 0,04m$$

$$T_E = T_0 + dT = 4,04m$$

b) Tiefgänge

$$\left. \begin{array}{l} M_{Tr} = m_H \cdot (l_{cf} - x_H) \cdot \cos\varphi \\ M_{aufr} = MCT \cdot \Delta T \end{array} \right\} \approx 0 \rightarrow \Delta T = \frac{m_H \cdot (l_{cf} - x_H)}{MCT} = -0,67$$

$$T_{(x)} = T_E + (l_{cf} - x) \cdot \tan\Psi \quad \text{und mit} \quad \tan\Psi = \frac{\Delta T}{L_{pp}}$$

$$x=0 \Rightarrow T_{HL} = T_E + lcf \cdot \frac{\Delta T}{L_{pp}} = 3,74m$$

$$x = L_{pp} \Rightarrow T_{VL} = T_E + (lcf - L_{pp}) \cdot \frac{\Delta T}{L_{pp}} = 4,41m$$

Hinweis: $T_{Hauptspant} = T_E + \frac{(lcf - L_{pp}/2)}{L_{pp}} \cdot \Delta T = 4,08 m$

c) Schwerpunkte

$$KG_E = \frac{Depl_0 \cdot KG_0 + m_H \cdot z_H}{Depl_E} = 8,17m \Rightarrow GM_E = KM_E - KG_E = 1,33m$$

d) Krängung

$$M_{Kr} = m_H \cdot y_H \cdot \cos \varphi$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{Kr} = m_H \cdot y_H \cdot \cos \varphi \\ M_{aufr} = \rho \cdot \nabla_E \cdot GM_E \cdot \sin \varphi \end{array} \right\} \rightarrow \tan \varphi = \frac{m_H \cdot y_H}{\rho \cdot \nabla_E \cdot GM_E} \Rightarrow \varphi = 6,3^\circ$$

Aufgabe B.7 gleichlastige Schwimmlage

Ein Ponton ($L_{pp} = 40,0m$, $B = 7,50m$, $\sigma = 1,025t/m^3$) hat die Tiefgänge $T_{VL} = 1,20m$ und $T_{HL} = 2,40m$. Der Ponton soll mit einer Masse $m_H = 90t$ beladen werden. Wo muß die Masse platziert werden, damit der Ponton nach der Beladung gleichlastig schwimmt?

Ein Schiff mit $L_{pp} = 125,0m$ hat ein $Depl. = 12000t$. Wenn man auf dem Schiff eine Masse $m_H = 75t$ um die Distanz $dx = +75,0m$ nach achtern verschiebt, ergibt sich eine Trimmänderung $\Delta T = +0,65m$.

- Berechnen Sie das Einheitstrimmmoment.
- Berechnen Sie das Längen-Trägheitsmoment der Wasserlinienfläche.
- Berechnen Sie die Verschiebung des System-Gewichtsschwerpunktes.

Lösung: $\Delta T_0 = 2,40m - 1,20m = 1,20m$

$$\Delta T_E = T_{HLE} - T_{VLE} = 0$$

$$\text{erf. Trimmänderung } \Delta T_{\text{erf}} = \Delta T_E - \Delta T_0 = -1,20m$$

$\Rightarrow$ Das Schiff muss vorlastig getrimmt werden.

$$I_L = L^3 \cdot B / 12 = 40.000m^4$$

$$MCT = \rho \cdot I_L / L_{pp} = 1025tm/m$$

$$M_{Tr} = m_H \cdot (Lcf - x_H) \cdot \cos \varphi \quad \swarrow = 1$$

$$M_{auf} = \Delta T_{\text{erf}} \cdot MCT$$

$$\Rightarrow x_H = Lcf - \frac{MCT \cdot \Delta T_{\text{erf}}}{m_H} = 33,66m$$

Aufgabe B.8 Trimmänderung

Ein Schiff mit $L_{pp} = 125,0\text{m}$ hat ein $Depl. = 12000\text{t}$. Wenn man auf dem Schiff eine Masse $m_H = 75\text{t}$ um die Distanz $dx = +75,0\text{m}$ nach achtern verschiebt, ergibt sich eine Trimmänderung $\Delta T = +0,65\text{m}$.

- Berechnen Sie das Einheitstrimmoment.
- Berechnen Sie das Längen-Trägheitsmoment der Wasserlinienfläche.
- Berechnen Sie die Verschiebung des System-Gewichtsschwerpunktes.

Lösung:

$$\text{a) } M_{Tr} = m_H \cdot dx$$

$$M_{auf} = MCT \cdot \Delta T$$

$$\Rightarrow MCT = \frac{m_H \cdot dx}{\Delta T} = 8654\text{tm/m}$$

$$\text{b) } MCT = \frac{\rho \cdot I_L}{L_{pp}}$$

$$\Rightarrow I_L = 1056000\text{m}^4$$

$$\text{c) } dLcg = \frac{M_{Tr}}{Depl} = \frac{m_H \cdot dx}{Depl}$$

$$= 0,47\text{m (nach achtern)}$$

Aufgabe B.9 Zusatzmasse

Ein Schiff mit $L_{pp} = 120,0\text{m}$ hat die Tiefgänge $T_{HL0} = 5,80\text{m}$ und $T_{VL0} = 5,50\text{m}$. Das Einheitstrimmoment beträgt $MCT = 8000\text{tm/m}$, die Verdrängungszunahme $TPC = 13,0\text{t/cm}$ und der WL-Schwerpunkt $Lcf = 62,50\text{m}$. Anschließend wird eine Masse $m_H = 110\text{t}$ auf der Position $x_H = 36,0\text{m}$ abgesetzt. Berechnen Sie die neuen Tiefgänge an den Loten.

Lösung:

$$\text{Tiefertauchung } dT = \frac{m_h}{TPC} = 8,46\text{m}$$

$$\text{Mittlerer Endtiefgang: } T_{E.} = \frac{T_{HL0} + T_{VL0}}{2} + dT = 5,74\text{m}$$

$$\text{Anfangstrimm: } \Delta T_0 = T_{HL0} - T_{VL0} = 0,30\text{m}$$

$$\text{Zusatztrimm: } \Delta T_{Z.} = \frac{m_h \cdot (lcf - x_h)}{MCT} = 0,36\text{m}$$

$$\text{Endtrimm: } \Delta T_{E.} = \Delta T_0 + \Delta T_{Z.} = 0,66\text{m}$$

$$\text{Endtiefgänge an den Loten: } T_{HLE.} = T_{E.} + (lcf - 0) \cdot \frac{\Delta T_{E.}}{L_{pp}} = 6,08\text{m}$$

$$T_{VLE.} = T_{E.} + (lcf - L_{pp}) \cdot \frac{\Delta T_{E.}}{L_{pp}} = 5,42\text{m}$$

Aufgabe B.10 begrenzter Trimm

Ein Schiff mit $L_{pp} = 120,0\text{m}$ hat die Tiefgänge $T_{HL0} = 6,90\text{m}$ und $T_{VL0} = 6,60\text{m}$. Das Einheits-Trimmmoment beträgt 10100tm/m , die Verdrängungszunahme $TPC = 20,0\text{t/cm}$ und der WL-Schwerpunkt $l_{cf} = 56,50\text{m}$. Das Schiff soll eine Zusatzmasse $m_H = 240\text{t}$ übernehmen, allerdings darf der Tiefgang am hinteren Lot $T_{HL} = 7,20\text{m}$ nicht überschritten werden. Berechnen Sie näherungsweise die achterlichst zulässige Position der Zusatzmasse.

Lösung:
$$dT = \frac{m_H}{TPC \cdot 100_{[cm/m]}} = 0,12\text{m}$$

$$T_{HL\max} = 7,20\text{m}$$

$$\Delta T_{HL} = T_{HL\max} - T_{HL} - dT = 0,18\text{m}$$

$$\text{Strahlensatz} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{\Delta T_{HL}}{l_{cf}} = \frac{\Delta T_{VL}}{l_{cf} - l_{pp}} \rightarrow \Delta T_{VL} = -0,20\text{m}$$

$$\Delta T = \Delta T_{HL} - \Delta T_{VL} = 0,38\text{m}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{TR} = m_H \cdot (L_{cf} - x_H) \\ M_{auf} = MCT \cdot \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow x_H = L_{cf} - \frac{MCT \cdot \Delta T}{m_H} = 40,42\text{m}$$

Aufgabe B.11 zusätzlicher Wasserballast

Ein Schiff mit $L_{pp} = 150,0\text{m}$ hat die Tiefgänge $T_{HL0} = 8,90\text{m}$ und $T_{VL0} = 8,20\text{m}$. Das Einheitstrimmoment beträgt 26000tm/m , die Verdrängungszunahme $TPC = 28,0\text{t/cm}$ und der WL-Schwerpunkt $73,50\text{m}$. Das Schiff soll durch Aufnahme von Wasserballast in einem Tank mit dem Volumenschwerpunkt $x_{WB} = 135,0\text{m}$ gleichlastig getrimmt werden.

- Wie groß ist die erforderliche Wasserballastmenge?
- Welche Tiefgänge stellen sich nach der Übernahme des Wasserballasts ein?

Lösung: a) erforderliche Trimmänderung für Gleichlastigkeit $\Delta T = -0,70\text{m}$ (vorlastig)

$$\left. \begin{array}{l} M_{TR} = m_{WB} \cdot (l_{cf} - x_{WB}) \\ M_{auf} = MCT \cdot \Delta T \end{array} \right\} \Rightarrow m_{WB} = \frac{MCT \cdot \Delta T}{l_{cf} - x_{WB}} = 296\text{t}$$

$$\text{b) } T_E \approx \frac{T_{HL0} + T_{VL0}}{2} + \frac{m_{WB}}{TPC \cdot 100 \frac{cm}{m}} = 8,66\text{m} = T_{HLE} = T_{VLE}$$

Aufgabe B.12 Anfangsstabilität, Krängung und Trimm

Gegeben ist ein Ponton mit folgenden Hauptdaten:

$$L_{pp} = 75,0\text{m} \quad B = 12,0\text{m} \quad H = 8,0\text{m} \quad T = 6,0\text{m} \quad \rho_{\text{see}} = 1,025 \text{ t/m}^3$$

a) Berechnen Sie für 6 verschiedene Tiefgänge die folgenden Werte:

Volumen, Displacement_{See}, KB, BM, KM, MCT, Trimmfaktoren $t_a + t_f$, TPC

Tragen Sie die Werte in ein Formkurvenblatt ein (Ordinate = Tiefgang)

b) Die Reederei hat für einen Ladefall Gewicht und Schwerpunkte wie folgt ermittelt:

$$\text{Depl} = 4800\text{t} \quad L_{cg} = 36,80\text{m} \quad V_{cg} = 3,70\text{m} (=KG) \quad T_{cg} = 0,05\text{m (nach Stb)}$$

Berechnen Sie GM_0 , den Krängungswinkel φ und die Tiefgänge T_{VL} und T_{HL} .

c) Der Ponton soll mit einer zusätzlichen Masse $m = 500\text{t}$ beladen werden.

Wie groß ist die Tiefertauchung?

Lösung:

$$a) \quad \nabla = L_{pp} \cdot B \cdot T \quad \text{Depl}_{\text{See}} = \rho \cdot \nabla \text{ mit } \rho = 1,025 \text{ t/m}^3 \quad KB = T/2$$

$$BM = \frac{I_T}{\nabla} = \frac{L \cdot B^3}{12 \cdot L \cdot B \cdot T} = \frac{B^2}{12 \cdot T} \quad t_a = \frac{lcf \cdot \text{Depl}}{MCT \cdot L_{pp}}$$

$$KM = KB + BM$$

$$I_L = \frac{B \cdot L^3}{12} = 421875\text{m}^4 \quad t_f = \frac{(lcf - L_{pp}) \cdot \text{Depl}}{MCT \cdot L_{pp}}$$

$$MCT = \frac{\rho \cdot I_L}{L_{pp}} = 5765 \frac{\text{tm}}{\text{m}} = \text{const.} \quad TPC = \frac{\rho \cdot A_{WL}}{100 \frac{\text{cm}}{\text{m}}}$$

T(m)	$\nabla(\text{m}^3)$	Depl(t)	KB(m)	BM(m)	KM(m)	MCT	t_a	t_f	TPC(t/cm)
1	900	922	0,50	12,00	12,50	5765	0,08	-0,08	9,225
2	1800	1845	1,00	6,00	7,00	5765	0,16	-0,16	9,225
3	2700	2767	1,50	4,00	5,50	5765	0,24	-0,24	9,225
4	3600	3690	2,00	3,00	5,00	5765	0,32	-0,32	9,225
5	4500	4612	2,50	2,40	4,90	5765	0,40	-0,40	9,225
6	5400	5535	3,00	2,00	5,00	5765	0,48	-0,48	9,225

$$b1.) \quad T_m = \frac{\nabla}{L_{pp} \cdot B} = \frac{\text{Depl}_{\text{See}}}{\rho_{\text{See}} \cdot L_{pp} \cdot B} = \frac{4800}{1,025 \cdot 75 \cdot 12} = 5,20\text{m} \quad (\text{oder aus Formkurvenblatt})$$

$$GM_0 = KM - KG = 4,93\text{m} - 3,70\text{m} = 1,23\text{m}$$

b2.) Berechnung des Krängungswinkels φ

$$\left. \begin{array}{l} M_{Kr} = \text{Depl} \cdot t_{cg} \cdot \cos\varphi \\ M_{aufr} = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin\varphi \end{array} \right\} \Rightarrow \tan\varphi = \frac{\text{Depl} \cdot t_{cg}}{(\rho \cdot \nabla) \cdot GM} \rightarrow \varphi = 2,3^\circ$$

b3.) Berechnung der Tiefgänge T_{VL} , T_{HL}

$$T(x) = T_m + \frac{(lcf - x) \cdot Depl \cdot (lcb - lcg)}{MCT \cdot Lpp} \Rightarrow \quad \begin{aligned} x=0 &\rightarrow T_{HL} = 5,49m \\ x=L_{pp} &\rightarrow T_{VL} = 4,91m \end{aligned}$$

c)
$$dT = \frac{m_H}{TPC \cdot 100_{[cm/m]}} = \frac{500}{922,5} = 0,54m$$

Aufgabe B.13 Trimm und Formkurvenblatt

Ein Schiff hat ein Formkurvenblatt gemäß Abschnitt 3 (Diagram). Ferner ist das Ergebnis des Krängungsversuches bekannt: $MLS = 6500t$, $l_{cg} = 70,00m$ vor HL. Das Schiff soll eine Zuladung (Payload + Vorräte) von $9500t$ bei einem $l_{cg} = 81,00m$ erhalten.

Wieviel Wasser muß in die Achterpiek ($l_{cg}=3,50m$) gefüllt werden, damit ein vorlastiger Trimm von $0,50m$ nicht überschritten wird ?

