Wissem Zouaghi

# Entwurf und Optimierung von 1D-Photonischen Kristallen zur Dispersionskompensation





## Entwurf und Optimierung von 1D-Photonischen Kristallen zur Dispersionskompensation

Vom Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Kaiserslautern zur Erlangung des akademischen Grades Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

> von Dipl.-Ing. Wissem Zouaghi

#### D 386

Tag der Einreichung:	24.06.2009
Tag der mündlichen Prüfung:	05.08.2010
Delver des Freihersiche	
Elektrotechnik und	
Informationstechnik:	Prof. DiplIng. Dr. G. Fohler
Vorsitzender der	Drof Dr. Ing. A. König
Prurungskommission:	Prof. Dring. A. Konig
1 Berichterstatter	Prof Dr rer nat R Beigang
	Tion Di ton nat. R. Dorgang
2. Berichterstatter:	Prof. DrIng. habil. DrIng. E.h. P. W. Baier

#### Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2010

Zugl.: (TU) Kaiserslautern, Univ., Diss., 2010

978-3-86955-530-0

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2010 Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen Telefon: 0551-54724-0 Telefax: 0551-54724-21 www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.
1. Auflage, 2010 Gedruckt auf säurefreiem Papier

978-3-86955-530-0

## Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass

- mir die g
  ültige Promotionsordnung des Fachbereichs Elektrotechnik und Informationstechnik der technischen Universit
  ät Kaiserslautern vom 20. Juni 1997 bekannt ist,
- die Dissertation im Fachbereich Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Kaiserslautern unter der Betreuung von Prof. Dr.-Ing. Remigius Zengerle angefertigt wurde,
- ich die Dissertation selbst angefertigt und alle benutzten Hilfsmittel in der Arbeit angegeben habe,
- die Dissertation oder Teile hiervon noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung eingereicht wurde,
- die gleiche oder eine andere Abhandlung bei einem anderen Fachbereich oder einer anderen Universität als Dissertation nicht eingereicht wurde.

Wissem Zouaghi

Kaiserslautern, den 24. Juni 2009

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in der Zeit von April 2002 bis Juni 2007 im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter von Prof. Dr.-Ing. R. Zengerle am Lehrstuhl für Elektrodynamik und Optische Technologien der Technischen Universität Kaiserslautern. Ich möchte all jenen danken, die mich während der Entstehung dieser Arbeit unterstützt haben. Besonderer Dank ergeht an Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Zengerle, der unerwartet und kurz vor der

Prüfung verstarb, für die Anregung und Betreuung meiner Arbeit. Durch seine stete Diskussionsbereitschaft sowie durch zahlreiche Ratschläge und Hinweise hat er wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Ich werde ihn in dankbarer Erinnerung behalten.

Ein ganz besonderes herzliches Dankeschön ergeht Herrn Prof. Dr. rer. nat. R. Beigang, Leiter von Fraunhofer Institut für Physikalische Messtechnik und Lehrstuhl für Ultraschnelle Photonik und THz-Physik für das Interesse an der vorliegenden Arbeit und die Übernahme der Berichterstattung an Stelle des verstorbenen Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Zengerle. Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing. E.h. P. W. Baier danke ich für das Interesse an der vorliegenden Arbeit und die Übernahme des Koreferats. Weiterhin danke ich dem Vorsitzenden der Promotionskommission, Herrn Prof. Dr.-Ing. A. König. Den ehemaligen Kollegen am Lehrstuhl für Elektrodynamik und Optische Technologien danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Ein besonderer Dank ergeht an Herrn Dipl.-Ing. (FH) R. Stemler, der mir stets seine uneingeschränkte Unterstützung in den Bereichen Rechnereinsatz und Organisation zukommen ließ. Meinen jetzigen Kollegen am Fraunhofer Institut für Physikalische Messtechnik und am Lehrstuhl für Ultraschnelle Photonik und THz-Physik danke ich für das Verständnis und die moralische Unterstützung beim Zusammenschreiben dieser Arbeit. Hierzu ein besonderer Dank an Herrn Dr.-Ing. J. Jonuscheit.

Dipl.-Math. J. Backes, Dr. T. Pool sowie Dipl.-Math. H. J. Schummer vom Regionalen Hochschulrechenzentrum danke ich herzlich für die Unterstützung bei simulationstechnischen Fragestellungen bzw. für die zur Verfügung gestellten Software und Speicherkapazität. Ein ganz besonderes Dankeschön ergeht Herrn Dr.-Ing. Jürgen Rötter, ehemaliger Geschäftsführer des Fachbereiches EIT der TU Kaiserslautern, für seine uneingeschränkte moralische Unterstützung und Ratschläge. Ebenso danke ich allen Studenten, die im Rahmen von Diplomarbeiten und als wissenschaftliche Hilfskräfte unter meiner Anleitung Beiträge zu meiner Arbeit geleistet haben.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Frau, meiner Familie und meinen Freunden bedanken, die mir immer ein großer Rückhalt waren. Ein besonder herzlicher Dank ergeht an

meinem Kollegen und Freund Herrn Dr.-Ing. F. Ellrich, der mir stets seine uneingeschränkte moralische und praktische Unterstützung zukommen ließ und in den schwierigen Zeiten immer für mich da war. Für die tatkräftige Unterstützung in der Auswertung der Simulationsergebnisse und das entgegengebrachte Verständnis arbeitsintensiver Tage und Wochenenden, danke ich dabei besonders meiner lieben und wundervollen Frau Dipl.-Ing. Leila Zouaghi. Ganz besonders herzlich danke ich meinen Eltern Mohamed und Mongia. Sie haben mir nicht nur während des Studiums ihre uneingeschränkte Unterstützung zukommen lassen. Sie haben immer an mich geglaubt. Ihnen und meinen beiden Söhnen Mohamed Aziz und Ilyès widme ich diese Arbeit.

Wissem Zouaghi

Mannheim, im August 2010

## **INHALTSVERZEICHNIS**

1	Einl	Einleitung11		
	1.1	Optimierung in der Technik		11
		1.1.1	Historische Entwicklung	11
		1.1.2	Stand der Technik	14
	1.2	Ziele	und durchzuführende Arbeiten	17
	1.3	Inhalt	sübersicht	
2	Gru	Indlag	en 1D-Photonischer Kristalle	21
	2.1	Einfül	hrung	21
	2.2	2 Die Transfer-Matrix-Methode		24
		2.2.1	Reflexion und Transmission an Grenzflächen	
			2.2.1.1 TE-Polarisation	
			2.2.1.2 TM-Polarisation	
			2.2.1.3 Übergangsmatrix	
		2.2.2	Übertragungsfunktion eines Multilayers	
		2.2.3	Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizient eines Multilay	ers 40
	2.3	Photo	nischer Kristall in einem optischen Ringresonator	43
3	Disp	persion	n: Definition und Ursachen	
	3.1	Phase	n- und Gruppengeschwindigkeit; Dispersion	46
	3.2	Chromatische Dispersion		
	3.3	Dispe	rsionsmanagement	

4	Opt	imieru	ingsalge	orithmen	56
	4.1	Methoden zur Optimierung			
	4.2	Der Genetische Algorithmus		59	
		4.2.1	Kodieru	ing	64
			4.2.1.1	Reellwertige Kodierung	
			4.2.1.2	Binäre Kodierung	
		4.2.2	Initialis	ierung	66
		4.2.3	Elitismu	18	
		4.2.4	Selektic	)n	
			4.2.4.1	Roulette-Wheel Selektion	
			4.2.4.2	Normalisierte geometrische Rangordnung	
			4.2.4.3	Turnier Selektion	
			4.2.4.4	Rang Selektion	
		4.2.5	Reproduktion		69
			4.2.5.1	Ein-Punkt-Rekombination	
			4.2.5.2	Zwei-Punkte-Rekombination	
			4.2.5.3	Uniform-Rekombination	
			4.2.5.4	Arithmetische Rekombination	
			4.2.5.5	Intermediäre Rekombination	
			4.2.5.6	Heuristische Rekombination	
		4.2.6	Mutatio	n	
			4.2.6.1	Binäre Mutation	
			4.2.6.2	Inversion Mutation	
			4.2.6.3	Uniform Mutation	74
			4.2.6.4	Rand Mutation	74
			4.2.6.5	Nicht-Uniform Mutation	74
			4.2.6.6	Multi-Nicht-Uniform Mutation	75
	4.2.7 Parameter des implementierten genetischen A		ter des implementierten genetischen Algorithmus	75	
		4.2.8	4.2.8 Abbruchkriterien des genetischen Algorithmus		
	4.3 Quadratmittel-Optimierung		77		
		4.3.1	Unterra	um-Vertrauensbereich-Methode	77

		4.3.2	Präkonditioniertes konjugiertes Gradientenverfahren	80
		4.3.3	Restringierte Optimierung	81
		4.3.4	Abbruchkriterien des deterministischen Algorithmus	85
5	Kon	npensa	ation der chromatischen Dispersion:	
	Sim	ulatior	nsergebnisse	87
	5.1	Test d	es implementierten Optimierungsverfahrens	87
	5.2 Optimierung in Abhängigkeit von der Bandbreite		ierung in Abhängigkeit von der Bandbreite	93
		5.2.1	10 nm Bandbreite	94
		5.2.2	20 nm Bandbreite	97
		5.2.3	30 nm Bandbreite	100
		5.2.4	40 nm Bandbreite	104
		5.2.5	50 nm Bandbreite	106
	5.3	Optim	ierung bei Änderung der chromatischen Dispersion	108
		5.3.1	Kompensation der Dispersion von 100 km Monomode-	
			Glasfaser	112
	5.4	Optim	ierung photonischer Kristalle in einem Ringresonator	114
	5.5	Photo	nischer Kristall-Taper zur Dispersionskompensation	119
6	Peri	odisch	e Bandpässe in Transmission	124
7	Schl	ussfol	gerungen und Ausblick	129
8	Zusa	amme	nfassung	133
9	Sum	mary	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	135
10	Anh	ang	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	137

10.1	Erläute	erungen mathematischer Definitionen	137
	10.1.1	Gradient, Hesse- und Jakobi-Matrix	. 137
	10.1.2	Numerische Berechnung der (partiellen) Ableitung	. 138
10.2 Liste häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen			
	10.2.1	Abkürzungen	. 140
	10.2.2	Mathematische Schreibweisen	. 140
	10.2.3	Konstanten	. 141
	10.2.4	Formelzeichen	. 141
Litera	aturverz	eichnis	.144

## 1 Einleitung

In diesem einleitenden Kapitel wird zunächst etwas allgemeiner auf die Motivation zur Optimierung und ihre Verwendung in der Technik eingegangen. Einem groben Überblick über die historische Entwicklung der künstlichen Intelligenz, speziell der Optimierung, folgt die Feststellung des aktuellen Standes der Technik für die Kompensation der chromatischen Dispersion. Danach werden die Ziele und die zum Erreichen dieser Ziele notwendigen Arbeiten vorgestellt. Abschließend folgt eine kurze Zusammenfassung über die Inhalte der einzelnen Kapitel der vorliegenden Arbeit.

#### 1.1 Optimierung in der Technik

#### 1.1.1 Historische Entwicklung

Wissenschaft ergibt sich aus dem großen menschlichen Wunsch, die Welt zu verstehen und zu steuern. Im Laufe der Geschichte haben wir Menschen allmählich einen großartigen Wolkenkratzer des Wissens aufgebaut, der uns ermöglicht, in unterschiedlichem Umfang, das Wetter, die Sonnen- und Mondfinsternisse, die Bewegungen der Planeten, den Verlauf von Krankheiten, die Stadien der Sprachentwicklung bei Kindern, den Aufstieg und den Abfall des Wirtschaftswachstums und ein riesiges Panorama von anderen natürlichen, sozialen und kulturellen Phänomenen vorauszusagen und zu kontrollieren. Erst vor kurzer Zeit glaubten wir verstanden zu haben, welche die tatsächlichen Grenzen unserer Fähigkeit zum Vorhersagen sind. Im Laufe der Ären haben wir immer komplexer werdende Mittel entwickelt, um viele Seiten unseres Lebens und unserer Wechselwirkung mit der Natur zu kontrollieren. Wir haben aber auch gelernt, häufig auf die harte Weise, wie riesig der Umfang anderer unkontrollierbarer Phänomene ist. Der Antrieb des Menschen zu Erfinden und zu Entwickeln war immer der Bedarf das Leben zu vereinfachen, die Natur zu bewältigen, das Universum zu entdecken oder die eigene Neugier zu befriedigen. Die ersten modernen Menschen Homo sapiens sowie deren Vorfahren Homo habilis und Homo erectus haben bereits in der Steinzeit vor 2,5 Millionen Jahren Werkzeuge entwickelt und Feuer genutzt um u. a. sich zu verteidigen und Essen zu beschaffen. In der danach folgenden Bronzezeit und Eisenzeit begann man Metalle für Werkzeuge und Waffen zu verwenden. Diese sind robuster und halten länger. Mit den ersten Notwendigkeiten der Kommunikation und Handel zwischen Individuen wurde das Konzept der Zahlen und der Nachrichtenübertragung entwickelt. Das älteste bekannte Rechenhilfsmittel, der Abakus, wurde vermutlich um 3000 v. Chr. von Babyloniern erfunden. Die erste Rechenmaschine wurde bereits im ersten Jahrhundert v. Chr.

mit dem Computer von Antikythera erfunden. Die in 1206 durch al-Dschazari<sup>1</sup> erfundene astronomische Uhr wird als erster programmierbarer "Rechner" betrachtet. 1623 baute Wilhelm Schickard<sup>2</sup> die erste Vier-Spezies-Maschine und damit den ersten mechanischen Rechner der Neuzeit. 1642 folgte die Rechenmaschine von Blaise Pascal<sup>3</sup> die Pascaline. Die Einführung der elektronischen Rechner ist wohl die revolutionärste Entwicklung in der Geschichte der Wissenschaft und Technik gewesen. Diese fortlaufende Revolution erhöht unsere Fähigkeit, die Natur zu verstehen, zu kontrollieren und zu steuern auf eine Art und Weise, die vor einem halben Jahrhundert noch unvorstellbar war. Für viele ist die Krönung dieser Revolution die Erschaffung neuer Arten von intelligenten Wesen und sogar von neuen Formen des Lebens. Die Ziele der Erstellung künstlicher Intelligenz und des künstlichen Lebens können zurück zum Anfang des Computeralters verfolgt werden. Die ersten Computer-Wissenschaftler wie z. B. Kurt Gödel, Alan Turing und Alonzo Church waren durch Visionen motiviert wie das Erstellen von intelligenten Computerprogrammen, die eine lebensähnliche Fähigkeit zur Selbstreproduktion und eine Anpassungsfähigkeit zur Umwelt haben sollten.

Diese früheren Pioniere der Informatik waren vielleicht mehr an der Biologie und an der Psychologie interessiert als an der Elektrotechnik. Es sollte deshalb nicht überraschend sein, dass die ersten Computer nicht nur für die Berechnung von Raketenflugbahnen und zum Entschlüsseln militärischer Codes eingesetzt wurden, sondern auch für die Modellierung des menschlichen Gehirns, der Nachahmung menschlichen Lernens und der Simulation der biologischen Evolution. In der Biologie hat die Evolution jedes Lebewesen überleben lassen, dass sich optimal an seine Umgebung anpasst. So sind Optimierungen in der belebten Welt der Biologie etwas "natürliches" und finden ständig statt. Die Natur wurde und wird immer noch als Vorbild für die Optimierung technischer und wirtschaftlicher Prozesse gesehen. Zuletzt ließen sich J. Homberger und H. Gehring von der Fakultät Wirtschaftswissenschaft der Fern Universität Hagen von Ameisen inspirieren. In ihnen sehen sie die "Träger eines von der Natur vorgegebenen Problemlösungskonzeptes" [Fuh08]. Dieses biologische Optimierungssystem der Ameisen setzten sie mit zwei Unternehmen in einer Logistik-Software für die Kfz-Tourenplanung um [Hom99]. Auch die Welt der Physik bedient sich der Optimierung. 1746 sprach Pierre Maupertuis<sup>4</sup> als erster von einem

<sup>3</sup> Blaise Pascal:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Badi' Al-Zaman al-Dschazarī:

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Wilhelm Schickard:

arabischer Ingenieur und Autor des 12. Jahrhunderts

deutscher Astronom und Mathematiker (1592-1635)

französischer Mathematiker, Physiker und Philosoph (1623-1662)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Pierre Louis Moreau de Maupertuis :

französischer Mathematiker, Astronom und Philosoph (1698-1759)

allgemeingültigen Prinzip der Natur, extremal oder optimal abzulaufen (Prinzip der kleinsten Wirkung). So durchläuft ein Lichtstrahl in einem Medium von allen denkbaren Wegen von einem Punkt zum anderen den Weg mit der geringsten Laufzeit (Fermatsches Prinzip). W. R. Hamilton<sup>5</sup> hat nachgewiesen, dass das Zeitintegral über die Differenz von kinetischer und potentieller Energie für die tatsächliche Bewegung eines Körpers minimal ist. Mathematiker und Informatiker haben eine Vielfalt an analytischen, numerischen und statistischen Methoden entwickelt, um fast alle Probleme (u. a. Optimierungsprobleme) zu lösen. Man versucht zwar nach Möglichkeit immer zu optimieren, aber zum Glück ist nicht alles was um uns ist optimal. Es gibt auch Bereiche bei denen die Optimierung nichts zu suchen hat, wie z. B. Literatur, Musik und Kunst.

Die neuen intelligenten Programme, Simulationssoftware, Optimierungsalgorithmen und auch Computerspiele haben zu wachsenden Anforderungen an die Speicherkapazität und die Verarbeitungszeit zur Folge. Um Diese zu erfüllen, entwickelt die Computerindustrie ständig immer leistungsfähigere Rechner mit schnelleren Prozessoren und größeren Speicher. Durch stete Weiterentwicklung und Verkleinerung der elektronischen Komponenten und Speichermedien wurden gleichzeitig immer größere Kapazitäten und Geschwindigkeiten in der Datenverarbeitung und Speicherung ermöglicht, deren aktuelle Werte heute bereits in Gigahertz und Terabyte gemessen werden. Die Fachleute der Computerbranche wissen aber schon, dass sie mit der heutigen Halbleitertechnologie fast an der Grenze des physikalisch Möglichen sind. Die Optimierung der Kapazität und Geschwindigkeit durch Miniaturisierung der auf Silizium basierenden Komponenten in Chips und Prozessoren wird in einigen Jahren nicht mehr möglich sein. Immer kleiner und kürzer werdende elektrische Verbindungen verhalten sich immer weniger wie echte Leiterbahnen und durch das weitere Zusammenrücken der Einzelkomponenten beginnen diese sich gegenseitig und erheblich mit ihrem Elektrosmog zu stören, können also nicht mehr ausreichend voneinander entkoppelt werden. Die, auf herkömmliche Weise noch zu erreichenden, Taktraten werden wohl aus genau diesen Gründen die magische 10 GHz Marke niemals erreichen, geschweige denn überschreiten können. Eine weitere Optimierung ist damit endgültig ausgeschlossen. Es ist also notwendig, völlig neue Wege zu finden. Die so genannten Lichttechnologien oder auch Photonik genannt bieten eine attraktive Lösungsmöglichkeit [Techno]. Alle elektrischen Verbindungen würden dann durch optische Wege ersetzt. Komponenten könnten bis zur molekularen Ebene verkleinert, miteinander vernetzt und störungsfrei nebeneinander

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Sir William Rowan Hamilton: irischer Mathematiker und Physiker (1805-1865)

betrieben werden. In jedem einzelnen Lichtkanal können gleichzeitig Hunderte von Signalen mit unterschiedlichen Wellenlängen übertragen werden. Somit könnten Prozessortaktfrequenzen bis annähernd 500 THz realisiert werden und dies bei einer kaum messbaren Verlustleistung und einem traumhaften Störsignalabstand. Ganz zu schweigen von den Vorteilen durch einen problemlosen drei-dimensionalen Aufbau jedes einzelnen Chips und der gesamten Schaltung in allen beliebigen Raumrichtungen. Hierdurch ließe sich die Größe aller Baugruppen sogar im Verhältnis von insgesamt eins zu einer Milliarde reduzieren [Techno]. Um dies erreichen zu können werden u. a. photonische Kristalle entwickelt und optimiert. Diese könnten zu Schlüsselkomponenten für die zukünftige Technologie werden. Natürlich muss die Datenübertragung der schnellen Prozessor-Taktrate gewachsen sein. Deshalb setzt man schon heute auf die optische Nachrichtentechnik und die Faserübertragung. Theoretisch fast unbegrenzte Übertragungskapazität erreichte man 1977 mit der Entwicklung der Singlemode-Faser, die in verschiedenen Variationen noch heute Stand der Technik ist [Ell06]. Die Singlemode-Faser sind hauptsächlich konzipiert, um bei den Wellenlängen  $\lambda = 1310 \text{ nm}$  oder  $\lambda = 1550 \text{ nm}$  eingesetzt zu werden. Sie haben sowohl eine sehr geringe Dämpfung im so genannten C-Band um 1550 nm als auch eine geringe Dispersion im sog. O-Band um 1310 nm. Mit der Entwicklung von Erbium-dotierten Faser-Verstärkern (EDFA) und Raman-Faserverstärkern (RFA) hat man das Problem der Dämpfung bewältigt [Des02], [Ell06]. Die verschiedenen Möglichkeiten zur Kompensation der Dispersion werden im nächsten Abschnitt präsentiert.

#### 1.1.2 Stand der Technik

Heutzutage findet der größte Teil der Datenübertragung über Monomode-Glasfasern statt. Bei der Verwendung von modulierbaren Lasern können Daten mit einer Übertragungsrate von mehr als 160 Gbit/s bei einem einzelnen Kanal [Fat09] und von mehreren Tbit/s bei Multikanalbetrieb [Sch03], [Hwa07], [Sch09] transportiert werden. Überschreitet die Übertragungsgeschwindigkeit die 10 Gbit/s-Grenze, so spielt die chromatische Dispersion (CD) eine große Rolle, da sie eine zeitliche Aufweitung der kurzen Impulse zur Folge hat. Die Impulsinterferenz ist von dem Dispersionswert des Übertragungsmediums, der Datenbitrate, der spektralen Breite der optischen Quelle und der Faserlänge abhängig. Die Polarisationsmodendispersion PMD und die zeitlich abhängige chromatische Dispersion stören bei Übertragungsraten von mehr als 40 Gbit/s erheblich [Slavo].

Eine verzerrungsfreie Impulsübertragung über Langstrecken ist somit nur möglich, wenn die Dispersion kompensiert wird. Die am stärksten genutzte Technik zur Dispersions-

kompensation ist die dispersionskompensierende Faser (DCF), siehe Abbildung 1.1.1 (c). Die Übertragungsstrecke besteht dann i. a. aus alternierenden Monomodefasern und dispersionskompensierenden Fasern. Aufgrund der begrenzten Silizium Dotierungskonzentration können konventionelle DCF keine sehr hohen Dispersionswerte kompensieren. Typische Dispersionswerte liegen dann zwischen -100 und -300 ps/(nm · km) [Che09]. Mit DCF bestehend aus optimierten zwei räumlich von einander getrennten konzentrischen asymmetrischen Kernen und einem passenden Mantel können CD von bis zu 5100 ps/(nm · km) kompensiert werden [Thy96], [Aug00], [Pan03]. Diese Struktur unterstützt zwei Moden, den Grundmodus und einen höheren Modus. Um eine hohe negative Dispersion zu erreichen und eine Monomode-Übertragung zu gewährleisten, sollten die Faserkerne eine hohe Brechzahl und einen kleinen Durchmesser haben. Sehr viel höhere negative chromatische Dispersionswerte kann man mit Hilfe von photonischen kompensierenden Fasern (PCF) erreichen. Durch die Optimierung der geometrischen Parameter der PCFs, einschließlich der Gitter-Konstante und des Radius der Luft-Löcher, können hohe negative Dispersionswerte über einen weiten Wellenlängenbereich erreicht werden. Ähnlich wie bei der DCF, wird um die PCF ein äußerer Ring mit einer größeren Brechzahl als die der photonischen Kristallfaser eingebracht. Die größere Brechzahl des Außenrings kann erzeugt werden, indem kleinere Luft-Löcher als die des inneren photonischen Kristalls verwendet werden oder die ursprünglichen Löcher mit Silizium aufgefüllt werden. Der innere Kern wird durch das Weglassen vom mittleren Luftloch des zweidimensionalen hexagonalförmigen photonischen Kristalls erzeugt. So entsteht eine Doppelkern-PCF (DCPCF), siehe Abbildung (a) und (b). Diese können chromatische Dispersionswerte von bis 1.1.1 zu 55000 ps/(nm · km) bei 1550 nm kompensieren, wenn das mittlere Loch nicht weggelassen sondern z. B. mit Silizium aufgefüllt wird [NiY04], [Hut05], [Zho08], [Nak07], [Che09],

[WuM08], [Pol07].



Abbildung 1.1.1 Mögliche Faserstrukturen um sehr hohe CD-Werte zu kompensieren. (a) und (b) DCPCF, (c) DCF [Hut05]

Extrem hohe negative chromatische Dispersionswerte von -500000 ps/(nm · km) können theoretisch mit Hilfe von Faser Bragg Gitter (FBG) erreicht werden. FBG bestehen aus mehreren konzentrischen Schichten mit verschiedenen Brechzahlen [Eng03], [Ouy02], [Hin98]. Auch Multimode-Fasern, bei denen die Modi höherer Ordnungen in der Nähe der Grenzwellenlänge hohe Dispersionswerte aufweisen, werden für die Dispersionskompensation eingesetzt. Die Dispersionswerte, die mittels Multimode-Faser kompensiert werden können, sind kleiner als 1000 ps/(nm · km) [Poo94], [Gna00], [Gha02], [Ram01], [Ram07]. Chirped Bragg Gitter und 2D photonische Kristalle werden ebenfalls verwendet, um die Dispersion zu kompensieren [Hin98], [Pet05], [Hoa09], [Hus09]. Die 2D photonischen Kristalle bei [Pet05] können eine Dispersion von ca. -150 ps/(nm · mm) bzw.  $-15 \cdot 10^7$  ps/(nm · km) haben.

Ein weiteres Thema, das berücksichtigt werden soll, ist der Wellenlängenbereich, über dem die hohe negative Dispersion zu finden ist. Da der EDFA in DWDM-Netzwerken im C-Band (1530-1565 nm) und L-Band (1570-1610 nm) eingesetzt wird, sollte die Halbwertsbreite (engl. FWHM) der negativen Dispersion etwa 100 nm breit sein, um diese Bereiche abzudecken. Das Problem ist, dass hohe negative Dispersionswerte und große Halbwertsbreiten nicht gleichzeitig erzielt werden können. So muss man einen Kompromiss finden. Die FWHM der Doppelkernfaser mit einem Dispersionswert von -1800 ps/(nm · km) ist nur 20 nm [Aug00] und die Dispersion bei einem breiten Wellenlängenbereich ist weniger als -200  $ps/(nm \cdot km)$ [Aug02]. Das FBG mit einem Dispersionswert von -500000 ps/(nm · km) hat eine FWHM von ca. 20 nm [Eng03]. Die PCF mit einem Dispersionswert von -18000 hat eine FWHM von nur ca. 4 nm [NiY04]. Die Halbwertsbreite bei Multimode-Fasern ist größer als 40 nm [Ram01], [Hut05].

Um zeitlich abhängige CD zu kompensieren, eignen sich die vorherigen Methoden nicht. Hier sind adaptive, abstimmbare Kompensatoren erforderlich. Es gibt z. B. abstimmbare DCPCF, die 19000 ps/(nm · km) kompensieren können [YuC08]. Hier werden die Luft-Löcher mit Flüssigkeit gefüllt um die Brechzahl, bzw. die Dispersion zu steuern. Eine Änderung der CD von 0 ps/nm bis 2000 ps/nm kann man mit einem abstimmbaren photonischen optischen Dispersionskompensator auf Siliziumbasis erreichen [Jon07]. Mit abstimmbaren Faser-Bragg-Gittern kann man z. B die CD von 312,6 ps/nm bis 35,9 ps/nm ändern [Han05], [Kim09]. Virtually-Imaged-Phased-Arrays können einen Einstellbereich von -4080 ps/nm bis 850 ps/nm haben [Lee06]. Adaptive Delay-Line-Filter können auch als abstimmbaren Kompensatoren der CD eingesetzt werden [Dut05], [Ker06].

#### 1.2 Ziele und durchzuführende Arbeiten

Die Nachfrage nach größerer Bandbreite und schnellerer Übertragungsgeschwindigkeit bei zukünftigen Übertragungssystemen wird mit weiter ansteigen. Somit steigt auch u. a. der Bedarf nach neuen Komponenten für die Dispersionskompensation. Das Ziel dieser Arbeit ist es eine Methode zu finden, um 1D photonische Kristalle, die im folgenden Kapitel näher erläutert werden, zu entwerfen und zu optimieren, damit ein bestimmter Verlauf erzeugt wird. Bei einer vorgegebenen chromatischen Dispersionskurve, aber auch einem gewünschten Transmissionsverlauf, wird versucht, eine bestmögliche photonische Kristallstruktur zu finden. Hierfür sind die optimalen Parameter des Kristalls zu ermitteln. Bei einigen Arbeiten, die ein ähnliches Ziel hatten, wie z. B. [Ger03], hat es gereicht, eine Struktur zu finden, die meistens das Gewünschte nur teilweise erlaubt hat. Es wurde entweder durch Ausprobieren, also zufällige Änderung der Parameter, oder durch Verwendung mathematischer Optimierungsalgorithmen das Ziel angenähert oder erreicht. Wenn mathematisch optimiert wird, hat man garantiert eine gute Lösung des Problems gefunden. Diese Lösung ist aber mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht die Beste. Unabhängig von der Ausgangsstruktur des Kristalls erreicht man mit Hilfe der mathematischen Optimierungsalgorithmen nur ein lokales Optimum, das am nächsten zum Ausgangspunkt liegt. Das Ziel dieser Arbeit ist es einen Optimierungsalgorithmus zu finden, der die Parameter der Ausgangsstruktur(en) der photonischen Kristalle systematisch ändert und optimiert, damit die optimale Struktur gefunden wird. Mit der optimalen Struktur ist die absolut beste Struktur gemeint, die das Problem löst. Um dies zu erreichen werden die beiden Methoden Ausprobieren und mathematisches Optimieren zu einem Hybrid-Optimierungsalgorithmus kombiniert. Ausgegangen wird von mehreren möglichen Strukturen, die stochastisch erzeugt werden und als mögliche Lösungskandidaten des Problems gelten. Diese werden dann abwechselnd sowohl von einem stochastischen Optimierungsalgorithmus, der auf Zufall basiert, als auch von einem deterministischen Optimierungsalgorithmus, der mathematisch berechnet, verbessert. Am Ende wird die Struktur mit dem optimalen Verlauf zur gewünschten selektiert und als Lösung des Problems präsentiert. Mit dieser Methode ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir die absolut beste Lösung gefunden haben, am höchsten. Da die Ausbreitung von Wellen in photonischen Kristalle durch die Gestalt der Struktur beeinflusst wird, soll diese optimiert werden. Durch das gezielte Einbringen von Defektschichten, also Schichten mit anderer Brechzahl und/oder Dicke in die Struktur, kann der gewünschte Verlauf erzeugt werden. Deshalb werden in dieser Arbeit zuerst virtuelle Defektschichten in die Ausgangsstrukturen eingebracht, deren Parameter dann mit dem Hybrid-Optimierungsalgorithmus optimiert und am Ende die gewünschten Verläufe erzeugt. Nachdem der Optimierungsalgorithmus implementiert wird, wird er eingesetzt und dessen Zuverlässigkeit geprüft. Hier werden verschiedene Ideen für die möglichen Gestalten der Strukturen der photonischen Kristalle ausprobiert.

#### 1.3 Inhaltsübersicht

In diesem ersten Kapitel der vorliegenden Arbeit wurde bereits auf die Motivation zur Optimierung und ihre Verwendung in der Technik eingegangen. Dabei sind in den vorangegangenen Abschnitten speziell die Entwicklung der künstlichen Intelligenz und Rechner beleuchtet und der aktuelle Stand der Technik für die Kompensation der chromatischen Dispersion vorgestellt worden. Danach wurden die Ziele und die durchzuführenden Arbeiten beschrieben. Abschließend folgt nun diese Inhaltsübersicht über die einzelnen Kapitel der Arbeit.

Die Grundlagen des photonischen Kristalls (PhCs) werden in Kapitel zwei vorgestellt. Beginnend mit der Beschreibung des photonischen Kristalls und dessen Anwendungsmöglichkeiten in der optischen Kommunikationstechnik, über die Berechnung der Übertragungsfunktion eines beliebigen PhCs mit der Transfer-Matrix-Methode, bis hin zur Bestimmung des Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizients des PhCs. Abschließend wird dabei noch auf die Integration von PhCs in einem Ringresonator und die daraus resultierende Übertragungsfunktion eingegangen.

Im anschließenden dritten Kapitel werden zuerst allgemein der Begriff Dispersion erläutert, im Anschluss kurz die verschiedenen Ursachen der Dispersion präsentiert und abschließend eine Einführung in das Dispersionsmanagement gemacht.

Die Motivation zur Verwendung eines Hybrid-Optimierungsalgorithmus wird im vierten Kapitel näher erläutert. Anschließend werden die beiden verwendeten Algorithmen, der genetische und der auf einer inneren Reflexions-Newton-Methode basierten Unterraum-Vertrauensbereich Algorithmus, detailliert beschrieben. Hierzu wird auf die einzelnen dazugehörigen Operatoren bzw. Schritte ausführlich eingegangen. Die gewählten Parameter für den genetischen Algorithmus werden ebenfalls präsentiert und begründet. Abschließend folgt die Vorstellung der Abbruchkriterien für den deterministischen Algorithmus.

Im Rahmen des fünften Kapitels werden die Simulationsergebnisse der chromatischen Dispersionskompensation vorgestellt. Im ersten Teil dieses Kapitels wird der implementierte Algorithmus auf seine Zuverlässigkeit geprüft. Dazu werden Kennlinien von bekannten Strukturen als Sollkurven eingegeben, und dann werden mit dem implementierten Algorithmus zufällige Strukturen optimiert. Die Eindeutigkeit der gelieferten Lösungen eines Optimierungsproblems wird ebenfalls geprüft. Der zweite Teil zeigt dann die gelieferten Simulationsergebnisse bei verschiedenen chromatischen Dispersionssollkurven.

Das sechste Kapitel stellt einige Simulationsergebnisse für die Optimierung der photonischen Kristalle bei vorgegebenen Transmissionsverläufen vor. Hierbei werden periodische Bandpässe entworfen.

Im siebten Kapitel werden, basierend auf den Ergebnissen aus Kapitel fünf und sechs, Schlussfolgerungen formuliert, und in einem Ausblick wird auf weiterführende Arbeiten hingewiesen.

Das achte Kapitel fasst die vorliegende Arbeit zusammen und stellt die wichtigsten Ergebnisse noch einmal komprimiert dar.

Das neunte Kapitel bietet ähnlich dem vorangegangenen eine Zusammenfassung in englischer Sprache.

Im letzten Kapitel, dem Anhang, werden einige verwendete mathematische Definitionen aufgeführt. Weiterhin enthält der Anhang auch die üblichen Elemente wie eine Liste häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen sowie abschließend das Literaturverzeichnis.

## 2 Grundlagen 1D-Photonischer Kristalle

Im Abschnitt 2.1 werden zunächst die Photonischen Kristalle präsentiert und ihre Anwendungsgebiete besonders in der optischen Kommunikationstechnik vorgestellt. Um die Übertragungsfunktion eindimensionaler Photonischer Kristalle zu berechnen, wird die Transfer-Matrix-Methode verwendet. Diese wird im Abschnitt 2.2 dieses Kapitels beschrieben. Auch hier werden Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizient eines Photonischen Kristalls ermittelt.

#### 2.1 Einführung

Photonische Kristalle (PhCs = englisch: "**Ph**otonic Crystals") sind neuartige Materialen, die zuerst 1972 von Bykov [Byk72] und danach von Ohtaka in 1979 [Oht79] beschrieben wurden. Sie sind periodische Nanostrukturen, die aus strukturierten Dielektrika (Halbleitern, Gläsern oder Polymeren) bestehen. Aufgrund der räumlich periodischen Variation des Brechungsindexes  $n(\vec{r})$  bzw. der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon(\vec{r})$  werden diese Materialen "Kristalle" genannt. Die Periodizität der Medien kann in einer, zwei oder drei Dimensionen vorliegen, siehe Abbildung 2.1.1.



Abbildung 2.1.1 Schematische Darstellung Photonischer Kristalle [Joa95]

Die optischen Eigenschaften der PhCs wurden dann 1987 von E. Yablonovitch und S. John theoretisch berechnet [Yab87], [Joh87]. Beide gelten als Entdecker der "photonischen Kristalle". Herr Yablonovitch wollte vor 20 Jahren Laser effizienter machen. Er suchte dabei nach einem Material, das für Licht undurchlässig ist. Seine Idee, die Eigenschaften des Halbleiters auf Licht zu übertragen, war revolutionär. Mittels ihrer spezifischen Struktur wirken PhCs auf die elektromagnetischen Wellen und somit auch auf Licht und zwingen es dazu, sich in der für die Bauteilfunktion notwendigen Art und Weise im Medium auszubreiten. Dadurch ist es möglich, Licht auf in der Größenordnung der Wellenlänge

liegenden Abmessungen zu führen. Durch die Einstellung der Periodenlänge  $\Lambda$  der periodischen, dielektrischen Strukturen, siehe die Abbildung 2.1.2, kann die Ausbreitung von Wellen beeinflusst werden.



Abbildung 2.1.2 Defektschichten in 1D-Photonischen Kristalle

Dies ist ähnlich wie die Beeinflussung der Ausbreitung von Elektronen durch das periodische Potential in Halbleiterkristallen. Da die photonischen Kristalle also in gewisser Weise das optische Analogon zu elektronischen Halbleitern sind, entsteht analog zur Ausbildung der elektronischen Bandstruktur eine photonische Bandstruktur, die Bereiche "verbotener" Energie, in denen sich elektromagnetische Wellen nicht innerhalb des Kristalls ausbreiten können (photonische Bandlücken, PBG = englisch: "Photonic Bandgap"). Herr Zengerle hat dies schon im Jahre 1979, also schon vor der offiziellen Einführung des PhCs, erkannt und bewiesen. Er schrieb in seiner Dissertation "Insbesondere bei der zweifach periodischen Struktur können ausgeprägte frequenzabhängige Sperrbezirke, also fehlende Lichtausbreitung im periodischen Wellenleiter für bestimmte Einkoppelwinkelbereiche auftreten" [PhoKr]. Er hat auch erkannt, dass es in der Nähe einer optischen Bandlücke einen frequenzabhängigen Unterschied zwischen der Gruppen- und der Phasengeschwindigkeit gibt [Zen79]. Man sagt, dass die photonische Bandlücke vollständig ist, wenn die Lücke für alle Polarisationen und alle Ausbreitungsrichtungen existiert.

Wenn man die Leitfähigkeit eines reinen Halbleiters verbessern will, baut man ein Fremdatom in das Kristallgitter des Halbleitermaterials ein. Diese "Verunreinigung" wird "Dotierung" genannt. Ähnlich den Halbleitern kann man photonische Kristalle gezielt mit Störstellen oder Defekten versehen. Defekte in PhCs sind Störungen der Periodizität der Dielektrizitätszahl  $\varepsilon(\vec{r})$  bzw. des Brechungsindexes  $n(\vec{r})$  durch lokale Variationen. Man unterscheidet hierbei zwischen "Defektschichten" und "Punktdefekten". Die Defektschichten werden in 1D-PhCs, auch Bragg<sup>6</sup>-Gitter oder auch Multilayer genannt, eingebracht. Es

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Sir William Henry und sein Sohn William Lawrence Bragg: Beide englische Physiker. Sie wurden 1915 gemeinsam mit dem Nobelpreis für Physik "für ihre Verdienste um die Erforschung der Kristallstrukturen mittels Röntgenstrahlen" ausgezeichnet.

handelt sich um Schichten mit anderer Brechzahl und/oder Dicke, siehe Abbildung 2.1.2. Punktdefekte entstehen durch die Auslassung oder die Variation der Größe einzelner Elemente des Kristalls. Eine einzelne Fehlstelle in einem perfekten photonischen Kristall führt dazu, dass Licht einer "verbotenen" Wellenlänge an der Störstelle konzentriert wird. Es bildet sich dann ein Mikroresonator aus. So lässt sich das Licht sehr präzise und konzentriert lokalisieren, siehe Abbildung 2.1.3 a). Durch die Verkettung von solchen Punktdefekten wird die Ausbreitung von Licht, mit passenden Wellenlängen aus der Bandlücke, entlang der Defekte ermöglicht: Der photonische Kristall wird somit zum Wellenleiter. Ein linienförmiger Defekt zwingt die Welle, in ihrer Bahn der Linienführung des Defektes zu folgen, denn das Eindringen in den Kristall ist nicht möglich, siehe Abbildung 2.1.3 b) [Sak05].



Abbildung 2.1.3 Welle in a) Mikroresonator (Punktdefekt) und b) Wellenleiter (Liniendefekt) [Joa95]

Die Einsatzmöglichkeiten von photonischen Kristallen sind sehr vielseitig. Man will heutzutage ihre einzigartigen optischen Eigenschaften im optischen und elektronischen Bereich nutzen. Man kann PhCs unter anderem wie bereits oben erwähnt als Wellenleiter nutzen. Die Bahn des Wellenleiters kann dabei fast beliebig sein: Scharfe Ecken [Tok00], [Lin98], [Esp01], [Mal03], Sektoren mit kleinem Radius [Hor05] oder einfache Geraden [Lin00], [Joh00]. Die PhCs Wellenleiter können unter anderem zur Refokussierung von stark divergierenden gaußschen Strahlen [Zen05], [Hoa09], zum Multiplexen und Demultiplexen von optischen Signalen [Kos01], [Nie06], [Cen99], zur Kompensation der chromatischen Dispersion [Pet05], [Zen04], [Hoa09], zur Polarisationstrennung [Oht99] oder als Superprisma genutzt werden. Wie auch bereits oben erwähnt, werden PhCs als Mikroresonatoren mit sehr hohem Qualitätsfaktor Q und sehr kleinen Modenvolumen verwendet [Koe05], [Aka03]. Mit diesen Resonatoren können sehr leistungsfähige Leuchtdioden (LEDs) [Bor99], Laser [Pai99], [Top06] und Oberflächen-Emittierender-Laser [Lou05], [Ben06] hergestellt werden, wenn das Licht durch ein aktives Medium in einem

Punktdefekt entsteht. Die Laserschwelle wird hierbei mit sehr geringen Pumpleistungen erreicht [Mou03], [Lon02]. Man kann auch die gerichtete Abstrahlung von Antennen verbessern, indem man die Antenne auf einem photonischen Kristall montiert. Hierbei müssen die von der Antenne abgestrahlten Frequenzen in der Bandlücke des PhCs liegen. In diesem Fall strahlt die Antenne dann nur in die Umgebung und nicht in das Trägermaterial [Bro96], [Tem00], [Che95].

Weil PhCs eine optische Integration von vielen Komponenten auf engstem Raum ermöglichen, werden sie bestimmt Hauptkomponenten von zukünftigen integrierten optischen Netzwerken und optischen Schaltkreisen sein. In der nahen Zukunft ist auch deren verstärkter Einsatz als Sensorelemente, z.B. in der optischen Detektion, zu erwarten, weil sie die optische Signalverarbeitung erleichtern [Cho04], [Cha05], [Bus04].

#### 2.2 Die Transfer-Matrix-Methode

Die Transfer-Matrix-Methode wird u. a. sehr oft zur Berechnung der Übertragungsfunktion von Multilayern (1D PhCs) eingesetzt. In diesem Abschnitt wird erläutert, wie die Ausbreitung ebener Wellen durch beliebige Mehrschicht-Stapel wie z. B. einen mit Defektschichten versehenen Multilayer mit Hilfe der Transfer-Matrix-Methode beschrieben werden kann. Zuerst werden die Reflexion und die Transmission von elektromagnetischen Wellen an Grenzflächen zwischen zwei Medien unterschiedlicher Brechzahlen beschrieben, dann wird die Funktionsweise der Transfer-Matrix-Methode erklärt und am Ende wird die Übertragungsfunktion von einem beliebigen Multilayer berechnet.

#### 2.2.1 Reflexion und Transmission an Grenzflächen

Die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen, wird durch die Maxwell<sup>7</sup>schen Gleichungen (MG) beschrieben. Sie bilden die Grundlage der so genannten klassischen Elektrodynamik. Sie beschreiben sowohl die Erzeugung von elektrischen und magnetischen Feldern durch Ladungen und Ströme, als auch die Wechselwirkung zwischen diesen beiden Feldern, die bei zeitabhängigen Feldern in Erscheinung tritt [Sch48]. Die MG werden meistens in differentieller Form in der Schreibweise des so genannten Nabla-Operators  $\vec{\nabla}$ durch die Gleichungen (2.2.1) bis (2.2.4) gegeben zu

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> James Clerk Maxwell (1831-1879), schottischer Physiker, wird als der Naturwissenschaftler des 19. Jahrhunderts angesehen, der den größten Einfluss auf die Physik des 20. Jahrhunderts hatte.

