



Matthias Grommisch



Portfoliooptimierung privater Investoren unter Informationskosten



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag

Matthias Grommisch

**Portfoliooptimierung
privater Investoren
unter Informationskosten**



Cuvillier Verlag Göttingen
Internationaler wissenschaftlicher Fachverlag

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2010

Zugl.: Passau, Univ., Diss., 2010

978-3-86955-465-5

1. Gutachter: Prof. Dr. Jürgen Steiner

2. Gutachter: Prof. Dr. Gertrud Moosmüller

Tag der letzten Prüfung: 3. August 2010

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2010

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2010

Gedruckt auf säurefreiem Papier

978-3-86955-465-5

Vorwort

In der Literatur hat die Moderne Portfoliotheorie zwar einen hohen Stellenwert; dennoch zeigen empirische Untersuchungen, dass private Investoren häufig Portfolios erwerben, die im Sinne der Theorie nicht effizient sind. Hierfür gibt es gute Gründe: Die Portfoliotheorie berücksichtigt z. B. nicht, dass private Investoren zur Portfoliooptimierung u. a. Zeit, kognitive Fähigkeiten, Fachwissen und technischen Support benötigen sowie Kosten zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung aufwenden müssen. Private Investoren stehen in der Realität vor dem Entscheidungsproblem, in welchem Umfang Informationen zur Kapitalentscheidung beschafft und ausgewertet werden sollen, um einen möglichst hohen Nutzen zu erzielen. Die davon motivierte vorliegende Arbeit wurde von der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Passau als Dissertation zur Erlangung des Grades Dr. rer. pol. angenommen.

Für die vielfältige direkte und indirekte Unterstützung bin ich einer Reihe von Personen zu besonderem Dank verpflichtet. Vor allem Danke ich meinem akademischen Lehrer Herrn Prof. Dr. Jürgen Steiner für die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit. Seine jederzeitige Diskussionsbereitschaft und seine kontinuierlich wertvollen Ratschläge waren für das Gelingen der Arbeit unentbehrlich. Ausdrücklich möchte ich mich auch bei Frau Prof. Dr. Gertrud Moosmüller für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens bedanken.

Mein Dank für die vielen hilfreichen Diskussionen, Anregungen und Kritiken gilt ebenso meinen ehemaligen Lehrstuhlkollegen Herrn Dipl.-Kfm. Armin Dolzer, Herrn Dipl.-Kfm. Christoph Gerauer, Herrn Dipl.-Kfm. Patrick Simon, Herrn Dr. Mathias Sczech und Herrn Dipl.-Kfm. Marco Troost. Darüber hinaus danke ich Herrn Dipl.-Kfm. Thomas Späth sehr für die vielen anregenden Gespräche in Bezug auf mathematische Problemstellungen.

Ein großer Dank gilt auch Frau Dipl.-Vw. Annina Wiegelmann, die mich unermüdlich in der Erstellung von Grafiken, bei der Formatierung und bei der Durchsicht meiner Arbeit unterstützte. Für die abschließende akribische Durchsicht meiner Arbeit danke ich weiterhin Frau Nora Kraft und Herrn Dipl.-Kfm. Martin Maierhofer. Für Fehler, die jetzt noch gefunden werden, bin ich alleine verantwortlich.

Mein besonderer Dank für die Unterstützung beim Gelingen dieser Arbeit und meines vorangegangenen Studiums der Betriebswirtschaftslehre gilt meinen Eltern und Großeltern. Von daher freue ich mich sehr ihnen diese Arbeit widmen zu dürfen.

Abschließend Danke ich all meinen Freunden und Verwandten für ihr Verständnis, dass mein Schreibtisch häufig Vorrang vor anderen Aktivitäten hatte.

Passau, im August 2010

Matthias Grommisch

Für
meine Eltern und Großeltern!

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS	I
Abbildungsverzeichnis	IV
Abkürzungsverzeichnis	VI
Symbolverzeichnis	VII
A Einleitung	1
1 Problemstellung.....	2
1.1 State of the Art und Forschungsbedarf	2
1.2 Zielsetzung der Arbeit.....	4
2 Gang der Untersuchung.....	5
B Grundlagen der Arbeit	8
1 Besonderheiten und Charakteristika privater Investoren	8
2 Allgemeiner Modellkontext der Arbeit	10
2.1 Annahmen zum Investor	10
2.2 Annahmen und Festlegungen zum Kapitalmarkt.....	12
3 Spezifikation der Zielkriterien.....	18
3.1 Erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios	18
3.1.1 Erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios.....	19
3.1.2 Informationskosten bei der Portfoliooptimierung	20
3.2 Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios...	24
4 Spezifikation der Zielsetzung des privaten Investors.....	26
4.1 $\mu - \sigma$ –Prinzip zur Ermittlung effizienter Portfolios	27
4.2 Bernoulliprinzip zur Ermittlung eines optimalen Portfolios.....	29

C	Vergleich von Portfolioselektion, naiver Diversifikation und Fondsinvestment unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung	32
1	Handlungsstrategien zur Portfoliobildung.....	34
1.1	Portfolioselektion von Markowitz und Tobin.....	34
1.1.1	Portfolioselektion von Markowitz und Tobin im Überblick.....	34
1.1.2	Auswirkung von Informationskosten auf die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin.....	45
1.2	Naive Diversifikation zur Portfoliobildung	55
1.3	Fondsinvestment als Form der Vermögensverwaltung.....	59
2	Vergleich der Handlungsstrategien unter vollständigen Informationen.....	65
3	Vergleich der Handlungsstrategien unter unvollständigen Informationen.....	76
3.1	Vergleich bei Bestimmung aller unbekanntem Parameter	77
3.2	Vergleich bei Entscheidung auf Basis der bekannten Informationen	79
3.3	Hilfestellungen zur Entscheidung unter unvollständigen Informationen.....	81
4	Kritische Würdigung des Vergleichs der Handlungsstrategien	84
D	Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung.....	87
1	Optimierungsproblem des privaten Investors.....	87
1.1	Annahmen zu den am Markt verfügbaren Informationen und zur Entwicklung des Informationsstands des privaten Investors.....	89
1.1.1	Informationsbeschaffung im Zeitpunkt $t = 0$	91
1.1.2	Informationsverarbeitung im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$	96
1.2	Annahmen zu den Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung	97
1.3	Zusammenfassung zum Optimierungsproblem des privaten Investors	99
2	Portfoliobildung für beliebige Informationsentscheidungen.....	101
3	Informationsverarbeitung im Rahmen der Finanzanalyse.....	111
4	Entscheidung über die Informationsbeschaffung	125
5	Ergebnisse der Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung.....	128

6	Kritische Würdigung des Modells zu den Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung.....	130
E	Kritische Würdigung des grundlegenden Modellkontexts	133
F	Fazit.....	135
G	Anhang.....	138
1	Herleitung der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten	138
2	Effiziente Portfolios bei Vergleich von Portfolioselektion, naiver Diversifikation und Fondsinvestment unter vollständigen Informationen	138
3	Herleitung des Maximierungsproblems bei der Finanzanalyse in Bezug auf den Zeiteinsatz	148
	Literaturverzeichnis.....	XVI

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1: Gang der Untersuchung im Überblick	7
Abbildung 2: Durchschnittliche Vermögensstruktur eines privaten Investors in der Bundesrepublik Deutschland im Jahr 2007	9
Abbildung 3: Portfoliooptimierung als statisches Zwei-Zeitpunkt-Problem	11
Abbildung 4: Aufteilung des Investitionsbetrags	12
Abbildung 5: Prozess der Portfoliooptimierung	21
Abbildung 6: Effizienz von Portfolios	29
Abbildung 7: Optimalität von Portfolios	31
Abbildung 8: Effizienter Rand bei der Portfolioselektion von Markowitz	40
Abbildung 9: Kapitalmarktklinie bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin	41
Abbildung 10: Optimales Portfolio bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin	44
Abbildung 11: Erwartete Rendite nach Informationskosten und zugehörige Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios	47
Abbildung 12: Rendite nach Informationskosten des risikofreien Wertpapiers bei der Portfolioselektion	48
Abbildung 13: Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten	50
Abbildung 14: Auswirkung der Höhe des risikofreien Zinssatzes auf die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten	51
Abbildung 15: Auswirkung der Höhe des Investitionsbetrags auf die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten	52
Abbildung 16: Linie durch naive Diversifikation	58
Abbildung 17: Anzahl Aktionäre und Fondsbesitzer in Deutschland	60
Abbildung 18: Fondsinvestment vor Informationskosten	61
Abbildung 19: Fondsinvestment nach Informationskosten	64
Abbildung 20: Fondsinvestment vs. naive Diversifikation vs. Portfolioselektion vor Informationskosten	66
Abbildung 21: Effiziente Portfolios Fall 1a-1	68
Abbildung 22: Effiziente Portfolios Fall 1a-2	72
Abbildung 23: Effiziente Portfolios Fall 1b	73

Abbildung 24: Nicht eindeutige optimale Portfolios beim Vorliegen von Informationskosten	74
Abbildung 25: Effiziente Portfolios in Abhängigkeit vom Verhältnis von Anlagebetrag zu Investitionsbetrag	76
Abbildung 26: Entscheidung bzgl. einer Handlungsstrategie unter unvollständigen Informationen	84
Abbildung 27: Zeitlicher Ablauf der Informations- und Portfolioentscheidung.....	89
Abbildung 28: Rückwärtsinduktion zur Lösung des Optimierungsproblems im Falle von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung	101
Abbildung 29: Reduktion der Varianz eines Signals durch den Zeiteinsatz des privaten Investors bei der Finanzanalyse	113
Abbildung 30: Verfahren der Bisektion zur Ermittlung des optimalen Zeiteinsatzes bei der Finanzanalyse	123
Abbildung 31: Effiziente Portfolios Fall 2a	139
Abbildung 32: Effiziente Portfolios Fall 2b-1.....	140
Abbildung 33: Effiziente Portfolios Fall 2b-2.....	140
Abbildung 34: Effiziente Portfolios Fall 3a	141
Abbildung 35: Effiziente Portfolios Fall 3b.....	142
Abbildung 36: Effiziente Portfolios Fall 4a	143
Abbildung 37: Effiziente Portfolios Fall 4b.....	144
Abbildung 38: Effiziente Portfolios Fall 4c	145
Abbildung 39: Effiziente Portfolios Fall 4d.....	145
Abbildung 40: Effiziente Portfolios Fall 5a	146
Abbildung 41: Effiziente Portfolios Fall 5b.....	146
Abbildung 42: Effiziente Portfolios Fall 5c	147
Abbildung 43: Effiziente Portfolios Fall 5d.....	147

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

allg.	allgemein
bspw.	beispielsweise
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
€	Euro
etc.	et cetera
f.	folgend
ggf.	gegebenenfalls
i. d. R.	in der Regel
max	maximiere
min	minimiere
Mio.	Millionen
S.	Seite
sog.	so genannt
u. a.	unter anderem
v. a.	vor allem
vs.	versus
vgl.	vergleiche
z. B.	zum Beispiel

SYMBOLVERZEICHNIS

$\underline{0}$	Nullvektor, Nullmatrix
$\underline{1}$	Einsenvektor
A	Substitutionsvariable
a_i^2	Einflussfaktor des Störterms i auf die Schätzung der Varianz des Faktors i
β	Risikoaversionsparameter
$\underline{C}, \underline{C}^{t=0}, \underline{C}^{t=1}$	Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
\underline{C}'	Korrekturmatrix
$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$	Kovarianz der Störterme i und j
$\text{cov}(\varepsilon_i, F_j)$	Kovarianz des Störterms i und des Faktors j
$\text{cov}(r_i, r_j),$ $\text{cov}(r_i, r_j)^{t=0},$ $\text{cov}(r_i, r_j)^{t=1}$	Kovarianz der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere i und j im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
$\text{cov}(r_i, r_s),$ $\text{cov}(r_i, r_s)^{t=0},$ $\text{cov}(r_i, r_s)^{t=1}$	Kovarianz der Rendite vor Informationskosten des risikobehafteten Wertpapiers i und des risikofreien Zinssatzes im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
E	Anzahl der für möglich gehaltenen Umweltzustände
E_j	Substitutionsvariable
ε_i	Störterm i
$\underline{\varepsilon}$	Vektor der Störterme
$E(\varepsilon_i)$	erwartete Ausprägung des Störterms i

$E(I_2)$	erwarteter Rückfluss im Zeitpunkt $t = 2$
$E(r_i)$, $E(r_i)^{t=0}$, $E(r_i)^{t=1}$	erwartete Rendite vor Informationskosten des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$
$E(u(r_{Pf}))$	erwarteter Nutzen des Investors in Abhängigkeit der Rendite nach Informationskosten des Portfolios
$E(\epsilon)$	Vektor der erwarteten Ausprägungen der Störterme
$\underline{E(r)}$, $\underline{E(r)}^{t=0}$, $\underline{E(r)}^{t=1}$	Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere und des risikofreien Zinssatzes im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$
$\underline{E(r)}^*$, $\underline{E(r)}^{*t=0}$, $\underline{E(r)}^{*t=1}$	Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$
$\underline{E(1+r)}^*$	erwarteter $1 +$ Renditevektor vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere
$F_i^{t=2}$	Ausprägung von Faktor i im Zeitpunkt $t = 2$
$\underline{F}^{t=2}$	Vektor der Faktorausprägungen im Zeitpunkt $t = 2$
$f(r_y)$, $f(r_y)^{t=0}$, $f(r_y)^{t=1}$	Eintrittswahrscheinlichkeit des Umweltzustands y im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$
I_0^{ges}	Investitionsbetrag
$I_0^{ges} - K_I$	Anlagebetrag
K_{Fix}	vom Zeiteinsatz unabhängige Kosten
K_{HS}	Hard- und Softwarekosten
K_I	Informationskosten
K_I^{Fonds}	Informationskosten bei Fondsinvestment

K_I^{PFS}	Informationskosten bei Portfolioselektion
K_{IB}	Kosten für die Inputbeschaffung
K_{WB}	Kosten für die Beschaffung von Fachwissen
k_z	Zeitkostensatz
L	Lagrangefunktion
$\underline{\Lambda}^{t=0}$	Diagonalmatrix der Varianzen der Signale im Zeitpunkt $t = 0$
$\lambda, \lambda_0, \lambda_1$	Lagrangeoperatoren
$\lambda_i^{t=0}$	Varianz des Signals i im Zeitpunkt $t = 0$
$\hat{\lambda}_i^{t=1}$	Varianz des Signals i nach durchgeführter Finanzanalyse im Zeitpunkt $t = 1$
$\bar{\lambda}_i$	Varianz von Signal i ohne Einfluss des Störterms i
$\tilde{\lambda}_i$	Einfluss des Störterms i auf die Varianz von Signal i
M	Anzahl der risikobehafteten Wertpapiere
$\mu, \mu^{t=0}, \mu^{t=1}$	erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
$\mu', \mu'^{t=0}, \mu'^{t=1}$	erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
$\bar{\mu}$	beliebige, aber fest vorgegebene erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios
μ_{Fonds}	erwartete Rendite vor Informationskosten des Fonds
μ'_{Fonds}	erwartete Rendite nach Informationskosten des Fonds
$\bar{\mu}_{\text{Fonds}}$	beliebige, aber fest vorgegebene erwartete Rendite vor Informationskosten des Fonds

μ_i'	erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios i
μ_{KL}	erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie
μ_{LF}'	erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Fonds nach Informationskosten
μ_{LN}	erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation
μ_{LN}'	erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation
μ_{LP}'	erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten
μ_{MPF}	erwartete Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios
μ_{MPF}'	erwartete Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios
μ_{naiv}	erwartete Rendite vor Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios
μ_{naiv}'	erwartete Rendite nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios
μ_{opt}	erwartete Rendite vor Informationskosten des optimalen Portfolios
μ_{opt}'	erwartete Rendite nach Informationskosten des optimalen Portfolios
$\mu_{Schnitt}'$	erwartete Rendite des Schnittpunkts zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation
$P_i, P_i^{t=0}, P_i^{t=1}$	Preis des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

P_j	Substitutionsvariable
$\underline{P}^*, \underline{P}^{*t=0}, \underline{P}^{*t=1}$	Preisvektor der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
p	prozentualer Anteil der Informationskosten am Investitionsbetrag beim Fondsinvestment
$\underline{\Phi}, \underline{\Phi}^{t=0}, \underline{\Phi}^{t=1}, \underline{\Phi}^{t=2}$	geschätzte Ladungsmatrix der M risikobehafteten Wertpapiere bzgl. der M Faktoren im Zeitpunkt $t = 0, t = 1, t = 2$
$\varphi_{ji}, \varphi_{ji}^{t=0}, \varphi_{ji}^{t=2}$	geschätzte Ladung von risikobehaftetem Wertpapier j bzgl. Faktor i im Zeitpunkt $t = 0, t = 2$
q_i	Stückzahl des risikobehafteten Wertpapiers i im Portfolio
q_s	risikofrei investierter Betrag
$r_{iy}, r_{iy}^{t=0}, r_{iy}^{t=1}$	mögliche Renditeausprägung des risikobehafteten Wertpapiers i bei Eintritt des Umweltzustands y im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
R_j	Substitutionsvariable
r_{Pf}	Rendite vor Informationskosten des Portfolios
r'_{Pf}	Rendite nach Informationskosten des Portfolios
$r_s, r_s^{t=0}, r_s^{t=1}$	risikofreier Zinssatz im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
r'_s	risikofreier Zinssatz nach Informationskosten
\underline{r}^*	Renditevektor der risikobehafteten Wertpapiere
$S_i^{t=0}$	Signal i im Zeitpunkt $t = 0$
SP	Spur der Matrix
$\underline{S}, \underline{S}^{t=0}, \underline{S}^{t=1}$	Signalvektor im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
σ	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios

$\sigma^2, \sigma^{2^{t=0}}, \sigma^{2^{t=1}}$	Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
$\sigma', \sigma'^{t=0}, \sigma'^{t=1}$	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
$\sigma'^2, \sigma'^{2^{t=0}}, \sigma'^{2^{t=1}}$	Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$
σ_{Fonds}	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Fonds
σ'_{Fonds}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Fonds
σ'_i	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios i
σ_{KL}	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie
σ_{KL}^2	Varianz der Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie
σ'_{LF}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Fonds nach Informationskosten
σ_{LN}	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation
σ'_{LN}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation
σ'_{LP}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten
σ_{MPF}	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios
σ_{MPF}^2	Varianz der Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios

σ'_{MPF}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios
σ_{naiv}	Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten eines naiv diversifizierten Portfolios
σ'_{naiv}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines naiv diversifizierten Portfolios
σ'_{opt}	Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des optimalen Portfolios
$\sigma'_{Schnitt}$	Standardabweichung der Rendite des Schnittpunkts zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch Naive Diversifikation
t	Zeitindex
t_{Inv}	Zeiteinsatz bei der Finanzanalyse
U_1, U_2, U_3	Isonutzenkurven
u	Kuhn-Tucker-Lagrangemultiplikator
$u(\dots)$	Nutzenfunktion
$var(\dots)$	Varianz von
$\underline{var}(\varepsilon)$	Vektor der Varianzen der Störterme
$var(\varepsilon_i)$	Varianz des Störterms i
$var(F_i^{t=2})$	Varianz des Faktors i im Zeitpunkt $t = 2$
$var(S_i^{t=2})$	Varianz von Signal i im Zeitpunkt $t = 2$
x_i	Anteil des risikobehafteten Wertpapiers i im Portfolio
x_i^{MPF}	Anteil des risikobehafteten Wertpapiers i im Marktportfolio
x_j	Anteil des risikobehafteten Wertpapiers j im Portfolio

X_j	Substitutionsvariable
x_s	Anteil des risikofreien Wertpapiers im Portfolio
\underline{x}	Portfoliovektor
\underline{x}_{KL}	Portfoliovektor eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie
\underline{x}_{MPF}	Portfoliovektor des Marktportfolios
\underline{x}^*	Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere
\underline{x}_{Fonds}^*	Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere des Fonds
\underline{x}_{MPF}^*	Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere des Marktportfolios
\underline{x}_{naiv}^*	Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere durch naive Diversifikation
$\underline{y}, \underline{y}_0, \underline{y}_1$	vom Investor unabhängige Portfolios
\wedge	und
\vee	oder
\forall	für alle

A EINLEITUNG

Ein Investor steht bei der Kapitalanlage vor dem Problem, einen begrenzten Anlagebetrag im Sinne seiner Zielsetzung auf verschiedene Anlagemöglichkeiten, bspw. risikofreie und risikobehaftete Wertpapiere, aufzuteilen.¹

Mit der gezielten, planmäßigen Kombination risikofreier und risikobehafteter Wertpapiere beschäftigt sich die normative² Moderne Portfoliotheorie.³ In vielen Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie finden das Konstrukt des vollkommenen Kapitalmarkts und ein $\mu - \sigma$ – Raum Anwendung.⁴ Durch das Bernoulliprinzip wird in diesem Modellkontext eine Portfoliooptimierung in Bezug auf die Zielkriterien erwartete Rendite vor Informationskosten μ und Risiko in Form von Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten σ vorgenommen. Ein risikoaverser, vollkommen rational handelnder Investor erwirbt damit ein Portfolio, das bei einer vorgegebenen Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten die höchste zu erwartende Rendite vor Informationskosten bzw. bei einer vorgegebenen erwarteten Rendite vor Informationskosten die geringste Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten aufweist.⁵ Ein solches Portfolio wird im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie als „effizient“ bezeichnet.⁶

Empirische Untersuchungen bestätigen jedoch, dass insbesondere viele private Investoren Portfolios erwerben, die nicht effizient im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie sind:

- Barber und Odean sowie Götzmann und Kumar bspw. zeigen, dass sich die erwarteten Renditen vor Informationskosten zahlreicher Portfolios amerikanischer privater Investoren durch Portfolioumschichtungen bei gleichen Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten erhöhen lassen.⁷

¹ Vgl. bspw. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 16-21; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 1.

² Abgrenzung: Normative Portfoliomodelle geben Handlungsempfehlungen zur Zusammenstellung von Wertpapierportfolios. Die deskriptive Moderne Portfoliotheorie versucht Preisbildungsprozesse an realen Kapitalmärkten zu erklären. Deskriptive Portfoliomodelle werden auch als Kapitalmarktmodelle bezeichnet.

³ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 226.

⁴ Vgl. hierzu und im folgenden Satz die Modelle von Markowitz, H. (1952), S. 77-91; Markowitz, H. (1959); Sharpe, W. (1963), S. 277-293; Tobin, J. (1958), S. 65-87.

⁵ Vgl. Markowitz, H. (1952), S. 77-91; Markowitz, H. (1959); Tobin, J. (1958), S. 65-87.

⁶ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 9; Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 134-136.

⁷ Vgl. Barber, B./Odean, T. (2001), S. 261-292; Götzmann, W./Kumar, A. (2005) S. 6; (Barber und Odean untersuchten ca. 78.000 Portfolios US-amerikanischer privater Investoren im Untersuchungszeitraum von 1991 bis 1996. Götzmann und Kumar analysierten 62.387 Portfolios US-amerikanischer privater Investoren im Untersuchungszeitraum von 1991 bis 1996).

- Massa und Simonov kommen zu ähnlichen Ergebnissen für den schwedischen Kapitalmarkt.⁸

Des Weiteren lässt sich feststellen, dass viele private Investoren in der Realität häufig keine komplexen Optimierungsalgorithmen anwenden, wie es die normative Moderne Portfoliotheorie vorsieht, sondern naiv diversifizieren oder Fonds erwerben.⁹

1 Problemstellung

1.1 State of the Art und Forschungsbedarf

Das empirisch zu beobachtende Verhalten der privaten Investoren wird in der wissenschaftlichen Literatur durch verschiedene Ansätze und Modelle analysiert:

Die Behavioral Finance erklärt den Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios durch begrenzt rational und emotional handelnde Investoren. In diesem Zusammenhang können bspw. die Untersuchungen von Barberis und Thaler genannt werden.¹⁰

Erklärungen für das empirisch zu beobachtende Verhalten der privaten Investoren lassen sich auch bei vollkommen rationalem Handeln durch Verletzungen der Annahmen des vollkommenen Kapitalmarkts finden, bspw. durch Transaktionskosten¹¹, Steuern¹², beliebige Teilbarkeit von Wertpapieren¹³ etc.

Neuere portfoliotheoretische Arbeiten beschäftigen sich bei vollkommen rationalem Handeln der privaten Investoren unter der Annahme eines weitgehend vollkommenen Kapitalmarkts mit begrenzten Kapazitäten zur Informationsverarbeitung und Zeitrestriktionen bei der Portfoliooptimierung. Zu nennen sind insbesondere folgende Publikationen:

- Peng analysiert die Informationsverarbeitung eines Investors, der seine dazu verfügbaren Ressourcen optimal auf verschiedene Quellen des Risikos der Investition aufteilen möchte.¹⁴ Es wird unterstellt, dass die Dividendenzahlungen der risikobehafteten Wertpapiere von unbeobachtbaren, fundamentalen Faktoren abhängen, über die der Investor Informationen auswerten kann. Aus den geschätzten Dividendenzahlungen

⁸ Vgl. Massa, M./Simonov, A. (2005).

⁹ Vgl. O. V. (2009); Steiner, P./Uhlir, H. (2001), S. 167; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 124.

¹⁰ Vgl. Barberis, N./Thaler, R. (2003), S. 1053-1124.

¹¹ Vgl. Magill, M./Constantinides, G. (1976), S. 245-263; Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 129.

¹² Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 130.

¹³ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 126-128.

¹⁴ Vgl. zu diesem Absatz Peng, L. (2005), S. 307-329.

leitet der Investor die Preisentwicklung der risikobehafteten Wertpapiere ab und bildet ein Portfolio. Die Informationsverarbeitung des Investors wird dabei durch eine Kapazitätsbeschränkung limitiert, die auf Basis einer Entropie modelliert wird.

- Dem Modell von Van Nieuwerburgh und Veldkamp liegt die Annahme zugrunde, dass zukünftige Wertpapierpreise von fundamentalen Faktoren abhängen, über die Investoren Signale beobachten können.¹⁵ Die fundamentalen Faktoren werden als Hauptkomponenten bzw. unabhängige risikobehaftete Wertpapiere modelliert. Informationen über die fundamentalen Faktoren reduzieren im Modellkontext das mit den risikobehafteten Wertpapieren verbundene Risiko. Wie bei Peng begrenzt eine auf einer Entropie basierende kognitive Kapazitätsbeschränkung die Informationsverarbeitung. Im Modell erwerben Investoren überproportional hoch korrelierte Wertpapiere, wodurch die optimalen Portfolios im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie unterdiversifiziert sind.
- Ahn, Kim und Yoon untersuchen die Portfoliooptimierung unter einer Zeitrestriktion.¹⁶ Die Zeitrestriktion ist im Modell exogen modelliert und in Form von Opportunitätskosten dargestellt. Im Rahmen eines dynamischen Prozesses wird die Optimalität von Portfolios hinsichtlich der Entscheidung zwischen Arbeit, Freizeit, Konsum, und Investition analysiert. Im Ergebnis kommen Ahn, Kim und Yoon zu einer unterproportionalen Investitionsrate in risikobehaftete Wertpapiere.
- Dolzer und Nietert analysieren wie Ahn, Kim und Yoon den Einfluss einer Zeitrestriktion auf die Portfoliooptimierung.¹⁷ Im Modell muss der Investor die ihm zur Verfügung stehende Zeit aufteilen auf die Analyse von risikobehafteten Wertpapieren und eine zusätzliche Arbeitstätigkeit, wofür er Bonuszahlungen erhält. Durch Informationsverarbeitung zur Kapitalanlage entgehen dem Investor zusätzliche Lohneinnahmen. Dolzer und Nietert können durch die Zeitrestriktion im Sinne der Modernen Portfoliotheorie unterdiversifizierte Portfolios und Excessive Trading der Investoren erklären. Excessive Trading bezeichnet dabei eine häufigere Restrukturierung der Portfolios, als es durch die Verfügbarkeit neuer Informationen zu rechtfertigen wäre.

Zu den genannten Modellen ist anzumerken, dass hierbei eine portfoliotheoretische Sichtweise im Vordergrund steht und das Verhalten der private Investoren in der Realität naiv zu diversifizieren oder Fonds zu erwerben nicht analysiert wird. Dieses wird in der Literatur im Wesentlichen nur argumentativ bei vollkommen rationalem Handeln der Investoren begrün-

¹⁵ Vgl. zu diesem Absatz Van Nieuwerburgh, S., Veldkamp, L. (2008).

¹⁶ Vgl. zu diesem Absatz Ahn, D./Kim, J./Yoon, S. (2006).

¹⁷ Vgl. zu diesem Absatz Dolzer, A./Nietert, B. (2006).

det, wobei hier eine praktische Sichtweise im Vordergrund steht.¹⁸ Bspw. führen Steiner und Uhlir als Grund für die Durchführung einer naiven Diversifikation an, „...“, dass [insbesondere für private Investoren] entweder die erforderlichen Ausgangsdaten nicht erhältlich sind bzw. deren Beschaffung zu kostspielig erscheint.“¹⁹.

Aus dem aktuellen Stand der Forschung resultiert damit zumindest folgender Bedarf:

- Die Anwendung von naiven Handlungsstrategien und Fondsinvestments zur Portfoliobildung wird zwar in der Literatur argumentativ gerechtfertigt, nicht jedoch mathematisch begründet. Demnach bleibt aus praktischer Sicht auch die Frage offen, welche Handlungsstrategie aus Rendite-Risikogesichtspunkten einem privaten Investor in seiner individuellen Situation den größten Nutzen stiftet.
- In der Realität können neben kognitiven Kapazitätsbeschränkungen und Zeitrestriktionen auch pagatorische Informationskosten die Portfoliooptimierung bei vollkommen rationalem Handeln der privaten Investoren limitieren.²⁰ Bei den angeführten portfoliotheoretischen Modellen handelt es sich um Partialmodelle. Die Anwendung dieser Modelle zur Portfoliooptimierung wird für einen privaten Investor zum Problem, wenn gleichzeitig die Kapazität zur Informationsverarbeitung beschränkt ist, Zeitrestriktionen vorliegen und die Beschaffung und Verarbeitung von Informationen pagatorische Informationskosten induziert.

Aus diesen Forschungslücken leitet sich die Zielsetzung der Arbeit ab, die im Folgenden dargestellt wird.

1.2 Zielsetzung der Arbeit

In dieser Arbeit wird die Portfoliooptimierung eines vollkommen rational handelnden privaten Investors unter simultaner Berücksichtigung von begrenzten kognitiven Fähigkeiten, Zeitrestriktionen und pagatorischen Kosten zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung in einem ansonsten vollkommenen Kapitalmarkt untersucht. Dabei steht sowohl eine praktische als auch eine portfoliotheoretische Sichtweise im Vordergrund, konkretisiert durch folgende Ziele:

¹⁸ Vgl. bspw. Peng, L. (2005), S. 307; Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 122; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15; Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 16.

¹⁹ Steiner, P./Uhlir, H. (2001), S. 167.

²⁰ Vgl. Peng, L. (2005), S. 307; Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 122; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15; Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 167.

Praktische Sichtweise:

- (1) Es soll die in der Realität häufig anzutreffende und in der Literatur argumentativ begründete²¹ Anwendung naiver Handlungsstrategien und Fondsinvestments zur Portfoliooptimierung privater Investoren mathematisch und damit verbunden auch der Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios gerechtfertigt werden.
- (2) Privaten Investoren sollen normativ, mathematisch begründete Hilfestellungen gegeben werden, welche Handlungsstrategie zur Portfoliobildung in den entsprechenden individuellen Situationen unter unvollständigen Informationen zu Rendite und Risiko optimalen Portfoliozusammensetzungen führen.

Portfoliotheoretische Sichtweise:

- (3) Es soll ein portfoliotheoretischer Erklärungsansatz für den Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios bei simultaner Betrachtung der Informations- und Portfolioentscheidung eines privaten Investors unter Berücksichtigung von begrenzten kognitiven Fähigkeiten, Zeitrestriktionen und pagatorischen Informationskosten dargestellt werden.

Um die Zielsetzung der Arbeit zu erreichen, werden begrenzte kognitive Fähigkeiten und Zeitrestriktionen bei der Informationsbeschaffung und -verarbeitung durch Informationskosten abgebildet und somit durch Vermögensbeschränkungen approximiert.²² In der Arbeit ist daher zu spezifizieren, welche Schritte im Prozess der Portfoliooptimierung Informationskosten induzieren und wie sich diese auf die Portfoliooptimierung auswirken, einerseits auf die Informationsentscheidung in Bezug auf die Informationsbeschaffung und -verarbeitung und andererseits auf die Portfolioentscheidung in Bezug auf die Portfoliozusammensetzung.

2 Gang der Untersuchung

Im **Kapitel A** wird die Problemstellung der Arbeit abgegrenzt, der State of the Art dargestellt, die Zielsetzung aufgezeigt und der Gang der Untersuchung beschrieben.

Kapitel B legt die Grundlagen für die Arbeit. Basierend auf Besonderheiten und Charakteristika der Anlegergruppe der privaten Investoren werden Annahmen zum privaten Investor in der Arbeit getroffen und ein allgemeiner Modellkontext zur Analyse der Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von Informationskosten aufgestellt. Es folgt eine Definition der Ziel-

²¹ Vgl. Breuer, W./Gürtler, M./Schuhmacher, F. (1999), S. 125 und 137 f.; Spremann, K. (2008), S. 278; Steiner, P./Uhlir, H. (2001), S. 167.

²² So stellen bspw. auch Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 3 fest, dass Lernprozesse und Zeitrestriktionen bei stetig fortschreitendem technischen Fortschritt durch Vermögensbeschränkungen approximiert werden können.

kriterien erwartete Rendite nach Informationskosten und Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten. Der Prozess der Portfoliooptimierung dient zur Ermittlung der Informationskosten, wobei mögliche Informationskosten in den einzelnen Schritten im Prozess der Portfoliooptimierung erörtert werden. Es erfolgt eine Definition von effizienten und optimalen Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten sowie eine Abbildung der Zielsetzung des privaten Investors bei der Portfoliooptimierung in Form einer Nutzenfunktion.

Im **Kapitel C** stehen die Ziele (1) und (2) der Arbeit und damit eine praktische Sichtweise und die Entscheidung über die Portfoliozusammensetzung im Vordergrund. Dazu wird ein Vergleich der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin, einer naiven Diversifikation und einem Fondsinvestment unter Berücksichtigung von Informationskosten in einem weitgehend vollkommenen Kapitalmarkt geführt. Insbesondere wird dabei auf den Einfluss von Informationskosten eingegangen, deren Höhe von der Komplexität der Handlungsstrategie zur Portfoliobildung abhängt.

Zunächst findet im Kapitel C eine überblicksweise Darstellung der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin statt, die als das Grundmodell der normativen Modernen Portfoliotheorie gilt. Anschließend werden exogene Informationskosten in die Portfolioselektion integriert. Dem folgen Definitionen der naiven Diversifikation und des Fondsinvestments, wobei beim Fondsinvestment vom Anlagebetrag abhängige Informationskosten berücksichtigt werden.

Der Vergleich der Handlungsstrategien erfolgt zunächst unter vollständigen Informationen, um die Anwendung naiver Handlungsstrategien und Fondsinvestments und damit verbunden den Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios zu rechtfertigen.

Da private Investoren in ihrer Entscheidungssituation i. d. R. nicht über vollständige Informationen verfügen, wird mittels der unter vollständigen Informationen erzielten Erkenntnisse ein Vergleich unter unvollständigen Informationen vorgenommen. Es folgt eine normative, mathematisch begründete Ableitung von Hilfestellungen, die einen privaten Investor unter unvollständigen Informationen bei der Auswahl einer Handlungsstrategie unterstützen sollen.

Kapitel C schließt mit einer kritischen Würdigung des durchgeführten Vergleichs.

Um Ziel (3) der Arbeit zu erfüllen, werden im **Kapitel D** Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung betrachtet, wodurch die interdependente Informations- und Portfolioentscheidung bei der Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von begrenzten kognitiven Fähigkeiten, Zeitrestriktionen und pagatorischen Informationskosten abgebildet wird. Im Vordergrund dieser Analyse steht eine portfoliotheoretische Sichtweise.

Anfangs findet im Kapitel D eine Modellierung der am Markt verfügbaren Informationen durch Signale statt, die der private Investor kostenpflichtig erwerben und auswerten kann. Nach der Modellierung der Informationen werden Informationskosten spezifiziert, die bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung anfallen können. Dem folgt die Darstellung des Optimie-

rungsproblems des privaten Investors bzgl. der Informationsbeschaffung und -verarbeitung sowie der Portfoliobildung.

Die Informations- und Portfolioentscheidung des privaten Investors wird im Kapitel D durch eine Rückwärtsinduktion gelöst. Zuerst erfolgt die Bildung von optimalen Portfolios für beliebige Informationsentscheidungen des privaten Investors. Auf Basis dieser Portfolioentscheidung werden die optimale Informationsverarbeitung und -beschaffung abgeleitet.

Am Ende von Kapitel D werden Erkenntnisse zur Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung dargestellt und die Modellierung im Kapitel D kritisch gewürdigt.

Im **Kapitel E** wird der allgemeine Modellkontext kritisch betrachtet.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Arbeit findet im **Kapitel F** statt.

Folgende Abbildung fasst die Schwerpunktsetzungen und die Zielerreichungen in den einzelnen Kapiteln der Arbeit sowie die Sichtweise des Kapitalanlageproblems im Überblick zusammen (Abbildung 1).

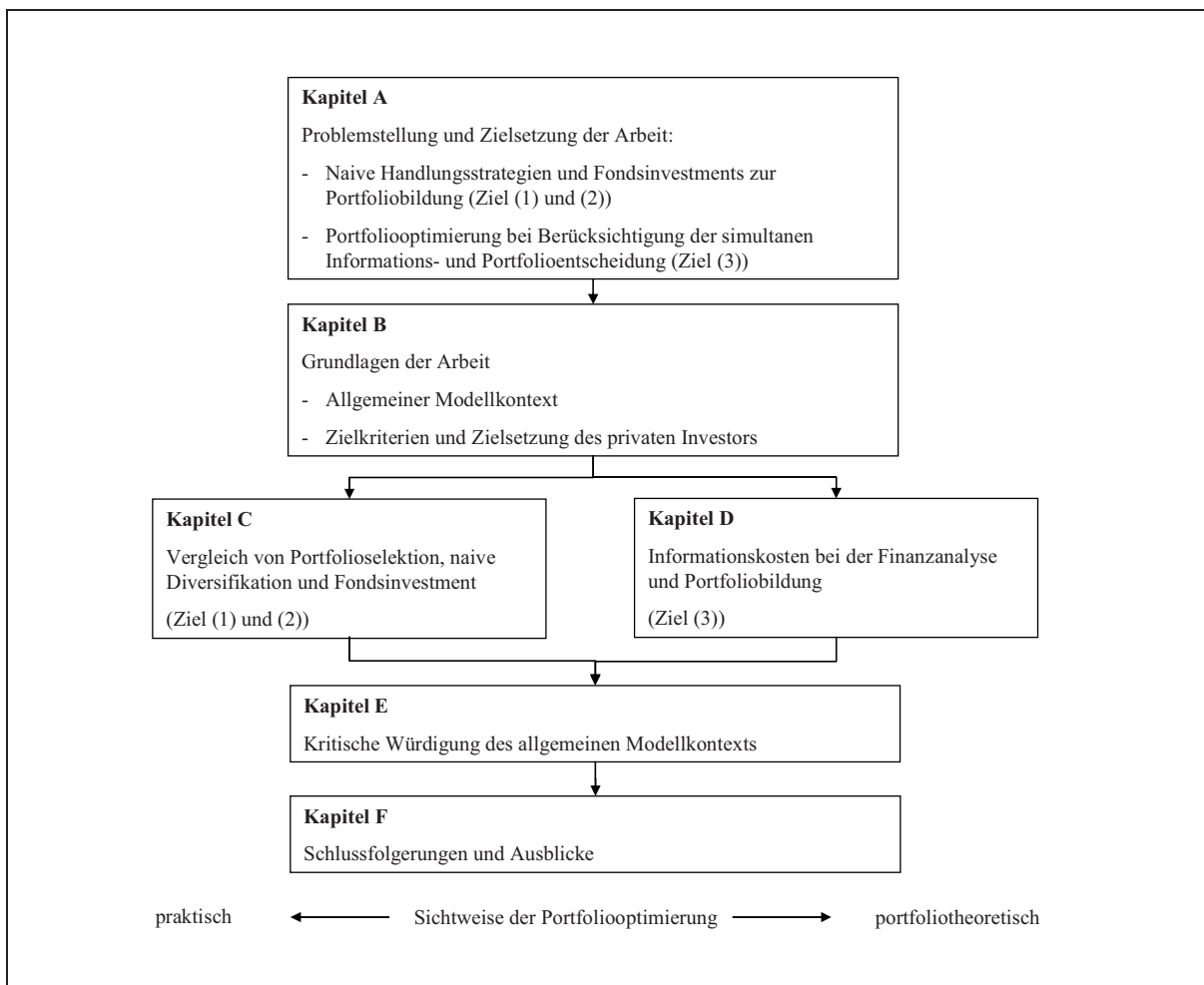


Abbildung 1: Gang der Untersuchung im Überblick

B GRUNDLAGEN DER ARBEIT

1 Besonderheiten und Charakteristika privater Investoren

Private Haushalte haben in der Realität zahlreiche finanzielle Bedürfnisse, die sich im Wesentlichen in folgende drei Bedarfsfelder systematisieren lassen:²³

Das Liquiditätsmanagement umfasst die Abwicklung finanzieller Transaktionen, die Planung der Liquiditätsvorsorge für unvorhersehbare finanzielle Ereignisse sowie die kurzfristige Finanzplanung durch Gegenüberstellung von Einnahmen und Ausgaben zur Identifikation und Disputation von Zahlungsüberschüssen bzw. Zahlungsdefiziten.

Beim Vorsorgemanagement sind die finanzielle Absicherung des laufenden Einkommens, die Absicherung der Familie gegen biometrische Risiken wie Krankheit, Unfall und Tod, die Absicherung gegen Risiken des täglichen Lebens wie Personen-, Sach- und Vermögensschäden sowie die Altersvorsorge betroffen.

Das Vermögensmanagement beinhaltet den Auf- und den Ausbau, die Nutzung sowie die Übertragung des Vermögens durch Schenkung und Vererbung. Hinzu kommt die Planung und Steuerung vermögensrelevanter Finanzierungsvorgänge.

Die Portfoliooptimierung bezieht sich im Wesentlichen auf einen Teilbereich des finanziellen Bedarfs privater Haushalte und zwar im Vermögensmanagement insbesondere auf die Strukturierung des Vermögens im Auf- und Ausbau.

Tätigt der private Haushalt eine Anlage bspw. in risikofreie und risikobehaftete Wertpapiere, so tritt er am primären oder sekundären Kapitalmarkt als privater Investor auf. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit die Bezeichnung privater Investor verwendet, um den Bereich der Kapitalanlage in risikofreie und risikobehaftete Wertpapiere zu betonen.

Zur Charakterisierung von privaten und Abgrenzung von institutionellen Investoren dienen in dieser Arbeit die im Folgenden dargestellten typischen, charakteristischen Eigenschaften der privaten Investoren in der Realität:

Unter einem privaten Investor wird üblicherweise eine natürliche Person verstanden, die ihr regelmäßiges Einkommen nicht primär aus den Renditen von Kapitalanlagen bezieht.²⁴

Private Investoren tätigen i. d. R. Kapitalanlagen in risikofreie und risikobehaftete Wertpapiere, um langfristig Vermögen zu bilden und strukturieren, kurzfristig Gewinne zu erzielen oder

²³ Vgl. zu den Bedarfsfeldern privater Haushalte Steiner, J. (2008), S. 467 f.