Lösung:

	Masse [t]	l_{cg} [m]
MLS	6500	70,00
dw	9500	81,00
Depl* _{ohne BW}	16.000	76,53

$$Depl = 16.000 + m_A$$

$$L_{cg} = \frac{16000 \cdot 76,53 + m_A \cdot 3,50}{Depl}$$

$$M_{Tr.} = Depl \cdot (lcb - lcg)$$

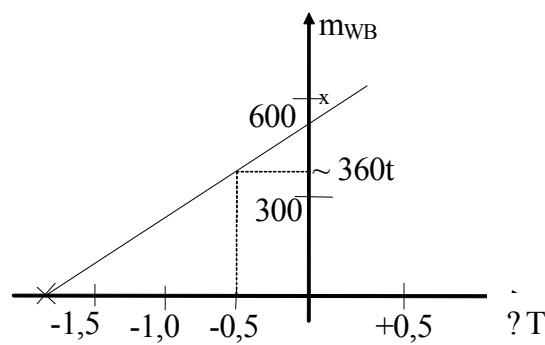
$$M_{aufr.} = MCT \cdot \Delta T$$

$$\left. \begin{aligned} M_{Tr.} &= Depl \cdot (lcb - lcg) \\ M_{aufr.} &= MCT \cdot \Delta T \end{aligned} \right\} \text{ Trimm} = \Delta T = \frac{Depl}{MCT} (Lcb - Lcg) = -0,50m$$

(vorlastig)

M_{WB}	Depl	MCT	lcb	l_{cg}	ΔT
0	16000	20300	74,40	76,53	-1,68
300	16300	20500	74,30	75,18	-0,69
600	16600	20700	74,25	73,89	+0,28
...					

Es sind 350t Wasserballast erforderlich, damit der Trimm $-0,50m$ nicht überschritten wird. (iterative Lösung)

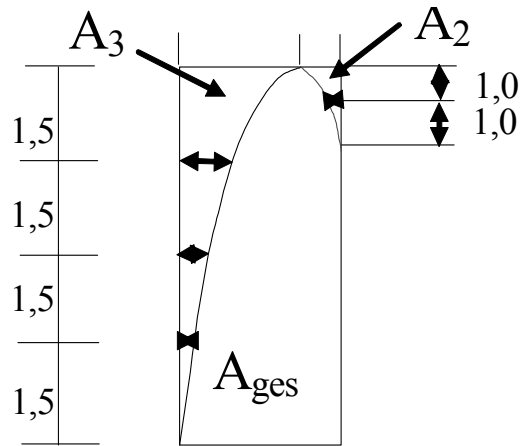


C) Numerische Integration und Formkurvenblatt

Aufgabe C.1 Simpson-Integration

Das Großsegel einer Yacht habe die nebenstehende Form.

- Wie groß ist die Segelfläche?
- Wo liegt der Schwerpunkt in z-Richtung?



Lösung:

a) $A_{\text{Segel}} = A_1 - A_2 - A_3$

$$A_1 = 2,4\text{m} \cdot 6,0\text{m} = 14,4\text{m}^2$$

$$A_2 = \frac{1\text{m}}{3} (0 + 4 \cdot 0,1 + 0,4)\text{m} = 0,266\text{m}^2$$

$$A_3 = \frac{1,5\text{m}}{3} (0 + 4 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,7 + 4 \cdot 1,3 + 2,0)\text{m} = 4,9\text{m}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{Segel}} = (14,4 - 0,266 - 4,9)\text{m}^2 = 9,23\text{m}^2$$

b) $z_1 = 6,0\text{m} / 2 = 3,00\text{m}$

$$z_2 = \frac{1,0}{3A_2} (0 \cdot 4,0 + 4 \cdot 0,1 \cdot 5,0 + 1 \cdot 0,4 \cdot 6,0) = 5,51\text{m}$$

$$z_3 = \frac{1,5}{3A_3} (0 + 4 \cdot 0,3 \cdot 1,5 + 2 \cdot 0,7 \cdot 3,0 + 4 \cdot 1,3 \cdot 4,5 + 1 \cdot 2,0 \cdot 6,0) = 4,22\text{m}$$

$$z_{\text{Segel}} = (A_1 \cdot z_1 - A_2 \cdot z_2 - A_3 \cdot z_3) / A_{\text{ges}} = 2,28\text{m}$$

Aufgabe C.2 Wasserlinien-Berechnung

Ein Schiff mit 120,00m Länge hat folgende Wasserlinien-Aufmaße

Spt.	HL=0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	8,5	9	9,5	VL=10
Y	1,20	3,50	5,30	6,80	8,00	8,30	8,50	8,50	8,50	8,40	8,20	7,90	6,20	3,50	0

Berechnen Sie die Wasserlinienfläche, das Breiten-Trägheitsmoment, Schwerpunkt der WL-Fläche, Völligkeit der WL und die Verdrängungszunahme TPC (t/cm) .

Lösung:

$$\kappa_f = \kappa_a = 0,5 \quad dx = \frac{L_{pp}}{10} = 12\text{m}$$

$$SF = \{0,5, 2, 1, 2, 1,5, 4, 2, 4, 2, 4, 1,5, 2, 1, 2, 0,5\}$$

$$A_{WL} = \frac{2dx}{3} \sum y \cdot SF = 1716\text{m}^2$$

$$c_{WP} = \frac{A_{WL}}{L \cdot B} = \frac{1716\text{m}^2}{120\text{m} \cdot 2 \cdot 8,5\text{m}} = 0,84$$

$$I_T = \frac{2dx}{9} \sum y^3 \cdot SF = 35575\text{m}^4$$

$$TPC = \rho \frac{A_{WL}}{100} = 17,5\text{t/cm}$$

$$l_{cf} = \frac{\frac{2dx}{3} \sum x \cdot y \cdot SF}{A_{WL}} = 60,56\text{m}$$

Aufgabe C.3 Spantflächen-Berechnung

Für den Spant Nr.1 ($x = 10,9\text{m}$ vor HL) sind die folgenden Aufmaßdaten gegeben:

$z(\text{m})$	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
$y(\text{m})$	0,29	0,91	1,23	1,47	1,90	2,87	4,72	5,90	6,63	7,08	7,30

- Berechnen Sie Spantflächen und Momente unter Verwendung eines Formulares.
- Ermitteln Sie die Spantfläche unter Verwendung des Planimeters

Lösung:

FH-Kiel		Kurvenblatt A		Formblatt: Aufg. C3	
Institut für Schiffbau		Berechnung von Spantflächen und Momenten		Name:	
				Dat.:	
Spant-Nr.=		x= 10,90 m vor HL			
WL	0,5*Breite	SF	Prod.-Fläche	Prod.-Moment v	
$z(\text{m})$	$y(\text{m})$		$y * SF$	$z * y * SF$	
I	II	III	IV=II*III	V=I*IV	
0	0,29	1	0,29	0,00	$dA = (2/3)*dz$ dH 3,44 m^2
1	0,91	4	3,64	3,64	$dM = (2/3)*dz$ dH 4 m^3
2	1,23	1	1,23	2,46	A ges = σ 3,44 m^2
dz= 1,00	m		5,16	6,10	M ges = σ 4 m^3
2	1,23	1	1,23	2,46	$dA = (2/3)*dz$ σ = 6,01 m^2
3	1,47	4	5,88	17,64	$dM = (2/3)*dz$ 4= 18 m^3
4	1,90	1	1,90	7,60	A ges = 4 9,45 m^2
dz= 1,00	m		9,01	27,70	M ges = 0 23 m^3
4	1,90	1	1,90	7,60	$dA = (2/3)*dz$ 0= 12,07 m^2
5	2,87	4	11,48	57,40	$dM = (2/3)*dz$ 0= 62 m^3
6	4,72	1	4,72	28,32	A ges = σ 21,51 m^2
dz= 1,00	m		18,10	93,32	M ges = σ 85 m^3
6	4,72	1	4,72	28,32	$dA = (2/3)*dz$ 2= 23,30 m^2
7	5,90	4	23,60	165,20	$dM = (2/3)*dz$ 2= 164 m^3
8	6,63	1	6,63	53,04	A ges = σ 44,81 m^2
dz= 1,00	m		34,95	246,56	M ges = σ 249 m^3
8	6,63	1	6,63	53,04	$dA = (2/3)*dz$ 4= 28,17 m^2
9	7,08	4	28,32	254,88	$dM = (2/3)*dz$ 8= 254 m^3
10	7,30	1	7,30	73,00	A ges = σ 72,98 m^2
dz= 1,00	m		42,25	380,92	M ges = σ 503 m^3

Aufgabe C.4 Volumen und Schwerpunkt

Ein rechteckiges Ruderblatt ($L=4,5\text{m}$, $H=6,0\text{m}$) habe folgende Profil-Aufmaße:

$x(\text{m})$	1,00	0,75	0,50	0,00	-0,50	-1,00	-1,50	-2,00	-2,50	-3,00	-3,50
$y(\text{m})$	0	0,45	0,60	0,65	0,60	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,00

Der Schaft habe einen Durchmesser von 0,35m und eine Länge von 1,0m.

Die Schaftmitte liegt bei $x=0$.

- Wie groß ist das Volumen ohne Schaft?
- Wo liegt der Volumen-Schwerpunkt (I_{cb} , v_{cb}) mit Schaft?

Lösung:

$$A_{WL} = 2 \cdot \int y dx = \frac{2dx}{3} \sum y \cdot SF \quad M_{LWL} = 2 \cdot \int x \cdot y dx = \frac{2dx}{3} \sum x \cdot y \cdot SF \quad lcf =$$

$$\frac{M_{LWL}}{A_{WL}} = lcb$$

a) Ruder:**1. Doppelstreifen**

$$A_1 = \frac{2 \cdot 0,25}{3} \cdot (1 \cdot 0 + 4 \cdot 0,45 + 1 \cdot 0,6) = 0,4 \text{ m}^2$$

$$M_1 = 2 \int x \cdot y \cdot dx = \frac{2 \cdot 0,25}{3} \cdot (0 + 4 \cdot 0,45 \cdot 0,75 + 1 \cdot 0,6 \cdot 0,5) = 0,275 \text{ m}^3$$

2. Doppelstreifen

$$A_2 = \frac{2 \cdot 0,5}{3} \cdot (0,6 + 4 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,05 + 0) = 2,60 \text{ m}^2$$

$$M_2 = \frac{2 \cdot 0,5}{3} \cdot (1 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,65 \cdot 0 + 2 \cdot 0,6 \cdot (-0,5) + 4 \cdot 0,4 \cdot (-1) + 2 \cdot 0,3 \cdot (-1,5) + 4 \cdot 0,2 \cdot (-2) + 2 \cdot 0,1 \cdot (-2,5) + 4 \cdot 0,05 \cdot (-3) + 1 \cdot 0 \cdot (-3,5)) = -1,823 \text{ m}^3$$

$$\begin{aligned} Vol_R &= (A_1 + A_2) \cdot H = (0,4 + 2,6) \cdot 6 = 18 \text{ m}^3 \\ lcb_R &= lcf_R = (M_1 + M_2) / (A_1 + A_2) = -0,519 \text{ m} \\ vcb_R &= H/2 = 3,00 \text{ m} \end{aligned}$$

b) Schaft:

$$Vol_S = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot l_S = 0,096 \text{ m}^3$$

$$lcb_S = 0$$

$$vcb_S = H + l_S/2 = 6,50 \text{ m}$$

Gesamt:

$$Vol_{ges} = Vol_R + Vol_S = 18,0 + 0,096 = 18,10 \text{ m}^3$$

$$lcb_{ges} = \frac{Vol_R \cdot lcb_R + Vol_S \cdot lcb_S}{Vol_{ges}} = \frac{18 \cdot (-0,519) + 0,096 \cdot 0}{18,096} = -0,516 \text{ m}$$

$$vcb_{ges} = \frac{Vol_R \cdot vcb_R + Vol_S \cdot vcb_S}{Vol_{ges}} = \frac{18 \cdot 3,0 + 0,096 \cdot 6,5}{18,096} = 3,02 \text{ m}$$

Aufgabe C.5 Formkurvenblatt Wasserlinie

Die WL-Fläche eines Schiffes (Lpp=109,0m) sei wie folgt gegeben:

Spt.-Nr.	0'	1'	2	3	4	5	6	7'	8'
X (m vor HL)	4,50	13,15	21,8	32,7	43,6	54,5	65,4	73,58	81,76
y (m)	0	0,29	0,29	1,92	4,35	6,20	4,33	2,31	0

Berechnen Sie für diese Wasserlinie die Fläche, den Schwerpunkt, die Trägheitsmomente und das Einheitstrimm-Moment (Formular L5).

Lösung:

$$1) A_{WL} = 2 \cdot \int_0^L y dx \quad 2) M_{LWL} = 2 \cdot \int_0^L xy dx \quad 3) Lcf = \frac{M_{LWL}}{A_{WL}} \quad 4) I_{L_{ML}} = 2 \cdot \int_0^L x^2 y dx$$

$$5) I_{L_{eigen}} = I_{L_{ML}} - A_{WL} \cdot Lcf^2 \quad 6) I_T = \frac{2}{3} \cdot \int_0^L y^3 dx \quad 7) MCT = \frac{\rho \cdot I_L}{L_{pp}} \quad 8) c_{WP} = \frac{A_{WL}}{B \cdot T}$$

Fachhochschule Kiel		Kurvenblatt B		Aufgabe C-5	
Institut für Schiffbau		Wasserlinien-Berechnung		Name:	
				Dat.:	

WL =	m ü.B.				
Lpp = 109,00	m				
LWL =	m				
B = 12,40	m				

Spantabstand dx=	10,90	m			
Spt.-abstand hinten dx _h =	8,65	m		κ _h =dx _h /dx=	0,794
Spt.-abstand vorn dx _v =	8,18	m		κ _v =dx _v /dx=	0,750

Spt.-Nr.	Lage vor HL x (m)	0,5*Breite y(m)	SF		Prod.-Fläche y * SF IV=II*III	Prod.-Moment L x * y * SF V=I*IV	Prod.-Träghm. L x ² * y * SF VI=I*V	Prod.-Träghm. T y ³ * SF VII=II ³ * III			
	I	II	III								
0'	4,5	0,00	0,79	κ _h	0,0	0	0	0			
1'	13,15	0,29	3,17	4*κ _h	0,9	12	159	0			
2	21,8	0,29	1,79	1+κ _h	0,5	11	247	0			
3	32,7	1,92	4		7,7	251	8212	28			
4	43,6	4,35	2		8,7	379	16538	165			
5	54,5	6,20	4		24,8	1352	73662	953			
6	65,4	4,33	1,75	1+κ _v	7,6	496	32419	142			
7'	73,58	2,31	3,00	4*κ _v	6,9	510	37542	37			
8'	81,76	0,00	0,75	κ _v	0,0	0	0	0			
Σ4=					57,1	Σ5=	3011	Σ6=	168780	Σ7=	1325

Awl = (2/3) * dx * S4 =	415,2 m ²	I _{L eigen} = I _L - Awl * Lcf ² =	73.066 m ⁴
Lcf = S5 / S4 =	52,71 m	MCT= Rho * I _{L eigen} / Lpp=	687 tm/m
Mom L= (2/3) * dx * S5=	21.883 m ³	I _T = (2/9) * dx * S7 =	3.211 m ⁴
I _L = (2/3) * dx * S6 =	1.226.467 m ⁴	cwp = Awl / (Lpp * B) =	0,31

Aufgabe C.6 Formkurvenblatt Verdrängung

Von einem Schiff sind aus dem "Formkurvenblatt A" folgende Werte bekannt:

Spt.-Nr.	0'	1'	2	3	4	5	6	7	8	9'	10'
x (m vor HL)	-5,0	8,4	21,8	32,7	43,6	54,5	65,4	76,3	87,2	98,6	110,0
Aspt (m ²)	0	26,4	84,5	112,2	124,7	129,1	124,6	105,8	74,5	41,2	0
Mspt (m ³)	0	223,4	411,3	493,1	518,2	527,4	520,8	459,9	341,7	229,4	0

$$L_{pp}=109,0\text{m} \quad B=16,40\text{m} \quad T=8,0\text{m} \quad I_T=27.575\text{m}^4 \quad I_{Leigen}=987.050\text{m}^4$$

Berechnen Sie alle Werte des "Formkurvenblattes B" (Formular L6).