1. MG 
$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{g}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r},t)$$
, (2.2.1)

2. MG 
$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r},t)$$
, (2.2.2)

3. MG 
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r},t) = 0$$
, (2.2.3)

4. MG 
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r},t) = \rho(\vec{r},t)$$
. (2.2.4)

Wobei  $\vec{E}(\vec{r},t)$  die elektrische Feldstärke,  $\vec{D}(\vec{r},t)$  die dielektrische Verschiebung,  $\vec{g}(\vec{r},t)$  die Leitungsstromdichte,  $\vec{H}(\vec{r},t)$  die magnetische Feldstärke,  $\vec{B}(\vec{r},t)$  die magnetische Flussdichte und  $\rho(\vec{r},t)$  die Raumladungsdichte sind.  $\vec{r}$  ist der Ortsvektor und t die Zeit. Die erste MG (2.2.1) bezeichnet man auch als das Durchflutungsgesetz und die zweite (2.2.2) als Induktionsgesetz. Die Maxwellschen Gleichungen werden noch durch drei Materialgleichungen für das magnetische (Gleichung (2.2.5)) und für das elektrische Feld (Gleichungen (2.2.6) und (2.2.7)) ergänzt:

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \cdot \mu_r(\vec{r}) \cdot \vec{H}(\vec{r},t) , \qquad (2.2.5)$$

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r},t) , \qquad (2.2.6)$$

$$\vec{g}(\vec{r},t) = \kappa(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r},t).$$
(2.2.7)

Die einzelnen Medien der PhCs sind linear, zeitinvariant, isotrop und homogen. Da die PhCs allgemein aus Dielektrika bestehen, können sowohl deren spezifische Leitfähigkeit  $\kappa(\vec{r})$  als auch die Raumladungsdichte  $\rho(\vec{r},t)$  zu Null angenommen werden. Außerdem sind PhCs unmagnetisch, weshalb für die relative Permeabilitätszahl überall  $\mu_r(\vec{r})=1$  gilt. Für die PhCs treffen folgende zusätzliche Annahmen zu:

- Die relativen Permittivitäten  $\varepsilon_r$ , aus denen der PhC besteht, sind isotrop. So lässt sich die dielektrische Funktion durch eine räumlich variierende skalare Funktion  $\varepsilon_r(\vec{r})$  beschreiben.
- Es tritt keine Dispersion der Brechungsindizes der einzelnen Materialien der PhCs auf.
   Somit ist ε<sub>r</sub>(r
   <sup>'</sup>) im zu betrachtenden Spektralbereich frequenzunabhängig.
- Die Absorption im zu betrachtenden Spektralbereich ist so gering, dass sie vernachlässigt werden kann. Somit ist  $\varepsilon_r(\vec{r})$  eine rein reelle Größe.

Werden diese Randbedingungen berücksichtigt, dann vereinfachen sich die Gleichungen (2.2.1), (2.2.4) und (2.2.5) zu

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r},t) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r(\vec{r}) \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}(\vec{r},t) , \qquad (2.2.8)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0 , \qquad (2.2.9)$$

$$\overline{B}(\vec{r},t) = \mu_0 \cdot \overline{H}(\vec{r},t) .$$
(2.2.10)

Die vereinfachte erste MG (2.2.8) und die zweite MG (2.2.2) sind zwei gekoppelte Differentialgleichungen erster Ordnung. Durch die Anwendung des Rotations-Operators  $\vec{\nabla} \times$ auf die zwei ersten Maxwellschen Gleichungen (2.2.1) und (2.2.2), anschließende Vertauschung der Reihenfolge von örtlicher und zeitlicher Differentiation sowie Substitution von  $\vec{\nabla} \times \vec{H}$  durch die vereinfachte erste Maxwellsche Gleichung (2.2.8) und  $\vec{\nabla} \times \vec{E}$  durch die zweite Maxwellsche Gleichung (2.2.8), erhält man schließlich nach einigen Umformungen folgenden Ausdrücke:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{n^2(\vec{r})}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r},t) . \qquad (2.2.11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r},t) = -\frac{n^2(\vec{r})}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H}(\vec{r},t) . \qquad (2.2.12)$$

Dabei wurde die Quadratwurzel aus dem Produkt der elektrischen Feldkonstante  $\varepsilon_0$  und der magnetischen Feldkonstante  $\mu_0$  des Vakuums durch den Kehrwert der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  und die Quadratwurzel aus der dielektrischen Funktion  $\varepsilon_r(\vec{r})$ durch den Brechungsindex  $n(\vec{r})$  ersetzt:

$$c_0 = 1 / \sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} \quad , \tag{2.2.13}$$

$$n(\vec{r}) = \sqrt{\varepsilon_{\rm r}(\vec{r})} \,. \tag{2.2.14}$$

Mit dem Graßmannschen Entwicklungssatz

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} \cdot \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) \right) - \Delta \cdot \vec{A}(\vec{r}, t), \qquad (2.2.15)$$

wobei  $\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$  der Laplace-Operator ist, der die Summe der reinen zweiten partiellen Ableitungen einer Funktion von mehreren Variablen ermittelt, und unter der Berücksichtigung der Gleichungen (2.2.3) und (2.2.9) ergeben sich aus (2.2.11) und (2.2.12)

$$\Delta \vec{E}(\vec{r},t) = \frac{n^2(\vec{r})}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(\vec{r},t) , \qquad (2.2.16)$$

$$\Delta \vec{H}(\vec{r},t) = \frac{n^2(\vec{r})}{c_0^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H}(\vec{r},t) . \qquad (2.2.17)$$

Diese Gleichungen werden Wellengleichungen genannt. Sie sind partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung in  $\vec{E}$  bzw.  $\vec{H}$ . Die bei Vorgabe entsprechender Randbedingungen geltenden Lösungen für diese beiden Gleichungen heißen Moden. Eine mögliche und die einfachste Lösung der Wellengleichungen ist die ebene homogene Welle. Bei einer ebenen Welle besteht die Möglichkeit das magnetische Feld direkt aus dem elektrischen Feld zu berechnen [Leh04]:

$$\vec{H} = \frac{\vec{e}_a \times \vec{E}}{Z}.$$
(2.2.18)

Hier sind  $\vec{e}_a$  der Einheitsvektor der zugehörigen Ausbreitungsrichtung und  $Z = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  der Feldwellenwiderstand des Mediums.  $\vec{e}_a$ ,  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  bilden ein orthogonales Rechtsschraubensystem. Auf Grund von (2.2.18) ist es ausreichend, wenn im Folgenden nur das elektrische Feld betrachtet wird. Die magnetische Feldstärke kann dann am Ende mit (2.2.18) bzw. (2.2.8) berechnet werden.

In dieser Arbeit werden folgende Annahmen getroffen:

- Als Koordinatensystem wird ein kartesisches Koordinatensystem mit den Einheitsvektoren 
   *e*<sub>x</sub>, 
   *e*<sub>y</sub> und 
   *e*<sub>z</sub> benutzt
- das Koordinatensystem wird so gewählt, dass die Grenzflächen zwischen den Materialien des Multilayers in der *x* und *y*-Richtung unendlich ausgedehnt sind
- die Änderung des Brechzahlprofils von betrachteten 1D-PhCs findet nur in der z-Richtung statt, d. h.  $n(\vec{r}) = n(z)$
- der Wellenvektor  $\vec{k}(\vec{r})$ , der in Ausbreitungsrichtung zeigt, liegt in der *x*-*z*-Ebene. Somit ist  $\vec{r} = x \cdot \vec{e}_x + z \cdot \vec{e}_z$
- das elektrische Feld  $\vec{E}$  und das magnetische Feld  $\vec{H}$  hängen ebenfalls nur von zwei Ortskoordinaten in Ausbreitungsrichtung ab, hier der x- und z-Koordinate, und außerdem noch von der Zeit t

Näherungsweise können alle elektromagnetischen Trägerwellen, also auch Lichtwellen, als harmonische Wellen gelten. Werden alle getroffenen Annahmen berücksichtigt, so kann das E-Feld durch

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(\vec{r}) \cdot e^{j\omega t}, \qquad (2.2.19)$$

beschrieben werden. Dabei ist zu beachten, dass nur der Realteil physikalisch von Bedeutung ist, da er das tatsächliche reale Feld darstellt. Setzt man (2.2.19) in (2.2.16) ein, so folgt:

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}) + \frac{n^2(z)}{c_0^2} \cdot \boldsymbol{\omega}^2 \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}.$$
(2.2.20)

Man definiert die Kreiswellenzahl  $k(\vec{r})$  als Betrag des Wellenvektors  $\vec{k}(\vec{r}) = k(z) \cdot \vec{e}_{a}$  zu

$$k(z) = \left| \vec{k}(\vec{r}) \right| = \frac{n(z) \cdot \omega}{c_0}.$$
(2.2.21)

Setzt man (2.2.21) in (2.2.20) ein, so kann die so genannten Helmholtz-Gleichung (2.2.22) aus den Maxwellschen Gleichungen hergeleitet werden zu

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}) + k(z)^2 \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}.$$
 (2.2.22)

In jedem homogenen Medium, d. h. auch innerhalb der einzelnen Schichten, die den Multilayer bilden, ist die Kreiswellenzahl *k* konstant und keine Funktion vom Ort. In diesem Fall hat die Helmholtz-Gleichung (2.2.22) zwei mögliche Lösungen, eine vorwärts- und eine rückwärtslaufende ebene homogene Welle, deren Amplituden konstant entlang der Ebenen konstanter Phase sind.

$$\vec{E}_{\rm h}(\vec{r},t) = E_{\rm h} \mathrm{e}^{-j\vec{k}(z)\cdot\vec{r}} \cdot \mathrm{e}^{j\omega t} \cdot \vec{e}_{\rm h}, \qquad (2.2.23)$$

$$\vec{E}_{\rm r}(\vec{r},t) = E_{\rm r} {\rm e}^{{\rm j}\vec{k}(z)\cdot\vec{r}} \cdot {\rm e}^{{\rm j}\omega t} \cdot \vec{e}_{\rm r}$$
(2.2.24)

Die Indizes *h* in (2.2.23) und *r* in (2.2.24) stehen für Hin- und Rückwelle. Da das E-Feld eine beliebige Richtung, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist, haben kann, stehen  $\vec{e}_r$  und  $\vec{e}_h$  senkrecht zu  $\vec{e}_a$ .

Um die weiteren mathematischen Berechnungen zu vereinfachen wird das E-Feld der ebenen homogenen Welle in zwei Komponenten zerlegt: Eine TE- polarisierte und eine TMpolarisierte Teilwelle. Die gesamte Lösung setzt sich dann aus der Addition der beiden Teilwellen zusammen. In den beiden nächsten Abschnitten werden die Reflexion und die Transmission von TE- und TM-polarisierten Wellen an einer Grenzfläche zwischen zwei verschiedenen Medien mit unterschiedlichen Brechzahlen  $n_i$  und  $n_{i+1}$  (siehe Abbildung 2.2.1 und Abbildung 2.2.3) betrachtet. Dies ist notwendig, da die Verhältnisse für TE- und TM-polarisierte Wellen im Allgemeinen unterschiedlich sind.

#### 2.2.1.1 TE-Polarisation

Bei den TE-polarisierten Wellen, auch s-polarisierte Wellen genannt, liegt das elektrische Feld  $\vec{E}$  senkrecht zur Einfallsebene, wobei die Einfallsebene die Ebene ist, die durch den Wellenvektor  $\vec{k}$  und das Lot der Grenzflächen aufgespannt ist (also die *x*-*z*-Ebene).



Abbildung 2.2.1 Wellenvektor k, elektrisches Feld E und magnetisches Feld H im Raum für TE-Polarisation

Die Feldkomponenten der Wellen, die sich in der positiven z-Richtung ausbreiten, haben den Index *h* (Hinwelle) und diejenigen, die sich in der negativen z-Richtung ausbreiten, haben den Index *r* (Rückwelle). Je nachdem in welchem Medium die Welle sich befindet, gibt es zusätzlich beim Index die Schichtnummer, z. B. bei  $\vec{E}_{r,i+1}$  handelt es sich um die elektrische Feldkomponente der Welle, die sich in der negativen z-Richtung ausbreitet und in der Schicht *i*+1 befindet. Die Hinwelle in der Schicht *i* (bzw. *i*+1) breitet sich unter einem Winkel  $\theta_i$ (bzw.  $\theta_{i+1}$ ) zum Lot aus. Die Grenzfläche zwischen den beiden Schichten *i* und *i*+1 befindet sich zunächst am Ort z = 0. Die Wahl des Ortes der Grenzfläche beeinflusst die Berechnung nicht. Hätte man eine andere Stelle für die Grenzfläche gewählt, dann würde sich nur die Phase der Hinwelle an der Grenzfläche ändern. Die Phasenunterschiede zwischen der einfallenden Welle und der reflektierten Welle einerseits und der transmittierten Welle andererseits ändern sich dadurch nicht. Laut den bekannten Grenzflächenbedingungen müssen die tangentialen Komponenten der elektrischen und magnetischen Felder kontinuierlich sein, d. h.  $E_{t_i} = E_{t_{i+1}}$  und  $H_{t_i} = H_{t_{i+1}}$  [Leh04]. Für die TE-Polarisation bedeutet das, dass die Summe der rechts der Grenzfläche liegenden y-Komponenten der E-Felder (bzw. x-Komponenten der H-Felder) an der Stelle z = 0 gleich die Summe der links liegenden. Mathematisch bedeutet das

$$\vec{E}_{\rm h,i}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} + \vec{E}_{\rm r,i}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} = \vec{E}_{\rm h,i+1}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} + \vec{E}_{\rm r,i+1}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}},$$
(2.2.25)

$$\vec{H}_{\rm h,i}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} + \vec{H}_{\rm r,i}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} = \vec{H}_{\rm h,i+1}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} + \vec{H}_{\rm r,i+1}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}}.$$
(2.2.26)

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird angenommen, dass kein Lichteinfall von rechts stattfindet, d. h.  $\vec{E}_{r,i+1} = \vec{0}$  und  $\vec{H}_{r,i+1} = \vec{0}$ . Die von links kommende Welle fällt unter dem Winkel  $\theta_{\rm E}$  auf die Grenzfläche. Diese wird dann unter dem Winkel  $\theta_{\rm R}$  reflektiert und unter dem Winkel  $\theta_{\rm T}$  transmittiert, vergleiche Abbildung 2.2.2.



Abbildung 2.2.2 Geometrie einer schräg auf eine Grenzfläche einfallenden TE-polarisierten Welle

Ersetzt man die E-Felder nach Gleichungen (2.2.23) und (2.2.24) in (2.2.25), wobei im Weiteren der zeitliche (harmonische) Term  $e^{j\omega t}$  nicht mehr explizit aufgeführt wird, erhält man als Grenzflächenbedingung für das E-Feld folgende Gleichung:

$$E_{\rm h,i} e^{-j \cdot \vec{k}_{\rm h,i} \cdot \vec{r}} \cdot \vec{e}_{\rm y} \Big|_{\rm z=0} + E_{\rm r,i} e^{-j \cdot \vec{k}_{\rm r,i} \cdot \vec{r}} \cdot \vec{e}_{\rm y} \Big|_{\rm z=0} = E_{\rm h,i+1} e^{-j \cdot \vec{k}_{\rm h,i+1} \cdot \vec{r}} \cdot \vec{e}_{\rm y} \Big|_{\rm z=0}.$$
(2.2.27)

Die Beträge der Wellenvektoren der Hin- und Rückwelle im gleichen Medium müssen ebenfalls gleich sein. Aus (2.2.27) folgt dann nach dem Ersetzen der Wellenvektoren  $\vec{k}_{r,i}$ ,  $\vec{k}_{h,i}$ 

und  $\vec{k}_{h,i+1}$  und des Ortsvektors  $\vec{r}$  durch ihre Komponenten im kartesischen Koordinatensystem und Berechnung der notwendigen Skalarprodukte

$$E_{\mathrm{h},\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\partial n_{\mathrm{i}}}{c_{0}}\left(\frac{\sin(\theta_{\mathrm{E}})}{c_{0}}\right)\left(\frac{x}{z}\right)}_{z=0}\cdot\vec{e}_{\mathrm{y}}+E_{\mathrm{r},\mathrm{i}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\partial n_{\mathrm{i}}}{c_{0}}\left(\frac{\sin(\theta_{\mathrm{R}})}{c_{0}}\right)\left(\frac{x}{z}\right)}_{z=0}\cdot\vec{e}_{\mathrm{y}}=E_{\mathrm{h},\mathrm{i}+\mathrm{I}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\partial n_{\mathrm{i}+\mathrm{I}}}{c_{0}}\left(\frac{\sin(\theta_{\mathrm{T}})}{c_{0}}\right)\left(\frac{x}{z}\right)}_{z=0}\cdot\vec{e}_{\mathrm{y}}$$
(2.2.28)

$$E_{\rm h,i} e^{-j \cdot \frac{\omega n_{\rm i}}{c_0} \cdot \sin(\theta_{\rm E}) \cdot x} \cdot \vec{e}_{\rm y} + E_{\rm r,i} e^{-j \cdot \frac{\omega n_{\rm i}}{c_0} \cdot \sin(\theta_{\rm R}) \cdot x} \cdot \vec{e}_{\rm y} = E_{\rm h,i+1} e^{-j \cdot \frac{\omega n_{\rm i+1}}{c_0} \cdot \sin(\theta_{\rm r}) \cdot x} \cdot \vec{e}_{\rm y}$$
(2.2.29)

Diese Grenzflächenbedingung nach Gleichung (2.2.29) kann nur dann allgemein für alle Zeiten *t* und Orte *x* erfüllt werden, falls folgende drei Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind [Leh04]:

**Reflexionsgesetz**  $\theta_{\rm E} = \theta_{\rm R} = \theta_{\rm i}$ , (2.2.30)

Snelliussches  
Brechungsgesetz 
$$n_i \cdot \sin(\theta_i) = n_{i+1} \cdot \sin(\theta_T) = n_{i+1} \cdot \sin(\theta_{i+1}),$$
 (2.2.31)

Amplituden
$$E_{h,i} + E_{r,i} = E_{h,i+1}$$
.(2.2.32)

Nun ersetzt man die H-Felder in (2.2.26) durch den Zusammenhang (2.2.18) und alle Vektoren durch ihre Komponenten im kartesischen Koordinatensystem. Dann ergibt sich die Grenzflächenbedingung für die magnetische Feldstärke zu

$$\frac{1}{Z_{i}} \cdot \left( \begin{pmatrix} \sin(\theta_{i}) \\ 0 \\ \cos(\theta_{i}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ E_{h,i,y} \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{\substack{x-komp\\z=0}} + \begin{pmatrix} \sin(\theta_{i}) \\ 0 \\ -\cos(\theta_{i}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ E_{r,i,y} \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{\substack{x-komp\\z=0}} \right) = (2.2.33)$$

$$\frac{1}{Z_{i+1}} \cdot \begin{pmatrix} \sin(\theta_{i+1}) \\ 0 \\ \cos(\theta_{i+1}) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ E_{h,i+1,y} \\ 0 \end{pmatrix} \Big|_{\substack{x-komp\\z=0}} .$$

Mit  $Z_i = Z_0/n_i$  und  $Z_{i+1} = Z_0/n_{i+1}$  wobei  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  der Feldwellenwiderstand des Vakuums ist, folgt nach einigen Umformungen und Vereinfachungen aus (2.2.33)

$$n_{i} \cdot \left(-\cos(\theta_{i}) \cdot E_{h,i} + \cos(\theta_{i}) \cdot E_{r,i}\right) = -n_{i+1} \cdot E_{h,i+1} \cos(\theta_{i+1}).$$
(2.2.34)

Setzt man  $E_{h,i+1}$  nach Gleichung (2.2.32) in die Gleichung (2.2.34) ein und löst diese auf, so ergibt sich der Amplitudenreflexionsfaktor  $r_{i,i+1,TE}$  für eine TE-polarisierte Welle zu

$$r_{\mathrm{i},\mathrm{i+1,TE}} = \frac{E_{\mathrm{r},\mathrm{i}}}{E_{\mathrm{h},\mathrm{i}}} = \frac{n_{\mathrm{i}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i}}) - n_{\mathrm{i+1}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i+1}})}{n_{\mathrm{i}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i}}) + n_{\mathrm{i+1}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i+1}})} = \frac{\sin(\theta_{\mathrm{i+1}} - \theta_{\mathrm{i}})}{\sin(\theta_{\mathrm{i+1}} + \theta_{\mathrm{i}})}.$$
(2.2.35)

Der Amplitudentransmissionsfaktor  $t_{i,i+1,TE}$  berechnet sich durch das Einsetzen von dem nach Gleichung (2.2.32) aufgelösten  $E_{r,i}$  in (2.2.34):

$$t_{i,i+1,\text{TE}} = \frac{E_{h,i+1}}{E_{h,i}} = \frac{2 \cdot n_i \cdot \cos(\theta_i)}{n_i \cdot \cos(\theta_i) + n_{i+1} \cdot \cos(\theta_{i+1})} = \frac{2 \cdot \sin(\theta_{i+1}) \cdot \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_{i+1} + \theta_i)}.$$
 (2.2.36)

Die Gleichungen (2.2.35) und (2.2.36) werden als die Fresnel<sup>8</sup>schen Formeln für den Fall der TE-Polarisation bezeichnet. Die Fresnelschen Formeln drücken die Amplituden der reflektierten und der transmittierten Welle in Abhängigkeit der Einfallenden aus. Diese Formeln geben uns aber auch Auskünfte über die möglichen Phasenänderungen, die die reflektierten bzw. die transmittierten Wellen an der Grenzfläche beim Übergang erfahren können. Betrachtet man zuerst die Gleichung (2.2.36), so sieht man, dass  $E_{h,i+1}$  immer das gleiche Vorzeichen wie  $E_{h,i}$  hat. Somit setzt die transmittierte Welle ohne Phasensprung die ankommende fort. Bei der reflektierten Welle dagegen haben wir verschiedenes Verhalten, je nachdem ob das zweite Medium optisch dichter ( $n_{i+1} > n_i$ ) oder dünner ( $n_{i+1} < n_i$ ) ist. Ist das zweite Medium optisch dichter, so wird die Welle zum Lot hin gebrochen, d. h.  $\theta_{i+1} < \theta_i$ . In diesem Fall ist  $r_{i,i+1,TE}$  nach (2.2.35) negativ. Die TE-Komponente macht also bei der Reflexion stets einen Phasensprung um  $\pi$ . Ist das zweite Medium aber optisch dünner, so wird die Welle vom Lot weg gebrochen, d. h.  $\theta_{i+1} > \theta_i$ . In diesem Fall ist  $r_{i,i+1,TE}$  positiv. Die TE-Komponente macht also bei der Reflexion keinen Phasensprung [Bor85].

Neben der Stetigkeit der tangentialen Komponenten der E- und H-Felder, müssen nach der Grenzflächenbedingung auch die normalen Komponenten der dielektrischen Verschiebung  $\vec{D}$  und der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  kontinuierlich sein. Da die normalen Komponenten von  $\vec{D}$  bei einer TE-Polarisation nicht existieren, sind sie damit stetig. Die Stetigkeit der normalen Komponenten von  $\vec{B}$  wird durch das Brechungsgesetz nach (2.2.31) und durch die Stetigkeit der tangentialen Komponenten vom E-Feld gewährleistet [Leh04].

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Fresnel, Augustin Jean: Französischer Physiker und Ingenieur des 19. Jahrhunderts. Hat wesentlich zur Begründung der Wellentheorie des Lichts beigetragen.

#### 2.2.1.2 TM-Polarisation

Nun wird der TM-Polarisationsfall betrachtet. Bei den TM-polarisierten Wellen, auch p-polarisierte Wellen genannt, liegt das magnetische Feld  $\vec{H}$  senkrecht zur Einfallsebene. Die für die TE-Polarisation getroffenen Annahmen sind weiterhin gültig. Die Grenzflächenbedingungen,  $(E_{t_i} = E_{t_{i,i}})$  und  $H_{t_i} = H_{t_{i,i}}$ , müssen auch hier erfüllt sein.



Abbildung 2.2.3 Wellenvektor  $\vec{k}$ , elektrisches Feld  $\vec{E}$  und magnetisches Feld  $\vec{H}$  im Raum für TM-Polarisation

Für die TM-Polarisation bedeutet das, dass die Summe der rechts der Grenzfläche liegenden *x*-Komponenten der E-Felder (bzw. *y*-Komponenten der H-Felder) an der Stelle z = 0 gleich die Summe der links liegenden. Dies führt zu folgenden Bedingungen:

$$\vec{E}_{\rm h,i}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} + \vec{E}_{\rm r,i}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} = \vec{E}_{\rm h,i+1}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}} + \vec{E}_{\rm r,i+1}\Big|_{\substack{\rm x-komp\\ \rm z=0}}.$$
(2.2.37)

$$\vec{H}_{\rm h,i}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} + \vec{H}_{\rm r,i}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} = \vec{H}_{\rm h,i+1}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}} + \vec{H}_{\rm r,i+1}\Big|_{\substack{y-\rm komp\\z=0}}$$
(2.2.38)



Abbildung 2.2.4 Geometrie einer schräg auf eine Grenzfläche einfallenden TM-polarisierten Welle

Hier wird auch o. B. d. A. angenommen, dass kein Lichteinfall von rechts stattfindet (siehe Abbildung 2.2.4).

Ersetzt man alle möglichen Vektoren in der Grenzflächenbedingung für das E-Feld nach (2.2.37) durch ihre Komponenten im kartesischen Koordinatensystem, so ergibt sich nach einigen Umformungen und Vereinfachungen die Amplitudenbedingung des E-Feldes zu

$$E_{\mathrm{h,i}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i}}) + E_{\mathrm{r,i}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i}}) = E_{\mathrm{h,i+1}} \cdot \cos(\theta_{\mathrm{i+1}}).$$
(2.2.39)

Aus (2.2.38) folgt dann folgende Amplitudenbedingung des H-Feldes

$$H_{\rm h,i} - H_{\rm r,i} = H_{\rm h,i+1}.$$
 (2.2.40)

Ersetzt man die H-Felder in (2.2.40) durch den Zusammenhang (2.2.18), so erhält man eine zweite Randbedingung für die Amplituden der E-Felder

$$n_{i} \cdot E_{h,i} - n_{i} \cdot E_{r,i} = n_{i+1} \cdot E_{h,i+1}$$
 (2.2.41)

Setzt man  $E_{h,i+1}$  nach Gleichung (2.2.41) in die Gleichung (2.2.39) ein und löst man diese auf, so ergibt sich der Amplitudenreflexionsfaktor  $r_{i,i+1,TM}$  für eine TM-polarisierte Welle zu

$$r_{i,i+1,TM} = \frac{E_{r,i}}{E_{h,i}} = \frac{n_i / \cos(\theta_i) - n_{i+1} / \cos(\theta_{i+1})}{n_i / \cos(\theta_i) + n_{i+1} / \cos(\theta_{i+1})} = \frac{\tan(\theta_{i+1} - \theta_i)}{\tan(\theta_{i+1} + \theta_i)}.$$
(2.2.42)

Der Amplitudentransmissionsfaktor  $t_{i,i+1,TM}$  berechnet sich dann durch das Einsetzen des nach Gleichung (2.2.41) aufgelösten  $E_{r,i}$  in (2.2.39). Nach dem Auflösen ergibt sich  $t_{i,i+1,TM}$  zu

$$t_{i,i+1,TM} = \frac{E_{h,i+1}}{E_{h,i}} = \frac{2 \cdot n_i / \cos(\theta_{i+1})}{n_i / \cos(\theta_i) + n_{i+1} / \cos(\theta_{i+1})} = \frac{2 \cdot \sin(\theta_{i+1}) \cdot \cos(\theta_i)}{\sin(\theta_{i+1} + \theta_i) \cdot \cos(\theta_i - \theta_{i+1})}.$$
 (2.2.43)

Die Gleichungen (2.2.42) und (2.2.43) sind die Fresnelschen Formeln für den Fall der TM-Polarisation. Betrachtet man die Gleichung (2.2.43), so sieht man, dass  $E_{h,i+1}$  immer das gleiche Vorzeichen wie  $E_{h,i}$  hat. Somit setzt die transmittierte Welle ohne Phasensprung unabhängig von der Polarisation die ankommende fort. Bei der reflektierten Welle dagegen haben wir wie bei der TE-Polarisation verschiedenes Verhalten, je nachdem ob das zweite Medium optisch dichter ( $n_{i+1} > n_i$ ) oder dünner ( $n_{i+1} < n_i$ ) ist. Ist das zweite Medium optisch dichter, so wird die Welle zum Lot hin gebrochen, d. h.  $\theta_{i+1} < \theta_i$ . Ist überdies  $\theta_{i+1} + \theta_i < \pi/2$ , d. h.  $\tan(\theta_{i+1} + \theta_i) > 0$ , so ist  $r_{i,i+1,\text{TM}}$  nach (2.2.42) negativ. In diesem Fall springt die TM-
Komponente bei der Reflexion um  $\pi$ . Bei größeren Einfallswinkeln sind die TM-Komponenten der einfallenden und reflektierten Welle in Phase. Ist das zweite Medium aber optisch dünner, so wird die Welle vom Lot weg gebrochen, d. h.  $\theta_{i+1} > \theta_i$ . Ist auch  $\theta_{i+1} + \theta_i < \pi/2$ , so ist  $r_{i,i+1,TM}$  nach (2.2.42) positiv. In diesem Fall sind die TM-Komponenten der einfallenden und reflektierten Welle in Phase. Bei größeren Einfallswinkeln springt die TM-Komponente bei der Reflexion um  $\pi$  [Bor85].

## 2.2.1.3 Übergangsmatrix

Hätte man noch einen Einfall unter dem Winkel  $\theta_{i+1}$  von rechts auf die Grenzfläche der elektromagnetischen Rückwelle r,i+1 mit den Komponenten  $\vec{E}_{r,i+1}$  und  $\vec{H}_{r,i+1}$  (siehe Abbildung 2.2.1 und Abbildung 2.2.3), würde sich die Rückwelle r,i aus der Summe der reflektierten Welle der Hinwelle h,i und der transmittierten Welle der Rückwelle r,i+1ergeben. Dies ist möglich aufgrund der Linearität der Medien. Die Hinwelle h,i+1 würde sich dann aus der Summe der reflektierten Welle der Rückwelle r,i+1 und der transmittierten Welle der Hinwelle h,i ergeben, was durch die folgenden Gleichungen mathematisch ausgedrückt wird:

$$E_{\rm h,i+1} = t_{\rm i,i+1} \cdot E_{\rm h,i} + r_{\rm i+1,i} \cdot E_{\rm r,i+1}, \qquad (2.2.44)$$

$$E_{r,i} = r_{i,i+1} \cdot E_{h,i} + t_{i+1,i} \cdot E_{r,i+1}.$$
(2.2.45)

Man kann dann die Komponenten des E-Feldes am rechten Rand der Schicht *i*  $E_{h,i}$  und  $E_{r,i}$ mit den Komponenten des E-Feldes am linken Rand der Schicht *i*+1  $E_{h,i+1}$  und  $E_{r,i+1}$  durch eine Matrix  $\mathbf{D}_{i,i+1}$  verknüpfen. Die Matrix  $\mathbf{D}_{i,i+1}$  wird Übergangsmatrix genannt. Es gilt

$$\begin{pmatrix} E_{\mathrm{h,i}} \\ E_{\mathrm{r,i}} \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{\mathrm{i,i+1}} \cdot \begin{pmatrix} E_{\mathrm{h,i+1}} \\ E_{\mathrm{r,i+1}} \end{pmatrix}.$$
(2.2.46)

Um die Koeffizienten der Übergangsmatrix  $\mathbf{D}_{i,i+1}$  zu bestimmen, löst man zuerst (2.2.44) nach  $E_{h,i}$  auf und ersetzt  $r_{i+1,i}$  durch  $-r_{i,i+1}$ . Daraus ergibt sich dann

$$E_{\rm h,i} = \frac{1}{t_{\rm i,i+1}} \cdot E_{\rm h,i+1} + \frac{r_{\rm i,i+1}}{t_{\rm i,i+1}} \cdot E_{\rm r,i+1} \,. \tag{2.2.47}$$

Setzt man dann  $E_{hi}$  nach (2.2.47) in (2.2.45) ein und beachtet, dass

$$(r_{i,i+1})^2 + t_{i,i+1} \cdot t_{i+1,i} = 1$$
 (2.2.48)

sowohl für die TE- als auch für die TM-Polarisation immer gültig ist, so ergibt sich aus (2.2.47)

$$E_{\rm r,i} = \frac{r_{\rm i,i+1}}{t_{\rm i,i+1}} \cdot E_{\rm h,i+1} + \frac{1}{t_{\rm i,i+1}} \cdot E_{\rm r,i+1}.$$
(2.2.49)

Aus den Gleichungen (2.2.47) und (2.2.49) ergibt sich die Übergangsmatrix  $\mathbf{D}_{i,i+1}$  zu

$$\mathbf{D}_{i,i+1} = \frac{1}{t_{i,i+1}} \begin{pmatrix} 1 & r_{i,i+1} \\ r_{i,i+1} & 1 \end{pmatrix}.$$
(2.2.50)

Je nachdem, welcher Polarisationsfall betrachtet wird, sind dann die entsprechenden Amplitudentransmissions- und Amplitudenreflexionsfaktoren in (2.2.50) einzusetzen.

## 2.2.2 Übertragungsfunktion eines Multilayers

Nachdem der Übergang von ebenen Wellen zwischen zwei unterschiedlichen Schichten *i* und *i*+1 und die damit verbundene Transmission und Reflexion in Abschnitt 2.2.1 behandelt wurde, muss noch die Ausbreitung von ebenen Wellen in den einzelnen homogenen Schichten betrachtet werden. In einer Schicht *i* können zwei Wellen gleichzeitig vorhanden sein, eine Hinwelle und eine Rückwelle. Sei  $d_i$  die Breite der Schicht *i*,  $E_{h,i,links}$  und  $E_{r,i,links}$  jeweils die elektrischen Feldkomponenten der Hin- und Rückwelle am linken Rand der Schicht und  $E_{h,i,rechts}$  und  $E_{r,i,rechts}$ , die am rechten Rand der Schicht, siehe Abbildung 2.2.5.



Abbildung 2.2.5 Ausbreitung der Hin- und Rückwelle unter dem Winkel  $\theta_i$  im homogenen Medium

Um die Koeffizienten der Ausbreitungsmatrix  $\mathbf{P}_i$  zu bestimmen, die die E-Feld Komponenten am linken Rand der Schicht *i* mit den E-Feld Komponenten am rechten Rand derselben Schicht gemäß

$$\begin{pmatrix} E_{\rm h,i,links} \\ E_{\rm r,i,links} \end{pmatrix} = \mathbf{P}_{\rm i} \cdot \begin{pmatrix} E_{\rm h,i,rechts} \\ E_{\rm r,i,rechts} \end{pmatrix}, \qquad (2.2.51)$$

verknüpft, müssen  $E_{h,i,links}$  und  $E_{r,i,links}$  in Abhängigkeit von  $E_{h,i,rechts}$  und  $E_{r,i,rechts}$  ausgedrückt werden. Wie in der Abbildung 2.2.5 zu sehen, breitet sich die Hinwelle mit der E-Feldkomponente  $E_{h,i,links}$  und dem Wellenvektor  $\vec{k}_{h,i}$  in der positiven z-Richtung unter dem Winkel  $\theta_i$  aus. Es soll die Ausbreitung der Hinwelle vom Punkt  $\vec{r} = (x,0,z)^T$  zum Punkt  $\vec{r}_1 = (x + d_i \cdot \tan \theta_i, 0, z + d_i)^T$  betrachtet werden. Nach (2.2.23) ergibt sich  $\vec{E}_{h,i,rechts}$  zu

$$\vec{E}_{\rm h,i,rechts} = E_{\rm h,i} e^{-j\vec{k}_{\rm i}\cdot\vec{r}_{\rm l}} \cdot \vec{e}_{\rm h} = E_{\rm h,i} e^{-j\cdot k_{\rm i}\cdot\begin{pmatrix}\sin\theta_{\rm i}\\0\\\cos\theta_{\rm i}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x+d_{\rm i}\cdot\tan\theta_{\rm i}\\0\\z+d_{\rm i}\end{pmatrix}} \cdot \vec{e}_{\rm h} = E_{\rm h,i,rechts} \cdot \vec{e}_{\rm h},$$
(2.2.52)

wobei  $k_i = \frac{\omega \cdot n_i}{c_0}$  ist. Mit

$$\vec{E}_{\rm h,i,links} = E_{\rm h,i} e^{-j\vec{k}_{\rm i}\cdot\vec{r}} \cdot \vec{e}_{\rm h} = E_{\rm h,i} e^{-j\cdot k_{\rm i}\cdot\left(\sum_{\substack{0\\\cos\theta_{\rm i}}}^{\sin\theta_{\rm i}}\right)\left(\sum_{z}^{x}\right)} \cdot \vec{e}_{\rm h} = E_{\rm h,i,links} \cdot \vec{e}_{\rm h}, \qquad (2.2.53)$$

folgt aus (2.2.52)

$$\vec{E}_{\rm h,i,rechts} = E_{\rm h,i} e^{-j \cdot k_{\rm i} \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta_{\rm i} \\ 0 \\ \cos \theta_{\rm i} \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \end{pmatrix}^{+} \begin{pmatrix} d_{\rm i} \cdot \tan \theta_{\rm i} \\ 0 \\ d_{\rm i} \end{pmatrix} \right]} \cdot \vec{e}_{\rm h} = E_{\rm h,i,links} \cdot e^{-j \cdot k_{\rm i} \cdot d_{\rm i} \cdot \frac{1}{\cos \theta_{\rm i}}} \cdot \vec{e}_{\rm h} .$$
(2.2.54)

Somit ergibt sich dann den Zusammenhang zwischen  $E_{h,i,links}$  und  $E_{h,i,rechts}$  zu

$$E_{\rm h,i,links} = E_{\rm h,i,rechts} \cdot e^{j \cdot k_i \cdot d_i \cdot \frac{1}{\cos \theta_i}} = E_{\rm h,i,rechts} \cdot e^{j \cdot \Theta_i} \,.$$
(2.2.55)

Laut (2.2.55) erfährt eine Welle, die sich in der positiven z-Richtung unter dem Winkel  $\theta_i$ fortpflanzt, nach einer Strecke  $d_i$  nur eine Phasenänderung von  $\Theta_i = \frac{d_i \cdot k_i}{\cos \theta_i}$ , und die Amplitude bleibt erhalten. Dies ist der Fall, da die Annahme gemacht wurde, dass keine Verluste in den Medien stattfinden. Die Rückwelle mit der E-Feldkomponente  $E_{r,i,rechts}$  und dem Wellenvektor  $\vec{k}_{r,i}$  breitet sich in der negativen z-Richtung unter dem Winkel  $\theta_i$  aus (siehe Abbildung 2.2.5). Nun soll die Ausbreitung der Rückwelle vom Punkt  $\vec{r}_2 = (x - d_i \cdot \tan \theta_i, 0, z + d_i)^T$  zum Punkt  $\vec{r} = (x, 0, z)^T$  betrachtet werden. Nach (2.2.24) ergibt sich  $\vec{E}_{r,i,rechts}$  zu

$$\vec{E}_{r,i,rechts} = E_{r,i} e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}_2} \cdot \vec{e}_r = E_{r,i} e^{-j\cdot k_i \begin{pmatrix} \sin \theta_i \\ 0 \\ -\cos \theta_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x - d_i \cdot \tan \theta_i \\ 0 \\ z + d_i \end{pmatrix}} \cdot \vec{e}_r = E_{r,i,rechts} \cdot \vec{e}_r \,.$$
(2.2.56)

Mit

$$\vec{E}_{\mathrm{r,i,links}} = E_{\mathrm{r,i}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\vec{k}_{\mathrm{i}}\cdot\vec{r}} \cdot \vec{e}_{\mathrm{r}} = E_{\mathrm{r,i}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot\mathbf{k}_{\mathrm{i}} \left( \begin{bmatrix} \sin \theta_{\mathrm{i}} \\ 0 \\ -\cos \theta_{\mathrm{i}} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \right)} \cdot \vec{e}_{\mathrm{r}} = E_{\mathrm{r,i,links}} \cdot \vec{e}_{\mathrm{r}}, \qquad (2.2.57)$$

folgt aus (2.2.56)

$$\vec{E}_{r,i,rechts} = E_{r,i} e^{-j \cdot k_i \cdot \begin{pmatrix} \sin \theta_i \\ 0 \\ -\cos \theta_i \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ 0 \\ z \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} -d_i \cdot \tan \theta_i \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix}} \cdot \vec{e}_r = E_{r,i,links} \cdot e^{j \cdot k_i \cdot d_i \cdot \frac{1}{\cos \theta_i}} \cdot \vec{e}_r.$$
(2.2.58)

Somit ergibt sich dann den Zusammenhang zwischen  $E_{r,i,links}$  und  $E_{r,i,rechts}$  zu

$$E_{\rm r,i,links} = E_{\rm r,i,rechts} \cdot e^{-j\cdot k_i \cdot d_i \cdot \frac{1}{\cos \theta_i}} = E_{\rm r,i,rechts} \cdot e^{-j\cdot \Theta_i} \,.$$
(2.2.59)

Aus den Gleichungen (2.2.55) und (2.2.59) ergibt sich die Ausbreitungsmatrix  $\mathbf{P}_{i}$  zu

$$\mathbf{P}_{i} = \begin{pmatrix} e^{j \cdot k_{i} \cdot d_{i} \cdot \frac{1}{\cos \theta_{i}}} & 0\\ e^{-j \cdot k_{i} \cdot d_{i} \cdot \frac{1}{\cos \theta_{i}}} \\ 0 & e^{-j \cdot k_{i} \cdot d_{i} \cdot \frac{1}{\cos \theta_{i}}} \end{pmatrix}.$$
(2.2.60)

Nachdem die Ausbreitungsmatrix  $\mathbf{P}_i$  berechnet wurde und da jeder Multilayer aus linearen Materialien aufgebaut und somit als lineares System zu betrachten ist, kann man den Amplitudenreflexionsfaktor und Amplitudentransmissionsfaktor beliebiger Mehrschichtsysteme berechnen. Hierzu ergibt sich die gesamte Übertragungsmatrix des Multilayers aus der Multiplikation der einzelnen Übergangs- und Ausbreitungsmatrizen. Eine ebene Welle mit den Komponenten  $\vec{E}_{h,0}$  und  $\vec{H}_{h,0}$  fällt unter dem Winkel  $\theta_0$  auf ein Mehrschichtsystem, das aus *N* Schichten besteht. Diese wird ebenfalls unter dem Winkel  $\theta_0$  reflektiert. Die reflektierte Welle hat die Komponenten  $\vec{E}_{r,0}$  und  $\vec{H}_{r,0}$ . Die ebene Welle, die aus dem Multilayer austritt und als transmittierte Welle des gesamten Systems gilt, besteht aus den Komponenten  $\vec{E}_{h,N+1}$  und  $\vec{H}_{h,N+1}$ , siehe Abbildung 2.2.6. Hat das E-Feld der Einfallswelle eine beliebige Richtung  $\vec{e}_h$ , so kann es in zwei Komponenten zerlegt werden: Eine TE- polarisierte und eine TM-polarisierte. In beiden Fällen sind die tangentialen Komponenten des E-Felds rechts und links der Grenzflächen gleich.  $E_{h,0}$ ,  $E_{r,0}$  und  $E_{h,N+1}$  beschreiben die Amplituden der einfallenden, reflektierten und transmittierten Wellen des Multilayer-Gesamtsystems. Außerdem wird angenommen, dass kein Lichteinfall von rechts stattfindet, d. h.  $E_{r,N+1} = 0$  ist. Somit können die Amplituden der E-Felder der einfallenden und reflektierten Wellen links des Multilayers in Abhängigkeit von  $E_{h,N+1}$  folgendermaßen berechnet werden:



Abbildung 2.2.6 Wellenausbreitung in einem Multilayer mit N Schichten; Strahlengang

$$\begin{pmatrix} E_{\mathrm{h},0} \\ E_{\mathrm{r},0} \end{pmatrix} = \underbrace{\left[\prod_{i=1}^{N} \left( \mathbf{D}_{\mathrm{i}-1,\mathrm{i}} \cdot \mathbf{P}_{\mathrm{i}} \right) \right] \cdot \mathbf{D}_{\mathrm{N,N+1}}}_{=\mathrm{T}} \cdot \begin{pmatrix} E_{\mathrm{h,N+1}} \\ 0 \end{pmatrix}.$$
(2.2.61)

Wie in der Gleichung (2.2.61) zu sehen ist, ergibt sich die Übertragungsmatrix  $\mathbf{T}$  aus der Multiplikation der einzelnen 2x2-Matrizen. Deshalb ist die Übertragungsmatrix  $\mathbf{T}$  auch eine 2x2-Matrix, das heißt

$$\begin{pmatrix} E_{h,0} \\ E_{r,0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{1,1} & T_{1,2} \\ T_{2,1} & T_{2,2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{h,N+1} \\ 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.2.62)

Je nachdem, welche Polarisation man betrachtet, setzt man die entsprechenden Amplitudenreflexions- und Amplitudentransmissionsfaktoren in die Übergangsmatrizen ein. Da die 1D-photonischen Kristalle in dieser Arbeit in Transmission benutzt werden, kann die Übertragungsfunktion  $U(\omega, \theta_0)$  als Quotient der transmittierten zur einfallenden Amplitude der E-Felder nach (2.2.62) wie folgt definiert werden:

$$U(\omega, \theta_0) = \frac{E_{\rm h, N+1}}{E_{\rm h, 0}} = \frac{1}{T_{\rm 1, 1}}.$$
(2.2.63)

Hierbei werden die Mehrfachreflexionen an den Grenzflächen nicht berücksichtigt. In Abbildung 2.2.6 ist auch der Strahlengang im Multilayer in roter Farbe zu sehen.