²⁴ Vgl. bspw. auch Wegener, A. (2000), S. 3; §31a WpHG.

regelmäßig zusätzliches Einkommen aus Dividenden zu erwirtschaften.²⁵ In Folgeperioden ermöglicht ihnen dies zusätzliche Konsumausgaben.²⁶

Zur Kapitalanlage stehen privaten Investoren als potenzielle Investitionsbeträge i. d. R. ihre regelmäßigen Einkommen abzüglich ihrer Konsumausgaben sowie ihre bisherigen Ersparnisse zur Verfügung. Im Vergleich zu institutionellen Investoren fällt der Investitionsbetrag eines durchschnittlichen privaten Investors sehr gering aus.²⁷ Nach einer Studie des Deutschen Aktieninstituts DAI aus dem Jahr 2008 werden durchschnittlich 25 % des gesamten Investitionsbetrags eines privaten Investors am Kapitalmarkt in risikobehaftete Wertpapiere investiert.²⁸ Dies entspricht bei einem durchschnittlichem Anlagebetrag eines privaten Investors in der Bundesrepublik Deutschland in Höhe von 55.500 € einem Betrag in Höhe von 13.875 €. ²⁹ Im Durchschnitt investieren dabei private Investoren 4.773 € in Aktien, 6.605 € in Investmentfonds und 2.497 € in sonstige Wertpapiere am Kapitalmarkt (Abbildung 2).

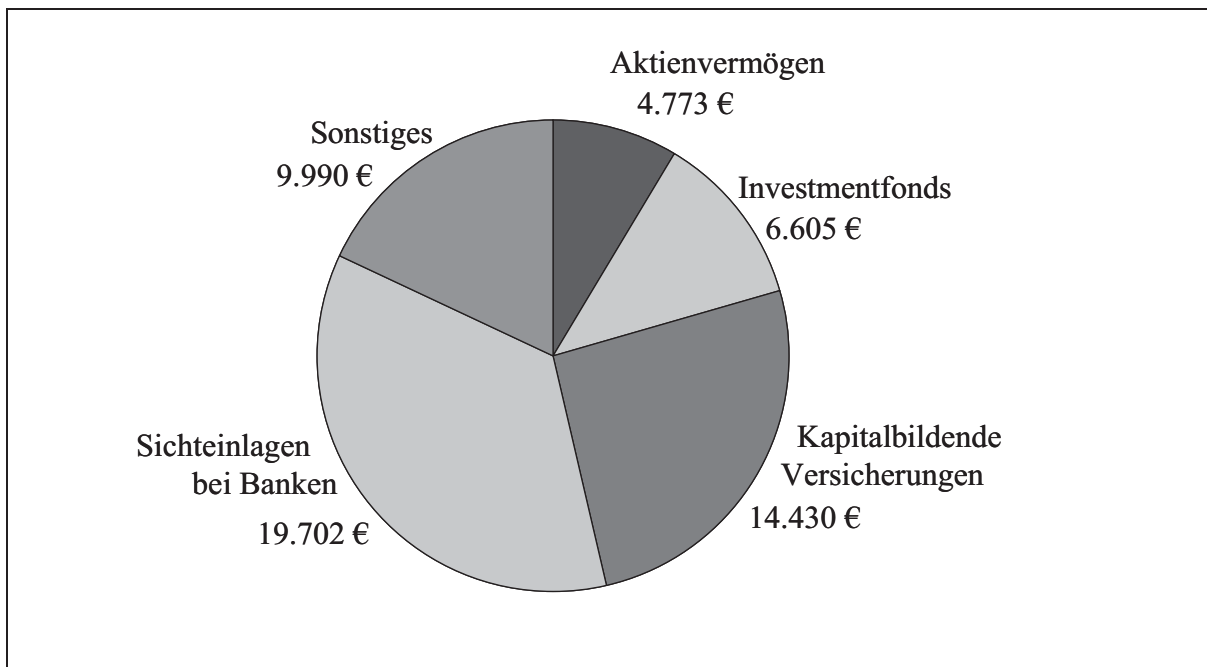


Abbildung 2: Durchschnittliche Vermögensstruktur eines privaten Investors in der Bundesrepublik Deutschland im Jahr 2007³⁰

In der Studie des Deutschen Aktieninstituts DAI wird weiterhin festgestellt, dass lediglich 5 % der privaten Investoren eine für die Kapitalanlage dienliche fachspezifische Ausbildung

²⁵ Vgl. Ernst, E./Gassen, J./Pellens, B. (2009), S. 24.

²⁶ Vgl. Rouette, C. (2005), S. 117.

²⁷ Vgl. O. V. (2009).

²⁸ Vgl. Ernst, E./Gassen, J./Pellens, B. (2009), S. 23.

²⁹ Vgl. hierzu und im folgenden Satz O. V. (2009).

³⁰ Vgl. O. V. (2009).

oder ein entsprechendes fachspezifisches Hochschulstudium vorweisen können und über langjährige Erfahrungen mit Kapitalanlagen in risikobehafteten Wertpapieren verfügen.³¹

Aufgrund der vorwiegend nebenberuflichen Beschäftigung mit Kapitalanlagen in risikobehafteten Wertpapieren legen private Investoren häufig Wert auf geringen Informations- und Zeitaufwand.³²

Im Gegensatz zu institutionellen Investoren unterliegen private Investoren nahezu keinen Restriktionen und vorgeschriebenen Anlageschwerpunkten.³³

Den dargestellten typischen Eigenschaften privater Investoren in der Realität wird in dieser Arbeit folgend durch verschiedene Annahmen zum Investor Rechnung getragen.

2 Allgemeiner Modellkontext der Arbeit

Zur Analyse des Einflusses von Informationskosten auf die Portfoliooptimierung eines privaten Investors werden an dieser Stelle Annahmen und Festlegungen getroffen, die den allgemeinen Modellkontext der Arbeit aufspannen.

2.1 Annahmen zum Investor

Annahme (1): In dieser Arbeit wird die Kapitalanlage eines privaten Investors analysiert.

Annahme (2): Für den privaten Investor stellt die Kapitalanlage ein isoliertes Entscheidungsproblem dar, d. h. er trifft die Entscheidungen über die Informationsbeschaffung und -verarbeitung sowie die Portfoliozusammensetzung losgelöst von anderen finanziellen Problembereichen wie Vorsorge, Liquidität, Vermögensnutzung und -übertragung etc.³⁴

Annahme (3): Der private Investor handelt vollkommen rational, d. h. er löst das richtige Entscheidungsproblem, seine Entscheidung folgt einem linearen logischen Entscheidungsprozess und basiert auf widerspruchsfreien Prämissen.³⁵

Annahme (4): Die Entscheidung über die Portfoliozusammensetzung bei der Kapitalanlage erfolgt nach dem Bernoulli-Prinzip auf Basis einer Risikonutzenfunktion. Diese hängt von der erwarteten Rendite nach Informationskosten des Portfolios μ' sowie der Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios σ' ab und besitzt folgende Eigenschaften:

³¹ Vgl. Ernst, E./Gassen, J./Pellens, B. (2009), S. 26.

³² Vgl. Rouette, C. (2005), S. 204.

³³ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 6.

³⁴ Eine ähnliche Annahme wird bei Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 6 getroffen.

³⁵ Vgl. zum Begriff der vollkommenen Rationalität bspw. Eisenführ, F./Weber, M. (2003), S. 5-7.

- Weisen zwei Portfolios die gleiche erwartete Rendite nach Informationskosten auf, so bevorzugt der private Investor das Portfolio mit der geringeren Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten.³⁶ Der private Investor ist damit risikoavers.
- Es liegt die Eigenschaft der Nicht-Sättigung vor, d. h. falls zwei Portfolios die gleiche Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten aufweisen, bevorzugt der private Investor das Portfolio mit der höheren erwarteten Rendite nach Informationskosten.³⁷

Aufgrund dieser Annahme nimmt der private Investor im Modell der Arbeit bei der Kapitalanlage im Sinne der Portfoliotheorie eine Portfoliooptimierung vor.

Annahme (5): Die Portfoliooptimierung stellt sich für den privaten Investor als ein statisches Zwei-Zeitpunkt-Problem mit einer interdependenten Informations- und Portfolioentscheidung dar:

- Der private Investor entscheidet, im Zeitpunkt $t = 0$ eine Investition zu tätigen.
- Daraufhin beschafft sich der private Investor im Zeitpunkt $t = 0$ Informationen, die er im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ verarbeitet.
- Im Zeitpunkt $t = 1$ erwirbt der private Investor ein Portfolio, das er im Zeitpunkt $t = 2$ wieder verkauft (Abbildung 3).

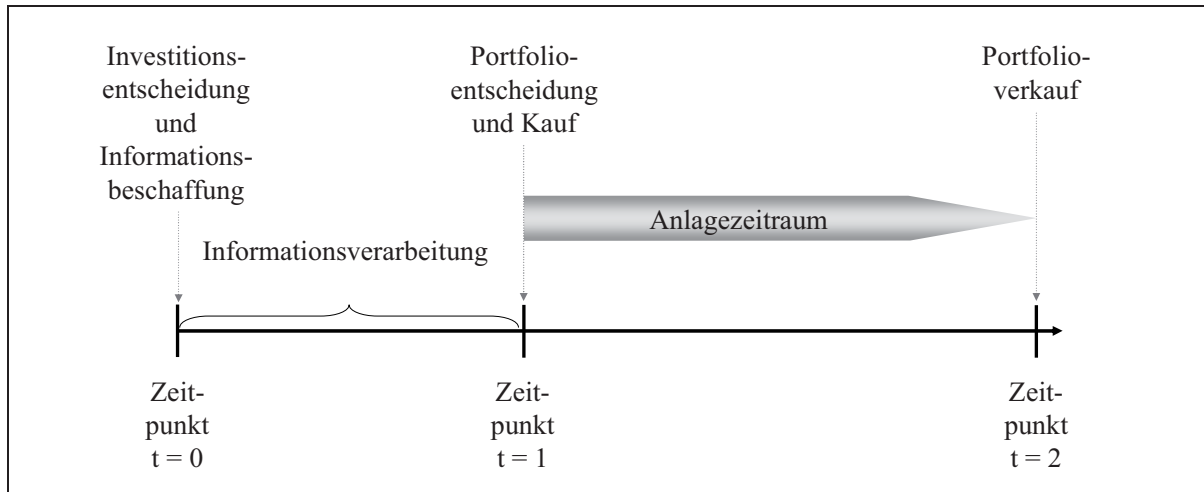


Abbildung 3: Portfoliooptimierung als statisches Zwei-Zeitpunkt-Problem

Annahme (6): Die Entscheidungen über die Zeitpunkte des Kaufs $t = 1$ und Verkaufs $t = 2$ gelten in dieser Arbeit als festgelegt, wodurch die Timingproblematik bei der Portfoliooptimierung des privaten Investors vernachlässigt wird.

³⁶ Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 238.

³⁷ Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 238.

Annahme (7): Dem privaten Investor steht zur Kapitalanlage ein Betrag in Höhe von I_0^{ges} zur Verfügung, der in dieser Arbeit als Investitionsbetrag bezeichnet wird. Einen Teil des Investitionsbetrags verwendet der private Investor bis zum Zeitpunkt $t = 1$ für die Informationsbeschaffung und -verarbeitung in Form von Informationskosten K_1 . Den restlichen Betrag $I_0^{\text{ges}} - K_1$ investiert der private Investor vollständig in ein Portfolio. Im Folgenden wird $I_0^{\text{ges}} - K_1$ als Anlagebetrag bezeichnet (Abbildung 4).

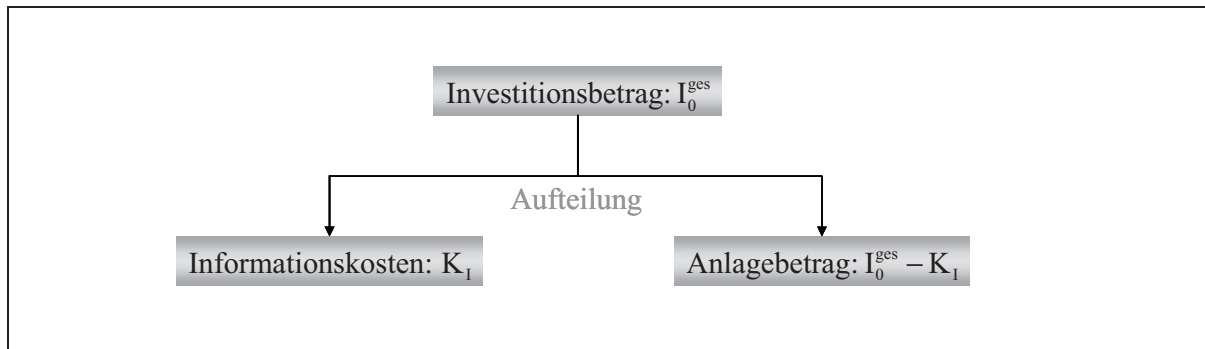


Abbildung 4: Aufteilung des Investitionsbetrags

Annahme (8): Die Entscheidung des privaten Investors über die Höhe des Investitionsbetrags I_0^{ges} wird als gelöst modelliert. Somit entfällt die für den privaten Investor bei der Nutzenmaximierung simultan zu treffende Entscheidung über die Mittelverteilung zwischen Kapitalanlage und Konsum.

Annahme (9): Alle Informationskosten fallen bis zum Zeitpunkt $t = 1$ an.

Nachdem der private Investor für das Modell dieser Arbeit im Wesentlichen definiert ist, grenzt das folgende Kapitel den Kapitalmarkt ab, in dem der private Investor die Portfoliooptimierung tätigt.

2.2 Annahmen und Festlegungen zum Kapitalmarkt

Annahme (10): Dem privaten Investor stehen M risikobehaftete, beliebig teilbare Wertpapiere zur Verfügung.

Festlegung (1): Die Preise der risikobehafteten Wertpapiere in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ werden in folgenden Vektoren zusammengefasst:

$$\underline{P}^{*t=0} = \begin{pmatrix} P_1^{t=0} \\ P_2^{t=0} \\ \vdots \\ P_i^{t=0} \\ \vdots \\ P_M^{t=0} \end{pmatrix}; \underline{P}^{*t=1} = \begin{pmatrix} P_1^{t=1} \\ P_2^{t=1} \\ \vdots \\ P_i^{t=1} \\ \vdots \\ P_M^{t=1} \end{pmatrix}$$

mit

M ... Anzahl der risikobehafteten Wertpapiere

$P_i^{t=0}, P_i^{t=1}$... Preis des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$

$\underline{P}^{*t=0}, \underline{P}^{*t=1}$... Preisvektor der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0, t = 1$

Annahme (11): Weiterhin wird ein risikofreier, nicht variabler Zinssatz $r_s > 0$ unterstellt, zu dem der private Investor Zahlungsmittel in beliebiger Höhe vom Zeitpunkt $t = 1$ bis zum Zeitpunkt $t = 2$ anlegen kann. Zugrunde liegt diesem ein risikofreies³⁸, festverzinsliches Wertpapier, das im Zeitpunkt $t = 1$ zu pari gehandelt und einschließlich Zinszahlungen im Zeitpunkt $t = 2$ zurückbezahlt wird.

Annahme (12): Die Kapitalanlage sowie die Informationsbeschaffung und -verarbeitung des Investors beeinflussen die Preise der risikobehafteten Wertpapiere und des risikofreien Wertpapiers nicht.

Annahme (13): Da private Investoren in der Realität i. d. R. einen bestimmten Investitionsbetrag zur Verfügung haben und die Kapitalanlage nicht durch einen Kredit finanzieren möchten,³⁹ werden bei der Informationsbeschaffung und -verarbeitung Informationskosten in maximaler Höhe des Investitionsbetrags zugelassen. Somit gilt für den privaten Investor im Modellkontext folgende Budgetbedingung zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung im Zeitpunkt $t = 0$ und Zeitraum $[t = 0; t = 1]$:

$$I_0^{\text{ges}} \geq K_1$$

mit

I_0^{ges} ... Investitionsbetrag

K_1 ... Informationskosten

³⁸ Sämtliche Risiken wie bspw. Ausfall-, Bonitäts- und Zinsänderungsrisiken etc. werden hinsichtlich des risikofreien Wertpapiers ausgeschlossen.

³⁹ Vgl. Kapitel B 1, S. 10 ff.

Hierbei ist anzumerken, dass es für den privaten Investor zwar zulässig - jedoch nicht sinnvoll - ist, den gesamten Investitionsbetrag für Informationskosten zu verwenden. In diesem Fall steht nämlich kein Anlagebetrag mehr zur Verfügung.

Annahme (14): Um gezielt den Einfluss von begrenzten kognitiven Fähigkeiten, Zeitrestriktionen und pagatorischen Kosten bei der Informationsbeschaffung und -verarbeitung auf die Portfoliooptimierung des privaten Investors zu analysieren, wird angenommen, dass bei der Kapitalanlage keine Steuern und Transaktionskosten anfallen.

Annahme (15): Für die betrachteten M risikobehafteten Wertpapiere gilt die Annahme, dass zwischen den Zeitpunkten $t = 1$ und $t = 2$ keine Dividendenzahlungen oder sonstigen Zahlungen fällig werden. Diese sind kumuliert im Zeitpunkt $t = 2$ bei Liquidation der Investition in den Wertpapierpreisen enthalten.⁴⁰

Festlegung (2): Die erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ werden in den Vektoren $\underline{E(r)}^{*t=0}$ und $\underline{E(r)}^{*t=1}$ zusammengefasst:

$$\underline{E(r)}^{*t=0} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=0} \\ E(r_2)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=0} \end{pmatrix}; \underline{E(r)}^{*t=1} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=1} \\ E(r_2)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=1} \end{pmatrix}$$

mit

$E(r_i)^{t=0}$, $E(r_i)^{t=1}$... erwartete Rendite vor Informationskosten des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

$\underline{E(r)}^{*t=0}$, $\underline{E(r)}^{*t=1}$... Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Festlegung (3): Der risikofreie Zinssatz und die erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ werden in den Vektoren $\underline{E(r)}^{t=0}$ und $\underline{E(r)}^{t=1}$ abgebildet:

⁴⁰ Eine ähnliche Behandlung von Dividenden ist bspw. bei Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 95 und S. 238 anzutreffen.

$$\underline{E(r)}^{t=0} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=0} \\ E(r_2)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=0} \\ r_s^{t=0} \end{pmatrix}; \quad \underline{E(r)}^{t=1} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=1} \\ E(r_2)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=1} \\ r_s^{t=1} \end{pmatrix}$$

mit

$\underline{E(r)}^{t=0}$, $\underline{E(r)}^{t=1}$... Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere und des risikofreien Zinssatzes im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

$r_s^{t=0}$, $r_s^{t=1}$... risikofreier Zinssatz im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Annahme (16): Die Preise der risikobehafteten Wertpapiere bleiben im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ konstant.⁴¹ Des Weiteren wird eine Investition in das risikofreie Wertpapier im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ ausgeschlossen. Daher gilt:

$$\underline{P}^{*t=0} = \begin{pmatrix} P_1^{t=0} \\ P_2^{t=0} \\ \vdots \\ P_i^{t=0} \\ \vdots \\ P_M^{t=0} \end{pmatrix} = \underline{P}^{*t=1} = \begin{pmatrix} P_1^{t=1} \\ P_2^{t=1} \\ \vdots \\ P_i^{t=1} \\ \vdots \\ P_M^{t=1} \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \underline{P}^* = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_i \\ \vdots \\ P_M \end{pmatrix};$$

$$r_s^{t=0} = r_s^{t=1} \stackrel{!}{=} r_s$$

mit

P_i , ... Preis des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

\underline{P}^* , ... Preisvektor der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

r_s , ... risikofreier Zinssatz im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Im Zeitraum $[t = 1; t = 2]$ treten keine neuen Informationen auf, welche die Erwartungen der Marktteilnehmer bzgl. der Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere beeinflussen. Die Erwar-

⁴¹ Eine ähnliche Annahme wird bei Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 11 getroffen.

tungen des privaten Investors ändern sich im Zeitraum $[t = 1; t = 2]$ nur aufgrund der Verarbeitung der Informationen, die bereits im Zeitpunkt $t = 0$ zur Verfügung stehen.⁴²

Festlegung (4): Die Kovarianzen der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere werden in den Matrizen $\underline{C}^{t=0}$ und $\underline{C}^{t=1}$ dargestellt:

$$\underline{C}^{t=0} = \begin{pmatrix} \text{cov}(r_1, r_1)^{t=0} & \text{cov}(r_1, r_2)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_1, r_i)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_1, r_M)^{t=0} \\ \text{cov}(r_2, r_1)^{t=0} & \text{cov}(r_2, r_2)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_2, r_i)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_2, r_M)^{t=0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \text{cov}(r_i, r_1)^{t=0} & \text{cov}(r_i, r_2)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_i, r_i)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_i, r_M)^{t=0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(r_M, r_1)^{t=0} & \text{cov}(r_M, r_2)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_M, r_i)^{t=0} & \cdots & \text{cov}(r_M, r_M)^{t=0} \end{pmatrix};$$

$$\underline{C}^{t=1} = \begin{pmatrix} \text{cov}(r_1, r_1)^{t=1} & \text{cov}(r_1, r_2)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_1, r_i)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_1, r_M)^{t=1} \\ \text{cov}(r_2, r_1)^{t=1} & \text{cov}(r_2, r_2)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_2, r_i)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_2, r_M)^{t=1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \text{cov}(r_i, r_1)^{t=1} & \text{cov}(r_i, r_2)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_i, r_M)^{t=1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(r_M, r_1)^{t=1} & \text{cov}(r_M, r_2)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_M, r_i)^{t=1} & \cdots & \text{cov}(r_M, r_M)^{t=1} \end{pmatrix}$$

mit

$\underline{C}^{t=0}$; $\underline{C}^{t=1}$... Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

$\text{cov}(r_j, r_i)^{t=0}$, $\text{cov}(r_j, r_i)^{t=1}$... Kovarianz der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere j und i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Die Kovarianz zwischen der Rendite vor Informationskosten eines risikobehafteten Wertpapiers und dem risikofreien Zinssatz wird nicht in die Matrizen $\underline{C}^{t=0}$ bzw. $\underline{C}^{t=1}$ integriert, da diese Null beträgt:

$$\text{cov}(r_i, r_s) = \text{cov}(r_i, r_s)^{t=0} = \text{cov}(r_i, r_s)^{t=1} = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, M$$

mit

⁴² Bei den Zeitpunkten t_0 und t_1 handelt es sich damit um logische Zeitpunkte. Dies kann praktisch dadurch gerechtfertigt werden, dass es sich bspw. um ein Wochenende oder einen Feiertag handeln könnte, an dem keine neuen Informationen verfügbar sind und kein Handel an den Börsen stattfindet. Eine ähnliche Annahme wird bei Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 11 getroffen.

$\text{cov}(r_i, r_s)$, $\text{cov}(r_i, r_s)^{t=0}$, $\text{cov}(r_i, r_s)^{t=1}$... Kovarianz der Rendite vor Informationskosten des risikobehafteten Wertpapiers i und des risikofreien Zinssatzes im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Festlegung (5): Die Anteile der verschiedenen risikobehafteten Wertpapiere am Portfolio, das der private Investor im Zeitpunkt $t = 1$ erwirbt, werden durch den Portfoliovektor \underline{x}^* abgebildet:

$$\underline{x}^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} = \frac{1}{I_0^{\text{ges}} - K_1} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \cdot q_1 \\ P_2 \cdot q_2 \\ \vdots \\ P_i \cdot q_i \\ \vdots \\ P_M \cdot q_M \end{pmatrix}$$

mit

q_i ... Stückzahl des risikobehafteten Wertpapiers i im Portfolio

x_i ... Anteil des risikobehafteten Wertpapiers i im Portfolio

\underline{x}^* ... Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere

Festlegung (6): Unter Einbeziehung des risikofreien Wertpapiers bezeichnet \underline{x} den folgende Portfoliovektor:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \\ x_s \end{pmatrix} = \frac{1}{I_0^{\text{ges}} - K_1} \cdot \begin{pmatrix} P_1 \cdot q_1 \\ P_2 \cdot q_2 \\ \vdots \\ P_i \cdot q_i \\ \vdots \\ P_M \cdot q_M \\ q_s \end{pmatrix}$$

mit

q_s ... risikofrei investierter Betrag

x_s ... Anteil des risikofreien Wertpapiers im Portfolio

\underline{x} ... Portfoliovektor

Für den privaten Investor gilt bei der Portfoliobildung aufgrund der Annahme (7) folgende Budgetbedingung:

$$1 = \underline{x}^T \cdot \underline{1}$$

Formel 1

mit

$$\underline{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \dots \text{Einsvektor}$$

3 Spezifikation der Zielkriterien

Die Portfoliooptimierung des privaten Investors basiert im Modellkontext dieser Arbeit gemäß Annahme (4) auf einer Nutzenfunktion, die von den Zielkriterien erwartete Rendite nach Informationskosten und Standardabweichung der erwarteten Rendite nach Informationskosten des Portfolios abhängt. Die beiden Zielkriterien werden daher im Folgenden erläutert und für den Fortgang festgelegt.

3.1 Erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios

Die erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios μ' ergibt sich aus dem erwarteten Rückfluss im Zeitpunkt $t = 2$ und dem Investitionsbetrag im Zeitpunkt $t = 0$. Da der Anlagehorizont des private Investors eine Periode beträgt und zwischenzeitlich keine Zahlungen erfolgen, wird in dieser Arbeit eine diskrete Rendite verwendet.⁴³

$$\mu' = \frac{E(I_2)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \quad \text{Formel 2}$$

mit

$E(I_2)$... erwarteter Rückfluss im Zeitpunkt $t = 2$

μ' ... erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios

Der erwartete Rückfluss $E(I_2)$ resultiert durch Multiplikation des Anlagebetrags mit der erwarteten Rendite vor Informationskosten des Portfolios:⁴⁴

$$E(I_2) = (I_0^{\text{ges}} - K_1) \cdot (1 + \mu) \quad \text{Formel 3}$$

mit

μ ... erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios

⁴³ Vgl. zur Berechnung einer diskreten Rendite bspw. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 62 f.; Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 132.

⁴⁴ Vgl. Spremann, K. (1999), S. 66.

Für die erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios folgt aus den Formeln 2 und 3:

$$\mu' = \frac{E(I_2)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_1) \cdot (1 + \mu)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \quad \text{Formel 4}$$

3.1.1 Erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios

Die erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios μ wird aus der mit den Anteilswerten gewichteten Summe der erwarteten Renditen vor Informationskosten der einzelnen risikobehafteten Wertpapiere und des risikofreien Zinssatzes berechnet:⁴⁵

$$\mu = \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r) \quad \text{Formel 5}$$

mit

$\underline{E}(r)$... Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere und des risikofreien Zinssatzes

Dementsprechend stehen dem privaten Investor auf Basis seiner durchgeführten Informationsbeschaffung und -verarbeitung folgende Schätzungen für die erwartete Rendite des Portfolios in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ zur Verfügung:

$$\mu^{t=0} = \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r)^{t=0}; \mu^{t=1} = \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r)^{t=1} \quad \text{Formel 6}$$

mit

$\mu^{t=0}$, $\mu^{t=1}$... erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Damit ergibt sich die erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios aus den Formeln 4, 5 und 6 durch:

$$\mu' = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_1) \cdot (1 + \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r))}{I_0^{\text{ges}}} - 1; \mu'^{t=0} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_1) \cdot (1 + \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r)^{t=0})}{I_0^{\text{ges}}} - 1;$$

$$\mu'^{t=1} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_1) \cdot (1 + \underline{x}^T \cdot \underline{E}(r)^{t=1})}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \quad \text{Formel 7}$$

mit

$\mu'^{t=0}$, $\mu'^{t=1}$... erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

⁴⁵ Vgl. Bruns, C./Meyer-Bullerdiek, F. (2000), S. 63; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 10.

Die erwartete Rendite eines risikobehafteten Wertpapiers wird als die mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtete Summe der für möglich gehaltenen Renditeausprägungen berechnet. Die für möglich gehaltenen Renditeausprägungen und entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten basieren dabei auf der Einschätzung des privaten Investors.⁴⁶

$$E(r_i) = \sum_{y=1}^E r_{iy} \cdot f(r_y); \quad E(r_i)^{t=0} = \sum_{y=1}^E r_{iy}^{t=0} \cdot f(r_y)^{t=0};$$

$$E(r_i)^{t=1} = \sum_{y=1}^E r_{iy}^{t=1} \cdot f(r_y)^{t=1}$$

Formel 8

mit

E ... Anzahl der für möglich gehaltenen Umweltzustände

$E(r_i)$, $E(r_i)^{t=0}$, $E(r_i)^{t=1}$... erwartete Rendite vor Informationskosten des risikobehafteten Wertpapiers i im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

$f(r_y)$, $f(r_y)^{t=0}$, $f(r_y)^{t=1}$... Eintrittswahrscheinlichkeit des Umweltzustands y im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

r_{iy} , $r_{iy}^{t=0}$, $r_{iy}^{t=1}$... mögliche Renditeausprägung des risikobehafteten Wertpapiers i bei Eintritt des Umweltzustandes y im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

3.1.2 Informationskosten bei der Portfoliooptimierung

Die Informationskosten werden in dieser Arbeit hinsichtlich der Art ihrer Entstehung im Prozess der Portfoliooptimierung und in Bezug auf ihre Zahlungswirksamkeit differenziert. Dazu wird der Prozess der Portfoliooptimierung in Anlehnung an Schmidt-von Rhein sowie Albrecht und Maurer verwendet, der im Wesentlichen auf folgenden drei Schritten basiert:⁴⁷

- (1) Am Anfang des Prozesses der Portfoliooptimierung steht die Zielanalyse. Diese liefert Informationen über die Ziele, die der private Investor mit der Portfoliooptimierung realisieren möchte. Zunächst finden eine Identifikation, Strukturierung und Analyse aller Bedürfnisse, Wünsche und Ziele des privaten Investors statt. Anschließend werden diese in einem in sich schlüssigen Konzept verdichtet.⁴⁸
- (2) Der zweite Schritt im Prozess der Portfoliooptimierung ist die Finanzanalyse. Mit deren Hilfe alle für die Portfoliooptimierung relevanten Finanzinformationen, wie erwartete

⁴⁶ Vgl. zu diesem Absatz Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 135.

⁴⁷ Vgl. zum Prozess der Portfoliooptimierung Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 44 f.; Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 13- 54.

⁴⁸ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 17.

Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere, für den Planungszeitraum geschätzt werden. Die geläufigsten Verfahren der Finanzanalyse sind dabei

- ◆ die quantitative Wertpapieranalyse, die alle mathematisch-statistischen Verfahren in der Finanzanalyse umfasst,
- ◆ die technische Wertpapieranalyse, bei der die vergangene Kursentwicklung analysiert wird, um Kursmuster zu erkennen sowie
- ◆ die fundamentale Wertpapieranalyse, bei der verschiedene ökonomische Einflussfaktoren auf die Preise und Renditen der risikobehafteten Wertpapiere betrachtet werden.⁴⁹

- (3) Auf Basis der Ziel- und Finanzanalyse wird anschließend im Rahmen der Portfoliobildung ein investorspezifisches optimales Portfolio generiert, bspw. mit Hilfe der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin oder einer naiven Diversifikation.

Betrachtet man den Prozess der Portfoliooptimierung in einer klassischen Input-Output-Relation, so gehen die Ziel- und Finanzanalyse als Input in die Portfoliooptimierung ein. Die Verarbeitung der Informationen aus Ziel- und Finanzanalyse findet in der Portfoliobildung statt. Als Output wird ein Portfolio generiert (Abbildung 5).

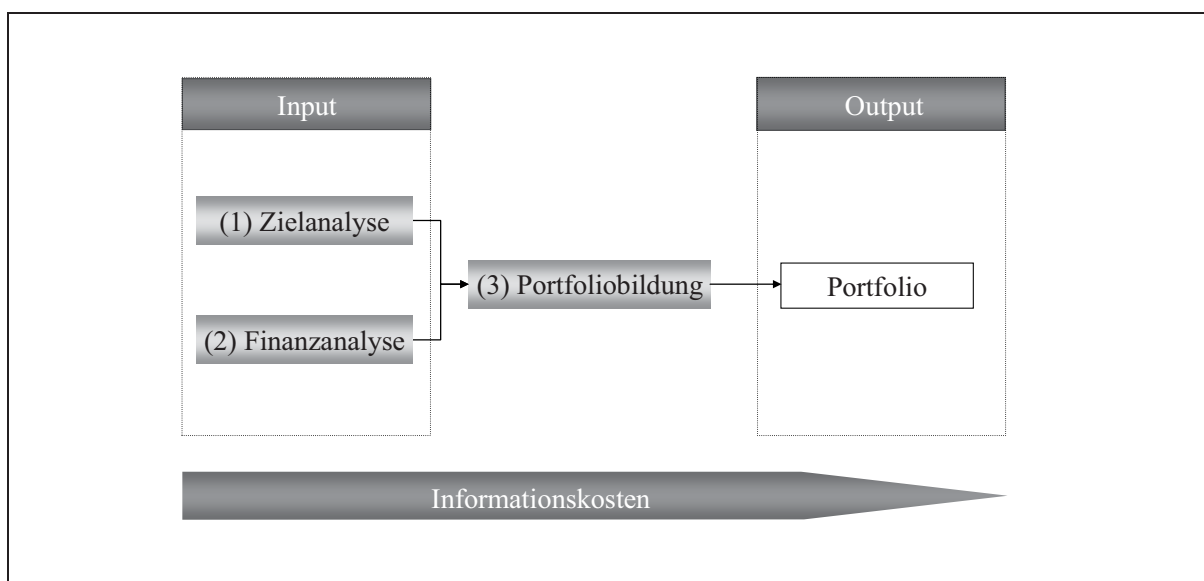


Abbildung 5: Prozess der Portfoliooptimierung⁵⁰

Unter Berücksichtigung der durchzuführenden Tätigkeiten in den einzelnen Schritten im Prozess der Portfoliooptimierung können bspw. folgende pagatorische Informationskosten entstehen:⁵¹

⁴⁹ Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 44.

⁵⁰ Erweiterte Darstellung in Anlehnung an Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 269.

- Zur Durchführung einer Portfoliooptimierung, insbesondere der Finanzanalyse und Portfoliobildung, ist ein bestimmtes Maß an Fachwissen erforderlich, für dessen Beschaffung Kosten entstehen können, wie bspw. Ausgaben für Fachliteratur, Seminare, Kurse usw. Gerade bei privaten Investoren können hierfür Kosten entstehen, da sie i. d. R. über ein geringes Fachwissen verfügen.
- Die Beschaffung der Finanzinformationen zur Finanzanalyse wie bspw. fundamentale Daten, Kurszeitreihen, Schätzungen bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere kann Kosten für die Inputbeschaffung zur Finanzanalyse darstellen.
- Unterstützend kann zur Finanzanalyse und Portfoliobildung eine entsprechende EDV bzw. Hard- und Softwareausstattung erforderlich sein. In der Realität ist eine Vielzahl verschiedener Softwarelösungen anzutreffen, die private Investoren bei der Bildung von Portfolios verwenden können:⁵²
 - ◆ Am Markt können sog. „All-in-One-Softwarelösungen“ erworben werden, bspw. von MSCI Barra oder Wilshire Associate Incorporated, die alle Teilbereiche des Portfoliomanagements abdecken. Die Vorteile dieser Programme liegen darin, dass es sich hierbei um integrierte Lösungen aus den verschiedenen Teilbereichen der Portfoliooptimierung handelt, die sich von der Bereitstellung der notwendigen Finanzinformationen über die Portfoliobildung bis hin zur Kontrolle des Portfolios erstrecken. Die Anschaffung einer solchen „All-in-One-Softwarelösung“ ist mit relativ hohen Anschaffungskosten verbunden.
 - ◆ Geringere Anschaffungskosten induziert i. d. R. die Nutzung von Tabellenkalkulations-, Mathematik- und Statistikprogrammen. Als Beispiele können die Programme Mathcad, Mathematika, Matlab und SPSS angeführt werden. Den niedrigeren Anschaffungskosten steht dann jedoch ein höherer Aufwand der Eigenprogrammierung, Datenbeschaffung und -pflege etc. gegenüber, der sich in Kosten für die Beschaffung des Dateninputs, Zeitkosten etc. widerspiegelt.
- Wird ein Teil oder die gesamte Portfoliooptimierung auf eine andere Person übertragen, bspw. einen professionellen Vermögensverwalter, können hierzu Entgelte anfallen, die Informationskosten darstellen.

Private Investoren benötigen im gesamten Prozess der Portfoliooptimierung Zeit, bspw. für die Beschaffung von Fachwissen, die Abbildung eines Zielsystems, die Beschaffung und Ver-

⁵¹ Vgl. zum Entstehen von Informationskosten in Teilbereichen des Prozesses der Portfoliooptimierung Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 45; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 124.

⁵² Vgl. zu diesem Absatz Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 121 f.

arbeitung der Informationen im Rahmen der Finanzanalyse sowie die Durchführung der Portfoliobildung.⁵³ Da es sich bei Zeit um ein knappes Gut handelt, kann sich dies in Opportunitätskosten niederschlagen.⁵⁴ Für eine Transformation von Zeit in Kosten bei der Portfoliooptimierung spricht, dass die durchzuführenden Tätigkeiten auch gegen Entgelt fremd bezogen werden können, wodurch eine Zeitersparnis auftritt.⁵⁵ Einer solchen Zeitersparnis stünde dann der Preis des Fremdbezugs gegenüber.

In Analogie zur Mikroökonomie wird in dieser Arbeit unterstellt, dass der Kostensatz pro Zeiteinheit des privaten Investors durch den Wert determiniert wird, den der private Investor der Opportunität beimisst, wie bspw. dem Wert einer Einheit Freizeit.⁵⁶

Die Messbarkeit der Zeitkosten in der Praxis ist, verglichen mit den pagatorischen Informationskosten, aus zwei Gründen eingeschränkt:⁵⁷

- Es besteht eine fehlende Objektivität in Bezug auf den Kostensatz: Im Gegensatz zu den Kosten für die Wissensbeschaffung, die Informationskosten, die Hard- und Softwarekosten sowie den Entgelten für fremd bezogene Dienstleistungen, existiert keine objektive Datengrundlage auf Marktwerten. Dies hat eine Subjektivität des Kostensatzes pro Zeiteinheit zur Folge.
- Es fehlt die Objektivität in Bezug auf die benötigte Zeit: So kann ein privater Investor für die Portfoliobildung weniger Zeit benötigen als ein Anderer. Ursächlich können hierfür subjektive Faktoren wie die Vorbildung des privaten Investors, seine Auffassungsgabe, seine kognitiven Fähigkeiten oder Ähnliches sein. Dadurch ist auch die benötigte Zeit investorspezifisch.

Wie dargestellt stehen die Zeitkosten in enger Verbindung mit den kognitiven Fähigkeiten des privaten Investors. Bei Zeitkosten handelt es sich zunächst um Opportunitätskosten. Damit sind diese nicht zahlungswirksam und würden bei einer Betrachtung auf Basis der Kriterien Rendite nach Informationskosten und Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten keinen Einfluss auf die Portfoliooptimierung nehmen. In dieser Arbeit werden die Zeitkosten deshalb durch die folgende Annahme in pagatorische Kosten transformiert:

Annahme (17): Der private Investor belohnt sich selbst für den notwendigen Zeitaufwand und entnimmt unmittelbar einen entsprechenden Betrag vom Investitionsbetrag, um eine Konsumauszahlung zu tätigen.⁵⁸

⁵³ Vgl. Peng, L. (2005), S. 307; Rutsch, W. (2008), S. 43.

⁵⁴ Vgl. Varian, H. (1999), S. 162-164.

⁵⁵ Vgl. hierzu und im folgenden Satz Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 155 f.

⁵⁶ Vgl. Varian, H. (1999), S. 162-164.

⁵⁷ Vgl. hierzu und im Folgenden Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 157 f.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden überwiegend die Informationskosten fokussiert, die bei der Finanzanalyse und der Portfoliobildung entstehen:

- Im Kapitel C wird der Einfluss der Informationskosten auf die Portfoliobildung untersucht, um insbesondere die Anwendung naiver Verfahren zur Portfoliobildung und Fondsinvestments zu rechtfertigen und Handlungsempfehlungen für private Investoren zu geben, die vor der Entscheidung einer Handlungsstrategie zur Portfoliobildung stehen.
- Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung werden im Kapitel D betrachtet. Dadurch wird die interdependente Informations- und Portfolioentscheidung des privaten Investors im Prozess der Portfoliooptimierung abgebildet.

Die Informationskosten bei der Ziellanalyse werden in dieser Arbeit weitgehend vernachlässigt.

3.2 Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios

Die Rendite nach Informationskosten des Portfolios wird ex ante durch ihren Erwartungswert geschätzt. Da es sich bei der Rendite nach Informationskosten des Portfolios um eine Zufallsvariable handelt, ist diese Schätzung mit Unsicherheit behaftet, die sich als Risiko der Investition widerspiegelt.

Zur Quantifizierung des Risikos einer Investition existiert eine Vielzahl unterschiedlicher Risikomaße, denen unterschiedliche Risikoverständnisse zugrunde liegen.⁵⁹ Es lässt sich keine allgemeingültige Aussage treffen, welches Risikomaß bei einer Investitionsentscheidung zu verwenden ist. In den Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie wird i. d. R. die Varianz bzw. Standardabweichung zur Quantifizierung des Risikos einer Investition herangezogen. Gemäß Annahme (4) wird auch in dieser Arbeit die Standardabweichung bzw. die Varianz der Rendite nach Informationskosten als Risikomaß verwendet.

Bei zweiseitigen Risikomaßen wie der Varianz und Standardabweichung wird Risiko als Abweichung der erzielten Rendite von der erwarteten Rendite verstanden. So liegt bei einer ungünstigen Entwicklung die tatsächliche Rendite unterhalb und bei einer günstigen Entwicklung oberhalb der erwarteten Rendite.⁶⁰

⁵⁸ Alternativ könnte auch unterstellt werden, dass der private Investor den Investitionsbetrag als Anteil eines externen Arbeitslohns bestimmt. Falls er Zeit für die Portfoliobildung verwendet, würde dies seine Arbeitszeit und damit den Arbeitslohn reduzieren. Für diese Arbeit erweist es sich jedoch als zweckdienlich bei der Modellierung der Informationskosten anzunehmen, dass sich der Investor für die Zeit zur Portfoliooptimierung durch eine Konsumausgabe aus dem Investitionsbetrag belohnt, da so der Investitionsbetrag I_0^{ges} konstant bleibt.

⁵⁹ Vgl. zu diesem Absatz Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 159-165.

⁶⁰ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 171.

Zwischen der Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios und der Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios gilt folgender Zusammenhang, da der Investitionsbetrag und die Informationskosten nicht als Zufallsvariable modelliert werden und es sich somit um eine Linearkombination der Zufallsvariable r_{Pf} handelt:⁶¹

$$\begin{aligned}\sigma'^2 &= \text{var}\left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot (1 + r_{Pf})}{I_0^{\text{ges}}} - 1\right) = \text{var}\left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot (1 + r_{Pf})}{I_0^{\text{ges}}}\right) = \\ &= \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}}\right)^2 \cdot \text{var}(r_{Pf}) = \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}}\right)^2 \cdot \sigma^2\end{aligned}$$

Formel 9

mit

r_{Pf} ... Rendite vor Informationskosten des Portfolios

σ^2 ... Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios

σ'^2 ... Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios

$\text{var}(\dots)$... Varianz von

Die Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios ergibt sich als Wurzel der Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios:⁶²

$$\sigma' = \sqrt{\sigma'^2} = \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma$$

Formel 10

mit

σ ... Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios

σ' ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios

Die Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios wird durch die Varianzen und Kovarianzen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere im Portfolio berechnet:⁶³

$$\sigma^2 = \underline{\mathbf{x}}^{*\text{T}} \cdot \underline{\mathbf{C}} \cdot \underline{\mathbf{x}}^*$$

Formel 11

mit

⁶¹ Vgl. zur Varianz einer Linearkombination einer Zufallsvariable bspw. Schaich, E./Köhle, D./Schweitzer, W./Wegner, F. (1993), S. 90.

⁶² Vgl. Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 138.

⁶³ Vgl. Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 138.

\underline{C} ... Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere

Dementsprechend stehen dem privaten Investor in Abhängigkeit seiner Informations- und Portfolioentscheidungen folgende Schätzungen bzgl. der Varianz des Portfolios in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ zur Verfügung:

$$\sigma^{2t=0} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=0} \cdot \underline{x}^* ; \sigma^{2t=1} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^* \quad \text{Formel 12}$$

mit

$\sigma^{2t=0}$, $\sigma^{2t=1}$... Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Aus den Formeln 9 und 12 folgt für die Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios:

$$\sigma'^{2t=0} = \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=0} \cdot \underline{x}^* ; \sigma'^{2t=1} = \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^* \quad \text{Formel 13}$$

mit

$I_0^{\text{ges}} - K_I$... Anlagebetrag

K_I ... Informationskosten

$\sigma'^{2t=0}$, $\sigma'^{2t=1}$... Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

Die Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios resultiert aus den Formeln 10 und 13:

$$\sigma'^{t=0} = \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=0} \cdot \underline{x}^*} ; \sigma'^{t=1} = \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^*} \quad \text{Formel 14}$$

mit

$\sigma'^{t=0}$, $\sigma'^{t=1}$... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios im Zeitpunkt $t = 0$, $t = 1$

4 Spezifikation der Zielsetzung des privaten Investors

In vielen Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie wird zur Bestimmung eines optimalen Portfolios ein zweistufiges Auswahlverfahren gewählt:⁶⁴

⁶⁴ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 265.