Lösung:

$$\begin{aligned}
 1) \nabla &= \int_0^L A_{Spt.} dx & 2) Depl. &= \rho \cdot AF \cdot \nabla & 3) M_{L_{Vol.}} &= \int x \cdot A_{Spt.} dx \\
 4) Lcb &= \frac{M_{L_{Vol.}}}{\nabla} & 5) M_{V_{Vol.}} &= \int M_{V_{Spt.}} dx & 6) KB &= \frac{M_{V_{Vol.}}}{\nabla} \\
 7) BM &= \frac{I_T}{\nabla} & 8) KM &= KB + BM & 9) c_B &= \frac{\nabla}{L \cdot B \cdot T}
 \end{aligned}$$

Institut für Schiffbau FH-Kiel				Verdrängungs-Berechnung				Name: C.6 Dat.:			
T	8,00	m ü.B.	Spantabstand dx=		10,90	m					
Lpp =	109,00	m	Spt-Abstand hinten dxh=		13,40	m	$\kappa_h=dxh/dx=$		1,23		
B =	16,40	m	Spt-Abstand vorn dxv=		11,40	m	$\kappa_v=dxv/dx=$		1,05		
Spt.-Nr.	Lage vor HL x (m)	Spt.-Fl. Aspt	Spt.-Mom. Mspt	SF		Prod.-Volumen Aspt * SF V=II*IV	Prod.-Moment L x * Aspt * SF VI=I*V		Prod.-Moment v Mspt * SF VII=III*IV		
	I	II	III	IV							
0'	-5,00	0,00	0,00	1,229	κ_h	0,00	0,0		0,0		
1'	8,40	26,40	223,40	4,917	$4*\kappa_h$	129,82	1090,5		1098,6		
2	21,80	84,50	411,30	2,229	$1+\kappa_h$	188,38	4106,7		916,9		
3	32,70	112,20	493,10	4		448,80	14675,8		1972,4		
4	43,60	124,70	518,20	2		249,40	10873,8		1036,4		
5	54,50	129,10	527,40	4		516,40	28143,8		2109,6		
6	65,40	124,60	520,80	2		249,20	16297,7		1041,6		
7	76,30	105,80	459,90	4		423,20	32290,2		1839,6		
8	87,20	74,50	341,70	2,046	$1+\kappa_v$	152,42	13290,8		699,1		
9'	98,60	41,20	229,40	4,183	$4*\kappa_v$	172,36	16994,7		959,7		
10'	110,00	0,00	0,00	1,046	κ_v	0,00	0,0		0,0		
$\Sigma 5=$						2530	$\Sigma 6=$	137764	$\Sigma 7=$	11674	
Vol.-spt = (1/3) * dx * $\Sigma 5$ =				9192 m³	BM = I _T / Vol. _{spt} =				3,00 m		
Depl.-see ~ 1,03 * Vol. spt =				9468 t	KM = KB + BM =				7,61 m		
Lcb = $\Sigma 6$ / $\Sigma 5$ =				54,45 m	BM _L = I _L eigen / Vol. _{spt} =				107,37 m		
KB = $\Sigma 7$ / $\Sigma 5$ =				4,61 m	KM _L = KB + BM _L =				111,99 m		
cb = Vol. _{spt} / (Lpp*B*T) =				0,643	"I _T " + "I _L eigen" siehe Extra-Formblatt						

D) Affine Verzerrung und Verdrängung

Aufgabe D.1 Affine Verzerrung

Ein Schiff soll die Hauptabmessungen Lpp=160m, B=23,0m, T=11,0m, cb=0,753 erhalten. Zur Erstellung des Linienrisses soll ein Vergleichsschiff affin verzerrt werden.

Vom Vergleichsschiff sind bekannt:

$$\begin{aligned}
 Lpp^* &= 163,00m & B^* &= 22,40m & Depl^* &= 28900t \\
 KB^* &= 5,34m & BM^* &= 3,97m & lcb^* &= 84,36m & MCT^* &= 32800tm/m \\
 lcf^* &= 80,85m & Spt\ 17: x^* &= 146,7m & Aspt^* &= 124m^2 & Mv_{spt}^* &= 645m^3
 \end{aligned}$$

$$\alpha^*_{cwl} = 26^\circ$$

Berechnen Sie die Formkurvenblatt-Werte, Trimmfaktoren und Wasserlinienwinkel.

Lösung:

$$c_B = c_B^* = 0,753 \Rightarrow T^* = \frac{Depl^*}{L^* \cdot B^* \cdot c_B \cdot 1,03} = 10,20m$$

$$\begin{aligned} \lambda = L/L^* &= 0,982 & Depl &= Depl^* \cdot \lambda \beta \tau = 31419 \text{ t} & KB &= KB^* \cdot \tau & &= 5,76 \text{ m} \\ \beta = B/B^* &= 1,027 & Lcb &= Lcb^* \cdot \lambda = 82,84 \text{ m} & BM &= BM^* \cdot \beta^2/\tau & &= 3,88 \text{ m} \\ \tau = T/T^* &= 1,078 & Lcf &= Lcf^* \cdot \lambda = 79,37 \text{ m} & MCT &= MCT^* \cdot \lambda^2 \beta & &= 32483 \text{ tm/m} \end{aligned}$$

$$t_f = Depl \cdot \frac{(lcf - Lpp)}{(MCT \cdot Lpp)} = -0,4873$$

$$t_a = Depl \cdot \frac{lcf}{(MCT \cdot Lpp)} = 0,4799$$

$$\begin{aligned} \text{Spant 17: } x &= x^* \cdot \lambda = 144,05 & A_{spt} &= A_{spt}^* \cdot \beta \tau = 137 \text{ m}^2 & M_{Vspt} &= M_{Vspt}^* \cdot \beta \tau^2 = 769 \text{ m}^3 \\ \tan \alpha &= \beta/\lambda \cdot \tan \alpha^* = 0,51 & \Rightarrow \alpha &= 27,02^\circ \end{aligned}$$

Aufgabe D.2 Hauptabmessungen

Ein Projekt-Entwurf soll die folgenden Zielwerte erreichen:

$$\text{Vol.} = 9200 \text{ m}^3 \quad T = 6,80 \text{ m} \quad KM = 7,50 \text{ m}$$

Der Linienriß wird durch affine Verzerrung eines Vergleichsschiffes gewonnen.

$$L_{pp}^* = 112,0 \text{ m} \quad B^* = 17,1 \text{ m} \quad T^* = 5,65 \text{ m} \quad \text{Vol}^* = 6630 \text{ m}^3$$

$$KB^* = 2,90 \text{ m} \quad KM^* = 7,20 \text{ m}$$

Berechnen Sie die Länge und die Breite des Projekt-Entwurfes.

Lösung:

1. $\tau = T/T^* = 1,204$
2. $KM = KB + BM = \tau \cdot KB^* + \beta^2/\tau \cdot (KM^* - KB^*) \Rightarrow \beta = 1,059$
3. $B = B^* \cdot \beta = 18,11 \text{ m}$
4. $\frac{\nabla}{\nabla^*} = \lambda \cdot \beta \cdot \tau \Rightarrow \lambda = 1,089 \quad \Rightarrow L = L^* \cdot \lambda = 121,9 \text{ m}$

Aufgabe D.3 Geometrische Ähnlichkeit

Ein Ponton hat Länge $L_{pp}^* = 75,00 \text{ m}$, Breite $B^* = 9,00 \text{ m}$ und Tiefgang $T^* = 6,00 \text{ m}$ und einem Blockkoeffizienten $c_B^* = 1,00$. Ein Ponton mit geometrisch ähnlicher Form und $\nabla = 3200 \text{ m}^3$ soll entwickelt werden. Berechnen Sie Länge, Breite und Tiefgang des Projektes.

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{Vol} &= 3200 \text{ m}^3 \\ \text{Vol}^* &= L^* \cdot B^* \cdot T^* \cdot c_B^* = 75 \text{ m} \cdot 9 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} \cdot 1,0 = 4050 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{Vol}}{\text{Vol}^*} = \frac{L \cdot B \cdot T}{L^* \cdot B^* \cdot T^*} = \lambda \cdot \beta \cdot \tau = \frac{3200}{4050} = 0,79$$

$$\text{geometrische Ähnlichkeit: } \lambda = \beta = \tau \Rightarrow \lambda^3 = 0,79 \Rightarrow \lambda = \sqrt[3]{0,79} = 0,924$$

$$L = L^* \cdot \lambda = 75,0 \text{ m} \cdot 0,9244 = 69,34 \text{ m}$$

$$B = B^* \cdot \beta = 9,0 \text{ m} \cdot 0,9244 = 8,32 \text{ m}$$

$$T = T^* \cdot \tau = 6,0 \text{ m} \cdot 0,9244 = 5,55 \text{ m}$$

Aufgabe D.4 Schiffsverlängerung (KM)

Von einem Schiff sind folgende Formwerte bekannt:

$B=23,0\text{m}$ $T=9,0\text{m}$ $\text{Depl}_0=23700\text{t}$ $c_m=0,98$ $KB_0=5,20\text{m}$ $KM_0=8,80\text{m}$

Das Schiff soll im parallelen Teil um $dL = 15,0\text{m}$ verlängert werden.

Wie groß ist der KM_E -Wert nach Verlängerung?

Lösung:

1. $\nabla_0 = \text{Depl}_0 / 1,03 = 25121 \text{ m}^3$
2. $I_{T0} = (KM_0 - KB_0) \cdot \nabla_0 = 82832 \text{ m}^4$
3. $I_{TE} = I_{T0} + dL \cdot B^3 / 12 = 98447 \text{ m}^4$
4. $\nabla_E = \nabla_0 + dL \cdot B \cdot T \cdot c_m = 26164 \text{ m}^3$
5. $KB_E = \frac{KB_0 \cdot \nabla_0 + (dL \cdot B \cdot T \cdot c_m) \cdot \frac{T}{2}}{\nabla_E} = 5,12 \text{ m}$
6. $KM_E = KB_E + \frac{I_{TE}}{\nabla_E} = 8,88 \text{ m} \Rightarrow \Delta KM = +0,08 \text{ m}$

Aufgabe D.5 Schiffsverlängerung (cB)

Ein Projekt-Schiff hat folgende vorläufige Daten: $L_{pp0}=120,00\text{m}$, $B=17,00\text{m}$, $T=7,20\text{m}$, $c_{B0}=0,76$, $c_m=0,96$. Das Schiff soll um $6,0\text{m}$ verlängert werden.

Wie groß ist der Blockkoeffizient nach Verlängerung?

Lösung:

$$\begin{aligned}\nabla_0 &= L_0 \cdot B \cdot T \cdot c_{B0} = 11162 \text{ m}^3 \\ d\nabla &= dL \cdot B \cdot T \cdot c_m = 705 \text{ m}^3 \\ \nabla_{E.} &= \nabla_0 + d\nabla = 11867 \text{ m}^3 \\ L_{E.} &= L_0 + dL = 126,0 \text{ m} \\ c_{B_{E.}} &= \frac{\nabla_{E.}}{L_{E.} \cdot B \cdot T} = 0,77\end{aligned}$$

E) Stabilität bei größeren Krängungswinkeln

Aufgabe E.1 Hebelarm-Kurve, Stabilitätsanteile

Von einem Schiff mit senkrechten Wänden sind folgende Werte bekannt:

$L_{pp}=112,0\text{m}$ $B=15,50\text{m}$ $H=7,80\text{m}$ $T=5,70\text{m}$

$\text{Depl.}=6500\text{t}$ $KG=6,00\text{m}$ $KM=6,40\text{m}$ $I_T=19500\text{m}^4$

Ermitteln Sie die Kurve der aufrichtenden Hebelarme $h(\varphi)$ für den Krängungsbereich, bis Seite Deck zu Wasser kommt. Berechnen Sie dabei einzeln die Anteile der Gewichts- und Formzusatz-Stabilität.

Lösung:

1. Seite Deck zu Wasser

$$\tan \varphi = \frac{H-T}{B/2} \Rightarrow \varphi = 15,16^\circ$$

- 2.
- $GM_0 = KM - KG = 0,40 \text{ m}$

$$BM_0 = \frac{I_T \cdot \rho_{See}}{Depl} = 3,08 \text{ m}$$

- 3.
- $h_k = GM_0 \cdot \sin \varphi$

$$h_z = \frac{\tan^2 \varphi}{2} \cdot BM_0 \sin \varphi$$

$$h = h_k + h_z$$

φ	h_k	h_z	h
5°	0,0348	0,0011	0,0359
10°	0,0694	0,008	0,0774
15°	0,1035	0,029	0,1325

Aufgabe E.2 KM- und GM-Änderung

Ein Projekt-Schiff hat folgende Daten: $Depl_0 = 150t$, $T_0 = 1,65m$, $\rho = 1,025t/m^3$

$GM_0 = 0,45m$, $KG_0 = 1,98m$, $KB_0 = 0,90m$, $TPC = 2,00 \text{ t/cm}$.

Das Schiff soll zusätzlich $m_H = 20t$ mit $vcg_H = 3,60m$ tragen können. Wie ändern sich KM_E , KG_E und GM_E , wenn die Wasserlinienfläche als konstant angenommen wird?

Lösung:

$$\text{Tiefertauchung } dT = \frac{m_H}{TPC} = \frac{20t}{2,0[t/cm]} = 10cm = 0,10m$$

$$Depl_E = Depl_0 + m_H = 170t$$

$$I_{T_0} = BM_0 \cdot \nabla_0 = (KG_0 + GM_0 - KB_0) \cdot \frac{Depl_0}{\rho} = 224m^4$$

$$BM_E = \frac{I_{TE}}{\nabla_E} = \frac{I_{T_0} \cdot \rho}{Depl_E} = \frac{224 \cdot 1,025}{170} = 1,35m$$

$$KB_E = \frac{\left(\frac{Depl_0}{\rho} \cdot KB_0 + \frac{m_H}{\rho} \cdot (T_0 + dT/2) \right)}{Depl_E / \rho} = \frac{150 \cdot 0,90 + 20 \cdot (1,65 + 0,05)}{170} = 0,99m$$

$$KM_E = KB_E + BM_E = 2,34m$$

$$KG_E = \frac{Depl_0 \cdot KG_0 + m_H \cdot vcg_H}{Depl_E} = \frac{150t \cdot 1,98m + 20t \cdot 3,60m}{170t} = 2,17m$$

$$GM_E = KM_E - KG_E = 0,17m$$

Aufgabe E.3 KG bei negativer Anfangsstabilität

Ein Frachtschiff mit senkrechten Seitenwänden hat negative Anfangsstabilität und daher eine Schlagseite von $\varphi = 4^\circ$. Aus dem Formkurvenblatt sind bekannt:

$$Depl. = 3500t \quad KM = 3,20m \quad I_T = 7400m^4$$

Wie hoch liegt der Gewichtsschwerpunkt?