#### 2.2.3 Reflexions- und Durchlässigkeitskoeffizient eines Multilayers

Um den Reflexionskoeffizient R und den Durchlässigkeitskoeffizient T des Multilayers als System zu berechnen, müssen nun die Energieverhältnisse betrachtet werden. Der Reflexionskoeffizient R ist der Teil der einfallenden Energie, der reflektiert wird, dagegen ist der Durchlässigkeitskoeffizient T der durchgelassene Anteil der ankommenden Energie [Leh04]. Die Energieflussdichte einer elektromagnetischen Welle ist durch den Poynting<sup>9</sup>schen Vektor  $\vec{S}$  gegeben

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} . \tag{2.2.64}$$

In der Physik ist der Begriff "Energiefluss" identisch mit dem Begriff "Leistung". Der Poyntingsche Vektor  $\vec{S}$  zeigt in die Richtung des Transports der Leistung. Seinem Betrag entspricht die Leistungsdichte der Welle. Die Intensität ist die Energie, die pro Zeiteinheit durch eine Einheitsfläche senkrecht zum Poyntingschen Vektor hindurchtritt. In isotropen optischen Medien, also auch in 1D-Photonischen Kristallen, ist der Poyntingsche Vektor  $\vec{S}$ parallel zum Wellenvektor  $\vec{k}$ . Der Augenblickswert des Poyntingschen Vektors ist definiert als

$$\vec{s}(\vec{r},t) = \vec{e}(\vec{r},t) \times \vec{h}(\vec{r},t) = \operatorname{Re}\{\vec{E} \times \vec{H}^*\}$$
 (2.2.65)

Die Intensität in einem bestimmten Ort  $\vec{r}$  ist definiert als der zeitliche Mittelwert vom Augenblickswert  $\vec{s}(\vec{r},t)$  in diesem festen Ort. Somit ergibt sich die Intensität zu

$$I\Big|_{\vec{r}=\text{konst}} = \langle \vec{s}(\vec{r},t) \rangle\Big|_{\vec{r}=\text{konst}} = \frac{1}{2} \Big|\text{Re}\Big\{\vec{E} \times \vec{H}^*\Big\}\Big|\Big|_{\vec{r}=\text{konst}},$$
(2.2.66)

wobei  $\vec{H}^*$  die konjugiert Komplexe des magnetischen Feldes  $\vec{H}$  bezeichnet. Die Intensität Iist der Betrag des Intensitätsvektors  $\vec{I} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{\vec{E} \times \vec{H}^*\}$ , der in die gleiche Richtung wie die des Transports der Leistung der Welle zeigt [Mac03]. Betrachtet man, dass  $\vec{e}_a$ ,  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$  ein orthogonales Rechtsschraubensystem bilden und  $\vec{H}$  nach der Gleichung (2.2.18) ersetzt werden kann, vereinfacht sich dann die Gleichung (2.2.66) zu

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Poynting, John Henry: Englischer Physiker (1852-1914), arbeitete auf dem Gebiet der Elektrodynamik wie sein akademischer Lehrer James Clerk Maxwell.

$$I|_{\vec{r}=\text{konst}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{ \left| \vec{E} \right| \cdot \left| \vec{H}^* \right| \right\} \Big|_{\vec{r}=\text{konst}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\left\{ \left| \vec{E} \right| \cdot \frac{\left| \vec{E}^* \right|}{Z} \right\} = \frac{\left| \vec{E} \right|^2}{2 \cdot Z}, \quad (2.2.67)$$

wobei Z der Wellenwiderstand des Mediums am betrachteten Ort ist. Da sich der reflektierte und der einfallende Lichtstrahl im gleichen Medium ausbreiten, kann man den Reflexionskoeffizienten R eines Multilayers unter Berücksichtigung von (2.2.67) wie folgt definieren:

$$R = \frac{I_{\rm r,0}}{I_{\rm h,0}} = \frac{\left|\vec{E}_{\rm r,0}\right|^2}{\left|\vec{E}_{\rm h,0}\right|^2} = \left|\frac{T_{2,1}}{T_{1,1}}\right|^2.$$
(2.2.68)

 $T_{2,1}$  und  $T_{1,1}$  sind Elemente der Übertragungsmatrix **T** nach (2.2.62). Der Durchlässigkeitskoeffizient *T* ergibt sich dann mit Hilfe der Gleichungen (2.2.67) und (2.2.63) zu

$$T = \frac{I_{\rm h,N+1}}{I_{\rm h,0}} = \frac{\left|\vec{E}_{\rm h,N+1}\right|^2 \cdot n_{\rm N+1}}{\left|\vec{E}_{\rm h,0}\right|^2 \cdot n_0} = \left|\frac{1}{T_{\rm 1,1}}\right|^2 \cdot \frac{n_{\rm N+1}}{n_0}.$$
 (2.2.69)

Nach dem Energieerhaltungssatz, und da die Medien der Kristalle verlustfrei sind, muss die einfallende Energie gleich die Summe der reflektierten und der durchgelassenen Energie sein. Dies führt dazu, dass folgende Beziehung gelten muss:

$$R + T = 1$$
. (2.2.70)

Mit den Fresnelschen Formeln, die die Amplitudenverhältnisse der E-Felder beschreiben und die in dieser Arbeit verwendet werden, gilt diese Beziehung nicht. Dies kann anhand der Übergansmatrix  $\mathbf{D}_{i,i+1}$  nach Gleichung (2.2.50) in Abschnitt 2.2.1 deutlich gemacht werden. In diesem Fall ist

$$T_{1,1} = 1/t_{i,i+1}$$
 und  $T_{2,1} = r_{i,i+1}/t_{i,i+1}$ . (2.2.71)

Man setze zuerst, je nach Polarisation, den entsprechenden Amplitudentransmissionsfaktor  $t_{i,i+1}$  (nach (2.2.36) für TE- bzw. (2.2.43) für TM-Polarisation) und Amplitudenreflexionsfaktor  $r_{i,i+1}$  (nach (2.2.35) für TE- bzw. (2.2.42) für TM-Polarisation) in (2.2.71) ein. Die resultierenden  $T_{1,1}$  und  $T_{2,1}$  werden dann benutzt, um den Reflexionskoeffizient R nach (2.2.68) und den Durchlässigkeitskoeffizient T nach (2.2.69) zu berechnen. Man findet, dass die Summe von R und T ungleich eins ist ( $R+T \neq 1$ ). Hier wurde aber kein Rechenfehler begangen. Die Intensitäten, die hier berechnet wurden, sind die Intensitäten, die auch entlang der Ausbreitungsrichtungen der Wellen gemessen werden können. Aufgrund der Ausbreitung der transmittierten Welle unter einem Winkel  $\theta_{N+1}$ , der ungleich dem Einfallswinkel  $\theta_0$  ist, zeigen die Intensitätsvektoren in unterschiedlichen Richtungen. Eine Möglichkeit die Gleichung (2.2.70) geltend zu machen ist die Änderung der Definition vom Durchlässigkeitskoeffizient *T* nach (2.2.69), so dass die Winkelabhängigkeit einbezogen wird. Der Durchlässigkeitskoeffizient *T* ergibt sich dann zu

$$T = \left| \frac{1}{T_{1,1}} \right|^2 \cdot \frac{n_{N+1} \cdot \cos \theta_{N+1}}{n_0 \cdot \cos \theta_0} \,. \tag{2.2.72}$$

Eine andere Möglichkeit die Gleichung (2.2.70) geltend zu machen, ist die Betrachtung der Komponenten der Energieflüsse und der Wellenvektoren, die senkrecht zu den Grenzflächen sind. Diese Methode wird häufig für die Behandlung optischer Dünnschichtsysteme, also Multilayers, verwendet, siehe [Mac03], [Ger03]. In diesem Fall werden nur die Komponenten der Vektoren  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$ , die parallel zu den Grenzflächen sind, berücksichtigt. Da nur diese für die Grenzflächenbedingungen relevant sind, scheint es angebracht zu sein, sich nur auf diese zu konzentrieren, wenn die Amplituden der Felder betrachtet werden. Aufgrund der Unveränderlichkeit der *x*-Komponente des Wellenvektors  $\vec{k}$ , mit

$$k_{i,x} = \frac{\omega \cdot n_i}{c_0} \cdot \sin(\theta_i), \qquad (2.2.73)$$

in jeder Schicht des Multilayers, wird bei dieser Methode der Phasenfaktor  $e^{-jk_xx}$  weggekürzt. Somit wird die aufgrund der Wellenausbreitung entlang der x-Achse hervorgerufene Phasenänderung ignoriert. Da in dieser Arbeit hauptsächlich es um die Gruppenlaufzeitdispersion und deren Kompensation geht, tatsächliche muss die Phasenänderung bestimmt werden, die die Welle durch ihre Ausbreitung vom Eintrittspunkt A im Multilayer zum Austrittspunkt C aus dem Multilayer erfährt. Der Eintrittspunkt A ist derjenige Punkt, bei dem die einfallende Welle das Einfallsmedium (im weiteren "Deckschicht" genannt) verlässt und in den Multilaver eintritt. Dieser Punkt wird als Ursprung des kartesischen Koordinatensystems gewählt. Die betrachtete Welle verlässt die Schicht N des Multilayers und tritt im Medium mit der Brechzahl  $n_{N+1}$  (im weiteren "Substrat" genannt) durch den Austrittspunkt C des Multilayers in das Substrat ein, siehe Abbildung 2.2.6. Betrachtet man beide Abbildungen 2.2.4 und 2.2.5, so ergeben sich die Koordinaten des Austrittspunkts C zu

$$\vec{r}_{\rm C} = \left(\sum_{\mu=1}^{N} \left( d_{\mu} \cdot \tan \theta_{\mu} \right), 0, L \right), \qquad (2.2.74)$$

wobei *L* die Gesamtlänge des Multilayers ist ( $L = z_N$ ). Die Phasendifferenz wird durch die Ausbreitung der Welle im Multilayer verursacht, da, wie es in Abschnitt 2.2.1 gezeigt wurde, die transmittierte Welle ohne Phasensprung die ankommende fortsetzt. Deshalb muss man, um die richtige Phasenänderung zu bestimmen, den wirklichen Strahlengang der Welle im Multilayer berücksichtigen. Dies ist notwendig, besonders bei den zur Kompensation der Gruppenlaufzeitdispersion erforderlichen dicken Defektschichten.

#### 2.3 Photonischer Kristall in einem optischen Ringresonator

Ein optischer Ringresonator besteht aus einem kreisförmigen Wellenleiter, der an einen oder zwei weitere, in einem geringen Abstand vorbeilaufende Wellenleiter angekoppelt ist, siehe Abbildung 2.3.1 rechts. Dieser wird u. a. als frequenzselektiver Filter für WDM [Wei96], [Lit97], [Mad98] oder für die Kompensation der chromatischen Dispersion [Len98], [Mad01], [Mad03], [Suz04] verwendet. Ein typischer Verlauf der Übertragungsfunktion eines Ringresonators wird in Abbildung 2.3.1 links gezeigt. Die Übertragungsfunktionen der Ringresonatoren weisen im Abstand der freien spektralen Bandbreite (engl. "Free Spectral Range" FSR) periodisch auftretende Resonanzen auf, wobei

$$FSR = \frac{c}{2 \cdot n_{Ring} \cdot L_{Ring}},$$
 (2.3.1)

*c* die Lichtgeschwindigkeit,  $n_{\text{Ring}}$  die Brechzahl des Ringresonators und  $L_{\text{Ring}}$  die Länge des geschlossenen Rings sind.

Ringresonatoren mit hoher Güte (Q > 100000) bzw. mit sehr kleinen Resonanzbreiten haben meistens geringe Kopplungsverhältnisse und Dämpfungsverlustfaktoren.



Abbildung 2.3.1 Übertragungsfunktion eines Ringresonators [IHT05] (links) und photonischer Kristall in einem optischen Ringresonator (rechts)

Mit dem Koppelkoeffizient  $K_r$  ergibt sich für die "Finesse" der Resonanzabsenkung die Beziehung [Vog02]

$$Finesse = \frac{\pi}{2 \cdot \sin^{-1} \left[ \frac{K_{\rm r}}{2\sqrt{1 - K_{\rm r}}} \right]}.$$
(2.3.2)

Mit dem Ziel, die Effizienz der Kompensation der chromatischen Dispersion zu erhöhen, und in der Hoffnung, höhere chromatische Dispersionswerte zu kompensieren wird ein PhC in den Ringresonator integriert. Alle Parameter der gesamten Anordnung werden dann mittels des implementierten Algorithmus optimiert, damit die gewünschte CD erreicht wird. In diesem

Abschnitt werden die Übertragungsfunktionen 
$$U_{\text{ges}}^{\text{T}} = \frac{E_3^{\text{f}}}{E_2^{\text{h}}}\Big|_{E_8^{\text{h}}=0}$$
 und  $U_{\text{ges}}^{\text{R}} = \frac{E_5^{\text{f}}}{E_2^{\text{h}}}\Big|_{E_8^{\text{h}}=0}$  des

Ringresonators mit dem PhC berechnet.

Betrachtet wird ein Ringresonator mit der gesamten Länge  $L_{\text{Ring}} = l_1 + l_{21} + l_{22}$ , siehe Abbildung 2.3.1. Die Wellenleiter des Rings sind durch die Dämpfung  $\alpha$ , die Brechzahl  $n_{\text{Ring}}$  und die Ausbreitungskonstante  $\beta = \frac{2\pi \cdot n_{\text{Ring}}}{\lambda_0}$  charakterisiert. Die Koppler haben die

Kopplungsverhältnisse  $K_1$  und  $K_2$  und Verlustfaktoren  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$ . Die Feldkomponenten direkt rechts und links vom Koppler haben die Indizes *h* und *f*, je nachdem in welcher Richtung die Felder zum Koppler zeigen (*h* für hinlaufend und *f* für fortlaufend). *X* und *Y* sind die elektrischen Felder vor und nach dem PhC. Der Transport der Energie im Ringresonator findet nur in der in Abbildung 2.3.1 rechts gekennzeichneten Richtung statt. Es gelten folgende Abkürzungen:

$$A = (1 - K_1)^{1/2} \cdot (1 - \gamma_1)^{1/2}, \qquad B = j \cdot K_1^{1/2} \cdot (1 - \gamma_1)^{1/2}, C = (1 - K_2)^{1/2} \cdot (1 - \gamma_2)^{1/2}, \qquad D = j \cdot K_2^{1/2} \cdot (1 - \gamma_2)^{1/2}, F = \exp((-\alpha + j\beta) \cdot l_1), \qquad G = \exp((-\alpha + j\beta) \cdot l_{21}), L = \exp((-\alpha + j\beta) \cdot l_{22}), \qquad U = Y / X,$$
(2.3.3)

wobei *U* hier die Übertragungsfunktion des PhCs nach (2.2.63) ist. Die Gleichungen, welche allgemein die elektrischen Felder miteinander verknüpfen, sehen wie folgt aus [Urq88]:

$$E_1^{h} = L \cdot Y = L \cdot U \cdot X = L \cdot U \cdot G \cdot E_6^{f}, \quad (1)$$

$$E_7^{h} = F \cdot E_4^{f}, \quad (2)$$

$$E_3^{f} = A \cdot E_2^{h} + B \cdot E_1^{h}, \quad (3)$$

$$E_4^{f} = A \cdot E_1^{h} + B \cdot E_2^{h}, \quad (4)$$

$$E_5^{f} = G \cdot E_5^{h} - E_5 \cdot E_5^{h}, \quad (5)$$

$$E_{5}^{n} = C \cdot E_{8}^{n} + D \cdot E_{7}^{n}, \tag{5}$$

$$E_6^{\rm f} = C \cdot E_7^{\rm h} + D \cdot E_8^{\rm h}. \tag{6}$$

Nach einigen Umformungen folgen

$$E_{5}^{f} = \frac{DFB}{1 - FALUGC} E_{2}^{h} + \frac{C - FALUG(C^{2} - D^{2})}{1 - FALUGC} E_{8}^{h}, \qquad (2.3.5)$$

und

$$E_{3}^{f} = \frac{A - LUGCF(A^{2} - B^{2})}{1 - FALUGC}E_{2}^{h} + \frac{BLUGD}{1 - FALUGC}E_{8}^{h}.$$
 (2.3.6)

Somit folgen

$$U_{ges}^{R} = \frac{E_{5}^{f}}{E_{2}^{h}}\Big|_{E_{8}^{h}=0} = \frac{DFB}{1 - FALUGC}$$
(2.3.7)

als Übertragungsfunktion der Anordnung, wenn diese in Reflektion und

$$U_{\text{ges}}^{\text{T}} = \frac{E_{3}^{\text{f}}}{E_{2}^{\text{h}}} \bigg|_{E_{8}^{\text{h}}=0} = \frac{A - LUGCF(A^{2} - B^{2})}{1 - FALUGC},$$
(2.3.8)

wenn diese in Transmission betrieben wird. Im Weiteren wird die Anordnung nur in Transmission betrieben. Außerdem wird angenommen, dass die Dämpfung  $\alpha$  und die Verlustfaktoren  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  gleich null sind. Somit ist die gesuchte Übertragungsfunktion

$$U_{\text{ges}}^{\text{T}} = \frac{(1-K_1)^{1/2} - U \cdot (1-K_2)^{1/2} \cdot \exp(j\beta(l_1+l_{21}+l_{22}))}{1-U \cdot \exp(j\beta(l_1+l_{21}+l_{22})) \cdot (1-K_1)^{1/2} \cdot (1-K_2)^{1/2}}.$$
(2.3.9)

# 3 Dispersion: Definition und Ursachen

Die Dispersionskompensation ist Gegenstand dieser Arbeit, weshalb in diesem Abschnitt zuerst der Begriff Dispersion erläutert und die verschiedenen Arten von Dispersionen präsentiert werden. Danach wird die Methode zur Berechnung der Gruppenlaufzeitdispersion vorgestellt und am Ende wird ein kurzer Überblick über das sogenannte Dispersionsmanagement gegeben.

## 3.1 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit; Dispersion

Die Wellenfronten ebener Wellen sind die Flächen, bei den die Phase der Welle konstant ist. Breitet sich eine Welle in einem optischen Medium in der *z*-Richtung aus, so hat sie eine Ausbreitungsgeschwindigkeit. Diese wird ermittelt, indem die Phase der Welle in einem bestimmten Ort fest gehalten wird und der Quotient Ort durch Zeit gebildet wird. Laut (2.2.23) ist die Phase der Welle gegeben durch  $\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r}$ . Somit erhält man die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu

$$v_{\rm ph} = \frac{\omega}{k} . \tag{3.1.1}$$

 $v_{ph}$  gibt an, mit welcher Geschwindigkeit sich die Phase der Welle ausbreitet, weshalb diese Größe auch als Phasengeschwindigkeit bezeichnet wird [Vog02]. In der Praxis kommen monochromatische Wellen alleine nicht vor, sondern man hat immer ein Wellenpaket, das aus der Überlagerung von Wellen unterschiedlicher Wellenlängen besteht. Betrachtet wird nun das einfachste Wellenpaket, das es geben kann, die Schwebung. Als Schwebung wird die Resultierende der Überlagerung von zwei ebenen Wellen gleicher Ausbreitungsrichtung und Amplitude, deren Frequenzen sich nur wenig voneinander unterscheiden, bezeichnet. Die beiden ebenen Wellen werden durch die Gleichungen

$$E_{1}(z,t) = E_{0} \cdot \cos(\omega_{1} \cdot t - k_{1} \cdot z), \quad E_{2}(z,t) = E_{0} \cdot \cos(\omega_{2} \cdot t - k_{2} \cdot z), \quad (3.1.2)$$

mit  $\omega_1 = \omega + \Delta \omega$ ,  $k_1 = k + \Delta k$ ,  $\omega_2 = \omega - \Delta \omega$  und  $k_2 = k - \Delta k$  mathematisch beschrieben. Weiterhin sollen  $\Delta \omega \ll \omega$  und  $\Delta k \ll k$  gelten. Die Schwebung ergibt sich dann zu

$$E(z,t) = E_1(z,t) + E_2(z,t) = 2 \cdot E_0 \cdot \cos(\Delta \omega \cdot t - \Delta k \cdot z) \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot z) .$$
(3.1.3)

Der erste cos-Term in der Gleichung (3.1.3) beschreibt den Verlauf der Hüllkurve des Wellenpakets, während der zweite den Verlauf der Trägerwelle, siehe Abbildung 3.1.1, wiedergibt. Die Hüllkurvenwelle hat im Vergleich zur Trägerwelle eine sehr niedrige Kreisfrequenz und Wellenzahl.



Abbildung 3.1.1 Schwebung als Resultierende der Superposition zweier Wellen

Aus Gleichung (3.1.3) kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v_{\rm g} = \lim_{\Delta\omega\to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{\partial\omega}{\partial k}$$
(3.1.4)

der Hüllkurvenwelle erhalten werden.  $v_g$  wird Gruppengeschwindigkeit genannt [Hul96]. Sind die Verluste im optischen Übertragungsmedium vernachlässigbar, so gibt die Gruppengeschwindigkeit an, mit welcher Geschwindigkeit das Wellenpaket Energie oder Informationen durch den Raum transportiert, denn die Energie ist ja überwiegend in den Schwebungsmaxima konzentriert. Die Funktion  $\omega(k)$ , die die Abhängigkeit  $\omega$  von kbeschreibt, wird Dispersionsgleichung genannt. Ist  $\omega$  proportional zu k, so ist die Gruppengeschwindigkeit  $v_g$  gleich der Phasengeschwindigkeit  $v_{ph}$ . Die Brechzahl ist in diesem Fall wellenlängenunabhängig, und ein solches Medium ist dispersionsfrei. Im Allgemeinen aber sind die beiden Geschwindigkeiten unterschiedlich. Man unterscheidet dann zwischen zwei Dispersionsarten, je nachdem, ob bei einer bestimmten Wellenlänge  $v_g < v_{ph}$  bzw.  $v_g > v_{ph}$  ist. Der erste Fall wird normale Dispersion genannt. Hier wandern die Hüllkurvenmaxima langsamer als die Trägerwellenmaxima. Dieses Verhalten wird bei den

meisten transparenten Stoffen im sichtbaren Bereich beobachtet. Der zweite Fall wird anormale Dispersion genannt. Diese Art von Dispersion tritt bei Prismen- bzw. Gittersequenzen oder speziellen dielektrischen Spiegeln auf [Hul96], [Vog02]. Das Wort Dispersion stammt aus dem lateinischen "Dispersus" und bedeutet zerstreut oder ausgebreitet. In der Physik wird das Wort Dispersion benutzt, um die Abhängigkeit einer Größe von der Wellenlänge zu beschreiben. In der optischen Nachrichtentechnik bezeichnet der Begriff Dispersion die Streuung der Laufzeiten eines eingespeisten Signals über das Ensemble der geführten Moden oder über das im Signal enthaltene Wellenlängen- bzw. Frequenzspektrum [Vog02]. Die Auswirkung der Dispersion von einem optischen Übertragungsmedium äußert sich durch die Vergrößerung der Impulsdauer und die damit verbundene Veränderung der Signalform. Je kürzer das Lichtsignal ist, desto breiter ist sein Frequenzspektrum und somit ist die Änderung der Signalform durch Dispersion auf langen Übertragungsstrecken ausgeprägter. Wichtig und nachteilig ist vor allem die Impulsverlängerung. Sie beschränkt die mögliche Impulsfrequenz. Sendet man einige Impulse in geringen Zeitabständen, so können sich die verbreiterten Impulse am Ausgang derart überlappen, dass die einzelnen Impulse nicht mehr richtig erkannt werden.

Die Impulsverlängerung wird von verschiedenen Arten der Dispersion verursacht [Hul96]:

- Modendispersion: In einem Wellenleiter breiten sich die verschiedenen geführten Moden mit unterschiedlichen Ausbreitungsrichtungen aus. Aufgrund der unterschiedlichen Strahlenwege kommt die in den einzelnen Strahlen geführte Leistung zu unterschiedlichen Zeiten am Ausgang des Wellenleiters an.
- Materialdispersion: Diese Dispersion ist auf die Abhängigkeit der Brechzahl *n* der Stoffe von der Wellenlänge zurückzuführen. Die Ursache dieser Abhängigkeit ist die folgende: Das Dielektrikum absorbiert bei den charakteristischen Resonanzfrequenzen die elektromagnetischen Wellen durch oszillierende Bindungselektronen.
- Wellenleiterdispersion: Diese Dispersion entsteht dadurch, dass sich die in einem Wellenleiter ausbreitende Welle nicht frei in einem homogenen Medium bewegen, sondern in einer räumlich veränderlichen Struktur geführt wird. Wird als Wellenleiter eine Glasfaser genommen, so hängt die Eindringtiefe einer Mode in den Mantel von der Wellenlänge ab.
- Polarisationsmodendispersion (PMD): Der Grundmodus tritt in zwei zueinander senkrechten linearen Polarisationen auf. Bei einem Wellenleiter kann die radiale Symmetrie des Brechzahlprofils durch lokale, zufällige und zur Achse asymmetrische Mechanismen, z. B. durch Spannungen, Biegungen, Torsionen, zerstört werden. Der

Wellenleiter wird doppelbrechend, und die beiden Polarisationen breiten sich unterschiedlich schnell aus.

Material- und Wellenleiterdispersion ergeben zusammen die Chromatische Dispersion. In Abbildung 3.1.2 ist die chromatische Dispersion einer Standard-Monomodefaser ohne Dispersionsverschiebung dargestellt.



Abbildung 3.1.2 Dispersionskurve eines Monomode-Lichtwellenleiters [Vog02]

# 3.2 Chromatische Dispersion

Alle Signale, die einen elektrischen oder optischen Vierpol durchlaufen, erfahren eine Zeitverzögerung. Diese Zeitverzögerung wird Gruppenlaufzeit genannt. Die ebene Welle breitet sich nach Abbildung 2.2.6 vom Punkt A zum Punkt C durch den Multilayer aus. Wie bereits in 2.2.1 erwähnt, sind die einzelnen Medien der PhCs linear, zeitinvariant, isotrop und homogen. Somit ist der gesamte Multilayer auch linear. Das Verhalten eines linearen Systems bei harmonischen Eingangsignalen verschiedener Frequenzen (Wellenpakete) wird durch die Übertragungsfunktion  $U(\omega)$  beschrieben. Die Übertragungsfunktion von dem in Transmission betriebenen Multilayer ist durch (2.2.63) gegeben. Da  $U(\omega, \theta_0)$  komplex ist, werden nicht nur die Amplitude, sondern auch die Phase der einfallenden Welle beeinflusst. Die Übertragungsfunktion lässt sich nach Betrag und Phase gemäß

$$U(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}_0) = |U(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}_0)| \cdot e^{j \cdot \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}_0)} , \qquad (3.2.1)$$

zerlegen, wobei gilt

$$\varphi(\omega, \theta_0) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\{U(\omega, \theta_0)\}}{\operatorname{Re}\{U(\omega, \theta_0)\}}\right).$$
(3.2.2)

Man bezeichnet  $|U(\omega, \theta_0)|$  als Amplitudengang und  $\varphi(\omega, \theta_0)$  als Phasengang. Der Phasengang ist die Phasendifferenz zwischen der einfallenden und transmittierten Welle. Eine Taylor-Reihen Entwicklung des Phasengangs  $\varphi(\omega, \theta_0)$  um eine Mittelkreisfrequenz  $\omega_0$  ergibt

$$\varphi(\omega,\theta_0) = \varphi(\omega_0,\theta_0) + \frac{\partial\varphi}{\partial\omega}\Big|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega-\omega_0) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2\varphi}{\partial\omega^2}\Big|_{\omega=\omega_0} \cdot (\omega-\omega_0)^2 + \dots$$
(3.2.3)

Der lineare Term des Phasengangs aus (3.2.3) bewirkt eine zeitliche Verzögerung der Welle um die Gruppenlaufzeit  $t_g$ . Die Gruppenlaufzeit ergibt sich aus der negativen Ableitung des Phasengangs des Übertragungssystems nach der Kreisfrequenz [Mac03]:

$$t_{g} = \frac{\partial \varphi}{\partial \omega}\Big|_{\omega = \omega_{0}} = -\frac{\lambda^{2}}{2\pi \cdot c_{0}} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda}\Big|_{\lambda = \lambda_{0}}$$
(3.2.4)

In der Praxis wird  $t_g$  meistens in ps angegeben. Wenn die höheren Terme in (3.2.3) vernachlässigt werden können, dann breitet sich die Welle unverändert mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_g$  nach (3.1.4) aus. Sind aber die höheren Termen vorhanden und können nicht vernachlässigt werden, dann führen die zur Verzerrung des übertragenen Signals. Man definiert dann die Gruppenlaufzeitdispersion *D* als [Zim06], [Vog02]

$$D = \frac{\partial t_{g}}{\partial \lambda}\Big|_{\lambda=\lambda_{0}} = \frac{-1}{2\pi \cdot c_{0}} \left( 2\lambda \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} + \lambda^{2} \cdot \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial \lambda^{2}} \right)\Big|_{\lambda=\lambda_{0}} = \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( -\frac{\lambda^{2}}{2\pi \cdot c_{0}} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} \right)\Big|_{\lambda=\lambda_{0}}$$
(3.2.5)

D wird auch chromatische Dispersion (CD) genannt. Je Größer die CD ist, desto schwieriger ist die Interpretation der Signale am Ausgang des Systems. D wird üblicherweise in der Einheit ps/nm angegeben. Die Gleichung (3.2.5) wird benutzt, um die Gruppenlaufzeitdispersion von Filtern anzugeben. Bei Leitungen, wie z. B. Glasfasern, wird die angegebene Gruppenlaufzeitdispersion nach (3.2.5) auf die Leitungslänge bezogen. Somit verändert sich die Einheit der CD von ps/nm in ps/(nm · km).

Man definiert auch die effektive Brechzahl  $n_{\rm eff}(\lambda)$  als

$$n_{\rm eff}(\lambda) = \frac{\lambda}{2\pi \cdot L} \cdot \varphi(\lambda)$$
(3.2.6)

und die Gruppenbrechzahl  $n_{\rm g}(\lambda)$  als

$$n_{\rm g}(\lambda) = \frac{-\lambda^2}{2\pi \cdot L} \cdot \frac{\partial \varphi(\lambda)}{\partial \lambda} = n_{\rm eff}(\lambda) - \lambda \cdot \frac{\partial n_{\rm eff}(\lambda)}{\partial \lambda}.$$
(3.2.7)

L ist die Gesamtlänge des Multilayers.

Im Folgenden werden zwei Sonderfälle betrachtet. Der Phasengang  $\varphi$  soll in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$  bei diesen beiden Sonderfällen der CD ermittelt werden. Beim ersten Fall wird die CD als konstant angenommen. In diesem Fall ist

$$\forall \lambda : D(\lambda) = K_1 = const.$$
(3.2.8)

Aus Gleichung (3.2.5) folgt:

$$\frac{\partial \varphi(\lambda)}{\partial \lambda} = -2\pi \cdot c_0 \cdot \left(\frac{K_1}{\lambda} + \frac{K_2}{\lambda^2}\right)$$
(3.2.9)

und

$$\varphi(\lambda) = -2\pi \cdot c_0 \cdot \left( K_1 \cdot \ln(\lambda) - \frac{K_2}{\lambda} \right) + K_3$$
(3.2.10)

wobei  $K_2$  und  $K_3$  zwei beliebige Zahlen sind. Die Gruppenbrechzahl ergibt sich aus den Gleichungen (3.2.7) und (3.2.9) zu

$$n_{g}(\lambda) = \frac{c_{0}}{L} \cdot \left(K_{1} \cdot \lambda + K_{2}\right).$$
(3.2.11)

Beim zweiten Fall besitzt die CD einen linearen Verlauf in Abhängigkeit der Wellenlänge  $\lambda$ . Somit ist

$$D(\lambda) = C_1 \cdot \lambda + C_2. \tag{3.2.12}$$

Aus Gleichung (3.2.5) folgen

$$\frac{\partial \varphi(\lambda)}{\partial \lambda} = -2\pi \cdot c_0 \cdot \left(\frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{\lambda} + \frac{C_3}{\lambda^2}\right)$$
(3.2.13)

und

$$\varphi(\lambda) = -2\pi \cdot c_0 \cdot \left(\frac{C_1}{2} \cdot \lambda + C_2 \cdot \ln(\lambda) - \frac{C_3}{\lambda}\right) + C_3, \qquad (3.2.14)$$

wobei  $C_3$  und  $C_3$  zwei beliebige Zahlen sind. In diesem Fall ergibt sich die Gruppenbrechzahl aus den Gleichungen (3.2.7) und (3.2.13) zu

$$n_{g}(\lambda) = \frac{c_{0}}{L} \cdot \left(\frac{C_{1}}{2} \cdot \lambda^{2} + C_{2} \cdot \lambda + C_{3}\right).$$
(3.2.15)

Bei Verwendung der Gleichung (3.2.4) kann die erzielbare Bandbreite  $BW = \lambda_2 - \lambda_1$  eines Multilayers der Länge *L* nach folgender Formel abgeschätzt werden:

$$BW = \frac{\Delta t_g}{D} = \frac{L \cdot \left(n_g(\lambda_2) - n_g(\lambda_1)\right)}{c_0 \cdot D} = \frac{L \cdot \Delta n_g}{c_0 \cdot D}.$$
(3.2.16)

Aus der vorherigen Gleichung kann man sehen, dass die Bandbreite proportional zur Länge der Struktur und umgekehrt proportional zur Dispersion ist. Wenn die PhCs z. B. eine maximale Länge von L=1,5 cm besitzen dürfen und eine Dispersion von 1700 ps/nm kompensieren sollen, dann ist die erzielbare Bandbreite gleich ca. 0,3 nm bei einer Gruppenbrechzahldifferenz von 10. Bei einer Dispersion von -200 ps/nm und der gleichen  $\Delta n_g$  ist die erzielbare Bandbreite gleich ca. 2,5 nm.

## 3.3 Dispersionsmanagement

Die optischen Strecken, die heutzutage verwendet werden, bestehen hauptsächlich aus Standard-Monomodefasern (SMMF) als Übertragungsmedium, Verstärkern um die Dämpfung auszugleichen und Dispersionskompensationseinheiten. Die Monomodefasern haben, wie es in Abbildung 3.1.2 zu sehen ist, eine Dispersionsnullstelle bei ca. 1310 nm. Da aber das Dämpfungsminimum bei Monomodefasern bei ca. 1550 liegt und aufgrund der Verfügbarkeit von hoch zuverlässigen optischen Verstärkern (z. B. Erbium dotierte Faser-(EDFA) oder Raman-Verstärker (RFA)) für das C-Band, d. h. im Wellenlängenbereich von 1530 nm bis 1560 nm, wird dieser Wellenlängenbereich sehr stark genutzt. Die Monomodefasern  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ haben bei eine relativ hohe Dispersion von  $D \approx 17 \text{ ps/(nm \cdot km)}$ . Überträgt man Impulse mit Wellenlängen im C-Band über lange Strecken, so werden diese stark aufgeweitet und interferieren, so dass man die einzelnen Impulse am Ausgang nicht mehr erkennen kann. Dies führt zu einer Beschränkung der Übertragungsrate. Bei welcher Stelle, mit welcher Technik und wie viel chromatische Dispersion kompensiert werden soll, ist Gegenstand des Dispersionsmanagements. Wichtig ist dabei, das Zusammenspiel zwischen Dämpfung, Dispersion und nichtlinearen Effekten zu berücksichtigen. Die nichtlinearen Effekte spielen auch eine beträchtliche Rolle zur Beschränkung der Übertragungskapazität. Um mit hohen Bitraten arbeiten zu können, müssen die Abstände zwischen den verwendeten Verstärkern groß sein. Somit müssen hohe Eingangsleistungspegel verwendet werden, um die langen Strecken ohne Verstärkung überbrücken zu können. Diese hohen Leistungen verursachen nichtlineare Effekte (z. B. Kerr-Effekte), die nicht nur die Übertragungsrate, sondern auch die Eindringtiefe des Signals begrenzen. Wird z. B. der Leistungspegel des Signals durch die Verstärkung stark angehoben, so ist es wünschenswert, dass ein gewisser Teil der Dispersion vorhanden bleibt, um die Leistung zu verringern. Es wird zwischen Nachkompensation, Vorkompensation und Hybridkompensation unterschieden.

- Nachkompensation: Am Ende der Übertragungsstrecke wird der CD-Kompensator (CDK) eingeschaltet. Die gesamte Dispersion ist dann am Ausgang des Kompensators Null. Wird die WDM-Technik für die Übertragung verwendet, so können dann die einzelnen Kanäle am Ende der Übertragungsstrecke entsprechend kompensiert werden.
- Vorkompensation: Wenn die chromatische Dispersion des Übertragungsmediums, die zu kompensieren ist, im Voraus bekannt ist, kann man einen Kompensator mit einem inversen Dispersionsverlauf der Übertragungsstrecke vorschalten, so dass die Gesamtdispersion der Zusammenschaltung am Ende der Übertragungsstrecke zu Null wird. Das Signal wird dann direkt nach der Quelle vorverzerrt. Wird WDM-Technik benutzt, so muss der Vorkompensator für alle Kanäle gleichzeitig entsprechend kompensieren.
- Hybridkompensation: In diesem Fall wird vor- und nachkompensiert. Durch die Vorkompensation verzerrt sich das Signal durch seine Ausbreitung im Wellenleiter nicht stark. Mit der Nachkompensation kann man dann leichter das Signal wieder rekonstruieren.

In Abbildung 3.3.1 werden die drei Methoden zur CD-Kompensation und die entsprechenden CD-Verläufe über die gesamte Übertragungstrecke dargestellt (Linearität wird dabei vorausgesetzt).



Abbildung 3.3.1 Die drei Methoden zur CD-Kompensation und die entsprechenden CD-Verläufe. (a) Vor- (b) Nach- und (c) Hybridkompensation

In folgender Tabelle werden die verschiedenen Verfahren zum Dispersionsmanagement zusammengestellt

Übertragung in Bereichen niedriger Dispersion:

- Standard Monomodefaser im 1300-nm-Fenster
- Dispersionsverschobene Faser

Reduzierung des Laserchirpens:

- Laser mit kleinem Chirp
- Externe Modulation
- Injection Locking

Ausnutzung des Laserchirpens:

- Externe Modulation mit prechirping
- FM/IM-Konversion
- Dispersionsunterstützte Übertragung (DST)

Passive Kompensation der Dispersion:

- Dispersionskompensierende Faser
- Fasergitter

Aktive Kompensation der Dispersion:

- Spektrale Inversion
- Selbstphasenmodulation
- Solitonenübertragung



Detaillierte und ausführliche Informationen zu diesen Verfahren können in [Hul96], [Vog02] und [Agr02] nachgelesen werden. Die drei unterschiedlichen Kompensationsmethoden bei vorhandenen nichtlinearen Effekten wurden in [Laz08] untersucht.

# 4 Optimierungsalgorithmen

In dieser Arbeit geht es um das Auffinden optimaler PhCs-Strukturen, die vorgegebene Anforderungen erfüllen müssen, z. B. die Kompensation eines vorgegebenen Dispersionsverlaufs über eine gewisse Bandbreite oder die Einhaltung einer gewissen Transmissionscharakteristik. Um dies erreichen zu können, wird eine Optimierungsmethode benötigt. In diesem Kapitel wird zuerst die Motivation zur Verwendung von einem Hybrid-Optimierungsalgorithmus, der aus der Kombination von einer stochastischen und einer deterministischen Methode besteht, präsentiert. Danach werden die Algorithmen der beiden verwendeten Methoden und ihren Funktionsweise einzeln erklärt.

# 4.1 Methoden zur Optimierung

Die Kunst ein Optimierungsproblem geschickt zu lösen besteht darin, einen komplizierten Suchraum (die Menge der zulässigen Zustände) effektiv zu erforschen, um eine bestimmte Funktion zu minimieren (bzw. zu maximieren). Hat eine Bewertungsfunktion f an einer bestimmten Stelle ein Minimum erreicht, so weist die Funktion F = -f an der gleichen Stelle ein Maximum auf. Somit genügt es, einen Algorithmus für das Minimieren der Funktion f zu formulieren, um gleichzeitig die Maximalstellen der Funktion F zu bestimmen. Der Bewertungswert der zu minimierenden Funktion bei einem bestimmten Zustand wird "Fitness" des Zustandes Bei Optimierungsmethoden genannt. wird zwischen deterministischen und stochastischen Optimierungsverfahren unterschieden. Die deterministischen Methoden, z. B. Gradientenverfahren, Newtonsche Methode, usw., sind für kleine und komplexe Suchräume besser geeignet. Ausgedehnte Suchräume dagegen benötigen eher stochastische Optimierungsmethoden wie z. B. Selektionsverfahren, Genetischer Algorithmus, usw. [Cho01]. Deterministische Methoden zeichnen sich dadurch aus, dass bei den gleichen Umständen und Zuständen die gleichen reproduzierbaren Ergebnisse geliefert werden. Hierbei sind die Abarbeitungsschritte des Algorithmus eindeutig festgelegt. Diese Methoden sind für differenzierbare, stetige Funktionen geeignet. Der Vorteil der deterministischen Methoden liegt in der schnellen und präzisen Vorgehensweise. Allerdings kann es sein, dass, je nach Problemstellung, relativ viele Iterationsschritte notwendig sind, um das Extremum zu erreichen. Sobald ein lokales Minimum bei einer zu minimierenden Funktion erreicht wird, ist es nicht mehr möglich, dass das absolute Minimum auch nach beliebig vielen Iterationen erreicht werden kann. Stochastische Methoden dagegen beruhen auf Zufall, Statistik und Wahrscheinlichkeit. Diese Methoden eignen sich für komplizierte,

nicht differenzierbare oder nichtstetige Funktionen. Bei der Verwendung eines stochastischen Algorithmus, wird ein großer Suchraum schnell und umfassend erforscht. Diese Methoden sind sogar fähig mehrere Lösungen zu liefern, falls viele Lösungen des Problems möglich sind. Die relative Komplexität eines Suchraums, der ausgedehnt sein kann oder dessen Struktur unübersichtlich ist, und/oder der zu minimierenden Funktion führen dazu, dass vollkommen unterschiedliche Optimierungsmethoden benutzt werden müssen, um das Problem überhaupt lösen zu können. Dies wird Hybridisation genannt [Kin94]. Ist die ungefähre Lage des absoluten Minimums einer zu optimierenden mehrdimensionalen Funktion nicht bekannt, oder weist die Funktion viele lokale Extrem-, oder viele Unstetigkeitsstellen auf, ist es meistens sinnvoll und empfehlenswert, wenn das Optimierungsproblem in zwei Schritte geteilt wird. Zuerst wird nach den besten Lösungen in der breiten Menge im Suchraum gesucht. Dies geschieht bei der Anwendung einer stochastischen Methode. Um diese Lösungen werden dann Unter-Suchräume gebildet. Somit wird der gesamte Suchraum erheblich verkleinert. Dann wird eine deterministische Methode verwendet, um die optimale Lösung des Problems unter den, durch den stochastischen Algorithmus ermittelten Lösungen, zu finden. Hierbei werden die einzelnen Unter-Suchräume systematisch erforscht (siehe Abbildung 4.1.1). Um die Effizienz dieses Hybrid-Algorithmus zu erhöhen, werden die zwei Schritte alternierend wiederholt [Kin94]. Damit erhöht sich auch die Wahrscheinlichkeit das absolute Minimum zu finden.



- × Die vom stochastischen Algorithmus ermittelten Minima
- ★ Die vom deterministischen Algorithmus berechneten Minima
- ★ Absolutes Minimum



Soll die Lösung zusätzlich bestimmte Nebenbedingungen erfüllen, werden die möglichen Lösungen geprüft, um die optimale Lösung zu finden. Hat das Problem, oder die zu optimierende Funktion, viele Nebenbedingungen und/oder ist ein Suchraum sehr ausgedehnt, so ist es besser, wenn von den Vorteilen der beiden Methoden profitiert werden kann, indem sie verbunden werden. Man soll hier aber sagen, dass die optimale Lösung das absolute Minimum mit hoher Wahrscheinlichkeit sein kann, - aber nicht sein muss. Durch den stochastischen Anteil können die lokalen Minima und die Unstetigkeiten übersprungen werden und somit erhöht sich die Wahrscheinlichkeit das absolute Minimum zu finden. Es kann aber sein, dass durch die Nebenbedingungen und den daraus resultierenden begrenzten Suchraum (auch wenn es sehr ausgedehnt scheint) das absolute Minimum schon vom Anfang an nicht im Suchraum ist, und somit kann es nicht "erwischt" werden. Der verwendete Hybrid-Algorithmus zur Optimierung der Parameter der Multilayer wird im folgenden Diagramm allgemein beschrieben.



Abbildung 4.1.2 Flussdiagramm des verwendeten Hybrid-Algorithmus

In Abbildung 4.1.2 ist *m* die Anzahl der Iterationen, die der stochastische Algorithmus durchlaufen soll, bevor der deterministische Algorithmus zur Verfeinerung der Lösungen eingesetzt wird. Im implementierten Algorithmus ist m = 82. Bei der Wahl von *m* soll man darauf achten, dass diese weder zu klein noch zu groß ist. Ist *m* zu klein, kann der

stochastische Algorithmus nur minimal zur Optimierung beitragen. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit, dass das gelieferte Ergebnis ein lokales Minimum ist hoch. Außerdem dauert die gesamte Optimierung länger, da beim deterministischen Algorithmus u. a. die Hesse- und Jakobi-Matrizen berechnet werden müssen. Ist *m* dagegen zu groß, bringt der stochastische Algorithmus nach ein paar Dutzend Iterationen keine signifikante Verbesserung des Fitnesswerts des gefundenen Minimums mehr. Somit ist es sinnlos weiterhin mit dem stochastischen Algorithmus zu optimieren und es sollte daher der deterministische Algorithmus nach einer gewissen Anzahl an Iterationen (z. B. 15) mit dem stochastischen Algorithmus eingesetzt. Als Stochastischer Algorithmus wird der genetische Algorithmus gewählt. Die Unterraum-Vertrauensbereich Methode (subspace trust region method), die auf einer inneren Reflexions-Newton-Methode (interior-reflective Newton method) basiert, wird als deterministischer Algorithmus verwendet. In den nächsten Abschnitten werden die zwei Algorithmus beschrieben.