- (1) Durch das $\mu - \sigma$ – Prinzip werden aus der Menge aller möglichen Portfoliokombinationen effiziente Portfolios herausgefiltert.
- (2) Aus der Menge der effizienten Portfolios wählt man anschließend mit Hilfe des Bernoulliprinzips ein optimales Portfolio aus.

Die Vorteile eines solchen zweistufigen Auswahlverfahrens zur Bestimmung eines optimalen Portfolios sind v. a. darin zu sehen, dass

- die Anwendung des $\mu - \sigma$ – Prinzips die Anzahl der entscheidungsrelevanten Alternativen erheblich reduziert,
- eine Risikonutzenfunktion eine optimale Lösung sichert und
- das Axiomensystem des Bernoulliprinzips eine rationale, normative, verwendbare Entscheidungsgrundlage liefert.⁶⁵

Im Kapitel C dieser Arbeit wird daher ebenfalls ein solches zweistufiges Auswahlverfahren zur Bestimmung eines optimalen Portfolios verwendet und die Auswirkung von Informationskosten auf die Effizienz und Optimalität von Portfolios untersucht. Dazu werden im Folgenden die Effizienz und Optimalität im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie dargestellt und unter Berücksichtigung von Informationskosten definiert.

4.1 $\mu - \sigma$ – Prinzip zur Ermittlung effizienter Portfolios

Gemäß dem $\mu - \sigma$ – Prinzip investiert ein vollkommen rational handelnder privater Investor seinen Anlagebetrag ausschließlich in ein effizientes Portfolio. Effizient ist ein Portfolio im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie, wenn kein anderes Portfolio existiert,

- das bei gleicher erwarteter Rendite vor Informationskosten eine geringere Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten oder
- das bei gleicher Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten eine höhere erwartete Rendite vor Informationskosten oder
- das sowohl eine höhere erwartete Rendite vor Informationskosten als auch gleichzeitig eine geringere Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten aufweist.⁶⁶

Analog zum $\mu - \sigma$ – Prinzip der normativen Modernen Portfoliotheorie wird die Effizienz von Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten in dieser Arbeit folgendermaßen definiert: Ein Portfolio ist unter Berücksichtigung von Informationskosten effizient, wenn kein anderes Portfolio gebildet werden kann,

⁶⁵ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 265 f.

⁶⁶ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 9; Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 134-136.

- das bei gleicher erwarteter Rendite nach Informationskosten eine geringere Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten oder
- das bei gleicher Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten oder
- das sowohl eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als auch gleichzeitig eine geringere Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten aufweist.

Die Effizienz von Portfolios wird anhand von Beispiel 1 verdeutlicht.

Beispiel 1:⁶⁷

Es werden fünf Portfolios angenommen, die durch folgende erwartete Renditen nach Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen nach Informationskosten charakterisiert sind:

	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4	Portfolio 5
Erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios	μ'_1	μ'_2	μ'_3	μ'_4	μ'_5
Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios	σ'_1	σ'_2	σ'_3	σ'_4	σ'_5

Unter den Portfolios gelten folgende Beziehungen:

$$\mu'_1 > \mu'_2 \wedge \mu'_3 \wedge \mu'_4 \wedge \mu'_5; \quad \mu'_2 < \mu'_3 < \mu'_4 < \mu'_5;$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_4 > \sigma'_2 \wedge \sigma'_3 \wedge \sigma'_5; \quad \sigma'_5 < \sigma'_2 < \sigma'_3$$

mit

μ'_i ... erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios i

σ'_i ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios i

Die Portfolios 2, 3 und 4 stellen inferiore Alternativen dar, weil

- Portfolio 3 von Portfolio 5 (höhere Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten bei gleicher erwarteter Rendite nach Informationskosten),

⁶⁷ Vgl. zu diesem Beispiel Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 135.

- Portfolio 2 von Portfolio 5 (höhere Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten und niedrigere erwartete Rendite nach Informationskosten) und
- Portfolio 4 von Portfolio 1 (höhere erwartete Rendite nach Informationskosten bei gleicher Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten)

dominiert wird. Effizient unter Berücksichtigung von Informationskosten sind somit nur die Portfolios 1 und 5 (Abbildung 6).

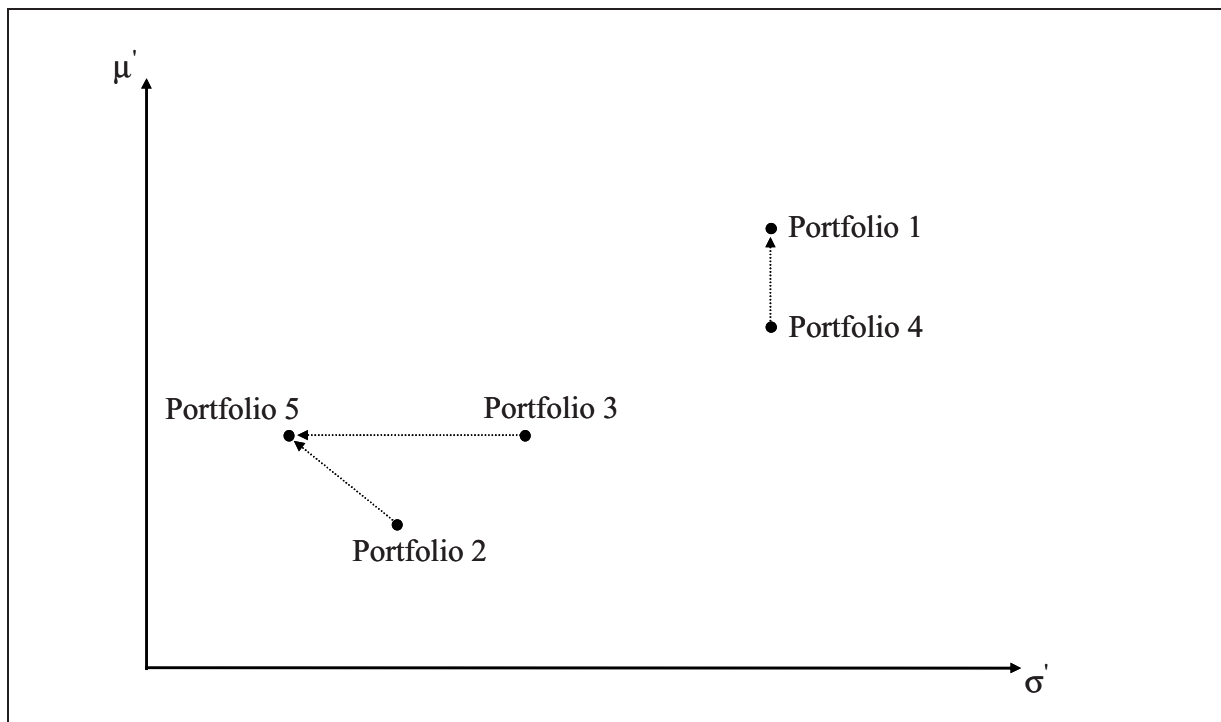


Abbildung 6: Effizienz von Portfolios⁶⁸

■ Ende Beispiel 1

4.2 Bernoulliprinzip zur Ermittlung eines optimalen Portfolios

Die Auswahl des investorspezifisch optimalen Portfolios aus der Menge der effizienten Portfolios erfolgt in der normativen Modernen Portfoliotheorie vorherrschend unter Rückgriff auf das Bernoulliprinzip.⁶⁹ Kerngedanke des Bernoulliprinzips ist es, die Präferenzen des privaten Investors bzgl. der Handlungsalternativen mittels einer Nutzenfunktion abzubilden. Die Präferenzen des Investors müssen dabei den Axiomen der vollständigen Ordnung, Stetigkeit und Unabhängigkeit entsprechen.⁷⁰

⁶⁸ Vgl. Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 135.

⁶⁹ Vgl. Eisenführ, F./Weber, M. (2003), S. 207.

⁷⁰ Vgl. Eisenführ, F./Weber, M. (2003), S. 211.

Das Bernoulli-Prinzip lässt sich als Entscheidungsregel mit dem $\mu - \sigma$ -Prinzip entweder durch Approximation der Nutzenfunktion oder durch Approximation der Wahrscheinlichkeitsverteilung vereinbaren.⁷¹ In dieser Arbeit wird eine quadratische Nutzenfunktion verwendet und angenommen, dass die Renditen nach Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere normalverteilt sind:

$$E(u(r'_{Pf})) = u\left(\mu' - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma'^2\right) \quad \text{Formel 15}$$

wobei

$$\beta > 0$$

mit

β ... Risikoaversionsparameter

$E(u(r'_{Pf}))$... erwarteter Nutzen des Investors in Abhängigkeit der Rendite nach Informationskosten des Portfolios

σ'^2 ... Varianz der Rendite nach Informationskosten des Portfolios

$u(\dots)$... Nutzenfunktion

Gemäß dem Bernoulli-Prinzip strebt der private Investor die Maximierung des erwarteten Nutzens an:

$$\text{Max} \left\{ u\left(\mu' - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma'^2\right) \right\} \quad \text{Formel 16}$$

Aufgrund der Monotonie der Nutzenfunktion ist dies äquivalent mit der Maximierung des Arguments der Nutzenfunktion:

$$\text{Max} \left\{ \mu' - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma'^2 \right\} \quad \text{Formel 17}$$

Der private Investor wählt nach dem Bernoulli-Prinzip aus der Menge der effizienten Portfolios dasjenige Portfolio, welches ihm den größten Nutzen stiftet.

Beispiel 2:⁷²

Als Fortsetzung des zuvor dargestellten Beispiels 1 werden in Beispiel 2 zwei private Investoren betrachtet. Der private Investor 1 ist dabei stärker risikoavers als der private Investor 2 (Abbildung 7).

⁷¹ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 266.

⁷² Vgl. zu diesem Beispiel Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 135 f.

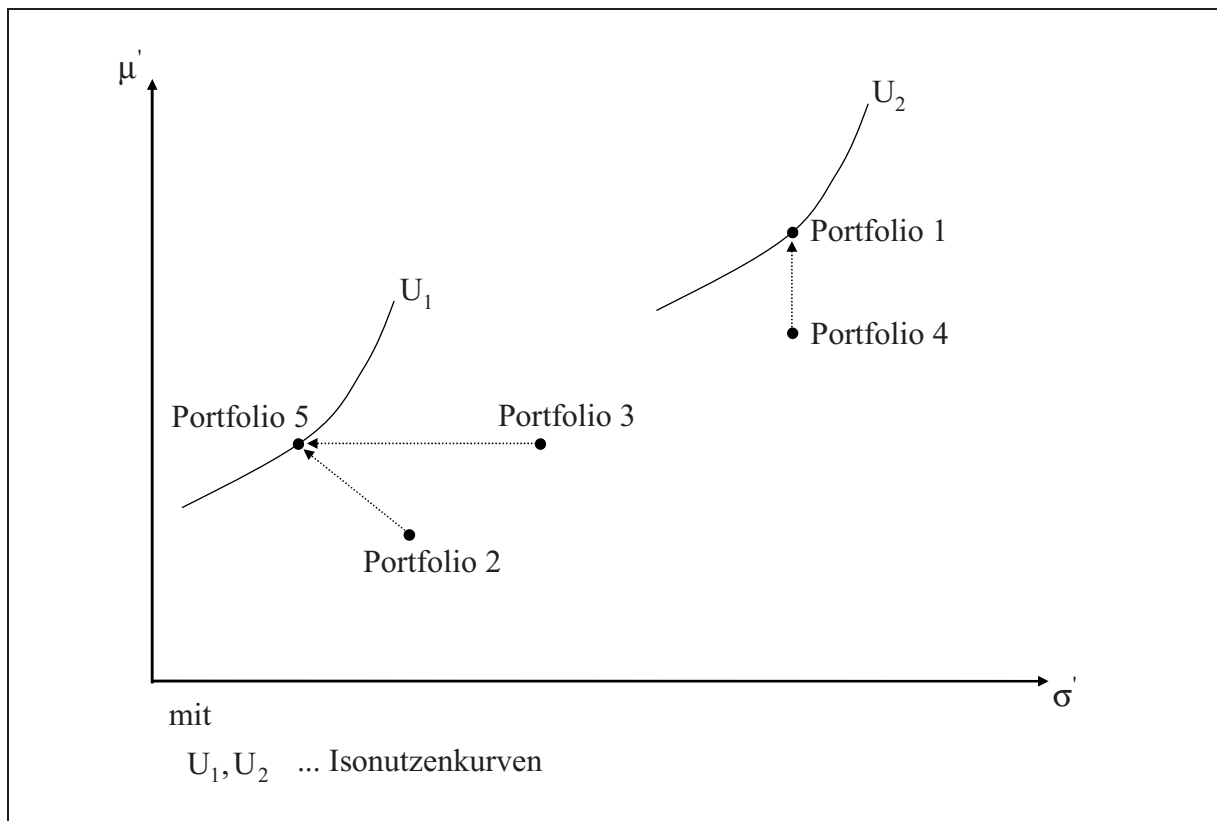


Abbildung 7: Optimalität von Portfolios

In Abbildung 7 werden die verschiedenen Risikoaversionen der beiden privaten Investoren mittels sog. Isonutzenkurven dargestellt. In einer Isonutzenkurve werden im abgebildeten μ' - σ' -Diagramm Kombinationen der erwarteten Renditen nach Informationskosten des Portfolios und der Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios zusammengefasst, die in Abhängigkeit von der Risikoaversion einem privaten Investor den gleichen Nutzen stiften. Da der private Investor 1 stärker risikoavers als der private Investor 2 ist, würde er für die mit Portfolio 1 verbundene Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten des Portfolios verlangen, um den gleichen Nutzen wie mit Portfolio 5 zu erreichen. Unter den gegebenen Annahmen entscheidet sich der private Investor 1 deshalb für Portfolio 5, während im Beispiel der private Investor 2 Portfolio 1 wählt, da er schwächer risikoavers ist und mit einem höheren Risiko auch stärker eine Chance auf eine positive Abweichung vom Erwartungswert verbindet.

■ Ende Beispiel 2

C VERGLEICH VON PORTFOLIOSELEKTION, NAIVER DIVERSIFIKATION UND FONDSINVESTMENT UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON INFORMATIONSKOSTEN BEI DER PORTFOLIOBILDUNG

In der Realität verwenden private Investoren häufig naive Handlungsstrategien, bspw. eine naive Diversifikation⁷³, oder investieren in sie Fonds⁷⁴, anstelle sich für einen komplexen Optimierungsalgorithmus bei der Portfoliobildung zu entscheiden, wie es die normative Moderne Portfoliotheorie vorschlägt.

Um die Ziele (1) und (2) der Arbeit zu erreichen und die Anwendungen naiver Handlungsstrategien und den damit verbundenen Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios zu rechtfertigen sowie normativ, mathematisch begründbare Hilfestellungen für private Investoren zu geben, die vor der Entscheidung bzgl. einer Handlungsstrategie zur Portfoliobildung stehen, werden bei unterstelltem vollkommen rationalem Handeln des privaten Investors die Anwendung der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin mit einer naiven Diversifikation und einem Fondsinvestment zur Portfoliobildung unter Berücksichtigung von Informationskosten verglichen. In diesem Kapitel steht damit eine praktische Sichtweise in einem portfoliotheoretischen Rahmen im Vordergrund. Für den Vergleich wird deshalb ein nahezu vollkommener Kapitalmarkt gewählt, der im Folgenden spezifiziert wird.

Die drei Handlungsstrategien Portfolioselektion von Markowitz und Tobin, naive Diversifikation und Fondsinvestment zur Portfoliobildung werden für den Vergleich herangezogen, da die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin das Grundmodell der normativen Modernen Portfoliotheorie darstellt⁷⁵ und eine naive Diversifikation sowie ein Fondsinvestment in der Praxis häufig bei privaten Investoren zur Portfoliobildung Anwendung finden.

Nach Ableitung eines möglichen Erklärungsansatzes für das empirisch zu beobachtende Verhalten unter vollständigen Informationen folgt eine Analyse der Entscheidungssituation unter unvollständigen Informationen.

Der im Grundlagenkapitel dargestellte Modellkontext wird für den Vergleich unter vollständigen und unvollständigen Informationen um die folgenden Annahmen ergänzt:

⁷³ Vgl. zur Beliebtheit einer naiven Diversifikation auch Steiner, P./Uhlir, H. (2001), S. 167.

⁷⁴ Vgl. zur Beliebtheit des Fondsinvestments auch bspw. O. V. (2009) 2, S. 66.

⁷⁵ Vgl. zum ersten Halbsatz Memmel, C. (2004), S. 1; Schmidt-von Rhein, A. (1996), Geleitwort von Rehkugler, H.

Annahme (18): Der private Investor kann bei der Portfoliobildung nur die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin, eine naive Diversifikation oder ein Fondsinvestment anwenden.

Annahme (19): Die Ziel- und Finanzanalyse werden als abgeschlossen modelliert, um gezielt die Anwendung der drei Handlungsstrategien zur Portfoliobildung zu vergleichen. Damit sind auch die erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere bekannt.

Annahme (20): Bei der Portfolioselektion, der naiven Diversifikation und dem Fondsinvestment werden identische erwartete Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere sowie Standardabweichungen und Kovarianzen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere verwendet.

Annahme (21): Im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ ändern sich die Erwartungen des privaten Investors und aller anderen Marktteilnehmer bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere sowie Standardabweichungen und Kovarianzen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere für den Zeitraum $[t = 1; t = 2]$ nicht:

$$\underline{E(r)}^{t=0} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=0} \\ E(r_2)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=0} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=0} \\ r_s \end{pmatrix} = \underline{E(r)}^{t=1} = \begin{pmatrix} E(r_1)^{t=1} \\ E(r_2)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_i)^{t=1} \\ \vdots \\ E(r_M)^{t=1} \\ r_s \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \underline{E(r)} = \begin{pmatrix} E(r_1) \\ E(r_2) \\ \vdots \\ E(r_i) \\ \vdots \\ E(r_M) \\ r_s \end{pmatrix} ;$$

$$\underline{C}^{t=0} = \underline{C}^{t=1} = \underline{C} =$$

$$= \begin{pmatrix} \text{cov}(r_1, r_1) & \text{cov}(r_1, r_2) & \cdots & \text{cov}(r_1, r_i) & \cdots & \text{cov}(r_1, r_j) & \cdots & \text{cov}(r_1, r_M) \\ \text{cov}(r_2, r_1) & \text{cov}(r_2, r_2) & \cdots & \text{cov}(r_2, r_i) & \cdots & \text{cov}(r_2, r_j) & \cdots & \text{cov}(r_2, r_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{cov}(r_i, r_1) & \text{cov}(r_i, r_2) & \cdots & \text{cov}(r_i, r_i) & \cdots & \text{cov}(r_i, r_j) & \cdots & \text{cov}(r_i, r_M) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \text{cov}(r_j, r_1) & \text{cov}(r_j, r_2) & \cdots & \text{cov}(r_j, r_i) & \cdots & \text{cov}(r_j, r_j) & \cdots & \text{cov}(r_j, r_M) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(r_M, r_1) & \text{cov}(r_M, r_2) & \cdots & \text{cov}(r_M, r_i) & \cdots & \text{cov}(r_M, r_j) & \cdots & \text{cov}(r_M, r_M) \end{pmatrix}$$

mit

$\text{cov}(r_i, r_j)$... Kovarianz der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere i und j

1 Handlungsstrategien zur Portfoliobildung

1.1 Portfolioselektion von Markowitz und Tobin

Im Modell der Portfolioselektion von Markowitz werden konkrete, quantifizierbare Handlungsempfehlungen für private Investoren in Abhängigkeit von den beiden Kriterien Rendite vor Informationskosten und Varianz bzw. Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios zur effizienten und optimalen Zusammensetzung eines Portfolios aus risikobehafteten Wertpapieren mathematisch abgeleitet.⁷⁶ Tobin erweitert das Modell von Markowitz, welches sich nur auf risikobehaftete Wertpapiere bezieht, und führt ein risikofreies Wertpapier in den Modellkontext der Portfolioselektion von Markowitz ein.⁷⁷

1.1.1 Portfolioselektion von Markowitz und Tobin im Überblick⁷⁸

Die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin basiert auf einer Reihe von Annahmen, wobei im Folgenden nur die Wesentlichen dargestellt werden:⁷⁹

⁷⁶ Vgl. Markowitz, H. (1952), S. 77-91; Markowitz, H. (1959).

⁷⁷ Vgl. Tobin, J. (1958), S. 65-87.

⁷⁸ Vgl. Markowitz, H. (1952), S. 77-91; Markowitz, H. (1959); Tobin, J. (1958), S. 65-87; Da die Portfolioselektion in der Literatur ausführlich dargestellt wird, genügt an dieser Stelle eine kompakte Darstellung: Vgl. zur Darstellung des ursprünglichen Modells der Portfolioselektion bspw. Markowitz, H. (1991); Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2004), S. 79; Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 229-271; Spremann, K. (2008), S. 173-277; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 7-21; Steiner, P./Uhlir H. (2000), S. 137-161.

(1) Annahmen zum Investor

Annahme (22): Es wird ein vollkommen rationaler, risikoaverser Investor angenommen, der nach dem Bernoulliprinzip entscheidet und somit die Maximierung des erwarteten Nutzens anstrebt:

- Die Nutzenfunktion des Investors hängt von den Parametern erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios μ und der Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios σ ab.
- Hinsichtlich der Nutzenfunktion liegt die Eigenschaft der Nichtsättigung vor, d. h. falls zwei Portfolios die gleiche Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten aufweisen, bevorzugt der Investor dasjenige mit der höheren erwarteten Rendite vor Informationskosten.

Annahme (23): Der Anlagehorizont des privaten Investors beträgt eine Periode und die Investition wird als ein statisches Zwei-Zeitpunkt-Problem modelliert, d. h. der Timinggedanke wird vernachlässigt.

(2) Annahmen zum Kapitalmarkt

Annahme (24): Im Modell von Markowitz sind M verschiedene, beliebig teilbare, risikobehaftete Wertpapiere und in der Modellerweiterung von Tobin zusätzlich ein risikofreies Wertpapier verfügbar.

Annahme (25): Es liegt ein vollkommener Kapitalmarkt vor, der wie folgt charakterisiert ist:

- Steuern, Transaktionskosten und andere Friktionen existieren nicht.
- Alle Wertpapiere sind beliebig teilbar.
- Es herrscht ein vollständiger Wettbewerb unter den Marktteilnehmern, d. h. kein Marktteilnehmer kann den Preis eines Wertpapiers beeinflussen.
- Alle am Markt tätigen Investoren verhalten sich vollkommen rational.

Annahme (26): Alle Informationen stehen sämtlichen Marktteilnehmern gleichzeitig und kostenlos zur Verfügung und können unmittelbar und kostenlos verarbeitet werden.

Der auf den wesentlichen Annahmen der Portfolioselektion basierende Modellkontext dieser Arbeit unterscheidet sich insbesondere von dem der Portfolioselektion hinsichtlich der An-

⁷⁹ Vgl. zu den Annahmen zum Investor und Kapitalmarkt bei der Portfolioselektion auch Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 39.

nahme (26) von sofort und kostenlos zur Verfügung stehenden und verarbeitbaren Informationen.⁸⁰

(3) Bestimmung effizienter Portfolios⁸¹

Im Modellkontext der Portfolioselektion wählt ein privater Investor ein Portfolio aus einer Menge an effizienten Portfolios vor Informationskosten, bspw. ein Portfolio das bei einer gegebenen erwartete Rendite vor Informationskosten die geringste Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten aufweist. Ohne Berücksichtigung eines risikofreien Wertpapiers (Markowitz) bedarf es zur Ermittlung der effizienten Portfolios der Lösung des folgenden quadratischen Programms:⁸²

$$\text{Min}\{\sigma\} = \text{Min}\left\{\sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*}\right\}$$

⇔

$$\text{Min}\{\sigma^2\} = \text{Min}\left\{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*\right\}$$

⇔

$$\text{Min}\left\{\frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right\} = \text{Min}\left\{\frac{1}{2} \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*\right\}$$

Formel 18

unter den Nebenbedingungen:

$$\mu = \bar{\mu} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(\underline{r})^* \quad (\text{Erwartungswertbedingung})$$

⇔

$$1 + \bar{\mu} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(1 + \underline{r})^* ;$$

Formel 19

$$1 = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{1} \quad (\text{Budgetbedingung});$$

Formel 1

$$1 \geq x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{bei Leerverkaufsbeschränkung})$$

Formel 20

mit

$\underline{E}(\underline{r})^*$... Vektor der erwarteten Rendite der risikobehafteten Wertpapiere

⁸⁰ Anmerkung: Annahme (22) bis (26) gelten in der Arbeit lediglich für das ursprüngliche Modell der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin.

⁸¹ Vgl. zur Bestimmung effizienter Portfolios bei der Portfolioselektion bspw. Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2004), S. 81 f.; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 9-13.

⁸² Vgl. Markowitz, H. (1959), S. 337; Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2004), S. 81 f., Steiner M./Bruns, C. (2002), S. 14.

$\underline{E}(1+r)^*$... erwarteter 1 + Renditevektor vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere:

$$\underline{E}(1+r)^* = \begin{pmatrix} 1 + E(r_1) \\ 1 + E(r_2) \\ \vdots \\ 1 + E(r_i) \\ \vdots \\ 1 + E(r_M) \end{pmatrix}$$

$\bar{\mu}$... beliebige, aber fest vorgegebene erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios

Die mathematische Lösung des Minimierungsproblems kann über einen Lagrangeansatz⁸³ gefunden werden:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^* + \lambda_1 \cdot \left(1 + \bar{\mu} - \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(1+r)^*\right) + \lambda_0 \cdot \left(1 - \underline{x}^{*T} \cdot \underline{1}\right) \quad \text{Formel 21}$$

mit

L ... Lagrangefunktion

λ_0, λ_1 ... Lagrangeoperatoren

Die Lösung des Lagrangeansatzes liefert den folgenden Portfoliovektor:

$$\frac{\partial L}{\partial \underline{x}} = \underline{C} \cdot \underline{x}^* - \lambda_1 \cdot \underline{E}(1+r)^* - \lambda_0 \cdot \underline{1} = 0$$

\Leftrightarrow

$$\underline{C} \cdot \underline{x}^* = \lambda_1 \cdot \underline{E}(1+r)^* + \lambda_0 \cdot \underline{1}$$

\Leftrightarrow

$$\underline{x}^* = \lambda_1 \cdot \underbrace{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r)^*}_{=: \underline{y}_1} + \lambda_0 \cdot \underbrace{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}}_{=: \underline{y}_0} = \lambda_1 \cdot \underline{y}_1 + \lambda_0 \cdot \underline{y} \quad \text{Formel 22}$$

mit

$\underline{y}_0, \underline{y}_1$... vom Investor unabhängige Portfolios

⁸³ Falls eine Leerverkaufsbeschränkung gem. Formel 20 vorliegt wird zur Bestimmung von effizienten Portfolios ein Kuhn-Tucker-Lagrangeansatz wie im Kapitel D dieser Arbeit verwendet.

Jedes effiziente Portfolio im Modellkontext der Portfolioselektion von Markowitz ist gemäß Formel 22 als Linearkombination der Portfolios \underline{y}_0 und \underline{y}_1 darstellbar. Die Portfolios \underline{y}_0 und \underline{y}_1 sind dabei vom privaten Investor unabhängig und werden ausschließlich durch Marktdaten bestimmt. Vom privaten Investor abhängig hingegen ist die Aufteilung des Anlagebetrags auf die beiden Portfolios \underline{y}_0 und \underline{y}_1 , welche aus der Budgetrestriktion (a) und der Erwartungswertbedingung (b) durch Vorgabe einer gewünschten erwarteten Rendite (c) resultiert:

(a) Budgetrestriktion des privaten Investors:

$$1 = \underline{1}^T \cdot \underline{x}^* = \underline{1}^T \cdot (\lambda_1 \cdot \underline{y}_1 + \lambda_0 \cdot \underline{y}_0) \quad \text{Formel 23}$$

(b) Erwartungswertbedingung des privaten Investors:

$$1 + \bar{\mu} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(1+r) = \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{x}^* = \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot (\lambda_1 \cdot \underline{y}_1 + \lambda_0 \cdot \underline{y}_0) \quad \text{Formel 24}$$

(c) Vorgabe einer erwarteten Rendite durch den privaten Investor unter Berücksichtigung der Formeln 23 und 24:

$$\begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1 & \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0 \\ \underline{1}^T \cdot \underline{y}_1 & \underline{1}^T \cdot \underline{y}_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1 & \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0 \\ \underline{1}^T \cdot \underline{y}_1 & \underline{1}^T \cdot \underline{y}_0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Formel 25}$$

Für den Portfoliovektor folgt damit aus den Formeln 22 und 25:

$$\underline{x}^* = \lambda_1 \cdot \underline{y}_1 + \lambda_0 \cdot \underline{y}_0 = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 & \underline{y}_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$

\Leftrightarrow

$$\underline{x}^* = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 & \underline{y}_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1 & \underline{E}(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0 \\ \underline{1}^T \cdot \underline{y}_1 & \underline{1}^T \cdot \underline{y}_0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Formel 26}$$

Zwischen der Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios und der erwarteten Rendite vor Informationskosten des Portfolios existiert folgender Zusammenhang:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*} = \sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot (\lambda_1 \cdot \underline{y}_1 + \lambda_0 \cdot \underline{y}_0)}$$

⇔

$$\sigma = \sqrt{\begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_1} & \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_0} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix}} \quad \text{Formel 27}$$

Die Varianz der Rendite vor Informationskosten des Portfolios stellt damit eine quadratische Funktion der erwarteten Rendite vor Informationskosten des Portfolios dar:

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_1} & \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_0} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Formel 28}$$

Durch Variation der vorgegebenen erwarteten Renditen nach Informationskosten $\mu = \bar{\mu}$ folgt:

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 + \mu \\ 1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_1} & \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_0} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \mu \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Formel 29}$$

Die effizienten Portfolios vor Informationskosten befinden sich bei variierender vorgegebener erwarteter Rendite vor Informationskosten des Portfolios $\mu = \bar{\mu}$ in einem $\mu - \sigma$ -Diagramm, wie aus Formel 29 ersichtlich, auf einer nach rechts geöffneten, liegenden Parabel, die als effizienter Rand⁸⁴ bezeichnet wird (Abbildung 8).

⁸⁴ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 9.

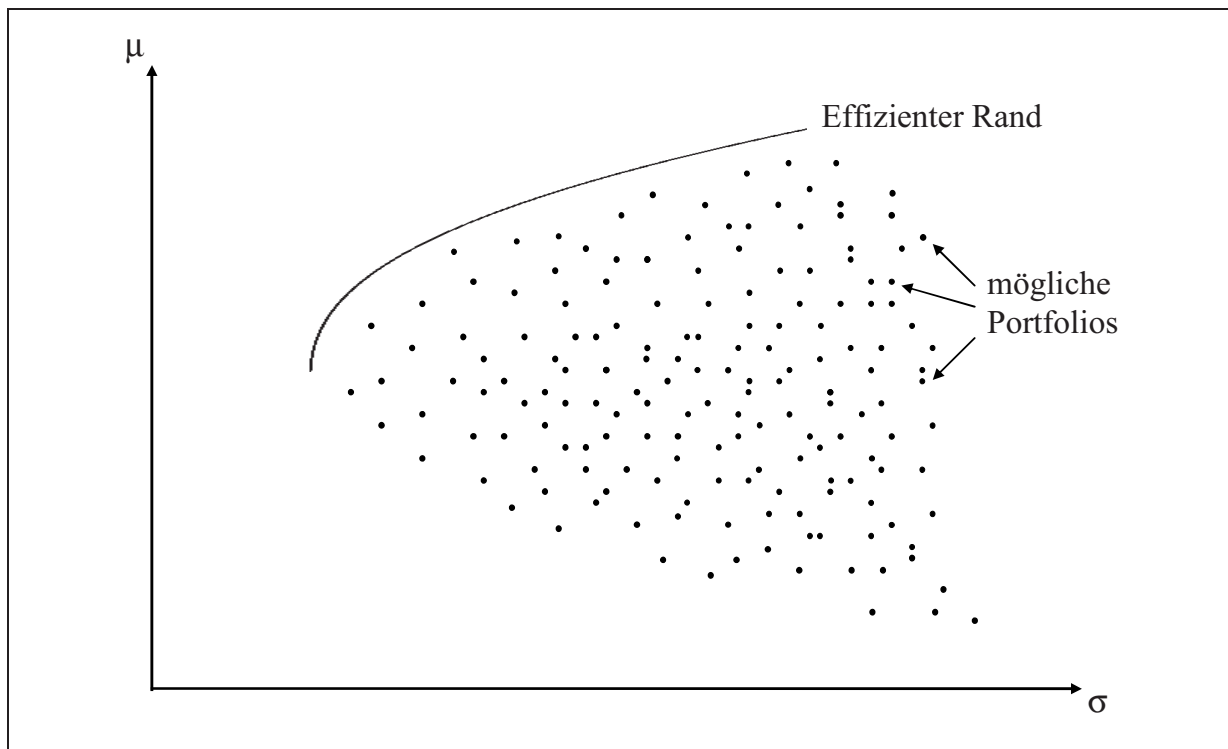


Abbildung 8: Effizienter Rand bei der Portfolioselektion von Markowitz⁸⁵

Markowitz entwickelt zur Bestimmung des effizienten Randes den sog. Critical Line Algorithm.⁸⁶ Bei diesem handelt es sich um ein Iterationsverfahren, wodurch der effiziente Rand ausgehend vom Portfolio mit der höchsten zu erwarteten Rendite stückweise ermittelt wird.⁸⁷

Ohne Existenz eines risikofreien Wertpapiers wählt der private Investor in Abhängigkeit von der individuellen Risikoneigung ein Portfolio auf dem effizienten Rand. Steht dem privaten Investor, wie in der Modellerweiterung von Tobin, zusätzlich ein risikofreies Wertpapier mit einer Verzinsung in Höhe von r_s zur Verfügung, so ergeben sich die effizienten Portfolios durch Kombination des Marktportfolios mit dem risikofreien Wertpapier.⁸⁸ Das Marktportfolio wird im $\mu - \sigma$ -Diagramm durch die Tangente an den effizienten Rand ausgehend vom Punkt $(0, r_s)$ gebildet. Diese Linie wird als Kapitalmarktklinie bezeichnet (Abbildung 9).⁸⁹

⁸⁵ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 9.

⁸⁶ Vgl. Markowitz, H. (1959), S. 316-336.

⁸⁷ Vgl. bspw. zu einer Darstellung des Iterationsprozesses Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 248 -250.

⁸⁸ Vgl. Tobin, J. (1958), S. 65-87.

⁸⁹ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 23.

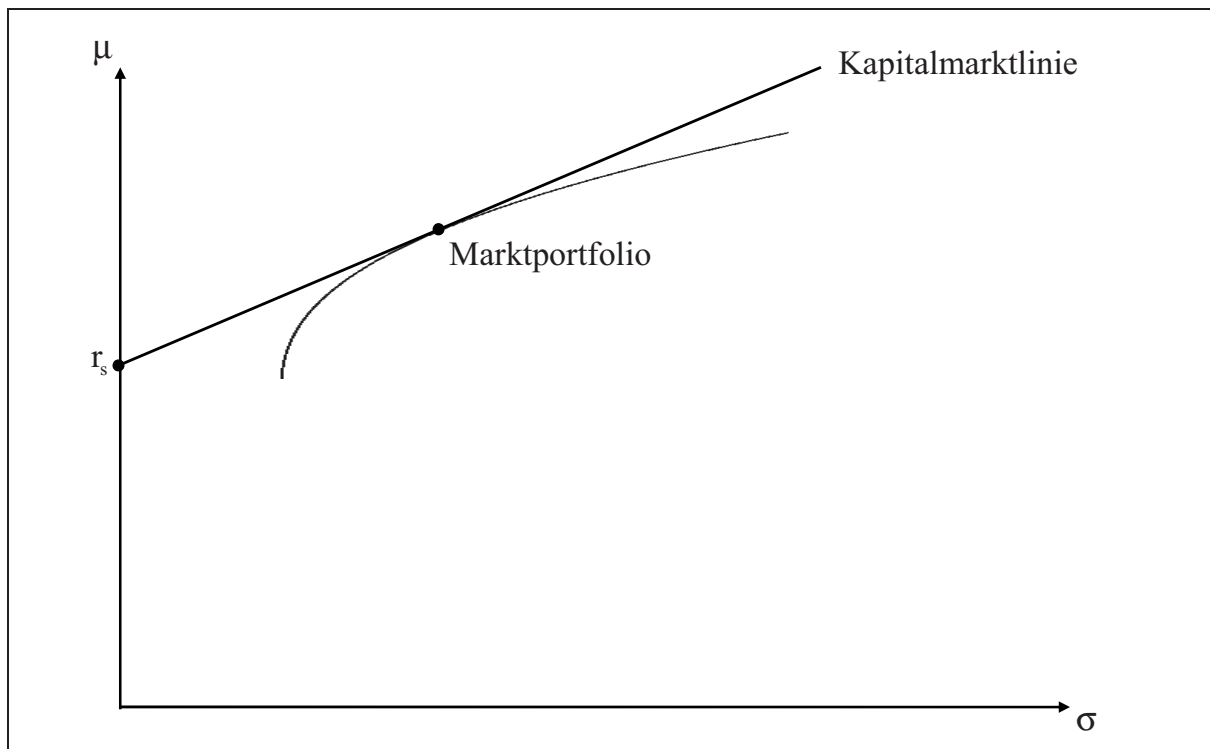


Abbildung 9: Kapitalmarktlinie bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin⁹⁰

Mathematisch wird das Marktportfolio durch die Lösung des folgenden Optimierungsproblems ermittelt:⁹¹

$$\text{Max} \left\{ \frac{\mu - r_s}{\sigma^2} \right\} = \text{Max} \left\{ \frac{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(\underline{r})^* - r_s}{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*} \right\} \quad \text{Formel 30}$$

unter der Nebenbedingung:

$$1 = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{1} \quad (\text{Budgetbedingung})$$

Nach Aufstellung und Lösung eines Lagrangeansatzes folgt für das Marktportfolio:

$$\underline{x}_{\text{MPF}}^* = \lambda \cdot \underline{y} \quad \text{Formel 31}$$

wobei

$$\lambda = \frac{1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}}; \quad \underline{y} = \underline{y}_1 - (1 + r_s) \cdot \underline{y}_0 = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1 + r)^* - (1 + r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}$$

⁹⁰ Vgl. Spremann, K. (1999), S. 167.

⁹¹ Vgl. Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 146.

$$\underline{x}_{MPF}^* = \frac{1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}} \cdot \underline{y} = \frac{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}}{\underline{1}^T \cdot (\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1})}$$

mit

λ ... Lagrangeoperator

\underline{x}_{MPF}^* ... Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere des Marktportfolios

\underline{y} , \underline{y}_0 , \underline{y}_1 ... vom Investor unabhängige Portfolios

Die erwartete Rendite vor Informationskosten und die Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios berechnen sich gemäß den Formeln 5, 11 und 31 durch:

$$\mu_{MPF} = \underline{E}(r)^T \cdot \underline{x}_{MPF} = \underline{E}(r)^T \cdot \frac{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}}{\underline{1}^T \cdot (\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1})};$$

$$\sigma_{MPF}^2 = \underline{x}_{MPF}^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}_{MPF}$$

\Leftrightarrow

$$\sigma_{MPF} = \sqrt{\left(\frac{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}}{\underline{1}^T \cdot (\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1})} \right)^T \cdot \underline{C} \cdot \frac{\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1}}{\underline{1}^T \cdot (\underline{C}^{-1} \cdot \underline{E}(1+r) - (1+r_s) \cdot \underline{C}^{-1} \cdot \underline{1})}}$$

Formel 32

mit

μ_{MPF} ... erwartete Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios

σ_{MPF} ... Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios

σ_{MPF}^2 ... Varianz der Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios

\underline{x}_{MPF} ... Portfoliovektor des Marktportfolios

Die Kapitalmarktklinie wird im $\mu - \sigma$ - Diagramm unter Berücksichtigung des Marktportfolios durch die folgende Geradengleichung aufgespannt:⁹²

$$\frac{\mu_{KL} - r_s}{\sigma_{KL} - 0} = \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF} - 0}$$

⁹² Vgl. Bruns, C./Meyer-Bullerdiek, F. (2000), S. 70; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 23.

⇔

$$\mu_{\text{KL}} = r_s + \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \cdot \sigma_{\text{KL}} \quad \text{Formel 33}$$

mit

μ_{KL} ... erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie

σ_{KL} ... Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie

(4) Auswahl eines optimalen Portfolios

Der private Investor wählt nach dem Bernoulliprinzip in Abhängigkeit von der individuellen Risikoneigung aus der Menge der effizienten Portfolios ein optimales Portfolio, also ein Portfolio auf der Kapitalmarktlinie.⁹³ Markowitz und Tobin unterstellen dazu eine Nutzenfunktion, die vom Erwartungswert der Rendite vor Informationskosten und der Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten abhängt. Hierzu kann bspw., wie im Kapitel B angenommen, eine quadratische Nutzenfunktion mit normalverteilten Renditen verwendet werden, jedoch mit den Zielkriterien erwartete Rendite vor Informationskosten des Portfolios und Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios:

$$\text{Max} \left\{ \mu_{\text{KL}} - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma_{\text{KL}}^2 \right\} \quad \text{Formel 34}$$

mit

σ_{KL}^2 ... Varianz der Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Kapitalmarktlinie

Grafisch ermittelt man das investorspezifisch optimale Portfolio im $\mu - \sigma$ - Diagramm, indem man die Isonutzenkurve sucht, welche die Kapitalmarktlinie tangiert (Abbildung 10). In Tangentialpunkt ist das Portfolio effizient und stiftet dem privaten Investor in Abhängigkeit seiner individuellen Risikoneigung den größten Nutzen.

⁹³ Vgl. zur Auswahl eines optimalen Portfolios Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 24.