Lösung:

$$\nabla = \frac{Depl}{\rho \cdot AF} = \frac{3500}{1,03} = 3397 m^3$$

$$BM = \frac{I_T}{\nabla} = \frac{7400}{3397} = 2,18 m$$

$$0 = h = GM_0 \cdot \sin\varphi + \frac{BM}{2} \tan^2\varphi \cdot \sin\varphi$$

$$\rightarrow GM_0 = -\frac{BM}{2} \cdot \tan^2\varphi = -0,0053 m$$

$$KG = KM - GM = 3,20 - (-0,0053) = 3,205 m$$

Aufgabe E.4 Krängungswinkel bei negativer Anfangsstabilität

Ein aufrecht schwimmendes Schiff hat im Departure-Zustand $Depl._0 = 7200 t$ und $KG_0 = 5,20 m$. Anschließend werden $m_F = 300 t$ Brennstoff mit $vcg_F = 0,60 m$ verbraucht. Im Arrival-Zustand entnimmt man aus dem Formkurvenblatt $KM_E = 5,35 m$ und $KB_E = 3,12 m$. Wie groß ist der Krängungswinkel im Arrival-Zustand ohne Berücksichtigung freier Oberflächen?

Lösung:

$$KG_E = \frac{Depl._0 \cdot KG_0 - m_F \cdot vcg_F}{Depl._E} = 5,40 m$$

$$BM_E = KM_E - KB_E = 5,35 - 3,12 = 2,23 m$$

$$GM_E = KM_E - KG_E = 5,35 - 5,40 = -0,05 m < 0$$

$$h = 0 = GM_E \cdot \sin\varphi + \frac{BM_E}{2} \cdot \tan^2\varphi \cdot \sin\varphi$$

$$\rightarrow \tan\varphi = \sqrt{\frac{-2GM_E}{BM_E}} \Rightarrow \varphi = 11,9^\circ$$

Aufgabe E.5 Krängungswinkel mit Formzusatzstabilität

Eine Yacht hat folgende Kennwerte: $Vol_{Spt.} = 100 m^3$ $KB = 0,60 m$ $KG = 2,40 m$ $I_T = 200 m^4$
Wie groß ist der Krängungswinkel, wenn ein Krängungsmoment von $M_{Kr_0} = 3,5 tm$ aufgebracht wird? (senkrechte Wände, Seite Deck kommt nicht zu Wasser)

Lösung:

$$BM = \frac{I_T}{\nabla} = 2,00 m$$

$$GM_0 = KB + BM - KG = 0,20 m$$

$$\left. \begin{aligned} h_{kr} &= \frac{M_{Kr}}{\rho \cdot \nabla} \cdot \cos\varphi = 0,03415 \cdot \cos\varphi \\ h_{aufr} &= (GM + \frac{BM}{2} \tan^2\varphi) \cdot \sin\varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} dh &= h_{aufr} - h_{kr} = 0 \\ dh &= (GM_0 + \frac{BM}{2} \tan^2\varphi) \cdot \sin\varphi - 0,03415 \cdot \cos\varphi \end{aligned}$$

Iterative Lösung:

φ	dh
12°	+0,0176
10°	+0,0065
8°	-0,003

$$dh=0 \Rightarrow \varphi \approx 8,6^\circ$$

Aufgabe E.6 Flächenberechnung

Ein Schiff hat die Hebelarmkurve $h(\varphi)$

0°	5°	10°	20°	30°	40°
0m	0,06m	0,12m	0,20m	0,27m	0,26m

- Wie groß ist die Metazentr. Höhe GM_0 ?
- Wie groß sind A_{30° und A_{40° ?

Lösung: $GM_0 = \frac{\partial h}{\partial \varphi} = \frac{h_5 - h_0}{(5^\circ - 0^\circ) \cdot \frac{\pi}{180^\circ}} = 0,688\text{m}$

$$A_{30} = \frac{3}{8} \cdot \frac{10^\circ \cdot \pi}{180^\circ} (h_0 + 3h_{10} + 3h_{20} + h_{30}) = 0,080\text{m}$$

$$A_{40} = \frac{10^\circ \cdot \pi}{3 \cdot 180^\circ} (h_0 + 4h_{10} + 2h_{20} + 4h_{30} + h_{40}) = 0,129\text{m}$$

Aufgabe E.7 Mindest- GM_0 bzw. KG_{Max}

Von einem Frachtschiff sind folgende Werte bekannt:

Depl = 6000t $KM_0 = 6,40\text{m}$

Phi(°)	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
Pantokarene w	0	1,141	2,259	3,320	4,244	4,943	5,393

- Berechnen Sie die Hebelarme der Formzusatzstabilität $h_z(\varphi)$
- Das Schiff gilt als kentersicher, wenn die folgenden Kriterien erfüllt sind:
 - $h_{30^\circ} \geq 0,20\text{m}$
 - Umfang $\geq 60^\circ$
 - Maximum der Hebelarmkurve jenseits von $\varphi_{\text{krit.}} = 35^\circ$
 - Stabilitätsweg $A_{0-30^\circ} \geq 0,055 \text{ m} \cdot \text{rad}$
 - Stabilitätsweg $A_{0-40^\circ} \geq 0,09 \text{ m} \cdot \text{rad}$
- Wie groß ist KG_{max} ?

Lösung:

a) Berechnen der Funktion $h_z(\varphi)$

$$h_z = w - KM_0 \cdot \sin \varphi$$

Phi (°)	0	10	20	30	40	50	60
hz	0,000	0,030	0,070	0,120	0,130	0,040	-0,150

b1) Umstellen der Gleichungen nach GM_0

$$h = h_k + h_z = GM_0 \cdot \sin \varphi + h_z \Rightarrow KG = KM - GM_0 = KM - (h - h_z) / \sin \varphi$$

$$c = c_k + c_z = GM_0 \cdot \cos \varphi + c_z \Rightarrow KG = KM - GM_0 = KM - (c - c_z) / \cos \varphi$$

$$A = A_k + A_z = GM_0 \cdot (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) + A_z \Rightarrow KG = KM - GM_0 = KM - (A - A_z) / (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)$$

b2) Einsetzen der vorgegebenen Werte

$$h_{\min}: \varphi = 30^\circ; h_{30} = 0,20\text{m}, h_{z30} = 0,120\text{m} \Rightarrow GM_{\min} = 0,160\text{m} \quad KG_{\max} = 6,24\text{m}$$

$$\text{Umfang: } \varphi = 60^\circ; h_{60} = 0,00\text{m}, h_{z60} = -0,15\text{m} \Rightarrow GM_{\min} = 0,173\text{m} \quad KG_{\max} = 6,23\text{m}$$

$$\text{Maximum: } \varphi = 35^\circ; c_{35} = 0,0\text{m}, c_{z35} = 0,0573\text{m}_{(s.u.)} \Rightarrow GM_{\min} = -0,069\text{m} \quad KG_{\max} = 6,47\text{m}$$

$$\text{Fläche } 0 \dots 30^\circ: A_{30} = 0,055\text{m} \quad A_{z30} = 0,0275\text{m} \Rightarrow GM_{\min} = 0,205\text{m} \quad KG_{\max} = 6,19\text{m}$$

$$\text{Fläche } 0 \dots 40^\circ: A_{40} = 0,09\text{m} \quad A_{z40} = 0,0506\text{m} \Rightarrow GM_{\min} = 0,168\text{m} \quad KG_{\max} = 6,23\text{m}$$

b3) Ermittlung der Funktionen h_z , c_z , A_z an den ausgewählten Stützstellen (hz: siehe Tabelle):

$$c_{z35^\circ} = dh_z/d\varphi = (h_{z40^\circ} - h_{z30^\circ}) / (10^\circ \cdot \pi/180^\circ) = 0,0573$$

$$A_{z30^\circ} = \int_{0^\circ}^{30^\circ} h_z d\varphi = \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{10^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \right) \cdot (1 \cdot h_{z0} + 3 \cdot h_{z10} + 3 \cdot h_{z20} + 1 \cdot h_{z30}) = 0,0275$$

$$A_{z40^\circ} = \int_{0^\circ}^{40^\circ} h_z d\varphi = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{10^\circ \cdot \pi}{180^\circ} \right) \cdot (1 \cdot h_{z0} + 4 \cdot h_{z10} + 2 \cdot h_{z20} + 4 \cdot h_{z30} + 1 \cdot h_{z40}) = 0,0506$$

c) $KG_{\max} = KM - GM_{\min} = 6,19\text{m}$. Das Grenzkriterium ist A_{30} .

F) Freie Oberflächen und krängende Momente

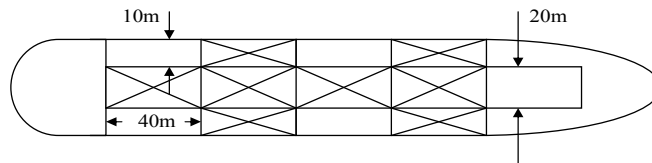
Aufgabe F1 Freie Oberflächen

Ein Tanker hat freie Flüssigkeits-Oberflächen in den schraffierten Öltanks (Rho=0,80 t/m³). Sein Deplacement beträgt 150.000t.

- Wie groß ist die Reduktion der metazentr. Höhe GG' infolge freier Oberflächen?
- Wie ändert sich der 30°-Hebelarm?
- Weisen sie nach, dass das Eigenträgheitsmoment eines rechteckigen Tanks

$$i_T = \frac{l \cdot b^3}{12} \text{ ist.}$$

Tankgröße: 4x 40m x 10m und 4x 40m x 20m (40m in Längsrichtung)



Lösung:

$$a) \quad GG' = \frac{\sum \rho_{FL} \cdot i_T}{Depl}$$

$$GG' = \frac{0,8 \frac{t}{m^3} \cdot 4 \cdot \left[\frac{40 \cdot 10^3}{12} m^4 + \frac{40 \cdot 20^3}{12} m^4 \right]}{150000t} = 0,64m$$

$$b) \quad \Delta h_{30^\circ} = h_{30^\circ solid} - h_{30^\circ liquid}' = (w - KG_{solid} \cdot \sin 30^\circ) - (w - (KG_{solid} + GG') \sin 30^\circ) = +GG' \cdot \sin 30^\circ = +0,32m$$

$$c) \quad i_T = \frac{2}{3} \int_0^L y^3 dx = \frac{2dx}{9} \sum y^3 SF = \frac{2 \cdot L}{9 \cdot 2} \cdot \left(\frac{B}{2} \right)^3 \cdot (1 + 4 + 1) = \frac{LB^3}{12} \quad \text{q.e.d.}$$

Aufgabe F2 Freie Oberflächen

Ein Schiff mit Depl.=5000t hat 3 Tanks mit freien Oberflächen:

Tank 1: Rechteck mit $l_{Dobo} = 12,0m$ $b_{Dobo} = 16,0m$ $\rho_{FL} = 0,80 \text{ t/m}^3$

Tank 2: Rechteck mit $l_{Dobo} = 16,0m$ $b_{Dobo} = 12,0m$ $\rho_{FL} = 0,90 \text{ t/m}^3$

Tank 3: gleichschenkliges Dreieck $l_{max} = 16,0m$ $b_{max} = 12,0m$ $\rho_{FL} = 1,00 \text{ t/m}^3$

- Berechnen Sie den Gesamt-Einfluss freier Oberflächen auf die Metazentrische Höhe.
- Wie groß wäre der Einfluss, wenn Tank 1 und 2 ein Mittellängsschott hätten?

Lösung:

$$a) \quad GG'_1 = \frac{\rho_{FL} \cdot l \cdot b^3}{Depl \cdot 12} = \frac{0,8 \cdot 12 \cdot 16^3}{5000 \cdot 12} = 0,655m$$

$$GG'_2 = \frac{\rho_{FL} \cdot l \cdot b^3}{Depl \cdot 12} = \frac{0,9 \cdot 16 \cdot 12^3}{5000 \cdot 12} = 0,414m$$

$$GG'_3 = \frac{\rho_{FL}}{Depl} \cdot \frac{2}{9} dx \left(\left(\frac{b_0}{2} \right)^3 \cdot 1 + \left(\frac{b_1}{2} \right)^3 \cdot 4 + \left(\frac{b_2}{2} \right)^3 \cdot 1 \right) = 0,115 m$$

mit $b_0 = 0m$, $b_1 = 6m$, $b_2 = 12m$

$$GG'_{ges} = \sum_1^3 GG' = 0,655 + 0,414 + 0,115 = 1,185m$$

$$b) \quad GG'_1 = 2 * \frac{\rho_{FL} \cdot l \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{Depl \cdot 12} = 0,164m$$

$$GG'_2 = 2 * \frac{\rho_{FL} \cdot l \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^3}{Depl \cdot 12} = 0,104m$$

$$GG'_3 = 0,115m$$

$$GG'_{ges} = 0,164 + 0,104 + 0,115 = 0,383m$$

Aufgabe F3 Krängungswinkel mit / ohne F.S.

Ein Schiff hat $Depl.=8000t$, $KG=4,50m$ und $KM=5,0m$. Im Schiff befindet sich ein teilgefüllter, rechteckiger Ballasttank mit der Länge $l_{BW}=7,5m$ und der Breite $b_{BW}=15,0m$. Anschließend wird eine Masse von $m_H=10t$ um die Distanz $dy=12,00m$ zur Seite geschoben.

- Berechnen Sie den Krängungswinkel ohne Berücksichtigung freier Oberflächen.
- „ „ „ „ mit „ „ „ „

Lösung:

a) ohne freie Oberflächen $\Rightarrow GG' = 0$

$$GM_{solid} = KM - KG - GG' = 5,0 - 4,5 = 0,50m$$

$$\text{mit } M_{auf} = Depl \cdot GM' \cdot \sin \varphi$$

$$M_{kr} = m_H \cdot dy \cdot \cos \varphi$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{m_H \cdot dy}{Depl \cdot GM'} \Rightarrow \varphi_{Solid} = 1,7^\circ$$

b) mit freien Oberflächen

$$GG' = \frac{\sum \rho \cdot i_T}{Depl} = \frac{7,5 \cdot 15^3 \cdot 1,025}{12 \cdot 8000} = 0,27m$$

$$GM' = 5,0 - 4,5 - 0,27 = 0,23m$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{m_H \cdot dy_H}{Depl \cdot GM'} \Rightarrow \varphi = 3,73^\circ$$

Aufgabe F4 Schwergut

Ein Schiff mit $Depl.=4000t$ hat eine Masse $m_H=50t$, die von einem Kran angehoben werden soll. Der Kranhaken befindet sich $18,0m$ über dieser Masse. Wie verändert sich der Gewichtsschwerpunkt GG^* und wie groß ist das krängende Moment, wenn

- das Seil angezogen und die Masse um $0,001m$ angehoben wird?
- die Masse bis zum Kranhaken angehoben wird?
- Die Masse bis zum Kranhaken angehoben und anschließend um $12m$ zur Seite ausgeschwungen wird? ($\varphi = 4,7^\circ$)
- Zusätzlich ein BW-Tank mit freien Oberflächen gefüllt wird ($\sum \rho \cdot i_T = 500tm$, $\varphi = 5,3^\circ$)

Lösung:

$$a) GG^* = \frac{m_H \cdot dz}{Depl} = \frac{50 \cdot 18}{4000} = 0,225m$$

$$M_{kr} = 0$$

$$b) \text{ wie a) } GG^* = 0,225m$$

$$M_{kr} = 0$$

$$c) \text{ wie a) } GG^* = 0,225m$$

$$M_{kr} = m_H (dz \cdot \sin \varphi + dy \cdot \cos \varphi) = 675tm$$

$$d) GG^* = 0,225 + \frac{500}{4000} = 0,35m$$

$$M_{kr} = 681 \text{ tm } (\varphi = 5,3^\circ)$$

Aufgabe F5 Schwergut, FKB-Diagramm

Ein Schiff, dessen Kurvenblatt in Abs.3 (Diagramm) dargestellt wurde, besitzt ein Schwergutgeschirr mit 50t SWL / 25m Ausladung bei einer Höhe der Baumnock von 30m ü. OKK. Das Geschirr arbeitet bei Krängungen bis 4° .

a) Wie groß darf $KG_{\max}$ auf Sommerfreibord-Tiefgang sein, damit ein 50t-Colli von Mitte Hauptdeck aufgenommen und mit maximaler Ausladung abgesetzt werden kann?