## 4.2 Der Genetische Algorithmus

Die Evolutionären Suchverfahren, darunter die genetischen Algorithmen, sind in ihrer Konzeption und Strategie von den Prinzipien der biologischen Evolution inspiriert. Charles Darwin<sup>10</sup> veröffentlichte 1859 in seinem Buch "On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life" die Theorie der natürlichen Entwicklung bei der Entstehung der Arten. Über mehrere Generationen entwickeln sich die biologischen Organismen basiert auf dem Prinzip der natürlichen Selektion "Überleben des Bestangepassten", um bestimmte und manchmal außergewöhnliche Aufgaben zu erledigen. Im Allgemeinen neigen eher die bestangepassten Individuen einer Population zur Reproduktion und überleben meistens in die nächste Generation. Sie tragen damit zur Verbesserung der nachfolgenden Generationen bei. Minderwertige Individuen können allerdings durch Zufall und Glück auch überleben und sich fortzupflanzen. Die bestangepassten oder "fittesten" Individuen produzieren eine relativ große Zahl an Nachkommen. Man hat auch gemerkt, dass während der Fortpflanzung die guten Eigenschaften der beiden Vorfahren weitergegeben werden. Damit werden bessere Nachkommen erzeugen, die eine höhere Fitness haben als die von einem Elternteil. Nach mehreren Generationen entwickeln sich einige Individuen einer Art spontan oder durch

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Charles Robert Darwin: Britischer Naturforscher (1809-1882), einer der auf einer Errungenschaft eingehen.

Einwirkung von außen und passen sich mehr und mehr an ihre Umgebung an. In den 1950er und den 1960er Jahren entwickelten mehrere Informatiker wie Box (1957), Friedman (1959), Bledsoe (1961), Bremermann (1962), Rechenberg (1965) und Reed, Toombs und Baricelli (1967), unabhängig voneinander, aus den Prinzipien der biologischen Evolution Optimierungsalgorithmen um technische Probleme zu lösen [Mit98]. Der genetische Algorithmus (GA) selbst stammt von John Holland<sup>11</sup> und seinen Studenten und Kollegen an der Michigan-Universität in den 1960er Jahren ab. Das Ziel von J. Holland war im Gegensatz zu Evolutionsstrategien und evolutionären Programmierung nicht die Entwicklung von Algorithmen zur Lösung spezifischer Probleme, sondern die formelle Untersuchung des Anpassungsphänomens wie es in der Natur vorkommt. Daraus sollten Methoden entwickelt werden, um die Mechanismen der natürlichen Anpassung in die Computer-Sprache zu übertragen. 1975 präsentierte J. Holland in seinem Buch "Adaptation in Natural and Artificial Systems" den genetischen Algorithmus als Abstraktion der biologischen Evolution und gab eine theoretische Grundlage für die Anpassung unter dem GA [Hol75]. Alle Informationen eines biologischen Individuums wie Aussehen und Fähigkeiten sind in Chromosomen gespeichert. Hollands GA ist ein Verfahren zum Bewegen von einer Population  $\mathbf{P}$  von N "Chromosomen" zu einer neuen P', auch mit N Chromosomen, bei Verwendung einer Art "natürlicher Selektion" zusammen mit den von der Genetik inspirierten Funktionen Rekombination, oder auch Kreuzung genannt, (engl. Crossover) und Mutation. Im genetischen Algorithmus bezieht sich der Begriff Chromosom auf eine kodierte Darstellung eines Lösungskandidaten eines Problems. Ursprünglich hat J. Holland die Chromosome als von Eins und Null Bits kodiert. Mittlerweile wurden weitere String einen Kodierungstechniken entwickelt. Die Kodierung hängt in erster Linie vom Problem selbst ab. Die folgende Empfehlung zur Kodierung kann in [Gol89] gefunden werden: Es soll das kleinste Alphabet gewählt werden, welches das betrachtet Problem ausreichend repräsentieren kann. Jedes Chromosom besteht aus mehreren "Genen". In der Biologie ist ein Gen ein Abschnitt vom Chromosom und repräsentiert eine Erbanlage. Es ist also der Träger der Erbinformation. Im GA ist ein Gen jedoch die kodierte Darstellung eines einzigen Faktors, der einen konkreten Parameter für die Lösung des Problems repräsentiert, z. B. die Dicke einer Defektschicht oder eine Brechzahl des zu optimierenden PhCs. Für ein bestimmtes Individuum wird die gesamte Kombination von Genen "Genotyp" genannt. Der Phänotyp beschreibt die Gesamtheit der äußerlichen Merkmale, also die durch die Entschlüsselung der Gene verursachten physikalischen Erscheinungen eines Individuums. Die Selektion erfolgt

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> John Henry Holland: (2 Februar 1929) Amerikanischer Mathematiker, Elektrotechniker und Informatiker

immer über den Phänotyp oder die Auswirkung des Phänotyps. Die Reproduktion findet unter der Verwendung des Genotyps statt. Eine bestimmte Ausprägung eines Gens wird "Allel" genannt (z. B. 0 oder 1 sind die möglichen Allele eines Bits). Der Operator "Selektion" wählt zuerst einige Chromosome aus der Population aus, die später zur Reproduktion verwendet werden. Die fitteren Chromosomen reproduzieren im Durchschnitt mehr Nachwuchs als die weniger fitten. Wie fit ein Kandidat ist, entscheidet die Bewertungsfunktion f. Für die Berechnung der Fitness eines Kandidaten wird sein Chromosom dekodiert und von f bewertet. Die Fitness bedeutet nicht nur wie gut die Lösung ist, sondern auch wie nahe das Chromosom der optimalen Lösung ist. Der Operator "Rekombination" tauscht dann Abschnitte von zwei Chromosomen aus und imitiert somit die biologische Rekombination zweier Single-Chromosom Organismen (haploid). Es ist deshalb notwendig, dass die Länge der Chromosome aller Individuen der Population gleich bleibt. Der Operator "Mutation" ändert zufällig den Allel-Wert in einigen Orten im Chromosom. Müssen die Gene eines Lösungskandidaten einige Nebenbedingungen erfüllen, werden diese nach jedem Schritt geprüft. Der genetische Algorithmus funktioniert am schnellsten und effektivsten, wenn die Kodierung, die Initialisierung und die genetischen Operatoren für ein Optimierungsproblem so gewählt werden, dass alle möglichen Kandidaten auch gültige Lösungen darstellen, d. h. alle Individuen die Nebenbedingungen immer erfüllen. Manchmal ist dies aber nicht oder nur schwer möglich, so dass ungültige Lösungen entstehen. Wenn die Nebenbedingungen nicht eingehalten wurden, müssen diese Kandidaten rausgeschlossen werden.

Der genetische Algorithmus funktioniert wie folgt:

- [Kodierung]: Entscheide, wie die Chromosomen kodiert werden sollen.
- [Start]: Erzeuge zufällig eine Anfangspopulation P<sub>0</sub> von N Chromosomen (mögliche Lösungen des Optimierungsproblems).
- [Fitness]: Bewerte die Fitness  $f(\vec{x}_i)$  von jedem Chromosom  $\vec{x}_i$  der Population **P**.
- [Neue Population]: Erstelle eine neue Population P', indem folgende Schritte iterativ wiederholt werden bis N Chromosomen erzeugt sind (falls Nebenbedingungen zu erfüllen sind, müssen die erzeugten Chromosomen nach jedem Schritt geprüft werden);
  - [Elitismus]: Wähle die besten *M* Chromosome aus. Diese werden intakt zur nächsten Population **P'** weitergegeben.
  - [Selektion]: Wähle die Eltern-Chromosome aus der Population **P** nach ihrer Fitness (je besser die Fitness, desto größer die Chance, ausgewählt zu

werden) oder Stelle aus. Um die Eltern zu selektieren, wird zufällig eine der in Abschnitt 4.2.4 gegebenen Selektionsfunktionen ausgewählt.

- [Rekombination]: Mit der Wahrscheinlichkeit  $p_{\rm C}$  (C für Crossover) kreuze zufällig zwei Eltern zu zwei neuen Nachkommen (Kinder). Je nach Kodierungsart wird dazu zufällig eine aus den in Abschnitt 4.2.5 gegebenen Rekombinationsfunktionen ausgewählt.
- [Mutation]: Mit der Wahrscheinlichkeit  $p_M$  ändere die Gene der neuen Nachkommen. Um dies auszuführen wird zufällig eine der in Abschnitt 4.2.6 gegebenen Mutationsfunktionen ausgewählt. Die Kodierungsart muss ebenfalls beachtet werden.
- [Akzeptieren]: Füge die neuen Nachkommen in die neue Population ein.
- [Fitness]: Berechne die Fitness  $f(\vec{x}_{neu})$  von jedem gültigen neuen Chromosom  $\vec{x}_{neu}$ .
- [Ersetzen]: Tausche die alte Population P durch die neu erzeugte Population P'.
- [Test]: Prüfen ob die Abbruchkriterien erfüllt sind. Falls nicht, fahre bei [Neue Population] fort.
- [Stop]: Ermittle das Chromosom mit der besten Fitness als Lösung des Problems.

Jede erzeugte Population in einer Iteration dieses Prozesses wird eine Generation genannt. Der Ablauf des GAs wird durch die Populationsgröße N, die Anzahl M der elitären Chromosomen, die intakt zur nächsten Population weitergegeben werden sowie von den Wahrscheinlichkeiten  $p_{\rm C}$  und  $p_{\rm M}$  bestimmt. Die Wahl dieser Parameter ist Problembezogen. Es gibt jedoch Erfahrungsregeln, die man einhalten sollte [DeJ75], [Gol89]:

- Die Populationsgröße N soll zwischen 50 und einigen hundert liegen.
- Die Anzahl *M* der elitären Chromosomen soll um  $0,01...0,05 \times N$  liegen.
- Die Rekombinationsrate  $p_{\rm C}$  soll größer als 0,5 sein (meistens 0,6).
- Die Mutationsrate  $p_{\rm M}$  soll kleiner oder gleich  $1/\ell_{\rm p}$  bei einer binären und 1/G bei einer reellwertigen Darstellung sein ( $\ell_{\rm p}$  und G werden in Abschnitt 4.2.1 definiert).

Die zufällige Auswahl der Selektions-, Rekombinations- und Mutationsfunktion in jedem Iterationsschritt dient der Abwechslung im Ablauf des GAs und wirkt dem Abklingen der Lösungen gegen ein lokales Minimum entgegen. Um auch die Gefahr zu vermeiden, die Vielfalt der Population sehr schnell zu verlieren, ist diese Vorgehensweise nützlich. Die Vorteile der einzelnen Funktionen zur Kodierung, Selektion, Rekombination und Mutation sind den entsprechenden Abschnitten zu entnehmen. Der genetische Algorithmus wird in folgendem Diagramm grafisch dargestellt. In Abbildung 4.2.1 ist k die Anzahl der erzeugten Individuen in der neuen Population.



Abbildung 4.2.1 Flussdiagramm des genetischen Algorithmus

Um den GA verwenden zu können, müssen Ansätze für fünf grundlegenden Themen festgelegt werden: Wie werden die Chromosome dargestellt, also welches Alphabet wird zur

Kodierung verwendet? Wie wird die Anfangspopulation erstellt? Welche Selektionsfunktion wird benutzt? Welche genetischen Operatoren, die die Rekombination und Mutation ermöglichen sollen genutzt werden? Welche Abbruchkriterien können zufrieden stellende Lösung liefern? In folgenden den Abschnitten werden einige Grundbegriffe und Operatoren des genetischen Algorithmus näher erläutert, die in der Optimierung der PhCs benutzt worden sind.

## 4.2.1 Kodierung

Für einen GA ist eine Chromosomdarstellung notwendig. Die Kodierung oder Darstellung legt fest, wie das Problem strukturiert wird und bestimmt auch die in dem GA zu verwendenden genetischen Operatoren für Kreuzung und Mutation. Das Chromosom  $\vec{x}_i$ beschreibt jedes einzelne Individuum  $\vec{L}_i$  in der Population **P**.

$$\mathbf{P} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \cdots, \vec{x}_i, \cdots, \vec{x}_N)^{\mathrm{T}} .$$
(4.2.1)

Jedes Chromosom  $\vec{x}_i$  besteht aus einer Sequenz von *G* Genen  $x_{i,p}$ , mit  $1 \le p \le G$ , aus einem bestimmten Alphabet. Somit ist

$$\vec{x}_{i} = (x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3}, \cdots, x_{i,p}, \cdots, x_{i,G})$$
 (4.2.2)

Ein Alphabet kann aus Binärziffern (0 und 1), reellen Zahlen, ganzen Zahlen, Symbolen (z. B. Buchstaben), Bäumen, usw. bestehen. Es wurden zahlreiche Simulationen gemacht, um zwischen unterschiedlich kodierten genetischen Algorithmen zu vergleichen. Diese zeigten z. B., dass reellwertig kodierte GA um einige Größenordnungen im Hinblick auf die CPU-Rechenzeit besser als binär kodierte sind [Mic99]. Dies ist verständlich, da bei einer reellwertigen Repräsentation keine richtige Kodierung und Dekodierung stattfinden. Bei der Programmierung des GAs wurde in rahmen dieser Arbeit sowohl die reellwertige als auch die binäre Repräsentation implementiert. Das Ziel war die gelieferten Ergebnisse beider Repräsentationen miteinander zu vergleichen. Für jede Kodierung sind entsprechende genetische Operatoren für die Kreuzung und Mutation zu verwenden.

#### 4.2.1.1 Reellwertige Kodierung

In dieser Darstellung ist jedes Chromosom  $\vec{x}_i$  ein Vektor aus reellwertigen Zahlen. Diese Zahlen repräsentieren richtige Parameter  $K_{i,p}$  des zu lösenden Problems. In [Mic99] wurde

gezeigt, dass die natürlichen Darstellungen effizienter sind und bessere Lösungen zum Optimierungsproblem liefern. Daher ist es sinnvoll für die Optimierung der Parameter der PhC  $K_{i,p}$ , dass die Gene  $x_{i,p}$  durch reelle Zahlen dargestellt werden. Wenn G die Anzahl der zu optimierenden Parameter des PhCs beschreibt, so wird das Chromosom  $\vec{x}_i$  mit  $1 \le i \le N$ wie in Abbildung 4.2.2 dargestellt.



Abbildung 4.2.2 Darstellung vom Genotyp und Phänotyp eines Individuums bei reellwertiger Kodierung

Bei der reellwertigen Kodierung sind der Phänotyp und der Genotyp eines Lösungskandidaten  $\vec{L}_i$  identisch.

$$\vec{x}_i \equiv \vec{L}_i, \quad x_{i,p} \equiv K_{i,p}, \quad \text{mit } 1 \le i \le N \text{ und } 1 \le p \le G \text{ .}$$
 (4.2.3)

Jeder Parameter  $K_{i,p}$  des zu optimierenden PhCs liegt zwischen einem unteren Grenzwert  $l_p$ und oberen Grenzwert  $u_p$ ,  $l_p < K_{i,p} < u_p$ . Somit sollen z. B. die Brechzahlen der einzelnen Medien zwischen  $n_{min}$  und  $n_{max}$  sein oder die Breite einer Schicht soll zwischen  $d_{min}$  und  $d_{max}$  liegen. Deshalb haben wir es hier mit einem restringierten Optimierungsproblem zu tun.

### 4.2.1.2 Binäre Kodierung

Die häufigsten genutzte Kodierung ist die Verwendung eines Binär-Alphabets. Dies hat historische Gründe und stammt direkt von J. Holland. Ein Chromosom  $\vec{x}_i$  ist dann ein String von Einsen und Nullen. Jedes Bit oder Stringabschnitt in dem String repräsentiert ein Merkmal oder Parameter der Lösung. Die Anzahl der Bits  $\ell_p$ , die das Gen  $\vec{x}_{i,p}$  benötigt um den reellen Parameter  $K_{i,p}$  darzustellen hängt von der gewünschten Genauigkeit  $\sigma$  und vom Intervall  $\Delta_p = u_p - l_p$  ab.

$$\ell_{\rm p} = \operatorname{ceil}\left(\frac{\Delta_{\rm p}}{\log(2) \cdot \sigma}\right). \tag{4.2.4}$$

Mit ceil(*x*) wird diejenige ganze Zahl zurückgegeben, welche größer oder gleich *x* ist. Das *j*-te Bit des Gens  $\vec{x}_{i,p}$ , mit  $\vec{x}_{i,p} = (Bit_{i,p,1}, Bit_{i,p,2}, \dots, Bit_{i,p,j}, \dots, Bit_{i,p,\ell_p})$  und  $1 \le j \le \ell_p$ , wird wie folgt berechnet:

$$Bit_{i,p,j} = \operatorname{mod}\left(\operatorname{floor}\left(\frac{\left(K_{i,p} - \ell_{p}\right) \cdot \left(2^{\ell_{p}} - 1\right)}{\Delta_{p}} \cdot 2^{-\ell_{p}+j}\right), 2\right).$$
(4.2.5)

Die Funktion "mod" liefert den Rest aus der Division zweier ganzer Zahlen. floor(x) gibt den nächstniedrigeren Wert einer reellen Zahl x zurück. Wenn die Binäre Kodierung verwendet wird, müssen bei einem reellwertigen Optimierungsproblem wie unserem alle Gene  $\vec{x}_{i,p}$  wieder dekodiert werden. Nur so kann die Bewertungsfunktion berechnet werden. Die Dekodierung von Gen  $\vec{x}_{i,p}$  wird nach folgender Gleichung gemacht:

$$K_{i,p} = \left(\sum_{j=1}^{\ell_p} 2^{\ell_p - j} \cdot Bit_{i,p,j}\right) \cdot \frac{\Delta_p}{2^{\ell_p} - 1} + l_p \quad .$$
(4.2.6)

Der Genotyp ist bei dieser Kodierung anders als der Phänotyp,  $\vec{x}_{i,p} \neq K_{i,p}$ . Deshalb ist die Binäre Kodierung für viele Probleme, deren Parameter reellwertig sind, unnatürlich und unhandlich. Es wird sehr viel Speicher und Rechenzeit benötigt, um zu kodieren, die genetischen Operationen durchzuführen und zu dekodieren.



Abbildung 4.2.3 Darstellung vom Genotyp und Phänotyp eines Individuums bei binärer Kodierung

## 4.2.2 Initialisierung

Mit der Initialisierung ist das Erstellen der Anfangspopulation gemeint. Diese erfolgt im Allgemeinen durch Zufall. Bei restringierten Optimierungsproblemen muss darauf geachtet werden, dass nur zulässige Individuen erzeugt werden. Die reellen Parameter  $K_{i,p}$  werden nach folgender Gleichung erstellt:

$$K_{i,p} = l_p + \Delta_p \cdot \text{rand}(0,1)$$
 . (4.2.7)

Hierbei ist rand(0,1) eine Zufallszahl zwischen Null und Eins. Wird als Darstellungsmethode die binäre Kodierung verwendet, werden die Chromosome bzw. die Gene binär umgeschrieben.

#### 4.2.3 Elitismus

Damit die *M* Individuen einer alten Generation ( $M \ge 1$ ), die die niedrigste Fitness besitzen, nicht durch Zufall verloren gehen, werden diese am Anfang jeder Iteration zur Erzeugung der neuen Population gespeichert. Am Ende werden die schlechtesten *M* Individuen der neuen Generation durch die zuvor gespeicherten "Elite" ersetzt. Nur so kann garantiert werden, dass die Population mit Sicherheit nicht schlechter wird. Die Fitness des jeweils besten Individuums ist dann von Iteration zur Iteration immer monoton fallend [DeJ75], [Gol89].

## 4.2.4 Selektion

Nachdem die Kodierungsmethode festgelegt wurde, wird nun entschieden, wie die Selektion durchgeführt wird. Mit der Selektion werden mehr oder weniger zufällig zwei Elternteile aus einer Population für die spätere Kreuzung ausgewählt. Diese erstellen zwei Nachkommen (engl. Offsprings) für die nächste Generation. Das Ziel der Selektion ist, Individuen mit guter Fitness aus der Population auszuwählen in der Hoffnung, dass ihre Nachkommen eine höhere Fitness als die Eltern haben. Die Selektion im hier zu implementierenden GA soll nach dem Darwin'schen Prinzip "Überleben des Bestangepassten" erfolgen. Der Selektionsdruck einer Selektionsmethode gibt an, wie sehr Individuen mit hoher Fitness gegenüber anderen mit niedrigeren Werten bevorzugt werden. Wenn der Selektionsdruck zu niedrig ist, konvergiert der GA zu langsam und es wird unnötig viel Zeit verloren, um die optimale Lösung, wenn überhaupt, zu finden. Ist der Selektionsdruck zu hoch, überleben nur Individuen mit hoher Fitness und es gibt eine schnelle Änderung des GAs. Dies führt zu einer frühzeitigen Konvergenz gegen eine mögliche falsche Lösung (lokales Optimum). Zusätzlich zum Selektionsdruck soll die Selektionsfunktion gewährleisten, dass die Vielfalt der Population erhalten bleibt. Nur so kann eine vorzeitige Konvergenz gegen ein lokales Optimum vermieden werden.

Es wird zwischen zwei Arten von Selektionen unterschieden: Fitnessproportionale Selektion und Rang-basierte Selektion. Fitnessproportionale Selektion wählt die Individuen aufgrund ihrer Fitness-Werte in Bezug auf die Fitness der anderen Individuen in der Population aus. Rang-basierte Selektion wählt die Individuen nicht aufgrund ihrer ursprünglichen Fitness, sondern aufgrund ihres Rangs in der Population aus. Fitnessproportionale Selektionen haben einen höheren Selektionsdruck als die Rang-basierten. Damit die Vielfalt der Population immer gewährleistet bleibt und auch die Wahrscheinlichkeit das globale Optimum zu finden höher wird, wird zufällig bei jeder Iteration eine Selektionsfunktion ausgewählt. Die Implementierten Selektionsfunktionen sind die folgenden [Kin94], [Siv08]:

#### 4.2.4.1 Roulette-Wheel Selektion

Die Roulette-Wheel Selektion ist eine fitnessproportionale Selektion. Diese ist das am häufigsten eingesetzte Auswahlverfahren und wurde von J. Holland entwickelt. Diese Selektion orientiert sich an der Zahlenermittlung beim Roulettespiel. Bei dieser Selektionsmethode werden Individuen mit hoher Fitness bevorzugt und ausgewählt. Je höher die Fitness des Individuums, desto höher ist seine Auswahlwahrscheinlichkeit. Die Selektionswahrscheinlichkeit  $p_s(\vec{L}_i)$  eines Individuums  $\vec{L}_i$  berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$p_{s}(\vec{L}_{i}) = \frac{f(\vec{L}_{i})}{\sum_{k=1}^{N} f(\vec{L}_{k})} .$$
(4.2.8)

Danach wird eine zufällige Zahl z = rand(0,1) erzeugt. Das Individuum  $\vec{L}_i$  wird ausgewählt, wenn

$$\sum_{k=1}^{i-1} p_{s}(\vec{L}_{k}) \le z < \sum_{k=1}^{i} p_{s}(\vec{L}_{k}).$$
(4.2.9)

Dies wird *N*-mal wiederholt. Diese Selektionsmethode eignet sich so nur für Maximierungsprobleme mit einer Bewertungsfunktion, die für alle Individuen immer positiv bleibt. Bei der Optimierung des PhCs handelt es sich aber um ein Minimierungsproblem. Trotzdem kann die Roulette-Wheel Selektion angewandet werden, wenn die Wahrscheinlichkeiten umgetauscht werden. Die Wahrscheinlichkeit des Individuums mit der höchsten Fitness wird dem Individuum mit der kleinsten Fitness zugeordnet und umgekehrt. Dies wird mit den nächsten besten und schlechtesten Individuen gemacht und so weiter. Am Ende haben Individuen mit kleinerer Fitness eine größere Auswahlmöglichkeit.

#### 4.2.4.2 Normalisierte geometrische Rangordnung

Anders als bei der Roulette-Wheel Selektion wird bei der normalisierten geometrischen Rangordnung (engl. Normalized geometric ranking ) die Population zunächst gemäß der Fitness steigend sortiert und dann die Selektionswahrscheinlichkeit  $p_s(\vec{L}_i)$  nach folgender Gleichung berechnet:

$$p_{s}(\vec{L}_{i}) = \frac{q \cdot (1-q)^{r-1}}{1-(1-q)^{N}} .$$
(4.2.10)

Hier sind q die Wahrscheinlichkeit, dass das beste Individuum ausgewählt wird und r die neue Position des Individuums  $\vec{L}_1$  nach der Sortierung. Danach wird wie bei der Roulette-Wheel Selektion vorgegangen [Joi94].

#### 4.2.4.3 Turnier Selektion

Bei der Turnier-Selektion (engl. Tournament Selection) werden immer m Individuen (meistens ist m = 2) zufällig aus der Population selektiert. Aus diesen wird dann das beste Individuum mit der besten Fitness ausgesucht. Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis N Individuen ausgewählt werden. Dieses Verfahren selektiert wie das Roulette-Wheel Verfahren in Richtung einer besseren Fitness, hat allerdings einen höheren Selektionsdruck [Kin94].

#### 4.2.4.4 Rang Selektion

Bei der Rang Selektion wird eine Zufallszahl  $z = \operatorname{ceil}(\operatorname{rand}(0,1) \cdot N)$  generiert und das entsprechende Individuum, welches diese Stellung in der Population besetzt, ausgewählt. Mit dieser Methode können sowohl gute als auch schlechte Individuen ausgewählt werden. Hier spielt die Fitness der Individuen überhaupt keine Rolle und muss deshalb nicht vorher berechnet werden.

#### 4.2.5 Reproduktion

Bei der Reproduktion werden zwei durch die Selektion mit der Wahrscheinlichkeit  $p_{\rm C}$  ausgewählte Individuen (Eltern) miteinander gekreuzt um zwei Nachkommen (Kinder) zu produzieren. Die Rekombination findet statt in der Hoffnung, dass die Nachkommen eine bessere Fitness als die der Eltern haben. Die Kreuzung findet bei der Verwendung der Chromosomen der Eltern statt. Der Algorithmus der Rekombinationsfunktionen ist von der gewählten Kodierung abhängig. Die Rekombinationsfunktionen der binären Kodierung

wurden von J. Holland entwickelt [Hol75]. Die der reellwertigen Kodierung wurden dann später entwickelt [Mic99]. Bei der binären Kodierung werden die einzelnen Gene gekreuzt. So finden dann *G* Kreuzungen statt, um zwei Individuen zu rekombinieren. Bei der reellwertigen Kodierung werden dagegen nur die Chromosomen gekreuzt und es findet nur eine Kreuzung statt, um zwei Individuen zu rekombinieren. Ein-Punkt-, Zwei-Punkte- und Uniform-Rekombination können sowohl für binäre als auch reellwertige Darstellung angewandt werden. Die restlichen Rekombinationen können nur bei reellwertigen Genen genutzt werden. Die implementierten Rekombinationsfunktionen werden nachfolgend beschrieben.

#### 4.2.5.1 Ein-Punkt-Rekombination

Bei der Verwendung einer binären Kodierung wird zuerst eine natürliche Zahl

$$z = \text{round}(\text{rand}(0,1) \cdot (\ell_p - 2)) + 1$$
(4.2.11)

erzeugt. Hier liefert round(x) die nächste ganze Zahl zu x. Danach werden die Bits  $Bit_{i,p,z}$  bis  $Bit_{i,p,\ell_p}$  der beiden Genen  $\vec{x}_{1,p}$  und  $\vec{x}_{2,p}$  vertauscht. Es gilt immer  $1 \le z \le \ell_p - 1$ . Die neu erhaltenen Gene sind die Nachkommen. Beispiel:

$\vec{x}_{1,p}$	1001101001001	z = 9	$\vec{x}'_{1,p}$	1001101010100
$\vec{x}_{2,p}$	0110101110100		$\vec{x}'_{2,p}$	0110101101001

Abbildung 4.2.4 Ein-Punkt-Rekombination bei binärer Kodierung

Bei reellwertiger Kodierung wird zuerst eine natürliche Zahl

$$z = \text{round}(\text{rand}(0,1) \cdot (G-2)) + 1$$
(4.2.12)

erzeugt. Danach werden für jede Kreuzung zwischen den Chromosomen  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$  die Gene ab  $x_{i,z}$  bis  $x_{i,G}$  bei beiden Chromosomen vertauscht. Beispiel:

$\vec{x}_1$	1,2 3,5 6,4 8,6	<i>z</i> = 3	$\vec{x}_1'$	1,2 3,5 5,9 0,2
$\vec{x}_2$	8,7 4,9 5,9 0,2		$\vec{x}'_2$	8,7 4,9 6,4 8,6

Abbildung 4.2.5 Ein-Punkt-Rekombination bei reellwertiger Kodierung
# 4.2.5.2 Zwei-Punkte-Rekombination

Hier werden im Unterschied zur Ein-Punkt-Rekombination zwei natürliche Zahlen  $z_1$  und  $z_2$ , mit  $z_1 < z_2$ , erzeugt und die Bits ab  $Bit_{i,p,z_1}$  bis  $Bit_{i,p,z_2}$  der beiden Genen bei binärer Kodierung und die Gene ab  $x_{i,z_1}$  bis  $x_{i,z_2}$  der beiden Chromosomen bei reellwertiger vertauscht. Beispiele:

$\vec{x}_{1,p}$	1001001001001	$z_1 = 5, z_2 = 10$	$\vec{x}'_{1,p}$	1001101110001
$\vec{x}_{2,p}$	0110101110100		$\vec{x}'_{2,p}$	0110001001100

Abbildung 4.2.6 Zwei-Punkte-Rekombination bei binärer Kodierung

$\vec{x}_1$	1,2 3,5 6,4 8,6	$z_1 = 2, z_2 = 3$	$\vec{x}_1'$	1,2 4,9 5,9 8,6
$\vec{x}_2$	8,7 4,9 5,9 0,2		$\vec{x}'_2$	8,7 3,5 6,4 0,2

Abbildung 4.2.7 Zwei-Punkte-Rekombination bei reellwertiger Kodierung

# 4.2.5.3 Uniform-Rekombination

Bei dieser Rekombination wird ein Hilfsvektor  $\vec{A}$  von Einsen und Nullen mit der Länge  $\ell_p$  bei binärer Kodierung und *G* bei reellwertiger produziert. Die Elemente in der Position *i* der Eltern werden vertauscht, wenn beim Hilfsvektor in dieser Position eine 0 zu finden ist, ansonsten behalten die Eltern ihre Elemente. Beispiel:

$\vec{x}_{1,p}$	1001001001001	Ā	$\vec{x}'_{1,p}$	1101101101101
$\vec{x}_{2,p}$	0110101110100	1011001011001	$\vec{x}'_{2,p}$	0010001010000

Abbildung 4.2.8 Uniform-Rekombination bei binärer Kodierung

$\vec{x}_1$	1,2 3,5 6,4 8,6	Ā	$\vec{x}_1'$	8,7 3,5 6,4 0,2
$\vec{x}_2$	8,7 4,9 5,9 0,2	0110	$\vec{x}_2'$	1,2 4,9 5,9 8,6

Abbildung 4.2.9 Uniform-Rekombination bei reellwertiger Kodierung

Für viele Anwendungen ist diese Rekombination nicht brauchbar, da die Eigenschaften eines fitten Individuums verloren gehen. Es gibt aber Anwendungen, wo diese Rekombination sinnvoll ist wie z. B. bei der Fahrzeugsteuerung [Kin94] [HuX07].

#### 4.2.5.4 Arithmetische Rekombination

Die Arithmetische Rekombination erzeugt zwei komplementäre Kinder durch lineare Kombination der Eltern  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$ , d. h.

$$\vec{x}_{1}' = \vec{r} \cdot \vec{x}_{1} + (1 - \vec{r}) \cdot \vec{x}_{2},$$
  
$$\vec{x}_{2}' = (\vec{1} - \vec{r}) \cdot \vec{x}_{1} + \vec{r} \cdot \vec{x}_{2},$$
  
(4.2.13)

wobei hier  $\vec{r}$  ein Vektor mit G Elementen zwischen Null und Eins ist,  $r_i = rand(0,1)$ .

#### 4.2.5.5 Intermediäre Rekombination

Diese Kombinationsfunktion erzeugt Kinder, indem ein gewichteter Durchschnitt der Eltern berechnet wird. Die Gewichte können durch die Parameter  $\overrightarrow{Rate_1}$  und  $\overrightarrow{Rate_2}$ , die Vektoren der Länge *G* (Anzahl der Parameter) sind, spezifiziert werden. Die Funktion erzeugt die Kinder mit Hilfe der folgenden Formel:

$$\vec{x}_{1}' = \vec{x}_{1} + Rate_{1} \cdot \vec{r} \cdot (\vec{x}_{2} - \vec{x}_{1}),$$
  
$$\vec{x}_{2}' = \vec{x}_{1} + Rate_{2} \cdot \vec{r} \cdot (\vec{x}_{2} - \vec{x}_{1}).$$
  
(4.2.14)

Wenn alle Parameter von  $Rate_1$  und  $Rate_2$  im Bereich [0, 1] liegen, dann haben die Kinder auch Parameter, welche die Nebenbedingungen des restringierten Optimierungsproblems erfüllen.

#### 4.2.5.6 Heuristische Rekombination

Die Heuristische Rekombination erzeugt eine lineare Extrapolation der beiden Chromosomen  $\vec{x}_1$  und  $\vec{x}_2$  der Eltern. Diese Rekombination ist die einzige Kreuzungsfunktion, welche die Fitness-Informationen der Eltern verwendet. Sei  $\vec{x}_1$  das Chromosom mit der besseren Fitness  $(f(\vec{x}_1) < f(\vec{x}_2))$ . Das Kind  $\vec{x}'_1$  wird nach folgender Gleichung erzeugt:

$$\vec{x}_1' = \vec{x}_1 + \vec{r} \cdot (\vec{x}_1 - \vec{x}_2).$$
 (4.2.15)

Das zweite Kind  $\vec{x}'_2$  ist immer gleich  $\vec{x}_1$ . Wenn ein restringiertes Optimierungsproblem vorliegt, müssen die Parameter des neu erzeugten Kindes geprüft werden. Wird eine Nebenbedingung verletzt, muss Gleichung (4.2.15) erneut angewandt werden. Nach einer gewissen Anzahl an Versuchen  $V_{\text{max}}$  wird unterbrochen, damit der Algorithmus weiterlaufen kann. In diesem Fall werden die Eltern als Kinder zurückgegeben.

#### 4.2.6 Mutation

Nachdem die Reproduktion stattgefunden hat, werden die Elemente der Individuen (Gene bei binärer und Chromosome bei reellwertiger Kodierung) mutiert. Mutation erlaubt es, lokale Minima zu verlassen, und erhält die Vielfalt in der Population. Sie spielt sowohl die Rolle des Wiederherstellers der verlorenen genetischen Informationen als auch die Rolle der zufälligen Störquelle für die genetischen Informationen. Die Mutation darf nicht zu häufig eingesetzt werden, damit sich der GA nicht zu einer Zufallssuche entwickelt. Wie schon früher erwähnt, sollte die Mutationswahrscheinlichkeit  $p_{M}$  klein sein. Nur dies ermöglicht, dass die wertvolle genetische Information eines Individuums nicht zerstört wird und verloren geht. Es handelt sich also um eine Versicherung gegen den unwiderruflichen Verlust von genetischer Information. Mutation wird traditionell als ein einfacher Suchoperator betrachtet. Während die Rekombination die Lösungskandidaten ausnutzt, um bessere zu produzieren, soll die Mutation helfen, den gesamten Suchraum zu erforschen. Die Mutation bringt neue genetische Strukturen in der Population durch zufällige Änderung einiger ihrer Elemente ein. Für jede Art der Darstellung gibt es mehrere Mutationsmöglichkeiten. Die Binäre und die Inversion-Mutation werden für binäre Darstellung angewendet. Die Uniform, Nicht-Uniform, Multi-Nicht-Uniform und Rand Mutation können nur bei reellwertigen Genen genutzt werden. Die implementierten Mutationsfunktionen werden nachfolgend beschrieben.

#### 4.2.6.1 Binäre Mutation

Bei einem Gen  $\vec{x}_{i,p}$  der Länge  $\ell_p$  wird ein Hilfsvektor  $\vec{B}$  mit der gleichen Anzahl an Elemente gemäß

$$B_{j} = \begin{cases} 1, \text{ wenn rand}(0,1) \le p_{M}, \\ 0, \text{ sonst,} \end{cases}$$
(4.2.16)

mit  $1 \le j \le \ell_p$  erzeugt. Ist  $B_j = 1$ , so wird das *j*-te Bit des Gens  $\vec{x}_{i,p}$  von 0 auf 1 bzw. von 1 auf 0 geändert. Bei  $B_j = 0$  bleibt  $Bit_{i,p,j}$  unverändert. Das Gen  $\vec{x}'_{i,p}$  besteht dann aus folgenden Bits:

$$Bit'_{i,p,j} = \begin{cases} \overline{Bit}_{i,p,j}, \text{ wenn } B_j = 1, \\ Bit_{i,p,j}, \text{ sonst.} \end{cases}$$
(4.2.17)

Beispiel:



#### 4.2.6.2 Inversion Mutation

Bei der Inversion Mutation werden zufällig zwei natürliche Zahlen  $z_1$  und  $z_2$ , mit  $1 \le z_1 < z_2 \le \ell_p$ , erzeugt. Danach werden die Bits zwischen  $Bit_{i,p,z_1}$  und  $Bit_{i,p,z_2}$  invertiert. Beispiel:



#### 4.2.6.3 Uniform Mutation

Nachdem eine zufällige natürliche Zahl z, mit  $1 \le z \le G$ , erzeugt wird, ändert die Uniform Mutation das Gen  $x_{i,z}$  des Chromosoms  $\vec{x}_i$  durch eine gleichverteilte Zufallszahl  $x'_{i,z}$ , mit  $l_z \le x'_{i,z} \le u_z$ ,

$$x'_{i,p} = \begin{cases} l_{p} + \operatorname{rand}(0,1) \cdot \Delta_{p}, & \text{wenn } p = z, \\ x_{i,p}, & \text{sonst.} \end{cases}$$
(4.2.18)

Alle anderen Gene bleiben erhalten.

#### 4.2.6.4 Rand Mutation

Die Rand Mutation erzeugt zuerst zufällig eine natürliche Zahl z, mit  $1 \le z \le G$ . Danach wird das Gen  $x_{i,z}$  des Chromosoms  $\vec{x}_i$  entweder zu  $l_z$  oder  $u_z$ , je nachdem wie eine Zufallszahl r = rand(0,1) ist:

$$x'_{i,p} = \begin{cases} l_p, & \text{wenn } p = z \text{ und } r \le 0.5, \\ u_p, & \text{wenn } p = z \text{ und } r > 0.5, \\ x_{i,p}, & \text{sonst.} \end{cases}$$
(4.2.19)

#### 4.2.6.5 Nicht-Uniform Mutation

Nachdem eine zufällige natürliche Zahl z mit  $1 \le z \le G$  erzeugt wurde, ändert die Nicht-Uniform Mutation das Gen  $x_{i,z}$  des Chromosoms  $\vec{x}_i$  durch eine nichtgleichverteilte Zufallszahl  $x'_{i,z}$ , je nachdem wie eine Zufallszahl  $r_1 = rand(0,1)$  ist:

$$x'_{i,p} = \begin{cases} x_{i,p} + (u_p - x_{i,p}) \cdot h(gen), & \text{wenn } p = z \text{ und } r_1 < 0,5, \\ x_{i,p} - (x_{i,p} + l_p) \cdot h(gen), & \text{wenn } p = z \text{ und } r_1 \ge 0,5, \\ x_{i,p}, & \text{sonst.} \end{cases}$$
(4.2.20)

Wobei

$$h(gen) = \left(r_2 \cdot \left(1 - \frac{gen}{gen_{\max}}\right)\right)^{b}, \qquad (4.2.21)$$

 $r_2 = rand(0,1)$ , *gen* die Nummer der aktuelle Generation, *gen*<sub>max</sub> die maximale Anzahl der Generationen und *b* ein Gestaltparameter ist [Qin05].

#### 4.2.6.6 Multi-Nicht-Uniform Mutation

Die Multi-Nicht-Uniform Mutation setzt die Nicht-Uniform Funktion für alle Parameter bzw. Gene des ausgewählten Individuum  $\vec{L}_i$  ein.

# 4.2.7 Parameter des implementierten genetischen Algorithmus

Nachdem der genetische Algorithmus vorgestellt wurde und über alle benötigten Parameter theoretisch gesprochen wurde, werden nun die verwendeten Zahlenwerte der einzelnen Parameter angegeben. Diese Parameterzahlenwerte wurden manchmal von Simulation zu Simulation geändert, in der Hoffnung, dass bessere Ergebnisse in einer schnelleren Zeit geliefert werden. Die Anzahl N der Individuen in der Population P liegt zwischen 250 und 1000. Die Anzahl der elitären Individuen M, die von Generation zu Generation übernommen werden, bewegt sich, je nach N, von eins bis zehn. Die Rekombinationsrate  $p_{C}$  liegt zwischen 0,6 bis 0,85. Die Mutationswahrscheinlichkeit  $p_{\rm M}$  liegt zwischen 0,005 und 0,01. Die Werte von N, M,  $p_{\rm C}$  und  $p_{\rm M}$  wurden aus den heuristischen Regeln entnommen [Kin94]. Die Anzahl G der zu optimierenden Parameter des PhCs liegt zwischen 27 und 58. Diese ist abhängig von den gewünschten Anzahl der Doppellayer des zu optimierenden PhCs. Ist der Parameter eine Brechzahl, so ist  $l_p = n_{min} = 1$  und  $u_p = n_{max} = 5$ . Wenn die Strukturen technisch realisierbar sein sollen, müssen die Schichten aus vorhandenen Materialien gemacht werden. Ist der Parameter aber die Dicke einer Schicht, dann ist  $l_p = d_{min} = 0$  und  $u_p = d_{max} = 5 \cdot 10^{-4} \,\mathrm{m}$ . Diese Dicken erlauben die Realisierung von Strukturen, deren Gesamtlängen höchstens im cm-Bereich sind. Für die Darstellung einer reellen Zahl in binärer Form ist die gewünschte Genauigkeit  $\sigma = 10^{-18}$ . Diese Genauigkeit entspricht fast der Genauigkeit der Zahlendarstellung eines 32-bit Rechners (siehe auch Abschnitt 10.1.2). Bei der normalisierten Geometrischen Rangordnung soll die Wahrscheinlichkeit q, dass das beste Individuum ausgewählt wird, gleich 0,08 sein [Qin05]. Die Anzahl m der Individuen, die bei der Turnier Selektion zuerst ausgewählt werden ist entweder zwei oder drei [Kin94]. Die maximale

Anzahl an Versuchen bei der Heuristische Rekombination ist 500. Diese Zahl ermöglicht, dass der Algorithmus nicht lang an einem Schritt hängen bleibt. Bei der Nicht-Uniform Mutation ist der Gestaltparameter *b* zwischen eins und drei [Qin05]. Die maximale Anzahl der Generationen  $gen_{max}$  ist entweder 500 oder 750. Wenn noch eine Verbesserung des Fitnesswerts stattfindet, wird  $gen_{max}$  erhöht. Wenn die Fitness des besten Individuums den Schwellwert

$$\mathcal{E} = 10^{-6} \cdot \sum_{i=0}^{V} (D_{\text{soll},i})^2$$
 (4.2.22)

unterschritten hat, wird der GA beendet. Der Vektor  $\vec{D}_{soll}$  wird im Abschnitt 4.3 definiert. Der Schwellwert  $\varepsilon$  nach Gleichung (4.2.22) garantiert, dass die Abweichung zwischen der Sollund der Ist-Kurve kleiner gleich 0,1% ist.

# 4.2.8 Abbruchkriterien des genetischen Algorithmus

Der GA bewegt die Population von Generation zu Generation, indem Individuen zuerst ausgewählt, danach genetische Operationen verwendet und am Ende die Populationen ersetzt werden. Dies wird so oft wiederholt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Das am häufigsten verwendete Abbruchkriterium ist das Erreichen einer bestimmten maximalen Anzahl an erzeugten Generationen genmax. Eine andere Strategie, um die Optimierung mit dem genetischen Algorithmus zu beenden, ist das Konvergieren der Population gegen ein einziges Individuum. Wenn die Summe der Abweichungen zwischen Individuen einer Population kleiner als ein angegebener Schwellenwert ist, kann der Algorithmus beendet werden. Der Algorithmus kann auch beendet werden, wenn keine Verbesserung der erreichten besten Lösung über eine bestimmte Anzahl von Generationen stattfindet. Alternativ kann auch unterbrochen werden, wenn die Fitness des besten Individuums einen angegebenen zufrieden stellenden Schwellwert  $\varepsilon$  unterschritten hat. Ein anderes Kriterium kann das Überschreiten einer gewissen Laufzeit sein. Es können natürlich auch mehrere Abbruchkriterien gleichzeitig Verwendung finden. Bei dem in dieser Arbeit implementierten GA wurden als Abbruchkriterien das Erreichen einer maximalen Anzahl an erzeugten Generationen genmax oder die Unterschreitung eines Schwellwerts  $\varepsilon$  durch die Fitness des besten Individuums verwendet.