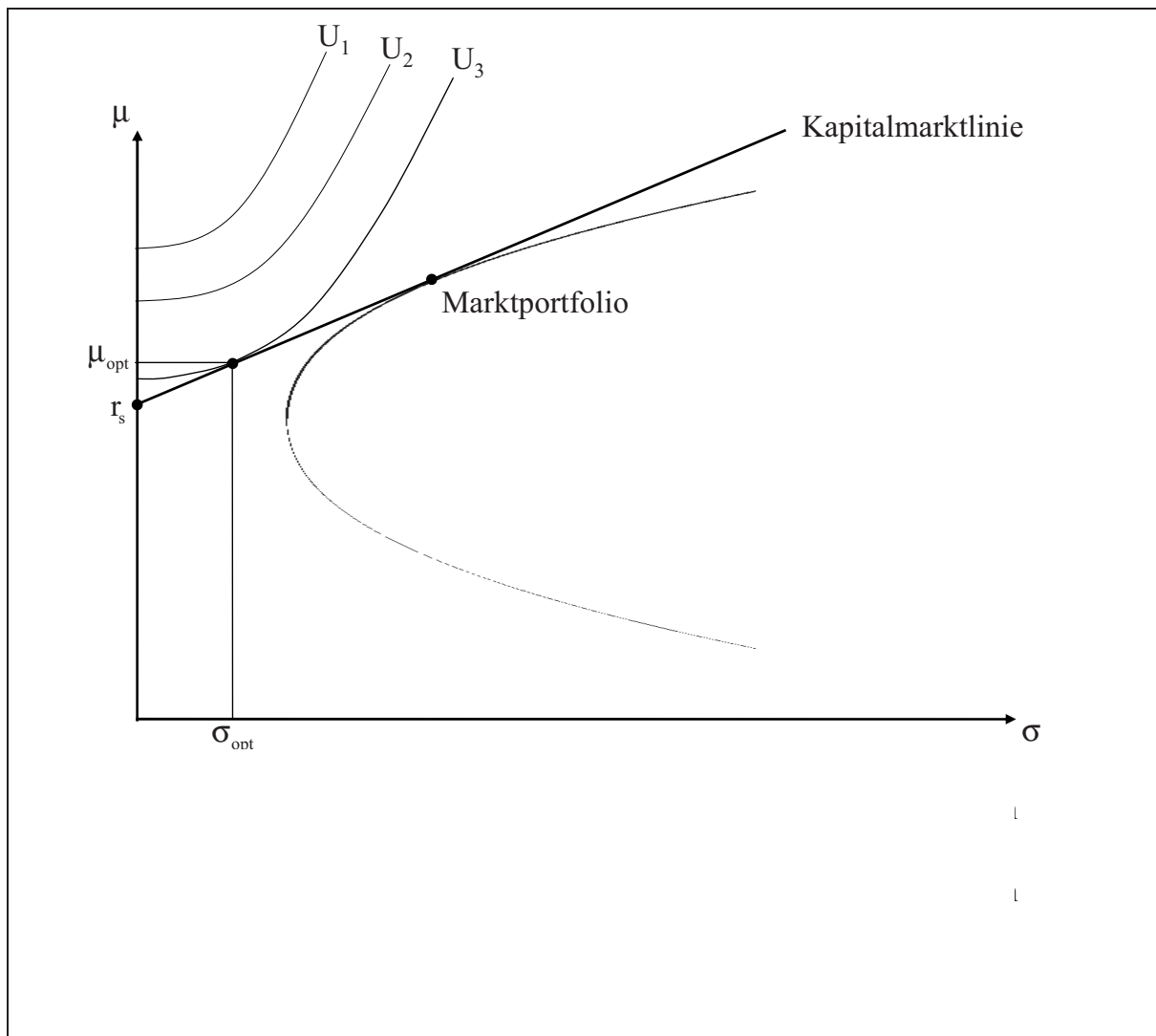


Abbildung 10: Optimales Portfolio bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin

Eine wesentliche Erkenntnis aus der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin ist das Vorliegen der sog. Tobin-Separation.⁹⁴ Diese besagt, dass alle Investoren eine identische Struktur an risikobehafteten Wertpapieren erwerben, sie investieren nämlich einen Teil ihres Anlagebetrags in das Marktportfolio. Diese Struktur der risikobehafteten Wertpapiere ist unabhängig von der Nutzenfunktion des einzelnen Investors. Mit Hilfe der Nutzenfunktion bestimmt man lediglich, wie der Anlagebetrag zwischen dem risikofreien Wertpapier und dem Marktportfolio aufgeteilt wird.

Würden alle private Investoren in der Realität die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin anwenden, müssten sie folglich auch dieselbe Struktur an risikobehafteten Wertpapieren

⁹⁴ Vgl. zu diesem Absatz Breuer, W./Gürtler, M./Schumacher, F. (1999), S. 70 f.; Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 24.

in ihren Portfolios haben. Wie die in den Problemstellung dieser Arbeit aufgeführten empirischen Analysen zeigen, ist dies in der Realität jedoch nicht der Fall.

(5) Modellkritik

Das Modell von Markowitz und Tobin wird in der Literatur vielfach kritisch betrachtet.⁹⁵ Von zentraler Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist dabei der Kritikpunkt, dass das Modell von Markowitz und Tobin das Informationsbeschaffungs- und -verarbeitungsproblem vernachlässigt. In der Realität stellt die Informationsbeschaffung und -verarbeitung einen privaten Investor jedoch vor verschiedene Herausforderungen:

- Es stehen den Marktteilnehmern nicht alle Informationen kostenlos zur Verfügung.⁹⁶
- Private Investoren können nicht sofort und unmittelbar alle Informationen verarbeiten. Die Verarbeitung von Informationen erfordert Zeit.⁹⁷
- Private Investoren verfügen über begrenzte kognitive Fähigkeiten, wodurch die Menge an verarbeitbaren Informationen beschränkt ist.⁹⁸
- Die Bildung effizienter und optimaler Portfolios erfordert Fachwissen und leistungsstarke Rechner benötigt.⁹⁹ Dies induziert Hard- und Softwarekosten.

Diesen Kritikpunkten wird in der Arbeit durch die Integration von Informationskosten in die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin Rechnung getragen. So wird berücksichtigt, dass private Investoren bei der Anwendung der Portfolioselektion über begrenzte kognitive Ressourcen verfügen, Zeitrestriktionen vorliegen und pagatorische Kosten entstehen können. Insbesondere ist dabei zu untersuchen, wie sich die Informationskosten auf die Effizienz und Optimalität der Portfolios beim Vorliegen alternativer Handlungsstrategien auswirken.

1.1.2 Auswirkung von Informationskosten auf die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin

Private Investoren können nicht alle Informationen sofort und kostenlos beschaffen und verarbeiten. Aus diesem Grund werden in der Arbeit Informationskosten bei der Portfolioselektion berücksichtigt. Um die Analyse dabei möglichst allgemein zu halten werden die Informationskosten bei der Portfolioselektion als Kostenblock modelliert.

⁹⁵ Vgl. zu den wesentlichen Kritikpunkten bspw. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15 und 29 f.

⁹⁶ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15.

⁹⁷ Vgl. Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 1; Peng, L. (2005), S. 307.

⁹⁸ Vgl. Peng, L. (2005), S. 307.

⁹⁹ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15.

Annahme (27): Bei der Anwendung der Portfolioselektion entstehen Informationskosten in Höhe von K_I^{PFS} .

In der Realität könnte die Höhe der hier als Kostenblock modellierten Informationskosten abhängen:

- von den kognitiven Fähigkeiten des privaten Investors,
- dem vom privaten Investor zur Anwendung der Portfolioselektion noch anzueignendem Fachwissen,
- den noch zu erwerbenden technischen Ressourcen, wie bspw. Hard- und Software Ausstattungen, sowie
- dem für die Portfolioselektion benötigten bewerteten Zeiteinsatz.

Des Weiteren wird die Höhe der Informationskosten von vereinbarten Entgelten an andere Personen beeinflusst, falls sich der private Investor entscheidet, die Portfolioselektion ganz oder teilweise mit Hilfe eines professionellen Vermögensverwalters anzuwenden. Rational wäre dies, wenn die entsprechenden Informationskosten bei Selbstdurchführung die entsprechenden Entgelte an einen Vermögensverwalter übersteigen würden.

Da eine Kreditaufnahme gemäß Annahme (13) ausgeschlossen ist, steht dem privaten Investor die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin nur als Handlungsstrategie zur Verfügung, falls die Informationskosten den Investitionsbetrag nicht übersteigen:

$$I_0^{\text{ges}} \geq K_I^{\text{PFS}}$$

mit

K_I^{PFS} ... Informationskosten bei Portfolioselektion

Da private Investoren in der Realität üblicherweise eine Kapitalanlage nicht über einen Kredit finanzieren möchten, werden im Folgenden nicht mehr alle Portfolios auf der Kapitalmarktlinie betrachtet, sondern nur noch diejenigen, die eine geringere Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten als das Marktportfolio aufweisen. Portfolios mit einer höheren Standardabweichung als das Marktportfolio erfordern nämlich eine Kreditaufnahme.

Die Informationskosten in Höhe von K_I^{PFS} bewirken, dass als Anlagebetrag nicht mehr der Investitionsbetrag I_0^{ges} , sondern nur noch $I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}$ zur Verfügung steht. Bei Erwerb des Marktportfolios erzielt der private Investor nach Durchführung der Portfolioselektion somit nicht mehr eine erwartete Rendite vor Informationskosten in Höhe von μ_{MPF} bei zugehöriger Standardabweichung σ_{MPF} , sondern eine erwartete Rendite nach Informationskosten in Höhe von μ'_{MPF} bei zugehöriger Standardabweichung von σ'_{MPF} . Die erwartete Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios berechnet sich gemäß Formel 4 durch:

$$\mu'_{MPF} = \frac{E(I_2)}{I_0^{ges}} - 1 = \frac{(I_0^{ges} - K_I^{PFS}) \cdot (1 + \mu_{MPF})}{I_0^{ges}} - 1 = \mu_{MPF} - \frac{K_I^{PFS} \cdot (1 + \mu_{MPF})}{I_0^{ges}} \quad \text{Formel 35}$$

mit

μ'_{MPF} ... erwartete Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios

Die zugehörige Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios beträgt unter Berücksichtigung von Formel 10:

$$\sigma'_{MPF} = \frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} \cdot \sigma_{MPF} \quad \text{Formel 36}$$

mit

σ'_{MPF} ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios

In einem $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm befindet sich damit der Punkt $(\sigma'_{MPF}, \mu'_{MPF})$ links unterhalb des Punkts $(\sigma_{MPF}, \mu_{MPF})$ (Abbildung 11).

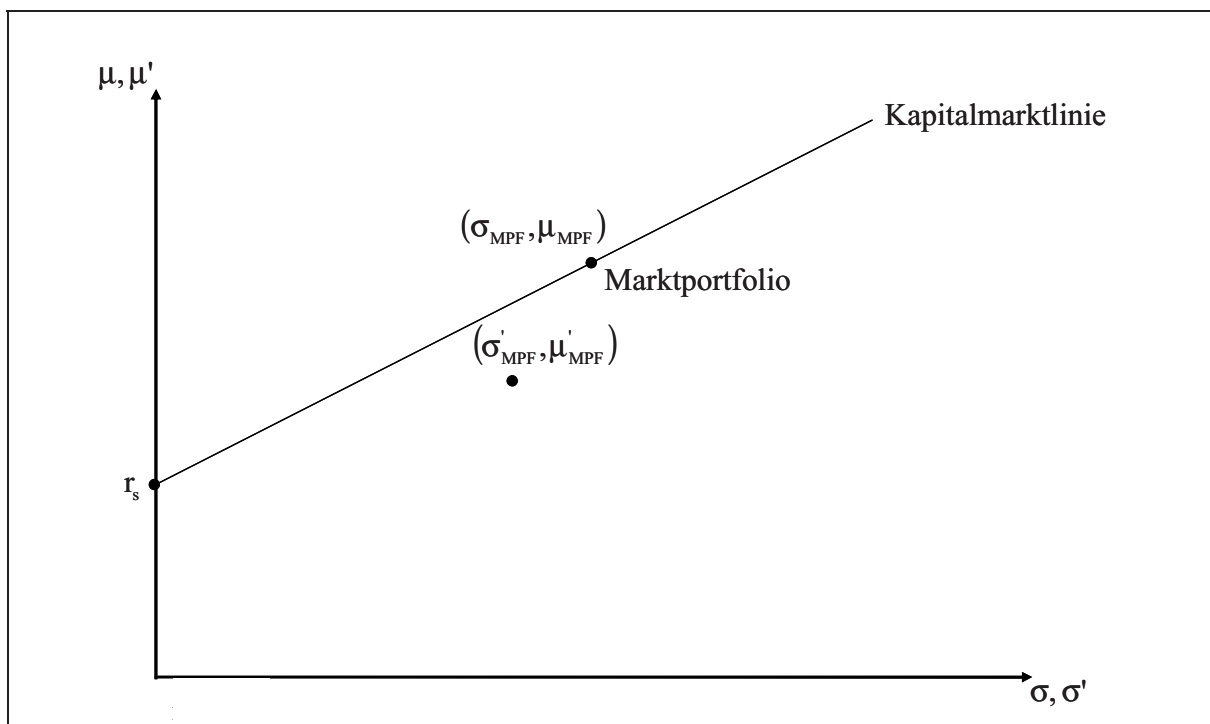


Abbildung 11: Erwartete Rendite nach Informationskosten und zugehörige Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios

Führt der private Investor die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin durch und entscheidet sich anschließend für eine Investition in das risikofreie Wertpapier, so steht ihm ebenfalls nicht mehr der Investitionsbetrag I_0^{ges} als Anlagebetrag zur Verfügung, sondern nur

noch $I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}$. Die Rendite nach Informationskosten bei Investition in das risikofreie Wertpapier nach Durchführung der Portfolioselektion entspricht damit:

$$r'_s = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 = r_s - \frac{K_I^{\text{PFS}} \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} \quad \text{Formel 37}$$

mit

r'_s ... risikofreier Zinssatz nach Informationskosten

Die zugehörige Standardabweichung des risikofreien Zinssatzes nach Informationskosten beträgt Null, wodurch der Punkt $(0, r'_s)$ in einem $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm unterhalb des Punkts $(0, r_s)$ liegt (Abbildung 12).

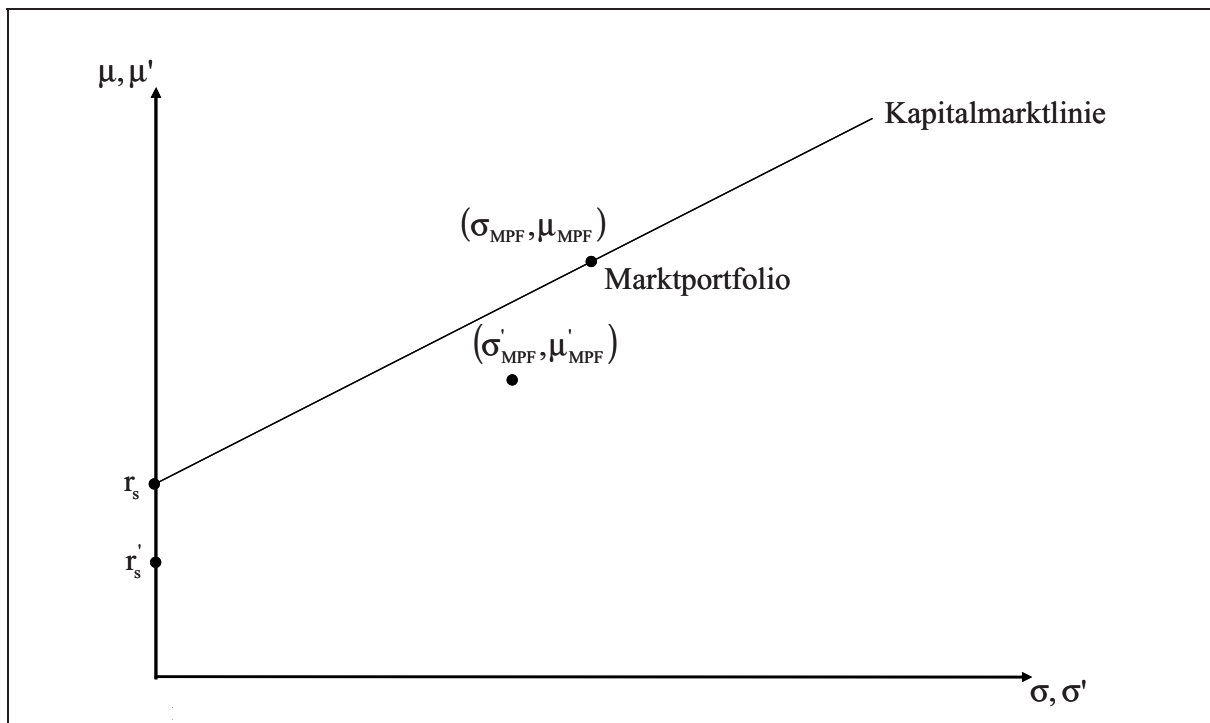


Abbildung 12: Rendite nach Informationskosten des risikofreien Wertpapiers bei der Portfolioselektion

Führt man die Berechnungen der erwarteten Renditen nach Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen nach Informationskosten für alle zulässigen Portfolios auf der Kapitalmarktlinie durch, kann eine neue Linie gebildet werden. Diese Linie wird im Folgenden als Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten bezeichnet und bspw. durch die zuvor berechneten beiden Punkte aufgespannt:

$$(0, r'_s) = \left(0, \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right);$$

$$(\sigma'_{\text{MPF}}, \mu'_{\text{MPF}}) = \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma_{\text{MPF}}, \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + \mu_{\text{MPF}})}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right)$$

Die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten ergibt sich unter Berücksichtigung der Formeln 33, 35, 36 und 37 durch:¹⁰⁰

$$\mu'_{LP} = r'_s + \frac{\mu'_{MPF} - r'_s}{\sigma'_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP}$$

⇔

$$\mu'_{LP} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r'_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{(\mu'_{MPF} - r'_s)}{\sigma'_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP} - 1 \quad \text{Formel 38}$$

wobei

$$\sigma'_{LP} \leq \sigma'_{MPF}$$

mit

μ'_{LP} ... erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

σ'_{LP} ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

Damit beginnt die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu' - \sigma'$ - Diagramm im Punkt $(0, r'_s)$ und endet im Punkt $(\mu'_{MPF}, \sigma'_{MPF})$ (Abbildung 13).

¹⁰⁰ Siehe Anhang S. 138.

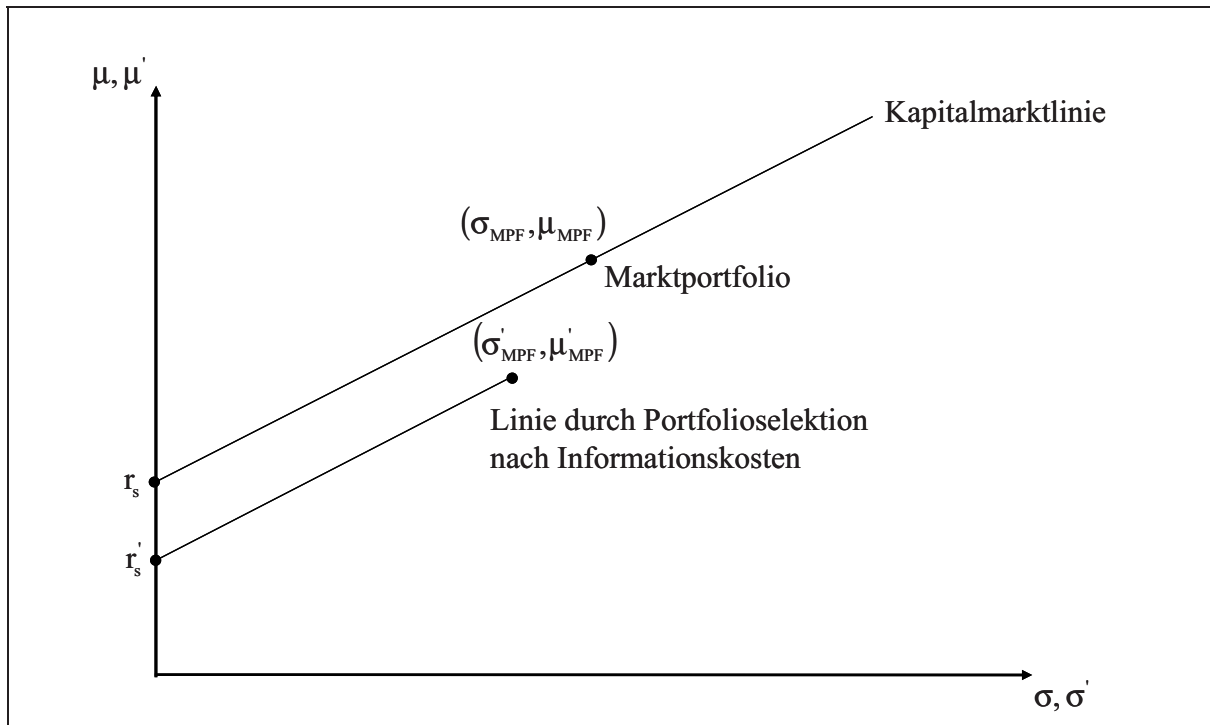


Abbildung 13: Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

Im Bereich vom Punkt $(0, r'_s)$ bis zum Punkt $(\mu'_{MPF}, \sigma'_{MPF})$ kommt es im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm zu einer Parallelverschiebung der Kapitalmarktlinie zur Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten um:

$$r_s - \left(\frac{(I_0^{ges} - K_I^{PFS}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{ges}} - 1 \right) = (1 + r_s) \cdot \left(1 - \frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} \right) \quad \text{Formel 39}$$

Aus Formel 39 ist ersichtlich, dass der Abstand zwischen Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm abhängt von

- (1) dem risikofreien Zinssatz r_s ,
- (2) dem Investitionsbetrag I_0^{ges} und
- (3) den Informationskosten K_I^{PFS} .

Ad (1): Der Abstand zwischen Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm steigt c. p. mit zunehmendem risikofreiem Zinssatz:

$$\frac{\partial \left(r_s - \left(\frac{(I_0^{ges} - K_I^{PFS}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{ges}} - 1 \right) \right)}{\partial r_s} = 1 - \frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} > 0, \quad \text{Formel 40}$$

$$\text{falls } I_0^{ges} > K_I^{PFS} > 0$$

In der folgenden Abbildung ist $r_s^1 < r_s^2$ unterstellt und damit gilt gemäß Formel 40 auch $r_s^1 - r_s'^1 < r_s^2 - r_s'^2$ (Abbildung 14).

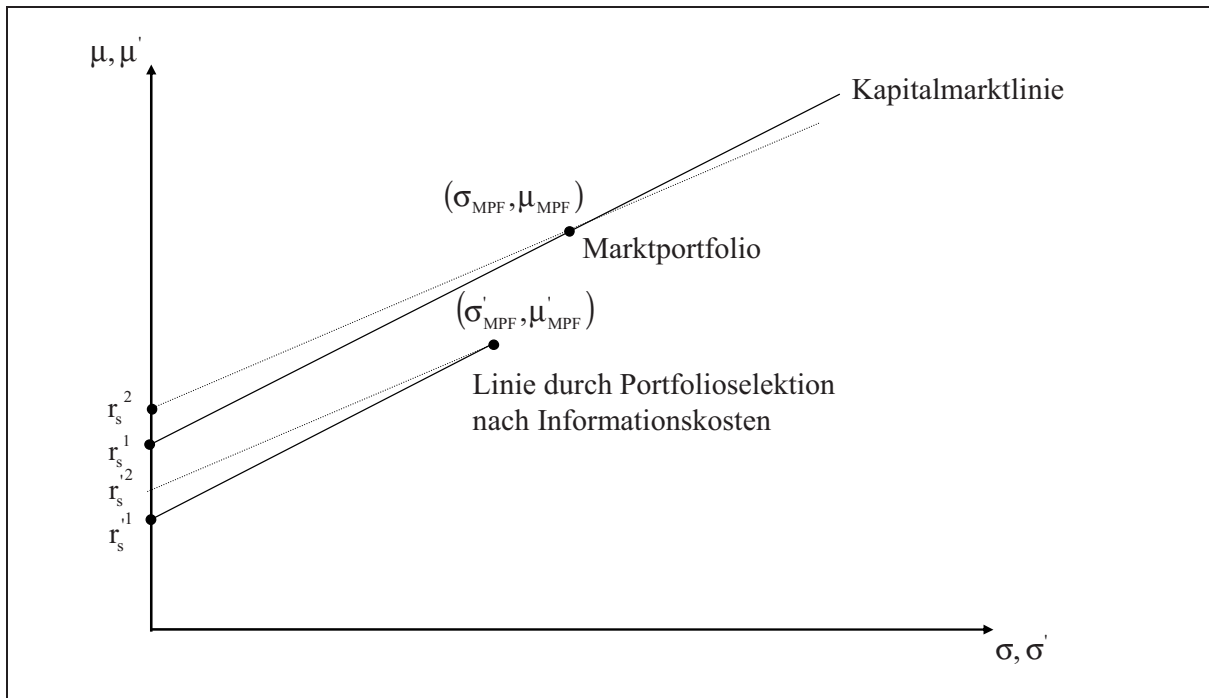


Abbildung 14: Auswirkung der Höhe des risikofreien Zinssatzes auf die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

Ad (2): Der Abstand zwischen Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm fällt c. p. mit zunehmendem Investitionsbetrag:

$$\frac{\partial \left(r_s - \left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right) \right)}{\partial I_0^{\text{ges}}} = \left(-\frac{1}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{(I_0^{\text{ges}})^2} \right) \cdot (1 + r_s)$$

⇔

$$\left(-\frac{1}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{I_0^{\text{ges}}}{(I_0^{\text{ges}})^2} - \frac{K_I^{\text{PFS}}}{(I_0^{\text{ges}})^2} \right) \cdot (1 + r_s) = -\frac{K_I^{\text{PFS}}}{(I_0^{\text{ges}})^2} \cdot (1 + r_s) < 0,$$

Formel 41

falls $I_0^{\text{ges}} > K_I^{\text{PFS}} > 0$

In der folgenden Abbildung wird dies für zwei verschiedene Investitionsbeträge unter sonst gleichen Umständen betrachtet (Abbildung 15).

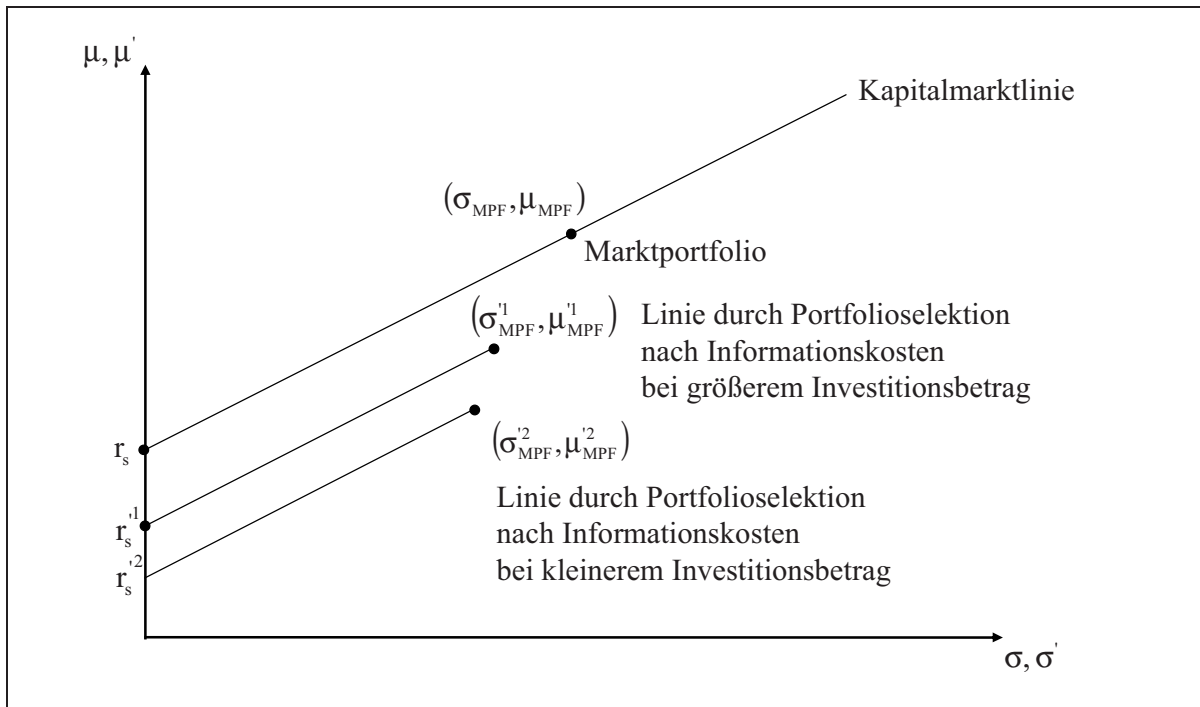


Abbildung 15: Auswirkung der Höhe des Investitionsbetrags auf die Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

Für übliche private Investoren mit durchschnittlichen Investitionsbeträgen wirken sich daher Informationskosten bei der Portfolioselektion stärker aus, als für vermögende private oder institutionelle Investoren.

Ad (3): Der Abstand zwischen Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm steigt c. p. mit zunehmenden Informationskosten bei der Portfolioselektion:

$$\frac{\partial \left(r_s - \left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_1^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s) - 1}{I_0^{\text{ges}}} \right) \right)}{\partial K_1^{\text{PFS}}} = \frac{1 + r_s}{I_0^{\text{ges}}} > 0 \quad \text{Formel 42}$$

Somit ist der Abstand zwischen Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten bei sich additiv zusammensetzenden Informationskosten aus Kosten für die Beschaffung von Fachwissen, Hard- und Softwarekosten, Zeitkosten sowie Entgelte für fremdbezogene Leistungen c. p. geringer, je

- größer das finanzielle Fachwissen des privaten Investors ist,
- höher die bereits vorhandene technische Ausstattung wie bspw. Hard- und Software des privaten Investors ist,
- geringer der Wert ist, mit dem der private Investor eine verwendete Zeiteinheit bemisst,
- schneller der private Investor die Portfolioselektion anwenden kann und

- geringer die Entgelte für fremdbezogene Leistungen ausfallen.

Die Auswirkung der Informationskosten auf die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin wird anhand eines Beispiels veranschaulicht.

Beispiel 3:¹⁰¹

Gegeben sind acht risikobehaftete Wertpapiere mit einer Kovarianzmatrix wie in den folgenden beiden Tabellen dargestellt:

	A_Euro	A_UK	A_USA	A_Japan
A_Euro	0,002362	0,001908	0,002257	0,001834
A_UK	0,001908	0,001653	0,001971	0,001689
A_USA	0,002257	0,001971	0,002373	0,002202
A_Japan	0,001834	0,001689	0,002202	0,003294
R_Euro	0,000129	0,000197	0,000219	0,000052
R_UK	0,000553	0,000663	0,000768	0,000451
R_USA	0,000589	0,000715	0,000849	0,000655
R_Japan	0,000207	0,000408	0,000638	0,001652

¹⁰¹ Vgl. zu diesem Beispiel auch Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 126-139.

C Vergleich von Portfolioselektion, naiver Diversifikation und Fondsinvestment unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung

	R_Euro	R_UK	R_USA	R_Japan
A_Euro	0,000129	0,000553	0,000589	0,000207
A_UK	0,000197	0,000663	0,000715	0,000408
A_USA	0,000219	0,000768	0,000849	0,000638
A_Japan	0,000052	0,000451	0,000655	0,001652
R_Euro	0,000116	0,000265	0,000266	0,000055
R_UK	0,000265	0,000644	0,000663	0,000246
R_USA	0,000266	0,000663	0,000700	0,000393
R_Japan	0,000055	0,000246	0,000393	0,001270

Hinzukommend werden folgende Renditen vor Informationskosten bzgl. der risikobehafteten Wertpapiere erwartet:

A_Euro	0,13202
A_UK	0,11691
A_USA	0,14847
A_Japan	0,03717
R_Euro	0,06503
R_UK	0,10158
R_USA	0,09200
R_Japan	0,07328

Führt man bei den gegebenen Daten die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin durch, so weist das Marktportfolio eine erwartete Rendite vor Informationskosten in Höhe von 0,068548 bei eine Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten in Höhe von 0,01094091 auf.

Unterstellt man zusätzlich einen risikolosen Zinssatz in Höhe von 0,03, wird damit gemäß Formel 33 folgende Kapitalmarktlinie aufgespannt:

$$\mu_{KL} = 0,03 + 3,52329806 \cdot \sigma_{KL}$$

In der folgenden Tabelle werden bei variierenden Investitionsbeträgen und Informationskosten bei der Portfolioselektion die erwarteten Renditen des Marktportfolios nach Informationskosten, die Standardabweichungen der Rendite des Marktportfolios nach Informationskosten sowie die risikofreien Zinssätze nach Informationskosten bei Durchführung der Portfolioselektion dargestellt:

I_0^{ges}	K_I^{PFS}	r'_s	μ'_{MPF}	σ'_{MPF}
1.000	100	-0,0730000	-0,3830671	0,00984682
5.000	100	0,0094000	0,04717714	0,01072210
10.000	400	-0,0112000	0,02580618	0,01050328
15.000	500	-0,0043333	0,03292983	0,01057622
25.000	450	0,0114600	0,04931424	0,01074398
35.000	700	0,0094000	0,04717714	0,01072210
50.000	1.000	0,0094000	0,04717714	0,01072210
70.000	600	0,0211714	0,05938912	0,01084714
100.000	1.000	0,0197000	0,05786262	0,01083151
500.000	1.000	0,0279400	0,06641101	0,01091903
500.000	500	0,0289700	0,06747955	0,01092997

■ Ende Beispiel 3

1.2 Naive Diversifikation zur Portfoliobildung

In der Praxis streuen viele private Investoren ihren Anlagebetrag auf verschiedene risikobehaftete Wertpapiere, um dadurch eine Reduktion des Risikos zu erreichen.¹⁰² Wie zuvor dar-

¹⁰² Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 248; Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 166 f.

gestellt, liefern Steiner und Uhlir für die Anwendung einer solchen naiven Diversifikation eine mögliche Begründung dadurch, dass die Beschaffung und Verarbeitung der erforderlichen Informationen zur Durchführung der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin zu kostspielig erscheint.¹⁰³ Diese argumentative Begründung, wie sie in der Literatur häufig anzutreffen ist, wird im Folgenden untersucht und mathematisch abgeleitet.

Eine mögliche Strategie naiv zu diversifizieren ist, in alle risikobehafteten Wertpapiere den gleichen Kapitalbetrag zu investieren, wodurch diese identische Gewichte im Portfolio erlangen.¹⁰⁴

Annahme (28): Hier wird unterstellt, dass der private Investor, falls er naiv diversifiziert, ein Portfolio aus risikobehafteten Wertpapieren zusammenstellt, in dem alle M risikobehafteten Wertpapiere gleich gewichtet sind:

$$\underline{x}_{\text{naiv}}^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{M} \\ \frac{1}{M} \\ \vdots \\ \frac{1}{M} \\ \vdots \\ \frac{1}{M} \end{pmatrix} \quad \text{Formel 43}$$

mit

$\underline{x}_{\text{naiv}}^*$... Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere durch naive Diversifikation

Für die erwartete Rendite vor Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios aus risikobehafteten Wertpapieren folgt:¹⁰⁵

$$\mu_{\text{naiv}} = \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(\underline{r})^* = \frac{1}{M} \cdot \underline{1}^T \cdot \underline{E}(\underline{r})^* = \frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M E(r_i) \quad \text{Formel 44}$$

mit

μ_{naiv} ... erwartete Rendite vor Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios

Die Standardabweichung der erwarteten Rendite vor Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios ergibt sich aus den Formeln 11 und 43 durch:¹⁰⁶

¹⁰³ Vgl. Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 167.

¹⁰⁴ Vgl. bspw. Steiner, P./Uhlir, H. (2000), S. 167.

¹⁰⁵ Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 248.

$$\sigma_{\text{naiv}} = \sqrt{\underline{x}^{*T} \cdot \underline{C} \cdot \underline{x}^*} = \sqrt{\frac{1}{M} \cdot \underline{1}^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{1} \cdot \frac{1}{M}} = \sqrt{\frac{1}{M^2} \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \text{cov}(r_i, r_j)}$$

mit

σ_{naiv} ... Standardabweichung der erwarteten Rendite vor Informationskosten eines naiv diversifizierten Portfolios

Annahme (29): Falls der private Investor naiv diversifiziert, investiert er einen Teil des Anlagebetrags in das naiv diversifizierte Portfolio aus risikobehafteten Wertpapieren. Der restliche Anlagebetrag wird zum risikofreien Zinssatz r_s angelegt. Die Aufteilung des Anlagebetrags zwischen dem naiv diversifizierten Portfolio und dem risikofreien Wertpapier bestimmt sich wie bei der Portfolioselektion nach dem Bernoulliprinzip.

Die durch Kombination mit einem risikofreien Wertpapier möglichen Portfolios befinden sich im $\mu - \sigma$ -Diagramm auf einer Geraden, die durch folgende Geradengleichung aufgespannt und als Linie durch naive Diversifikation bezeichnet wird:

$$\mu_{\text{LN}} = r_s + \frac{\mu_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma_{\text{naiv}}} \cdot \sigma_{\text{LN}} \quad \text{Formel 45}$$

mit

μ_{LN} ... erwartete Rendite vor Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation

σ_{LN} ... Standardabweichung von Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation

Aufgrund von Annahme (13) muss gelten:

$$\sigma_{\text{naiv}} \geq \sigma_{\text{LN}}$$

Im $\mu - \sigma$ -Diagramm beginnt damit die Linie durch naive Diversifikation im Punkt $(0, r_s)$ und endet im Punkt $(\sigma_{\text{naiv}}, \mu_{\text{naiv}})$ (Abbildung 16).

¹⁰⁶ Vgl. Albrecht, P./Maurer, R. (2005), S. 248.

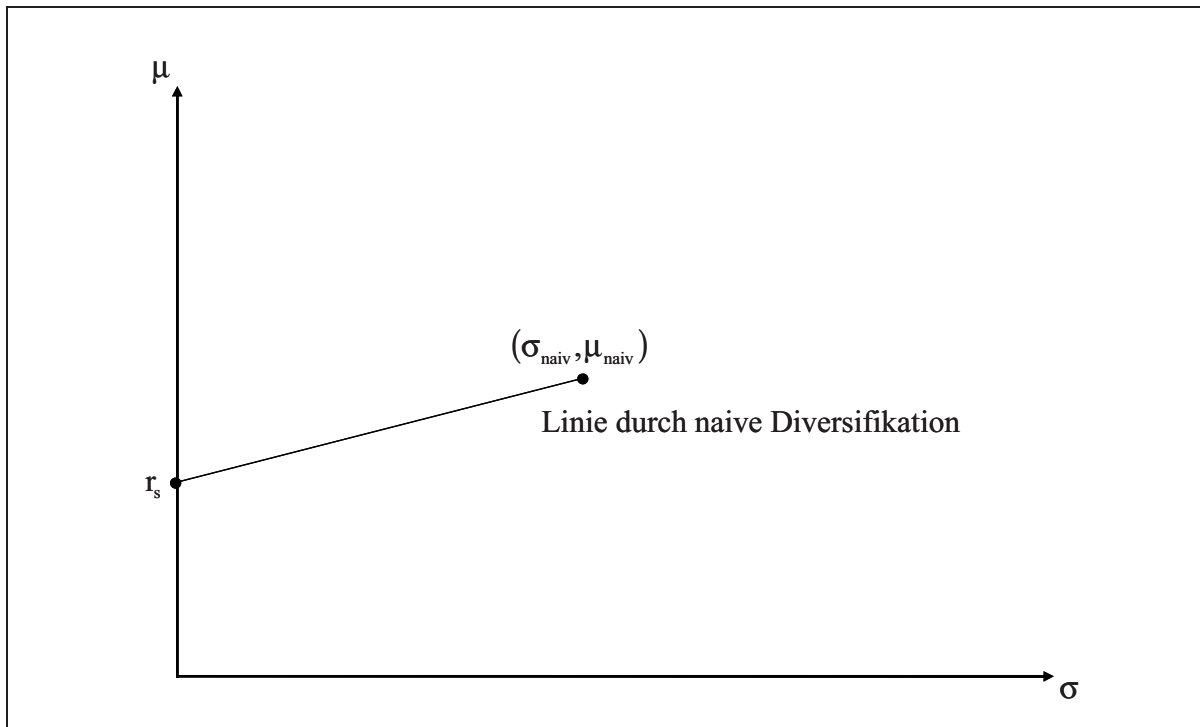


Abbildung 16: Linie durch naive Diversifikation

Annahme (30): Durch die Portfoliobildung mittels naiver Diversifikation entstehen dem privaten Investor keine Informationskosten.

Die Rendite vor Informationskosten des Portfolios durch die naive Diversifikation entspricht aufgrund von Annahme (30) der Rendite nach Informationskosten des Portfolios. Entsprechendes gilt für die Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Portfolios und die Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Portfolios:

$$\mu_{LN} = \mu'_{LN} ; \mu_{naiv} = \mu'_{naiv} ; r_s = r'_s ; \sigma_{LN} = \sigma'_{LN} ; \sigma_{naiv} = \sigma'_{naiv} ;$$

Damit folgt:

$$\mu_{LN} = r_s + \frac{\mu_{naiv} - r_s}{\sigma_{naiv}} \cdot \sigma_{LN} = \mu'_{LN} = r'_s + \frac{\mu'_{naiv} - r'_s}{\sigma'_{naiv}} \cdot \sigma'_{LN}$$

wobei

$$\sigma_{naiv} \geq \sigma_{LN}$$

mit

μ'_{LN} ... erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation

μ'_{naiv} ... erwartete Rendite nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios

σ'_{LN} ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch naive Diversifikation

σ'_{naiv} ... Standardabweichung nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios

Beispiel 4:

Bei gegebenen Daten aus Beispiel 3 weist das naiv diversifizierte Portfolio eine erwartete Rendite nach Informationskosten in Höhe von 0,09580688 bei einer Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten von 0,02994735 auf. Damit wird die Linie durch naive Diversifikation durch folgende Gerade aufgespannt:

$$\mu_{LN} = 0,03 + 2,197419 \cdot \sigma_{LN}$$

■ **Ende Beispiel 4**

1.3 Fondsinvestment als Form der Vermögensverwaltung

Das Fondsinvestment ist bei privaten Investoren in der Praxis eine beliebte Alternative zum Direktinvestment in risikobehaftete Wertpapiere. So hatten bspw. im Jahr 2008 3,8 Millionen deutsche Haushalte in Aktien und 9,3 Millionen in Investmentfonds investiert (Abbildung 17).¹⁰⁷ Im Jahr 2007 entsprach das Aktienvermögen 8,6 % und das Investmentfondsvermögen 11,9 % des gesamten Geldvermögens privater Haushalte.

¹⁰⁷ Vgl. hierzu und im nächsten Satz O. V. (2009) 3, S. 66.

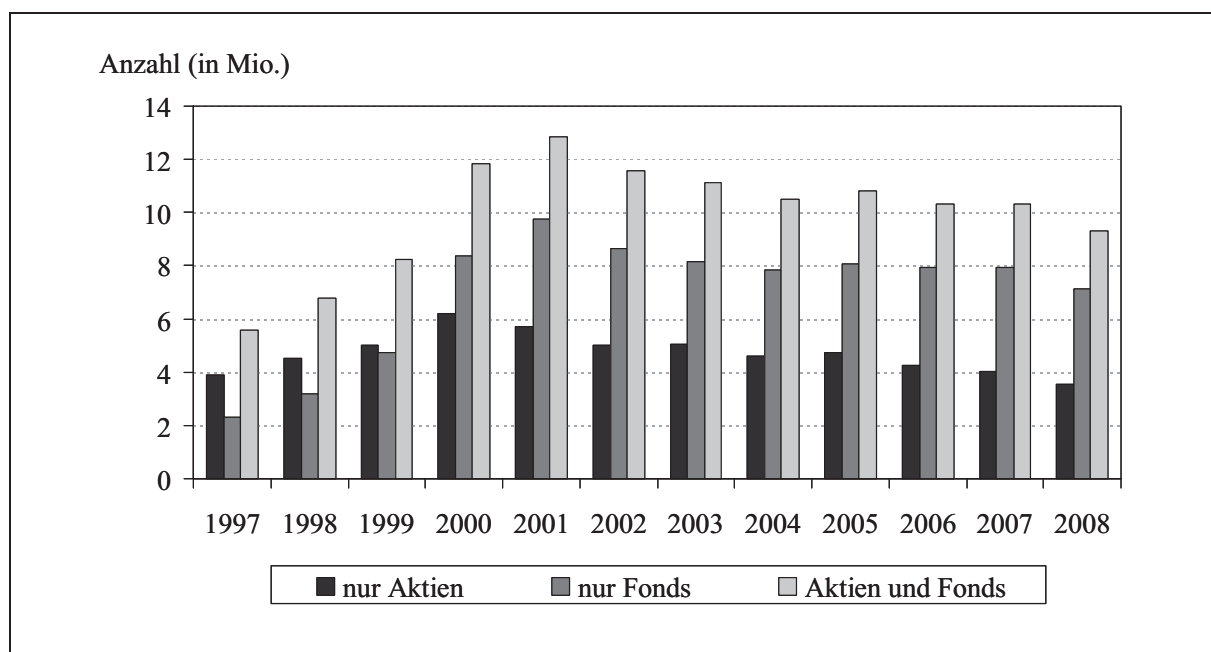


Abbildung 17: Anzahl Aktionäre und Fondsbesitzer in Deutschland¹⁰⁸

Bei einem Fondsinvestment wird die Selektion der Wertpapiere auf eine Fondsgesellschaft bzw. einen Fondsmanager übertragen.¹⁰⁹ Die Informationskosten für die Zusammenstellung des Fondsportfolios werden dadurch von vielen Fondsanteilsinhabern getragen. I. d. R. werden diese, einschließlich einer Vergütung der Fondsgesellschaft, durch Ausgabeaufschläge an die Anteilseigner des Fonds weitergegeben.¹¹⁰

Das Fondsinvestment wird in dieser Arbeit durch die folgenden Annahmen modelliert:

Annahme (31): Dem privaten Investor steht nur ein Fonds zur Verfügung. Das Problem der Fondsselektion ist damit gelöst.