Lösung:

$$T_{UKK} = 9,27 \Rightarrow \text{Diagramm-Kurvenblatt} \Rightarrow Depl = 20950t \quad KM = 8,90m \quad KB = 4,95m$$

$$\text{Ferner: } m_H = 50t \quad dy = 25m \quad H_{l. \text{ Deck}} = 12,40m \quad dz = 30 - 12,4 = 17,6 \text{ m (Toprolle)}$$

a) Stabilität bei $\varphi_{zul} + 5^\circ = 9^\circ$ Neigung (SBG 3.3.5)

$$\left. \begin{aligned} h_{kr} &= \frac{m_H \cdot (dz \cdot \sin \varphi + dy \cdot \cos \varphi)}{Depl} \\ h_{aufr} &= GM_0^* \cdot \sin \varphi + h_z \\ GM_0^* &= \left(GM_{0_{solid}} - \frac{m_H \cdot dz}{Depl} \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &= 0 \\ & \nearrow \\ & GM_{0_{solid \min}} = \frac{m_H}{Depl} \cdot \left(2dz + \frac{dy}{\tan \varphi} \right) = 0,94m \end{aligned}$$

$$\Rightarrow KG_{solid \max.} = KM - GM_{0_{solid \min}} = 7,96 \text{ m}$$

b) Prüfen Sie auch die Forderung SBG-84 Pkt. 3.3.5.

$$h_{kr} = \frac{m_H}{Depl} \cdot (dz \cdot \sin \varphi + dy \cdot \cos \varphi) = 0,0625m$$

$$\left. \begin{aligned} h_{aufr} &= h_{kr} + 0,10m = 0,1625m \\ h_{aufr} &= \left(GM_{0_{solid \min}} - \frac{m_H \cdot dz}{Depl} \right) \cdot \sin \varphi + h_z \end{aligned} \right\} GM_{0_{solid \min}} = \frac{h_{kr} + 0,10m - h_z}{\sin \varphi} + \frac{m_H \cdot dz}{Depl} = 1,05m$$

$$BM = KM - KB = 8,90m - 4,95m = 3,95m$$

$$h_z = \frac{BM}{2} \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi = 0,0075m$$

$$\Rightarrow KG_{solid_{max}} = KM - GM_{solid_{min}} = 8,90m - 1,05m = 7,85m$$

Fazit: $KG_{solid_{max}}$ darf maximal 7,85 m betragen, damit alle Forderungen erfüllt sind.

Aufgabe F6 Querzug

Ein Schlepper (Länge 26,0m, Tiefgang 2,40m, Depl. =310t) wird auf Querzug belastet und mit einer Geschwindigkeit $v_q=4,0kn$ durchs Wasser gezogen. Der Schlepphaken befindet sich 4,50m ü.OKK. Ferner: Querzugbeiwert $c=1,1$ / $BM=4,20m$ / senkrechte Wände
Welche metazentrische Höhe GM' muss der Schlepper haben, damit der Krängungswinkel $\varphi=10^\circ$ nicht überschritten wird?

Lösung:

$$Z = \frac{c \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_{q[kn]}^2 \cdot \left(0,5144 \frac{m/sec}{kn}\right)^2 \cdot L \cdot T}{9,81kN/t} = 15,1t$$

$$h_{kr} = \frac{M_{kr}}{Depl} = \frac{Z \cdot \left(z_H - \frac{T}{2}\right) \cdot \cos \varphi}{Depl} = 0,158m$$

$$GM_0 = \frac{h_{KR} - \frac{BM}{2} \tan^2 \varphi \sin \varphi}{\sin \varphi} = 0,846m$$

$$h_{aufr} = GM_0 \cdot \sin \varphi + BM/2 \cdot \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi$$

Aufgabe F7 Drehkreis

Ein Schiff mit Depl.=7000t, Länge=115m, Tiefgang=6,00m, $KM=7,20m$ durchfährt einen Drehkreis mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 16kn$. Dabei stellt sich ein Krängungswinkel von 5° ein. Wie hoch liegt der Gewichtsschwerpunkt KG' ?

Lösung:

$$\left. \begin{array}{l} h_{Kr.} = F_z \cdot \left(KG' - \frac{T}{2}\right) \cdot \cos(\varphi) / Depl. \\ \text{mit } F_z = \frac{Depl. \cdot v_D^2}{r \cdot 9,81kN/t} \quad \text{mit } r \approx 2 \cdot Lpp \\ \text{und } v_0 \left[\frac{m}{s}\right] = v_0[kn.] \cdot 0,5144 \quad v_D \approx 0,65 \cdot v_0 \end{array} \right\} \Rightarrow h_{Kr.} = \frac{0,02 \cdot v_0 \left[\frac{m}{s}\right]^2 \cdot \left(KG' - \frac{T}{2}\right)}{L}$$

$$h_{aufr} = GM' \cdot \sin \varphi = (KM - KG') \cdot \sin \varphi$$

$$\Rightarrow KG' = \frac{KM \cdot \tan(\varphi) + \frac{T}{2} \left(0,02 \cdot \frac{v_0^2 \left[\frac{m}{s}\right]}{L}\right)}{\tan(\varphi) + \frac{v_0^2}{L} \cdot 0,02} = 6,70m$$

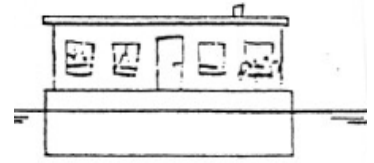
Aufgabe F8 Kenterpunkt

Ein Hausboot besteht aus einem Ponton (L=10,0m, B=5,0m, H=2,0m, T=1,0m) und einem über die ganze Länge gehenden 2,50 m hohen Aufbau. Der Gewichtsschwerpunkt liegt auf Höhe des Decks. $\rho=1,00 \text{ t/m}^3$.

Die Pantokarenen betragen:

Phi	10°	20°	30°	40°	50°
w(m)	0,49	0,96	1,31	1,44	-0,95

Der Ponton schwimmt zunächst ungekrängt und unvertrimmt.



1) Wie groß ist die Anfangsstabilität GM_0 ?

2) Bei stetig langsam zunehmenden Seitenwind neigt sich der Ponton.

Bei welcher Windgeschwindigkeit kentert er? Wie groß ist der statische Kenterwinkel?

Wie sieht eine graphische Lösung und eine numerische Lösung aus?

Lösung:

1. Berechnung der Anfangsstabilität GM_0 :

$$KG = 2,0 \text{ m} \quad BM = \frac{\rho \cdot L \cdot B^3}{12 \cdot \text{Depl}} = 2,083 \text{ m} \quad KB = T/2 = 0,5 \text{ m}$$

$$\text{Depl} = \rho \cdot L \cdot B \cdot T = 50 \text{ t} \quad \Rightarrow GM_0 = KB + BM - KG = 0,583 \text{ m}$$

2. Der statische Kenterwinkel φ_{KS} ist erreicht, wenn

$$h_{\text{aufr}} - h_{\text{kr}} = 0 \text{ und } \frac{\partial h_{\text{aufr}}}{\partial \varphi} - \frac{\partial h_{\text{kr}}}{\partial \varphi} = 0 \Rightarrow$$

$$h_{\text{aufr}} = w - KG \cdot \sin \varphi = w - 2,0 \cdot \sin \varphi$$

$$h_{\text{kr}} = c \cdot \frac{\rho_L}{2} \cdot v^2 \cdot \frac{A_L \cdot \cos \varphi \cdot (l_w + T/2)}{\text{Depl} \cdot 9,81 \text{ kN/t}}$$

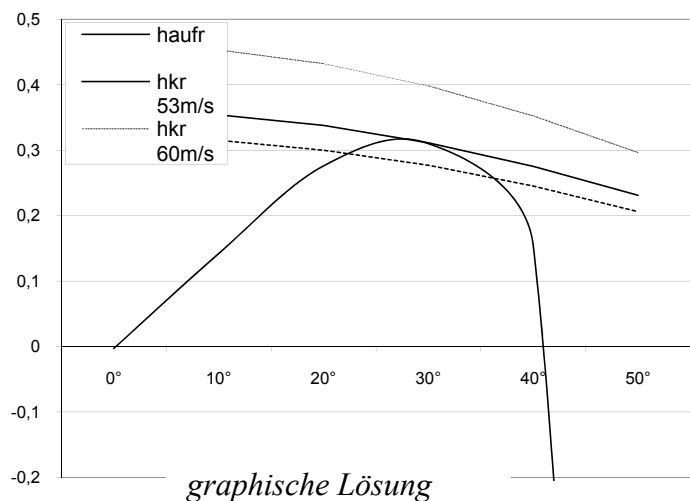
$$c = \text{Beiwert} = 1,3$$

$$\rho_L = 1,226 \cdot 10^{-3} \text{ t/m}^3 = \text{kN sec}^2 / \text{m}^4$$

$$A_L = L (H - T + 2,5 \text{ m}) = 35 \text{ m}^2$$

$$l_w = (H - T + 2,5) / 2 = 1,75 \text{ m}$$

$$\text{Depl} = 50 \text{ t}$$



graphische Lösung

$$\Rightarrow h_{\text{kr}} = 0,00012794 v^2 \cos \varphi$$

φ	10°	20°	30°	40°	50°
$h_{\text{aufr}} = w - 2,0 \cdot \sin \varphi$	0,142	0,276	0,31(max)	0,154	-2,48
$h_{\text{kr}} = 0,00012794 \cdot v^2 \cdot \cos \varphi$ bei $v = 50 \text{ m/s}$	0,315	0,300	0,277	0,245	0,206
$h_{\text{kr}} = 0,00012794 \cdot v^2 \cdot \cos \varphi$ bei $v = 60 \text{ m/s}$	0,453	0,432	0,398	0,352	0,296

3. Näherungslösung für konstantes Krängungsmoment

=> h_{auf} und h_{kr} gleichsetzen

$$\Rightarrow v_w = \sqrt{\frac{h_{\text{auf max}}}{0,00012794 \cdot \cos \varphi}} \\ = 53 \text{ m/sec}$$

Der statische Kenterpunkt ist erreicht bei $\varphi = 30^\circ$ und einer Windgeschwindigkeit $v \approx 53$ m/sec. In diesem Fall berühren sich die aufrichtende und krängende Hebelarmkurve nur noch in einem Punkt.

G) Docken und Grundberührung

Aufgabe G1 Docken

Ein Schiff mit dem Kurvenblatt (Tabelle) habe die Tiefgänge $T_{\text{VL}}=7,20\text{m}$ und $T_{\text{HL}}=7,64\text{m}$. Der Gewichtsschwerpunkt liegt bei $KG=8,42\text{m}$.

Das Schiff soll auf einer einzelnen Reihe Mittelpallen gedockt werden.

Bei welchem Wasserstand muß es seitlich abgestützt werden, damit es nicht kippt?

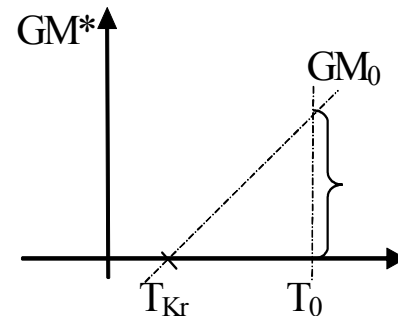
Lösung:

$$T_{\text{HL}} = 7,64; \quad T_{\text{VL}} = 7,20 \Rightarrow T = 7,42 \text{ m} \Rightarrow \text{Depl} = 14751 \text{ t} + 3 \text{ cm} \cdot 23,5 \text{ t/cm} = 14821 \text{ t}$$

Die Schwimmelage ist indifferent,

$$\text{wenn } GM^* = (KM - \frac{\text{Depl}}{\rho \cdot \nabla} \cdot KG) = 0 \text{ ist.} \Rightarrow$$

T	KM	$\rho \cdot \nabla$	$GM^* = KM - \frac{\text{Depl}}{\rho \cdot \nabla} \cdot KG$
7,00	8,95	13847	-0,06 m
7,04	8,95	13939	-0,002 m



Aufgabe G2 Docken

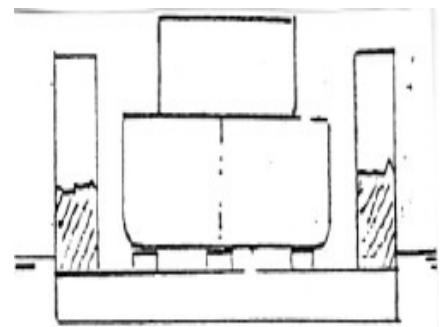
Ein Kumo ($m_K=1200\text{t}$, $v_{cg_K}=6,0\text{m}$) soll gedockt werden.

Das Dock ($m_D=1600\text{t}$, $v_{cg_D}=4,5\text{m}$) hat folgende Abmessungen

$L_{pp}=80\text{m}$, $B_{\text{außen}}=20\text{m}$, $b_{\text{innen}}=16\text{m}$,

$h_{\text{Dobo}}=3\text{m}$, OK-Dockpallen = 4,5m ü.B.

Die Absenkung des Docks erfolgt durch Füllung der Seitentanks. Prüfen Sie die Stabilität GM^* bei $T = 3,01\text{m}$ (Boden überflutet) und $T = 4,50\text{m}$!