# 4.3 Quadratmittel-Optimierung

Nach einer gewissen Anzahl *m* an Iterationen, die der GA durchlaufen soll, wird der deterministische Algorithmus (DA) zur Verfeinerung der Lösungen eingesetzt, siehe Abbildung 4.1.2. Zur Lösung des so genannten nichtlinearen Kurve Fitting Problems wird aus der Optimization-Toolbox von MATLAB die Funktion "lsqcurvefit" verwendet [Ven02], [Ch001]. Sie basiert auf der Methode der kleinsten Quadrate und führt einen so genannten "least-squares fit" durch: Die gewünschten Parameter werden so angepasst, dass die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen dem erzeugten Verlauf und dem gewünschten Verlauf minimiert wird.

$$\min_{\vec{x}} \left\| \vec{f}(\vec{x}, \vec{\lambda}) - \vec{D}_{\text{soll}} \right\|_{2}^{2} = \min_{\vec{x}} \sum_{i=0}^{V} \left( f(\vec{x}, \lambda_{i}) - D_{\text{soll},i} \right)^{2}.$$
(4.3.1)

Hier ist  $\vec{x}$  ein Chromosom nach (4.2.2), das die Parameter des zu optimierenden PhCs enthält,  $\vec{\lambda}$  ein Vektor der Länge V der betrachteten Wellenlängen  $\lambda_1$ ,  $\vec{D}_{soll}$  ein Vektor, auch der Länge V, der die gewünschten chromatischen Dispersionswerte bei den einzelnen betrachteten Wellenlängen beinhaltet und  $\vec{f}(\vec{x}, \vec{\lambda})$  der Vektor aus V Fitness-Funktionswerten  $f(\vec{x}, \lambda_1)$ .  $f(\vec{x}, \lambda_i)$  entspricht dem berechneten chromatischen Dispersionswert eines Chromosoms  $\vec{x}$  für eine bestimmte Wellenlänge  $\lambda_i$ . Zur Lösung des Minimierungsproblems benutzt lsqcurvefit die Unterraum-Vertrauensbereich-Methode (engl. Subspace-Trust-Region-Method), die auf der Grundlage einer inneren Reflexions-Newton-Methode (engl. interior-reflective Newton method) die in [Col96], [Cole96], [Mat05] explizit beschrieben wird, beruht. Unter Verwendung des präkonditionierten, konjugierten Gradientenverfahrens (engl. preconditioned conjugate gradient Method (PCG)) umfasst jede Iteration eine approximierte Lösung des hochdimensionalen nichtlinearen Systems. Der bei lsqcurvefit verwendete Algorithmus löst nur ein bestimmtes Gleichungssystem, d. h. die Anzahl V der betrachteten Wellenlängen bzw. der berechneten Fitnesswerte  $f(\vec{x}, \lambda)$  muss größer gleich der Anzahl der zu optimierenden Parameter des PhCs G sein [Mat05]. In den folgenden Abschnitten werden die Vektorpfeile zur Vereinfachung weggelassen.

#### 4.3.1 Unterraum-Vertrauensbereich-Methode

Nichtlineare Optimierungsprobleme kann man auch numerisch lösen. Ausgehend von einem Startpunkt  $x^0$  berechnet man dabei eine Folge  $\{x^k\}$ , die einen Grenzwert  $\tilde{x}$  hat. Dieser Grenzwert ist eine lokale Lösung. Sucht man bei gegebenem  $x^k$  das Minimum einer

Funktion, so ist es bei der Berechnung von  $x^{k+1} = x^k + s$  das Ziel  $f(x^{k+1}) < f(x^k)$ anzustreben [Alt02]. Angenommen, man ist in einem Punkt  $x^k$  in einem *G*-dimensionalen Raum, muss man zur Verbesserung zu einem Punkt  $x^{k+1}$  mit einem niedrigeren Fitnesswert gehen. Verfahren, die eine solche Strategie realisieren, nennt man Abstiegsverfahren. Abstiegsverfahren sind dadurch charakterisiert, dass zuerst eine Abstiegsrichtung gewählt wird und dann eine geeignete Schrittweite bestimmt wird [Fro04], [Jar04]. Beim Vertrauensbereich-Verfahren ist der Ansatz genau umgekehrt. Die Grundidee ist die Bewertungsfunktion *f* durch eine einfachere Funktion  $\tilde{f}$ , die vernünftigerweise das Verhalten der Funktion *f* in der Umgebung *N* um den Punkt  $x^k$  wiedergibt, zu approximieren. Hierzu wird zuerst basierend auf einem lokalen Modell der Zielfunktion einen Vertrauensbereich berechnet, indem beispielsweise durch eine Taylor-Entwicklung um  $x^k$  ein quadratisches Modell der Funktion erstellt wird [Alt02].

$$f(x^{k+1}) \approx \tilde{f}(x^{k+1}) = f(x^{k}) + q(s) = f(x^{k}) + \nabla f(x^{k})^{\mathrm{T}} \cdot s + \frac{1}{2}s^{\mathrm{T}} \cdot \left(\nabla^{2} f(x^{k}) + C^{k}\right) \cdot s.$$
 (4.3.2)

Hier ist  $\nabla^2 f(x^k) = H^k$  die Hesse-Matrix,  $\nabla f(x^k) = g^k$  die Gradient-Matrix der Funktion fund  $C^k$  eine Diagonalmatrix, die in Abschnitt 4.3.3 definiert wird. Dieses lokale Modell, das die Zielfunktion hinreichend gut approximiert, erlaubt dann die Berechnung einer Abstiegsrichtung. Die Umgebung *N* ist der Vertrauensbereich. Der Testschritt *s* wird durch eine Minimierung (oder eine annähernde Minimierung) über *N* berechnet. Die Bestimmung dieses Minimums wird als Unterraum-Vertrauensbereich-Problem bezeichnet:

$$\min\{q(s), s \in N\}.$$
 (4.3.3)

Die Umgebung N hat in der Regel sphärische oder ellipsoidale Form [Mat05]. Der Radius des Vertrauensbereichs N wird mit  $\Delta$  bezeichnet. Das zugehörige Unterraum-Vertrauensbereich-Problem lautet dann: Bestimme *s* unter den Bedingungen

$$|Dg \cdot s| \le \Delta \text{ und } \Delta > 0, \qquad (4.3.4)$$

wobei Dg eine Diagonalmatrix zur Skalierung ist. Diese wird in Abschnitt 4.3.3 in Gleichung 4.3.12 definiert. Der aktuelle Punkt  $x^k$  wird zu  $x^{k+1}$  geändert, wenn  $f(x^{k+1}) < f(x^k)$ , ansonsten bleibt der aktuelle Punkt  $x^k$  unverändert und der Vertrauensbereich N wird geschrumpft und die Berechnung des Testschritts *s* wird wiederholt, [Bra00], [Col96].

Die Schlüsselfragen bei der Verwendung vom Vertrauensbereich Ansatz zur Minimierung einer Funktion f(x) sind: Wie ist der Vertrauensbereich zu wählen und zu ändern und schließlich wie genau wird das Unterraum-Vertrauensbereich Problem gelöst. Diese Fragen werden im Folgenden beantwortet.

Im Vertrauensbereich Algorithmus muss in jedem Schritt entschieden werden, wie groß der Radius  $\Delta$  des Vertrauensbereichs gewählt werden muss. Zur Überprüfung, ob man dem Modell vertrauen kann, vergleicht man den durch das Modell vorhergesagten Abstieg mit dem tatsächlich erreichten Abstieg und setzt dazu [Bra00], [Gil81], [Noc99]

$$r^{k} = \frac{f(x^{k} + s) - f(x^{k}) + \frac{1}{2}s^{T} \cdot C^{k} \cdot s}{q(s)} = \frac{\text{tatsächlicher Abstieg}}{\text{Modellabstieg}}$$
(4.3.5)

zur Wahl von  $\Delta$  ein [Alt02]:

Ist *r* nahe bei 0, so stimmt das quadratische Modell nur wenig mit der Funktion überein und der Radius  $\Delta$  der Trust Region muss verkleinert werden. Ist *r* nahe bei 1 oder ist *r* sogar größer als 1, umso mehr vertraut man dem Modell. Zu einem entsprechenden Test verwendet man die Parameter  $\delta_1$  und  $\delta_2$ , wobei  $0 < \delta_1 < \delta_2 < 1$ , um zu entscheiden, ob  $\Delta$  verkleinert, beibehalten oder vergrößert wird. Mit den Parametern  $0 < \Lambda_1 < \Lambda_u$  und  $\gamma_1 < 1 < \gamma_2$  folgt

**1. Fall**: 
$$r_k \leq \delta_1 \rightarrow x^{k+1} = x^k$$
,

 $\Delta$  wird verkleinert.  $\Delta^{k+1} \in [0, \gamma_1 \Delta^k]$ . Ein neues  $s^k$  wird berechnet.

 $\underline{2. \text{ Fall}}: \ \delta_1 < r < \delta_2 \ \ \rightarrow \ \ x^{k+1} = x^k + s \,,$ 

 $\Delta$  kann unverändert bleiben, kann aber auch leicht verkleinert werden.  $\Delta^{k+1} \in [\gamma_1 \Delta^k, \Delta^k]$ . Man vertraut dem Modell und akzeptiert  $x^k + s$  als neuen Iterationspunkt.

3. Fall: 
$$r_k \ge \delta_2 \rightarrow x^{k+1} = x^k + s$$
,

 $\Delta$  kann versuchsweise für den nächsten Iterationsschritt vergrößert werden.

Wenn  $\Delta^{k} > \Lambda_{1}$ , dann ist  $\Delta^{k+1} \in$  entweder  $[\gamma_{1}\Delta^{k}, \Delta^{k}]$  oder  $[\Delta^{k}, \gamma_{2}\Delta^{k}]$  and erenfalls  $\Delta^{k+1} \in [\Delta^{k}, \min(\gamma_{2}\Delta^{k}, \Lambda_{u})]$ 

Eine detaillierte Beschreibung des Algorithmus findet man in [Den94], [Col96].

Das Problem nach Gleichung (4.3.3) mit der Bedingung nach Gleichung (4.3.4) kann man auf verschiedene Weise lösen. Eine erste Möglichkeit ist die Verknüpfung der Berechnung von

einem vollständigen Eigensystem mit dem Newton Verfahren um die charakteristische Gleichung

$$\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\|s\|} = 0 \tag{4.3.6}$$

zu lösen. Diese Methode ist ungeeignet für large-scale Probleme [Mat05]. Der Optimierungstoolbox von Matlab berechnet das Minimum der Gleichung (4.3.3), indem das Unterraum-Vertrauensbereich Problem auf einen zweidimensionalen Unterraum *S* begrenzt wird. Der zweidimensionale Unterraum *S* wird mit Hilfe des präkonditionierten konjugierten Gradientenverfahrens, das im nächsten Abschnitt beschrieben wird, determiniert. *S* wird als der lineare Raum definiert, der durch  $s_1$  und  $s_2$  aufgespannt wird [Col92].  $s_1$  zeigt in Richtung des Gradienten  $g = \nabla f(x^k)$ .  $s_2$  zeigt entweder in der approximierten Newton Richtung, d. h. eine Lösung für

$$H \cdot s_2 = -g , \qquad (4.3.7)$$

oder in Richtung der negativen Krümmung, d. h. eine Lösung für

$$s_2^{\mathrm{T}} \cdot H \cdot s_2 < 0. \tag{4.3.8}$$

Die Wahl solches Unterraums *S* hat als Ziel die globale Konvergenz zu erzwingen und eine schnelle lokale Konvergenz zu erreichen [Mat05].

# 4.3.2 Präkonditioniertes konjugiertes Gradientenverfahren

Um den Präkonditionierer für die PCG zu berechnen, wird zuerst  $J^{T} \cdot J$  berechnet. Hierbei ist J die Jakobi-Matrix von f. Eine gängige Methode symmetrisch positive definit hochdimensionale lineare Gleichungssysteme der Form  $H \cdot p = -g$  zu lösen ist die PCG Methode [Col96], [Ste83]. Dieser iterative Ansatz erfordert die Fähigkeit zur Berechnung einer Matrix-Vektor Multiplikation  $H \cdot v$ , wobei v ein beliebiger Vektor ist. PCG multipliziert bei jeder Iteration den aktuellen, negativen Gradienten mit einer konstanten, symmetrischen und positiv definiten Matrix. Diese symmetrische positiv definite Matrix M ist ein Präkonditionierer für H [Mat05]. Hier ist  $M = C^2$ , wobei  $C^{-1}HC^{-1}$  eine gut konditionierte Matrix oder eine Matrix mit Eigenwerten ist. Bei einer Minimierung kann man annehmen, dass die Hesse-Matrix H symmetrisch ist. H ist mit Sicherheit nur in der Nähe eines Minimums positiv definit. Mit Hilfe der Hesse-Matrix H wird die Krümmung von

Funktionen bestimmt. Der PCG-Algorithmus existiert dann, wenn eine negative oder null Krümmung gefunden wird, d. h.

$$d^T \cdot H \cdot d \le 0. \tag{4.3.9}$$

Die PCG-Ausgangsrichtung p, ist entweder eine negative Richtung der Krümmung oder eine ungefähre Lösung für das Newton-System. Die Idee des Verfahrens beruht auf der Feststellung, dass diese Lösung p vom Newton System  $H \cdot p = -g$  gerade die Lösung der Minimierungsaufgabe nach Gleichung (4.3.3) ist [Jar04].

In jedem Fall wird p bei der Festlegung des zwei-dimensionalen Unterraums S im Unterraum-Vertrauensbereich-Verfahren verwendet.

# 4.3.3 Restringierte Optimierung

Wie schon erwähnt löst das Vertrauensbereich-Verfahren in einem gewissen Vertrauensbereich um den aktuellen Iterationspunkt  $x^k$  gleichzeitig das Suchrichtungs- und Schrittweitenproblem. In jedem Iterationsschritt ist das so genannte Unterraum-Vertrauensbereich Problem zu lösen, welches ein restringiertes Optimierungsproblem mit einer quadratischen Zielfunktion nach (4.3.3) und einer ebenfalls quadratischen Restriktion ist. Hierbei geht es also neben der Minimierung der Zielfunktion vor allem darum, die Einhaltung der Restriktionen zu gewährleisten.

Zur Lösung des hochdimensionalen restringierten Minimierungsproblems wird die Unterraum-Vertrauensbereich Methode, die auf einer inneren Reflexions-Newton-Methode basiert, nach Coleman - Li [Bra00], [Col92] verwendet. Das Optimierungsproblem mit Schrankenbedingungen lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\min_{x \in \mathfrak{R}^G} f(x), \, l \le x \le u \,. \tag{4.3.10}$$

Dabei seien l und u Vektoren der unteren und oberen Schranken, wobei  $l \in \{\Re \cup \{-\infty\}\}^G$ ,  $u \in \{\Re \cup \{\infty\}\}^G$ ,  $l \le u$  und  $f : \Re^G \to \Re^1$  ist. In diesem Fall ist der zulässige Bereich  $F = \{x : l \le x \le u\}$  ein *G*-dimensionaler Quader in  $\Re^G$ . Der Innenraum des zulässigen Bereichs sei int $(F) = \{x : l < x < u\}$ . Zwei Techniken werden verwendet, um ein robustes Konvergenzverhalten zu erreichen. Bei der ersten wird der nichtrestringierte Newton-Schritt nach (4.3.7) durch einen skalierten modifizierten Newton-Schritt ersetzt. Bei der zweiten werden Reflektionen verwendet, um die Schrittweite *s* zu erhöhen.

Der skalierte modifizierte Newton-Schritt ergibt sich aus der notwendigen Kuhn-Tucker-Bedingung

$$(Dg(x))^{-2} \cdot g = 0 \tag{4.3.11}$$

für das restringierte Minimierungsproblem nach (4.3.10) [Noc99], [QiH02]. Dg(x) entspricht der Diagonalmatrix des Vektors  $|v|^{-1/2}$ 

$$Dg(x) = \operatorname{diag}\left(|\nu|^{-\frac{1}{2}}\right).$$
 (4.3.12)

und die Elemente des Vektors v(x) werden wie folgt definiert [Bra00]:

$$V_{i} = \begin{cases} x_{i} - u_{i}, & \text{wenn} \quad g_{i} < 0 \quad \text{und} \quad u_{i} < \infty \\ x_{i} - l_{i}, & \text{wenn} \quad g_{i} \ge 0 \quad \text{und} \quad l_{i} > -\infty \\ -1, & \text{wenn} \quad g_{i} < 0 \quad \text{und} \quad u_{i} = \infty \\ 1, & \text{wenn} \quad g_{i} \ge 0 \quad \text{und} \quad l_{i} = -\infty \end{cases}$$
(4.3.13)

 $0 \le i \le G$ . Das nichtlineare Gleichungssystem (4.3.11) ist nicht überall differenzierbar. Die Nichtdifferenzierbarkeit erfolgt, wenn  $v_i = 0$ . Dies kann verhindert werden, wenn  $x \in int(F)$ . Der skalierte modifizierte Newton-Schritt für das nichtlineare System, gegeben durch (4.3.11), ist definiert als die Lösung des linearen Systems

$$\hat{M} \cdot Dg \cdot s^{N} = -\hat{g} \,. \tag{4.3.14}$$

Mit

$$\hat{g} = Dg^{-1} \cdot g = \text{diag}(|v|^{1/2}) \cdot g$$
, (4.3.15)

und

$$\hat{M} = Dg^{-1} \cdot H \cdot Dg^{-1} + \text{diag}(g) \cdot J^{\nu}.$$
(4.3.16)

 $J^{\nu}$  ist die Jacobi-Matrix von  $|\nu|$ . Jede Diagonale dieser Matrix entspricht 0, -1, oder 1. Wenn alle Komponenten von *l* und *u* endlich sind, so ist  $J^{\nu} = \text{diag}(\text{sign}(g))$ . An der Stelle, wo  $g_i = 0$  wird, ist  $\nu_i$  möglicherweise nicht differenzierbar, weshalb  $J_{ii}^{\nu} = 0$  definiert wird. Die Diagonalmatrix  $C^k$ , die in Gleichung (4.3.2) benutzt wurde, wird wie folgt berechnet.

$$C = Dg \cdot \operatorname{diag}(g) \cdot J^{\vee} \cdot Dg \,. \tag{4.3.17}$$

Zur Erhöhung der Schrittweite werden auch die Reflexionen benutzt. Der reflektierende Algorithmus (auch Projektionsverfahren genannt) des Problems nach Gleichung 4.3.10 ist ein Algorithmus, der eine Projektionsabbildung verwendet, um die Realisierbarkeit einzuhalten. Eine Projektionsabbildung für das Problem nach Gleichung 4.3.10 ist die offene Abbildung  $R: \Re^G \to F$ , mit x = R(y), die nachfolgend mathematisch beschrieben wird.

1. Fall : 
$$l_i > -\infty$$
,  $u_i < \infty$   
 $w_i = |y_i - l_i| \mod[2(u_i - l_i)], x_i = \min(w_i, 2(u_i - l_i) - w_i) + l_i$   
2. Fall :  $l_i > -\infty$ ,  $u_i = \infty$   
wenn  $y_i \ge l_i$ ,  $x_i = y_i$ , sonst  $x_i = 2l_i - y$   
3. Fall :  $l_i = -\infty$ ,  $u_i < \infty$   
wenn  $y_i \le u_i$ ,  $x_i = y_i$ , sonst  $x_i = 2u_i - y_i$   
4. Fall :  $l_i = -\infty$ ,  $u_i = \infty$   
 $x_i = y_i$   
(4.3.18)

Bei der Verwendung der Projektionsabbildung R(y) nach Gleichung 4.3.18 wird das restringierte Minimierungsproblem nach Gleichung 4.3.10 in einem unrestringierten Minimierungsproblem

$$\min_{\mathbf{y}\in\mathfrak{R}^{G}}\hat{f}(\mathbf{y}),\tag{4.3.19}$$

wobei  $\hat{f}(y) = f(R(y))$ , umgewandelt. Das Minimierungsproblem nach Gleichung 4.3.19 kann mit dem Abstiegsverfahren gelöst werden. Sei  $s_y^k$  die Abstiegsrichtung am Punkt  $y^k \in int(F)$ . Die Gerade in Richtung der Abstiegsrichtung  $s_y^k$  im y-Bereich entspricht einer stückweise linearen Strecke im x-Bereich. Die Richtungen der Segmente der stückweise linearen Strecke werden durch Reflexionen an den Grenzflächen des *G*-dimensionalen Quaders ermittelt. Eine Reflexionsrichtung wird wie folgt bestimmt: Gegeben ist zuerst eine Richtung p. Die Gerade in Richtung p kreuzt unbedingt eine (oder mehrere) Bedingungsschranke(n). Um den Reflexionsrichtung  $p^R$  zu bestimmen wird die erste Bedingungsschranke, die diese Gerade kreuzt, im Betracht genommen. Ist die erste von der Gerade in Richtung p gekreuzte Bedingungsschranke die *i*-te Bedingungsschranke (entweder die *i*-te obere oder untere Bedingungsschranke), dann ist der Reflexionsrichtung  $p^R = p$  bis auf die *i*-te Komponente, diese ist dann  $p_i^R = -p_i$  [Mat05], [Col92]. Ein zweidimensionales Beispiel wird in Abbildung 4.3.1 dargestellt.



Abbildung 4.3.1 Reflexionen zur Erhöhung der Schrittweite

Der Algorithmus zur Quadratmittel-Optimierung wird in folgendem Diagramm grafisch dargestellt. Die notwendigen Parameter  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_u$ ,  $\gamma_1$  und  $\gamma_2$  werden vor dem Start des Algorithmus festgelegt.  $K_M$  ist die maximale Anzahl an Iterationen, die der Algorithmus durchfahren soll.



Abbildung 4.3.2 Flussdiagramm des Algorithmus zur Quadratmittel-Optimierung

# 4.3.4 Abbruchkriterien des deterministischen Algorithmus

Mathematisch ist ein lokales Minimum erreicht, wenn an dieser Stelle der Gradient dem Nullvektor gleich ist und die Hesse-Matrix positiv definit ist. Die Funktion "lsqcurvefit" kann somit so oft ausgeführt werden bis diese Bedingungen erfüllt sind. Der Gradient wird aber beim implementierten Algorithmus numerisch annähernd berechnet. Aus diesem Grunde kann der berechnete Gradient niemals gleich dem Nullvektor werden, weswegen andere Abbruchkriterien des DA benutzt werden sollen. Der DA wird im implementierten Algorithmus so oft wiederholt bis eines der folgenden Abbruchkriterien erfüllt ist. Das am häufigsten verwendete Abbruchkriterium ist das Erreichen einer bestimmten maximalen Anzahl an Iterationen  $K_{\rm M}$ . Überschreitet die Anzahl der benötigten PCG-Iterationen zur Berechnung des Schritts  $s^k$  den Wert  $K_{PCG}$ , wird der DA beendet. Eine andere Möglichkeit, um die Optimierung mit dem DA zu beenden, ist das Konvergieren der Folge  $\{x^k\}$  gegen einen Grenzwert  $\tilde{x}$ . Unterschreiten alle Komponenten des Verbesserungssvektors  $\Delta x = x^{k+1} - x^k$  einen vorbestimmten Schwellwert  $\delta_x$ , kann der Algorithmus beendet werden. Alternativ kann auch unterbrochen werden, wenn die Fitness des Chromosoms  $x^k$  einen angegebenen zufrieden stellenden Schwellwert  $\varepsilon_x$  unterschritten hat. Ein anderes Kriterium kann das Überschreiten einer gewissen Laufzeit sein. Es können natürlich auch mehrere Abbruchkriterien gleichzeitig Verwendung finden. Bei den in dieser Arbeit angegebenen Optionen zur Beendigung der Funktion "lsqcurvefit" wurden als Abbruchkriterien das Erreichen einer maximalen Anzahl an Iterationen  $K_{\rm M} = 50$ ,  $K_{\rm PCG} = {\rm floor}(G/2)$  [Mat05], die Unterschreitung aller Komponenten des Verbesserungssvektors des Schwellwerts  $\delta_x = 10^{-16}$ oder die Unterschreitung der Fitness des Chromosoms eines Schwellwerts

$$\mathcal{E}_{x} = 10^{-6} \cdot \sum_{i=0}^{V} (D_{\text{soll},i})^{2} ,$$
 (4.3.20)

verwendet. Der Vektor  $\vec{D}_{soll}$  wurde am Anfang dieses Abschnitts definiert. Der Schwellwert  $\varepsilon_x$  nach Gleichung (4.3.20) garantiert, dass die Abweichung zwischen  $\vec{f}(\vec{x}, \vec{\lambda})$  und  $\vec{D}_{soll}$  kleiner gleich 0,1% ist.

# 5 Kompensation der chromatischen Dispersion: Simulationsergebnisse

die In diesem Kapitel werden Simulationsergebnisse für die chromatische Dispersionskompensation präsentiert. Zuerst wird der implementierte Algorithmus auf seine Zuverlässigkeit geprüft. Dazu wird die Kennlinie einer bekannten Struktur als Sollkurve eingegeben und dann mit den vom implementierten Algorithmus gelieferten Kurven verglichen. Die Eindeutigkeit der gelieferten Lösung eines Optimierungsproblems wird auch geprüft. Anschließend werden die gelieferten Simulationsergebnisse bei verschiedenen Sollkurven für die CD gezeigt. Hierbei werden zwei unterschiedlichen Grundstrukturen des PhCs verwendet. In den in diesem und auch im nächsten Kapitel gezeigten Vergleichsabbildungen werden die Soll-Kurven in blauen gepunkteten, die Kurven der Ausgangsstrukturen in grünen und die nach der Optimierung gelieferten Kurven in roten durchgezogenen Linien dargestellt.

# 5.1 Test des implementierten Optimierungsverfahrens

Um die Zuverlässigkeit des implementierten Hybrid-Optimierungsverfahrens zu testen und die Eindeutigkeit der gelieferten Ergebnisse zu prüfen, wurde zuerst die CD der Struktur nach Abbildung 5.1.1 als Sollkurve genommen.



Abbildung 5.1.1 Die Struktur des bekannten 1D PhCs

Die Ausgangsstruktur ist ein Multilayer bestehend aus sieben Doppellayern über dem Substrat, dann eine Defektschicht gefolgt von acht Doppellayern und dann kommt das Eintrittsmedium. Jeder Doppellayer hat die Breite  $\Lambda = d_1 + d_2$ , wobei  $d_1 = d_2 = 121$  nm ist, und besteht aus zwei Medien mit den Brechzahlen  $n_1 = 2,88$  und  $n_2 = 3,52$ . Die Defektschicht hat ebenso die Dicke  $d_z = 121$  nm. Das Substrat, die Defektschicht sowie das Eintrittsmedium

bestehen aus dem gleichen Medium mit der Brechzahl  $n_{med} = n_{sub} = n_z = 3,2$ . Die gelieferte Kurve der CD wird als Sollkurve für das implementierte Optimierungshybridverfahren verwendet. Nun soll eine PhCs-Struktur gefunden werden, welche die gleiche Kurve der CD liefert. Natürlich wird allgemein von einer beliebigen Struktur ausgegangen, wobei alle Parameter unbekannt sind, selbst die Anzahl der Doppellayer der Struktur. Alle Parameter des PhCs sollen optimiert werden, damit die gefunden Struktur die gewünschte CD liefert. Die Ausgangsstruktur soll dann aus  $N_2$  Doppellayern mit den zu bestimmenden Brechzahlen  $n_1$ und  $n_2$  und Dicken  $d_1$  und  $d_2$  bestehen. Die Anzahl  $N_2$  der Doppellayer wird immer am Anfang festgelegt und bleibt bei der gesamten Optimierung der Struktur konstant. Dies ist notwendig, damit die Länge der Chromosome aller Individuen der Population des GAs gleich bleibt. Nur so ist die Reproduktion möglich. Zwischen den Doppellayern werden  $N_z$  virtuelle Defektschichten eingebracht, wobei  $N_z = N_2 - 1$  ist. Die Defektschichten haben alle die gleiche Brechzahl  $n_z$  aber unterschiedliche Dicken  $d_{z_1}, d_{z_2}, ..., d_{z_{N_z}}$ . Diese Schichten sind zuerst virtuell, da diese eine zu optimierender Dicke haben, die zwischen 0 nm und  $d_{max}$ (siehe Abschnitt 4.2.7) liegt. Liefert der Optimierungsalgorithmus eine oder mehrere Defektschichtdicken, deren Dicke kleiner als 1 fm sind, werden diese Defektschichten ignoriert. Zusätzlich werden auch die Brechzahlen des Substrats  $n_{sub}$  und Eintrittsmediums  $n_{\rm med}$  optimiert. Die Grundstruktur des PhCs mit den zu optimierenden Parametern wird in folgendem Bild dargestellt.



#### Abbildung 5.1.2 Die Ausgangsstruktur des 1D PhCs mit den zu optimierenden Parametern

Zuerst wird die Anzahl der Doppellayer der Struktur als bekannt vorausgesetzt. Alle Parameter einer Struktur mit  $N_2 = 15$  Doppellayer werden optimiert. Die Voraussetzung der bekannten Anzahl an Doppellayer dient der Prüfung der Eindeutigkeit der gelieferten Ergebnisse. Sollten alle Parameter der optimierten Struktur exakt oder annähernd die Werte der Sollstruktur haben, so gibt es nur eine einzige mögliche Lösung. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.1.1 angegeben. Die Brechzahlen haben keine Einheit. Alle Dicken werden in Meter eingegeben. Die Soll-, zu Beginn und am Ende der Optimierung gelieferten CD-Kurven sind in Abbildung 5.1.3 zu sehen.

			1			1		
	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
	2 2044	2 8 4 2 0	7	0.50242.12	2 50262 12	1	1 1622 10	1 1262 07
$n_{sub}$	2,0944	2,0420	$d_{z_1}$	9,39346-13	2,30306-13	$a_{z_8}$	1,1052e-10	1,12056-07
<i>n</i> .	2,2065	2,6854	d	9,4215e-09	1,0280e-11	d	6,9386e-11	1,5231e-11
med			<sup>cr</sup> z <sub>2</sub>	-		<sup>er</sup> z <sub>9</sub>		•
$n_1$	2,8742	3,1788	$d_{z_2}$	1,1423e-07	3,6463e-14	$d_{z_{10}}$	2,9592e-12	2,2608e-11
	0.7(00	0 (017	-	2 4662 07	0.0004 14	- 10	1 00/0 10	1 50 41 11
$n_2$	2,7692	2,6017	$d_{z_4}$	3,4663e-07	2,2204e-14	$d_{z_{11}}$	1,8860e-13	1,5241e-11
п	3,8140	3,4242	d	3.2496e-10	9.1263e-12	d	4.4199e-07	3.9902e-12
ν <sub>z</sub>	- )	- )	Z <sub>5</sub>	-,	- ,	<i>cv</i> <sub>z12</sub>	,	- ,
d	5 5733e-00	$1.1076e_{-}07$	d	5 1186e-08	3 18/15e-11	d	$25/100e_{-}08$	8 1528e-13
$a_1$	5,57550-07	1,17700-07	$a_{z_6}$	5,11000-00	5,10450-11	$a_{z_{13}}$	2,54770-00	0,15200-15
d	7 2093e-07	1 5155e-07	d	1 1645e-10	3 4084e-11	d	7 5951e-07	2.0289e-11
$a_2$	1,20750-07	1,51550-07	$a_{z_7}$	1,10+30-10	5,70070-11	$u_{z_{14}}$	1,57510-07	2,02070-11

Tabelle 5.1.1Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit  $N_2 = 15$ 



Abbildung 5.1.3 Die Soll-, zu Beginn und am Ende der Optimierung gelieferten CD-Kurven einer Struktur mit  $N_2 = 15$ 

Man sieht, dass die rot durchgezogene Kurve und die blau gepunktete Kurve in Abbildung 5.1.3 übereinander sind. Deshalb stimmen die Soll-Kurve und die nach der Optimierung gelieferten Kurve der CD mit einander überein. Die blauen Punkte in Abbildung 5.1.3 kennzeichnen auch die bei der Optimierung betrachteten Wellenlängen  $\lambda_1$ . Diese bilden den Vektor  $\vec{\lambda}$  (siehe Abschnitt 4.3). In einem Ausschnitt aus Abbildung 5.1.3, der in Abbildung

5.1.4 zu finden ist, sieht man deutlich, dass die am Ende der Optimierung berechneten CD-Werte und die Soll-CD-Werte gleich sind. Dies zeigt, dass der implementierte Optimierungsalgorithmus fähig ist eine Struktur mit einem gewünschten CD-Verlauf zu finden. Die Zahlenwerte der Parameter der gelieferten Struktur, die in Tabelle 5.1.1 zu finden sind, sind ungleich der der Ausgangsstruktur. Daraus kann man schließen, dass es mehrere Strukturen gibt, die einen gewünschten Verlauf der CD liefern können, auch wenn die Anzahl der Doppellayer bekannt ist.



Abbildung 5.1.4 Ausschnitt aus Abbildung 5.1.3

Die Änderung des Fitnesswerts in Abhängigkeit der Anzahl der Iterationen ist in der Abbildung 5.1.5 zu sehen. Je länger der Optimierungsalgorithmus läuft, desto kleiner wird der Fitnesswert. Bei der Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert nach 371 Iterationen von 2,8137·10<sup>-9</sup> auf 3,9019·10<sup>-18</sup>. Somit passt sich die vom Algorithmus gelieferte CD-Kurve der Sollkurve immer besser an. Man sieht auch, dass bei einigen Stellen Sprünge aufgetreten sind. Der implementierte Algorithmus hat bei diesen Iterationen durch Kreuzung und Mutation oder Unterraum-Vertrauensbereich-Methode größere Verbesserungen der Struktur gemacht als sonst bei den anderen Iterationen. Die Iterationen, bei den der DA im Einsatz gekommen ist, sind in Abbildung 5.1.5 und in Abbildung 5.1.8 entsprechend gekennzeichnet. Am Anfang der Optimierung, insbesondere in den ersten 15 Iterationen, hat der GA durch Kreuzung und Mutation zu einer sehr schnellen Verkleinerung des Fitnesswerts geführt. Der Fitnesswert wurde ungefähr um den Faktor 448584 verringert. Ab der 82sten Iteration wurden die Sprünge in Abbildung 5.1.5 nur von der Unterraum-Vertrauensbereich-Methode verursacht.

Der GA führte dagegen nur zu einer geringen Verbesserung. Nun hat der Algorithmus seine Zuverlässigkeit bewiesen. Es wurde auch gezeigt, dass es mehrere Strukturen gibt, die den gleichen Verlauf der CD liefern können. Daher ist die Eindeutigkeit der gelieferten Lösung nicht gegeben.



Abbildung 5.1.5 Änderung des Fitnesswerts in Abhängigkeit der Zahl der Iterationen bei  $N_2 = 15$ 

Nun soll die Anzahl der Doppellayer  $N_2 = 17$  sein. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.1.2 angegeben. Die Soll-, zu Beginn und am Ende der Optimierung gelieferten CD-Kurven sind in Abbildung 5.1.6 zu sehen.

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,2342	3,1016	$d_{z_1}$	1,2157e-13	1,0407e-07	$d_{z_9}$	5,9517e-13	6,3671e-08
n <sub>med</sub>	3,3308	3,5233	$d_{z_2}$	1,7690e-11	4,5083e-07	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	7,1367e-12	3,3727e-14
$n_1$	3,3207	3,7281	$d_{z_3}$	3,6366e-07	3,9981e-11	$d_{\mathrm{z}_{\mathrm{11}}}$	1,3010e-12	4,2146e-14
$n_2$	2,1761	2,5229	$d_{z_4}$	1,7551e-13	7,5595e-07	$d_{z_{12}}$	2,2882e-13	3,7648e-14
nz	3,5895	2,0750	$d_{z_5}$	1,4946e-12	3,5549e-09	$d_{z_{13}}$	5,5847e-07	4,5065e-08
$d_1$	5,8402e-13	1,5669e-07	$d_{z_6}$	7,0238e-08	2,5564e-07	$d_{\mathrm{z}_{\mathrm{14}}}$	9,5109e-08	8,9035e-08
$d_2$	3,9546e-07	1,4947e-14	$d_{z_7}$	8,2723e-07	1,6624e-08	$d_{z_{15}}$	1,7222e-07	1,0564e-07
			$\overline{d}_{z_8}$	1,6984e-09	1,4112e-08	$d_{z_{16}}$	1,9747e-10	1,2831e-07

Tabelle 5.1.2Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit  $N_2 = 17$ 



Abbildung 5.1.6 Die Soll-, zu Beginn und am Ende der Optimierung gelieferten CD-Kurven einer Struktur mit  $N_2 = 17$ 

Obwohl von einer Struktur mit  $N_2 \neq 15$  ausgegangen wurde, entspricht die gelieferte Kurve auch in diesem Fall fast der Sollkurve.



Abbildung 5.1.7 Ausschnitt aus Abbildung 5.1.6

In einem Ausschnitt aus Abbildung 5.1.6, der in Abbildung 5.1.7 zu finden ist, sieht man deutlich, dass, trotz der Ungleichheit der Anzahl an Doppellayer der Strukturen, die am Ende der Optimierung berechneten CD-Werte und die Soll-CD-Werte identisch sind. Die Änderung des Fitnesswerts in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationen ist in der Abbildung 5.1.8 zu

sehen. Je länger der Optimierungsalgorithmus läufte, desto kleiner wurde der Fitnesswert. Bei der Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert nach 856 Iterationen von 3,0674·10<sup>-9</sup> auf 6,5607·10<sup>-15</sup>. Der Fitnesswert der optimierten Struktur bei dieser Optimierung ist ca. 1000mal höher als der Fitnesswert bei der vorherigen und das obwohl die Simulation mehr als doppelt so lang gelaufen ist. Man sieht auch hier, dass bei einigen Stellen Sprünge aufgetreten sind. Am Anfang der Optimierung, insbesondere in den ersten 60 Iterationen, hat der GA durch Kreuzung und Mutation zu einer sehr schnellen Verkleinerung des Fitnesswerts geführt. Der Fitnesswert wurde ungefähr um den Faktor 3770 verringert. Ab der 252sten Iteration wurden die Sprünge in Abbildung 5.1.8 nur von der Unterraum-Vertrauensbereich-Methode verursacht. Der GA führte dagegen nur zu einer geringen Verbesserung. Nun hat der Hybrid-Algorithmus wieder seine Zuverlässigkeit bewiesen und kann verwendet werden.



Abbildung 5.1.8 Änderung des Fitnesswerts in Abhängigkeit der Zahl der Iterationen bei  $N_2 = 17$ 

# 5.2 Optimierung in Abhängigkeit von der Bandbreite

Mit den heutigen und zukünftigen dichten Wellenlängen-Multiplex-Netzwerken werden Daten mit sehr hohen Raten übertragen. Somit spielen nichtlineare Phänomene eine immer größer werdende Rolle. Durch die aktive Ausnutzung der nichtlinearen Phänomene wie z. B. Vierwellenmischung (engl.: four-wave mixing, FWM) und Selbstphasenmodulation (engl.: self phase modulation, SPM) ist es jedoch möglich optische Signale von mehreren Wellenlängen zu kombinieren, um z. B. Wellenlängenkonversion, Pulskompression, Solitontransmission, Wellenformänderung, usw. zu erreichen. Deshalb wurden hochnichtlineare dispersionverschobene Fasern (engl.: Highly nonlinear dispersion-shifted fiber, HNL-DSF) entwickelt. Diese haben i. a. eine kleine Dämpfung und weisen eine fast konstante CD über einen großen Wellenlängenbereich auf. Die Steigung der Kurven der CD dieser Art von Fasern beträgt  $0.02 \text{ ps/(nm}^2 \cdot \text{km})$  oder weniger [Hir03], [Tak05]. Deshalb werden in Abschnitt Strukturen gesucht, die in einem immer größer diesem werdenden Wellenlängenbereich einen linearen Verlauf von der CD aufweisen. Der betrachtete Wellenlängenbereich soll zuerst 10 nm betragen und wird dann in 10 nm Schritten auf 50 nm ausgedehnt. Der Verlauf der Soll-CD-Kurve kann sowohl fallend als auch steigend sein. Die Steigung der Soll-CD-Kurven beträgt ±0,002 ps/(nm<sup>2</sup> · km) Die Strukturen mit den fallenden CD-Kurven können somit die CD von 100 Meter oder mehr HNL-DSF kompensieren. Ist die Steigung der Kurven der CD gleich 0,07 ps/(nm<sup>2</sup> · km) wie das der Fall bei normalen Dispersionverschobenen Fasern ist [Brü03], so können die Strukturen die CD von nur 28,57 Meter solcher Fasern kompensieren. Bei einer vorgegebenen Soll-CD-Kurve und vorgegebendem Wellenlängenbereich werden mehrere Strukturen mit unterschiedlicher Anzahl  $N_2$  an Doppellayern optimiert. Aufgrund der begrenzten Anzahl an Matlab-Lizenzen, die zur Verfügung stehen, einerseits und damit der Server nicht so sehr von einer Person belastet wird andererseits, konnten bei jedem Wellenlängenbereich nur einige Simulationen mit unterschiedlicher Anzahl  $N_2$  an Doppellayern gestartet werden. Auch Simulationen mit reellwertiger bzw. binärer Kodierung für den GA wurden ausgeführt. Dies alles soll die Wahrscheinlichkeit, eine optimale Struktur zu finden, erhöhen. Nur die Parameter der besten photonischen Kristalle und die dazu gehörigen CD-Kurven werden dann in den folgenden Abschnitten präsentiert. Die Wellenlängen bei den optimiert wurde, sind in den Abbildungen mit blauen Punkten gekennzeichnet. Die Gestalt der PhCs, die in diesem Abschnitt optimiert wurden, ist in Abbildung 5.1.2 zu sehen.

#### 5.2.1 10 nm Bandbreite

In diesem Abschnitt werden PhCs gesucht, die zwischen 1545 nm und 1555 nm einen linearen Verlauf der CD zwischen  $\pm 0,01$  ps/nm haben. Die Verläufe der beiden besten Optimierungsergebnisse bei einem fallenden CD-Verlauf sind in Abbildung 5.2.1 und Abbildung 5.2.2 zu sehen. Die besten Ergebnisse wurden bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die gelieferten Kurven sind fast identisch zur Sollkurve, da die blau gepunkteten Soll-Kurven und die rot durchgezogenen gelieferten Kurven übereinander sind.



Abbildung 5.2.1 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 10 nm Bandbreite, erste Möglichkeit

Die Parameter der besten Strukturen der Anfangspopulationen und der am Ende der Optimierung gelieferten Strukturen werden in Tabelle 5.2.1 bzw. Tabelle 5.2.2 angegeben. Wenn die optimierten Parameter in den Tabellen verglichen werden, sieht man, dass trotz der gleichen Anzahl  $N_2$  der Doppellayer die beiden PhCs unterschiedlich sind. Dies zeigt wieder, dass der implementierte Algorithmus fähig ist mehrere Strukturen zu liefern, wenn dies überhaupt möglich ist.

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,5660	3,5661	$d_{z_1}$	6,1554e-10	1,0018e-11	$d_{z_9}$	1,3295e-14	1,5137e-08
n <sub>med</sub>	1,7013	1,7442	$d_{z_2}$	6,6070e-07	6,2500e-07	$d_{z_{10}}$	9,7665e-20	1,5625e-08
$n_1$	3,0925	3,0925	$d_{z_3}$	2,5257e-08	5,4691e-08	$d_{z_{11}}$	2,5589e-10	9,7829e-10
$n_2$	3,2592	3,2594	$d_{z_4}$	6,6505e-07	6,6419e-07	$d_{z_{12}}$	1,6388e-12	1,1184e-13
n <sub>z</sub>	1,8119	1,8087	$d_{z_5}$	2,8292e-07	2,8509e-07	$d_{z_{13}}$	1,8131e-16	4,8903e-10
$d_1$	7,8919e-07	7,8909e-07	$d_{z_6}$	1,8945e-09	9,7703e-10	$d_{z_{14}}$	6,1169e-12	2,4406e-10
$d_2$	3,9303e-07	3,9279e-07	$d_{z_7}$	1,2454e-15	1,2776e-12	$d_{z_{15}}$	7,4552e-09	2,2949e-08
			$d_{z_{\alpha}}$	5,6138e-09	5,6152e-09	$d_{z_{1}}$	1,1500e-14	7,5093e-10

 Tabelle 5.2.1
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.1

Bei der ersten Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert nach 335 Iterationen von  $4,672 \cdot 10^{-9}$  auf  $1,5838 \cdot 10^{-12}$  und bei der zweiten von  $5,061 \cdot 10^{-9}$  auf  $1,0412 \cdot 10^{-13}$  nach 441 Iterationen. Die Gesamtlänge der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.1 beträgt 21,784 µm und die der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.2 beträgt nur 15,488 µm.