Annahme (32): Das Fondsportfolio besteht ausschließlich aus risikobehafteten Wertpapieren. Zur Zusammenstellung des Portfolios wird die Portfolioselektion von Markowitz angewandt, wodurch ein beliebiges Portfolio auf dem effizienten Rand gewählt wird (Abbildung 18).

¹⁰⁸ Vgl. O. V. (2009).

¹⁰⁹ Vgl. Spremann, K. (1999), S. 260.

¹¹⁰ Vgl. Spremann, K. (1999), S. 260, 263-267.

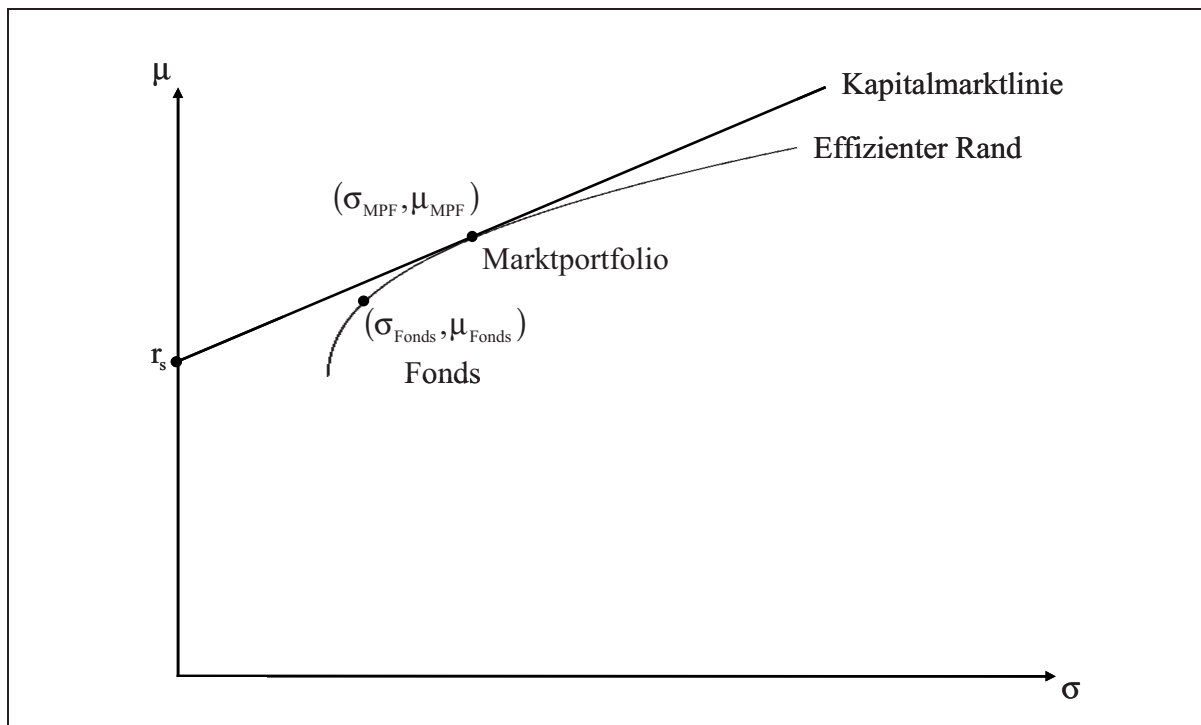


Abbildung 18: Fondsinvestment vor Informationskosten

Für den Portfoliovektor des Fonds gilt gemäß Annahme (32) und Formel 26:

$$\underline{x}_{\text{Fonds}}^* = \begin{pmatrix} \underline{y}_1 & \underline{y}_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1 & E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0 \\ \underline{1}^T \cdot \underline{y}_1 & \underline{1}^T \cdot \underline{y}_0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Formel 46}$$

mit

$\bar{\mu}_{\text{Fonds}}$... beliebige, aber fest vorgegebene erwartete Rendite vor Informationskosten des Fonds

$\underline{x}_{\text{Fonds}}^*$... Portfoliovektor der risikobehafteten Wertpapiere des Fonds

Die zugehörige erwartete Rendite vor Informationskosten beträgt gemäß den Formeln 4 und 46:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Fonds}} &= \underline{x}_{\text{Fonds}}^{*T} \cdot \underline{E}(\underline{r})^* = \\ &= \left[\begin{pmatrix} \underline{y}_1 & \underline{y}_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1 & E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0 \\ \underline{1}^T \cdot \underline{y}_1 & \underline{1}^T \cdot \underline{y}_0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix} \right]^T \cdot \underline{E}(\underline{r})^* \end{aligned}$$

Formel 47

mit

μ_{Fonds} ... erwartete Rendite vor Informationskosten des Fonds

Für die Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Fonds folgt aus den Formeln 11 und 46:

$$\sigma_{\text{Fonds}} = \sqrt{\begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix}^T \cdot \left(\frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_1}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_1} \quad \frac{E(1+r)^{*T} \cdot \underline{y}_0}{\underline{1}^T \cdot \underline{y}_0} \right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \bar{\mu} \\ 1 \end{pmatrix}} \quad \text{Formel 48}$$

mit

σ_{Fonds} ... Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des Fonds

Annahme (33): Investiert der private Investor in den Fonds, fällt ein Anteil in Höhe von p am Investitionsbetrags als Informationskosten an.

Bei Investition des gesamten Investitionsbetrags in den Fonds ergeben sich die Informationskosten beim Fondsinvestment durch:

$$K_I^{\text{Fonds}} = p \cdot (I_0^{\text{ges}} - q_s) = p \cdot (1 - x_s) \cdot I_0^{\text{ges}} \quad \text{Formel 49}$$

mit

K_I^{Fonds} ... Informationskosten bei Fondsinvestment

p ... prozentualer Anteil der Informationskosten am Investitionsbetrag beim Fondsinvestment

Weitere Informationskosten werden beim Fondsinvestment ausgeschlossen.

Aus den Formeln 4, 10 und 49 ergeben sich die entsprechende erwartete Rendite nach Informationskosten und Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Fondsportfolios:

$$\begin{aligned} \mu'_{\text{Fonds}} &= \frac{(I_0^{\text{ges}} - p \cdot I_0^{\text{ges}}) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}})}{I_0^{\text{ges}}} - 1 = (1 - p) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}}) - 1; \\ \sigma'_{\text{Fonds}} &= \frac{(1 - p) \cdot I_0^{\text{ges}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma_{\text{Fonds}} = (1 - p) \cdot \sigma_{\text{Fonds}} \end{aligned} \quad \text{Formel 50}$$

mit

μ'_{Fonds} ... erwartete Rendite nach Informationskosten des Fonds

σ'_{Fonds} ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten des Fonds

Annahme (34): Zusätzlich wird eine Investition in das risikofreie Wertpapier zugelassen, wobei die Aufteilung des Anlagebetrags zwischen risikofreiem Wertpapier und Fonds durch das Bernoulliprinzip erfolgt.

Die erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios aus der Kombination des risikofreien Wertpapiers und des Fonds entspricht gemäß den Formeln 4, 10 und 49:

$$\mu'_{LF} = x_s \cdot r_s + (1 - x_s) \cdot \mu'_{Fonds} = x_s \cdot r_s + (1 - x_s) \cdot \left[\frac{(1 - p) \cdot I_0^{ges} \cdot (1 + \mu_{Fonds})}{I_0^{ges}} - 1 \right]$$

Formel 51

mit

μ'_{LF} ... erwartete Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Fonds nach Informationskosten

Die zugehörige Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten beträgt:

$$\sigma' = (1 - x_s) \cdot \sigma'_{Fonds}$$

Formel 52

Mögliche Portfoliokombinationen werden durch folgende Gerade aufgespannt, die als Linie durch Fonds nach Informationskosten bezeichnet wird:

$$\mu'_{LF} = r_s + \frac{\mu'_{Fonds} - r_s}{\sigma'_{Fonds}} \cdot \sigma'_{LF} = r_s + \frac{(1 - p) \cdot (1 + \mu_{Fonds}) - 1 - r_s}{(1 - p) \cdot \sigma_{Fonds}} \cdot \sigma'_{LF}$$

Formel 53

wobei

$$\sigma'_{LF} \leq \sigma'_{Fonds}$$

mit

σ'_{LF} ... Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eines Portfolios auf der Linie durch Fonds nach Informationskosten

Im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm beginnt damit die Linie durch Fonds im Punkt $(0, r_s)$ und endet im Punkt $(\sigma'_{Fonds}, \mu'_{Fonds})$ (Abbildung 19).

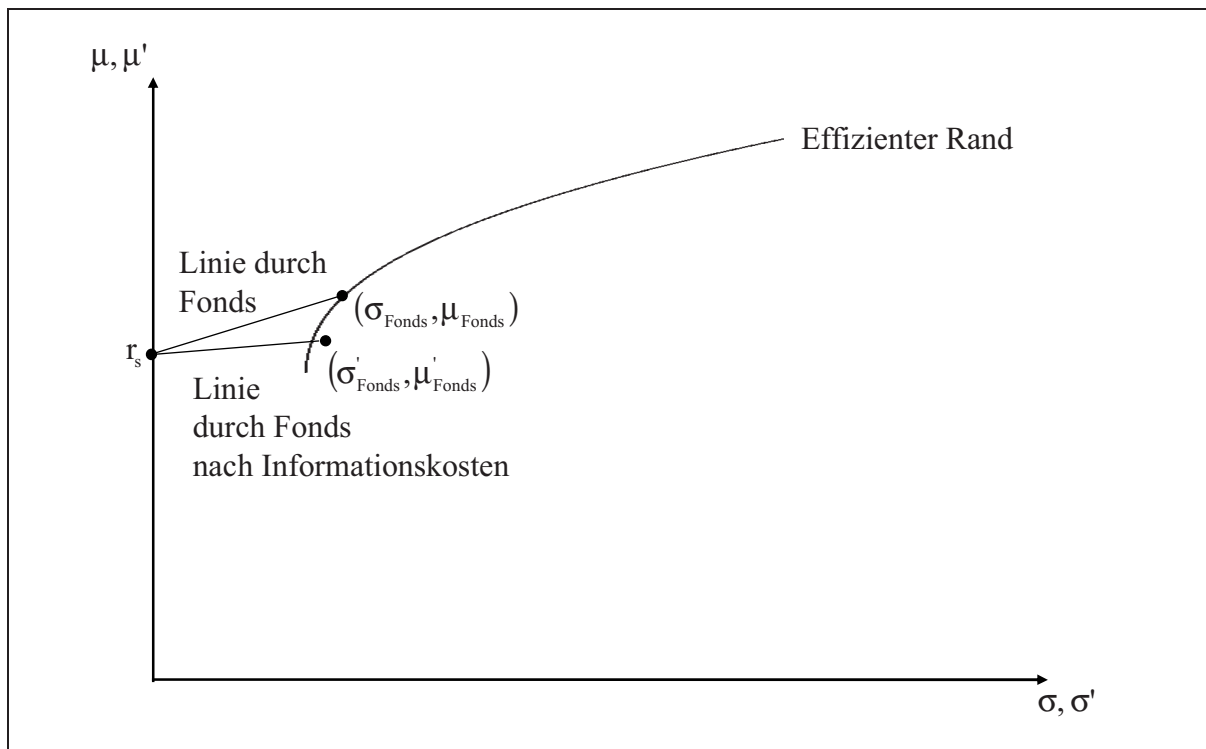


Abbildung 19: Fondsinvestment nach Informationskosten

In Beispiel 5 wird die Auswirkung unterschiedlicher prozentualer Ausgabeaufschläge auf verschiedene Punkte des effizienten Rands und damit auf das Fondsinvestments betrachtet.

Beispiel 5:

Bei den gegebenen Daten aus Beispiel 3 haben Informationskosten mit $p = 0,0125$ und $p = 0,045$ folgende Einflüsse auf die verschiedenen Punkte des effizienten Rands und damit des Fondsinvestments:

μ effizienter Rand	σ effizienter Rand	μ'_{Fonds} bei $p = 0,0125$	σ'_{Fonds} bei $p = 0,0125$	μ'_{Fonds} bei $p = 0,045$	σ'_{Fonds} bei $p = 0,045$
0,065420	0,010634	0,052103	0,010502	0,017476	0,010156
0,068548	0,010941	0,055191	0,010804	0,020463	0,010449
0,080000	0,014777	0,066500	0,014592	0,031400	0,014112
0,090000	0,018807	0,076375	0,018572	0,040950	0,017961
0,100000	0,022851	0,086250	0,022565	0,050500	0,021822
0,110000	0,026895	0,096125	0,026559	0,060050	0,025685
0,120000	0,031143	0,106000	0,030754	0,069600	0,029742
0,130000	0,048376	0,115875	0,047771	0,079150	0,046199

■ **Ende Beispiel 5**

Nachdem die drei Handlungsstrategien zur Portfoliobildung definiert sind, werden diese im Folgenden hinsichtlich der Effizienz und Optimalität der daraus resultierenden Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten verglichen.

2 Vergleich der Handlungsstrategien unter vollständigen Informationen

Die drei Handlungsstrategien Portfolioselektion, naive Diversifikation und Fondsinvestment werden zunächst unter vollständigen Informationen verglichen, um die in Realität häufig anzutreffende und in der Literatur argumentativ begründete Anwendung naiver Strategien zur Portfoliobildung und Fondsinvestments sowie dem damit verbundenen Erwerb von nicht effizienten Portfolios im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie mathematisch zu erklären.¹¹¹ Des Weiteren stellt dieser Vergleich die Basis für die Entscheidung unter unvollständigen Informationen dar.

Im ursprünglichen Modellkontext der Portfolioselektion, in dem Informationskosten nicht existieren und eine Kreditaufnahme möglich ist, entstehen aus der Portfolioselektion von

¹¹¹ Eine Modellierung unter vollständigen Informationen wird auch häufig bei den Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie vorgenommen.

Markowitz und Tobin durchwegs effiziente Portfolios. Die Portfolios auf der Kapitalmarktklinie erzielen nämlich bei gleicher Standardabweichung der erwarteten Rendite vor Informationskosten stets höhere oder zumindest gleich hohe Renditen vor Informationskosten als die Portfolios, die durch die naive Diversifikation oder das Fondsinvestment gebildet werden können (Abbildung 20). Der private Investor ist nur indifferent, falls das Marktportfolio zufällig dem naiv diversifizierten Portfolio oder dem Fondsportfolio entspricht.

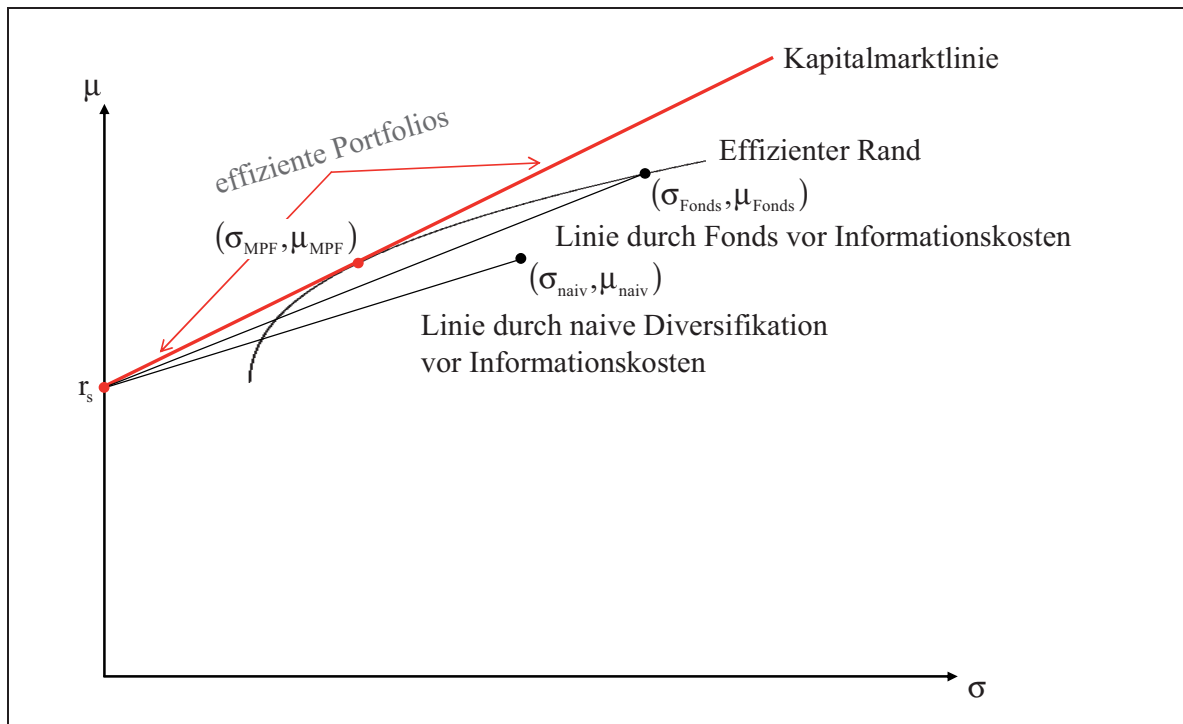


Abbildung 20: Fondsinvestment vs. naive Diversifikation vs. Portfolioselektion vor Informationskosten

Beispiel 6:

Bei gegebenen Daten aus Beispiel 3 werden folgende Geradengleichungen vor Informationskosten aufgespannt:

- Kapitalmarktklinie: $\mu_{KL} = 0,03 + 3,52329806 \cdot \sigma_{KL}$
- Linie durch naive Diversifikation: $\mu_{LN} = 0,03 + 2,197419 \cdot \sigma_{LN}$
- Linie durch Fonds vor Informationskosten bspw.:

$$\mu_{LF} = 0,03 + 3,52329806 \cdot \sigma_{LF}$$

Alle Linien beginnen damit im Punkt (0, 0,03). Die Kapitalmarktklinie weist die größte Steigung in Höhe von 3,522329806 auf, wodurch die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin die dominierende Handlungsstrategie darstellt. Nur mit dieser können effiziente Portfolios gebildet werden.

■ Ende Beispiel 6

Hinsichtlich der Effizienz der Portfolios nach Informationskosten lassen sich in Abhängigkeit des Marktportfolios, des naiv diversifizierten Portfolios sowie des Fondsportfolios verschiedene Fälle unterscheiden, von denen hier der folgende diskutiert wird. Weitere Fälle sind im Anhang beschrieben.¹¹²

Fall 1: Zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation existiert ein Schnittpunkt $(\sigma'_{\text{Schnitt}}, \mu'_{\text{Schnitt}})$, der eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als die risikofreie Verzinsung aufweist:

$$r_s \leq \mu'_{\text{Schnitt}} ; \sigma'_{\text{Schnitt}} \leq \sigma'_{\text{MPF}} \wedge \sigma'_{\text{naiv}}$$

mit

μ'_{Schnitt} ... erwartete Rendite des Schnittpunkts zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation

σ'_{Schnitt} ... Standardabweichung des Schnittpunkts zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation

Fall 1a: Hinzukommend existiert ein Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch Fonds nach Informationskosten mit einer geringeren erwarteten Rendite nach Informationskosten als der Schnittpunkt zwischen der Linie durch naive Diversifikation und der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten.

Im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm erzielen in diesem Fall die naiv diversifizierten Portfolios links von σ'_{Schnitt} bei gleicher Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten höhere erwartete Renditen nach Informationskosten als die Portfolios, die durch die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin sowie das Fondsinvestments hervorgebracht werden (Abbildung 21). Im Schnittpunkt besteht eine Indifferenz zwischen Portfolioselektion und naiver Diversifikation. Rechts von σ'_{Schnitt} führt die Portfolioselektion zu effizienten Portfolios nach Informationskosten.

¹¹² Siehe Anhang S. 138-147.

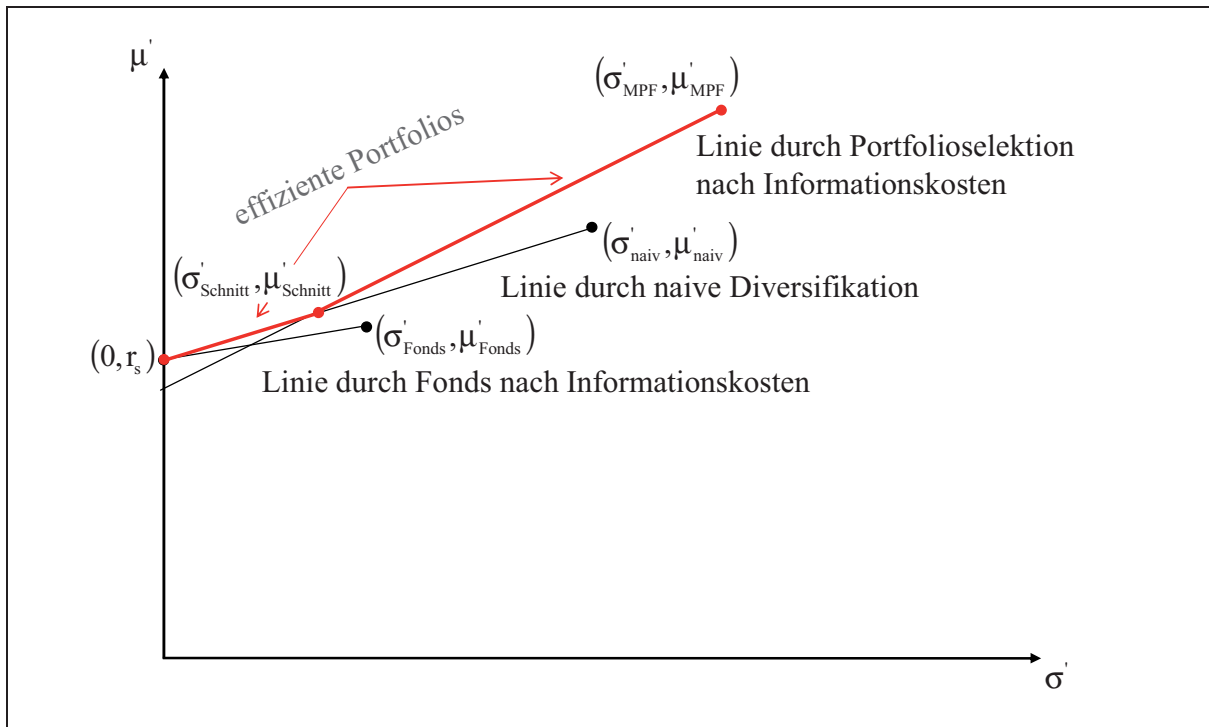


Abbildung 21: Effiziente Portfolios Fall 1a-1

Die Standardabweichung des Schnittpunkts zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation $(\sigma'_{\text{Schnitt}}, \mu'_{\text{Schnitt}})$ berechnet sich durch Gleichsetzen der entsprechenden Geradengleichungen:

$$\underbrace{r_s + \frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}} \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}}}}_{\text{Linie durch naive Diversifikation}} = \underbrace{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{(\mu'_{\text{MPF}} - r_s)}{\sigma'_{\text{MPF}}}}_{\text{Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten}} \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}} - 1$$

⇔

$$\sigma'_{\text{Schnitt}} = \frac{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - (1 + r_s)}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu'_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma'_{\text{MPF}}}} = (1 + r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu'_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma'_{\text{MPF}}}}$$

Formel 54

wobei

$$x_s \geq 0; \quad \sigma'_{\text{Schnitt}} \leq \sigma'_{\text{MPF}} \wedge \sigma'_{\text{naiv}}$$

Aus Formel 54 ist ersichtlich, dass die Lage des Schnittpunkts im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm abhängt von

- (1) dem risikofreien Zinssatz r_s ,
- (2) dem Investitionsbetrag I_0^{ges} ,
- (3) den Informationskosten bei der Portfolioselektion K_I^{PFS} ,

- (4) der erwarteten Rendite des naiv diversifizierten Portfolios μ'_{naiv} ,
- (5) der Standardabweichung der Rendite des naiv diversifizierten Portfolio σ'_{naiv} ,
- (6) der erwarteten Rendite des Marktportfolios μ_{MPF} und
- (7) der Standardabweichung der Rendite des Marktportfolios σ_{MPF} .

Die folgenden Aussagen werden für den Fall getroffen, dass das Marktportfolio eine höhere erwartete Rendite vor Informationskosten und eine höhere Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten als das naiv diversifizierte Portfolio aufweist.

Ad (1): Im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm verschiebt sich der Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation mit steigendem risikofreien Zinssatz nach links:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} - 1}{\frac{\mu'_{naiv} - r_s}{\sigma'_{naiv}} - \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF}}} \right)}{\partial r_s} = \\ & = \frac{\overbrace{\frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} - 1}^{<0}}{\underbrace{\frac{\mu'_{naiv} - r_s}{\sigma'_{naiv}} - \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF}}}_{>0}} - (1+r_s) \cdot \frac{\overbrace{\left(\frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} - 1 \right)}^{<0}}{\underbrace{\left(\frac{\mu'_{naiv} - r_s}{\sigma'_{naiv}} - \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF}} \right)^2}_{>0}} \cdot \overbrace{\left(-\frac{1}{\sigma'_{naiv}} + \frac{1}{\sigma_{MPF}} \right)}^{<0}} \end{aligned}$$

Formel 55

wobei

$$\frac{\frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} - 1}{\frac{\mu'_{naiv} - r_s}{\sigma'_{naiv}} - \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF}}} < (1+r_s) \cdot \frac{\left(\frac{I_0^{ges} - K_I^{PFS}}{I_0^{ges}} - 1 \right) \cdot \left(-\frac{1}{\sigma'_{naiv}} + \frac{1}{\sigma_{MPF}} \right)}{\left(\frac{\mu'_{naiv} - r_s}{\sigma'_{naiv}} - \frac{\mu_{MPF} - r_s}{\sigma_{MPF}} \right)^2}$$

Ad (2): Der Schnittpunkt verschiebt sich im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm mit steigendem Investitionsbetrag nach links:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial I_0^{\text{ges}}} = (1+r_s) \cdot \underbrace{\frac{\overbrace{1 - \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}}}^{>0}}{I_0^{\text{ges}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)}_{<0}}}_{<0}} \quad \text{Formel 56}$$

Ad (3): Im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm verschiebt sich der Schnittpunkt mit fallenden Informationskosten bei der Portfolioselektion nach links:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial K_I^{\text{PFS}}} = - (1+r_s) \cdot \underbrace{\frac{\overbrace{1}_{>0}}{I_0^{\text{ges}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)}_{<0}}}_{>0}} \quad \text{Formel 57}$$

Ad (4): Mit steigender erwarteten Rendite des naiv diversifizierten Portfolios verschiebt sich der Schnittpunkt im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm nach rechts:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial \mu'_{\text{naiv}}} = - (1+r_s) \cdot \underbrace{\frac{\overbrace{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}_{<0}}{I_0^{\text{ges}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)^2}_{>0}}}_{>0}} \quad \text{Formel 58}$$

Ad (5): Mit steigender Standardabweichung der Rendite des naiv diversifizierten Portfolios verschiebt sich der Schnittpunkt im $\mu' - \sigma'$ -Diagramm nach links:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial \sigma'_{\text{naiv}}} = (1+r_s) \cdot \underbrace{\frac{\overbrace{\left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right)}^{<0} \cdot \overbrace{\left(\mu'_{\text{naiv}} - r_s \right)}^{>0}}{\sigma_{\text{naiv}}^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)^2}_{>0}}}_{<0}} \quad \text{Formel 59}$$

Ad (6): Mit steigender erwarteten Rendite vor Informationskosten des Marktportfolios verschiebt sich der Schnittpunkt im $\mu' - \sigma'$ - Diagramm nach links:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial \mu'_{\text{MPF}}} = (1+r_s) \cdot \frac{\overbrace{\left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right)}^{<0}}{\underbrace{\sigma_{\text{MPF}} \cdot \left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)^2}_{>0}} \quad \text{Formel 60}$$

Ad (7): Mit steigender Standardabweichung der Rendite vor Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios verschiebt sich der Schnittpunkt im $\mu' - \sigma'$ - Diagramm nach rechts:

$$\frac{\partial \left((1+r_s) \cdot \frac{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1}{\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}} \right)}{\partial \sigma'_{\text{MPF}}} = -(1+r_s) \cdot \frac{\overbrace{\left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right)}^{<0} \cdot \overbrace{(\mu_{\text{MPF}} - r_s)}^{>0}}{\underbrace{\sigma_{\text{MPF}}^2 \cdot \left(\frac{\mu'_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma'_{\text{naiv}}} - \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \right)^2}_{>0}} \quad \text{Formel 61}$$

Beispiel 7:

Bei gegebenen Daten aus Beispiel 3, einem Investitionsbetrag in Höhe von 100.000 € sowie Informationskosten bei der Portfolioselektion in Höhe von 1.000 € ergibt sich der Schnittpunkt wie folgt:

$$0,0179 + 3,52329806 \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}} = 0,03 + 2,197419 \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}}$$

⇔

$$(3,52329806 - 2,197419) \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}} = 0,03 - 0,0179$$

⇔

$$1,32587906 \cdot \sigma'_{\text{Schnitt}} = 0,0121$$

⇔

$$\sigma'_{\text{Schnitt}} = 0,00912602$$

Damit folgt für die erwartete Rendite nach Informationskosten des Schnittpunkts:

$$\mu'_{\text{Schnitt}} = 0,05005369$$

■ Ende Beispiel 7

Sollte das Fondsinvestment oder die naive Diversifikation eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als das Marktportfolio hervorbringen, werden wie in der folgenden Abbildung dargestellt weitere effiziente Portfolios ermöglicht (Abbildung 22).

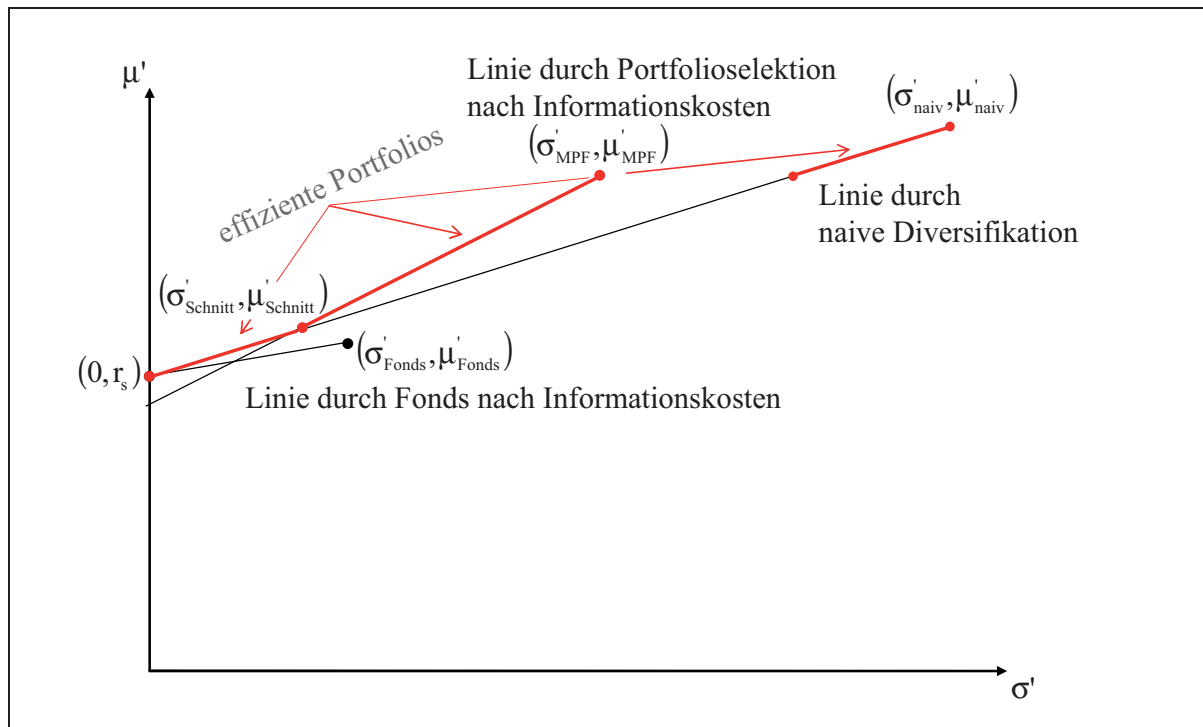


Abbildung 22: Effiziente Portfolios Fall 1a-2

Fall 1b: Es existiert ein Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie der erwarteten Rendite nach Informationskosten durch Fonds, der eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als der Schnittpunkt zwischen der Linie durch naive Diversifikation und der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten aufweist.

In diesem Fall führen das Fondsinvestment und die Portfolioselektion zu effizienten Portfolios nach Informationskosten. Die naive Diversifikation wird vom Fondsinvestment dominiert (Abbildung 23).

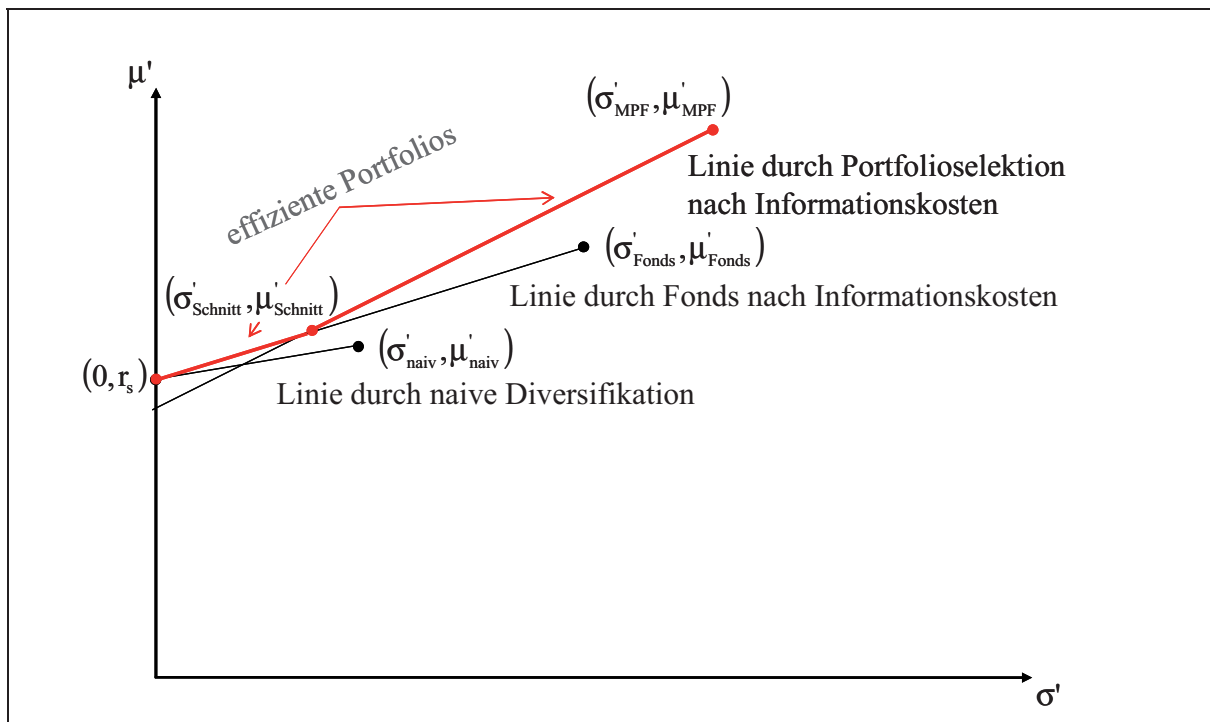


Abbildung 23: Effiziente Portfolios Fall 1b

Auch hier könnten das Fondsinvestment oder die naive Diversifikation höhere erwartete Renditen nach Informationskosten als das Marktportfolio hervorbringen. Dies würde wiederum weitere effiziente Portfolios kreieren.

In Bezug auf die Optimalität eines Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten führt das zweistufige Verfahren bestehend aus $\mu - \sigma$ -Prinzip und Bernoulliprinzip nicht immer zu einem eindeutigen Ergebnis. So können bspw. zwei verschiedene Portfolios für einen privaten Investor optimal sein (Abbildung 24).

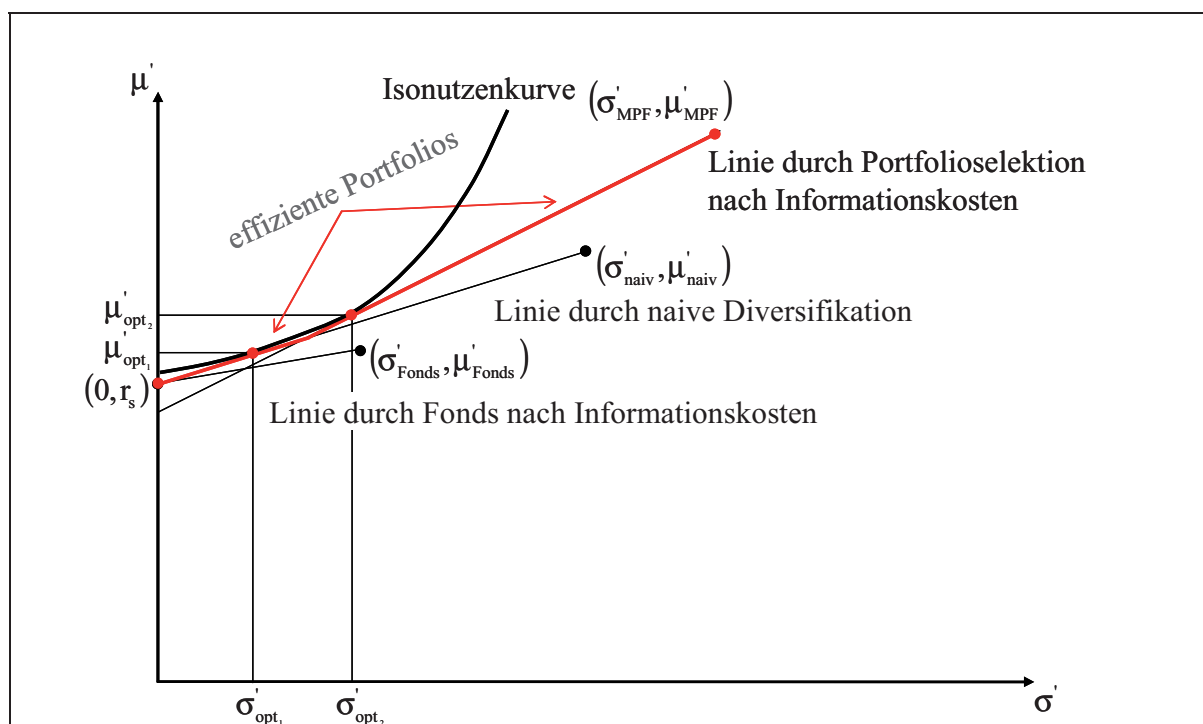


Abbildung 24: Nicht eindeutige optimale Portfolios beim Vorliegen von Informationskosten

Wie in der Problemstellung im Kapitel A dargestellt, zeigen Barber und Odean, Götzmann und Kumar sowie Massa und Simonov, dass private Investoren häufig nicht in effiziente Portfolios im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie investieren.¹¹³ Als Ziel (1) dieser Arbeit soll dieses Verhalten sowie die Anwendung naiver Handlungsstrategien und Fondsinvestments durch Informationskosten bei vollkommen rationalem Handeln erklärt werden. Die zuvor und im Anhang beschriebenen Fälle lassen folgende Schlussfolgerungen und Erklärungen für das Verhalten der privaten Investoren in der Realität zu:

- (1) Der Vergleich zeigt, dass es in Abhängigkeit der individuellen Situation des privaten Investors effizient und optimal unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung ist, naiv zu diversifizieren oder Fonds zu erwerben.
- (2) Ein wesentliches Ergebnis im Modellkontext der Portfolioselektion ist, dass alle Investoren eine identische Struktur an risikobehafteten Wertpapieren erwerben, da alle einen Teil ihres Anlagebetrags in das Marktportfolio investieren. In den empirischen Studien wird festgestellt, dass dies in der Realität nicht der Fall ist. Im Gegensatz zur normativen Modernen Portfoliotheorie ist es unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung nicht effizient und optimal für alle privaten Investoren eine identische Struktur an risikobehafteten Wertpapieren zu erwerben. Der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt nämlich, dass in Abhängigkeit von der individuellen Risikonutzenfunk-

¹¹³ Vgl. Barber, B./Odean, T. (2001), S. 261-292; Götzmann, W./Kumar, A. (2005) S. 6; Massa, M./Simonov, A. (2005).

tion und des Verhältnisses von Anlagebetrag zu Investitionsbetrag im gewählten Modellkontext von einem privaten Investor ein Teil des Anlagebetrags in das Marktportfolio, in das naiv diversifizierte Portfolio oder den Fonds investiert wird.

- (3) Effiziente Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung sind investorspezifisch: Die beschriebenen Fälle zeigen, dass bei vorgegebenen Schätzungen für die erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere effiziente Portfolios vom individuellen Investitionsbetrag und den jeweiligen Informationskosten abhängen. Der Investitionsbetrag und die Informationskosten bei der Portfolioselektion sind im gewählten Modellkontext investorspezifisch, wodurch auch die effizienten Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten investorspezifisch sind. Nur für private Investoren mit den selben Investitionsbeträgen und Informationskosten bei der Portfolioselektion resultieren identische effiziente Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten. In den in der Problemstellung genannten empirischen Untersuchungen werden nur die Portfolios betrachtet und nicht die individuellen Investitionsbeträge, Informationskosten sowie Risikoneigungen dargestellt. Damit ist unter den in dieser Arbeit getroffenen Annahmen die Analyse der Effizienz und Optimalität der Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten in den genannten empirischen Untersuchungen nicht möglich, schließt diese jedoch nicht aus.
- (4) C. p. liefert die Portfolioselektion mit steigendem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag investorspezifische effiziente Portfolios, da der Abstand zwischen der Kapitalmarktlinie und Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten im $\mu, \mu' - \sigma, \sigma'$ -Diagramm mit zunehmendem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag kleiner wird. Damit kann das in der Realität zu beobachtende Verhalten, dass sehr vermögende und institutionelle Investoren komplexere Handlungsstrategien verwenden erklärt werden. Darüber hinaus kann erklärt werden, dass es effizient und optimal für private Investoren mit geringen Informationskosten ist komplexere Handlungsstrategien zu verwenden. Private Investoren mit hohem Fachwissen, umfangreichen kognitiven Fähigkeiten, geringer Bewertung des Zeiteinsatzes und bereits umfassend vorhandener technischer Ausstattung verwenden ebenfalls komplexe Handlungsstrategien zur Portfoliobildung, da bei ihnen geringe Informationskosten anfallen.
- (5) Übliche private Investoren mit geringem Fachwissen und kleinen Investitionsbeträgen diversifizieren naiv oder erwerben Fonds.

In der Abbildung ist unterstellt, dass bei der Linie durch Portfolioselektion 1 das Verhältnis kleiner ist als bei der Linie durch Portfolioselektion 2 (Abbildung 25).