Lösung:1.) Berechnung von Depl und Füllhöhe für $T = 3,01\text{m}$

$$\text{Depl}_{\text{soll}} = \rho \cdot \nabla = \rho \cdot L \cdot B \cdot T = 4936 \text{ t}$$

$$\Rightarrow \text{erforderliche Ballastmenge } m_{\text{BW}} = \text{Depl} - m_{\text{K}} - m_{\text{D}} = 2136 \text{ t}$$

$$\text{Füllhöhe} = \frac{m_{\text{BW}}}{\rho \cdot L \cdot (B - b)} = 6,51 \text{ m}$$

$$\text{vcg}_{\text{BW}} = h_{\text{Dobo}} + \text{Füllhöhe}/2 = 6,26 \text{ m}$$

2.) Ermittlung des Höhenschwerpunktes „KG“

$$\text{Massenbilanz: Depl} = m_{\text{K}} + m_{\text{D}} + m_{\text{BW}}$$

$$\text{KG} = \frac{m_{\text{K}} \cdot (\text{vcg}_{\text{K}} + 4,5 \text{ m}) + m_{\text{D}} \cdot \text{vcg}_{\text{D}} + m_{\text{BW}} \cdot \text{vcg}_{\text{BW}}}{\text{Depl}} = 6,71 \text{ m}$$

3.) Berechnung von GM' bei $T=3,01\text{m}$

$$\text{KB} = T/2 = 1,505 \text{ m} \quad \text{BM} = \frac{\rho \cdot L \cdot (B^3 - b^3)}{12 \cdot \text{Depl}} = 5,42 \text{ m}$$

$$\text{Seitentankbreite } b_{\text{WT}} = (B-b)/2 = \frac{20 \text{ m} - 16 \text{ m}}{2} = 2,0 \text{ m}$$

$$\text{GG}' = \frac{\rho \cdot \sum i_T}{\text{Depl}} = \frac{2 \cdot \rho \cdot L \cdot b_{\text{WT}}^3}{\text{Depl} \cdot 12} = 0,02 \text{ m} \quad (\text{der Innenraum ist bereits bei BM berücksichtigt})$$

$$\text{GM}' = \text{KB} + \text{BM} - \text{KG} - \text{GG}' = 0,19 \text{ m}$$

 $\Rightarrow$ GM noch positiv, aber knapp!4.) Berechnen von GM' bei $T = 4,50\text{m}$

$$\text{Depl}_{\text{soll}} = \rho \cdot L \cdot (B \cdot 4,50 \text{ m} - b \cdot 1,50 \text{ m}) = 5412 \text{ t}$$

$$m_{\text{BW}} = \text{Depl} - m_{\text{D}} - m_{\text{K}} = 2612 \text{ t}$$

$$\text{Füllstand} = \frac{m_{\text{BW}}}{\rho \cdot L \cdot (B - b)} = 7,96 \text{ m}$$

$$\text{vcg}_{\text{BW}} = \frac{\text{Füllstand}}{2} + h_{\text{Dobo}} = 6,98 \text{ m} \quad b_{\text{WT}} = (B-b)/2$$

$$\text{KG} = \frac{m_{\text{K}} \cdot (\text{vcg}_{\text{K}} + 4,5 \text{ m}) + m_{\text{D}} \cdot \text{vcg}_{\text{D}} + m_{\text{BW}} \cdot \text{vcg}_{\text{BW}}}{\text{Depl}} = 7,03 \text{ m}$$

$$\text{BM} = \frac{\rho \cdot L \cdot (B^3 - b^3)}{12 \cdot \text{Depl}} = 4,93 \text{ m}$$

$$\text{KB} = \frac{L \cdot B \cdot 3,0 \cdot 1,5 + L \cdot (B - b) \cdot (T - 3,0) \cdot (3,0 + (4,5 - 3,0)/2)}{\text{Depl} / \rho} = 1,70 \text{ m}$$

$$\text{GG}' = \frac{\rho \cdot \sum i_T}{\text{Depl}} = \frac{2 \cdot \rho \cdot L \cdot b_{\text{WT}}^3}{\text{Depl} \cdot 12} = 0,02 \text{ m} \quad (\text{der Innenraum ist bereits bei BM berücksichtigt})$$

berücksichtigt)

$$\text{GM}' = \text{KB} + \text{BM} - \text{KG} - \text{GG}' = -0,42 \text{ m} \Rightarrow \text{kippt um!}$$

Aufgabe G3 Vertrimmung durch Grundberührung

Ein Schiff mit beigefügtem FKB (Tabelle, $L_{pp}=132\text{m}$) hat $T_{VL-0} = 7,16\text{m}$ und $T_{HL-0} = 7,60\text{m}$.

Das Schiff läuft auf ein Riff. Danach werden folgende Tiefgänge abgelesen:

$T_{VL-E} = 6,00\text{m}$ und $T_{HL-E} = 8,00\text{m}$.

- Wie groß ist die Auflager-Kraft?
- An welcher Stelle sitzt das Schiff auf?

Lösung:

1.)

Eingangswerte intakt	nach Riff
$T_0 = \frac{T_{VL0} + T_{HL0}}{2} = 7,38\text{m}$	$T_R = \frac{T_{VLR} + T_{HLR}}{2} = 7,00\text{m}$
$\text{Depl}_0 = 14728\text{t}$	$\text{Depl}_R = 13847\text{t}$
$\text{MCT}_0 = 18243\text{tm/m}$	$\text{MCT}_R = 17258\text{tm/m}$
$\text{lcb}_0 = 68,02\text{m}(\text{unvertrimmt})$	$\text{lcb}_R = 68,06\text{m}(\text{unvertrimmt})$

- 2.) Berechnung des Gewichtsschwerpunktes für ein Schiff, welches mit den o.g. Tiefgängen frei schwimmen würde.

Intakt	Riff
Trimm: $\Delta T_0 = T_{HL0} - T_{VL0} = 0,44\text{m}$ $M_{Tr} = \text{Depl}_0 \cdot (\text{lcb}_0 - \text{lcg}_0)$ $M_{\text{aufr}} = \Delta T_0 \cdot \text{MCT}_0$ $\text{lcg}_0 = \text{lcb}_0 - \frac{\Delta T \cdot \text{MCT}_0}{\text{Depl}_0} = 67,48\text{m}$	Trimm: $\Delta T_R = T_{HLR} - T_{VLR} = 2,00\text{m}$ $M_{Tr} = \text{Depl}_R \cdot (\text{lcb}_R - \text{lcg}_R)$ $M_{\text{aufr}} = \Delta T_R \cdot \text{MCT}_R$ $\text{lcg}_R = \text{lcb}_R - \frac{\Delta T_R \cdot \text{MCT}_R}{\text{Depl}_R} = 65,56\text{m}$

- 3.) Berechnung der Restkraft R und des Angriffspunktes x_R durch Aufteilung des Schiffes in die 2 Anteile „freischwimmender Riff-Sitzer“ und „Restkraft“.

Kräftebilanz: $\text{Depl}_R = R + \text{Depl}_0$
 $\Rightarrow R = \text{Depl}_R - \text{Depl}_0 = -881\text{t}$

Momentanbilanz: $\text{Depl}_R \cdot \text{lcg}_R = R \cdot x_R - \text{Depl}_0 \cdot \text{lcg}_0$
 $\Rightarrow x_R = \frac{\text{Depl}_0 \cdot \text{lcg}_0 - \text{Depl}_R \cdot \text{lcg}_R}{R} = 97,65\text{m}$

H) Leckrechnung

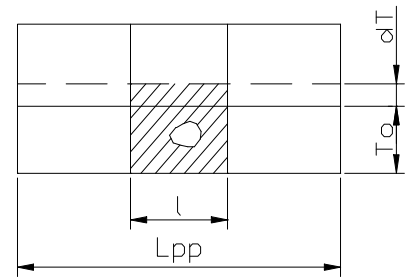
Aufgabe H1 Ponton im Endzustand der Flutung

Gegeben ist ein Ponton mit folgenden Hauptabmessungen:

$$L_{pp}=100,00m \quad B=20,00m \quad T_0=3,00m \quad KG_0=8,00m$$

Lecklänge $l_L=40,00m$ (sym. $\rho=1,0t/m^3$, $\kappa_v=\kappa_F=1,0$)

Berechnen Sie die metazentrische Höhe nach der Methode "hinzukommendes Gewicht" und "wegfallender Auftrieb".



Lösung:

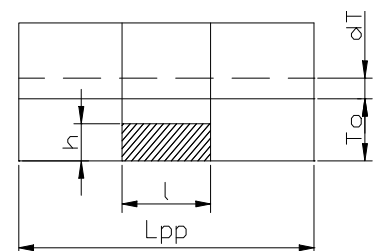
	„hinzukommendes Gewicht“	„wegfallender Auftrieb“
$\sum F_z = 0$	$\overbrace{\rho LBT}^{Depl_T} = \overbrace{\rho LBT_0}^{Depl_0} + \overbrace{\rho \kappa_v lBT}^{m_T}$ $\Rightarrow T = \frac{L \cdot T_0}{(L - \kappa_v \cdot l)} = \frac{100 \cdot 3}{(100 - 40)} = 5,0m$	$\overbrace{\nabla_T}^{LBT} = \overbrace{\nabla_R}^{LBT_0} + \overbrace{\bar{v}_T}^{\text{Re stkörper} lBT}$ $\Rightarrow \text{dito} \quad (T = 5,0m)$
Volumen, Schwerpunkt	$Depl_0 = \rho LBT_0 = 100 \cdot 20 \cdot 3 = 6000t$ $\bar{m}_T = \rho \cdot \bar{v}_T = \rho \kappa_v lBT = 4000t$ $Depl_T = Depl_0 + m_T = 10000t$ $z_T = T/2 = 2,50m$ $\bar{i}_T = \frac{\kappa_F \cdot lB^3}{12} = 26666m^4$ $I_T = \frac{LB^3}{12} = 66666m^4$	$\nabla_R = \nabla_0 = LBT_0 = 6000m^3$ $\bar{v}_T = \kappa_v lBT = 4000m^3$ $\nabla_T = LBT = 10000m^3$ $KB_T = T/2 = 2,50m$ $z_T = T/2 = 2,50m$
$\sum M_v = 0$	$KG_T = \frac{Depl_0 KG_0 + \bar{m}_T z_T}{Depl_T} = 5,80m$ $GG'_T = \frac{\rho \cdot \kappa_F \cdot \bar{i}_T}{Depl_T} = 2,67m$ $KB_T = T/2 = 2,50m$ $BM_T = \frac{\rho^* I_T}{Depl_T} = 6,67m$	$KG_R = KG_0 = 8,0m \text{ (Gewicht ohne Änderung)}$ $GG'_R = 0 \text{ (keine freien Oberflächen)}$ $KB_R = \frac{\nabla_T KB_T - v_T z_T}{\nabla_R} = 2,50m$ $BM_R = \frac{\overbrace{I_T - \kappa_F \bar{i}_T}^{I_R}}{\nabla_R} = 6,67m \text{ (Zufall)}$
Zusammensetzung $\varphi < 5^\circ$ $h_Z = 0$	$GM'_T = KB_T + BM_T - KG_T - GG'_T = 0,70m$ $M_{Auf} = Depl_T \cdot GM'_T \sin \varphi = 7000tm \cdot \sin \varphi$	$GM'_R = KB_R + BM_R - KG_R - GG'_R = 1,17m$ $M_{Auf} = Depl_R \cdot GM'_R \sin \varphi = 7000tm \cdot \sin \varphi$

Aufgabe H2 Ponton im Zwischenzustand der Flutung

Gegeben ist ein Ponton mit folgenden Hauptabmessungen:

$$L_{pp}=100,00m \quad B=20,00m \quad T_0=3,00m \quad KG_0=8,00m \quad \kappa_v=\kappa_F=1,0$$

Lecklänge $l_L=40,00m$ (sym.) $\rho=1,0t/m^3$ Höhe des Wasserstandes $h=1,50m$. Berechnen Sie die metazentrische Höhe nach der Methode "hinzukommendes Gewicht" und "wegfallender Auftrieb".



Lösung:

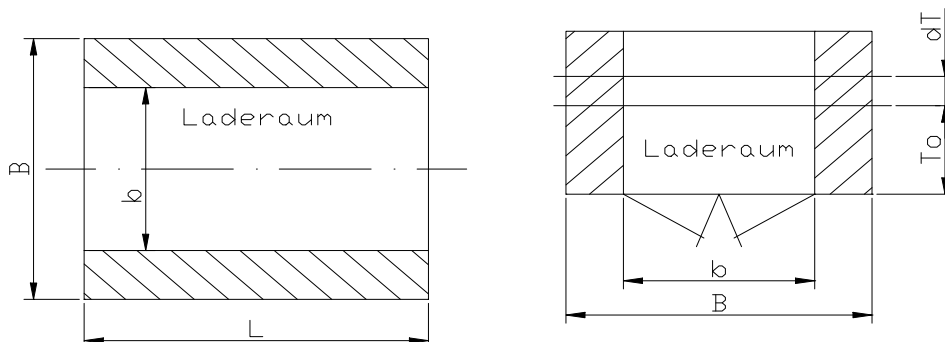
	„hinzukommendes Gewicht“	„wegfallender Auftrieb“
$\sum F_Z = 0$	$\overbrace{\rho L B T}^{Depl_T} = \overbrace{\rho L B T_0}^{Depl_0} + \overbrace{\rho \kappa_v \cdot l B h}^{m_h}$ $\Rightarrow T = T_0 + \frac{\kappa_v \cdot l \cdot h}{L} = 3,60m$	$\overbrace{L B T}^{\nabla_T} = \overbrace{L B T_0}^{\nabla_R} + \underbrace{\kappa_v \cdot l B h}_{Re\ stkörper} \bar{v}_h$ $\Rightarrow \text{dito} \quad (T = 3,60m)$
Volumen, Schwerpunkt	$Depl_0 = \rho L B T_0 = 100 \cdot 20 \cdot 3 = 6000t$ $m_h = \rho \kappa_v \cdot l B h = 1200t$ $Depl_T = Depl_0 + m_h = 7200t$ $z_h = \frac{h}{2} = 0,75m$ $\bar{i}_T = \frac{\kappa_F \cdot l B^3}{12} = 26666 \text{ m}^4$ $I_T = L \cdot B^3 / 12 = 66666 \text{ m}^4$	$\nabla_R = \nabla_0 = 6000m^3$ $\bar{v}_h = \kappa_v \cdot L B h = 1200m^3$ $\nabla_T = L B T = 7200m^3$ $KB_T = T/2 = 1,80m$ $z_h = \frac{h}{2} = 0,75m$ $\bar{i}_i = \frac{\kappa \cdot l \cdot B^3}{12}$
$\sum M_V = 0$	$KG_T = \frac{Depl_0 KG_0 + m_h z_h}{Depl_T} = 6,79m$ $GG'_T = \frac{\rho \cdot \bar{i}_T}{Depl_T} = 3,70m$ $KB_T = T/2 = 1,80m$ $BM_T = \frac{\rho \cdot I_T}{Depl_T} = 9,26m$	$KG_R = KG_0 = 8,0m$ (ohne Änderung) $GG'_R = 0$ (keine freie Oberfläche) $KB_R = \frac{\nabla_T KB_T - \bar{v}_h z_h}{\nabla_0} = 2,01m$ $BM_R = \frac{\overbrace{I_{T,R}}^{I_{T,R}} - \bar{i}_T}{\nabla_R} = 6,67m$
Zusammen- setzung $\varphi < 5^\circ$ $h_Z = 0$	$GM'_T = KB_T + BM_T - KG_T - GG'_T = 0,564m$ $M_{Auf} = Depl_T \cdot GM'_T \sin \varphi = 4060t \cdot \sin \varphi$	$GM'_R = KB_R + BM_R - KG_R - GG'_R = 0,677m$ $M_{Auf} = Depl_R \cdot GM'_R \sin \varphi = 4060tm \cdot \sin \varphi$

Aufgabe H3 Leckrechnung einer Klappschute (w.A.)

Gegeben ist ein Klappschute mit folgenden Abmessungen:

L_{pp} , B , T_0 , KG_0 , b = Laderaumbreite, $\rho = 1,0t/m^3$ $\kappa = 1,0$

- Berechnen Sie den Stabilitätsverlust $\Delta GM = f(b, B, T_0)$ nach der Methode "wegfallender Auftrieb".
- Bei welcher Laderaumbreite $b = f(B, T_0)$ ist der Stabilitätsverlust ΔGM am größten?