Abbildung 5.2.2 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 10 nm Bandbreite, zweite Möglichkeit

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,5640	1,5903	$d_{z_1}$	7,5408e-14	7,7198e-11	$d_{z_9}$	2,4491e-07	2,3023e-07
n <sub>med</sub>	3,2060	1,7114	$d_{z_2}$	1,5575e-08	2,5209e-07	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	1,2928e-12	6,1155e-11
$n_1$	1,1604	1,1599	$d_{z_3}$	2,7806e-11	1,5289e-10	$d_{z_{11}}$	1,6344e-09	1,5908e-09
$n_2$	3,3678	3,3678	$d_{z_4}$	1,0568e-08	9,7663e-09	$d_{z_{12}}$	2,1628e-10	1,8779e-10
n <sub>z</sub>	2,3372	2,3359	$d_{z_5}$	5,2249e-10	6,0163e-10	$d_{z_{13}}$	7,8548e-08	7,9111e-08
$d_1$	1,0086e-07	1,0086e-07	$d_{z_6}$	2,5205e-11	1,2344e-09	$d_{_{\rm Z_{14}}}$	3,8718e-14	4,8632e-10
$d_2$	7,5842e-07	7,5940e-07	$d_{z_7}$	2,7808e-07	2,7822e-07	$d_{z_{15}}$	3,6046e-17	7,8492e-09
			$d_{z_{2}}$	1,5624e-11	1,4610e-09	$d_{z_{i}}$	2,4765e-12	3,3440e-10

 Tabelle 5.2.2
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.2

Der optimale PhC nach Tabelle 5.2.2 ist somit ca. 6,3 µm kleiner als der nach Tabelle 5.2.1. Bei einer steigenden Soll-CD-Kurve wurden auch mehrere Strukturen mit unterschiedlicher Anzahl  $N_2$  an Doppellayern optimiert. Das beste Ergebnis wurde für  $N_2 = 18$  geliefert und ist in Abbildung 5.2.3 zu sehen. Man sieht, dass es noch eine kleine Abweichung zwischen der Soll-CD-Kurve und der am Ende der Optimierung gelieferten CD-Kurve geblieben ist. Läuft der Optimierungsalgorithmus länger, wird ein besseres Ergebnis erzielt.



Abbildung 5.2.3 Optimierung bei steigender Soll-CD-Kurve über 10 nm Bandbreite

Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.3 gezeigt. Der Fitnesswert änderte sich bei der Optimierung nach 601 Iterationen von  $2,5118 \cdot 10^{-9}$  auf  $8,3965 \cdot 10^{-12}$  und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt  $22,527 \mu m$ .

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,5471	1,4219	$d_{z_2}$	9,4852e-08	3,4521e-07	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	6,3602e-08	6,3599e-08
$n_{\rm med}$	3,0758	3,0625	$d_{z_3}$	2,6503e-07	2,6465e-07	$d_{\mathrm{z}_{11}}$	4,2391e-08	4,1997e-08
$n_1$	3,7440	3,7440	$d_{z_4}$	9,6992e-07	9,7168e-07	$d_{z_{12}}$	1,8429e-08	2,2218e-08
$n_2$	3,5898	3,5898	$d_{z_5}$	6,8198e-07	6,8359e-07	$d_{z_{13}}$	3,2235e-10	2,4382e-09
n <sub>z</sub>	2,9414	2,9299	$d_{z_6}$	1,5503e-12	8,5422e-09	$d_{z_{14}}$	2,2697e-07	2,2668e-07
$d_1$	9,1494e-07	9,1498e-07	$d_{z_7}$	6,5372e-07	6,5427e-07	$d_{z_{15}}$	3,3913e-11	2,5000e-07
$d_2$	9,9631e-08	1,0028e-07	$d_{z_8}$	6,1147e-07	6,1158e-07	$d_{z_{16}}$	8,2268e-08	8,2032e-08
$d_{z_1}$	2,0419e-08	2,3437e-08	$d_{z_{q}}$	8,0602e-18	5,0835e-14	$d_{z_{17}}$	1,2578e-11	2,1328e-10

 Tabelle 5.2.3
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.3

# 5.2.2 20 nm Bandbreite

Nun werden PhCs gesucht, die zwischen 1540 nm und 1560 nm einen linearen Verlauf der CD zwischen  $\pm 0,02$  ps/nm haben. Die Verläufe der beiden besten Optimierungsergebnisse bei einem fallenden CD-Verlauf sind in Abbildung 5.2.4 und Abbildung 5.2.5 zu sehen. Die besten Ergebnisse wurden bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  für die erste Optimierung und  $N_2 = 19$  für die zweite Optimierung geliefert.



Abbildung 5.2.4 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 20 nm Bandbreite mit  $N_2 = 17$ 

Die Parameter der besten Strukturen der Anfangspopulationen und der am Ende der Optimierung gelieferten Strukturen werden in Tabelle 5.2.4 bzw. Tabelle 5.2.5 angegeben.

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,3220	2,0784	$d_{z_1}$	4,3965e-07	5,6738e-07	$d_{z_9}$	6,6097e-08	2,5212e-14
n <sub>med</sub>	2,8765	1,5625	$d_{z_2}$	2,4817e-08	1,5641e-08	$d_{z_{10}}$	8,5206e-11	3,6887e-13
$n_1$	3,7908	1,75	$d_{z_3}$	2,1529e-08	5,959e-13	$d_{z_{11}}$	7,7964e-10	1,9604e-07
$n_2$	2,6645	3,4653	$d_{z_4}$	1,1163e-09	4,1016e-07	$d_{z_{12}}$	2,201e-08	2,1484e-07
n <sub>z</sub>	2,4400	2,5355	$d_{z_5}$	1,141e-07	6,4453e-07	$d_{z_{13}}$	4,4403e-17	6,4523e-13
$d_1$	5,2058e-07	5,2637e-09	$d_{z_6}$	2,539e-10	9,1796e-08	$d_{z_{14}}$	3,5204e-07	5,9326e-07
$d_2$	7,3821e-13	8,2499e-07	$d_{z_7}$	7,3586e-07	3,9282e-07	$d_{z_{15}}$	3,3772e-10	5,2734e-08
			$d_{z_{\circ}}$	1,7063e-07	3,1251e-08	$d_{z_{16}}$	2,8825e-07	2,9293e-09

 Tabelle 5.2.4
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.4

Bei der Optimierung der Struktur mit  $N_2 = 17$  verkleinerte sich der Fitnesswert nach 991 Iterationen von 3,4263·10<sup>-9</sup> auf 2,5709·10<sup>-11</sup> und mit  $N_2 = 19$  von 5,3671·10<sup>-9</sup> auf 1,6317·10<sup>-11</sup> nach 1621 Iterationen. Die Gesamtlänge der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.4 beträgt 17,328 µm und die der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.5 beträgt aber 27,942 µm. Der optimale PhC nach Tabelle 5.2.4 ist somit ca. 10,6 µm kleiner als der nach Tabelle 5.2.5. Dies ist logisch, da die zweite Struktur mehr Schichten hat als die erste.



Abbildung 5.2.5 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 20 nm Bandbreite mit  $N_2 = 19$ 

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,1236	2,8867	$d_{z_2}$	8,3549e-08	3,9798e-13	$d_{z_{11}}$	1,2108e-13	3,8956e-09
n <sub>med</sub>	1,0725	1,7031	$d_{z_3}$	7,6756e-17	1,9251e-13	$d_{z_{12}}$	1,7772e-10	1,4062e-07
$n_1$	1,0684	3,3328	$d_{z_4}$	6,6077e-12	9,2570e-14	$d_{z_{13}}$	9,9494e-07	1,4062e-07
$n_2$	1,4023	1,6973	$d_{z_5}$	4,7823e-08	1,2500e-07	$d_{z_{14}}$	2,4828e-07	1,8750e-07
n <sub>z</sub>	3,4977	2,2305	$d_{z_6}$	2,8651e-09	7,5151e-07	$d_{z_{15}}$	8,2046e-14	3,9062e-09
$d_1$	4,6022e-08	7,9541e-07	$d_{z_7}$	6,4590e-07	5,0781e-07	$d_{z_{16}}$	3,8920e-07	1,5625e-08
$d_2$	9,2314e-07	5,5397e-07	$d_{z_8}$	2,6283e-12	2,2460e-08	$d_{z_{17}}$	3,6083e-09	3,7500e-07
$d_{z_1}$	4,5520e-08	4,8773e-13	$d_{z_9}$	2,2042e-08	2,3413e-08	$d_{z_{18}}$	8,6190e-10	4,3947e-09
			$d_{-}$	1,5312e-09	1,7027e-09			

 Tabelle 5.2.5
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.5

Die beste angepasste CD-Kurve zu einer steigenden Soll-CD-Kurve wurde bei einer binären Kodierung für den GA für  $N_2 = 30$  geliefert und ist in Abbildung 5.2.6 zu sehen. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.6 gezeigt. Der Fitnesswert änderte sich bei der Optimierung nach 2251 Iterationen von 1,9727·10<sup>-9</sup> auf 2,5857·10<sup>-11</sup> und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 29,364 µm. Auch bei 20 nm Bandbreite hat der implementierte Optimierungsalgorithmus bei fallenden Soll-CD-Kurven bessere Ergebnisse geliefert als bei der steigenden.



Abbildung 5.2.6	Optimierung	bei steigende	r Soll-CD-Ku	rve über 20 n	im Bandbreite

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,0995	2,1197	$d_{z_6}$	1,6330e-12	1,6601e-08	$d_{z_{18}}$	1,0103e-09	1,9403e-09
n <sub>med</sub>	3,8890	3,6545	$d_{z_7}$	1,2645e-11	3,9056e-09	$d_{z_{19}}$	7,1942e-08	7,4216e-08
$n_1$	3,3621	3,3650	$d_{z_8}$	1,9593e-11	5,0194e-07	$d_{z_{20}}$	5,3303e-07	5,3325e-07
$n_2$	2,9870	2,8750	$d_{z_9}$	2,9062e-15	7,8003e-09	$d_{z_{21}}$	2,8473e-08	3,0233e-08
n <sub>z</sub>	2,3032	2,3008	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	2,4447e-09	5,5128e-13	$d_{z_{22}}$	1,3583e-10	2,0039e-09
$d_1$	8,3943e-07	8,3887e-07	$d_{z_{11}}$	1,1094e-10	2,1687e-12	$d_{z_{23}}$	2,2255e-14	4,3127e-12
$d_2$	1,7102e-08	1,6175e-08	$d_{z_{12}}$	7,1941e-09	7,8064e-09	$d_{z_{24}}$	6,2330e-07	6,2499e-07
$d_{z_1}$	1,6815e-10	3,7095e-08	$d_{z_{13}}$	8,5115e-07	8,5012e-07	$d_{z_{25}}$	2,0317e-12	3,9289e-13
$d_{z_2}$	1,1401e-09	3,1242e-08	$d_{_{\rm Z_{14}}}$	1,9204e-08	1,9523e-08	$d_{z_{26}}$	2,6241e-07	2,5781e-07
$d_{z_3}$	2,9998e-07	2,9878e-07	$d_{z_{15}}$	2,7677e-07	2,7344e-07	$d_{z_{27}}$	9,3763e-10	2,0865e-12
$d_{z_4}$	1,6233e-07	1,2888e-07	$d_{z_{16}}$	1,9324e-09	3,8077e-09	$d_{z_{28}}$	2,3554e-09	3,7618e-14
$d_{z_5}$	8,3489e-09	1,6344e-10	$d_{z_{17}}$	6,5047e-20	3,4145e-09	$d_{z_{29}}$	5,5519e-09	3,9067e-09

 Tabelle 5.2.6
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.6

# 5.2.3 30 nm Bandbreite

Zwischen 1535 nm und 1565 nm werden PhCs gesucht, die einen linearen Verlauf der CD zwischen  $\pm 0,03$  ps/nm haben. Die Verläufe der beiden besten Optimierungsergebnisse bei einem fallenden CD-Verlauf sind in Abbildung 5.2.7 und Abbildung 5.2.8 zu sehen. Die besten Ergebnisse wurden bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 50$  für die erste Optimierung und  $N_2 = 30$  für die zweite Optimierung geliefert.



Abbildung 5.2.7 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 30 nm Bandbreite mit  $N_2 = 50$ 

Die Parameter der besten Strukturen der Anfangspopulationen und der am Ende der Optimierung gelieferten Strukturen werden in Tabelle 5.2.7 bzw. Tabelle 5.2.8 angegeben. Bei der Optimierung der Struktur mit  $N_2 = 50$  verkleinerte sich der Fitnesswert nach 1261 Iterationen von 1,9293·10<sup>-9</sup> auf 6,8126·10<sup>-12</sup> und mit  $N_2 = 30$  von 3,8524·10<sup>-9</sup> auf 4,0268·10<sup>-11</sup> nach 991 Iterationen. Die Gesamtlänge der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.7 beträgt 44,541 µm und die der optimierten Struktur nach Tabelle 5.2.8 beträgt aber 24,857 µm. Der optimale PhC nach Tabelle 5.2.7 ist somit ca. 19,68 µm größer als der nach Tabelle 5.2.8. Obwohl die Bandbreite in diesem Abschnitt größer als die des Abschnitts 5.2.2 ist, lieferte die erste Optimierung einen kleineren Fitnesswert als die bei 20 nm Bandbreite erreichten Fitnesswerte. Die Struktur mit einer größeren Anzahl  $N_2$  an Doppellayern liefert bessere Ergebnisse als die mit einer kleineren. Im Abschnitt 5.2.2 wurde genau das Gleiche erreicht. Je mehr Doppellayer bzw. Defektschichten die Struktur besitzt, desto einfacher ist es für den Algorithmus einen passenden PhC zu finden, der die gewünschte CD besitzt. Mehr Doppellayer bzw. Defektschichten bedeuten aber auch mehr benötigte Rechenzeit bzw. Speicherplatz, da mehr Parameter zu optimieren sind.

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,2441	4,6594	$d_{z_{12}}$	1,4353e-07	5,4419e-09	$d_{z_{31}}$	3,4534e-08	5,7851e-07
n <sub>med</sub>	1,1405	2,1311	$d_{z_{13}}$	8,8815e-07	3,4184e-08	$d_{z_{32}}$	1,2793e-08	1,0194e-07
$n_1$	4,8633	1,3854	$d_{z_{14}}$	6,0015e-12	7,9131e-11	$d_{z_{33}}$	7,5552e-15	7,6487e-10
$n_2$	3,8631	2,0063	$d_{z_{15}}$	1,4262e-08	4,3749e-10	$d_{z_{34}}$	7,5797e-23	8,7969e-08
n <sub>z</sub>	4,7077	4,0883	$d_{z_{16}}$	7,7126e-07	2,1657e-09	$d_{z_{35}}$	1,3983e-06	1,6916e-09
$d_1$	1,7792e-09	9,1513e-12	$d_{z_{17}}$	1,1979e-15	3,4129e-09	$d_{z_{36}}$	1,7702e-10	4,9047e-11
$d_2$	2,2510e-27	8,1923e-07	$d_{z_{18}}$	3,9034e-13	7,0965e-10	$d_{z_{37}}$	1,3467e-13	1,6072e-09
$d_{z_1}$	7,1070e-10	1,3145e-11	$d_{z_{19}}$	5,7199e-17	1,2538e-09	$d_{z_{38}}$	7,2270e-10	3,0764e-08
$d_{z_2}$	8,5250e-07	1,2382e-09	$d_{z_{20}}$	2,9324e-08	3,7150e-10	$d_{z_{39}}$	1,4823e-14	4,8517e-10
$d_{z_3}$	2,3949e-13	1,3240e-10	$d_{z_{21}}$	6,4686e-10	4,4471e-09	$d_{z_{40}}$	1,3993e-07	3,9918e-09
$d_{z_4}$	2,1610e-08	4,6464e-11	$d_{z_{22}}$	4,6865e-09	1,0955e-09	$d_{z_{41}}$	5,1889e-12	4,5498e-08
$d_{z_5}$	2,5906e-13	1,6410e-10	$d_{z_{23}}$	5,6955e-09	2,0477e-07	$d_{z_{42}}$	2,8980e-10	4,6581e-10
$d_{z_6}$	7,7098e-08	1,4455e-09	$d_{z_{24}}$	7,4803e-08	2,2689e-09	$d_{z_{43}}$	1,7390e-13	2,9498e-07
$d_{z_7}$	2,1580e-09	5,8120e-09	$d_{z_{25}}$	3,3156e-09	9,8752e-10	$d_{z_{44}}$	2,1943e-08	3,6666e-10
$d_{z_8}$	1,3813e-10	2,5807e-09	$d_{z_{26}}$	2,0855e-17	1,4867e-08	$d_{z_{45}}$	4,9798e-14	2,8618e-07
$d_{z_9}$	7,4106e-07	2,3214e-09	$d_{z_{27}}$	8,4081e-07	2,5046e-10	$d_{z_{46}}$	3,3304e-08	1,8779e-08
$d_{z_{10}}$	6,0402e-08	1,1822e-08	$d_{z_{28}}$	1,0482e-07	1,7092e-07	$d_{z_{47}}$	7,4256e-07	1,8891e-07
$d_{z_{11}}$	1,1193e-07	4,0413e-08	$d_{z_{29}}$	7,8960e-08	7,4817e-07	$d_{z_{48}}$	1,5770e-15	1,9628e-07
			$d_{z_{20}}$	2,2580e-08	2,8270e-07	$d_{z_{40}}$	1,1050e-10	1,9436e-07

 Tabelle 5.2.7
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.7



Abbildung 5.2.8 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 30 nm Bandbreite mit  $N_2 = 30$ 

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	4,8034	4,3125	$d_{z_6}$	5,5554e-09	4,3960e-09	$d_{z_{18}}$	8,7085e-12	2,0002e-12
n <sub>med</sub>	2,1968	2,4842	$d_{z_7}$	2,7974e-07	2,7684e-07	$d_{z_{19}}$	2,4339e-11	5,9920e-13
$n_1$	3,3126	3,3126	$d_{z_8}$	2,7268e-09	2,9286e-09	$d_{z_{20}}$	2,5316e-08	2,4903e-08
$n_2$	1,7335	1,7324	$d_{z_9}$	1,9591e-19	6,5907e-09	$d_{z_{21}}$	9,8134e-11	1,4707e-13
n <sub>z</sub>	2,1209	2,1211	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	7,3534e-07	7,3535e-07	$d_{z_{22}}$	1,6180e-07	1,5822e-07
$d_1$	3,6509e-07	3,6502e-07	$d_{z_{11}}$	1,3626e-06	9,8877e-07	$d_{z_{23}}$	1,7054e-09	1,8300e-09
$d_2$	3,5103e-07	3,5101e-07	$d_{z_{12}}$	2,4725e-13	1,4648e-09	$d_{z_{24}}$	6,3249e-11	1,4633e-09
$d_{z_1}$	3,6459e-07	3,6328e-07	$d_{z_{13}}$	1,9164e-14	1,4645e-09	$d_{z_{25}}$	1,5275e-12	2,9431e-09
$d_{z_2}$	1,6849e-08	1,6846e-08	$d_{_{\rm Z_{14}}}$	4,9165e-07	4,9219e-07	$d_{z_{26}}$	3,5568e-08	3,5979e-08
$d_{z_3}$	1,5474e-10	3,2408e-12	$d_{z_{15}}$	2,1528e-07	2,1478e-07	$d_{z_{27}}$	4,8642e-10	1,4634e-08
$d_{z_4}$	1,0382e-09	1,0567e-09	$d_{z_{16}}$	1,1057e-09	1,4054e-12	$d_{z_{28}}$	6,2125e-11	1,1335e-09
$d_{z_5}$	6,9903e-10	7,2476e-13	$d_{z_{17}}$	1,8576e-08	1,8311e-08	$d_{z_{29}}$	2,2709e-08	1,1010e-08

 Tabelle 5.2.8
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.8

Die beste angepasste CD-Kurve zu einer steigenden Soll-CD-Kurve bei 30 nm Bandbreite wurde bei einer binären Kodierung für den GA für  $N_2 = 50$  geliefert und ist in Abbildung 5.2.9 zu sehen. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.9 gezeigt. Der Fitnesswert änderte sich nach 1351 Iterationen von 1,2001·10<sup>-8</sup> auf 8,3111·10<sup>-10</sup> und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 15,363 µm.



Abbildung 5.2.9 Optimierung bei steigender Soll-CD-Kurve über 30 nm Bandbreite

Auch bei 30 nm Bandbreite hat der implementierte Optimierungsalgorithmus bei fallenden Soll-CD-Kurven bessere Ergebnisse geliefert als bei der steigenden. Je größer die Bandbreite wird, desto schwieriger kann bei steigender Soll-CD-Kurve und relativ kleiner Anzahl  $N_2$  an Doppellayern eine PhCs-Struktur gefunden werden, welche die Soll-CD-Kurve realisiert. Strukturen mit  $N_2 > 100$  können bessere Ergebnisse liefern.

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,8617	2,0005	$d_{z_{12}}$	9,9689e-07	9,8855e-07	$d_{z_{31}}$	1,1099e-08	1,1531e-08
n <sub>med</sub>	3,4425	3,4955	$d_{z_{13}}$	5,4265e-08	5,3945e-08	$d_{z_{32}}$	5,5051e-11	1,3569e-09
$n_1$	1,0990	1,0034	$d_{z_{14}}$	1,0171e-06	1,0177e-06	$d_{z_{33}}$	4,7912e-18	3,1438e-11
$n_2$	3,4278	1,0507	$d_{z_{15}}$	4,9927e-08	4,7172e-08	$d_{z_{34}}$	1,5302e-08	7,6471e-07
n <sub>z</sub>	4,4417	4,4416	$d_{z_{16}}$	2,4754e-11	1,8767e-07	$d_{z_{35}}$	9,7546e-07	9,7517e-07
$d_1$	2,5222e-08	2,4991e-08	$d_{z_{17}}$	2,0317e-07	2,0388e-07	$d_{z_{36}}$	2,2845e-09	2,0156e-09
$d_2$	2,3395e-10	3,6079e-10	$d_{z_{18}}$	1,7061e-07	7,1133e-07	$d_{z_{37}}$	3,4120e-20	1,8985e-07
$d_{z_1}$	6,2469e-09	5,9265e-09	$d_{z_{19}}$	9,9487e-10	3,9676e-09	$d_{z_{38}}$	7,5470e-14	6,4794e-09
$d_{z_2}$	1,2660e-06	1,2661e-06	$d_{z_{20}}$	4,0165e-08	3,9654e-08	$d_{z_{39}}$	7,8682e-07	7,8555e-07
$d_{z_3}$	2,1273e-08	1,9895e-07	$d_{z_{21}}$	3,6366e-09	3,0807e-09	$d_{z_{40}}$	1,0865e-12	1,8766e-07
$d_{z_4}$	4,7123e-10	2,4509e-10	$d_{z_{22}}$	2,7002e-20	3,0202e-09	$d_{z_{41}}$	1,4091e-09	2,9677e-10
$d_{z_5}$	7,8112e-07	7,7933e-07	$d_{z_{23}}$	1,9503e-08	2,3024e-09	$d_{z_{42}}$	8,8862e-09	1,4136e-10
$d_{z_6}$	2,3509e-12	1,7235e-10	$d_{z_{24}}$	5,3971e-21	4,6281e-09	$d_{z_{43}}$	3,7697e-20	2,8049e-10
$d_{z_7}$	2,2933e-11	1,6423e-09	$d_{z_{25}}$	6,0341e-07	6,0812e-07	$d_{z_{44}}$	1,8637e-15	5,4176e-11
$d_{z_8}$	3,2157e-07	3,2023e-07	$d_{z_{26}}$	5,5831e-11	6,2143e-10	$d_{z_{45}}$	1,8590e-15	1,1713e-10
$d_{z_9}$	7,6710e-08	7,7187e-08	$d_{z_{27}}$	5,9831e-11	2,3080e-09	$d_{z_{46}}$	4,8751e-16	1,1252e-06
$d_{z_{10}}$	7,5921e-12	1,8532e-09	$d_{z_{28}}$	1,0334e-08	2,3901e-09	$d_{z_{47}}$	7,5311e-07	9,3761e-07
$d_{\mathbf{z}_{11}}$	4,5700e-07	4,5639e-07	$d_{z_{29}}$	1,3831e-06	1,3866e-06	$d_{z_{48}}$	4,0269e-07	3,7500e-07
			$d_{\pi}$	1,9641e-11	1,2353e-09	$d_{\pi}$	1,1150e-06	3,5157e-07

Tabelle 5.2.9Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.9

# 5.2.4 40 nm Bandbreite

Zwischen 1530 nm und 1570 nm werden PhCs gesucht, die einen linearen Verlauf der CD zwischen  $\pm 0,04$  ps/nm haben. Der Verlauf der nach der Optimierung besten Struktur bei einem fallenden CD-Verlauf ist in Abbildung 5.2.10 zu sehen. Das beste Ergebnis wurde bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.10 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 2251 Iterationen von 1,0551·10<sup>-8</sup> auf 1,9541·10<sup>-10</sup> und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 21,035 µm. Bei der Optimierung über 40 nm Bandbreite ist der erreichte Fitnesswert noch ziemlich hoch, obwohl die Simulation ziemlich lang gelaufen ist. Eine bessere Struktur kann immer gefunden werden, da der implementierte Algorithmus einen stochastischen Teil besitzt.



Abbildung 5.2.10 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 40 nm Bandbreite

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,2717	1,5674	$d_{z_1}$	1,6337e-28	9,5938e-07	$d_{z_9}$	3,4886e-12	5,5009e-07
n <sub>med</sub>	1,3686	1,2556	$d_{z_2}$	1,8541e-09	3,0114e-07	$d_{z_{10}}$	9,1264e-08	5,7729e-07
$n_1$	1,7180	4,4356	$d_{z_3}$	1,7093e-07	2,4787e-06	$d_{z_{11}}$	6,9332e-09	1,4030e-08
$n_2$	3,8046	1,9348	$d_{z_4}$	2,8369e-07	3,8837e-08	$d_{z_{12}}$	1,8899e-08	1,1976e-06
n <sub>z</sub>	4,4083	1,6286	$d_{z_5}$	2,8543e-09	1,5833e-07	$d_{z_{13}}$	3,6023e-08	8,4173e-07
$d_1$	4,8969e-07	6,0232e-08	$d_{z_6}$	3,5735e-13	4,7179e-06	$d_{z_{14}}$	2,3039e-15	1,3998e-06
$d_2$	1,7526e-18	6,1019e-08	$d_{z_7}$	1,5871e-06	1,7412e-07	$d_{z_{15}}$	7,1597e-24	2,5595e-06
			$d_{z_{\circ}}$	1,9676e-20	1,4750e-07	$d_{z_{16}}$	9,9326e-07	1,4022e-06

 Tabelle 5.2.10
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.10

Die beste angepasste CD-Kurve zu einer steigenden Soll-CD-Kurve bei 40 nm Bandbreite wurde bei einer binären Kodierung für den GA für  $N_2 = 17$  geliefert und ist in Abbildung 5.2.11 zu sehen. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.11 gezeigt. Der Fitnesswert änderte sich nach 2647 Iterationen nur von 2,7776·10<sup>-8</sup> auf 9,4528·10<sup>-9</sup> und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 38,844 µm. Wiederum hat der implementierte Optimierungsalgorithmus bei fallenden Soll-CD-Kurven bessere Ergebnisse geliefert als bei der steigenden. Bei 40 nm Bandbreite und relativ kleiner Anzahl  $N_2$  an Doppellayern konnte keine vernünftige PhCs-Struktur, die eine zufrieden stellende CD-Kurve liefert, gefunden werden.



Abbildung 5.2.11 Optimierung bei steigender Soll-CD-Kurve über 40 nm Bandbreite

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,0924	1,4140	$d_{z_1}$	5,7595e-08	4,9511e-06	$d_{z_9}$	4,4146e-06	5,4936e-07
n <sub>med</sub>	2,2475	1,0000	$d_{z_2}$	1,0445e-07	1,1219e-06	$d_{z_{10}}$	2,8198e-09	5,0562e-13
$n_1$	4,4061	2,9688	$d_{z_3}$	1,9353e-10	1,1600e-06	$d_{z_{11}}$	1,7031e-08	2,2234e-12
$n_2$	3,4142	3,4604	$d_{z_4}$	2,5615e-09	1,1719e-06	$d_{z_{12}}$	3,7287e-07	7,4181e-12
n <sub>z</sub>	2,9097	1,3296	$d_{z_5}$	7,2182e-09	4,9450e-06	$d_{z_{13}}$	1,2260e-07	4,9341e-06
$d_1$	4,8307e-08	3,7384e-08	$d_{z_6}$	9,1343e-10	1,7340e-06	$d_{z_{14}}$	1,9995e-09	2,3124e-06
$d_2$	1,5744e-07	8,6953e-07	$d_{z_7}$	1,7928e-09	5,6542e-07	$d_{z_{15}}$	8,6043e-11	5,6269e-07
			$d_{\tau}$	6,8965e-11	2,4641e-13	$d_{\tau}$	6,1400e-20	1,0072e-12

 Tabelle 5.2.11
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.11

#### 5.2.5 50 nm Bandbreite

Nun werden PhCs gesucht, die zwischen 1525 nm und 1575 nm einen linearen Verlauf der CD zwischen  $\pm 0,05$  ps/nm haben. Der Verlauf der nach der Optimierung besten Struktur bei einem fallenden CD-Verlauf ist in Abbildung 5.2.12 zu sehen. Das beste Ergebnis wurde bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.12 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 2251 Iterationen von 3,4993·10<sup>-8</sup> auf 6,8276·10<sup>-13</sup> und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 29,535 µm. Die Optimierung über 50 nm Bandbreite hat eine Struktur geliefert, die zwischen 1530 nm und 1570 nm eine bessere CD-Kurve hat als die der erreichten Struktur bei Abschnitt 5.2.4
(vergleiche Abbildung 5.2.10 und Abbildung 5.2.12). Beide Strukturen haben die gleiche Anzahl  $N_2$  an Doppellayern.



Abbildung 5.2.12 Optimierung bei abfallender Soll-CD-Kurve über 50 nm Bandbreite

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,6423	2,6078	$d_{z_1}$	1,9082e-07	2,0945e-07	$d_{z_9}$	3,2545e-18	1,6013e-08
n <sub>med</sub>	3,3486	3,4983	$d_{z_2}$	3,5267e-06	3,5289e-06	$d_{z_{10}}$	6,0100e-08	2,4788e-06
$n_1$	1,0812	1,5864	$d_{z_3}$	1,3956e-09	1,9042e-08	$d_{z_{11}}$	7,1652e-12	1,8738e-06
$n_2$	1,6679	1,6656	$d_{z_4}$	4,0471e-13	1,3787e-09	$d_{z_{12}}$	1,8567e-09	7,0336e-07
n <sub>z</sub>	4,4714	4,4675	$d_{z_5}$	1,6221e-06	1,6318e-06	$d_{z_{13}}$	8,2126e-17	1,3350e-06
$d_1$	3,5022e-08	3,4969e-08	$d_{z_6}$	2,1239e-12	2,4974e-06	$d_{z_{14}}$	1,5898e-11	2,0326e-07
$d_2$	5,4530e-07	5,4660e-07	$d_{z_7}$	4,2263e-15	1,5671e-06	$d_{z_{15}}$	3,0558e-17	2,6107e-06
			$d_{z_8}$	4,3362e-07	4,3443e-07	$d_{z_{16}}$	2,0488e-21	5,3803e-07

 Tabelle 5.2.12
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.12

Die beste angepasste CD-Kurve zu einer steigenden Soll-CD-Kurve bei 50 nm Bandbreite wurde bei einer binären Kodierung für den GA für  $N_2 = 17$  geliefert und ist in Abbildung 5.2.13 zu sehen. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.2.13 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 1801 Iterationen nur von 4,7657·10<sup>-8</sup> auf 1,6290·10<sup>-8</sup>, und die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 19,468 µm. Wiederum hat der implementierte Optimierungsalgorithmus bei relativ kleiner Anzahl  $N_2$  an Doppellayern keine vernünftige PhCs-Struktur, die eine zufrieden stellende CD-Kurve bei steigender Soll-CD-Kurve liefert, gefunden.



Abbildung 5.2.13 Optimierung bei steigender Soll-CD-Kurve über 50 nm Bandbreite

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,2268	2,8748	$d_{z_1}$	1,7594e-07	2,5571e-06	$d_{z_9}$	2,6536e-10	2,8706e-07
n <sub>med</sub>	3,4683	1,0002	$d_{z_2}$	6,0657e-08	7,4858e-09	$d_{z_{10}}$	1,0963e-10	3,9247e-06
$n_1$	3,4856	1,7657	$d_{z_3}$	3,5123e-22	3,4864e-06	$d_{z_{11}}$	1,9399e-12	3,8904e-07
$n_2$	2,5450	1,4727	$d_{z_4}$	3,2102e-18	1,3821e-07	$d_{z_{12}}$	4,1612e-08	2,3981e-08
n <sub>z</sub>	2,2736	4,5713	$d_{z_5}$	3,2318e-09	4,3941e-08	$d_{z_{13}}$	5,1411e-07	3,2314e-06
$d_1$	3,4937e-07	1,2778e-08	$d_{z_6}$	1,1503e-07	6,4500e-08	$d_{z_{14}}$	1,0727e-18	2,7298e-06
$d_2$	2,1148e-13	1,0091e-07	$d_{z_7}$	1,4939e-06	1,0890e-07	$d_{z_{15}}$	8,5667e-30	3,4546e-07
			$d_{\mathbf{z}_{\mathbf{z}}}$	8,6106e-07	1,3203e-08	$d_{z_{i}}$	3,6647e-08	1,8437e-07

 Tabelle 5.2.13
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.2.13

## 5.3 Optimierung bei Änderung der chromatischen Dispersion

Jetzt werden PhCs-Strukturen gesucht, die die CD einer Standard Monomodefaser mit vorgegebener Länge kompensieren können. Wie schon in Abschnitt 3.3 erwähnt, besitzt eine SMMF eine Dispersion von ca. 17 ps/(nm  $\cdot$  km) und eine Dispersionssteigung von 0,057 ps/(nm<sup>2</sup>  $\cdot$  km) bei einer Wellenlänge von 1550 nm [Brü03]. Zuerst wird versucht eine Dispersion von 150 ps/nm über einen Wellenlängenbereich von 0,3 nm zu kompensieren. Dies entspricht der Kompensation der Dispersion von ca. 8,82 km SMMF. Es wurde einen konstanten Dispersionswert angenommen, da in einem so kleinen Wellenlängenbereich von 0,3 nm die Dispersion einer SMMF nahezu konstant ist. Der Verlauf der chromatischen Dispersion der gelieferten Struktur kann aus Abbildung 5.3.1 entnommen werden. Die Parameter des optimalen PhCs sind in Tabelle 5.3.1 zu finden.



Abbildung 5.3.1 Optimierung bei D = -150 ps/nm über eine Bandbreite von 0,3 nm

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,8480	2,8360	$d_{z_1}$	2,7877e-10	4,6106e-04	$d_{z_9}$	1,9423e-05	1,2641e-04
n <sub>med</sub>	3,2927	3,5655	$d_{z_2}$	3,8315e-12	2,7381e-04	$d_{z_{10}}$	1,3677e-08	1,3361e-04
$n_1$	1,3047	2,8339	$d_{z_3}$	3,1661e-04	4,5570e-04	$d_{z_{11}}$	1,9814e-12	1,6789e-04
$n_2$	2,4540	1,3092	$d_{z_4}$	5,2810e-13	1,0746e-05	$d_{z_{12}}$	8,4106e-13	3,4933e-04
n <sub>z</sub>	2,7011	1,5927	$d_{z_5}$	7,5782e-11	9,8090e-07	$d_{z_{13}}$	6,4734e-11	1,1805e-04
$d_1$	1,4189e-06	4,6094e-05	$d_{z_6}$	8,5061e-12	2,5524e-04	$d_{z_{14}}$	1,1056e-06	3,8921e-04
$d_2$	2,2632e-06	1,1533e-05	$d_{z_7}$	2,2217e-10	8,7901e-13	$d_{z_{15}}$	1,6098e-07	9,0050e-07
			$d_{z_{\circ}}$	3,9359e-06	2,8566e-04	$d_{z_{16}}$	2,3796e-04	7,4490e-07

Tabelle 5.3.1Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs zur Kompensierung von 150 ps/nm

Bei der Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert nach 499 Iterationen von 1,9256 auf 1,9867·10<sup>-4</sup>. Die gelieferte CD-Kurve ist fast konstant und hat höchstens eine 3,6 prozentige Abweichung vom Soll-Wert. Die Länge des PhCs beträgt ca. 4 mm.

Nun wird die zu kompensierende chromatische Dispersion auf 200 ps/nm erhöht. Dieser CD-Wert entspricht der chromatischen Dispersion einer ca. 11,75 km langen SMMF. Die Optimierung eines PhCs mit  $N_2 = 17$  und bei der Verwendung der binären Kodierung für den GA liefert eine Struktur, deren Parametern in Tabelle 5.3.2 zu finden sind. Der Verlauf der resultierenden CD dieser Struktur ist in Abbildung 5.3.2 zu sehen. In dieser Abbildung sieht man, dass im Wellenlängenbereich, in dem optimiert wurde, die CD-Kurve annähernd eine Gerade ist. Die höchste Abweichung vom Soll-Wert liegt bei ca. 10 %. Somit kann man mit diesem 4 mm langen PhC die chromatische Dispersion von einer 10 km langen SMMF ganz kompensieren. Bei der Optimierung ist der Fitnesswert nach 1201 Iterationen von 1,3023 auf 5,5488·10<sup>-3</sup> reduziert worden. Die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt 4,027 mm.



Abbildung 5.3.2 Optimierung bei D = -200 ps/nm über eine Bandbreite von 0,3 nm

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,2401	2,9308	$d_{z_1}$	2,4679e-04	4,6105e-04	$d_{z_9}$	1,9520e-06	1,2635e-04
n <sub>med</sub>	3,3321	3,5985	$d_{z_2}$	1,0920e-14	2,7379e-04	$d_{z_{10}}$	4,2174e-05	1,3364e-04
$n_1$	1,9691	2,8715	$d_{z_3}$	3,5346e-09	4,5572e-04	$d_{z_{11}}$	5,0070e-16	1,6789e-04
$n_2$	3,3596	1,1435	$d_{z_4}$	2,3816e-15	1,0713e-05	$d_{z_{12}}$	5,2479e-08	3,4920e-04
n <sub>z</sub>	3,6686	1,5928	$d_{z_5}$	1,1140e-24	9,8043e-07	$d_{z_{13}}$	5,7758e-13	1,1810e-04
$d_1$	3,0491e-05	4,5481e-05	$d_{z_6}$	9,5008e-07	2,5524e-04	$d_{z_{14}}$	1,2168e-05	3,8910e-04
$d_2$	1,4245e-06	1,3211e-05	$d_{z_7}$	4,7812e-05	5,6218e-09	$d_{z_{15}}$	4,3280e-07	9,7659e-07
			$d_{z_8}$	2,4045e-04	2,8566e-04	$d_{z_{16}}$	6,2925e-06	7,3553e-07

Tabelle 5.3.2Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs zur Kompensierung von 200 ps/nmVergleicht man die Parameter der optimierten PhCs nach Tabelle 5.3.1 und Tabelle 5.3.2 siehtman, dass die Parameter fast gleich sind, obwohl von unterschiedlichen Strukturenausgegangen wurde. Es gibt sogar Parameter die gleich geblieben sind ( $d_{z_6}$ ,  $d_{z_8}$  und  $d_{z_{11}}$ ).Die höchste Änderung gab es bei  $d_{z_7}$  (Faktor 6359).

Wird der Sollwert der CD auf -250 ps/nm reduziert und der Hybrid-Optimierungsalgorithmus ausgeführt, so bekommt man einen PhC, dessen Parameter in Tabelle 5.3.3 angegeben sind. Die Kurve der chromatischen Dispersion dieser Struktur ist in Abbildung 5.3.3 dargestellt. Im betrachteten Wellenlängenbereich ist der Verlauf der Kurve nicht mehr annähernd konstant. Nur bei wenigen Wellenlängen wurde tatsächlich der gewünschte Wert der CD erreicht. Die Sollgerade wurde nur vier Mal geschnitten. Es ist nicht möglich eine CD von 250 ps/nm mit einer Struktur, die 17 Doppellayer besitzt, zu kompensieren. Die höchste Abweichung vom Sollwert beträgt schon 35,8 % und ist bei ca. 1550,005 nm zu finden. Der Fitnesswert reduzierte sich nach 874 Iterationen nur von 1,2120 auf 0,0914. Die Gesamtlänge der optimierten Struktur beträgt auch hier ca. 4 mm. Vergleicht man die Parameter der optimierten PhCs nach Tabelle 5.3.1 und Tabelle 5.3.3 sieht man, dass die Parameter auch hier fast gleich geworden sind. Die kleinsten Abweichungen gab es z. B. bei  $n_z$ ,  $d_{z_1}$ ,  $d_{z_2}$ ,  $d_{z_3}$  und wiederum bei  $d_{z_6}$ ,  $d_{z_8}$  und  $d_{z_{11}}$ . Die höchste Änderung gab es auch hier bei  $d_{z_7}$ .



Abbildung 5.3.3 Optimierung bei D = -250 ps/nm über eine Bandbreite von 0,3 nm

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,7568	3,7650	$d_{z_1}$	7,4981e-06	4,6102e-04	$d_{z_9}$	1,0176e-12	1,2644e-04
n <sub>med</sub>	1,7280	2,9718	$d_{z_2}$	5,4786e-06	2,7380e-04	$d_{_{\rm Z_{10}}}$	6,8711e-07	1,3360e-04
$n_1$	2,1015	2,8425	$d_{z_3}$	3,3383e-06	4,5569e-04	$d_{z_{11}}$	1,2602e-05	1,6788e-04
$n_2$	2,4932	1,2894	$d_{z_4}$	1,0328e-10	1,0716e-05	$d_{z_{12}}$	4,2210e-05	3,4934e-04
n <sub>z</sub>	3,6853	1,5929	$d_{z_5}$	1,3801e-04	9,8535e-07	$d_{z_{13}}$	1,1458e-08	1,1803e-04
$d_1$	5,5074e-07	4,5940e-05	$d_{z_6}$	5,0718e-06	2,5522e-04	$d_{z_{14}}$	1,1841e-10	3,8919e-04
$d_2$	4,2237e-08	1,1714e-05	$d_{z_7}$	3,4249e-16	1,2270e-08	$d_{z_{15}}$	5,0168e-07	9,4349e-07
			$\overline{d}_{z_8}$	5,2166e-05	2,8564e-04	$d_{z_{16}}$	2,4168e-04	7,5190e-07

 Tabelle 5.3.3
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs zur Kompensierung von 250 ps/nm

#### 5.3.1 Kompensation der Dispersion von 100 km Monomode-Glasfaser

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt PhCs ermittelt worden sind, die über einer Bandbreite von 0,3 nm die chromatische Dispersion einer ca. 10 km langen SMMF kompensieren können, werden nun PhCs gesucht, welche die chromatische Dispersion einer ca. 100 km langen SMMF kompensieren sollen. Der zu kompensierende CD-Wert liegt in diesem Fall bei ca. 1700 ps/nm. Der betrachtete Wellenlängenbereich wird auch auf 2 nm erhöht. Die zu optimierende Struktur ist in Abbildung 5.3.4 dargestellt. Im Gegensatz zu der Struktur in Abbildung 5.1.2 besitzt diese Ausgangsstruktur keine virtuellen Defektschichten zwischen den einzelnen Doppellayer. Die Defektschichten sind erst nach einem Block mit  $N_{\rm C}$  Doppellayern zu finden. Über dem Substrat und nach dem Eintrittsmedium ist jeweils ein Block mit  $N_{\rm C}$  Doppellayern angebracht. Hat die Struktur  $N_{\rm Z}$  Defektschichten, so ist die Anzahl der Blöcke immer gleich  $N_{\rm Z}$  – 1.



Abbildung 5.3.4 Die zu optimierende Struktur des 1D PhCs zur Kompensation der CD einer 100 km langen Monomodefaser

besten Optimierungsergebnisse bei Die Verläufe der beiden einem konstanten CD-Verlauf sind in Abbildung 5.3.5 und Abbildung 5.3.6 zu sehen. Auch hier kennzeichnen die blauen Punkte in den Abbildungen die bei der Optimierung betrachteten Wellenlängen  $\lambda_i$ (siehe Abschnitt 4.3). Die besten Ergebnisse wurden bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_{\rm C} = 100$  und  $N_{\rm Z} = 3$  für die erste Optimierung und  $N_{\rm C} = 20$  und  $N_{\rm Z} = 3$  für die zweite Optimierung geliefert. Wenn die gelieferten CD-Kurven der "optimalen" PhCs betrachtet werden, sind diese keine Geraden, wie sie sein sollten. Die beiden resultierenden CD-Kurven haben einen fast Sinus-förmigen Verlauf mit einer Periode gleich 6,9·10<sup>-2</sup> nm. Trotz der Ähnlichkeit der gelieferten Simulationsergebnisse, werden zwei Strukturen präsentiert. Damit wird gezeigt, dass bei gleicher Anzahl der Defektschichten und größerer Schichtenzahl in einem Block kein besserer CD-Verlauf erzielt wurde. Nur bei den betrachteten Wellenlängen wurde wirklich optimiert. Die PhCs weisen hohe negative chromatische Dispersionswerte nur bei den berücksichtigten Wellenlängen auf. Die PhCs haben in den Wellenlängenbereichen, welche nicht bei der Optimierung in Betrachtung gezogen sind, hohe positive Dispersion. Wenn mehr Wellenlängen in Betracht gezogen würden, würde die Abweichung vom Sollwert nicht so groß sein. So eine Simulation ist sehr zeitintensiv und Speicheraufwendig. Der Fitnesswert verkleinert sich bei der ersten Optimierung von 313,53 auf 57,5719 nach 37 Iterationen. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur hierzu werden in Tabelle 5.3.4 gezeigt.