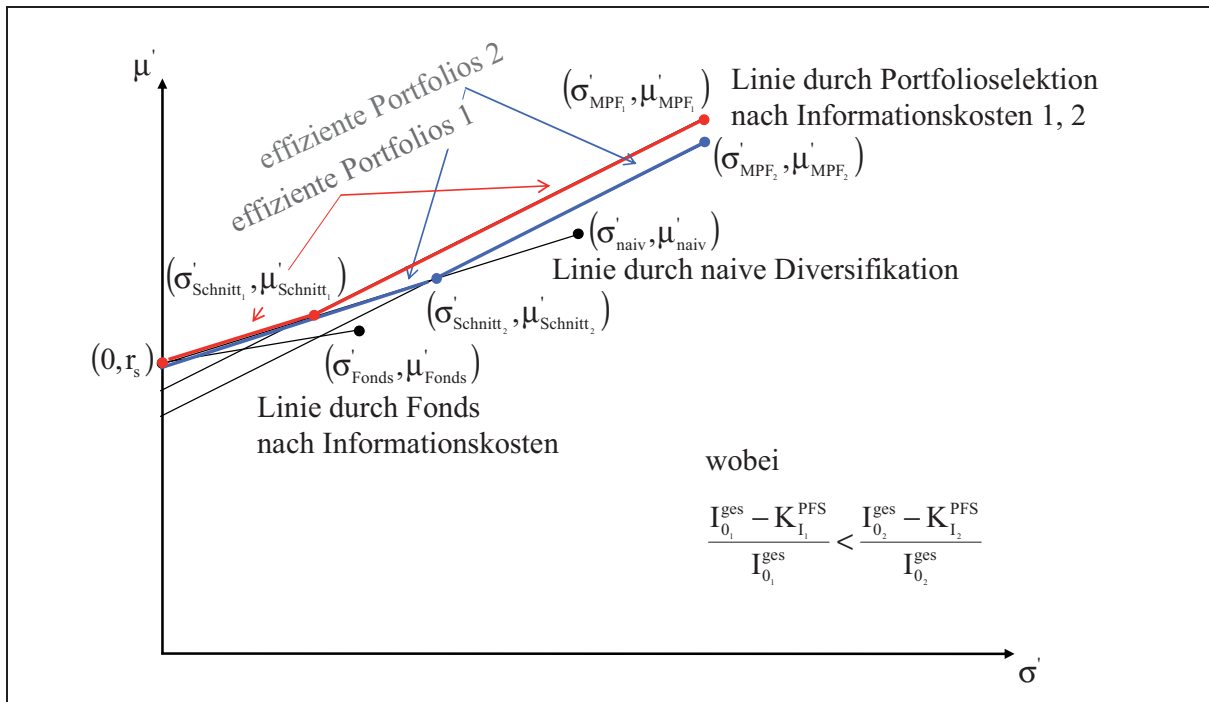


Abbildung 25: Effiziente Portfolios in Abhängigkeit vom Verhältnis von Anlagebetrag zu Investitionsbetrag

(6) Wie die Fälle zeigen, können die naive Diversifikation und das Fondsinvestment nochmals effiziente Portfolios hervorbringen, falls sie eine höhere erwartete Rendite als das Marktportfolio aufweisen. Private Investoren mit einer geringen Risikoaversion wählen in diesem Fall entweder die naive Diversifikation oder das Fondsinvestment.

Unter vollständigen Informationen lässt sich ableiten, welche Handlungsstrategie zu einem effizienten und optimalen Portfolio für einen privaten Investor führt. Dadurch kann die in der Realität häufig anzutreffende und in der Literatur argumentativ begründete Anwendung naiver Strategien zur Portfoliobildung und Fondsinvestments sowie den damit verbundenen Erwerb von nicht effizienten Portfolios im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie im Modellkontext unter vollständigen Information mathematisch erklärt werden. Trifft ein privater Investor in der Realität eine Entscheidung zwischen der Anwendung der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin, dem Erwerb eines Fonds und der Zusammenstellung eines Portfolios mittels naiver Diversifikation, steht er i. d. R. vor dem Problem, dass er zunächst nicht alle entscheidungsrelevanten Parameter vollständig kennt. So sind in der Realität dem privaten Investor vor Portfoliobildung vermutlich oftmals die Renditen und Standardabweichungen der Portfolios unbekannt, die mit den unterschiedlichen Handlungsstrategien verbunden sind. Im nächsten Kapitel wird deshalb ein Vergleich zwischen den Handlungsstrategien unter unvollständigen Informationen durchgeführt.

3 Vergleich der Handlungsstrategien unter unvollständigen Informationen

In diesem Kapitel werden die Handlungsstrategien unter unvollständigen Informationen verglichen, um normativ, mathematisch begründete Hilfestellungen für die Auswahl einer Hand-

lungsstrategie in Abhängigkeit des Investitionsbetrags, der Informationskosten und der Risikoneigung für einen privaten Investor abzuleiten und damit Ziel (2) der Arbeit zu erfüllen. Dazu werden ergänzend folgende Annahmen getroffen:

Annahme (35): Der private Investor kennt das Marktportfolio, die zugehörige erwartete Rendite vor und nach Informationskosten sowie die Standardabweichung der Rendite vor und nach Informationskosten nicht. Die Höhe der Informationskosten bei der Portfolioselektion K_1^{PFS} wird als bekannt modelliert.

Diese Annahme könnte bspw. in der Realität erfüllt sein, wenn ein privater Investor die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin mit Hilfe eines Vermögensverwalters anwendet und dieser ein Entgelt in Höhe von K_1^{PFS} verlangt.

Annahme (36): Dem privaten Investor sind sowohl die erwarteten Renditen nach Informationskosten als auch die zugehörigen Standardabweichungen der Renditen nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios und des Fondsportfolios bekannt.

Annahme (36) kann dadurch gerechtfertigt werden, dass in dieser Arbeit bei der naiven Diversifikation keine Informationskosten angenommen werden und Fondsgesellschaften in der Realität i. d. R. erwartete Renditen, Standardabweichungen und Ausgabeaufschläge veröffentlichen.

Um zu analysieren wie private Investoren in der Realität vorgehen sollten, wird im Folgenden untersucht, ob der private Investor die unbekannt Parameter für alle Portfolios bei den Handlungsstrategien bestimmen sollte oder die Entscheidung auf Basis der ihm bekannten Informationen treffen kann. Anschließend werden Hilfestellungen für private Investoren abgeleitet, die vor der Entscheidung zwischen den Handlungsstrategien stehen.

3.1 Vergleich bei Bestimmung aller unbekannt Parameter

Möchte der private Investor alle unbekannt Parameter bestimmen, muss er das Marktportfolio und die Kapitalmarktlinie ermitteln. Dazu fallen Informationskosten in Höhe von K_1^{PFS} an, wodurch nur noch ein Anlagebetrag in Höhe von $I_0^{\text{ges}} - K_1^{\text{PFS}}$ zur Verfügung steht. Für den folgenden Vergleich wird angenommen, dass dem privaten Investor die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin als Handlungsstrategie zur Verfügung steht und somit die Informationskosten bei der Portfolioselektion den Investitionsbetrag nicht überschreiten ($I_0^{\text{ges}} > K_1^{\text{PFS}}$).

Entscheidet sich der private Investor nach Bestimmung des Marktportfolios und der Kapitalmarktlinie naiv zu diversifizieren oder in den Fonds zu investieren, kann er auch hier nur noch über einen Anlagebetrag in Höhe von $I_0^{\text{ges}} - K_1^{\text{PFS}}$ verfügen. Die neue Linie durch naive Diversifikation bei Bestimmung aller unbekannt Parameter ergibt sich demnach unter Berücksichtigung der Formeln 4, 5 und 45 durch:

$$\mu_{LN} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\mu_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma_{\text{naiv}}} \cdot \sigma_{LN} - 1 \quad \text{Formel 62}$$

Vergleicht man diese neue Linie durch naive Diversifikation bei Bestimmung aller unbekannt-ten Parameter mit der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten, so liefert die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin stets effiziente Portfoliolösungen, außer das naiv diversifizierte Portfolio und das Marktportfolio entsprechen sich. Die mathematische Begrün-dung hierfür lautet:

$$\overbrace{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\mu_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma_{\text{naiv}}} \cdot \sigma_{LN} - 1}^{\text{Linie durch naive Diversifikation bei Bestimmung aller unbekannt-ten Parameter}} \leq \overbrace{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \cdot \sigma'_{LP} - 1}^{\text{Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten}}$$

\Leftrightarrow

$$\frac{\mu_{\text{naiv}} - r_s}{\sigma_{\text{naiv}}} \leq \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \quad \text{für } \mu_{\text{MPF}} > r_s \quad \text{Formel 63}$$

wobei

$$\sigma_{LN} = \sigma'_{LP}$$

Formel 63 ist erfüllt, da aufgrund des Optimieralgorithmus bei der Portfolioselektion die Kapitalmarktlinie die größte Steigung aufweist.

Der private Investor kann sich bei Bestimmung aller unbekannt-ten Parameter im Vergleich zur naiven Diversifikation somit immer für die Portfolioselektion entscheiden.

Die neue Linie durch Fonds bei Bestimmung aller unbekannt-ten Parameter resultiert unter Berücksichtigung der Formeln 4, 5 und 53 durch:

$$\begin{aligned} \mu'_{LF} = & \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 + \\ & + \frac{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 - p) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}})}{I_0^{\text{ges}}} - 1 - \left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 \right)}{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 - p) \cdot \sigma_{\text{Fonds}}} \cdot \sigma'_{LF} \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\mu'_{LF} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 + \frac{(1 - p) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}}) - (1 + r_s)}{(1 - p) \cdot \sigma_{\text{Fonds}}} \cdot \sigma'_{LF} \quad \text{Formel 64}$$

Vergleicht man die Linie durch Fonds nach Informationskosten bei Bestimmung aller unbe-kannt-ten Parameter mit der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten, liefert wiederum stets die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin effiziente Portfoliolösungen. Die Begründung hierfür lautet:

$$\begin{aligned}
 & \text{Linie durch Fonds nach Informationskosten bei Bestimmung aller unbekanntem Parameter} \\
 & \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} - 1 + \frac{(1-p) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}}) - (1 + r_s)}{(1-p) \cdot \sigma_{\text{Fonds}}} \cdot \sigma'_{\text{LF}} < \\
 & \underbrace{\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}} \cdot \sigma'_{\text{LP}} - 1}_{\text{Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten}} <
 \end{aligned}$$

Formel 65

wobei

$$\sigma'_{\text{LF}} = \sigma'_{\text{LP}}$$

Formel 65 ist aufgrund des Optimierungsalgorithmus bei der Portfolioselektion erfüllt, da nämlich für $\mu_{\text{MPF}} > r_s$ gelten muss:

$$\frac{(1-p) \cdot (1 + \mu_{\text{Fonds}}) - (1 + r_s)}{(1-p) \cdot \sigma_{\text{Fonds}}} < \frac{\mu_{\text{MPF}} - r_s}{\sigma_{\text{MPF}}}$$

Formel 66

Der private Investor sollte bei Bestimmung aller unbekanntem Parameter im Vergleich zum Fondsinvestment durchwegs die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin wählen, falls diese, wie oben angenommen, als Handlungsstrategie zur Verfügung steht. Auch bei Übereinstimmung des Portfolios durch Fonds und des Marktportfolios dominiert stets die Portfolioselektion das Fondsinvestment.

Bei der Bestimmung aller unbekanntem Parameter stellen die Informationskosten bei der Portfolioselektion K_I^{PFS} sunk costs dar. Somit führt bei der Bestimmung aller unbekanntem Parameter die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin immer zu effizienten Portfoliolösungen, da diese auch vor Informationskosten effiziente Portfolios hervorbringt. Wie der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt, führt die Portfolioselektion nicht immer zu effizienten Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten.

Steht dem privaten Investor die Portfolioselektion nicht als Handlungsstrategie zur Verfügung, d. h. die Informationskosten bei der Portfolioselektion übertreffen den Investitionsbetrag ($I_0^{\text{ges}} < K_I^{\text{PFS}}$), wird wie unter vollständigen Informationen ein Vergleich zwischen naiver Diversifikation und Fondsinvestment geführt. Das Ergebnis des Vergleichs ist in diesem Fall eindeutig, da gemäß Annahme (36) alle Informationen bekannt angenommen wurden.

3.2 Vergleich bei Entscheidung auf Basis der bekannten Informationen

Dem privaten Investor sind im Modellkontext gemäß den Annahmen (35) und (36) sowohl die erwarteten Renditen nach Informationskosten bekannt als auch die zugehörigen Standardabweichungen der Renditen nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios und des Fonds sowie die Höhe der Informationskosten bei der Portfolioselektion K_I^{PFS} . Damit kann der private Investor im ersten Schritt eine Entscheidung analog zum Vergleich unter

vollständigen Informationen zwischen Fondsinvestment und naiver Diversifikation fallen und im zweiten Schritt zwischen der dominierenden Handlungsstrategie und der Portfolioselektion auf Basis der Informationskosten entscheiden:

Fall 1: Die naive Diversifikation dominiert das Fondsinvestment nach Informationskosten.

Für die weitere Entscheidung sind dem privaten Investor nur noch die Informationskosten bei der Portfolioselektion bekannt. Auf Basis dieser wählt der private Investor die naive Diversifikation, da hier keine Informationskosten anfallen.

Wie der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt, stellt die naive Diversifikation bei Dominanz gegenüber dem Fondsinvestment, im Vergleich zur Portfolioselektion von Markowitz und Tobin, nicht immer die effiziente Handlungsstrategie dar.

Fall 2: Die naive Diversifikation wird vom Fondsinvestment nach Informationskosten dominiert.

Bei einer Entscheidung auf Basis der Informationskosten zwischen Portfolioselektion und Fondsinvestment wendet der private Investor die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin an, falls gilt:

$$K_I^{\text{PFS}} < p \cdot (1 - x_s) \cdot I_0^{\text{ges}} \quad \text{Formel 67}$$

Das Fondsinvestment wird bevorzugt, falls die Informationskosten bei diesem geringer sind als bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin:

$$K_I^{\text{PFS}} > p \cdot (1 - x_s) \cdot I_0^{\text{ges}} \quad \text{Formel 68}$$

Fällt die Entscheidung des privaten Investors für die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin bei Dominanz des Fondsinvestments gegenüber der naiven Diversifikation, so ist diese Entscheidung für eine vorgegebene Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten eindeutig.

Für den privaten Investor ist es effizient die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin zu wählen, falls das Fondsinvestment nach Informationskosten die naive Diversifikation dominiert und die Informationskosten bei der Portfolioselektion geringer sind als beim Fondsinvestment.

Bei Entscheidung für das Fondsinvestment im Fall 2 ist dies nicht eindeutig, da gelten kann:

$$r_s + \frac{\mu'_{\text{Fonds}} - r_s}{\sigma'_{\text{Fonds}}} \cdot \sigma'_{\text{LF}} < \frac{\overbrace{\left(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}} \right) \cdot (1 + r_s)}^{\text{Linie durch Fondsinvestment nach Informationskosten}}}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\overbrace{\left(\mu'_{\text{MPF}} - r_s \right)}^{\text{Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten}}}{\sigma'_{\text{MPF}}} \cdot \sigma'_{\text{LP}} - 1 \quad \text{Formel 69}$$

obwohl

$$K_I^{\text{PFS}} > p \cdot (1 - x_s) \cdot I_0^{\text{ges}}$$

Der Vergleich auf Basis der bekannten Informationen liefert im Fall, dass das Fondsinvestment nach Informationskosten die naive Diversifikation dominiert und die Informationskosten für eine vorgegebene Standardabweichung der Rendite bei der Portfolioselektion geringer als beim Fondsinvestment ausfallen, eindeutiges Ergebnis: Die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin dominiert die naive Diversifikation und das Fondsinvestment. Ebenfalls resultiert ein eindeutiges Ergebnis, wenn die Portfolioselektion von Markowitz und Tobin als Handlungsstrategie nicht zur Verfügung steht. Dies ist bspw. der Fall, falls die Informationskosten bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin den Investitionsbetrag übersteigen. Der Investor wählt hier die dominierende Alternative aus Fondsinvestment und naiver Diversifikation.

Aus den bisherigen Erkenntnissen werden daher im nächsten Kapitel Hilfestellungen abgeleitet, die einem privaten Investor als Anhaltspunkte bei der Entscheidung unter unvollständigen Informationen unterstützen können.

3.3 Hilfestellungen zur Entscheidung unter unvollständigen Informationen

Da der Vergleich unter unvollständigen Informationen bei Bestimmung aller unbekanntener Parameter aufgrund der sunk costs zu keiner effizienten und optimalen Lösung führt, empfiehlt es sich für den privaten Investor zunächst zu versuchen eine Entscheidung auf Basis der ihm bekannten Informationen zu fällen. Wie zuvor gezeigt kann eine eindeutige Lösung gefunden werden, falls das Fondsinvestment für eine gegebene Standardabweichung der Rendite bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin geringere Informationskosten induziert als das Fondsinvestment oder die Informationskosten bei der Portfolioselektion von Markowitz und Tobin den Investitionsbetrag übersteigen. Zuerst eine Entscheidung auf Basis der bekannten Informationen zu fällen ist insofern für den privaten Investor opportun, da dies keine Informationskosten induziert.

Findet der private Investor auf Basis der ihm bekannten Informationen keine eindeutige und auch keine für ihn zufrieden stellende Lösung, so können die im Folgende dargestellten Hilfestellungen bei der Entscheidung herangezogen werden. Zu den Hilfestellungen ist anzumerken, dass diese weniger als Herleitung wissenschaftlich, verallgemeinerbarer Erkenntnisse sondern als Beitrag für die Praxis gedacht sind

Wie der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt, nimmt der Einfluss der Informationskosten auf die Portfolioselektion mit steigendem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag ab. Da im Modell ohne Informationskosten mit Hilfe der Portfolioselektion effiziente Portfolios gebildet werden, kann folgende Aussage abgeleitet werden: Die Portfolioselektion führt im Vergleich zu effizienten Portfolios, falls das Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag bei der Portfolioselektion fast Eins ergibt.

Hilfestellung 1: Private Investoren sollten komplexere Handlungsstrategien verwenden, wenn das Verhältnis von Anlagebetrag zu Investitionsbetrag fast Eins beträgt:

$$\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \approx 1$$

↔

$$I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}} \approx I_0^{\text{ges}} \rightarrow \text{komplexe Handlungsstrategie}$$

Das Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag beträgt c. p. fast Eins, falls der private Investor über einen hohen Investitionsbetrag verfügt oder die Informationskosten gering ausfallen, bspw. wenn der private Investor bereits über ein umfassendes Finanzwissen verfügt, technisch gut ausgerüstet ist, viel Zeit zur Verfügung hat und dieser damit einen geringen Kostensatz zuzusst, die Portfolioselektion schnell durchführen kann oder bei der Durchführung der Portfolioselektion durch einen professionellen Vermögensverwalter geringe Entgelte für die Bestimmung der Kapitalmarktlinie erhoben werden. Daraus ergeben sich folgende weitere Hilfestellungen:

Hilfestellung 2: Vermögende private Investoren sollten komplexere Handlungsstrategien zur Portfoliobildung verwenden:

$$I_0^{\text{ges}} \uparrow \rightarrow \text{komplexe Handlungsstrategie}$$

Hilfestellung 3: Private Investoren mit hohem fachlichen Know-how, guter technischer Ausstattung und umfassender zur Verfügung stehender Zeit sollten ebenfalls komplexere Handlungsstrategien zur Portfoliobildung verwenden:

$$K_I^{\text{PFS}} \downarrow \rightarrow \text{komplexe Handlungsstrategie}$$

Bei einem kleinen Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag wird, wie der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt, i. d. R. die Portfolioselektion von der naiven Diversifikation oder dem Fondsinvestment dominiert. Daraus lässt sich die nächste Hilfestellung ableiten:

Hilfestellung 4: Die dominierende Alternative aus Fondsinvestment und naiver Diversifikation führt zu effizienten Portfolios, falls das Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag bei der Portfolioselektion fast Null beträgt:

$$\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \approx 0$$

↔

$$I_0^{\text{ges}} - K_I \approx 0 \rightarrow \text{naive Handlungsstrategie oder Fondsinvestment}$$

Dies führt zu den Hilfestellungen 5 und 6:

Hilfestellung 5: Private Investoren mit geringen Investitionsbeträgen sollten naive Handlungsstrategien oder Fondsinvestments zur Portfoliobildung verwenden:

$$I_0^{\text{ges}} \downarrow \rightarrow \text{naive Handlungsstrategie oder Fondsinvestment}$$

Hilfestellung 6: Private Investoren mit geringem fachlichen Know-how, wenig technischer Ausstattung und wenig zur Verfügung stehender Zeit sollten naive Handlungsstrategien oder Fondsinvestments zur Portfoliobildung verwenden:

$$K_I^{\text{PFS}} \uparrow \rightarrow \text{naive Handlungsstrategie oder Fondsinvestment}$$

Weist das naiv diversifizierte Portfolio oder das Fondsportfolio eine höhere erwartete Rendite als das Marktportfolio auf, werden, wie der Vergleich unter vollständigen Informationen zeigt, bei hohen Standardabweichungen der Rendite nach Informationskosten durch die entsprechende Handlungsstrategie weitere effiziente Portfolios hervorgebracht:

Hilfestellung 7: Private Investoren mit einer hohen Risikoneigung sollten ein Fondsinvestment oder eine naive Diversifikation wählen, falls durch eine dieser Handlungsstrategien eine sehr hohe erwartete Rendite erzielt werden kann:

Auf Basis der bekannten Informationen und der abgeleiteten Hilfestellungen kann für einen privaten Investor eine Entscheidung bzgl. einer Handlungsstrategie möglich sein. Ein entsprechend möglicher Entscheidungsprozess ist in der Abbildung anhand eines Flussdiagramms dargestellt (Abbildung 26).

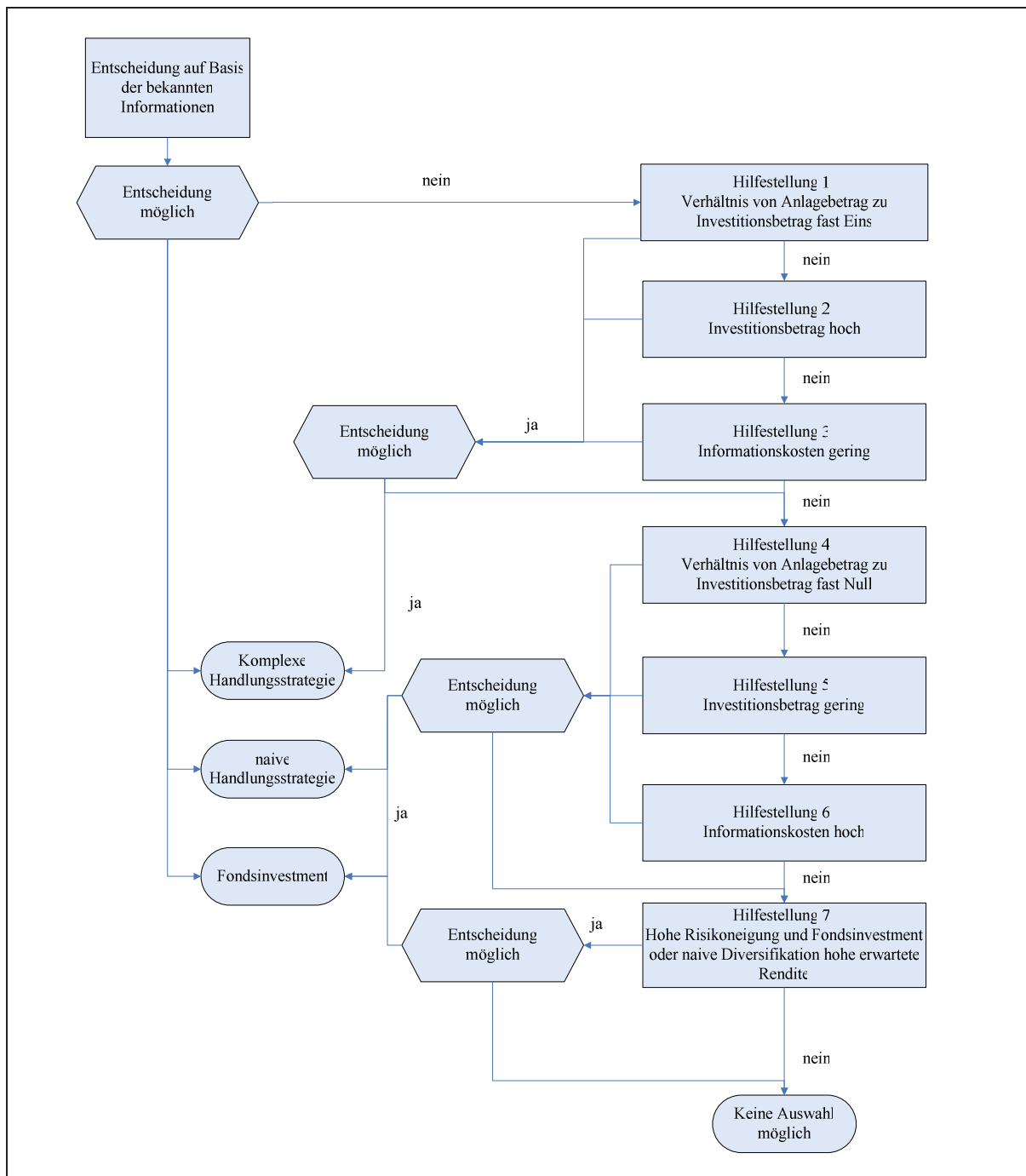


Abbildung 26: Entscheidung bzgl. einer Handlungsstrategie unter unvollständigen Informationen

4 Kritische Würdigung des Vergleichs der Handlungsstrategien

Mit dem Vergleich der drei Handlungsstrategien Portfolioselektion, naive Diversifikation und Fondsinvestment unter vollständigen Informationen kann im gewählten Modellkontext die Anwendung naiver Handlungsstrategien und Fondsinvestment zur Portfoliobildung sowie der damit verbundene Erwerb von ursprünglich vor Informationskosten nicht effizienten Portfolios bei vollkommen rationalem Handeln der privaten Investoren unter Berücksichtigung von Informationskosten erklärt werden. Darüber hinaus können normativ, mathematisch begründbare Hilfestellungen abgeleitet werden, die private Investoren neben der ihnen bekannten In-

formationen bei der Wahl einer Handlungsstrategie zur Portfoliobildung unter unvollständigen Informationen unterstützen können.

Kritisch zu betrachten ist, dass beim Vergleich unter vollständigen Informationen im Gegensatz zum Modell von Markowitz und Tobin keine Portfolios abgeleitet werden, die effizient für alle privaten Investoren unabhängig vom Investitionsbetrag, den Informationskosten sowie der Risikoaversion sind.

Beim Vergleich unter unvollständigen Informationen wird vernachlässigt, dass der private Investor über Erfahrungswerte oder Schätzungen bzgl. des Marktportfolios verfügen und auf deren Basis eine Entscheidung treffen könnte.

Beim Vergleich unter unvollständigen Informationen wird durch Annahme (35) unterstellt, dass dem privaten Investor alle Informationskosten bekannt sind. Diese Annahme kann in der Realität verletzt sein, so könnte bspw. der private Investor erst bei Durchführung der Portfolioselektion die Höhe der Informationskosten einschätzen. Des Weiteren wird durch Annahme (36) von bekannten erwarteten Renditen nach Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen nach Informationskosten bei der naiven Diversifikation und beim Fondsinvestment ausgegangen. In der Realität kann diese Annahme bei der naiven Diversifikation und beim Fondsinvestment verletzt sein. Fondsgesellschaften veröffentlichen oftmals zwar Schätzungen für die erwarteten Renditen und Standardabweichungen der Renditen des Fonds, die jedoch häufig auf historischen Entwicklungen des Fonds basieren und damit sehr ungenau sind.

Ein wesentlicher Kritikpunkt am Vergleich unter unvollständigen Informationen ist, dass auf Basis der bekannten Informationen und den abgeleiteten Hilfestellungen nicht immer eine eindeutige Entscheidung gefällt werden kann oder sogar in manchen Fällen keine Entscheidung möglich ist. Dem entgegen zu halten ist, dass der entsprechende Abschnitt weniger als Herleitung wissenschaftlich, verallgemeinerbarer Erkenntnisse sondern als Beitrag für die Praxis gedacht ist und eine nicht immer eindeutige Lösung zu diesem Zweck letztlich besser ist, als die Entscheidungssituation unter unvollständige Informationen gänzlich auszuklammern; zumal die normativ, mathematisch abgeleiteten Hilfestellungen als Anhaltspunkte für private Investoren unter unvollständigen Informationen dienen können und in manchen Entscheidungssituationen zu einer Entscheidung führen.

In Bezug auf Annahme (18) ist für den Vergleich unter vollständigen und unvollständigen Informationen kritisch zu sehen, dass in der Praxis einem privaten Investor mehrere Handlungsstrategien zur Portfoliobildung zur Verfügung stehen können. Neben der Portfolioselektion existieren einerseits zahlreiche weitere Modelle der normativen Modernen Portfoliotheorie und andererseits stehen verschiedene Strategien zur naiven Diversifikation zur Verfügung.

Ähnliches gilt für das Fondsinvestment. So werden bspw. an der Deutschen Börse ca. 6.200 verschiedene Publikumsfonds gehandelt.¹¹⁴ Die Fondsselektion, die beim Vergleich unter vollständigen und unvollständigen Informationen gemäß Annahme (31) als gelöst modelliert wird, kann in der Realität durchaus Informationskosten verursachen.

Beim Vergleich unter vollständigen und unvollständigen Informationen wird durch Annahme (30) davon ausgegangen, dass bei der naiven Diversifikation keine Informationskosten anfallen. In der Realität kann aufgrund des nicht vorliegenden vollkommenen Kapitalmarkts die Durchführung einer naiven Diversifikation Informationskosten induzieren. Dies könnte bspw. der Fall sein, wenn der private Investor aufgrund von Transaktionskosten oder nicht beliebiger Teilbarkeit von Wertpapieren nicht in alle zur Verfügung stehenden Wertpapiere den gleichen Betrag investiert.

Die exogene Modellierung der Informationskosten bei der Portfolioselektion durch Annahme (27) bringt v. a. folgende Probleme mit sich:

- Der Einfluss der kognitiven Fähigkeiten des privaten Investors wird nicht in einem funktionalen Zusammenhang erfasst.
- Der Einfluss der Ausbildung und der technischen Ausstattung des privaten Investors wird ebenfalls nicht in einem funktionalen Zusammenhang betrachtet.
- Die Informationskosten können in der Realität bei der Anwendung der Portfolioselektion von der Anzahl der verfügbaren risikobehafteten Wertpapiere abhängen.¹¹⁵

Beim Vergleich unter vollständigen und unvollständigen Informationen wird gemäß den Annahmen (19) und (20) nicht berücksichtigt, dass private Investoren über unterschiedliche Erwartungen bzgl. der Renditen und Kovarianzen der risikobehafteten Wertpapiere verfügen können.

Die Vernachlässigung der Informationskosten bei der Finanzanalyse mittels Annahme (19) ist aus folgenden Gründen kritisch zu betrachten, da die Finanzanalyse in der Realität, insbesondere die Beschaffung und Verarbeitung von Informationen, durchaus Informationskosten induzieren kann.¹¹⁶ Der wirtschaftliche Aspekt der Informationsbeschaffung wird damit vernachlässigt und die interdependente Informations- und Portfolioentscheidung nicht analysiert.

Aufgrund der dargestellten Kritikpunkte werden im folgenden Kapitel Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung simultan betrachtet, um unterschiedliche Finanzinformationen, Zeitrestriktionen und begrenzte kognitive Fähigkeiten ab zu bilden.

¹¹⁴ Vgl. Bock, F. et al. (2009), S. 4.

¹¹⁵ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15.

¹¹⁶ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 15.

D PORTFOLIOOPTIMIERUNG UNTER BERÜCK-SICHTIGUNG VON INFORMATIONSKOSTEN BEI DER FINANZANALYSE UND PORTFOLIOBILDUNG

Im Gegensatz zum vorangegangenen Kapitel C, indem die Schätzungen bzgl. erwarteter Renditen, Kovarianzen und Standardabweichungen der risikobehafteten Wertpapiere als gegeben modelliert und Informationskosten bei der Finanzanalyse vernachlässigt werden, findet in diesem Kapitel eine Betrachtung von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung statt. Während im Kapitel C eine praktische Sichtweise in einem portfoliotheoretischen Rahmen im Vordergrund steht, wird in diesem Kapitel eine rein portfoliotheoretische Sichtweise gewählt, um Ziel (3) der Arbeit zu erreichen.

Unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Finanzanalyse steht der private Investor neben der Portfolioentscheidung simultan vor dem Problem einer Informationsentscheidung.¹¹⁷ Die Informationsentscheidung ist dabei interdependent mit der anschließenden Portfolioentscheidung, da die Informationsbeschaffung und -verarbeitung von den benötigten Informationen zur Portfolioentscheidung abhängt. Nicht außer Acht zu lassen ist in diesem Zusammenhang insbesondere der wirtschaftliche Aspekt der Informationsentscheidung, wobei im Rahmen der Arbeit zu überprüfen ist, bis zu welchem Grad zusätzliche Informationsbeschaffung und -verarbeitung den Nutzen des privaten Investors erhöht.

Die Modellierung der Informations- und Portfolioentscheidungen baut auf den Arbeiten von Ahn, Kim und Yoon, Dolzer und Nietert, Peng sowie Van Nieuwerburgh und Veldkamp auf.¹¹⁸ Im Unterschied zu den genannten Modellen werden neben begrenzten kognitiven Fähigkeiten und Zeitrestriktionen zusätzlich pagatorische Informationskosten zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung berücksichtigt, da in dieser Arbeit die Portfoliooptimierung eines privaten Investors im Vordergrund steht und gerade für diese Anlegergruppe pagatorische Informationskosten bei der Informationsbeschaffung und -verarbeitung aufgrund geringer Investitionsbeträge ebenfalls eine wichtige Rolle spielen.

1 Optimierungsproblem des privaten Investors

Durch eine fundamentale Wertpapieranalyse bilden sich private Investoren in der Realität häufig Wahrscheinlichkeitsurteile über künftige Ölpreise, Dollarkurse, wirtschaftspolitische Entscheidungen etc. sowie deren Einfluss auf die Preisentwicklungen und damit erwarteten

¹¹⁷ Vgl. hierzu und im folgenden Satz in Anlehnung an Mag, W. (1977), S. VI.

¹¹⁸ Vgl. Ahn, D./Kim, J./Yoon, S. (2006); Dolzer, A./Nietert, B. (2006); Peng, L. (2006); Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008).

Renditen und Risiken der risikobehafteten Wertpapiere.¹¹⁹ Mittels zusätzlicher Informationsverarbeitung versuchen private Investoren die Genauigkeit ihrer Schätzungen bzgl. der Preisentwicklungen der risikobehafteten Wertpapiere und der damit verbundenen erwarteten Renditen und Standardabweichungen der Renditen zu verbessern.

Annahme (37): Das Optimierungsproblem des privaten Investors wird bei vorliegenden Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung in dieser Arbeit unter Berücksichtigung von Annahme (5) durch folgende interdependente Informations- und Portfolioentscheidungen modelliert (Abbildung 27):¹²⁰

- Im Zeitpunkt $t = 0$ entscheidet sich der private Investor, ob er kostenpflichtige Informationen erwirbt, mit deren Hilfe er den Vektor der erwarteten Renditen der risikobehafteten Wertpapiere vor Informationskosten und die Kovarianzmatrix der Renditen der risikobehafteten Wertpapiere vor Informationskosten schätzen kann.
- Falls sich der private Investor im Zeitpunkt $t = 0$ Informationen beschafft, beschließt er daraufhin im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$, ob er eine weitere, kosteninduzierende Finanzanalyse durchführt, um die den Grad der Präzision seiner Schätzung bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere und der Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere zu verbessern.
- Im Zeitpunkt $t = 1$ stellt der private Investor anschließend auf Basis der ihm vorliegenden Informationen ein Portfolio zusammen.

¹¹⁹ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 228-272.

¹²⁰ Vgl. zu einer ähnlichen Modellierung Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 9; Mag, W. (1977), S. VI; Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008), S. 3 f. und 8.

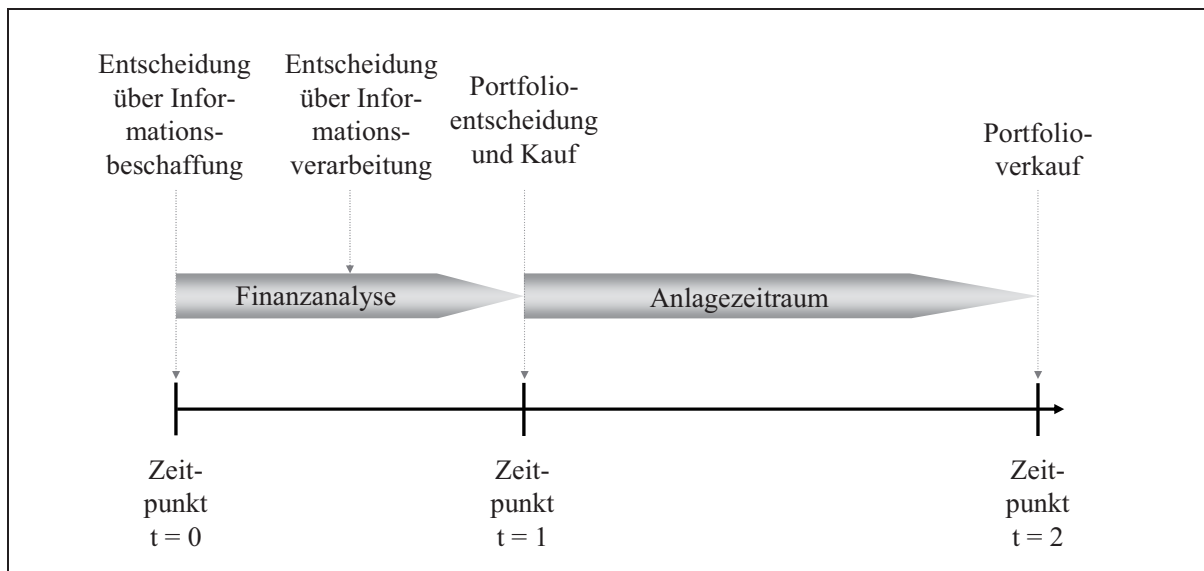


Abbildung 27: Zeitlicher Ablauf der Informations- und Portfolioentscheidung¹²¹

Der private Investor möchte durch die Informations- und Portfolioentscheidung in $t = 0$, $[t = 0; t = 1]$ und $t = 1$ seinen erwarteten Nutzen gemäß Formel 17 in Verbindung mit Annahme (4) maximieren:

$$\text{Max} \left\{ \mu' - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma'^2 \right\} \quad \text{Formel 17}$$

Alle Entscheidungen in Bezug auf die Informationsbeschaffung und -verarbeitung sowie hinsichtlich der Portfoliozusammensetzung des privaten Investors werden in dieser Arbeit daher im Interesse der Erhöhung des erwarteten Nutzens gemäß Formel 17 getroffen.

1.1 Annahmen zu den am Markt verfügbaren Informationen und zur Entwicklung des Informationsstands des privaten Investors

Ergänzend gelten zur Analyse des Optimierungsproblems in Bezug auf die Informations- und Portfolioentscheidung folgende Annahmen zu den Informationen am Markt und zur Entwicklung des Informationsstands des privaten Investors.

Annahme (38): Die Zielanalyse wird als abgeschlossen modelliert.

Annahme (39): Die Renditen der M risikobehafteten Wertpapiere hängen von M normalverteilten, unkorrelierten, fundamentalen Faktoren ab, die durch Hauptkomponenten abgebildet werden. Die Ausprägungen der Faktoren im Zeitpunkt $t = 2$ werden im Vektor $\underline{F}^{t=2}$ zusammengefasst:

¹²¹ Vgl. Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008), S. 4.

$$\underline{F}^{t=2} = \begin{pmatrix} F_1^{t=2} \\ F_2^{t=2} \\ \vdots \\ F_i^{t=2} \\ \vdots \\ F_M^{t=2} \end{pmatrix}$$

mit

$F_i^{t=2}$... Ausprägung von Faktor i im Zeitpunkt $t = 2$

$\underline{F}^{t=2}$... Vektor der Faktorausprägungen im Zeitpunkt $t = 2$

Diese Annahme lässt sich dadurch rechtfertigen, dass in der Realität korrelierte, fundamentale Faktoren die Unternehmenspreise und damit die Renditen der risikobehafteten Wertpapiere beeinflussen, wie bspw. Ölpreise, Dollarkurse, wirtschaftspolitische Entscheidungen etc.¹²² Mit Hilfe statistischer Verfahren der Faktorenanalyse lassen sich korrelierte Faktoren durch Verdichtung und Reduktion von Redundanzen in der Korrelationsstruktur der risikobehafteten Wertpapiere in normalverteilte, unkorrelierte Faktoren transformieren.¹²³

Annahme (40): Die Renditen der risikobehafteten Wertpapiere reagieren in verschiedenem Ausmaß auf die Ausprägungen der M Faktoren. Dies wird durch entsprechende wertpapierrenditenspezifische Faktorladungen modelliert und zwar indem die Renditen der risikobehafteten Wertpapiere als Produkt der Ladungsmatrix, in der die wertpapierrenditenspezifischen Faktorladungen zusammengefasst werden, und dem Vektor der Faktorausprägungen im Zeitpunkt $t = 2$ angenommen werden:¹²⁴

$$\underline{r}^* = \underline{\Phi}^{t=2} \cdot \underline{F}^{t=2} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=2} \cdot F_i^{t=2} \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=2} \cdot F_i^{t=2} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=2} \cdot F_i^{t=2} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=2} \cdot F_i^{t=2} \end{pmatrix}$$

Formel 70

¹²² Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 228-272.

¹²³ Vgl. zum Verfahren der Faktorenanalyse bspw. Backhaus, K. et al. (2008), S. 323-387.

¹²⁴ Eine ähnliche Annahme wird bei Peng, L. (2005), S. 310 getroffen.

mit

$\underline{\Phi}^{t=2}$... geschätzte Ladungsmatrix der M risikobehafteten Wertpapiere bzgl. der M Faktoren im Zeitpunkt $t = 2$:

$$\underline{\Phi}^{t=2} = \begin{pmatrix} \varphi_{11}^{t=2} & \varphi_{12}^{t=2} & \dots & \varphi_{1i}^{t=2} & \dots & \varphi_{1M}^{t=2} \\ \varphi_{21}^{t=2} & \varphi_{22}^{t=2} & \dots & \varphi_{2i}^{t=2} & \dots & \varphi_{2M}^{t=2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{j1}^{t=2} & \varphi_{j2}^{t=2} & \dots & \varphi_{ji}^{t=2} & \dots & \varphi_{jM}^{t=2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{M1}^{t=2} & \varphi_{M2}^{t=2} & \dots & \varphi_{Mi}^{t=2} & \dots & \varphi_{MM}^{t=2} \end{pmatrix}$$

mit

$\varphi_{ji}^{t=2}$... geschätzte Ladung von risikobehaftetem Wertpapier j bzgl. Faktor i im Zeitpunkt $t = 2$

\underline{r}^* ... Renditevektor der risikobehafteten Wertpapiere

1.1.1 Informationsbeschaffung im Zeitpunkt $t = 0$

Am Markt sind Informationen über fundamentale Faktoren verfügbar, die es dem privaten Investor ermöglichen den Vektor der erwarteten Renditen vor Informationskosten und die Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere zu schätzen. Diese Informationen werden wie folgt modelliert:

Annahme (41): Der private Investor kann im Zeitpunkt $t = 0$ einen Signalvektor $\underline{S}^{t=0}$ und eine Ladungsmatrix $\underline{\Phi}^{t=0}$ von einem Informationsanbieter erwerben. Diese stellen Schätzungen bzgl. der Ausprägungen der Faktoren und der Ladungsmatrix dar. Die Schätzungen bzgl. der Erwartungswerte der Faktoren sind allerdings unpräzise und werden durch Störterme beeinflusst.¹²⁵

¹²⁵ Vgl. zu einem Faktorenmodell für die erwarteten Renditen und die Kovarianzmatrix bspw. auch Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), S. 405.