Lösung:

1. Berechnung der Tieferichtung $\sum F_z = 0$

$$\nabla_R = \nabla_0 = LBT_0$$

$$\nabla_T = \nabla_R + \bar{v}_T$$

$$\Rightarrow LBT = LBT_0 + LbT \quad \text{und mit } \bar{b} = \kappa_v \cdot b \quad T = \frac{BT_0}{B - \bar{b}}$$

2. Berechnung des GM-Verlustes

$$KB_0 = \frac{T_0}{2} \quad KB_R = \frac{T}{2} = \frac{B \cdot T_0}{(B - \bar{b})2}$$

$$BM_0 = \frac{L \cdot B^3}{12 \cdot LBT_0}$$

$$BM_R = \frac{I_T - \bar{i}_T}{\nabla_R} = \frac{L \cdot (B^3 - \bar{b}^3)}{12 \cdot LBT_0} = \frac{(B^3 - \bar{b}^3)}{12 \cdot BT_0}$$

$$KG_R = KG_0, \quad GG'_R = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta GM &= GM_0 - GM_R \\ &= (KB_0 + BM_0 - KG_0) - (KB_R + BM_R - KG_R - GG'_R) \\ &= KB_0 - KB_R + BM_0 - BM_R - KG_0 + KG_R + GG'_R \\ &= \frac{T_0}{2} - \frac{BT_0}{2(B - \bar{b})} + \frac{B^3}{12 \cdot BT_0} - \frac{B^3 - \bar{b}^3}{12 \cdot BT_0} + 0 \\ &= \frac{T_0}{2} - \frac{BT_0}{2(B - \bar{b})} + \frac{\bar{b}^3}{12 \cdot BT_0} \end{aligned}$$

3. Der GM – Verlust ist am größten, wenn $\frac{\partial(\Delta GM)}{\partial b} = 0$, also wenn die Ableitung = 0 ist!

$$\Rightarrow \frac{\partial(\Delta GM)}{\partial b} = 0 = 0 - \frac{BT_0}{2(B - \bar{b})^2} + \frac{\bar{b}^2}{4BT_0} = 0 \quad | \cdot (-4 \cdot BT_0)$$

$$\Rightarrow \frac{4 \cdot T_0^2 B^2}{2(B - \bar{b})^2} = \bar{b}^2 \quad \Rightarrow \frac{\sqrt{2} \cdot BT_0}{(B - \bar{b})} = \bar{b}$$

Ausmultiplizieren:

$$\bar{b}^2 - B\bar{b} + \sqrt{2} \cdot BT_0 = 0$$

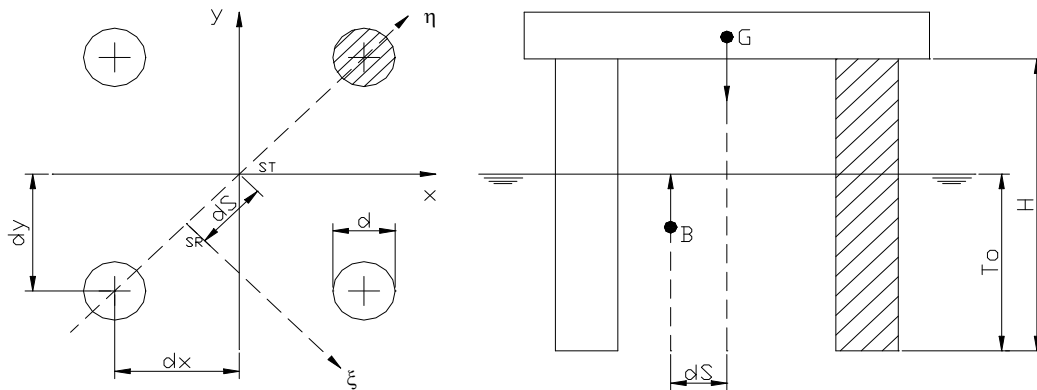
$$\Rightarrow \boxed{\bar{b}_{1,2} = \frac{B}{2} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4} - \sqrt{2} \cdot BT_0}}$$

Aufgabe H4 Leckrechnung einer Bohrinself mit Drehung der Trägheits-Achsen

Eine Bohrinself aus 4 Zylindern habe folgende Abmessungen: $H = KG_0 = 30,00\text{m}$

$dy=dx=28,11\text{m}$ (halber Rohrabstand), $T_0=d=10,0\text{m}$, $\rho = 1,0\text{t/m}^3$, $\kappa = 0,5$

Ein Rohr wird geflutet.



1. Berechnen Sie den Lecktiefgang "T" nach der Methode „wegfallender Auftrieb“!
2. Berechnen Sie den Höhengschwerpunkt KBR des Restkörpers
3. " das Eigen-Trägheitsmoment des Ganzkörpers $I_{T \text{ Min}}$ (4 Rohre)
4. " das Mindest-Trägheitsmoment des Restkörpers $I_{R \text{ Min}}$
5. " den Achsen-Drehwinkel " α "
6. " den Krängungswinkel " ϕ " durch Momentenbilanz ($\phi < 10^\circ$).
7. Prüfen Sie, ob der Boden austaucht oder Seite Deck zu Wasser kommt.

Lösung:

1) WL – Fläche $a = \frac{\pi d^2}{4} = 78,5 \text{ m}^2 = 4 \cdot a$

Verdrängung intakt $\nabla_0 = 4 \cdot a \cdot T_0 = 3140 \text{ m}^3$

Fortfallender Auftrieb $\nabla_0 = \nabla_T - \bar{v}_L \Rightarrow 4 \cdot a \cdot T_0 = 4 \cdot a \cdot T - \kappa \cdot a \cdot T \Rightarrow T = \frac{4 \cdot T_0}{(4 - \kappa)} = 11,43 \text{ m}$

2) Unmittelbar einleuchtend ist: $KB_R = \frac{T}{2} = \frac{2 \cdot T_0}{(4 - \kappa_v)} = 5,714 \text{ m}$

3) Eigentragheitsmoment eines Beines $i_{eigen} = \frac{a^2}{4 \cdot \pi} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 490,6 \text{ m}^4$

$\Rightarrow$ Eigentragheitsmoment des Ganzkörpers $I_{TT} = I_{L T} = 4 \cdot i_{eigen} + 4 \cdot a \cdot dy^2 = a \left(\frac{a}{\pi} + 4 dy^2 \right) = 250.000 \text{ m}^4$

4a) Berechnung der Schwerpunktsverschiebung $S_T \rightarrow S_R$ durch Momentenbilanz um $\odot_T$:

$$A_R = A_0 - \kappa a = 4a - \kappa \cdot a = a \cdot (4 - \kappa)$$

$$A_R \cdot \Delta tcf = A_0 \cdot 0 - \kappa \cdot a \cdot dy$$

$$\Rightarrow \Delta tcf = \left| \frac{-\kappa \cdot dy}{A_R} \right| = \left| \frac{-\kappa \cdot dy}{4 - \kappa_v} \right| = \frac{\kappa \cdot dy}{4 - \kappa_v} \quad dx = dy \Rightarrow \Delta lcf = \Delta tcf$$

4b) Berechnung der Trägheitsmomente I_{LR}, I_{TR}, I_{ZR} bezogen auf „ $\odot_R$ “

$$I_{TR} = I_{TT} + A_T \cdot \Delta tcf^2 - (\kappa_F i_T - \kappa_F a \cdot (dy + \Delta tcf)^2) = 214310 m^4$$

$$\text{Ganzfläche um } \odot_R: I_{TT} + A_T \cdot \Delta tcf^2$$

$$\text{Leckfläche um } \odot_R: (\kappa_F i_T - \kappa_F a \cdot (dy + \Delta tcf)^2)$$

$$I_{LR} = I_{TR} = 214310 m^4 \quad (\text{wegen } dx=dy, \Delta tcf=\Delta lcf)$$

$$I_{ZR} = I_{ZT} + \overset{0}{A_T \cdot \Delta tcf \cdot \Delta lcf} - [\kappa_F i_Z - \kappa_F a(dx + \Delta lcf)(dy + \Delta tcf)]$$

$$= A_T \cdot \Delta tcf^2 - \kappa_F a(dy + \Delta tcf)^2$$

$$= 4 \cdot 78,5 m^2 \cdot 4,01^2 - 0,5 \cdot 78,5 \cdot (28,1 + 4,0)^2 = -35444 m^4 \quad (\text{Negativ!})$$

4c) Berechnung des Mindest – Trägheitsmoments

$$I_{Min} = \frac{I_{TR} + I_{LR}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{LR} - I_{TR}}{2} \right)^2 + I_{ZR}^2} = 214310 - 35444 = 178867 m^4$$

$$5) \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \cdot I_{ZR}}{I_{LR} - I_{TR}} = \infty \quad \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$$

6a) Berechnung der metazentrischen Höhe des Restkörpers

$$GM_R = KB_R + BM_R - KG_0 - GG'$$

$$= \frac{T}{2} + \frac{I_{min}}{\nabla_0} - KG_0 - 0 = 5,72 + 56,97 - 30 - 0 = 32,69 m$$

6b) Momentenbilanz (Drehung um die ξ - η - Achsen)

Für $\varphi < 10^\circ$ gilt:

$$M_{Auf R} = \rho \nabla_R \cdot (GM_R \sin \varphi + h_z)$$

$$M_{KR R} = \rho \nabla_R \cdot (\Delta tcf \cdot \sqrt{2}) \cdot \cos \varphi$$

$$M_{Auf} = M_{Kr}, \text{ Abstand zwischen Gewicht } \odot_T \text{ und Auftrieb } \odot_R = (\Delta tcf \cdot \sqrt{2}) \Rightarrow$$

⇒ a) Näherung für kleine Winkel $\varphi < 5^\circ$: $h_Z = 0$

$$\tan \varphi = \Delta tcf \cdot \frac{\sqrt{2}}{GM_R} = \frac{4,01 \cdot 1,41}{32,71} \Rightarrow \varphi = 9,8^\circ$$

⇒ b) Näherung mittlere Winkel $\varphi < 10^\circ$ $h_Z = \frac{BM}{2} \tan^2 \varphi \sin \varphi$

$$GM_R \tan \varphi + \frac{BM_R}{2} \tan^3 \varphi = tcf \cdot \sqrt{2} \Rightarrow \varphi = 9,4^\circ \quad (\text{iterativ})$$

7) Jetzt muss noch geprüft werden, ob bei einer Krängung von 10° weder der Boden austaucht noch das Deck eintaucht.

Defekte Säule: $T_{sb} = T + (dy + \Delta tcf) \cdot \sqrt{2} \cdot \tan 10^\circ \approx 19,3\text{m}$

Gegenüberliegende, heile Säule: $T_{bb} = T - (dy - \Delta tcf) \cdot \sqrt{2} \cdot \tan 10^\circ \approx 5,5\text{m}$

⇒ Bei einer Seitenhöhe von $H=30\text{m}$ taucht weder das Deck ein noch der Boden aus.

Anmerkung:

Nach der Katastrophe der „Alexander Kjelland“ im Jahre 1980 fordern die norwegischen Vorschriften, dass bei einem defektem Bein der Krängungswinkel nicht größer als 10° werden darf. Diese Bohrsinsel würde das Kriterium gerade erfüllen.

Aufgabe H5 Leckrechnung eines Küstentankers

Ein Küstentanker habe folgende Abmessungen:

$L_{pp}=66,00\text{m}$	$B=8,30\text{m}$	$T_0=2,10\text{m}$	$KG_0=3,44\text{m}$	$V_0=725\text{m}^3$
$KB \sim 0,56 \cdot T$ (aus FKB)		$BM \sim 6,18/T$ (aus FKB)		$A_{WL} \sim 460\text{m}^2$
$Lcf_0=30,00\text{m}$	$I_L=99800\text{m}^4$	$\rho = 1,00\text{t/m}^3$		$\kappa_F = 1,00$

A) Verletzung ohne Trimm ohne Krängung (nur Tiefertauchung)

Der Maschinenraum einschl. Doppelboden wird geflutet.

$$l_L=5,80\text{m} \quad b_L=8,20\text{m} \quad cb_{T_0}=v_0/(l_L \cdot b_L \cdot T_0)=0,80 \quad z_L=0,55 \cdot T \quad \kappa_v=0,85$$

Berechnen Sie das GM des verletzten Schiffes nach der Methode "wegfallender Auftrieb" und "hinzukommendes Gewicht". Weisen Sie Gleichwertigkeit nach.

B) Verletzung mit Krängung, ohne Trimm (unsym., h.G.):

Eine seitliche Leckabteilung wird geflutet:

$$l_L=6,70\text{m} \quad b_L=1,80\text{m} \quad dy=3,25\text{m} \quad cb_0=0,90 \quad z_L=0,55 \cdot T \quad \kappa_v=0,95$$

Ermitteln Sie die metazentrische Höhe des verletzten Ganzkörpers und näherungsweise die Schlagseite ($\varphi < 10^\circ$).

C) Verletzung mit Trimm, ohne Krängung (sym., w.A.):

Eine Vorschiffs-Abteilung wird geflutet:

$$l_L=6,70\text{m} \quad b_L=8,00\text{m} \quad x_L=45,0\text{m} \quad cb_0=0,90 \quad z_L=0,55 \cdot T \quad \kappa_v=0,95$$

Ermitteln Sie die Tiefgänge vorn und hinten und die metazentr. Höhe des Restkörpers.

Lösung:A) Verletzung ohne Trimm, **ohne Krängung, w.A.**

A1. Bestimmung des Lecktiefanges und des Leckvolumens

$$\bar{v}_0 = \kappa_V \cdot l_L \cdot b_L \cdot T_0 \cdot c_{Bo} = 0,85 \cdot 5,8 \cdot 8,2 \cdot 2,1 \cdot 0,8 = 67,9 m^3$$

$$\bar{a} = \kappa_F \cdot l_L \cdot b_L = 47,6 m^2$$

$$\bar{i}_T = \kappa_F \cdot \frac{lb^3}{12} = 267 m^4$$

$$\Rightarrow \text{Tiefertauchung: } \bar{v}_0 = (A_{WL} - \bar{a}) \cdot dT \Rightarrow dT = 0,165 m$$

$$\Rightarrow T = T_0 + dT = 2,265 m$$

$$\Rightarrow \bar{v}_T = \bar{v}_0 + \bar{a} \cdot dT = 75,7 m^3$$

$$\nabla_T = \nabla_0 + \bar{v}_T = \underline{800,7 m^3}$$

A2. Bestimmung von GM_R nach der Methode „wegfallender Auftrieb“

$$GM_R = KB_R + BM_R - KG_R - \overline{GG'}$$

$$= KG_0 = 3,44 m$$

$$= \frac{I_{TR}}{\nabla_R} = \frac{I_{TT} - \bar{i}_T}{\nabla_0} = \frac{BM_T \cdot \nabla_T - \bar{i}_T}{\nabla_0} = 2,64 m$$

$$\nabla_R \cdot KB_R = \nabla_T \cdot KB_T - \bar{v}_T \cdot z_T \Rightarrow KB_R = 1,27 m$$

$$GM_R = 1,27 + 2,64 - 3,44 - 0 = 0,47 m$$

A3. Bestimmung von GM_T nach der Methode „hinzukommendes Gewicht“

$$GM_T = KB_T + BM_T - KG_T - \overline{GG'}$$

$$= \frac{\bar{i}_T}{\nabla_T} = 0,334 m$$

$$\rho \nabla_T \cdot KG_T = \rho \nabla_0 KG_0 + \rho \cdot \bar{v}_T \cdot z_T \Rightarrow KG_T = 3,24 m$$

$$= 2,73 m \text{ (FKB)}$$

$$= 1,27 m \text{ (FKB)}$$

$$GM_T = 0,56 T + 6,12 / T - 3,24 - 0,334 = 0,426$$

A4. Gleichgewicht

$$\nabla_R \cdot \overset{!}{GM_R} = \nabla_T \cdot GM_T$$

$$340 = 340 \quad \text{q.e.d.}$$

B) Verletzung ohne Trimm, mit Krängung (unsym., h.G.)