Abbildung 5.3.5 Optimierung bei D = -1700 ps/nm über eine Bandbreite von 2 nm,  $N_{\rm C} = 100$ ,  $N_{\rm Z} = 3$ 

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,0463	1,8349	$d_1$	1,0033e-06	1,0513e-08
n <sub>med</sub>	1,3557	1,1877	$d_2$	2,6030e-06	1,6700e-08
$n_1$	2,7745	2,9002	$d_{z_1}$	8,0975e-12	2,6867e-09
$n_2$	2,3909	1,7726	$d_{z_2}$	1,6676e-04	1,5664e-04
n <sub>z</sub>	3,9838	3,7512	$d_{z_3}$	3,4781e-03	4,4856e-03

 Tabelle 5.3.4
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.3.5

Die Länge des PhCs beträgt hier ca. 4,6 mm. Bei der zweiten Optimierung reduzierte sich der Fitnesswert nach 53 Iterationen von 351,35 auf 71,947. Obwohl die Anzahl der Doppellayer in einem Block nur 20 beträgt und die Anzahl der Defektschichten der der ersten Simulation entspricht, ist dieser PhC um ca. 2 mm länger als der erste. Diese PhCs können als Komponente für eine selektive chromatische Dispersion Kompensation verwendet werden. Wenn die CD in einer gewissen freien spektralen Bandbreite kompensiert werden soll, werden dann nur Wellenlängen in einem Abstand von diesem FSR betrachtet und der gewünschte PhC wird nach der Optimierung geliefert.



Abbildung 5.3.6 Optimierung bei D = -1700 ps/nm über eine Bandbreite von 2 nm,  $N_{\rm C} = 20$ ,  $N_{\rm Z} = 3$ 

			-		
	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,9451	1,3892	$d_1$	3,4418e-07	3,1056e-07
n <sub>med</sub>	3,1205	3,9743	$d_2$	5,0086e-07	5,3713e-07
$n_1$	2,1460	2,0827	$d_{z_1}$	2,3649e-10	1,2197e-05
<i>n</i> <sub>2</sub>	3,9725	3,8948	$d_{z_2}$	3,2768e-03	3,1496e-03
$n_{z}$	2,6617	2,6617	$d_{z_2}$	3,3372e-03	3,3271e-03

 Tabelle 5.3.5
 Parameter der Anfangs- und optimierten 1D PhCs mit CD nach Abbildung 5.3.6

## 5.4 Optimierung photonischer Kristalle in einem Ringresonator

Wenn die optische Weglänge eines Ringresonators ein Vielfaches einiger Wellenlängen des eingekoppelten Lichts beträgt, bilden sich aufgrund von Interferenzen stehende Wellen im Resonator. Die Frequenzanteile, bei denen stehende Wellen entstehen und eine destruktive Interferenz stattfindet, werden ausgelöscht. So entstehen Resonanzen oder auch Bandlücken genannt (siehe Abbildung 2.3.1 rechts). Bei der Integration eines PhCs in einen Ringresonator, wird versucht die chromatische Dispersion einer 100 km langen SMMF zu kompensieren. Dazu wollen wir die starke Dispersion besonders in der Nähe einer optischen Bandlücke nützen. Die verwendete Ausgangsstruktur der zu optimierenden PhCs ist in Abbildung 5.1.2 zu sehen. Nachdem mehrere Optimierungsversuche gestartet wurden (unterschiedliche Rekombinationsrate  $p_c$ , Anzahlen  $N_2$  der Doppellayer des PhCs,

Kodierungen des GAs) und die Simulationsergebnisse ausgewertet wurden, werden nun die besten Ergebnisse präsentiert. Alle gelieferten Kurven der CD weisen eine Periodizität auf. Deshalb können diese Ringresonatoren mit integrierten PhCs als Komponente für eine selektive Kompensation der chromatischen Dispersion verwendet werden.

Der Verlauf der nach der Optimierung besten Struktur mit einer Periodizität von ca. 138 pm ist in Abbildung 5.4.1 zu sehen. Das beste Ergebnis wurde bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.4.1 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 451 Iterationen von 400,81 auf 301,02. Die Länge der gesamten Struktur beträgt ca. 7,34 mm. Die des PhCs alleine beträgt ca. 5,94 mm.



	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
	2 1625	1 0000	V	$2.0741 \times 01$	1 9525 01	1	1 9109- 05	$\frac{1}{2,9162,06}$
$n_{\rm sub}$	2,1023	1,0000	$K_1$	2,07416-01	1,83236-01	$a_{z_7}$	1,81986-03	3,8102e-00
$n_{\rm med}$	1,0359	4,0000	$K_{2}$	1,4103e-10	1,7647e-05	$d_{z_8}$	2,1159e-10	2,7112e-03
$n_1$	1,0202	1,0175	$d_1$	2,4660e-12	3,3135e-09	$d_{z_9}$	6,7118e-06	9,9494e-05
$n_2$	1,4725	1,1879	$d_2$	9,9326e-10	1,4555e-08	$d_{\mathrm{z}_{10}}$	2,6429e-07	1,7949e-05
n <sub>z</sub>	3,8675	2,9646	$d_{z_1}$	9,4315e-10	5,4294e-05	$d_{z_{11}}$	1,5595e-06	1,1489e-04
n <sub>Ring</sub>	2,0168	1,1578	$d_{z_2}$	2,1060e-10	1,6844e-04	$d_{z_{12}}$	2,3424e-04	1,5580e-06
$l_1$	2,5473e-16	3,9011e-05	$d_{z_3}$	2,1084e-03	1,7267e-04	$d_{z_{13}}$	6,0227e-11	9,6637e-06
$l_{21}$	4,9343e-03	7,5654e-06	$d_{z_4}$	2,8180e-18	2,5276e-05	$d_{\mathrm{z}_{\mathrm{14}}}$	4,7150e-06	1,8196e-06
<i>l</i> <sub>22</sub>	9,7604e-09	2,0542e-08	$\overline{d}_{z_5}$	5,4998e-11	5,1126e-06	$d_{z_{15}}$	2,9907e-05	1,0356e-06
			$d_{\tau}$	9,9930e-09	2,4957e-03	$d_{}$	2,8632e-12	5,5491e-06

Abbildung 5.4.1 CD-Verlauf mit einer Periodizität von ca. 138 pm

Tabelle 5.4.1Parameter der Anfangs- und optimierten Ringresonator mit PhCs mit CD nach<br/>Abbildung 5.4.1

Der Verlauf der nach der Optimierung besten Struktur mit einer Periodizität von ca. 207 pm ist in Abbildung 5.4.2 zu sehen. Das beste Ergebnis wurde auch hier bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.4.2 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 433 Iterationen von 421,98 auf 313,06. Die Länge der gesamten Struktur beträgt ca. 4,23 mm. Die des PhCs alleine beträgt nur ca. 0,129 mm.



	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,8541	2,2665	$K_1$	1,6525e-01	4,6101e-01	$d_{z_7}$	4,1437e-09	1,7984e-06
n <sub>med</sub>	1,6959	2,0455	$K_{2}$	9,0012e-02	3,1099e-01	$d_{z_8}$	8,3974e-11	1,6270e-06
$n_1$	2,8349	1,5405	$d_1$	2,1167e-05	3,4569e-06	$d_{z_9}$	1,3810e-05	2,2418e-08
$n_2$	3,4624	3,2106	$d_2$	2,5197e-08	9,7733e-07	$d_{z_{10}}$	9,4358e-11	6,4499e-06
n <sub>z</sub>	3,2977	1,8079	$d_{z_1}$	5,1998e-07	6,3131e-06	$d_{z_{11}}$	2,8899e-14	2,0208e-05
n <sub>Ring</sub>	3,2266	2,8795	$d_{z_2}$	4,1224e-05	3,7561e-07	$d_{z_{12}}$	2,9055e-11	6,4130e-06
$l_1$	7,1447e-04	3,4740e-04	$d_{z_3}$	3,2946e-05	6,6824e-06	$d_{z_{13}}$	7,7297e-11	1,1793e-07
$l_{21}$	2,0832e-04	3,7506e-03	$d_{z_4}$	1,4146e-09	8,1454e-08	$d_{\mathrm{z}_{\mathrm{14}}}$	1,7778e-22	5,5477e-08
l <sub>22</sub>	4,7865e-05	8,0538e-06	$d_{z_5}$	2,3440e-12	3,1414e-06	$d_{z_{15}}$	3,7389e-05	4,5372e-07
			$d_{z_6}$	9,1108e-28	3,3503e-08	$d_{z_{16}}$	8,7503e-07	2,4439e-07

Abbildung 5.4.2 CD-Verlauf mit einer Periodizität von ca. 207 pm

Tabelle 5.4.2Parameter der Anfangs- und optimierten Ringresonator mit PhCs mit CD nach<br/>Abbildung 5.4.2

Bei einem Ringresonator hängt die FSR von  $n_{\text{Ring}}$  und  $L_{\text{Ring}} = l_1 + l_{21} + l_{22}$  und die Finesse vom Kopplungsfaktor  $K_1$  ab, siehe Gleichungen 2.3.1 bzw. 2.3.2. Wenn die Parameter

 $n_{\text{Ring}} = 4,2795$   $l_{22} = 7,0683 \,\mu\text{m}$  und  $K_1 = 0,28101$  geändert werden und alle anderen Parameter der optimalen Struktur gleich bleiben, bekommen wir folgende CD-Kurven.



Abbildung 5.4.3 CD-Verlauf der optimalen Struktur nach Tabelle 5.4.2 und die der Struktur mit den drei geänderten Parameter

Die CD-Kurven der geänderten Struktur weisen nur eine Periodizität von ca. 138 pm statt ca. 207 pm auf.

Der Verlauf der nach der Optimierung besten Struktur mit einer Periodizität von ca. 276 pm ist in Abbildung 5.4.4 zu sehen. Das beste Ergebnis wurde auch hier bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 17$  geliefert. Die Parameter der besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 5.4.3 gezeigt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 487 Iterationen von 423,01 auf 336,75. Die Länge der gesamten Struktur beträgt ca. 3,66 mm. Die des PhCs alleine beträgt ca. 2,23 mm. Im Allgemeinen zeigt sich, dass bei kleinerer Länge des Rings die FSR größer. Dies ist auch theoretisch nach Gleichung 2.3.1 zu erwarten, da der FSR umgekehrt proportional zur Länge  $L_{Ring}$  ist. Wie bei allen Simulationen hat es eine tatsächliche Optimierung nur bei den betrachteten Wellenlängen gegeben. In den Bereichen, bei denen nicht optimiert wurde, kamen die Sprünge nach oben, die in jeder Kurve zu sehen sind. Ein Ausschnitt aus der Abbildung 5.4.4 ist in Abbildung 5.4.5 zu sehen. In dem betrachten Bereich weist die Gesamtstruktur eine chromatische Dispersion zwischen ca. -600 ps/nm und ca. -2200 ps/nm auf. Leider ist die Bandbreite mit 0,025 nm zu klein.







Abbildung 5.4.5 Ausschnitt aus Abbildung 5.4.4

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	3,4264	3,5266	$K_1$	2,6591e-01	3,7293e-01	$d_{z_7}$	1,6814e-09	1,2905e-08
n <sub>med</sub>	1,3566	2,1479	<i>K</i> <sub>2</sub>	1,1532e-04	1,0269e-08	$d_{z_8}$	2,4765e-05	7,2949e-07
$n_1$	3,3783	1,2156	$d_1$	4,5992e-16	4,7867e-08	$d_{z_9}$	7,5575e-06	2,4422e-07
$n_2$	1,4750	1,4366	$d_2$	7,1049e-09	1,1583e-08	$d_{\mathrm{z}_{10}}$	6,0209e-08	6,7712e-10
n <sub>z</sub>	1,9287	1,5915	$d_{z_1}$	4,9780e-05	1,3842e-05	$d_{z_{11}}$	2,1115e-05	7,1336e-12
n <sub>Ring</sub>	2,2725	2,4676	$d_{z_2}$	1,2309e-11	1,6461e-05	$d_{z_{12}}$	1,1719e-06	3,1917e-06
$l_1$	6,6965e-04	4,9728e-06	$d_{z_3}$	1,6957e-07	9,6942e-06	$d_{z_{13}}$	1,8661e-13	3,5024e-08
l <sub>21</sub>	6,0579e-15	1,9062e-03	$d_{z_4}$	6,3498e-12	9,1597e-07	$d_{_{\rm Z_{14}}}$	3,8214e-05	1,5121e-06
$l_{22}$	1,3993e-03	1,6605e-03	$d_{z_5}$	1,9123e-07	1,3993e-05	$d_{z_{15}}$	7,4230e-06	1,9663e-05
			$d_{\overline{d}}$	2,1975e-07	1,7899e-06	$d_{\overline{d}}$	6,7052e-06	6,2921e-07

Tabelle 5.4.3Parameter der Anfangs- und optimierten Ringresonator mit PhCs mit CD nach<br/>Abbildung 5.4.4

#### 5.5 Photonischer Kristall-Taper zur Dispersionskompensation

Die letzte Methode, die in dieser Arbeit verwendet wird, um die chromatische Dispersion einer 100 km langen SMMF zu kompensieren, ist das Verwenden eines PhCs Tapers mit Defektschichten. Als Taper bezeichnet man alle Arten von Wellenleiterstrukturen, die sich entlang der Ausbreitungsrichtung der optischen Welle so langsam ("adiabatisch") verändern, dass die Verteilung der optischen Leistung über die lokalen Eigenmoden während der Ausbreitung erhalten bleibt [Vog02]. Taperung wird eigentlich u. a. bei Gittern eingesetzt, um diese breitbandiger zu machen und die Nebenmaxima in der Transmissionskurve zu unterdrücken. Unter einem geometrischen Taper versteht man eine Veränderung der Schichtdicke und unter einem optischen Taper eine Veränderung des Brechzahlprofils längs des PhCs. Beide Taperungsmethoden wurden implementiert und mehrere Simulationen wurden gemacht. Die geometrischen Taper lieferten keine vernünftigen Ergebnisse. Deshalb werden im folgenden nur Ergebnisse der Optimierung von optischen Tapern vorgestellt. Die zu optimierende Struktur, welche in diesem Abschnitt verwendet wurde, ist in Abbildung 5.3.4 dargestellt. Die getaperten Bereiche sind direkt über dem Substrat bzw. nach dem Eintrittsmedium zu finden. In diesem Abschnitt werden zwei Optimierungsergebnisse vorgestellt, bei den unterschiedliche Taperungsmethoden der Brechzahlen vorgenommen wurden. Bei der ersten Simulation sei  $\%_{max} = 33,33\%$  der maximale prozentuale Anteil der beiden getaperten Bereiche an der gesamten Anzahl N2 der Doppellayer des PhCs. Dieser maximale prozentuale Anteil wird für beide Bereiche festgehalten und wird nicht optimiert. Somit sind zwei Drittel der Struktur getapert: Ein Drittel vorne und ein Drittel hinten. Der Zwischenbereich bleibt ungetapert und beinhaltet auch die Defektschichten. Das beste Ergebnis wurde bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 300$  und  $N_z = 3$  geliefert.

 $n_1$  bleibt in beiden Taperbereichen aber auch im ungetaperten Bereich konstant. Die Taperung der Brechzahl  $n_2$  wird folgendermaßen vorgenommen: Wenn

$$\Delta n_{\rm sub} = \Delta n_{\rm med} = \frac{n_2 - n_1}{\mathscr{N}_{\rm max} \cdot N_2 + 1}$$
(5.5.1)

ist, so ist die Brechzahl  $n_2$  der Schicht *i* im getaperten Bereich nach dem Eintrittsmedium gleich

$$n_{2_{i,\text{med}}} = n_1 + \frac{i+1}{2} \cdot \Delta n_{\text{med}}$$
 (5.5.2)

und die Brechzahl  $n_2$  der Schicht *i* im getaperten Bereich vor dem Substrat gleich

$$n_{2_{i,\text{sub}}} = n_1 + \frac{2 \cdot N_2 - i + 2}{2} \cdot \Delta n_{\text{sub}} \,.$$
 (5.5.3)

 $n_2$  beleibt in allen Schichten des ungetaperten Bereichs unverändert. Das Brechzahlprofil des optimierten PhCs mit den Parametern nach Tabelle 5.5.1 wird in Abbildung 5.5.2 dargestellt. Wenn die gelieferte CD-Kurve des "optimalen" PhCs, die in Abbildung 5.5.1 zu sehen ist, betrachtet wird, hat diese keinen konstanten Verlauf, wie es sein soll. Die gelieferte Kurve der CD hat einen fast Sinus-förmigen Verlauf mit einer Periode gleich  $6,9 \cdot 10^{-2}$  nm. Nur bei den betrachteten Wellenlängen wurde richtig optimiert. Der PhC weist, wie fast bei allen präsentierten Kurven in dieser Arbeit, hohe negative chromatische Dispersionswerte nur bei den berücksichtigten Wellenlängen auf.



Abbildung 5.5.1 PhCs-Taper Optimierung mit 300 Doppelschichten und 3 Defektschichten

			_		
	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	2,3343	3,4057	$d_1$	1,9573e-05	2,5161e-05
n <sub>med</sub>	1,4575	3,6895	$d_2$	1,6729e-13	1,5843e-07
$n_1$	2,7879	1,4286	$d_{z_1}$	1,3448e-09	1,1482e-05
$n_2$	1,0980	1,3704	$d_{z_2}$	2,5963e-04	3,1281e-04
n <sub>z</sub>	2,5598	1,4314	$d_{z_3}$	8,2874e-05	4,2590e-03

 Tabelle 5.5.1
 Parameter der Anfangs- und optimierten PhCs mit CD nach Abbildung 5.5.1

Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 37 Iterationen von 381,81 auf 128,06. Die Länge des PhCs beträgt ca. 12,18 mm.



Abbildung 5.5.2 Brechzahlprofil des optimierten PhCs mit den Parametern nach Tabelle 5.5.1

Bei der zweiten Simulation ist  $\%_{max} = 40\%$ . Die optimale Taperung der beiden Bereiche wird hier gesucht. Seien  $\%_{sub}$  bzw.  $\%_{med}$  die nach der Optimierung gelieferten prozentualen Anteile der getaperten Bereiche über dem Substrat bzw. nach dem Eintrittsmedium an der gesamten Anzahl der Schichten. Im Gegensatz zu der vorherigen Taperungsmethode, bei der nur  $n_2$  in den Taperbereichen geändert wurde, ändern sich alle Brechzahlen in den beiden Taperbereichen wie folgt: Sei zuerst

$$n_{\rm H} = \frac{n_2 + n_1}{2}, \ \Delta n_{\rm sub} = \frac{n_2 - n_1}{\mathscr{M}_{\rm sub} \cdot 2 \cdot N_2 + 1} \ \text{und} \ \Delta n_{\rm med} = \frac{n_2 - n_1}{\mathscr{M}_{\rm med} \cdot 2 \cdot N_2 + 1}$$
(5.5.4)

Die Brechzahl  $n_i$  der Schicht *i* im getaperten Bereich nach dem Eintrittsmedium ist definiert als

$$n_{i,med} = n_{\rm H} + (-1)^{i} \cdot \frac{i + \text{mod}(i,2)}{2} \cdot \Delta n_{\rm med}$$
 (5.5.5)

und die Brechzahl  $n_i$  der Schicht *i* im getaperten Bereich vor dem Substrat ist gleich

$$n_{\rm i,sub} = n_{\rm H} + (-1)^{\rm i} \cdot \frac{2 \cdot N_2 - i + 1 + \text{mod}(i, 2)}{2} \cdot \Delta n_{\rm sub} \,.$$
(5.5.6)

Die Werte für  $n_1$  und  $n_2$  der Schichten des ungetaperten Bereichs sind in Tabelle 5.5.2 angegeben. Das Brechzahlprofil des optimierten PhCs mit den Parametern nach Tabelle 5.5.2 wird in Abbildung 5.5.2 dargestellt. Bei so einer Taperung wurde das beste Ergebnis bei einer binären Kodierung für den GA mit  $N_2 = 100$  und  $N_Z = 3$  geliefert. Wieder hat die gelieferte CD-Kurve in Abbildung 5.5.3 einen fast Sinus-förmigen Verlauf mit einer Periode gleich  $6,9\cdot10^{-2}$  nm. Nur bei den betrachteten Wellenlängen wurde also richtig optimiert.



Abbildung 5.5.3 PhCs-Taper O	ptimierung mit 100 Dop	pelschichten und 3 Defektschichten
------------------------------	------------------------	------------------------------------

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
$n_{\rm sub}$	1,7401	3,9403	$d_1$	3,6049e-12	2,5373e-09
$n_{\rm med}$	2,3819	1,0086	$d_2$	1,7849e-12	5,3996e-09
$n_1$	3,1632	2,8986	$d_{z_1}$	4,9259e-03	4,3763e-03
$n_2$	2,9417	3,2513	$d_{z_2}$	4,2096e-05	1,5309e-06
n <sub>z</sub>	3,4784	3,9721	$d_{z_3}$	1,3782e-11	1,5149e-05
$\mathcal{M}_{\mathrm{sub}}$	33,697%	12,953%	$\mathcal{M}_{\mathrm{med}}$	2,8056%	37,680%

Tabelle 5.5.2 Parameter der Anfangs- und optimierten PhCs mit CD nach Abbildung 5.5.3

Der Fitnesswert verkleinerte sich nach 37 Iterationen von 398,53 auf 126,94. Die Länge des PhCs beträgt ca. 4,39 mm.



Abbildung 5.5.4 Brechzahlprofil des optimierten PhCs mit den Parametern nach Tabelle 5.5.2

## 6 Periodische Bandpässe in Transmission

In diesem Kapitel werden photonische Kristallstrukturen präsentiert, die einen gewünschten Transmissionsverlauf aufweisen. Bei der Berechnung der Transmission wurden die Leistungswerte bzw. die Durchlässigkeitskoeffizienten betrachtet. Diese Aufgabe wurde zusätzlich zur Kompensation der chromatischen Dispersion, dem Hauptziel dieser Arbeit, probiert, um die Leistungsfähigkeit des implementierten Algorithmus weiter zu testen. Um die chromatische Dispersion zu berechnen, muss die Übertragungsfunktion des PhCs bestimmt werden. Aus dieser kann auch die Transmission des PhCs berechnet werden, siehe Kapitel 2. Die Optimierung des Transmissionsverlaufs liefert schneller ein Ergebnis als die Optimierung der CD, da für die Berechnung der Fitnesswerte keine Ableitungen approximiert werden müssen (die Gruppenlaufzeit und Gruppenlaufzeitdispersion). Als Ausgangsstruktur des zu optimierenden PhCs wurde die Struktur verwendet, die in Abbildung 5.1.2 zu sehen ist. Zuerst wird ein PhC gesucht, dessen Transmissionsverlauf in 1 nm Bandbreite um 1550 nm

drei Durchlassbereiche und vier Sperrbereiche aufweist. Die spektralen Halbwertsbreiten der Durchlassbereiche bzw. Sperrbereiche sollen hier gleich sein und ca. 0,143 nm betragen, siehe die blauen Punkte in Abbildung 6.1. Diese Struktur und die nächste mit dem Transmissionsverlauf nach Abbildung 6.2 können in Ultra-DWDM-Netzwerken (UDWDM) eingesetzt werden. Zum Demultiplexen werden bei UDWDM-Netzwerken mehrere extrem schmalbandige, nacheinander geschaltete, Filter verwendet. Dies ist notwendig, um das Übersprechen zwischen den dichten Kanälen zu vermeiden [Jun03]. Der Transmissionsverlauf des vor der Optimierung best-gefundenen PhCs (grün) und des nach der Optimierung gelieferten PhCs (rot) können in Abbildung 6.1 gesehen werden. Bei der Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert nach 14824 Iterationen von 198863,9 auf 15359,5. Die Parameter der beiden Strukturen werden in Tabelle 6.1 angegeben.



Abbildung 6.1 Transmission eines optimierten PhCs mit drei Durchlasskanälen

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,2997	1,0000	$d_{z_1}$	1,2794e-03	7,1677e-07	$d_{z_9}$	1,3458e-11	8,3059e-05
n <sub>med</sub>	1	1	$d_{z_2}$	1,9613e-06	2,5013e-03	$d_{z_{10}}$	7,8953e-04	2,3714e-06
$n_1$	1,5998	3,9119	$d_{z_3}$	1,9512e-04	3,9059e-05	$d_{z_{11}}$	1,9796e-11	2,3818e-07
$n_2$	2,2997	1,5703	$d_{z_4}$	5,8253e-13	2,9048e-04	$d_{z_{12}}$	3,5574e-10	1,4751e-07
n <sub>z</sub>	2,9972	1,6426	$d_{z_5}$	3,8091e-11	3,1872e-13	$d_{z_{13}}$	2,6216e-04	1,7168e-03
$d_1$	1,7657e-08	2,4248e-07	$d_{z_6}$	6,9811e-09	7,4141e-08	$d_{z_{14}}$	1,0422e-05	3,9343e-05
$d_2$	1,0950e-07	3,2751e-07	$d_{z_7}$	3,0838e-10	2,5799e-07	$d_{z_{15}}$	4,3970e-03	2,5051e-03
			$d_{z_8}$	7,6484e-09	1,8915e-08	$d_{z_{16}}$	3,0962e-03	2,5051e-03

Tabelle 6.1Parameter der Anfangs- und optimierten PhCs mit Transmission nach Abbildung 6.1

Der PhC weist in den Durchlassbereichen eine hohe Transmission von mehr als 82% und in der Mitte der Sperrbereiche eine hohe Reflektivität von ca. 99% auf. Der ermittelte PhC mit einer Länge von ca. 9,7 mm und 17 Doppellayern kann z. B. als Resonator oder Filter verwendet werden.

Nun wird ein PhC gesucht, dessen Transmissionsverlauf in 1 nm Bandbreite um 1550 nm fünf Durchlassbereiche und sechs Sperrbereiche aufweist. Die Halbwertsbreiten der Durchlassbereiche bzw. Sperrbereiche sollen auch hier gleich sein aber ca. 0,09 nm betragen, siehe die blauen Punkte in Abbildung 6.2. Die Transmissionsverläufe des vor der Optimierung best-gefundenen PhCs (grün) und des nach der Optimierung gelieferten PhCs (rot) sind auch in Abbildung 6.2 dargestellt. Bei der Optimierung verkleinerte sich der Fitnesswert von 207324,4 auf 30498,29. Die Parameter der beiden Strukturen werden in Tabelle 6.2 angegeben. Der PhC weist in den Durchlassbereichen eine Transmission von mehr als 74% und in der Mitte der Sperrbereiche eine hohe Reflektivität von mehr als 94% auf. Auch hier weist die Transmissionskurve einen steilen Übergang zwischen den Bereichen auf.



Abbildung 6.2 Transmission eines optimierten PhCs mit fünf Durchlasskanäle

	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,5008	1,0000	$d_{z_2}$	1,0173e-03	2,8068e-03	$d_{z_{11}}$	3,5247e-09	2,1801e-06
n <sub>med</sub>	1	1	$d_{z_3}$	2,2964e-04	2,7857e-06	$d_{z_{12}}$	1,3329e-09	1,5653e-04
$n_1$	2,5773	1,4039	$d_{z_4}$	6,6800e-13	1,8486e-04	$d_{z_{13}}$	1,0857e-03	8,8425e-06
$n_2$	2,4378	2,5947	$d_{z_5}$	1,5099e-09	5,1543e-06	$d_{z_{14}}$	1,2157e-10	9,4256e-07
n <sub>z</sub>	1,2557	2,5240	$d_{z_6}$	3,2234e-08	1,5676e-04	$d_{z_{15}}$	2,2342e-13	2,7422e-06
$d_1$	1,3619e-08	2,2619e-07	$d_{z_7}$	5,2745e-11	1,5649e-04	$d_{z_{16}}$	1,1405e-03	1,7418e-03
$d_2$	3,2714e-07	4,4530e-08	$d_{z_8}$	1,9666e-04	8,2018e-07	$d_{z_{17}}$	2,4739e-04	1,9662e-05
$d_{z_1}$	1,8211e-09	5,2583e-07	$d_{z_9}$	4,1406e-03	1,2795e-05	$d_{z_{18}}$	1,4354e-06	2,0227e-05
			$d_{z_{10}}$	3,8713e-08	6,7787e-05	$d_{z_{19}}$	1,3302e-08	2,8952e-03

Tabelle 6.2Parameter der Anfangs- und optimierten PhCs mit Transmission nach Abbildung 6.2

Obwohl dieser ermittelte PhC 20 Doppellayer besitzt ist er mit seinen ca. 8,2 mm Länge kürzer als der PhC nach Tabelle 6.1. Auch dieser PhC kann als Resonator oder Filter verwendet werden.

Zuletzt wird mit dem implementierten Algorithmus ein PhC für die THz-Technik entwickelt. Wird ein periodisch gepolter Lithium Niobat (LiNbO<sub>3</sub>) Kristall in einem optischen parametrischen Oszillator (engl. "optical parametric oscillation" OPO) durch einen Nd:YVO<sub>4</sub>-Laser gepumpt, werden THz-Wellen mit Frequenzen von bis zu drei THz erzeugt [Mol09]. Die Pumpwellenlänge des OPOs beträgt, unabhängig von der Polung des Kristalls, 1064 nm. Es wird ein dichroitischer Spiegel benötigt, um einen Resonator um den Kristall zu bilden. Der benötigte Spiegel soll im Wellenlängenbereich  $1064 \pm 0.2$  nm eine hohe Transmission (> 90%) haben, um die Pumpwellenlänge durchzulassen. Da drei unterschiedlich gepolte LiNbO<sub>3</sub>-Kristalle zur Verfügung stehen, soll der Spiegel auch in drei verschiedene Wellenlängenbereiche eine hohe Reflektivität aufweisen (> 90%). Die benötigten Wellenlängenbereiche sind  $1066,46 \pm 0.2$  nm,  $1067,98 \pm 0.2$  nm und  $1069,69 \pm 0.2$  nm. Je nach Polung des Kristalls wird eine andere Signalwellenlänge benötigt und werden andere THz-Frequenzen erzeugt. Die Transmissionsverläufe des vor der Optimierung best-gefundenen PhCs und des nach der Optimierung gelieferten PhCs sind in Abbildung 6.3 dargestellt. Der Fitnesswert verkleinerte sich nach nur 244 Iterationen von 3,6616·10<sup>5</sup> auf 2,8703.



Abbildung 6.3 Transmission eines optimierten PhCs für einen OPO

Auch bei dieser Simulation gab es eine Optimierung nur bei den betrachteten Wellenlängen (blaue Linien). Im Durchlassbereich wurde die gewünschte Transmission mit > 99,71 % erzielt. In den Sperrbereichen gab es für die meisten betrachteten Wellenlängen eine sehr hohe Reflektivität von >99,65%. Nur bei zwei Wellenlängen innerhalb des zweiten Sperrbereichs (1067.98 $\pm$ 0.2 nm) gab es zwei Wellenlängen, die eine niedrigere Reflektivitäten haben. Bei der Wellenlänge 1067,904 nm gab es einen kleinen Durchlassbereich mit einer Transmission von 7,8575 % und einer Halbwertsbreite von ca. 1,5 pm. Bei der Wellenlänge 1068,156 nm gab es auch einen kleinen Durchlassbereich mit einer Transmission von 5,8837 % und einer Halbwertsbreite von ca. 1 pm. Die Parameter der

			_			-		
	Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert		Anfang	Optimiert
n <sub>sub</sub>	1,5936	1,0000	$d_{z_1}$	1,6925e-10	4,9858e-06	$d_{z_9}$	9,5759e-13	4,3476e-08
n <sub>med</sub>	1	1	$d_{z_2}$	1,6547e-07	4,9180e-08	$d_{z_{10}}$	2,2332e-07	2,7420e-08
$n_1$	4,2582	1,3486	$d_{z_3}$	2,5742e-05	2,0904e-05	$d_{z_{11}}$	2,1734e-04	7,5252e-10
$n_2$	3,2941	2,7658	$d_{z_4}$	1,4715e-07	6,1992e-08	$d_{z_{12}}$	5,5481e-10	1,0512e-03
nz	1,8525	1,6195	$d_{z_5}$	6,7601e-04	6,9601e-07	$d_{z_{13}}$	7,2236e-13	1,3206e-04
$d_1$	2,1474e-10	1,5027e-07	$d_{z_6}$	1,0954e-05	9,7610e-06	$d_{z_{14}}$	1,5208e-09	1,6527e-06
$d_2$	8,5507e-06	2,4043e-05	$d_{z_7}$	1,2486e-12	2,0080e-09	$d_{z_{15}}$	7,8852e-06	4,1008e-07
			d	2.3677e-05	44914e-06	d	6 4996e-09	8 3070e-05

besten Struktur der Anfangspopulation und der am Ende der Optimierung gelieferten Struktur werden in Tabelle 6.3 gezeigt.

 $d_{z_8}$ 2,367/e-054,4914e-06 $d_{z_{16}}$ 6,4996e-098,3070e-05Tabelle 6.3Parameter der Anfangs- und optimierten PhCs mit Transmission nach Abbildung 6.2

## 7 Schlussfolgerungen und Ausblick

In diesem Kapitel werden aus den in den beiden vorangegangenen Kapiteln dargestellten numerischen Optimierungsergebnissen Schlussfolgerungen der Arbeit gezogen. Daraus ergeben sich dann Vorschläge zur Verbesserung bzw. Weiterführung der durchgeführten Arbeiten in einem Ausblick.

Die Zuverlässigkeit des implementierten Hybrid-Optimierungsverfahrens wurde in Abschnitt 5.1 gezeigt. Dazu wurde die chromatische Dispersionskurve eines vorgegebenen PhCs als Sollkurve angenommen. Obwohl zuerst von einer Struktur, die die gleiche Anzahl der Doppellayer besitzt, ausgegangen wurde, hat der Optimierungsalgorithmus einen PhC geliefert, der trotz dem exakten Verlauf der CD andere Werte der Parameter hat. Somit wurde gezeigt, dass die gelieferten Ergebnisse nicht eindeutig sind. Es gibt mehrere Strukturen mit unterschiedlichen Parametern, die aber den gleichen Verlauf der CD haben können. Der Optimierungsalgorithmus lieferte auch einen PhC, der trotz der unterschiedlichen Anzahl der Doppellayer der photonischen Kristalle genau den gleichen chromatischen Dispersionsverlauf hat. Die Idee zuerst virtuelle Defektschichten zwischen den Doppellayer der photonischen Kristalle zu bringen und anschließend deren Brechzahl und Dicken zu optimieren war nützlich. So hat der Algorithmus seine Zuverlässigkeit bewiesen und kann verwendet werden. In Abschnitt 5.2 wurden Strukturen präsentiert, die in einem immer größer werdenden Wellenlängenbereich annähernd einen linearen Verlauf aufweisen. Es wurde mit einer 10 nm Bandbreite angefangen. Dieser wurde dann in 10 nm Schritten auf 50 nm ausgedehnt. Die Strukturen, die eine Länge von einigen Mikrometern besitzen und fallende CD-Kurven aufweisen, sind in der Lage die CD von 100 Meter oder mehr HNL-DSF bzw. 28,57 Meter DSF zu kompensieren. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass mit steigender Bandbreite auch die Schwierigkeit einen passenden PhC mit den gewünschten Eigenschaften und geringer Schichtzahl zu finden, deutlich höher wird. Außerdem ist der Algorithmus fähig mehrere Strukturen zu liefern, welche, wenn dies physikalisch möglich ist, einen ähnlichen Verlauf der Soll-CD besitzen. Aus dem Grund wurden mehrere Strukturen präsentiert. Somit kann der Effekt des GAs, der auf Zufall basiert, in der Optimierung deutlich wahrgenommen werden. Aus diesem Grunde lieferte z. B. die Optimierung, die in Unterabschnitt 5.2.5 vorgestellt wurde, über einen Wellenlängenbereich von 50 nm eine Struktur mit einer besseren Kurve der CD zwischen 1530 nm und 1570 nm als die in Unterabschnitt 5.2.4 präsentierten Kurven. Überschreitet der betrachtete Wellenlängenbereich 20 nm, konnten keine PhCs, die einen steigenden linearen Verlauf aufweisen, gefunden werden.

In Abschnitt 5.3 wurden PhCs-Strukturen, die eine gewisse Länge an Standard Monomodefaser kompensieren können, vorgestellt. Der Optimierungsalgorithmus lieferte einen photonischen Kristall, der über eine Bandbreite von 0,3 nm die chromatische Dispersion einer ca. 10 km langen SMMF ganz kompensieren kann. In Unterabschnitt 5.3.1 ging es um die Kompensation der chromatischen Dispersion einer 100 km langen SMMF. Die gelieferten PhCs wiesen hohe negative chromatische Dispersionswerte nur bei den berücksichtigten Wellenlängen auf. Die Kurven der CD der beiden präsentierten PhCs hatten fast einen Sinusförmigen Verlauf mit einer Periode gleich 6,9·10<sup>-2</sup> nm. Diese ist ungefähr gleich dem Abstand zwischen zwei benachbarten Wellenlängenabschnitten. Um eine kleinere Abweichung vom Sollwert zu erreichen, müssen zuerst mehr Wellenlängen in Betracht gezogen werden. Sollte dies nicht ausreichend sein, um den gewünschten Verlauf der CD zu bekommen, muss zusätzlich die Anzahl der Doppellayer der Struktur erhöht werden. So eine Simulation ist aber sehr zeitintensiv und Speicheraufwendig. Die Verwendung der Struktur nach Abbildung 5.1.2 hatte auch keine besseren Ergebnisse gebracht, wenn die Anzahl der Doppellayer der Struktur relativ klein ist. Trotz der Nichtverwendbarkeit der gelieferten Strukturen mit den Sinusförmigen Verläufen der CD wurden zwei Strukturen präsentiert. Das Ziel ist es zu zeigen, dass bei gleicher Anzahl der Defektschichten und größerer Schichtenzahl in einem Block kein besserer CD-Verlauf erzielt werden konnte. Die Parameter der Strukturen wurden auch trotz der Nichtverwendbarkeit angegeben. Dies dient der Nachprüfbarkeit der vorgestellten Strukturen.

Die Integration eines photonischen Kristalls in einem Ringresonator und die anschließende Optimierung der gesamten Anordnung war Gegenstand von Abschnitt 5.4. Das Ziel war wieder die CD einer 100 km langen SMMF zu kompensieren. Alle gelieferten Kurven der CD wiesen eine Periodizität auf. Diese Ringresonatoren mit integrierten PhCs können deshalb als Komponente für eine selektive Kompensation der chromatischen Dispersion verwendet werden. Leider ist die Nutzbandbreite mit ca. 2 GHz zu klein. Die "freie spektrale Bandbreite" und die "Finesse" dieser Anordnung kann durch die Parameter  $n_{Ring}$ ,  $L_{Ring}$  und  $K_1$  gesteuert werden. Dies wurde auch durch eine Simulation bewiesen. Auch hier wiesen die gelieferten PhCs eine hohe negative CD von mehr als -600 ps/nm nur bei den betrachteten Wellenlängen auf.

Die Taperung der photonischen Kristalle nach dem Eintrittsmedium und über dem Substrat brachte keine besseren Ergebnisse bezüglich der Kompensation der CD als die anderen verwendeten Ideen. Bei den in Abschnitt 5.5 präsentierten Kurven der CD waren auch spungförmige Verläufe zu sehen. Die gelieferten PhCs hatten eine hohe negative CD nur bei den betrachteten Wellenlängen.

Bei der Optimierung der PhCs nach dem Transmissionsverhalten waren die Ergebnisse schon zufrieden stellend. Dabei wurden die Leistungswerte bzw. die Durchlässigkeitskoeffizienten betrachtet. Die Abweichungen zwischen den Transmissionskurven der PhCs und den Sollkurven waren trotz der relativ kleinen Bandbreiten der Durchlassbereiche nicht groß.

Die Verwendung der binären Kodierung bei dem GA im implementierten Algorithmus hatte bei allen Simulationen bessere Ergebnisse als die reellwertige Kodierung gebracht, obwohl diese länger gedauert haben.

Um bessere Optimierungsergebnisse mit dem in dieser Arbeit implementierten Algorithmus zu erzielen, müssen mehr Wellenlängen in Betracht gezogen werden. Die Wellenlängenbereiche müssen dichter abgetastet werden und die Abstände zwischen den einzelnen betrachteten Wellenlängen kürzer werden. Mit den heutigen und zukünftigen Servern und Rechnern dauern die Simulationen kürzer als in 2005-2007. Auch die Speicherkapazität der Speichermedien wird immer größer und auch größere Matrizen, bzw. Vektoren können problemlos gespeichert werden. Je länger die Optimierung läuft, desto bessere Ergebnisse bekommt man. Alle Simulationen bis auf die Testsimulation sind unterbrochen worden, nachdem die maximal erlaubte Anzahl an Iterationen erreicht wurde. Somit sollte bei der Weiterführung der durchgeführten Arbeiten eine größere Anzahl genmax der Generationen verwendet werden. Man kann auch bei der Optimierung mit der Unterraum-Vertrauensbereich-Methode (lsqcurvefit) diese länger laufen lassen, wenn noch eine Verkleinerung der Fitness stattfindet. Ich musste nach 25 Teiliterationen die Optimierung unterbrechen und mit dem nächsten Individuum oder mit dem GA weiter machen. Es ist auch sinnvoll die Kompensation der chromatischen Dispersion von 100 km SMMF in Abhängigkeit der Bandbreite zu untersuchen. Man sollte mit einer kleinen Bandbreite anfangen und diese schrittweise vergrößern bis die Abweichung zwischen den gelieferten Kurven der CD und den Soll-Kurven nicht mehr zufrieden stellend wird. In dieser Arbeit war die maximale Anzahl der Doppellayer bei der Verwendung der Struktur nach Abbildung 5.1.2 als Ausgangsstruktur gleich 50. In zukünftigen Arbeiten sollte diese Anzahl erhöht werden. Es ist auch sinnvoll die Optimierung der CD in Abhängigkeit der Anzahl der Doppellayer zu untersuchen. Ich hätte auch gerne die PhCs in Reflexion betrieben und die CD der reflektierten Welle optimiert. Eine Untersuchung der TM-polarisierten Welle und was diese alles leisten kann, um die CD zu kompensieren ist auch sinnvoll. Hierbei muss natürlich der Einfallswinkel der Welle ungleich null sein, da es bei einem senkrechten Einfall der Welle kein Unterschied zwischen TE- und TM-Polarisation gibt. In diesem Fall wird der Einfallswinkel der Welle auch Gegenstand der Optimierung. Vielleicht kann man sogar, wenn man beide Polarisationen betrachtet, eine Struktur für die Kompensation der CD mit dem Algorithmus finden, die die gleichen Verläufe der CD für beide Polarisationen aufweist. Somit kann man einen Polarisationsunabhängigen 1D-PhC zur Kompensation der CD erfinden. Der Algorithmus kann auch verwendet werden, um Strukturen für eine adaptive Dispersionskompensation zu optimieren. Eine Adaptive Dispersionskompensation kann erfolgen, indem die Dicke oder die Brechzahl der Defektschichten oder der Neigungswinkel der Struktur geändert werden. Die Verwendung der PhCs Taper zur Transmissionsverlauf-Optimierung ist auch noch zu Untersuchen.

# 8 Zusammenfassung

Die hier vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf und Optimierung von 1D-photonischen Kristallen zur Kompensation der chromatischen Dispersion. Dazu wird zuerst ausgehend von der mittels der Transfer-Matrix-Methode ermittelten Übertragungsfunktion die chromatische Dispersion bzw. die Transmission solcher Strukturen berechnet. Durch Einbringen von Defektschichten in der ansonsten homogenen 1D-PhCs-Struktur können Durchlassbereiche in den ursprünglichen Sperrbändern erzeugt werden. In der Nähe eines optischen Sperrbandes gibt es einen starken frequenzabhängigen Unterschied von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung. Dieser Effekt wurde von Prof. Zengerle Ende der siebziger Jahre erkannt und nachgewiesen und kann zur Dispersionskompensation verwendet werden.

Die entworfenen photonischen Kristalle sollen entweder gewünschte Verläufe der chromatischen Dispersion oder des Transmissionsverhaltens erzeugen. Zur Bestimmung der bestmöglichen Strukturen, die dies erlauben, wurde ein Hybrid-Optimierungsverfahren implementiert. Dieses besteht sowohl aus einem stochastischen Optimierungsalgorithmus, der auf Zufall basiert ist, als auch aus einem deterministischen Optimierungsalgorithmus, der mathematisch berechnet. Als stochastischer Algorithmus wurde der genetische Algorithmus gewählt und implementiert. Für die Optimierung mit dem deterministischen Algorithmus wurde die Matlab Funktion "lsqcurvefit", die auf der Unterraum-Vertrauensbereich-Methode basiert, verwendet. Die zwei Algorithmen werden abwechselnd eingesetzt. So wird die Wahrscheinlichkeit eine optimale Struktur zu finden drastisch erhöht.

Die bei der Verwendung des Hybrid-Algorithmus entstandenen photonischen Kristallstrukturen wurden in Kapitel 5 und 6 präsentiert. Am Anfang des fünften Kapitels wurde gezeigt, dass die gelieferten Strukturen nicht eindeutig sind. Diese Strukturen zeigen bei den in der Optimierung betrachteten Wellenlängen eine gute Übereinstimmung mit den Sollwerten. Somit konnten Strukturen gefunden werden, die einen linearen Dispersionsverlauf aufweisen oder eine Dispersion einer 10 km langen SMMF über eine Bandbreite von 0,3 nm kompensieren. Bei der Dispersionskompensation einer 100 km langen SMMF zeigten die Kurven der CD der gelieferten PhCs einen sinusförmigen Verlauf. Dies geschah sowohl bei der Optimierung der mit Defektschichten versehenen PhCs als auch der Optimierung der PhCs Taper. Die Integration eines PhCs in einen Ringresonator erlaubte die Erzeugung einer Periodizität der Verläufe der CD. Solche Strukturen können für eine selektive Kompensation der CD verwendet werden. Leider sind die nutzbaren Bandbreiten klein. Die Simulationsergebnisse der Optimierung der Transmission hatten auch gezeigt, dass dies mit dem implementierten Algorithmus möglich ist.