Beim Signalvektor handelt es sich um folgende Schätzung:

$$\underline{S}^{t=0} \xrightarrow{\text{Schätzung}} \underline{F}^{t=2} + \underline{\varepsilon} \quad \text{Formel 71}$$

wobei

$$\underline{E}(\underline{\varepsilon}) = \begin{pmatrix} E(\varepsilon_1) \\ E(\varepsilon_2) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_i) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_M) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{\text{var}}(\underline{\varepsilon}) = \begin{pmatrix} \text{var}(\varepsilon_1) \\ \text{var}(\varepsilon_2) \\ \vdots \\ \text{var}(\varepsilon_i) \\ \vdots \\ \text{var}(\varepsilon_M) \end{pmatrix}$$

mit

$\underline{\varepsilon}$... Vektor der Störterme

$E(\varepsilon_i)$... erwartete Ausprägung des Störterms i

$\underline{E}(\underline{\varepsilon})$... Vektor der erwarteten Ausprägungen der Störterme

$\underline{S}^{t=0}$... Signalvektor im Zeitpunkt $t = 0$:

$$\underline{S}^{t=0} = \begin{pmatrix} S_1^{t=0} \\ S_2^{t=0} \\ \vdots \\ S_i^{t=0} \\ \vdots \\ S_M^{t=0} \end{pmatrix}$$

mit

$S_i^{t=0}$... Signal i im Zeitpunkt $t = 0$

$\text{var}(\varepsilon_i)$... Varianz des Störterms i

$\underline{\text{var}}(\underline{\varepsilon})$... Vektor der Varianzen der Störterme

Die geschätzte Ladungsmatrix wird abgebildet durch:

$$\underline{\Phi}^{t=0} \xrightarrow{\text{Schätzung}} \underline{\Phi}^{t=2} \quad \text{Formel 72}$$

mit

$\underline{\Phi}^{t=0}$... geschätzte Ladungsmatrix der M risikobehafteten Wertpapiere bzgl. der M Faktoren im Zeitpunkt $t = 0$:

$$\underline{\Phi}^{t=0} = \begin{pmatrix} \varphi_{11}^{t=0} & \varphi_{12}^{t=0} & \cdots & \varphi_{1i}^{t=0} & \cdots & \varphi_{1M}^{t=0} \\ \varphi_{21}^{t=0} & \varphi_{22}^{t=0} & \cdots & \varphi_{2i}^{t=0} & \cdots & \varphi_{2M}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{j1}^{t=0} & \varphi_{j2}^{t=0} & \cdots & \varphi_{ji}^{t=0} & \cdots & \varphi_{jM}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{M1}^{t=0} & \varphi_{M2}^{t=0} & \cdots & \varphi_{Mi}^{t=0} & \cdots & \varphi_{MM}^{t=0} \end{pmatrix}$$

mit

$\varphi_{ji}^{t=0}$... geschätzte Ladung von risikobehaftetem Wertpapier j bzgl. Faktor i im Zeitpunkt $t = 0$

Auf Basis der Signale und erwarteten Faktorladungen bildet sich der private Investor unter Berücksichtigung von Formel 70 folgende Renditeerwartungen vor Informationskosten bzgl. der risikobehafteten Wertpapiere:

$$E(r)^{*t=0} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{S}^{t=0} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot S_i^{t=0} \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot S_i^{t=0} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot S_i^{t=0} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot S_i^{t=0} \end{pmatrix} \quad \text{Formel 73}$$

Annahme (42): Die vom privaten Investor erworbenen Signale weisen im Zeitpunkt $t = 0$ Varianzen auf, die in der Diagonalmatrix $\underline{\Lambda}^{t=0}$ zusammengefasst werden und dem privaten Investor nach Erwerb der Signale bekannt sind:

$$\underline{\Lambda}^{t=0} = \begin{pmatrix} \lambda_1^{t=0} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2^{t=0} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i^{t=0} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \lambda_M^{t=0} \end{pmatrix}$$

wobei

$$\lambda_i^{t=0} \geq 0 \forall i$$

mit

$\underline{\Lambda}^{t=0}$... Diagonalmatrix der Varianzen der Signale im Zeitpunkt $t = 0$

$\lambda_i^{t=0}$... Varianz des Signals i im Zeitpunkt $t = 0$

Die Varianzen der Signale stellen Schätzungen für die Varianzen der Faktoren dar. Diese werden durch die Störterme verfälscht:

$$\lambda_i^{t=0} \xrightarrow{\text{Schätzung}} \text{var}(F_i^{t=2}) + a_i^2 \cdot \text{var}(\varepsilon_i) \quad \forall i=1, 2, \dots, M \quad \text{Formel 74}$$

wobei

$$\text{var}(\varepsilon_i) \geq 0 \quad \forall i=1, 2, \dots, M; \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \forall i \neq j \wedge i, j=1, 2, \dots, M \quad ;$$

$$\text{cov}(\varepsilon_i, F_j) = 0 \quad \forall i, j=1, 2, \dots, M$$

mit

a_i^2 ... Einflussfaktor des Störterms i auf die Schätzung der Varianz des Faktors i

$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$... Kovarianz der Störterme i und j

$\text{cov}(\varepsilon_i, F_j)$... Kovarianz des Störterms i und des Faktors j

$\text{var}(F_i^{t=2})$... Varianz des Faktors i im Zeitpunkt $t = 2$

Annahme (43): Gemäß dem Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse wird die Kovarianzmatrix der erwarteten Renditen der risikobehafteten Wertpapiere vor Informationskosten abgebildet durch:¹²⁶

$$\underline{C}^{t=0} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{\Lambda}^{t=0} \cdot \underline{\Phi}^{t=0T} + \underline{C}'$$

¹²⁶ Vgl. zum Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse bspw. Backhaus, K. et al. (2003), S. 279; Van Nieuwerburgh, S./Velkamp, L. (2005), S. 7.

↔

$$\underline{C}^{t=0} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \end{pmatrix} + \underline{C}'$$

Formel 75

mit

\underline{C}' ... Korrekturmatrix

Annahme (44): Werden keine Signale und erwartete Faktorladungen erworben, stehen dem privaten Investor keine Schätzungen bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten und der Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere zur Verfügung. Damit handelt es sich bei $\underline{E}(r)^{*t=0} = \underline{E}(r)^{*t=1}$ um Nullvektoren und bei $\underline{C}^{t=0} = \underline{C}^{t=1}$ um eine Nullmatrix:

$$\underline{E}(r)^{*t=0} = \underline{E}(r)^{*t=1} = \underline{0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \underline{C}^{t=0} = \underline{C}^{t=1} = \underline{0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

mit

$\underline{0}$... Nullvektor, Nullmatrix

1.1.2 Informationsverarbeitung im Zeitraum [t = 0; t = 1]

Erwirbt der private Investor im Zeitpunkt t = 0 Signale und erwartete Faktorladungen von einem Informationsanbieter, kann er im Zeitraum [t = 0; t = 1] seine Schätzung durch zusätzliche Informationsverarbeitung im Rahmen einer Finanzanalyse verbessern. Analog zum Modell Van Nieuwerburgh und Veldkamp wird hier folgende Annahme getroffen:¹²⁷

Annahme (45): Verwendet der private Investor Zeit zur Erhöhung des Grades der Präzision seiner Schätzung, kann er die Varianzen der Signale reduzieren. Ausgeschlossen wird, dass dem privaten Investor im Rahmen der Finanzanalyse Fehler in der Auswertung unterlaufen oder er falsche Signale auswertet. Damit gilt:

$$\lambda_i^{t=0} \geq \hat{\lambda}_i^{t=1} \quad \forall i = 1, 2, \dots, M \quad \wedge \quad \lambda_i^{t=0} > \hat{\lambda}_i^{t=1} \quad \text{für mindestens ein } i \in \{1, \dots, M\}, \text{ falls eine Finanzanalyse durchgeführt wird und damit } t_{\text{Inv}} > 0$$

mit

$\hat{\lambda}_i^{t=1}$... Varianz des Signals i nach durchgeführter Finanzanalyse im Zeitpunkt t = 1

t_{Inv} ... Zeiteinsatz bei der Finanzanalyse

Für die Differenz der Spuren der Matrizen $\underline{\Lambda}^{t=0}$ und $\underline{\Lambda}^{t=1}$ folgt im Falle der Durchführung einer Finanzanalyse:

$$\text{SP } \underline{\Lambda}^{t=0} - \text{SP } \underline{\Lambda}^{t=1} > 0 \quad \text{Formel 76}$$

⇔

$$\sum_{i=1}^M \lambda_i^{t=0} - \sum_{i=1}^M \hat{\lambda}_i^{t=1} > 0$$

mit

$\underline{\Lambda}^{t=1}$... Diagonalmatrix der Varianzen der Signale im Zeitpunkt t = 1

SP... Spur der Matrix

Annahme (46): Der Zeiteinsatz des privaten Investors hat keinen Einfluss auf die erworbene Schätzung bzgl. der Faktorladungen und Signale. Auch exogene Einflüsse, die eine Veränderung der Faktorladungen und Signalausprägungen im Zeitraum [t = 0; t = 1] induzieren könnten, werden vernachlässigt:

¹²⁷ Vgl. Van Nieuwerburgh S./Veldkamp, L. (2008), S. 6-20.

$$\underline{\Phi} = \underline{\Phi}^{t=0} = \underline{\Phi}^{t=1} = \underline{\Phi}^{t=2}; \underline{S} = \underline{S}^{t=0} = \underline{S}^{t=1} \quad \text{Formel 77}$$

mit

$\underline{\Phi}$, $\underline{\Phi}^{t=1}$, $\underline{\Phi}^{t=2}$... geschätzte Ladungsmatrix der M risikobehafteten Wertpapiere bzgl. der M Faktoren im Zeitpunkt $t = 1$, $t = 2$

\underline{S} , $\underline{S}^{t=1}$... Signalvektor im Zeitpunkt $t = 1$

1.2 Annahmen zu den Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung

Im Unterschied zu den Modellen von Ahn, Kim und Yoon, Dolzer und Nietert, Peng sowie Van Nieuwerburgh und Veldkamp werden in dieser Arbeit Informationskosten zur Informationsbeschaffung berücksichtigt, da diese gerade für private Investoren mit geringen Investitionsbeträgen eine Rolle bei der Portfoliooptimierung spielen. Begrenzte kognitive Fähigkeiten und Zeitrestriktionen werden durch Vermögensbeschränkungen approximiert, um diese neben pagatorischen Informationskosten simultan bei der Portfoliooptimierung zu berücksichtigen. Dazu werden bei der Informationsbeschaffung und -verarbeitung folgende Informationskosten angenommen:

Annahme (47): Entscheidet sich der private Investor Signale zu erwerben, fallen Kosten für die Inputbeschaffung zur Finanzanalyse in Höhe von K_{IB} an. Diese Kosten werden exogen modelliert, d. h. der private Investor kann sich, wie zuvor angenommen, Signale und erwartete Faktorladungen von einem Informationsdienst gegen ein festgelegtes Entgelt beschaffen.

In der Praxis bieten bspw. Bloomberg, Reuters und verschiedene Banken derartige Finanzinformationen gegen Entgelt an.

Annahme (48): Erwirbt der private Investor Signale und erwartete Faktorladungen, benötigt er für die Verwendung der Informationen und die Zusammenstellung eines Portfolios im Rahmen der Portfoliobildung eine entsprechende technische Ausstattung, bspw. in Form von Hard- und Software. Dies induziert Kosten in Höhe von K_{HS} , die von der bereits vor der Investition vorhandenen technischen Ausstattung des privaten Investors abhängen. In diesen Kosten sind auch alle weiteren Kosten für die Portfoliobildung enthalten.

Annahme (49): Möchte der private Investor den Grad der Präzision seiner Schätzung im Rahmen der Finanzanalyse erhöhen, benötigt er ein entsprechendes Fachwissen, das er sich ggf. erst aneignen muss, bspw. durch den Erwerb von Fachliteratur oder den Besuch von Investmentseminaren. Die Kosten für die Beschaffung des entsprechenden Fachwissens K_{WB} zur Finanzanalyse werden dabei von den Vorkenntnissen des privaten Investors beeinflusst. In diesen Kosten sind auch alle weiteren Kosten für die Finanzanalyse enthalten. Darüber hinaus wird unterstellt, dass die Kosten für die technische Ausstattung zur Informationsverarbeitung

im Rahmen der Finanzanalyse bereits über die Kosten K_{HS} abgedeckt sind, d. h. der private Investor verwendet die Hard- und Software zur Portfoliobildung auch zur Finanzanalyse.

Annahme (50): Erhöht der private Investor den Grad der Präzision der Schätzung im Rahmen einer Finanzanalyse, benötigt er Zeit. Dies induziert Zeitkosten in Höhe von:

$$t_{Inv} \cdot k_z \quad \text{Formel 78}$$

mit

k_z ... Zeitkostensatz

Der Zeiteinsatz hängt, wie im Kapitel B dargestellt, u. a. von den individuellen kognitiven Fähigkeiten des privaten Investors ab. Tendenziell lassen höhere kognitive Fähigkeiten einen geringeren Zeiteinsatz vermuten. Aus diesem Grund wird angenommen, dass höhere kognitive Fähigkeiten durch einen geringeren Zeiteinsatz abgebildet werden et vice versa.¹²⁸ Der Zeitkostensatz k_z wird als konstant angenommen und die Zeit zur Beschaffung der Signale vernachlässigt.

Zusammenfassend ergeben sich aus den Annahmen (47), (48), (49) und (50) folgende Informationskosten für die Informationsbeschaffung und -verarbeitung:

$$K_I = e_a \cdot (K_{HS} + K_{IB}) + e_b \cdot K_{WB} + t_{Inv} \cdot k_z \quad \text{Formel 79}$$

mit

$$e_a = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Signale erworben werden} \\ 1, & \text{wenn Signale erworben werden} \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \\ 1, & \text{wenn eine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \end{cases}$$

$t_{Inv} = 0$, falls keine Finanzanalyse zur Verbesserung der Präzision der Schätzung durchgeführt wird

K_{HS} ... Hard- und Softwarekosten

¹²⁸ Um das Modell möglichst allgemein gültig zu halten, wird hier auf die Annahme eines funktionalen Zusammenhangs verzichtet.

K_{IB} ... Kosten für die Inputbeschaffung

K_{WB} ... Kosten für die Beschaffung von Fachwissen

Für den privaten Investor macht es unter den getroffenen Annahmen nur Sinn Finanzinfor-
mationen gegen ein Entgelt in Höhe von K_{IB} zu beschaffen, falls er diese auch zur Zusammen-
stellung eines Portfolios aus risikobehafteten Wertpapieren verwendet. Deswegen fallen bei
Beschaffung von Finanzinformation gleichzeitig Informationskosten in Höhe von K_{HS} an.

Da der private Investor im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ nur eine Finanzanalyse zur Erhöhung des
Grades der Präzision seiner Schätzung durchführen kann, wenn er im Zeitpunkt $t = 0$ Signale
erworben hat, muss gelten:

$$e_a = 1, \text{ falls } e_b = 1 \wedge t_{Inv} > 0$$

Möchte der private Investor eine Finanzanalyse durchführen, muss er sich das entsprechende
Wissen angeeignet haben. Daraus folgt:

$$e_b = 1, \text{ falls } t_{Inv} > 0$$

Für den privaten Investor lohnt es sich unter den getroffenen Annahmen nur Fachwissen zur
Finanzanalyse zu beschaffen, wenn er anschließend eine solche durchführt. Deswegen gilt
auch:

$$t_{Inv} > 0, \text{ falls } e_b = 1$$

1.3 Zusammenfassung zum Optimierungsproblem des privaten Investors

Formal lässt sich das Optimierungsproblem des privaten Investors gemäß den Annahmen (13)
und (37) unter Zusammenfassung der Formeln 7, 11, 17 und 79 wie folgt darstellen:¹²⁹

$$\text{Max} \left\{ \mu' - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \sigma^2 \right\} \quad \text{Formel 17}$$

¹²⁹ Ein ähnliches Optimierungsproblem ist bei Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 10 anzutreffen.

↔

$$\begin{array}{l}
 \text{Max}_{\substack{K_1 \\ e_a, e_b, t_{\text{Inv}}}} \left\{ \text{Max}_{\underline{x}} \left\{ \begin{array}{l}
 \overbrace{\left(\frac{I_0^{\text{ges}} - e_a \cdot (K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}) - e_b \cdot K_{\text{WB}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z}{I_0^{\text{ges}}} \right)}^{\mu'} \cdot \left[1 + \left(\underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(r)^{*t=1} + x_s \cdot r_s \right) \right] - 1 - \\
 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \overbrace{\left(\frac{I_0^{\text{ges}} - e_a \cdot (K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}) - e_b \cdot K_{\text{WB}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2}^{\sigma^2} \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^*
 \end{array} \right\} \right\} \\
 \text{Optimierungsproblem im Zeitpunkt } t=0 \text{ und im Zeitraum } [t=0; t=1]
 \end{array}$$

Formel 80

unter den Nebenbedingungen:

$$\underline{x}^T \cdot \underline{1} = 1 \quad (\text{Budgetbedingung in } t = 1);$$

Formel 1

$$I_0^{\text{ges}} \geq K_1 \quad (\text{Budgetbedingung in } t = 0 \text{ und } [t = 0; t = 1])^{130}$$

Formel 81

mit

$$e_a = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Signale erworben werden} \\ 1, & \text{wenn Signale erworben werden} \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \\ 1, & \text{wenn eine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \end{cases}$$

$t_{\text{Inv}} = 0$, falls keine Finanzanalyse zur Verbesserung der Präzision der Schätzung durchgeführt wird

$$e_a = 1, \text{ falls } e_b = 1 \wedge t_{\text{Inv}} > 0$$

$$e_b = 1, \text{ falls } t_{\text{Inv}} > 0$$

$$t_{\text{Inv}} > 0, \text{ falls } e_b = 1$$

¹³⁰ Budgetbedingung in $t = 0$ und $[t = 0; t = 1]$ resultiert aus der Annahme (13).

Das Optimierungsproblem des privaten Investors wird im Folgenden durch eine Rückwärtsinduktion gelöst:¹³¹ Zunächst werden für den Zeitpunkt $t = 1$ optimale Portfolios für beliebige erwartete Renditen nach Informationskosten und Varianzen der Renditen nach Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere gebildet. Anschließend werden die Informationsentscheidungen im Zeitpunkt $t = 0$ und im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ für die optimalen Portfolios gelöst (Abbildung 28). Dabei wird ermittelt, ob und inwieweit bei Erwerb von Signalen und erwarteten Faktorladungen durch eine Finanzanalyse den Grad der Präzision der Schätzung in Abhängigkeit vom optimalen Portfolios verbessert werden sollte. Anschließend wird überprüft, ob der Erwerb von Signalen und Faktorladungen den Nutzen gemäß Formel 17 erhöht. Aus der optimalen Portfolioentscheidung wird somit eine optimale Informationsentscheidung abgeleitet, indem der Nutzen des privaten Investors bei den verschiedenen Entscheidungsmöglichkeiten verglichen wird.

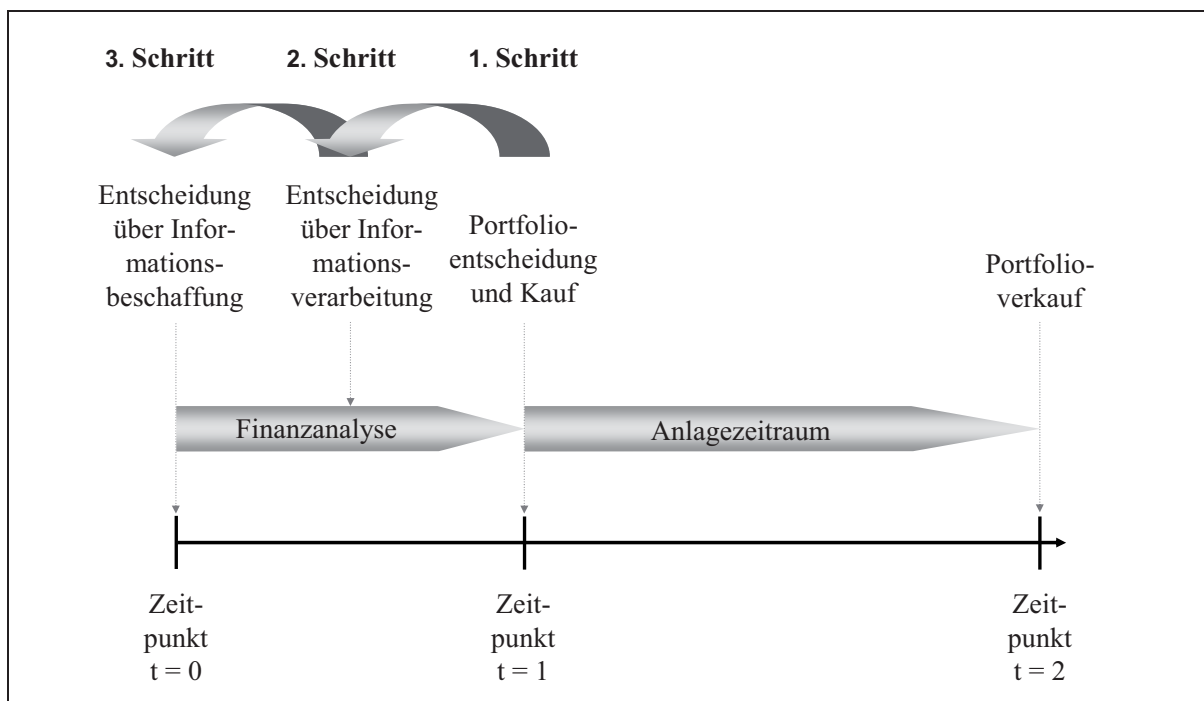


Abbildung 28: Rückwärtsinduktion zur Lösung des Optimierungsproblems im Falle von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung

2 Portfoliobildung für beliebige Informationsentscheidungen

Zunächst wird der Fall betrachtet, dass die Informationskosten für die Beschaffung der Signale, Faktorladungen und erforderlicher technischer Ausstattung im Zeitpunkt $t = 0$ den Investitionsbetrag übersteigen oder diesem entsprechen:

¹³¹ Eine ähnliche Vorgehensweise ist bspw. bei Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 9 und Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008), S. 10 anzutreffen.

$$I_0^{\text{ges}} \leq K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}$$

Übersteigen die Informationskosten den Investitionsbetrag ist für den privaten Investor die Beschaffung von Informationen nicht möglich. Entsprechen die Informationskosten dem Investitionsbetrag ist die Informationsbeschaffung für den privaten Investor unter getroffenen Annahmen zwar möglich aber nicht sinnvoll, da kein Anlagebetrag mehr zur Verfügung steht. Gemäß Annahme (44) gilt bei keiner Informationsbeschaffung:

$$\underline{E}(\underline{r})^{*t=1} = \underline{0}; \underline{C}^{t=1} = \underline{0}; e_a = 0; e_b = 0; t_{\text{Inv}} = 0 \text{ wodurch } K_I = 0$$

mit

$$e_a = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Signale erworben werden} \\ 1, & \text{wenn Signale erworben werden} \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \\ 1, & \text{wenn eine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \end{cases}$$

Für das Maximierungsproblem im Zeitpunkt $t = 1$ folgt gemäß Annahme (44) und Formel 80:

$$\text{Max}_{\underline{x}} \left\{ \frac{I_0^{\text{ges}} - 0}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \left[1 + \left(\underline{x}^{*T} \cdot \underline{0} + x_s \cdot r_s \right) \right] - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - 0}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^* \cdot \underline{0} \cdot \underline{x}^{*T} \right\}$$

⇔

$$\text{Max}_{\underline{x}} (x_s \cdot r_s)$$

Formel 82

unter den Nebenbedingungen:

$$\underline{x}^T \cdot \underline{1} = 1 \text{ (Budgetbedingung);}$$

Formel 1

Für den privaten Investor kommt daher nur die vollständige Investition des Anlagebetrags, der in diesem Fall dem Investitionsbetrag entspricht, in das risikofreie Wertpapier in Betracht:

$$x_s = 1$$

Für den privaten Investor besteht grundsätzlich die Möglichkeit in risikobehaftete Wertpapiere zu investieren, falls die Informationskosten für die Beschaffung der Signale, der Faktorladungen und der erforderlichen technischen Ausstattung den Investitionsbetrag nicht übersteigen:

$$I_0^{\text{ges}} > K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}$$

Optimale Portfolios für beliebige erwartete Renditen vor Informationskosten und Varianzen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere ergeben sich dann durch Lösung des Optimierungsproblems im Zeitpunkt $t = 1$ gemäß Formel 80:

$$\text{Max}_{\underline{x}} \left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - K_I \right) \cdot \left[1 + \left(\underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(r)^{*t=1} + x_s \cdot r_s \right) \right]}{I_0^{\text{ges}}} - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^* \right\}$$

Formel 83

unter der Nebenbedingung:

$$\underline{x}^T \cdot \underline{1} = 1 \quad (\text{Budgetbedingung})$$

Formel 1

Aus Vereinfachungsgründen wird an dieser Stelle eine Variablensubstitution vorgenommen:

$$A = \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I}{I_0^{\text{ges}}}$$

Formel 84

mit

A ... Substitutionsvariable

Damit folgt für das Maximierungsproblem der Formel 83:

$$\text{Max}_{\underline{x}} \left\{ A \cdot \left[1 + \underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(r)^{*t=1} + x_s \cdot r_s \right] - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \underline{x}^* \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^{*T} \right\}$$

⇔

$$\text{Max}_{\underline{x}} \left\{ A \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^M x_i \cdot E(r_i)^{t=1} + x_s \cdot r_s \right] - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M x_i \cdot x_j \cdot \text{cov}(r_i, r_j)^{t=1} \right\}$$

Formel 85'

unter den Nebenbedingungen:

$$\underline{x}^T \cdot \underline{1} = 1 \quad (\text{Budgetbedingung});$$

Formel 1

Die Lösung dieses Optimierungsproblems lässt sich durch einen Lagrangeansatz ermitteln:¹³²

$$L = A \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^M x_i \cdot E(r_i)^{t-1} + x_s \cdot r_s \right] - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M x_i \cdot x_j \cdot \text{cov}(r_i, r_j)^{t-1} - \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^M x_i + x_s - 1 \right)$$

Formel 86

Die Portfoliogewichte können aus der Lagrangefunktion durch Nullsetzen der partiellen Ableitungen bestimmt werden:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x_1} = A \cdot E(r_1)^{t-1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_1, r_j) - \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = A \cdot E(r_2)^{t-1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_2, r_j) - \lambda = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = A \cdot E(r_i)^{t-1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_i, r_j) - \lambda = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_M} = A \cdot E(r_M)^{t-1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_M, r_j) - \lambda = 0 \end{array} \right.$$

$$(2) \quad \frac{\partial L}{\partial x_s} = A \cdot r_s - \lambda = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{i=1}^M x_i - x_s = 0$$

Formel 87

¹³² Vgl. zu einem ähnlichen Lagrangeansatz ohne Informationskosten auch Steiner, P./Uhlig, H. (2001), S. 149.

Das Auflösen von Gleichung (2) nach λ und Einsetzen in Gleichungen (1) ergibt:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x_1} = A \cdot E(r_1)^{t=1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_1, r_j) - A \cdot r_s = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = A \cdot E(r_2)^{t=1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_2, r_j) - A \cdot r_s = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = A \cdot E(r_i)^{t=1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_i, r_j) - A \cdot r_s = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_M} = A \cdot E(r_M)^{t=1} - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_M, r_j) - A \cdot r_s = 0 \end{array} \right.$$

$$(3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{i=1}^M x_i - x_s = 0$$

Nach Umformung lässt sich das Gleichungssystem der Formel 87 nun darstellen durch:

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x_1} = A \cdot (E(r_1)^{t=1} - r_s) - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_1, r_j) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = A \cdot (E(r_2)^{t=1} - r_s) - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_2, r_j) = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} = A \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s) - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_i, r_j) = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial L}{\partial x_M} = A \cdot (E(r_M)^{t=1} - r_s) - \beta \cdot A^2 \cdot \sum_{j=1}^M x_j \cdot \text{cov}(r_M, r_j) = 0 \end{array} \right.$$

$$(3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 1 - \sum_{i=1}^M x_i - x_s = 0$$

In Matrizenschreibweise ergibt sich damit das Gleichungssystem (1) der Formel 87 wie folgt:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cdot (E(r_1)^{t=1} - r_s) \\ A \cdot (E(r_2)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_M)^{t=1} - r_s) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_1, r_1)^{t=1} & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_1, r_2)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_1, r_i)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_1, r_M)^{t=1} \\ \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_2, r_1)^{t=1} & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_2, r_2)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_2, r_i)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_2, r_M)^{t=1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_1)^{t=1} & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_2)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_M)^{t=1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_M, r_1)^{t=1} & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_M, r_2)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_M, r_i)^{t=1} & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \text{cov}(r_M, r_M)^{t=1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix}$$

Annahme (51): Aus Vereinfachungsgründen werden unabhängige und damit unkorrelierte risikobehaftete Wertpapiere unterstellt.

Aufgrund von Annahme (51) resultiert für die Korrekturmatrix der Formel 75:

$$\underline{C}' = \begin{pmatrix} 0 & -\sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ -\sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & 0 & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & -\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & 0 & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{Mi}^{t=0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{1i}^{t=0} & -\sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{2i}^{t=0} & \dots & -\sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^{t=0} \cdot \lambda_i^{t=0} \cdot \varphi_{ji}^{t=0} & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Annahme (51) gefährdet die Allgemeingültigkeit der Aussagen zu den Informationskosten bei der Finanzanalyse nicht, da jede Menge an abhängigen und korrelierten risikobehafteten Wertpapieren als Linearkombination der unabhängigen und unkorrelierten Wertpapiere dargestellt werden kann.¹³³

¹³³ So auch Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008), S. 6.

Durch Annahme (51) vereinfacht sich das Gleichungssystem (1) der Formel 87 zu:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cdot (E(r_1)^{t=1} - r_s) \\ A \cdot (E(r_2)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_M)^{t=1} - r_s) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \beta \cdot A^2 \cdot & & & & & \\ \cdot \text{cov}(r_1, r_1)^{t=1} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & \beta \cdot A^2 \cdot & & & & \\ & 0 & \cdot \text{cov}(r_2, r_2)^{t=1} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ & 0 & 0 & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot & \dots & 0 \\ & \vdots & \vdots & & \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1} & \dots & \vdots \\ & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \beta \cdot A^2 \cdot \\ & & & & & & \cdot \text{cov}(r_M, r_M)^{t=1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix}$$

Die nach Auflösung nach dem Portfoliovektor ergibt:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_M \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{\beta \cdot A^2} \cdot & & & & & & \\ & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \\ \frac{1}{\text{cov}(r_1, r_1)^{t=1}} & & & & & & \\ & \frac{1}{\beta \cdot A^2} \cdot & & & & & \\ 0 & \frac{1}{\text{cov}(r_2, r_2)^{t=1}} & \dots & 0 & \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ & & & \frac{1}{\beta \cdot A^2} \cdot & & & \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} & \dots & 0 & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & \\ & & & & & \frac{1}{\beta \cdot A^2} \cdot & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{1}{\text{cov}(r_M, r_M)^{t=1}} & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A \cdot (E(r_1)^{t=1} - r_s) \\ A \cdot (E(r_2)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s) \\ \vdots \\ A \cdot (E(r_M)^{t=1} - r_s) \end{pmatrix}$$

Die Gewichte der einzelnen risikobehafteten Wertpapiere berechnen sich damit durch:

$$x_1 = \frac{(E(r_1)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot A \cdot \text{cov}(r_1, r_1)^{t=1}}$$

$$x_2 = \frac{(E(r_2)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot A \cdot \text{cov}(r_2, r_2)^{t=1}}$$

⋮

$$x_i = \frac{(E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot A \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}}$$

⋮

$$x_M = \frac{(E(r_M)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot A \cdot \text{cov}(r_M, r_M)^{t=1}}$$

Das Gewicht des risikofreien Wertpapiers im Portfolios resultiert aus dem Einsetzen der Gewichte der risikobehafteten Wertpapiere gemäß Formel 88 in Gleichung (3) der Formel 87:

$$x_s = 1 - \sum_{i=1}^M \frac{(E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot A \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \quad \text{Formel 89}$$

Durch Resubstitution folgt für das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers i und des risikofreien Wertpapiers:

$$x_i = \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \quad \text{Formel 83}$$

$$x_s = 1 - \sum_{i=1}^M \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \quad \text{Formel 82}$$

Damit hängt das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers ab von

- (1) der erwarteten Rendite des risikobehafteten Wertpapiers,
- (2) dem risikofreien Zinssatz,
- (3) der Varianz des risikobehafteten Wertpapiers
- (4) der Risikoaversion,
- (5) dem Investitionsbetrag sowie
- (6) den Informationskosten.

Ad (1): Das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio steigt c. p. mit einer zunehmenden erwarteten Rendite:

$$\frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial E(r_i)^{t=1}} = \frac{I_0^{\text{ges}}}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} > 0 \quad \text{Formel 90}$$

Ad (2): C. p. fällt das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio mit zunehmendem risikofreiem Zinssatz:

$$\frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial r_s} = - \frac{I_0^{\text{ges}}}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} < 0 \quad \text{Formel 91}$$

Ad (3): C. p. fällt das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio mit zunehmender Varianz des Wertpapiers:

$$\frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} = - \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot (\text{cov}(r_i, r_i)^{t=1})^2} < 0 \quad \text{Formel 92}$$

Ad (4): Das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio fällt mit zunehmender Risikoaversion:

$$\frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial \beta} = - \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta^2 \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} < 0 \quad \text{Formel 93}$$

Ad (5): Das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio sinkt c. p. mit zunehmendem Investitionsbetrag:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial \beta} &= \\ &= \frac{(E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta^2 \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} - \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta^2 \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I)^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} < 0 \end{aligned} \quad \text{Formel 94}$$

Ad (6): Das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio steigt c. p. mit zunehmenden Informationskosten:

$$\frac{\partial \left(\frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I) \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} \right)}{\partial \beta} = \frac{I_0^{\text{ges}} \cdot (E(r_i)^{t=1} - r_s)}{\beta^2 \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_I)^2 \cdot \text{cov}(r_i, r_i)^{t=1}} < 0 \quad \text{Formel 95}$$

3 Informationsverarbeitung im Rahmen der Finanzanalyse

Im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ steht der private Investor im Rahmen der Finanzanalyse vor der Entscheidung, ob er eine Reduktion der Varianzen der Signale durchführen und wie viel Zeit er dafür aufwenden sollte. Diese Entscheidung stellt sich für ihn jedoch nur, wenn der Investitionsbetrag die Informationskosten für die Inputbeschaffung, Hard- und Software sowie Wissensbeschaffung für die Finanzanalyse übersteigt:

$$I_0^{\text{ges}} \geq K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}} + K_{\text{WB}}$$

Sind die Informationskosten für die Inputbeschaffung, Hard- und Software sowie Wissensbeschaffung für die Finanzanalyse höher als der Investitionsbetrag, ist die Reduktion der Varianzen der Signale nicht möglich bzw. sinnvoll:

$$I_0^{\text{ges}} \leq K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}} + K_{\text{WB}}$$

Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Reduktion der Varianzen der Signale grundsätzlich durchführbar ist. Es wird überprüft, ob diese dem privaten Investor einen zusätzlichen Nutzen stiftet. Dazu wird auch davon ausgegangen, dass Signale und erwartete Faktorladungen im Zeitpunkt $t = 0$ erworben werden.

Dem privaten Investor liegt im Zeitpunkt $t = 0$ gemäß Formel 74 folgende Schätzung bzgl. der Varianz von Signal i zu Verfügung:

$$\hat{\lambda}_i^{t=0} \xrightarrow{\text{Schätzung}} \text{var}(F_i^{t=2}) = \text{var}(S_i^{t=2}) + a_i^2 \cdot \text{var}(\varepsilon_i) \quad \text{Formel 74}$$

mit

$$\text{var}(S_i^{t=2}) \dots \text{Varianz von Signal } i \text{ im Zeitpunkt } t = 2$$

Die Analyse der Entscheidung über den Zeiteinsatz des privaten Investors bei der Finanzanalyse erfordert an dieser Stelle eine Spezifikation des Zusammenhangs zwischen Zeiteinsatz und Reduktion der Varianzen der Signale:

Annahme (52): Es wird eine direkte Proportionalität zwischen Zeiteinsatz und Reduktion des Einflusses des Vektors der Störterme auf die Signalvarianzen unterstellt:

$$\hat{\lambda}_i^{t=1} = \bar{\lambda}_i + \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i \quad \text{Formel 96}$$

wobei

$$\hat{\lambda}_i^{t=1} \xrightarrow{\text{Schätzung}} \text{var}(F_i^{t=2}) = \text{var}(S_i^{t=2}) + \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \text{var}(\varepsilon_i) \quad \text{Formel 97}$$

$$\bar{\lambda}_i \xrightarrow{\text{Schätzung}} \text{var}(S_i^{t=2}) \text{ im Zeitpunkt } t = 0 \text{ und } t = 1 \quad \text{Formel 98}$$

$$\tilde{\lambda}_i \xrightarrow{\text{Schätzung}} \text{var}(\varepsilon_i) \text{ im Zeitpunkt } t = 0 \text{ und } t = 1 \quad \text{Formel 99}$$

mit

$$\hat{\lambda}_i^{t=1} \dots \text{Varianz von Signal } i \text{ nach durchgeführter Finanzanalyse im Zeitpunkt } t = 1$$

$$\bar{\lambda}_i \dots \text{Varianz von Signal } i \text{ ohne Einfluss des Störterms } i$$

$$\tilde{\lambda}_i \dots \text{Einfluss des Störterms } i \text{ auf die Varianz von Signal } i$$

Gemäß Formel 96 reduziert sich die Varianz eines Signals i degressiv und nähert sich asymptotisch dem Wert $\bar{\lambda}_i$ an. Die Varianz von Signal i kann damit durch den Zeiteinsatz des privaten Investors nicht zu Null reduziert werden. Bei unendlich hohem Zeiteinsatz verbleibt $\bar{\lambda}_i$ als Restvarianz von Signal i und kann damit als natürliche Varianz von Signal i betrachtet werden (Abbildung 29).

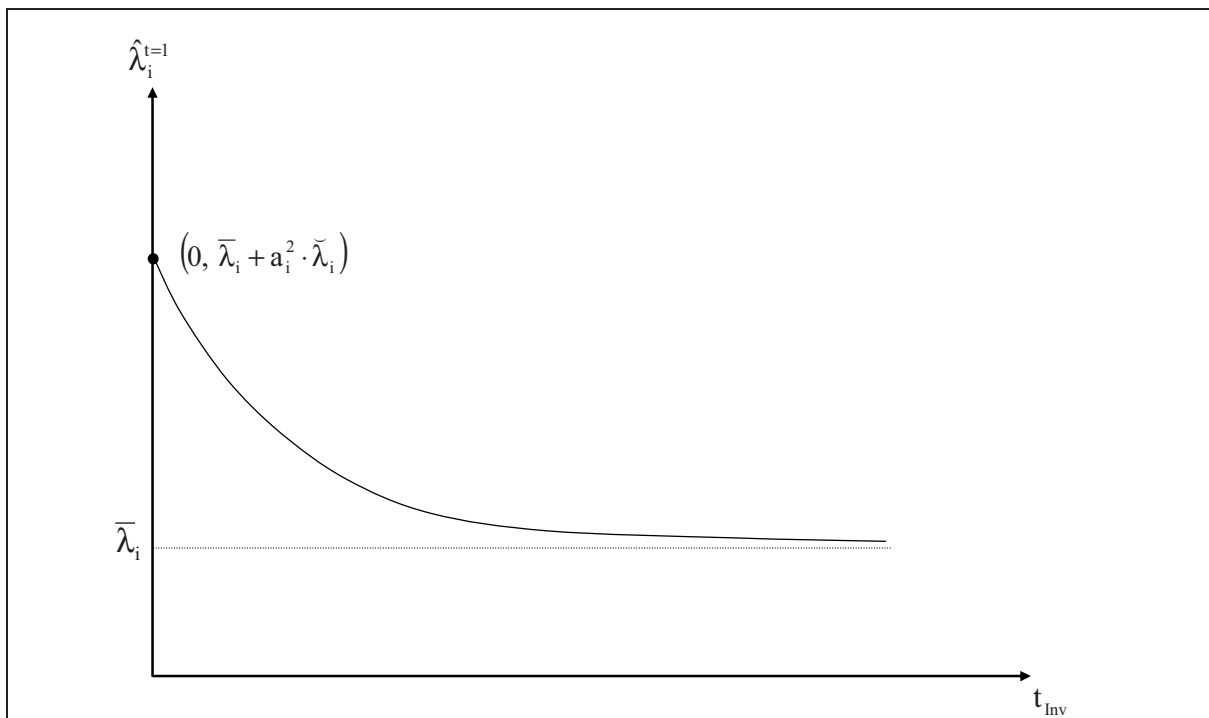


Abbildung 29: Reduktion der Varianz eines Signals durch den Zeiteinsatz des privaten Investors bei der Finanzanalyse

Aus den Formeln 75 und 96 ergibt sich in Verbindung mit Annahmen (5) und (51) die geschätzte Kovarianzmatrix der risikobehafteten Wertpapiere nach einer Finanzanalyse im Zeitpunkt $t = 1$ durch:

$$\underline{C}^{t=1} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_1^{t=1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_2^{t=1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_M^{t=1} \end{pmatrix}$$

⇔

$$\underline{C}^{t=1} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \bar{\lambda}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \bar{\lambda}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \bar{\lambda}_M \end{pmatrix} + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M a_1^2 \cdot \varphi_{1i}^2 \cdot \check{\lambda}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M a_2^2 \cdot \varphi_{2i}^2 \cdot \check{\lambda}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M a_M^2 \cdot \varphi_{Mi}^2 \cdot \check{\lambda}_M \end{pmatrix}$$

Formel 100

mit

φ_{ji} ... geschätzte Ladung von risikobehaftetem Wertpapier j bzgl. Faktor i

Die Informationsentscheidung des privaten Investors in Bezug auf den Zeiteinsatz lässt sich gemäß Formel 80 folgendermaßen darstellen:

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - \left(e_a \cdot \left(K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}} \right) + e_b \cdot K_{\text{WB}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z \right) \right) \cdot \left[1 + \left(\underline{x}^{*T} (\underline{\Phi} \cdot \underline{S}) + x_s \cdot r_s \right) \right]}{I_0^{\text{ges}}} - \left. -1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - \left(e_a \cdot \left(K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}} \right) + e_b \cdot K_{\text{WB}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z \right)}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^* \right\}$$

Formel 101

unter der Nebenbedingung:

$$I_0^{\text{ges}} \geq t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}} \quad (\text{Budgetbedingung in } t = 0 \text{ und } [t = 0; t = 1])$$

Formel 81

mit

$$e_a = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Signale erworben werden} \\ 1, & \text{wenn Signale erworben werden} \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \\ 1, & \text{wenn eine Finanzanalyse zur Verbesserung} \\ & \text{der Präzision der Schätzung durchgeführt wird} \end{cases}$$

$t_{\text{Inv}} = 0$, falls keine Finanzanalyse zur Verbesserung der Präzision der
Schätzung durchgeführt wird

K_{Fix} ... vom Zeiteinsatz unabhängige Kosten

Berücksichtigt man die optimalen Portfolios im Zeitpunkt $t = 1$ für beliebige Informationsent-
scheidungen des privaten Investors gemäß den Formeln 88 und 89, so folgt:¹³⁴

¹³⁴ Siehe Anhang S. 148-152.

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z) \right)}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \left[1 + \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot (\underline{\Phi} \cdot \underline{S}) + r_s - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s \right] - \right. \\ & \left. - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z)}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right) \right\} \\ & \left(\begin{array}{cccc} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right) \end{aligned}$$

⇔

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z) \right)}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \right] - 1 \right\} \end{aligned}$$

Formel 102

unter der Nebenbedingung:

$$I_0^{\text{ges}} \geq t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}}$$

\Leftrightarrow

$$0 \geq t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}} - I_0^{\text{ges}} \quad (\text{Budgetbedingung in } t=0 \text{ und } [t=0; t=1])$$

Mit der angenommenen Reduktion der Varianzen der Signale durch Formel 96 lässt sich das Maximierungsproblem darstellen durch:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} & \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right. \\ & + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \left(\bar{\lambda}_i + \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i \right)} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \left(\bar{\lambda}_i + \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i \right)} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \left(\bar{\lambda}_i + \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i \right)} \right] - 1 \right\} \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned} \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} & \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right. \\ & + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 \right\} \end{aligned}$$

Formel 103

unter der Nebenbedingung:

$$I_0^{\text{ges}} \geq t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}}$$

Formel 81

\Leftrightarrow

$$0 \geq t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}} - I_0^{\text{ges}} \quad (\text{Budgetbedingung in } t=0 \text{ und } [t=0; t=1])$$

Hierbei handelt es sich um ein allgemeines, restringiertes, nichtlineares Maximierungsproblem mit einer Ungleichung als Nebenbedingung. Eine Lösung dieses Problems kann durch einen Lagrangeansatz gefunden werden, der die Kuhn-Tucker-Bedingungen erfüllt.¹³⁵ Als Lagrangefunktion ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \\
 & + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \\
 & \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 - \\
 & - u \cdot (t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}} - I_0^{\text{ges}})
 \end{aligned}$$

Formel 104

mit

u ... Kuhn-Tucker-Lagrangemultiplikator

Zur Rechenvereinfachung werden folgende Variablensubstitutionen vorgenommen:

$$E(r_j) - r_s = E_j \quad \text{Formel 105}$$

$$\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i = P_j \quad \text{Formel 106}$$

$$\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i = X_j \quad \text{Formel 107}$$

$$\sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} = R_j \quad \text{Formel 108}$$

mit

E_j, P_j, R_j, X_j ... Substitutionsvariablen

¹³⁵ Vgl. zur Lösung eines allgemeinen, restringierten, nichtlinearen Problems mit Ungleichungen auch Domschke, W./Drexel, A. (1998), S. 178-183.