B1. Bestimmung des vorläufigen Endtiefganges und des Leckraumvolumens v_T

$$\overline{v}_0 = \kappa_v \cdot I_L \cdot b_L \cdot T_0 \cdot c_{B0} = 21,65 \text{ m}^3$$

$$\overline{a} = \kappa_F \cdot I_L \cdot b_L = 12,06 \text{ m}^2$$

$$\overline{i}_T = \kappa_F \cdot \frac{I_L \cdot b_L^3}{12} = 3,26 \text{ m}^4$$

$$\overline{v}_0 = (A_{WL} - \overline{a}) \cdot dT \Rightarrow dT = 0,05 \text{ m}$$

$$T = T_0 + dT = 2,15 \text{ m}$$

$$\overline{v}_T = \overline{v}_0 + \overline{a} \cdot dT = 22,2 \text{ m}^3$$

$$\nabla_T = \nabla_0 + \overline{v}_T = 725 + 22 = 747 \text{ m}^3$$

B2. Ermittlung von GM_T

$$GM_T = KB_T + BM_T - KG_T - \overline{GG_T},$$

$$\frac{\rho \cdot (\overline{i}_T + \overline{a} \cdot d^2)}{\rho \cdot \nabla_T} = 0,175 \text{ m}$$

$$\rho \cdot \nabla_T \cdot KG_T = \rho \cdot \nabla_0 \cdot KG_0 + \rho \cdot \overline{v}_T \cdot z_T \Rightarrow KG_T = 3,37 \text{ m}$$

$$= 2,88 \text{ m (FKB)}$$

$$= 1,20 \text{ m (FKB)}$$

$$GM_T = 1,20 + 2,88 - 3,37 - 0,175 = 0,535 \text{ m}$$

B3. Ermittlung des Krängungswinkels

$$\overline{M}_{auf} = \rho \cdot \nabla_T \cdot (GM_T \cdot \sin \varphi + h_{z_T})$$

$$\overline{M}_{Kr} = \rho \cdot \overline{v}_T \cdot d \cdot \cos \varphi$$

$$1. \text{ Ansatz } h_z = 0 \Rightarrow \tan \varphi = \frac{\overline{v}_T \cdot dy}{\nabla_T \cdot GM_T} \Rightarrow \varphi = 10,3^\circ$$

$$2. \text{ Ansatz } h_z = \frac{BM_T}{2} \tan^2 \varphi \cdot \sin \varphi \Rightarrow \varphi = 9,5^\circ$$

B.4. Nacharbeiten: $\overline{v}_{Tneu} = \overline{v}_{Talt} + a \cdot dy \cdot \tan \varphi = 22,2 + 12,06 \cdot 3,2 \cdot \tan 9,5^\circ = 27,1 \text{ m}^3 \Rightarrow \text{B.1.}$

C) Verletzung mit Trimm, ohne Krängung (sym., w. A.)

C.1. Bestimmung der Leckraumwerte (w.A.)

$$\bar{v}_0 = l_L \cdot b_L \cdot T_0 \cdot c_{B0} \cdot \kappa_v = 96,2 \text{ m}^3$$

$$\bar{a} = l_L \cdot b_L \cdot \kappa_F = 53,6 \text{ m}^2$$

$$\bar{i}_T = \frac{l_L \cdot b_L^3}{12} \cdot \kappa_F = 285,8 \text{ m}^4$$

$$\bar{i}_L = \frac{l_L^3 \cdot b_L}{12} \cdot \kappa_F = 200,5 \text{ m}^4$$

C.2. Berechnung der parallelen Tiefertauchung

Der wegfallende Auftrieb wird durch die WL-Restscheibe ersetzt:

$$\bar{v}_0 = (A - \bar{a}) \cdot dT \Rightarrow dT = 0,24 \text{ m}$$

$$T = T_0 + dT = 2,34 \text{ m}$$

$$\bar{v}_T = \bar{v}_0 + \bar{a} \cdot dT = 109,1 \text{ m}^3$$

$$\nabla_T = \nabla_0 + \bar{v}_T = 832 \text{ m}^3$$

C.3. Momentenbilanz zur Ermittlung des Trimm

$$M_{TR} = \rho \cdot \bar{v}_0 \cdot (lcf_R - x_L) \cdot \cos \psi$$

$$M_{auf} = \rho \cdot \nabla_R \cdot GM_{LR} \cdot \sin \psi = \rho \cdot I_{LR} \cdot \sin \psi$$

$$\text{--- } GM_L \approx BM_L = \frac{I_{LR}}{\nabla_R}$$

$$\left. \begin{array}{l} M_{TR} = \rho \cdot \bar{v}_0 \cdot (lcf_R - x_L) \cdot \cos \psi \\ M_{auf} = \rho \cdot \nabla_R \cdot GM_{LR} \cdot \sin \psi = \rho \cdot I_{LR} \cdot \sin \psi \end{array} \right\} \tan \psi = \frac{\bar{v}_0 \cdot (lcf_R - x_L)}{I_{LR}} = -0,019034$$

(vorlastig)

C.3.a. Berechnung von lcf_R

$$A_R \cdot lcf_R = A_T \cdot lcf_T - \bar{a} \cdot x_L \Rightarrow lcf_R = 28,02 \text{ m}$$

$$\text{--- } (A - \bar{a})$$

C.3.b. Berechnung von I_{LR} (um den $\otimes$ lcf_R)

$$I_{LR} = I_{LT} + A_T \cdot (lcf_T - lcf_R)^2 - \left[\bar{i}_L + \bar{a} \cdot (x_L - lcf_R)^2 \right] = 85940 \text{ m}^4$$

$$\text{--- } MCT = \frac{\rho \cdot I_L}{L_{pp}}$$

C.4. Berechnung der Tiefgänge

$$T_{(x)} = (T_0 + dT) + (lcf_R - x) \cdot \tan \varphi \quad x = 0 \quad \Rightarrow T_{HL} = 1,86 \text{ m}$$

$$x = L_{pp} \quad \Rightarrow T_{VL} = 2,99 \text{ m}$$

C.5. Metazentrische Höhe des Restkörpers (w.A.)

$$GM_R = KB_R + BM_R - KG_R - GG'_R = 0,51m$$

$$\frac{I_{TR}}{\nabla_R} = \frac{I_{T_r} - \bar{i}_T}{\nabla_0} = \frac{\nabla_T \cdot BM_T - \bar{i}_T}{\nabla_0} = 2,64m$$

$$\nabla_R \cdot KB_R = \nabla_T \cdot KB_T - \bar{v}_T \cdot z_T \Rightarrow KB_R = 1,31m$$

14. Formelsammlung

1. Archimedes

$$Depl = \rho \cdot V$$

2. Momentenbilanz

$$Depl = \sum m_i \quad lcg = \frac{\sum m_i \cdot lcg_i}{Depl}$$

3. Guidin'sche Regel

$$Depl \cdot \overline{GG'}' = m_{Fl} \cdot \overline{bm} \quad \overline{GG'} \parallel \overline{bm}$$

4. Hauptspant-Querschnitt

$$GM' = KB + BM - KG - GG'$$

$$KB \text{ aus FKB} \quad BM = \frac{I_T}{V} \quad KG = \frac{\sum m_i \cdot vcg_i}{Depl} \quad GG' = \frac{\sum \rho_{Fl} \cdot i_T}{Depl}$$

$$i_T = \frac{2}{9} \cdot \frac{l}{2} \cdot \sum y^3 \cdot SF \quad \text{mit } y = \text{halbe Breite}$$

5. Trimm:

$$T(x) = T + (Lcf - x) \cdot \tan \psi$$

$$\text{mit } \tan \psi = \frac{\Delta T}{Lpp} = \frac{M_{Tr}}{MCT \cdot Lpp} = \frac{Depl(Lcb - Lcg)}{MCT \cdot Lpp} \quad MCT = \frac{\rho \cdot I_L}{Lpp}$$

6. Hebel aufrichtend $h_{aufr.} = h_k + h_z$

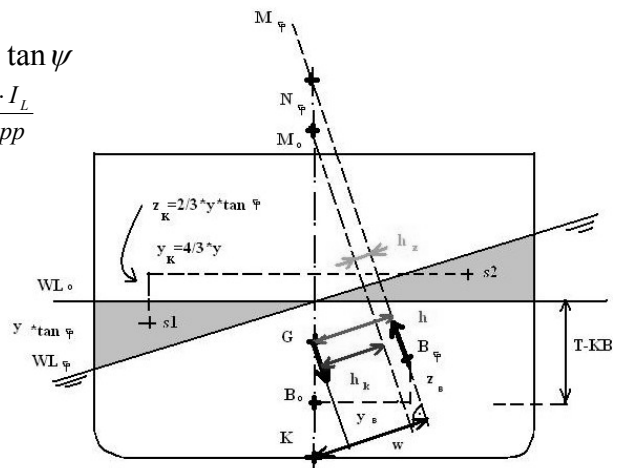
$$\text{mit } h_k = GM \cdot \sin \varphi$$

$$h_z = 0$$

$$\text{bei } \varphi < 5^\circ$$

$$h_z = (BM/2) \cdot \tan^2 \varphi \sin \varphi \quad \text{bei } \varphi < 10^\circ$$

$$h_z = w \cdot KM \cdot \varphi \sin \varphi \quad \text{bei } \varphi = \text{beliebig}$$



7. Hebel krängend

a) Schwergut:

$$h_{kr} = \frac{m_H}{Depl} \cdot (dz \cdot \sin \varphi + dy \cdot \cos \varphi) \quad \text{mit } GG' = \frac{m_H \cdot dz}{Depl}$$

b) Wind:

$$h_w = p_w \left[\frac{kN}{m^2} \right] \cdot A_L \cdot \cos \varphi \cdot \left(l_w + \frac{T}{2} \right) / (Depl \cdot 9,81 kN/t)$$

c) Drehkreis:

$$h_D = \left(0,02 \cdot v_0^2 \left[\frac{m}{s} \right] / L \right) \cdot \left(KG - \frac{T}{2} \right) \cdot \cos \varphi$$

d) Schlepper:

$$h_q = c \cdot \frac{\rho}{2} \cdot L \cdot T \cdot v_q^2 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot \left(z_H - \frac{T}{2} \right) \cdot \cos \varphi$$

8. Sonstiges

a. $GM < 0 \Rightarrow$ labil $GM = 0 \Rightarrow$ indifferent $GM > 0 \Rightarrow$ stabil

b. Affine Verzerrung, z.B.

$$KM = \tau \cdot KB' + \left(\beta^2 / \tau \right) \cdot BM'$$

c) statischer Kenterwinkel

$$h_{aufr.} - h_{Kr.} = 0 \quad \frac{\partial h_{aufr.}}{\partial \varphi} - \frac{\partial h_{Kr.}}{\partial \varphi} = 0$$

d) dynamischer Kenterwinkel:

$$\int h_{aufr.} d\varphi - \int h_{Kr.} d\varphi = 0 \quad h_{aufr.} - h_{Kr.} = 0$$

e) Docken:

$$GM' = KM - Depl \cdot KG / (\rho \cdot V) \geq 0$$

f) Negative Anfangsstabilität $\Rightarrow$ wenn $GM < 0$, $\varphi < 10^\circ \Rightarrow \tan \varphi = \sqrt{(-2GM / BM)}$

e) Simpson-Regeln

$$\text{Doppelstreifen: } \int y dx = (dx/3) \sum y \cdot SF \quad \{1,4,1\}$$

$$\text{Dreifachstreifen: } \int y dx = (3 \cdot dx/8) \sum y \cdot SF \quad \{1,3,3,1\}$$

10.) Leckstabilität

Wegfallender Auftrieb $\Rightarrow \nabla_R = \nabla_O = (\nabla_T - \bar{v}_T) = 0 \quad dT = \frac{\bar{v}_0}{A_T - \bar{a}}$

mit $KG_R = KG_0$, $GG'_R = 0$, KB_R über Momentenbilanz

$$BM_R = \frac{I_T - (\bar{i}_{eigen} + \bar{a} \cdot dy^2)}{\nabla_O} \Rightarrow GM_R = KB_R + BM_R - KG_R - \overline{GG'}_R$$

Hinzukommendes Gewicht $\Rightarrow Depl_T - (Depl_O + \rho \bar{v}_T) = 0 \quad dT = \frac{\bar{v}_T}{A_T}$

mit KB_T , BM_T aus FKB, KG_T aus Momentenbilanz

$$GG'_T = \frac{\rho \cdot \bar{i}_{eigen} + \bar{a} \cdot dy^2}{Depl_T} \Rightarrow GM_T = KB_T + BM_T - KG_T - \overline{GG'}_T$$

Näherungslösung für die Vertrimmung eines Schiffes im Leckzustand (w.A.)

$$lcf_R \cdot (A_T - \bar{a}) = lcf_T \cdot A_T - x_T \cdot \bar{a}$$

$$I_{LR} = \underbrace{I_{LT} + A_T (lcf_R - lcf_T)^2}_{\text{Intakfläche bezogen auf } Lcf_R} - \underbrace{\left\{ \bar{i}_L + \bar{a} (lcf_R - x_T)^2 \right\}}_{\text{Leckfläche bezogen auf } Lcf_R}$$

$$\tan \psi = \frac{\bar{v}_0}{I_{LR}} (lcf_R - x_L)$$

Näherungslösung für die Krängung eines Schiffes im Leckzustand (h.G.)

$$\begin{aligned} \text{⌈} M_{Auf} &= \rho \nabla_T \cdot (GM_T \sin \varphi + hz_T) \\ \parallel \\ \text{⌋} M_{Kr} &= \rho \cdot \bar{v}_T \cdot dy \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{⌈} M_{Auf} &= \rho \nabla_T \cdot (GM_T \sin \varphi + hz_T) \\ \parallel \\ \text{⌋} M_{Kr} &= \rho \cdot \bar{v}_T \cdot dy \cdot \cos \varphi \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} &\text{mit } \nabla_T, GM_T \text{ siehe oben} \\ &\bar{v}_T = \bar{v}_0 + \bar{a} \cdot (dT + y \cdot \tan \varphi) \\ &hz_T = 0 \text{ bei kleinen Winkeln} \end{aligned}$$

15. Quellen und Literaturverzeichnis

Literatur

1. Prof. Schneekluth	Hydromechanik zum Schiffsentwurf	ISBN 3782204166
2. Prof. Abicht	Handbuch der Werften XIX	Schiffahrts-Verlag Hansa
3. Prof. Lehmann	Grundzüge des Schiffbaus Bd.1	TUHH 2005
4. Prof. Meier-P.	Handbuch der Schiffsbetriebstechnik	ISBN 9783877438169
5. Bertram e.a.	Ship Design for Efficiency	ISBN 0750641339
6. Pursey	Merchant Ship Stability	ISBN 0851744427
7. Reeds	Naval Architecture for Naval Eng.	ISBN 0947637850
8. Grillmer	Introduction in Naval Arch.	ISBN 0870213180
9. IMO	Code on Intact Stability A 749	ISBN 9280113348
10. Kuchling	Taschenbuch der Physik	ISBN 9783446410282
11. Babicz	Encyclopedia of Ship Knowledge	ISBN 9788392515500

Die folgenden Quellen wurden mir freundlicherweise überlassen:

a. Frau Kaja Grope, Kiel		Foto S.3
b. Köhler-Mittler Verlag	aus 1.)	Abbildung S.36,41,42,50,52,55,58,64,69,72,73
c. Schiffahrtsverlag Hansa	aus 2.)	Abbildung S.74,117,120
d. Lindenau GmbH, Kiel		Abbildung S.71, 73