Abschließend wurden noch verschiedene Verbesserungs- und Erweiterungsvorschläge aufgeführt, die beim Fortführen der Arbeit berücksichtigt werden sollen.

# 9 Summary

The present thesis deals with the design and optimization of one-dimensional photonic crystals for chromatic dispersion compensation. Therefore the transfer function and then the chromatic dispersion as well as the transmission rate of such structures have been generally calculated by using the transfer-matrix method. Passbands can be produced in the original stopbands by inserting defect layers in the otherwise homogeneous 1D PhCs structure. In the vicinity of an optical bandgap there is a strong angular difference between the phase and group velocity both in space or frequency domains. This effect was recognized and proven by Prof. Zengerle at the end of the seventies and can be used for the compensation of the dispersion.

The designed photonic crystals should generate desired curves either of chromatic dispersion or transmission. A hybrid optimization algorithm was implemented in order to allow the determination of the best possible structures. This method consists of a stochastic optimization algorithm which is based on hazard, as well as a deterministic optimization algorithm which makes use of mathematical calculation. The genetic algorithm was chosen as the stochastic algorithm and then implemented. The Matlab function "lsqcurvefit" based on the subspace trust region method was used for the optimization using the deterministic algorithm. Both algorithms are used alternately. Thus, the probability to find the optimum structure can be drastically increased.

After using the hybrid algorithm for the optimization, the resulted photonic crystal structures have been presented in Chapter 5 and 6. At the beginning of the fifth chapter it was shown that the delivered structures are not unique. At the wavelengths considered by the optimization, the delivered curves of these structures show a good agreement with the desired values. Thus structures with a linear shape of dispersion could be found and the dispersion of a 10 km long SMMF over a bandwidth of 0,3 nm could be compensated. The delivered curves after the optimization of PhCs to compensate the dispersion of a 100 km long SMMF show a sine similar shape. This happened twice, by the optimization of simple PhCs with defect layers as well as by the optimization of tapered PhCs. The supplied PhCs showed high negative chromatic dispersion values only at the considered wavelengths. The integration of a PhC in a ring resonator allowed the generation of a periodicity in the CD curves. Such structures may be used for a selective compensation of the CD.

The simulation results of the optimization of Transmision of the PhCs had also shown, that this is possible with the implemented algorithm.

Finally, some suggestions for improvements and expansion proposals are mentioned and should be taken into account while continuing the topic of this thesis.

# 10 Anhang

Im Anhang wird zuerst auf einige mathematische Definitionen, Berechnungen bzw. Betrachtungen eingegangen. Anschließend findet sich eine Liste häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen wieder – zuletzt das Literaturverzeichnis.

#### 10.1 Erläuterungen mathematischer Definitionen

Im Folgenden werden verschiedene mathematische Definitionen vorgestellt und näher erläutert, auf die im Hauptteil der Arbeit nicht näher eingegangen werden konnte.

#### 10.1.1 Gradient, Hesse- und Jakobi-Matrix

Der Gradient ist ein Differentialoperator, der auf ein Skalarfeld angewandt werden kann. Hierdurch erhält man ein Vektorfeld, das die Änderungsrate und die Richtung der größten Änderung des Skalarfeldes angibt. Der Gradient weist in Richtung des steilsten Anstieges des Skalarfeldes.  $\nabla f$  ist der Gradient einer Skalarfunktion  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , wobei  $\nabla$  der Nabla-Operator genannt wird.

$$\nabla f = \operatorname{grad}(f) = \frac{\partial f}{\partial x_1} \vec{e}_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \vec{e}_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \vec{e}_n = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$
(10.1.1)

Die Hesse-Matrix (nach Otto Hesse<sup>12</sup>) fasst die partiellen zweiten Ableitungen einer mehrdimensionalen Funktion  $f(\vec{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  zusammen.

$$H(f) = H_{f} = \left(\frac{\partial^{2} f}{\partial x_{i} \partial x_{j}}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^{2} f}{\partial^{2} x_{1}} & \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{1} \partial x_{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{1} \partial x_{n}} \\ \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{2} \partial x_{1}} & \frac{\partial^{2} f}{\partial^{2} x_{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{2} \partial x_{n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{n} \partial x_{1}} & \frac{\partial^{2} f}{\partial x_{n} \partial x_{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2} f}{\partial^{2} x_{n}} \end{pmatrix}$$
(10.1.2)

Die Hesse-Matrix ist somit die Ableitung des Gradienten.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Ludwig Otto Hesse: deutscher Mathematiker (1811, 1874).

Die Jacobi-Matrix (nach Jacob Jacobi<sup>13</sup>) ist die Matrix der partiellen Ableitungen erster Ordnung einer vektorwertigen Funktion  $\vec{f}(\vec{x}): \Re^n \to \Re^m$ , wobei

$$\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, \cdots, x_n) \\ \vdots \\ f_m(x_1, \cdots, x_n) \end{pmatrix}$$
(10.1.3)

Die Jacobi-Matrix ist dann definiert als

$$J(\vec{f}) = J_{\vec{f}} = \left(\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$
 (10.1.4)

Die Jacobi-Matrix einer Funktion beschreibt die Orientierung der tangentialen Ebene zu der Funktion in einem gegebenen Punkt.

#### 10.1.2 Numerische Berechnung der (partiellen) Ableitung

Die numerische Differentiation ist die näherungsweise Berechnung der Ableitung aus gegebenen Funktionswerten. Dies geschieht unter Verwendung eines Differenzenquotienten. Diese Methode ist notwendig, falls die Ableitungsfunktion nicht explizit gegeben ist oder die Funktion selbst nur indirekt, z. B. über Messwerte, zur Verfügung steht. Die erste Ableitung kann angenähert werden durch folgenden Differenzenquotienten:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + O(h) \quad \text{(Vorwärtsdifferenz)}, \tag{10.1.5}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x) - f(x - h)}{h} + O(h) \quad (\text{Rückwärtsdifferenz}), \tag{10.1.6}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2)$$
 (Zentrale Differenz), (10.1.7)

Die zentrale Differenz entspricht dem Mittelwert aus Vorwärts- und Rückwärtsdifferenz. O wird Landau-Operator genannt und beschreibt das Restglied. Bei der Gleichung (10.1.7) nimmt der Fehler quadratisch mit der Verkleinerung der Schrittweite h ab. Daher ist es besser diese Formel zu verwenden, da der Aufwand der Berechnung dieser Formel nicht höher als

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Carl Gustav Jacob Jacobi: deutscher Mathematiker (1804, 1851).

der bei den anderen Gleichungen ist. Eine beliebige Verkleinerung der Schrittweite *h* bewirkt keine weitere Verbesserung, sondern eine Verschlechterung des Ergebnisses. Wenn  $\varepsilon$  die Genauigkeit der Zahlendarstellung eines 32-bit Rechners ist, so ist die kleinste sinnvolle Schrittweite bei der Verwendung der zentralen Differenz gleich  $\varepsilon^{1/3}$ . Mit  $\varepsilon = 2^{-53} \approx 1,1102 \cdot 10^{-16}$  folgt  $h_{\min} \approx 4,8062 \cdot 10^{-6}$  [Mat05]. Wird *h* kleiner als  $h_{\min}$  dominiert der Rundungsfehler die Diskretisierungsfehler.

Die zweite Ableitung kann angenähert werden durch folgenden Differenzen- quotienten:

$$f''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + O(h^2)$$
(10.1.8)

$$f''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{-f(x+2h) + 16f(x+h) - 30f(x) + 16f(x-h) - f(x-2h)}{12h^2} + O(h^4)$$
(10.1.9)

Die Gleichung (10.1.9) wurde in dieser Arbeit verwendet, um die chromatische Dispersion so präzise wie möglich zu berechnen.

Die partielle Ableitung für die Berechnung der Hesse-Matrix wurde nach folgender Gleichung approximiert

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_1 \partial x_2} \approx \frac{f(x_1 + h, x_2 + k) + f(x_1 - h, x_2 - k) - f(x_1 + h, x_2 - k) - f(x_1 - h, x_2 + k)}{4hk}$$
(10.1.10)

# 10.2 Liste häufig verwendeter Abkürzungen und Formelzeichen

# 10.2.1 Abkürzungen

CD	Chromatische Dispersion
CDK	Chromatischer Dispersionskompensator
DA	deterministische Algorithmus
DCF	Dispersionskompensierende Faser
DST	Dispersionsunterstützte Übertragung
DCPCF	Doppelkern photonische kompensierende Faser
DWDM	Dense Wavelength Division Multiplex
EDFA	Erbium dotierter Faser Verstärker
FBG	Faser Bragg Gitter
FSR	Free Spectral Range
FWHM	Full Width at Half Maximum, Halbwertsbreite
FWM	Four-wave mixing
GA	genetischer Algorithmus
HNL-DSF	Highly nonlinear dispersion-shifted fiber
LED	Leuchtdiode
MG	Maxwellsche Gleichungen
PBG	photonische Bandlücke
PCG	preconditioned conjugate gradient
PhCs	photonische(r) Kristall(e)
RFA	Raman-Faserverstärker
PCF	photonische kompensierende Faser
PMD	Polarisationsmodendispersion
SMMF	Standard-Monomodefaser
SPM	Self phase modulation
VCSEL	Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser
WDM	Wavelength Division Multiplex
10.2.2	Mathematische Schreibweisen

# a reellwertige, skalare Größe

 $\vec{a}$  reellwertige, vektorielle Größe

a	Betrag einer skalaren Größe
$\left  \vec{a} \right $	Betrag einer reellwertigen, vektoriellen Größe
$a^*$	konjugiert komplexer Wert der skalaren Größe a
$\vec{a}^*$	konjugiert komplexer Wert der vektoriellen Größe $\vec{a}$
Re{ <i>a</i> }	Realteil der komplexwertigen, skalaren Größe
$\operatorname{Im}\{a\}$	Imaginärteil der komplexwertigen, skalaren Größe
$\operatorname{Re}\{\vec{a}\}$	Realteil der komplexwertigen, vektoriellen Größe
$\operatorname{Im}\{\vec{a}\}$	Imaginärteil der komplexwertigen, vektoriellen Größe
$\Delta$	Laplace-Operator
$\vec{\nabla}$	Nabla-Operator
log	Basis 10 Logarithmusfunktion

# 10.2.3 Konstanten

e = 2.718281828	Eulersche Zahl
$\mathcal{E}_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12}  \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$	Dielektrizitätskonstante im Vakuum
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}  \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$	absolute Permeabilitätskonstante im Vakuum
$c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8  \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	Vakuumlichtgeschwindigkeit
$k = 1.380662 \cdot 10^{-23}  \frac{\mathrm{Ws}}{\mathrm{K}}$	Boltzmann Konstante
$h = 6.62606876 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	Plancksches Wirkungsquantum

# 10.2.4 Formelzeichen

Symbol	Bedeutung
$\vec{B}$	magnetischer Flussdichtevektor
Bit	Bits
С	Austrittspunkt
с	Lichtgeschwindigkeit
$\overrightarrow{D}$	dielektrischer Verschiebungsstromdichtevektor
D	Gruppenlaufzeitdispersion, chromatische Dispersion
Dg	Diagonalmatrix
d	Breite
d	Strecke

$\vec{E}$	elektrischer Feldvektor
$\vec{e}$	Einheitsvektor
f	Bewertungsfunktion
G	Genen
8	Gradient
$\overrightarrow{g}$	Leitungsstromdichtevektor
$\overrightarrow{H}$	magnetischer Feldvektor
Н	Hesse-Matrix
h	Schrittweite
Ī	Intensitätsvektor
J	Jakobi-Matrix
K	Koppelkoeffizient
$\vec{k}$	Wellenvektor
Ĺ	Individuum, Lösungskandidat
L	Gesamtlänge
Ν	Vertrauensbereich
n	Brechungsindex
n <sub>sub</sub>	Brechzahl des Substrats
n <sub>med</sub>	Brechzahl des Eintrittsmediums
0	Landau-Operator
Р	Ausbreitungsmatrix
Р	Population
$p_{\rm M}$	Mutationsrate
$p_{\rm s}$	Selektionswahrscheinlichkeit
$p^{R}$	Reflexionsschritt
p <sub>c</sub>	Rekombinationsrate
р	PCG-Ausgangsrichtung
$\mathcal{Q}$	Qualitätsfaktor
Q	Güte
R	Reflexionskoeffizient
→ r	Ortsvektor
r	Amplitudenreflexionsfaktor
$\vec{S}$	Poyntingscher Vektor
$\vec{s}$	Augenblickswert
----------------------------	---------------------------------
S	Testschritt
Т	Durchlässigkeitskoeffizient
Т	Übertragungsmatrix
t	Zeit
t	Amplitudentransmissionsfaktor
t <sub>g</sub>	Gruppenlaufzeit
U	Übertragungsfunktion
$\vec{x}$	Chromosom
Ζ	Wellenwiderstand
Ζ	Zufallszahl
α	spektraler Dämpfungskoeffizient
β	Ausbreitungskonstante
γ	Verlustfaktoren
Δ	Intervall
$\Delta$	Radius des Vertrauensbereichs
ε	Dielektrizitätszahl
ε	Schwellwert
$\mathcal{E}_{\mathrm{r}}$	relativen Permittivitäten
Θ	Phasenänderung
$\theta$	Winkel
K	spezifische Leitfähigkeit
$\mu_{ m r}$	relative Permeabilitätszahl
$v_{\rm ph}$	Ausbreitungsgeschwindigkeit
Vg	Gruppengeschwindigkeit
$v_{\rm ph}$	Phasengeschwindigkeit
Λ	Breite des Doppellayers
Λ	Periodenlänge
λ	Wellenlänge
$\vec{ ho}$	Raumladungsdichte
σ	Genauigkeit
arphi	Phasengang

## Literaturverzeichnis

- [Agr02] Agrawal, Govind P.: *Fiber-Optic Communication Systems*, 3nd Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2002
- [Aka03] Akahane, Y.; Asano, T.; Song, B. and Noda, S.: *High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal*. Nature, Vol. 425, pp. 944-947, October 2003
- [Alt02] Alt, W.: Nichtlineare Optimierung: Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen, Vieweg Studium: Aufbaukurs Mathematik, Vieweg+Teubner Verlag, 1. Auflage, 2002
- [Aug00] Auguste, J. L.; Jindal, R.; Blondy, J. M.; Clapeau, M.; Marcou, J.; Dussardier, B.;
   Monnom, G.; Ostrowsky, D. B.; Pal, B. P.; Thyagarajan, K.: -1800 ps/(nm.km) chromatic dispersion at 1.55µm in dual cocentric core fibre, Electronics Letters, Vol. 36, pp. 1689-1691, 2000
- [Aug02] Auguste, J. L.; Blondy, J. M.; Maury, J.; Marcou, J.; Dussardier, B.; Monnom, G.; Jindal, R.; Thyagarajan, K.; Pal, B. P.: Conception, Realization, and Characterization of a Very High Negative Chromatic Dispersion Fiber, Optical Fiber Technology, Vol. 8, No. 1, pp. 89-105, 2002
- [Ben06] Ben Bakir, B.; Seassal, C.; Letartre, X. And Victorovitch, P.: Surface-emitting microlaser combining two-dimensional photonic crystal membrane and vertical Bragg mirror. Applied Physics Letters, Vol. 88, 081113, 2006
- [Ber78] Bergmann-Schäfer: *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band III Optik*, 7. Auflage, Walter de Gruyter, Berlin, New York 1978
- [Bor85] Born, M.: *Optik, Ein Lehrbuch der elektromagnetischen Lichttheorie*, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1985
- [Bor99] Boroditsky, M.; Krauss, T.; Coccioli, R.; Vrijen, R.; Bhat, R. and Yablonovitch, E.: Light extraction from optically pumped Light-Emitting Diodeby thin slab photonic crystals. Applied Physics Letters, Vol. 75, No. 8, pp. 1036-1038, August 1999
- [Bra00] Branch, M. A.; Coleman T. F.; Li, Y.: A subspace, interior, and conjugate gradient method for large-scale bound-constrained minimization problems, SIAM journal on scientific computing, Vol. 21, No. 1, pp. 1-23, 2000
- [Bro96] Brown, E. R.; McMahon, O. B.: High zenithal directivity from a dipole antenna on a photonic crystal. Applied Physics Letters, Vol. 68, No. 9, pp. 1300-1302, February 1996
- [Brü03] Brückner, V.: *optischen Nachrichtentechnik: Grundlagen und Anwendungen*, Erste Auflage, Vieweg und Teubner Verlag, 2003
- [Brü97] Brückner, V.: *Grundlagen der optischen Nachrichtenübertragung*, Deutsche Telekom, Unterrichtsblätter, Die Fachzeitschrift der Deutschen Telekom für Ausund Weiterbildung, Ausgabe 1, C 10964, 50. Jahrgang, 10. Januar 1997

- [Bus04] Busch, K.; LöIkes, S.; Wehrspohn, R. B. and Foil, H.: *Photonic Crystals Advances in Design, Fabrication, and Characterization.* 1<sup>st</sup>. Edition, WILEY-VCH Verlag, Weinheim, January 2004
- [Byk72] Bykov, V. P.: *Spontaneous emission in a periodic structure*, Soviet Physics JETP, American Institute of Physics, New York Vol. 35 pp. 269-273, 1972
- [Cen99] Centeno E.; Guizal B. and Felbacq D.: *Multiplexing and demultiplexing with photonic crystals*. Journal of Optics A, Vol. 1, No. 5, pp. L10-L13, September 1999
- [Cha05] Chakravarty, S.; Topol`ancik, J.; Bhattacharya, P.; Chakrabarti, S; Kang, Y. and Meyerhoff, M. E.: *Ion detection with phtonic crystal microcavities*. Optics Letters, Vol. 30, No. 19, pp. 2578-2580, October 2005
- [Che09] Chen, W.; Li. J.; Lu, P.: *Progress of photonic crystal fibers and their applications*, Frontiers of Optoelectronics in China, Vol. 2, No. 1, pp. 50-57, 2009
- [Che95] Cheng, S. D.; Biswas, R.; Ozbay, E.; McCalmont, S.; Tuttle, G. and Ho, K. M.: Optimized dipole antennas on photonic band gap crystals. Applied Physics Letters, Vol. 67, No. 23, pp. 3399-3401, December 1995
- [Cho01] Chong, E. K. P.; Stanislaw, H. Z.: *An Introduction to Optimization*, 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001
- [Cho04] Chow, E.; Grot, A.; Mirkarimi, L. W.; Sigalas, M. and Girolami, G.: Ultracompact biochemical sensor built with two-dimensional photonic crystal microcavity. Optics Letters, Vol. 29, No. 10, pp. 1093-1095, May 2004
- [Col92] Coleman, T. F.; Li, Y.: On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-scale Nonlinear Minimization Subject to Bounds, Technical Report: 92-110, <u>http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.52.997&rep=rep1&type</u> <u>=pdf</u>
- [Col94] Coleman, T. F.; Li, Y.: On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-Scale Nonlinear Minimization Subject to Bounds, Mathematical Programming, Vol. 67, No. 2, pp. 189-224, 1994
- [Col96] Coleman, T. F.; Li, Y.: An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds, SIAM Journal on Optimization, Vol. 6, pp. 418-445, 1996
- [Cole96] Coleman, T. F.; Li, Y.: A Reflective Newton Method for Minimizing a Quadratic Function Subject to Bounds on some of the Variables, SIAM Journal on Optimization, Vol. 6, No. 4, pp. 1040 – 1058, 1996
- [Den94] Dennis, J. E.; Vicente, L. N.: Trust-Region Interior-Point algorithms for minimization Problems with Simple Bounds, TR94-42, November 1994, <u>http://www.mat.uc.pt/~lnv/papers/trip.pdf</u>
- [Des02] Desurvire, E.; Bayart, D.; Desthieux, B.; Bigo, S.: Erbium-Doped Fiber Amplifiers, Device and System Developments, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2002

- [DeJ75] De Jong, K. A.: An Analysis of the Behavior of a class of Genetic Adaptive Systems. PhD Dissertation, University of Michigan, 1975
- [Dut05] Duthel, T.: Untersuchung und Herstellung faseroptischer Delay-Line-Filter zur Dispersionskompensation in optischen Übertragungssystemen, Dissertation, Universität Dresden, 2005
- [Ell06] Ellrich, F; Modellierung und Meßtechnik von Ultrakurzimpuls-Raman-Faserverstärkern, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2006
- [Eng03] Engeness, T.; Ibanescu, M.; Johnson, S.; Weisberg, O.; Skorobogatiy, M.; Jacobs, S.; Fink, Y.; *Dispersion tailoring and compensation by modal interactions in OmniGuide fibers*, Optics Express, Vol. 11, No. 10, pp. 1175-1196, 2003
- [Esp01] Espinola, R. L.; Ahmad, R. U.; Pizzuto, F.; Steel, M. J. and Osgood, M.: A study of high-index-contrast 90° waveguide bend structures. Optics Express, Vol. 8, No. 9, pp. 517-528, April 2001
- [Fat09] Fatome, J.; Fortier, C.; Pitois, S.: *Practical design rules for single-channel ultra high-speed dense dispersion management telecommunication systems*, Optics Communications, Vol. 282, No. 7, pp. 1427-1434, 2009
- [Fro04] Frommer, A.: *Numerische Methoden der nichtlinearen Optimierung*, Bergische Universität Wuppertal, Skript, Sommersemester 2004
- [Fuh08] <u>http://www.fernuni-hagen.de/universitaet/aktuelles/2008/05/19-ak-gehring-ameise.</u> <u>shtml</u>
- [Gha02] Ghalmi, S.; Ramachandran, S.; Monberg, E.; Wang, Z.; Yan, M.; Dimarello, F.; Reed, W.; Wisk, P.; Fleming, J.: Low-loss, all-fibre higher-order-mode dispersion compensators for lumped or multi-span compensation, Electronics Letters, Vol. 38, No. 24, pp. 1507–1508, 2002
- [Ger03] Gerken, M.: Wavelength multiplexing by spatial beam shifting in multilayer thinfilm structures, Dissertation, Stanford University, 2003
- [Gil81] Gill, P. E.; Murray, W.; Wright, M. H.: *Practical Optimization*, Academic Press, San Diego, 1981
- [Gna00] Gnauck, A. H.; Garrett, L. D.; Danziger, Y.; Levy, U.; Tur, M.: Dispersion and dispersion-slope compensation of NZDSF over theentire C band using higherorder-mode fibre, Electronics Letters, Vol. 36, No. 23, pp. 1946 – 1947, 2000
- [Gol89] Goldberg, D. E.: *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Reprinted edition, Addison-Wesley Publishing company, Bonn, 1989
- [Gow93] Gowar, J.: *Optical Communication Systems*, 2nd Edition, Prentice Hall International Series in Optoelectronics, Prentice Hall Europe, 1993
- [Han05] Han, J. G.; Lee, S.: *Tunable dispersion compensator based on uniform fiber Bragg grating and its application to tunable pulse repetition-rate multiplication*, Optics Express, Vol. 13, No. 23, pp. 9224-9229, 2005

- [Hec01] Hecht, E.: *Optik*, 3., vollständig überarbeitete Auflage, Oldenbourg Verlag München Wien, 2001
- [Hin98] Hinton, K.: Dispersion Compensation Using Apodized Bragg Fiber Gratings in Transmission, Journal of Lightwave Technology, Vol. 16, No. 12, pp. 2336, 1998
- [Hir03] Hiroishi, J.; Sugizaki, R.; Aso, O.; Tadakuma, M.; Shibuta, T.: Development of Highly Nonlinear Fibers for Optical Signal Processing, Furukawa Review, No. 23, pp. 21-25, 2003
- [Hoa09] Hoang, P. C.: Applications of Photonic Crystals in Communications Engineering and Optical Imaging, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2009
- [Hol75] Holland, J. H.: *Adaptation in natural and artificial systems*, Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975
- [Hom99] Homberger, J.; Gehring, H.: Two Evolutionary Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. In: Information Systems and Operational Research - Special issue: Metaheuristics for Location and Routing Problems, pp. 297-318, 1999
- [Hor05] Horiuchi, N.; Segawa, Y.; Nozokido, T.; Mizuno, K. and Miyazaki, H.: *High-transmission waveguide with a small radius of curvature at a bend fabricated by use of a circular photonic crystal.* Optics Letters, Vol. 30, No. 9, pp. 973-975, May 2005
- [Hus09] Husakov, A.; Herrmann, J.: Chirped multilayer hollow waveguides with broadband transmission, Optics Express, Vol. 17, No. 5, pp. 3025-3035, 2009
- [Hul96] Hultzsch, H.: Optische Telekommunikationssysteme; Physik, Komponenten und Systeme; Pilotprojekte und Serientechnik im Netz der Deutschen Telekom AG, Damm-Verlag KG, Gelsenkirchen, 1996
- [Hut05] Huttunen, A.; Törmä, P.: Optimization of dual-core and microstructure fiber geometries for dispersion compensation and large mode area, Optics Express, Vol. 13, pp. 627–635, 2005
- [HuX07] Hu, X. B.; Di Paolo, E.: An Efficient Genetic Algorithm with Uniform Crossover for the Multi-Objective Airport Gate Assignment Problem, IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC, Springer, 2007
- [Hwa07] Hwang G. S.; Pyun, U. S., Chung, Y.; Kim, B. W.; Lee, J. S.: *WDM channels over* 2000 km of standard singlemode fibre, Electronics Letters, Vol. 43, No. 16, 2007
- [IHT05] <u>http://www.iht.rwth-aachen.de/Forschung/opto/photonik/ring.php</u>
- [Jar04] Jarre, F.; Stoer, J.: Optimierung, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2004
- [Joa95] Joannopoulos, J. D.; Robert, D. M. and Joshua, N.: *Photonic Crystals: modeling the flow of light*, Princton University Press, 1995

- [Joh00] Johnson, S. G.; Villeneuve, P. R.; Fan, S. and Joannopoulos, J. D.: *Linear waveguides in photonic-crystal slabs*, Physical Review B, Vol. 62, No. 12, pp. 8212-8222, September 2000
- [Joh87] John, S.: Strong Localisation of Photons in Certain Disordered Dielectric Superlattices, Physical Review Letters, Vol. 58, pp. 2486-2489, New York, 1987
- [Joi94] Joines, J.; Houck, C.: On the use of non-stationary penalty functions to solve constrained optimization problems with genetic algorithms. IEEE International Symposium Evolutionary Computation, Orlando, Fl, pp. 579–584, 1994
- [Jon07] Jones, R.; Doylend, J.; Ebrahimi, P.; Ayotte, S.; Raday, O.; Cohen, O.: Silicon photonic tunable optical dispersion compensator, Optics Express, Vol. 15, No. 24, pp. 15836-15841, 2007
- [Jun03] Jun, S. B.; Park, K. J.; Chung, Y. C.: *Transmission of 2.5-Gb/s WDM channels* spaced at 5 GHz over 480 km of single-mode fiber, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 15, No. 9, pp. 1309 – 1311, 2003
- [Ker06] Kerbstadt, F.: Transmissionsphasengitter zur adaptiven Dispersionskompensation in hochbitratigen optischen Übertragungssystemen, Dissertation, Technische Universität Berlin, 2006
- [Kim09] Kim, S.; Bae, J.; Lee, K.; Kim, S. H.; Jeong, J. M.; Lee, S. B.; Tunable dispersion slope compensator using two uniform fiber Bragg gratings mounted on S-shape plate, Optics Express, Vol. 17, No. 6, pp. 4336-4341, 2009
- [Kin94] Kinnebrock, W.: Optimierung mit genetischen und selektieven Algorithmen, Oldenbourg Verlag, 1994
- [Koe05] Koenderink, A. F.; Kafesaki, M.; Buchler, B. C. and Sandoghdar, V.: *Controlling the resonance of a photonic crystal Microcavity by Near-Field probe.* Physical Review Letters, PRL 95, 153904, October 2005
- [Kom00] Komukai, T., Member IEEE; Inui, T.; and Nakazawa, M., Fellow IEEE, *The Design of Dispersion Equalizers Using Chirped Fiber Bragg Gratings*, IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 36, No. 4, April 2000
- [Kos01] Koshiba, M.: Wavelength Division Multiplexing and Demultiplexing With Photonic Crystal Waveguide Couplers. Journal of Lightwave Technology, Vol. 19, No. 12, pp. 70-75, December 2001
- [Laz08] Lazoul, M.; Simohamed L. M.; Boudrioua A.: Comparison between different chromatic dispersion compensation schemes in high bit rate communication systems with important non linear effects, 12th WSEAS International Conference on Communications, Griechenland, 2008
- [Lee06] Lee, G. H.; Xiao, S.; Weiner, A. M.: Optical dispersion compensator with >4000ps/nm tuning range using a virtually imaged phased array (VIPA) and spatial light modulator (SLM), IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 18, No. 17, pp. 1819-1821, 2006

- [Leh04] Lehner, G.: *Elektromagnetische Feldtheorie für Ingenieure und Physiker*, 4. Auflage, Springer Berlin, 2004
- [Len98] Madsen, C. K. and Lenz, G.: Optical All-Pass Filters for Phase Response Design with Applications for Dispersion Compensation, IEEE photonics technology letters, Vol. 10, No. 7, pp. 994-996, July 1998
- [Lin00] Lin, S.; Chow, E.; Johnson, S. G. and Joannopoulos, J. D.: Demonstration of highly efficient waveguiding in a photonic crystal slab al the 1.5-µm wavelength. Optics Letters, Vol. 25, No. 17, pp. 1297-1299, September 2000
- [Lin98] Lin, S.; Chow, E.; Hietala, V.; Villeneuve, P. R. and Joannopoulos, J. D.: *Experimental Demonstration of guiding and bending of electromagnetic waves in a photonic crystal.* Science, Vol. 282, pp. 274-276, 9. October 1998
- [Lit97] Little, B. E.; Chu, S. T.; Haus, H. A.; Foresi, J. and Laine, J.-P.: *Microring resonator channel dropping filters*, J. Lightwave Technol., Vol. 15, pp. 998–1005, 1997
- [Lon02] Loncar, M.; Yoshi, T.; Scherer, A.; Gogna, P. and Qiu, Y.: Low-threshold photonic crystal laser. Applied Physics Letters, Vol. 81, No. 15, pp. 2680-2682, October 2002
- [Lou05] Louvion, N.; Gérard, D.; Mouette, J.; de Fornel, F.; Seassal, C.; Letartre, X.; Rahmani, A. and Callard, S.: Local Observation and Spectroscopy of Optical Modes in an Active Photonic-Crystal Microcavity. Physical Review Letters, Vol. 94, 113907, March 2005
- [Mac03] Macleod, H. A.: *Thin-Film optical filters*, Reprinted 3rd Edition, Institute of Physics Publishing, Bristol, 2003
- [Mad01] Madsen, C.K.; Laskowski, E.J.; Bailey, J.; Cappuzzo, M.A.; Chandrasekhar, S.; Gomez, L.T.; Griffin, A.; Oswald, P.; Stulz, L.W.: Compact integrated tunable chromatic dispersion compensator with a 4000 ps/nm tuning range, Optical Fiber Communication Conference and Exhibit, OFC 2001, Vol.4, pp. PD9-1-PD9-3, 2001
- [Mad02] Madsen, C.K.; Laskowski, E.J.; Bailey, J.; Cappuzzo, M.A.; Chandrasekhar, S.; Gomez, L.T.; Griffin, A.; Oswald, P.; Stulz, L.W.: Compact integrated tunable chromatic dispersion compensator, Lasers and Electro-Optics Society, LEOS 2002. The 15th Annual Meeting of the IEEE, Vol.2, pp. 570- 571, 2002
- [Mad03] Madsen, C. K.: Subband All-Pass Filter Architectures With Applications to Dispersion and Dispersion-Slope Compensation and Continuously Variable Delay Lines, IEEE Journal on lightwave technology, Vol. 21, No. 10, pp. 2412-2420, October 2003
- [Mad98] Madsen, C. K.: Efficient architectures for exactly realizing optical filters with optimum bandpass designs, IEEE Photon. Technol. Lett., Vol. 10, pp. 1136–1138, 1998

[Mal03]	Malkova, N.; Kim, S. and Gopalan, V.: Strain tunable light transmission through a		
	90° bend waveguide in a two-dimensional photonic crystal. Applied Physics Letters, Vol. 83, No. 8, pp. 1509-1511, August 2003		
[Mat05]	Matlab: <i>Optimization Toolbox User`s Guide</i> . The MathWorks, Inc., 2005 <u>http://www.mathworks.de/access/helpdesk/help/pdf_doc/optim/optim_tb.pdf</u>		
[Mic99]	Michalewicz, Z.: <i>Genetic Algorithms</i> + <i>Data Structures</i> = <i>Evolution Programs</i> 3rd. rev. and extended ed., Springer-Verlag Berlin New York. 1999		
[Mit98]	Mitchell, M.: An introduction to genetic algorithms, The MIT Press, Cambridge 1998		
[Mo100]	Molter D . Theyer M . Beigang P . Nanosacond targhartz optical parametric		

- [Mol09] Molter, D.; Theuer, M.; Beigang, R.: *Nanosecond terahertz optical parametric oscillator with a novel quasi phase matching scheme in lithium niobate*. OPTICS EXPRESS, Vol. 17, No. 8, pp. 6623-6628, April 2009
- [Mou03] Mouette, J.; Seassal, C.; Letartre, X.; Rojo-Romeo, P.; Leclereq, J. L.; Regreny, P.; Viktorovitch, P.; Jalaguier, E.: Very low threshold vertical emitting laser operation in InP graphite photonic crystal slab on silicon. Electronics Letters, Vol. 39, No. 6, pp. 525-526, March 2003
- [Nak07] Nakajima K.; Matsui T.; Kurokawa K.; Tajima, K.; Sankawa, I.: High-speed and wideband transmission using dispersion-compensating/managing photonic crystal fiber and dispersion-shifted fiber. Journal of Lightwave Technology, Vol. 25, No. 9, pp. 2719-2726, 2007
- [Nie06] Niemi, T.; Frandsen, L. H.; Hede, K. K.; Harpoth, A.; Borel, P. I. and Kristensen,
   M.: Wavelengt-DevisionDemultiplexing Using Photonic Crystal Waveguides.
   IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 18, No. 1, pp. 226-228, January 2006
- [NiY04] Ni, Y.; An, L.; Peng, J.; Fan, C.; Dual-core photonic crystal fiber for dispersion compensation," IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 16, No. 6, pp. 1516-1518, 2004
- [Noc99] Nocedal, J.; Wright, S. J.: *Numerical Optimization*, Springer series in operations research, Springer Verlag, New York, 1999
- [Oht79] Ohtaka, K.: *Energy band of photons and low-energy photon diffraction*, Physical Review B, Vol. 19, pp. 5057-5067, 1979
- [Oht99] Ohtera, Y.; Sato, T.; Kawashima, T.; Tamamura, T. and Kawakami, S.: *Photonic crystal polarisation splitters*. Electronics Letters, Vol. 35, No. 15, pp. 1271-1272, July 1999
- [Ouy02] Ouyang, G.; Xu, Y.; Yariv, A.; *Theoretical study on dispersion compensation in air-core Bragg fibers*, Optics Express, Vol. 10, No. 17, pp. 899–908, 2002
- [Pai99] Painter O.; Lee R. K.; Scherer A.; Yariv A.; O'Brien J. D.; Dapkus P. D.; Kim I.: *Two-Dimensional Photonic Band-Gap Defect Mode Laser*. Science, Vol. 284, No. 5421, pp. 1819-1821, June 1999

- [Pan03] Pande, K.; Pal, B. P.: Design optimization of a dual-core dipersion-compensating fiber with a high figure of merit and a large effective area for dense wavelengthdivision multiplexed transmission through standard G.655 fibers. Appl. Opt., Vol. 42, pp. 3785–3791, 2003
- [PhoKr] http://www.lti.uni-karlsruhe.de/rd\_download/Quantenbau\_Kapitel5.pdf
- [Pol07] Poli, F.; Cucinotta, A.; Selleri, S.: *Photonic crystal fibers: properties and applications*, Springer, 2007
- [Poo94] Poole, C. D.; Wiesenfeld, J. M.; DiGiovanni, D. J.; Vengsarkar, A. M.: Optical fiber-based dispersion compensation using higher ordermodes near cutoff, Journal of Lightwave Technology, Vol. 12, No. 10, pp. 1746-1758, 1994
- [QiH02] Qi, H; Sun, D.: Solving Karush-Kuhn-Tucker Systems via the Trust Region and the Conjugate Gradient Methods, Applied Mathematics Research Report AMR99/19, School of Mathematics, University of New South, 2002
- [Qin05] Qing-Geng, C.; Ning, W.; Shao-Feng, H.: The distribution population-based genetic algorithm for parameter optimization PID controller, Acta Automatica Sinica, Vol. 31, No. 4, pp. 646-650, July 2005
- [Ram01] Ramachandran, S.; Mikkelsen, B.; Cowsar, L. C.; Yan, M. F.; Raybon, G.; Boivin, L.; Fishteyn, M.; Reed, W. A.; Wisk, P.; Brownlow, D.; Huff, R. G.; Gruner-Nielsen, L.: All-fiber grating-based higher order mode dispersion compensatorfor broad-band compensation and 1000-km transmission at 40 Gb/s, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 13, No. 6, pp. 632-634, 2001
- [Ram07] Ramachandran, S.: Fiber-Based Dispersion Compensation, Springer-Verlag, 2007
- [Pet05] Petrov, E. Y.; Eich, M.: Dispersion compensation with photonic crystal line-defect waveguides. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 23, No. 7, pp. 1396-1401, July 2005
- [Sak05] Sakoda, K.: *Optical properties of photonic crystals*, 2end Edition, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005
- [Sch03] Schmidt, M.; Schuh, K.; Lach, E.; Schilling, M., and Veith, G.: 8x160 Gbit/s (1.28 Tbit/s) DWDM transmission with 0.53 bit/s/Hz spectral efficiency using single EAmodulator based RZ pulse source and demux, Alcatel Research & Innovation, Stuttgart, Germany, ECOC 2003 in Rimini, Italy, 2003
- [Sch09] Schuh, K.; Lach, E.; Junginger, B.; Veith, G.; Renaudier J.; Charlet, G.; Tran, P.: 8 Tb/s (80 × 107 Gb/s) DWDM NRZ-VSB transmission over 510 km NZDSF with 1 bit/s/Hz spectral efficiency, Bell Labs Technical Journal, Vol. 14, No. 1, pp. 89-104, 2009
- [Sch48] Schumann, W. O.: Elektrische Wellen, Carl Hanser Verlag, München, 1948
- [Siv08] Sivanandam, S. N.; Deepa, S. N.: *Introduction to genetic Algorithms*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2008

- [Slavo] Slavov, D.; Chromatic dispersion compensation in conventional single-mode fibers. http://www.urel.feec.vutbr.cz/ra2007/archive/ra2003/papers/418.pdf
- [Ste83] Steihaug, T.: The Conjugate Gradient Method and Trust Regions in Large Scale Optimization, SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 20, No. 3., pp. 626-637, 1983, <u>http://www.ii.uib.no/~trond/publications/papers/trust.pdf</u>
- [Suz04] Suzuki, K.; Nakamatsu, I.; Shimoda, T.; Takaesu, S.; Uhioda, J.; Mizuki, E.; Horie, M.; Urino, Y.; Yamazaki, H.: WDM tuneable dispersion compensator with PLC ring resonators, Optical Fiber Communication Conference, OFC 2004, pp. 23-27, Feb. 2004
- [Tak05] Takahashi, M.; Sugizaki, R.; Hiroishi, J.; Tadakuma, M.; Taniguchi, Y.; Yagi, T.: Low-Loss and Low-Dispersion-Slope Highly Nonlinear Fibers. Journal of Lightwave Technology, Vol. 23, No. 11, pp. 3615-3624, 2005
- [Techno] http://www.technodoctor.de/lichtrechner.htm
- [Tem00] Temelkuran, B.; Bayindir, M.; Ozbay, E.; Biswas, R.; Sigalas, M. M.; Tuttle, G. and Ho, K. M.: *Photonic crystal-based resonant antenna with a very high Directivity*. Journal of Applied Physics, Vol. 87, No. 1, pp. 603-605, January 2000
- [Thy96] Thyagarajan, K.; Varshney, R. K.; Palai, P.; Ghatak, A. K.; Goyal, I. C.: A novel design of a dispersion compensating fiber, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 8, No. 11, pp. 1510-1512, 1996
- [Tok00] Tokushima, M.; Kosaka, H.; Tomita, A. and Yamada, H.: *Lightwave propagation through a 120° sharply bent single-line-defect photonic crystal waveguide*, applied Physics Letters, Vol. 76, Number 8, pp. 952-954, February 2000
- [Top06] Topolancik, J.; Chakravarty, S.; Bhattacharya, P. and Chakrabarti S.: *Electrically injected quantum-dot photonic crystal microcavity light sources*. Optics Letters, Vol. 31, No. 2, pp. 232-234, January 2006
- [Tsu99] Tsuda, H.; Okamoto, K., Senior Member, IEEE,; Ishii, T.; Naganuma, K; Inoue, Y., Member, IEEE; Takenouchi, H.; and Kurokawa, T., Member, IEEE, Secondand Third-Order Dispersion Compensator Using a High-Resolution Arrayed-Waveguide Grating, IEEE Photonics Technology Letters, Vol. 11, No. 5, May 1999
- [Urq88] Urquhart, P.: *Compound optical-fiber-based resonators*, Journal of the Optical Society of America A, Vol.5, No. 6, pp.803-812, June 1988
- [Ven02] Venkataraman, P.: Applied Optimization with MATLAB Programming, John Wiley & Sons, New York, 2002
- [Vog02] Voges, E.; Petermann, K.: Optische Kommunikationstechnik, Handbuch für Wissenschaft und Industrie, 1. Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 2002
- [Wei96] W. Weiershausen, R. Zengerle: Photonic highway switches based on ring resonators used as frequency-selective components. Applied Optics, Vol. 35, No. 30, pp. 5967 - 5978, 1996

- [WuM08] Wu, M.; Huang, D.; Liu, H.; Tong, W.; Broadband dispersion compensating fiber using index-guiding photonic crystal fiber with defected core, Chinese Optics Letters, Vol. 6, No.1, pp. 22-24, 2008
- [Yab87] Yablonovitch E.; Inhibited Spontaneous Emission in Solid-State Physics and Electronics, Physical Review Letters, Vol. 58, pp. 2059-2062, New York, 1987
- [YuC08] Yu, C. P.; Liou, J. H.; Huang, S. S.; Chang, H. C.: Tunable dual-core liquid-filled photonic crystal fibers for dispersion compensation, Optics Express, Vol. 16, No. 7, pp. 4443-4451, 2008
- [Zen04] Zengerle, R. and Hoang, P. C.: Photonic crystal structures for potential dispersion management in optical telecommunication systems. Proceeding of SPIE, Vol. 5595, pp. 78-91, October 2004
- [Zen05] Zengerle, R. and Hoang, P. C.: *Wide-angle beam refocusing using negative refraction in non-uniform photonic crystal.* Optics Express, Vol. 13, No. 13, pp. 5719-5730, July 2005
- [Zen79] Zengerle, R.: *Lichtausbreitung in ebenen periodischen Wellenleitern*, Dissertation, Universität Stuttgart, 1979
- [Zim06] Zimmermann, J.: Optische Wellenleiter und Filter in Photonischen Kristallen auf Indiumphosphid-Basis, Dissertation, Universität Würzburg, 2006
- [Zho08] Zhao, X.; Zhou, G.; Li, S.; Liu, Z.; Wei, D.; Hou, Z.; Hou, L.: Photonic crystal fiber for dispersion compensation, Applied Optics, Vol. 47, No. 28, pp. 5190-5196, 2008

## **Tabellarischer Lebenslauf**

Name:	Wissem Zouaghi			
Adresse:	Nebeniusst	Nebeniusstr. 9		
	68167 Mannheim			
geboren:	03. Februar 1976 in Mulhouse, Frankreich			
Familienstand:	verheiratet, 2 Söhne			
Staatsangehörigkeit:	deutsch-tunesisch			
Schulausbildung:	1982-1988	Grundschule El Iffa, Denden, Tunesien		
	1988-1995	Gymnasium Ibn Abi Dhief, Manouba, Tunesien		
Schulabschluß:	Abitur (Note: Sehr Gut)			
Sprachkurs:	1995-1996	Studienkolleg der Universität Heidelberg		
Studium:	1996-2001	Studium der Elektrotechnik an der		
		Universität Kaiserslautern,		
		Vertiefungsrichtung Nachrichtentechnik		
Studienabschluß:	Diplom Ingenieur (Note: Sehr Gut)			
Berufstätigkeit:	2002-2007	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für		
		Elektrodynamik und Optische Technologien an der		
		Technischen Universität Kaiserslautern		
	ab 2006	Dozent für Elektrotechnik beim internationalen		
		Studienkolleg der Fachhochschule Kaiserslautern.		
	ab 2008	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der AG Ultraschnelle		
		Photonik und THz-Physik an der Technischen		
		Universität Kaiserslautern		
	ab SS10	Dozent für Theoretische Elektrotechnik beim		
		Fachbereich EIT der Technischen Universität		
		Kaiserslautern.		