Mit den Substitutionsvariablen gemäß den Formeln 105, 106, 107 und 108 lässt sich die Lagrangefunktion gemäß der Formel 104 darstellen durch:

$$L = \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) +$$

$$+ \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \frac{E_j}{P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j} \cdot R_j - \sum_{j=1}^M \frac{E_j}{P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j} \cdot r_s - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j^2}{P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j} \right] - 1 - u \cdot (t_{\text{Inv}} \cdot k_z + K_{\text{Fix}} - I_0^{\text{ges}})$$

Formel 109

Die Lösung des Lagrangeansatzes gemäß der Formel 109 muss die folgenden Kuhn-Tucker-Bedingungen erfüllen:

Kuhn-Tucker-Bedingung 1:

Die Kuhn-Tucker-Bedingung 1 fordert, dass die Ableitung der Lagrangefunktion nach dem Zeiteinsatz kleiner oder gleich Null ist.

$$\frac{\partial L}{\partial t_{\text{Inv}}} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow$$

$$- \frac{k_z}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1 + r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j \cdot R_j \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} -$$

$$- \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1 + r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} \cdot r_s -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1 + r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j^2 \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} - u \cdot k_z \leq 0$$

Formel 110

Kuhn-Tucker-Bedingung 2:

Nach der Kuhn-Tucker-Bedingung 2 muss das Produkt aus dem Zeiteinsatz und der Ableitung der Lagrangefunktion nach dem Zeiteinsatz Null entsprechen.

$$t_{\text{Inv}} \cdot \frac{\partial L}{\partial t_{\text{Inv}}} = 0$$

Formel 111

Kuhn-Tucker-Bedingung 3:

Die Ableitung der Lagrangefunktion nach dem Lagrangemultiplikator u muss nach der Kuhn-Tucker-Bedingung 3 größer oder gleich Null sein.

$$\frac{\partial L}{\partial u} \geq 0$$

\Leftrightarrow

$$I_0^{\text{ges}} - K_{\text{Fix}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z \geq 0 \quad \text{Formel 112}$$

Dies bedeutet, dass die Informationskosten den Investitionsbetrag nicht überschreiten dürfen.

Kuhn-Tucker-Bedingung 4:

Nach der Kuhn-Tucker-Bedingung 4 ergibt das Produkt aus dem Lagrangemultiplikator u und der Ableitung der Lagrangefunktion nach Lagrangemultiplikator u Null.

$$u \cdot \frac{\partial L}{\partial u} = 0$$

\Leftrightarrow

$$u \cdot (I_0^{\text{ges}} - K_{\text{Fix}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z) = 0 \quad \text{Formel 113}$$

Kuhn-Tucker-Bedingung 5:

Kuhn-Tucker-Bedingung 5 stellt eine Nichtnegativitätsbedingung bzgl. des Zeiteinsatzes dar.

$$t_{\text{Inv}} \geq 0 \quad \text{Formel 114}$$

Kuhn-Tucker-Bedingung 6:

Die Kuhn-Tucker-Bedingung 6 fordert eine Nichtnegativitätsbedingung bzgl. des Lagrange-
multiplikators u .

$$u \geq 0 \quad \text{Formel 115}$$

Aus Formel 113 der Kuhn-Tucker-Bedingung 4 ist ersichtlich, dass für den Lagrangemultipli-
kator u gilt:

$$u = 0$$

Wäre $u \neq 0$ könnte die Kuhn-Tucker-Bedingung 4 nur erfüllt werden falls:

$$I_0^{\text{ges}} - K_{\text{Fix}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z = 0$$

Wäre dies der Fall, stünde kein Anlagebetrag mehr zur Verfügung. Damit würde es sich für
 $u \neq 0$ um ein Minimum und kein Maximum der Nutzenfunktion handeln.

Eine zulässige Lösung ist $t_{\text{Inv}} = 0$, wie aus Formel 111 der Kuhn-Tucker-Bedingung 2 er-
sichtlich ist. Diese Lösung ist mit der Lösung für $t_{\text{Inv}} \neq 0$ zu vergleichen, falls letztere exis-

tiert. Eine Lösung für $t_{\text{Inv}} \neq 0$ berechnet sich aus Formel 111 der Kuhn-Tucker-Bedingung 2 in Verbindung mit Formel 110 der Kuhn-Tucker-Bedingung 1 unter Berücksichtigung von $u = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_{\text{Inv}}} &= 0 \\ \Leftrightarrow & \\ -\frac{k_z}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1+r_s) + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j \cdot R_j \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} - & \\ -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} \cdot r_s - & \\ -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{E_j^2 \cdot X_j}{\left(P_j + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot X_j\right)^2} - u \cdot k_z &= 0 \end{aligned}$$

Durch Resubstitution ergibt sich:

$$\begin{aligned} -\frac{k_z}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1+r_s) + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s) \cdot \left(\sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)}{\left(\left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right) + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)\right)^2} - & \\ -\frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s) \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)}{\left(\left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right) + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)\right)^2} \cdot r_s - & \\ -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1+r_s)^2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2 \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)}{\left(\left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right) + \frac{1}{1+t_{\text{Inv}}} \cdot \left(\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i\right)\right)^2} - u \cdot k_z &= 0 \end{aligned}$$

Formel 116

Falls eine Nullstelle der Gleichung gemäß Formel 116 mit $t_{\text{Inv}} \neq 0$ und $t_{\text{Inv}} > 0$ existiert, kann diese bspw. durch das Verfahren der Bisektion bestimmt werden. Das Verfahren der Bisektion basiert auf der Überlegung, dass die reelle Lösung einer Gleichung durch systema-

tisch kleiner werdende Intervalle eingeschlossen werden kann.¹³⁶ Dazu wählt man zwei Startwerte für $t_{\text{Inv}} > 0$, für die gilt:

$$\frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^1)}{\partial t_{\text{Inv}}} \cdot \frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^2)}{\partial t_{\text{Inv}}} < 0 \quad \text{Formel 117}$$

wobei

$$0 < t_{\text{Inv}}^1 < t_{\text{Inv}}^2 < \frac{I_0^{\text{ges}} - K_{\text{Fix}}}{k_z}$$

Sind die Bedingungen der Formeln 117 erfüllt, dann befindet sich die gesuchte Nullstelle im Intervall:

$$[t_{\text{Inv}}^1; t_{\text{Inv}}^2]$$

Anschließend wird folgendermaßen eine neue Intervallgrenze bestimmt:

$$t_{\text{Inv}}^3 = \frac{t_{\text{Inv}}^2 - t_{\text{Inv}}^1}{2} \quad \text{Formel 118}$$

Nun wird der Funktionswert $\frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^3)}{\partial t_{\text{Inv}}}$ berechnet. Falls der Funktionswert gemäß der Formel 116 mit der Lösung für t_{Inv} gemäß Formel 118 Null ergibt, ist der optimale Zeiteinsatz ermit-
telt:

$$\frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^3)}{\partial t_{\text{Inv}}} = 0 \rightarrow t_{\text{Inv}}^3 \text{ ist der optimale Zeiteinsatz}$$

Falls der Funktionswert der Formel 116 mit der Lösung für t_{Inv} gemäß Formel 118 kleiner Null ist, wird $[t_{\text{Inv}}^1; t_{\text{Inv}}^3]$ als Intervall gewählt:

$$\frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^3)}{\partial t_{\text{Inv}}} > 0 \rightarrow [t_{\text{Inv}}^1; t_{\text{Inv}}^3]$$

Ist der Funktionswert gemäß der Formel 116 mit der Lösung für t_{Inv} gemäß Formel 118 grö-
ßer Null, wird $[t_{\text{Inv}}^3; t_{\text{Inv}}^2]$ als Intervall gesetzt:

$$\frac{\partial L(t_{\text{Inv}}^3)}{\partial t_{\text{Inv}}} < 0 \rightarrow [t_{\text{Inv}}^3; t_{\text{Inv}}^2]$$

¹³⁶ Vgl. zum Verfahren der Bisektion Schwarz, R./Köckler, N. (2008), S. 190-192.

Der Vorgang wird nun so lange fortgesetzt, bis ein hinreichend kleines Intervall gefunden ist, das die Nullstelle enthält (Abbildung 30).

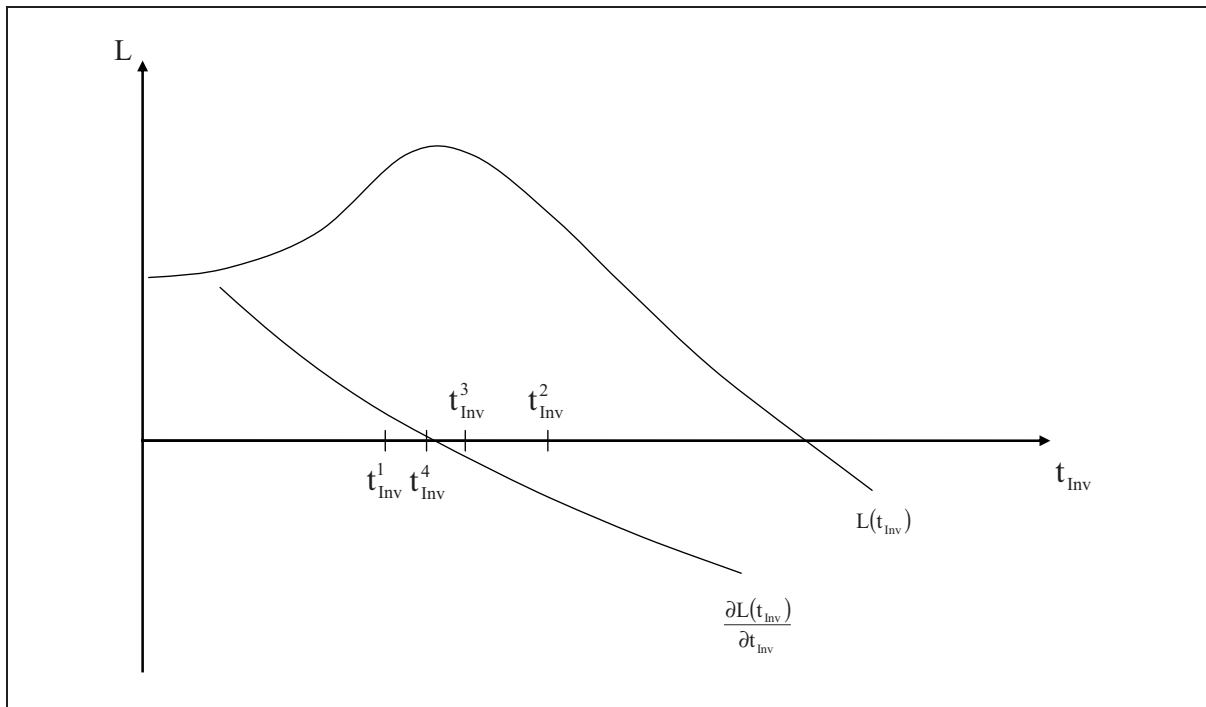


Abbildung 30: Verfahren der Bisektion zur Ermittlung des optimalen Zeiteinsatzes bei der Finanzanalyse

Wird durch das Verfahren der Bisektion eine Lösung der Gleichung gemäß Formel 116 gefunden, ist zu überprüfen, ob der Zeiteinsatz zur Reduktion der Varianzen der Signale aufgewendet werden sollte. Dazu wird der durch die Bisektion gefundene Wert t_{Inv} in die Nutzenfunktion gemäß Formel 103 eingesetzt und mit dem Wert der Nutzenfunktion gemäß Formel 103 für $t_{Inv} = 0$ verglichen. Zu berücksichtigen ist dabei, dass im Falle von $t_{Inv} = 0$ keine Kosten für die Beschaffung von Fachwissen anfallen ($e_b = 0$):

$$\begin{aligned}
 & \left. \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 \right\} \\
 & > \\
 & < \\
 & \left. \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 \right\} \\
 & \underbrace{\hspace{15em}}_{U_2}
 \end{aligned}$$

Formel 119

Gilt in Formel 119 $U_1 > U_2$, dann wendet der private Investor Zeit zur Reduktion der Varianzen der Signale auf. Falls $U_1 < U_2$, verwendet er die Schätzung aus dem Zeitpunkt $t = 0$, ohne einer Reduktion der Varianzen der Signale im Rahmen einer Finanzanalyse durchzuführen. Das Ergebnis des Vergleichs in Formel 119 hängt bei gegebenen Signalen, Faktorladungen und Varianzen der Signale ab von

- der Höhe des Investitionsbetrags I_0^{ges} ,
- den vom Zeiteinsatz unabhängigen Kosten K_{HS} und K_{IB} ,
- der Risikoaversion des privaten Investors β ,
- dem Einfluss der einzelnen Störterme a_i ,
- den Kosten für die Beschaffung des Wissens zur Finanzanalyse K_{WB}
- der Höhe des Zeitkostensatzes pro Zeiteinheit k_z sowie

- der benötigten Zeit t_{Inv} .

4 Entscheidung über die Informationsbeschaffung

Als letztes Problem wird im Rahmen der Rückwärtsinduktion die Informationsbeschaffung betrachtet. Die Entscheidung, ob Signale und erwartete Faktorladungen vom privaten Investor im Zeitpunkt $t = 0$ erworben werden sollten, hängt dabei von den optimalen Portfolios im Zeitpunkt $t = 1$ und der Entscheidung über die Informationsverarbeitung im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ ab. Unter Berücksichtigung der optimalen Portfolios und des optimalen Zeiteinsatzes ist die Nutzenfunktion gemäß Formel 80 im Zeitpunkt $t = 0$ zu maximieren:

$$\text{Max}_{e_a} \left\{ \overbrace{\frac{I_0^{\text{ges}} - e_a \cdot (K_{\text{HS}} - K_{\text{IB}}) - e_b \cdot K_{\text{WB}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z}{I_0^{\text{ges}}} \cdot [1 + (\underline{x}^{*T} \cdot \underline{E}(\underline{r})^{*t=1} + x_s \cdot r_s)]}^{\mu'} - 1 - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - e_a \cdot (K_{\text{HS}} - K_{\text{IB}}) - e_b \cdot K_{\text{WB}} - t_{\text{Inv}} \cdot k_z}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \underline{x}^{*T} \cdot \underline{C}^{t=1} \cdot \underline{x}^*}_{\sigma^2}} \right\}$$

Formel 120

unter den Nebenbedingungen:

$$\underline{x}^T \cdot \underline{1} = 1 \quad (\text{Budgetbedingung in } t = 1); \quad \text{Formel 1}$$

$$I_0^{\text{ges}} \geq K_1 \quad (\text{Budgetbedingung in } t = 0 \text{ und } [t = 0; t = 1])^{137} \quad \text{Formel 81}$$

mit

$$e_a = \begin{cases} 0, & \text{wenn keine Signale erworben werden} \\ 1, & \text{wenn Signale erworben werden} \end{cases}$$

Beschafft sich der private Investor keine Signale und erwartete Faktorladungen so kann er auch keine Finanzanalyse durchführen und dadurch fallen auch keine Informationskosten für die Finanzanalyse an und es gilt:

$$e_b = \begin{cases} 0, & \text{wenn } e_a = 0 \text{ oder } t_{\text{Inv}} = 0 \\ 1, & \text{wenn } e_a = 1 \text{ und } t_{\text{Inv}} > 0 \end{cases}$$

¹³⁷ Die Budgetbedingung in $t = 0$ und $[t = 0; t = 1]$ resultiert aus der Annahme (13).

$t_{\text{inv}} = 0$, falls keine Finanzanalyse zur Verbesserung der Präzision der Schätzung durchgeführt wird

Um die Nutzenwerte gemäß Formel 120 für $e_a = 0$ und $e_a = 1$ zu vergleichen, ist der Informationsstand des privaten Investors im Zeitpunkt $t = 1$ im Falle von Signalbeschaffung im Zeitpunkt $t = 0$ in Abhängigkeit der Informationsverarbeitung im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ zu berücksichtigen:

- Falls der private Investor im Zeitpunkt $t = 0$ Signale erworben und im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ gemäß dem Vergleich in Formel 119 keine weitere Informationsverarbeitung durchgeführt hat, steht ihm die Schätzung aus dem Zeitpunkt $t = 0$ zur Verfügung:

$$\underline{E(r)}^{*t=1} = \underline{E(r)}^{*t=0} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{S}^{t=0}; \underline{C}^{t=1} = \underline{C}^{t=0} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{\Lambda}^{t=0} \cdot \underline{\Phi}^{t=0T}$$

mit

$$e_b = 0 \text{ und } t_{\text{inv}} = 0$$

- Falls der private Investor im Zeitpunkt $t = 0$ Signale erworben und im Zeitraum $[t = 0; t = 1]$ gemäß dem Vergleich in Formel 119 eine weitere Informationsverarbeitung durchgeführt hat, ergeben sich der geschätzte Vektor $\underline{E(r)}^{*t=1}$ und die Kovarianzmatrix $\underline{C}^{t=1}$ durch:

$$\underline{E(r)}^{*t=1} = \underline{E(r)}^{*t=0} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{S}^{t=0};$$

$$\underline{C}^{t=1} = \underline{\Phi}^{t=0} \cdot \underline{\Lambda}^{t=1} \cdot \underline{\Phi}^{t=0T} =$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \bar{\lambda}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \bar{\lambda}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \bar{\lambda}_M \end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{1}{1+t_{\text{inv}}} \cdot \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M a_1^2 \cdot \varphi_{1i}^2 \cdot \check{\lambda}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M a_2^2 \cdot \varphi_{2i}^2 \cdot \check{\lambda}_2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sum_{i=1}^M a_M^2 \cdot \varphi_{Mi}^2 \cdot \check{\lambda}_M \end{pmatrix}$$

mit

$$e_b = 1 \text{ und } t_{\text{Inv}} > 0$$

Der Wert der Nutzenfunktion gemäß Formel 120 bei Informationsbeschaffung wird unter Berücksichtigung des Informationsstands im Zeitpunkt $t=1$ und des optimalen Portfolios berechnet durch:

$$\underbrace{\left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z) \right)}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right.}_{U_1}$$

$$+ \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \frac{a_i^2}{1 + t_{\text{Inv}}} \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 \Big\},$$

falls Informationen beschafft werden und eine Finanzanalyse erfolgt

$$\underbrace{\left\{ \frac{\left(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{HS}} + K_{\text{IB}}) \right)}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \right.}_{U_2}$$

$$+ \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \bar{\lambda}_i + \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot a_i^2 \cdot \tilde{\lambda}_i} \right] - 1 \Big\},$$

falls Informationen beschafft werden und keine Finanzanalyse erfolgt

Formel 121

Der Wert der Formel 121 ist mit dem Wert der Nutzenfunktion gemäß Formel 120 bei keiner Informationsbeschaffung zu vergleichen. Gemäß Annahme (44) stehen dem privaten Investor in diesem Fall keine Schätzungen bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten und der Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere

zur Verfügung. Damit kommt für den privaten Investor nur die Investition in das risikofreie Wertpapier in Betracht, wodurch für den Vergleich folgt:

$$U_1 > r_s \wedge U_1 > U_2 \rightarrow \text{Informationsbeschaffung wird durchgeführt}$$

$$U_2 > r_s \wedge U_2 > U_1 \rightarrow \text{Informationsbeschaffung wird durchgeführt}$$

$$U_1 < r_s \wedge U_1 > U_2 \rightarrow \text{Informationsbeschaffung wird nicht durchgeführt}$$

$$U_2 < r_s \wedge U_2 > U_1 \rightarrow \text{Informationsbeschaffung wird nicht durchgeführt}$$

Formel 122

Ist der größere Wert aus Formel 121 größer als der risikofreie Zinssatz, werden Signale und Faktorladungen beschafft. Im umgekehrten Fall werden keine Signale und Faktorladungen erworben, was zur Folge hat, dass ausschließlich risikofrei investiert wird.

5 Ergebnisse der Portfoliooptimierung unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung

In der Realität benötigen private Investoren Zeit, kognitive Fähigkeiten, Fachwissen und technische Unterstützung zur Finanzanalyse und Portfoliobildung, wodurch die Portfoliooptimierung limitiert wird.¹³⁸ Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung führen dazu, dass private Investoren Portfolios erwerben, die nicht effizient im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie sind. Im Modellkontext können jedoch Portfolios, die nicht effizient im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie sind, investorspezifisch effizient und optimal unter Berücksichtigung von Informationskosten sein.

In Bezug auf Ziel (3) der Arbeit liefert das dargestellte Modell einen portfoliotheoretischen Erklärungsansatz für den Erwerb von im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie nicht effizienten Portfolios bei simultaner Betrachtung der Informations- und Portfolioentscheidung unter Berücksichtigung von begrenzten kognitiven Fähigkeiten, Zeitrestriktionen und pagatorischen Informationskosten eines privaten Investors. Die Modellierung zeigt, wie zusätzliche Informationen bis zu einem gewissen Grad den Nutzen des privaten Investors erhöhen, wohingegen weitere Informationsbeschaffungen und -verarbeitungen aufgrund der Informationskosten den Nutzen des privaten Investors reduzieren.

Die modellierten Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung lassen folgende Erkenntnisse in Bezug auf die optimale Portfoliozusammensetzung, Informationsbeschaffung und -verarbeitung zu:

¹³⁸ Vgl. hierzu und im folgenden Satz Dolzer, A./Nietert, B. (2006), S. 1; Peng, L. (2005), S. 307.

- (1) Das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im optimalen Portfolio steigt c. p. mit einer zunehmenden erwarteten Rendite und abnehmenden Varianz des risikobehafteten Wertpapiers. Durch die Modellierung steigt damit das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im Portfolio mit zunehmender Informationsbeschaffung und -verarbeitung. C. p. werden folglich risikobehaftete Wertpapiere, über die einem privaten Investor viele Informationen vorliegen, vergleichsweise im optimalen Portfolio stärker gewichtet als risikobehaftete Wertpapiere, über die der private Investor weniger Informationen hat.
- (2) Trotz identischer Anfangsausstattung an Finanzinformationen und Nutzenfunktion besitzen verschiedene Investoren nach der Finanzanalyse keinen einheitlichen Informationsstand. Folglich haben vollkommen rational handelnde Marktteilnehmer keine homogenen Erwartungen über zukünftige erwartete Renditen und Risiken bzgl. der risikobehafteten Wertpapiere, da die optimale Informationsbeschaffung und -verarbeitung von der Höhe des Investitionsbetrags, den Informationskosten einschließlich der Höhe des Zeiteinsatzes pro Zeiteinheit sowie der benötigten Zeit, der Risikoaversion, dem Einfluss der einzelnen Störterme, zur Finanzanalyse abhängt. Damit gibt es besser und weniger gut informierte private Investoren. Dies geht konform mit dem beobachtbaren Verhalten der privaten Investoren in der Realität.
- (3) Fallen Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung an, liegt keine Tobin-Separation im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie vor. Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung führen nämlich dazu, dass private Investoren auch bei gleicher Anfangsausstattung an Finanzinformationen und Nutzenfunktion keine identische Struktur an risikobehafteten Wertpapieren im Portfolio erwerben, da die Struktur der risikobehafteten Wertpapiere im optimalen Portfolio von der Finanzanalyse und damit der Schätzung des privaten Investors bzgl. des Vektors der erwarteten Renditen vor Informationskosten und der Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere sowie dem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag abhängen. Da der Investitionsbetrag, die Informationskosten und die Risikoaversion investorspezifisch sind, gilt dies auch für die Portfolios
- (4) Es lässt sich keine Menge an effizienten Portfolios bestimmen, die vom privaten Investor unabhängig ist. Investorspezifisch effiziente Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten resultieren aus den Schätzungen des privaten Investors bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten sowie dem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag.
- (5) Bei identischer Anfangsausstattung an Finanzinformationen und Nutzenfunktion beschaffen sich private Investoren mit hohen Investitionsbeträgen mehr Informationen und führen eine umfassendere Finanzanalyse durch, falls Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung auftreten.

- (6) Investoren mit geringeren Investitionsbeträgen oder hohen Informationskosten werten im Falle von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung weniger Finanzinformationen im Rahmen der Finanzanalyse aus oder investieren in das risikofreie Wertpapier.
- (7) Private Investoren, welche die Informationsbeschaffung und -verarbeitung kostengünstig durchführen können, beschaffen sich im Falle von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung Informationen und führen eine Finanzanalyse durch.

6 Kritische Würdigung des Modells zu den Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung

An der Modellierung der Informationskosten ist kritisch zu sehen, dass mit Annahme (38) die Zielanalyse als abgeschlossen angenommen wird. Die Ermittlung der Nutzenfunktion des privaten Investors gestaltet sich in der Realität als sehr schwierig.¹³⁹ Die Zielanalyse kann demnach, falls sie überhaupt erfolgreich durchgeführt werden kann, Informationskosten verursachen. Das Modell kann jedoch problemlos um Informationskosten bei der Zielanalyse ergänzt werden, bspw. über Informationskosten, die generell anfallen. Werden solche Informationskosten in das Modell integriert, hat dies keine Auswirkung auf die Erkenntnisse zur optimalen Informationsbeschaffung und -verarbeitung sowie Portfoliozusammensetzung.

Mit den Annahmen (39) und (40) wird unterstellt, dass ausschließlich M fundamentale Faktoren die Renditen der risikobehafteten Wertpapiere beeinflussen. In der Realität können hinzu kommend auch nicht fundamental begründbare Kursabweichungen auftreten, bspw. solche, die psychodynamisch motiviert sind.¹⁴⁰ Bei psychodynamischen Abweichungen spricht man von sogenannten Spekulationsblasen oder Bubbles. Diese lassen sich teilweise durch die Phänomene Herdenverhalten, Market Overreaction, Positive Feedback etc. erklären.¹⁴¹ Bei der Modellierung werden diese Einflüsse zwar nicht explizit berücksichtigt, jedoch durch die Integration von Störtermen gemäß den Annahmen (41) und (42) implizit betrachtet, auch wenn die Integration der Störterme überwiegend zur Abbildung von Schätzungenauigkeiten motiviert ist.

Annahme (45) schließt aus, dass dem privaten Investor Fehler bei der Finanzanalyse unterlaufen können. Dies ist kritisch zu betrachten, da in der Realität durchaus Fehler bei der Finanzanalyse auftreten oder falsche Informationen betrachtet werden. Des Weiteren führt eine Informationsverarbeitung im Rahmen einer Finanzanalyse in der Realität im Gegensatz zur An-

¹³⁹ Vgl. Steiner, M./Bruns, C. (2005), S. 124; Wegener, A. (2000), S. 182 f.

¹⁴⁰ Vgl. hierzu und im folgenden Satz Steiner, M./Bruns, C. (2002), S. 295.

¹⁴¹ Vgl. Bruns, C. (1994), S. 93 f.

nahme (45) nicht immer zu einer Reduktion des Risikos der Investition. Informationsverarbeitung kann auch eine Erhöhung des Risikos zur Folge haben, selbst wenn keine Fehler bei dieser auftreten, bspw., falls der private Investor vor der Finanzanalyse das Risiko zu gering einschätzt und durch neue Informationen das Risiko besser einschätzen kann. Somit wird durch das Modell nur eine mögliche Informationsverarbeitung im Rahmen der Finanzanalyse abgebildet.

In der Realität kann sich der Einfluss der Faktoren auf die Renditen während der Finanzanalyse- und Anlageperiode ändern. Dies wird durch Annahme (44) ausgeschlossen. Dies kann in einem dynamischen Modell zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung wie es bspw. von Dolzer und Nietert vorgeschlagen wird berücksichtigt werden.

Annahme (46) unterstellt, dass der private Investor vor Beschaffung von Signalen und erwarteten Faktorladungen über keine Schätzung bzgl. der erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere verfügt. Private Investoren können jedoch in der Realität Schätzungen aus der Vergangenheit verwenden und diese durch zusätzliche Informationsbeschaffung verbessern. Eine solche anfängliche Schätzung wird in dieser Arbeit vernachlässigt. Dies ist jedoch für die Arbeit insofern unproblematisch, da eine solche Anfangsausstattung durch die Höhe der Informationskosten abgebildet werden kann und eine Modellanpassung nicht erfordert.

Durch die Annahmen (47) und (48) werden exogene Informationskosten zur Beschaffung der Signale und erwarteten Faktorladungen angenommen. In der Realität kann ein funktionaler Zusammenhang zwischen der Anzahl der Signale und den Informationskosten bestehen. Ein solcher Zusammenhang kann jedoch auf einfache Weise für das Modell angenommen und integriert werden ohne, dass sich die Erkenntnisse zur Informationsbeschaffung und -verarbeitung sowie Portfoliozusammensetzung ändern.

Annahme (50) legt fest, dass sich die Zeitkosten multiplikativ aus dem Zeitkostensatz und den benötigten Zeiteinheiten ergeben. Der Zeitkostensatz wird dabei als konstant modelliert. In der Realität kann der Zeitkostensatz mit zunehmendem Zeiteinsatz steigen, da bspw. der Wert einer Einheit Freizeit mit zunehmendem Arbeitsaufwand für den privaten Investor immer kostbarer werden könnte, wie es in vielen Modellen der Mikroökonomie angenommen wird.¹⁴²

Mit Annahme (52) und Formel 96 wird unterstellt, dass private Investoren, zwar in unterschiedlichem Ausmaß, durch Zeiteinsatz die Varianzen aller Signale reduzieren können. Hinzukommend wird mit Annahme (41) auch nur der Erwerb des Signalvektors und der Ladungsmatrix zugelassen. Somit wird zum einen die Aufteilung der Zeit des privaten Investors

¹⁴² Vgl. Varian, H. (1999), S. 167.

auf die Analyse verschiedener Signale nicht analysiert und zum anderen vernachlässigt, dass in der Realität private Investoren auch nur einzelne Informationen erwerben und auswerten können. Dies liefert einen Ansatzpunkt für weiteren Forschungsbedarf.

Das Optimierungsproblem wird in dieser Arbeit durch eine Rückwärtsinduktion gelöst. Dies setzt vollständige Informationen voraus, die in der Realität i. d. R. nicht vorhanden sind.

E KRITISCHE WÜRDIGUNG DES GRUNDLEGENDEN MODELLKONTEXTS

Der grundlegenden Modellkontext dieser Arbeit basiert bis auf der Annahme von sofort und kostenlos zur Verfügung stehenden und verarbeitbaren Informationen auf einem vollkommenen Kapitalmarkt. Ein vollkommener Kapitalmarkt wird auch in vielen Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie verwendet. Aus diesem Grund kann im Wesentlichen auch die Modellkritik an der normativen Modernen Portfoliotheorie dem Modellkontext dieser Arbeit entgegen gehalten werden. Da diese ausführlich in der Literatur diskutiert wird, genügt im Folgenden ein kurzer Überblick.¹⁴³

Annahme (3) schließt ein nicht vollkommen rationales Handeln der privaten Investoren aus. In der Realität handeln jedoch häufig private Investoren nicht vollkommen rational und oftmals auch emotional. Wie in der Problemstellung dieser Arbeit dargestellt beschäftigt sich die Behavioral Finance mit dieser Problematik.¹⁴⁴

Zur Portfoliooptimierung wird gemäß Annahme (4) das sog. Bernoulliprinzip verwendet. Diesem liegen verschiedene Annahmen zugrunde, deren Gültigkeit einschließlich der Normalverteilungsannahme in der Literatur jedoch nicht unumstritten ist.¹⁴⁵ So setzt sich die Literatur einerseits kritisch mit den Axiomen auseinander, die dem Bernoulliprinzip zugrunde liegen, andererseits ist Beobachtbarkeit der Anwendung des Bernoulliprinzips in realen Entscheidungsverhalten umstritten. Der Kritik am Bernoulliprinzip ist entgegen zu halten, dass ohne Akzeptanz des Bernoulliprinzips das gesamte Theoriegebäude der normativen Modernen Portfoliotheorie angezweifelt wird. Viele auf Basis dieses Theoriegebäudes getroffenen Aussagen werden jedoch durch zahlreiche empirische Untersuchungen bestätigt.¹⁴⁶

Durch die Reduktion der Analyse gemäß Annahme (4) auf die beiden Zielkriterien erwartete Rendite und Standardabweichung der Rendite, dem sog. $(\mu-\sigma)$ -Rahmen, werden andere Ziele privater Investoren vernachlässigt. Schmidt-von Rhein zeigt jedoch, dass sich viele Ziele der privaten Investoren zu diesen beiden Zielkriterien verdichten lassen.¹⁴⁷

Durch Annahmen (5) wird ein statisches Modell zur Analyse der Informationsentscheidung bei der Portfoliooptimierung gewählt. Eine Erfolgskontrolle während des Anlagezeitraum und ein entsprechendes Portfoliorebalancing werden vernachlässigt. Dies lässt sich jedoch rechtfertigen, da ein solches über Informationskosten analog zur Informationsbeschaffung und –

¹⁴³ Vgl. bspw. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 285-408.

¹⁴⁴ Vgl. bspw. Barberis, N./Thaler, R. (2003), S. 1053-1124.

¹⁴⁵ Vgl. zur Kritik am Bernoulliprinzip im Überblick bspw. Laux, H. (1998), S. 191-196.

¹⁴⁶ Vgl. bspw. Steiner, M./Bruns, C. (2002), S 14. und 29.

¹⁴⁷ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 110-118.

verarbeitung im Kapitel D in die Modelle der Arbeit integrieren lassen und dadurch die Erkenntnisse der Arbeit sich nicht ändern. Ein dynamisches Modell aus rein portfoliotheoretischer Sicht zu dieser Thematik jedoch ohne Berücksichtigung von pagatorischen Informationskosten wird bspw. von Dolzer und Nietert vorgestellt.

In der Praxis kann ein privater Investor nicht nur auf eine einzige risikofreie Anlagemöglichkeit zurückgreifen, sondern es existiert eine Vielzahl unterschiedlicher, mehr oder minder risikofreier Anlageformen, während in der Arbeit gemäß Annahme (11) nur ein risikofreies Wertpapier betrachtet wird. Dazu ist anzumerken, dass tatsächlich risikofreie Anlageformen bei identischem Anlagezeitraum in einem arbitragefreien Markt eine identische Verzinsung aufweisen. Bei festverzinslichen Wertpapieren, die Risiken wie bspw. Ausfall- und Bonitätsrisiken aufweisen, handelt es sich hingegen um risikobehaftete Wertpapiere. Solche sind im Modell enthalten.

Annahme (10) unterstellt für die Arbeit eine beliebige Teilbarkeit der Wertpapiere, die in der Realität nur für wenige Anlageformen gegeben ist. Aktien und festverzinsliche Wertpapiere bspw. unterliegen i. d. R. eine Mindeststückelung. In der Literatur sind dazu einige Ganzzahligkeitsalgorithmen zur Portfoliooptimierung anzutreffen.¹⁴⁸ Annahme (10) ist jedoch insofern für diese Arbeit zu rechtfertigen, dass außer bei sehr kleinen Anlagebeträgen, diese Problematik nicht sehr stark ins Gewicht fällt, da in der Praxis häufig Wertpapiere bereits ab einem Stück zu erwerben sind.

In der Realität sind bei der Kapitalanlage Transaktionskosten, Mindeststückelungen und Steuern zu berücksichtigen. Zu rechtfertigen ist die Vernachlässigung dieser Einflüsse in der Arbeit dadurch, dass gezielt die Informationsbeschaffung und –verarbeitung bei der Portfoliooptimierung untersucht werden soll. In der Literatur werden bspw. einige Modelle dargestellt, bei denen der Einfluss von Transaktionskosten¹⁴⁹, und Steuern¹⁵⁰ auf die Portfoliobildung analysiert wird.¹⁵¹ Gemäß Annahme (2) wird die Kapitalanlage als isoliertes Entscheidungsproblem des privaten Investors betrachtet. In der Realität ist die Kapitalanlage jedoch auf die anderen finanziellen Problembereiche der privaten Investoren abzustimmen.

Annahme (6) vernachlässigt die Timingproblematik in der Arbeit. Diese Annahme wird gewählt um die Portfolioentscheidung in den Vordergrund der Arbeit zu stellen. Informationskosten bei der Entscheidung über die Kaufs- und Verkaufszeitpunkte bspw. beim Stockpicking stellen eine andere Sichtweise in Bezug auf die Informationsproblematik bei der Kapitalanlage dar und liefern weiteren Forschungsbedarf.

¹⁴⁸ Vgl. bspw. Dziedina, M. (1987), S 175 ff.

¹⁴⁹ Vgl. Magill, M./Constantinides, G. (1976), S. 245-263; Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 129.

¹⁵⁰ Vgl. Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 130.

¹⁵¹ Einen Überblick über derartige Modelle ist bspw. bei Schmidt-von Rhein, A. (1996), S. 129 f. zu finden.

F FAZIT

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Lösung von Entscheidungen im Rahmen der Portfoliooptimierung in Bezug auf die Informationsbeschaffung, -verarbeitung und Portfoliozusammensetzung, falls Informationskosten auftreten.

Der normativen Modernen Portfoliotheorie wird in der Literatur ein hoher Stellenwert beigemessen.¹⁵² Ihre praktische Umsetzung gestaltet sich jedoch aus mehreren Gründen sehr schwierig. Bspw. kann der normativen Modernen Portfoliotheorie entgegen gehalten werden, dass Investoren in der Realität im Gegensatz zu den Modellen der normativen Modernen Portfoliotheorie Zeit, kognitive Fähigkeiten, Fachwissen, technische Unterstützung etc. zur Portfoliooptimierung benötigen und die Beschaffung von Informationen Kosten induziert.

Wie in der Problemstellung dieser Arbeit aufgezeigt, erwerben private Investoren in der Realität häufig Portfolios, die nicht effizient im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie sind, und verwenden naive Strategien zur Portfoliobildung. Im Vergleich zu institutionellen Investoren beschaffen und verarbeiten private Investoren in der Realität i. d. R. weniger Informationen zur Portfoliooptimierung. Informationskosten können das Verhalten der privaten Investoren in der Realität erklären, wobei zur Analyse der Effizienz und Optimalität von Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten in der Arbeit zwei grundsätzliche Sichtweisen gewählt werden:

- Modellierung der Portfolioentscheidung aus praktischer Sicht
- Modellierung der Informations- und Portfolioentscheidung aus portfoliotheoretischer Sicht

Beide Sichtweisen zeigen, dass im Falle von Informationskosten bei der Beschaffung und Verarbeitung von Informationen sowie der Portfoliobildung private Investoren Portfolios erwerben, die nicht effizient und optimal im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie sind. Im Modellkontext sind diese Portfolios jedoch effizient und optimal unter Berücksichtigung von Informationskosten.

Ein Vergleich der Handlungsstrategien Portfoliobildung, naiver Diversifikation und Fondsinvestment zur Portfoliobildung zu verfolgen aus praktischer Sicht in einem portfoliotheoretischen Rahmen zeigt unter vollständigen Informationen, dass es für übliche private Investoren mit geringen Investitionsbeträgen c. p. vorteilhaft ist naive Strategien zur Portfoliobildung oder in Fonds zu investieren. Sehr vermögende und institutionelle Investoren hingegen verwenden komplexere Handlungsstrategien zur Portfoliobildung.

¹⁵² Vgl. Memmel, C. (2004), S. 147.

Private Investoren mit hohem Fachwissen, umfangreichen kognitiven Fähigkeiten, geringer Bewertung des Zeiteinsatzes und bereits umfassender vorhandener technischer Ausstattung verwenden ebenfalls komplexe Handlungsstrategien zur Portfoliobildung, da bei ihnen geringe Informationskosten anfallen.

Im modellierten Vergleich sind effiziente Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung investorspezifisch. Bei vorgegebenen Schätzungen für die erwarteten Renditen vor Informationskosten und Standardabweichungen der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere hängen effiziente Portfolios unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung vom individuellen Investitionsbetrag und den jeweiligen Informationskosten und damit von den kognitiven Fähigkeiten, dem Fachwissen, den technischen Ressourcen und dem Zeiteinsatz des privaten Investors ab. Im Vergleich zur normativen Modernen Portfoliotheorie existiert damit keine vom Investor unabhängige Menge an effizienten Portfolios.

Im Gegensatz zur normativen Modernen Portfoliotheorie ist es unter Berücksichtigung von Informationskosten bei der Portfoliobildung nicht effizient und optimal für alle Investoren eine identische Struktur an risikobehafteten Wertpapieren zu erwerben.

Ein Vergleich unter unvollständigen Informationen aus praktischer Sicht zeigt, dass es für einen privaten Investor in der Realität i. d. R. nicht sinnvoll ist, alle unbekannt Parameter zu bestimmen, falls dies Informationskosten induziert, sondern vorteilhaft ist zunächst auf Basis der bekannten Informationen zu entscheiden. Falls die bekannten Informationen keine Entscheidung ermöglichen, können allgemeine Hilfestellungen für private Investoren bei einer Entscheidung unter unvollständigen Informationen herangezogen werden.

Werden Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung berücksichtigt, steht der private Investor neben der reinen Portfolioentscheidung simultan vor dem Problem einer Informationsentscheidung.

Aus portfoliotheoretischer Sicht verfügen private Investoren trotz identischer Anfangsausstattung an Finanzinformationen und Nutzenfunktion nach einer Informationskosten induzierenden Finanzanalyse nicht über einen einheitlichen Informationsstand. Folglich haben vollkommen rational handelnde Marktteilnehmer keine homogenen Erwartungen über künftige erwartete Renditen und Risiken bzgl. der risikobehafteten Wertpapiere, da die optimale Informationsbeschaffung und -verarbeitung von der Höhe des Investitionsbetrags und der Informationskosten, der Risikoaversion, dem Einfluss der einzelnen Störterme, der Höhe des Zeitkostensatzes pro Zeiteinheit sowie der benötigten Zeit zur Finanzanalyse beeinflusst werden. Damit gibt es besser und weniger gut informierte private Investoren. Dies geht konform mit dem beobachtbaren Verhalten der privaten Investoren in der Realität.

Aus portfoliotheoretischer Sicht liegt keine Tobin-Separation im Sinne der normativen Modernen Portfoliotheorie vor, falls Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung anfallen. Die Struktur der risikobehafteten Wertpapiere im optimalen Portfolio hängt

von der Finanzanalyse und damit der Schätzung des privaten Investors bzgl. des Vektors der erwarteten Renditen vor Informationskosten und der Kovarianzmatrix der Renditen vor Informationskosten der risikobehafteten Wertpapiere sowie dem Verhältnis von Anlage- zu Investitionsbetrag abhängen. Demzufolge lässt sich auch keine Menge an effizienten Portfolios bestimmen, die vom privaten Investor unabhängig ist.

Bei identischer Anfangsausstattung an Finanzinformationen und Nutzenfunktion beschaffen sich private Investoren mit hohen Investitionsbeträgen mehr Informationen und führen eine umfassendere Finanzanalyse durch. Gleiches gilt für private Investoren, die die Informationsbeschaffung und -verarbeitung kostengünstig durchführen können, bspw. private Investoren, die sehr schnell Informationen auswerten können, einer Einheit Freizeit einen geringen Wert beimessen, über umfassendes Finanzwissen verfügen etc.

Private Investoren mit geringeren Investitionsbeträgen oder hohen Informationskosten werten weniger Finanzinformationen im Rahmen der Finanzanalyse aus oder investieren in das risikofreie Wertpapier.

Es wird gezeigt, dass das optimale Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im Portfolio c. p. mit einer zunehmenden erwarteten Rendite und abnehmenden Varianz des risikobehafteten Wertpapiers steigt. Dadurch lässt sich durch die Modellierung ableiten, dass das Gewicht eines risikobehafteten Wertpapiers im Portfolio steigt, wenn über dieses Wertpapier Finanzinformationen ausgewertet werden. C. p. werden folglich risikobehaftete Wertpapiere, über die dem Investor viele Informationen vorliegen, vergleichsweise im optimalen Portfolio stärker gewichtet als risikobehaftete Wertpapiere, über die der Investor weniger Informationen hat.

Für vermögende private Investoren erhöhen c. p. im Falle von Informationskosten bei der Finanzanalyse und Portfoliobildung verstärkte Informationsbeschaffung und -verarbeitung in der Finanzanalyse und komplexere Strategien zur Portfoliobildung den Nutzen bei der Kapitalanlage.

Private Investoren mit hohem Finanzwissen, hohen kognitiven Fähigkeiten, guter technischer Ausstattung und ausreichend zur Verfügung stehender Zeit können die Finanzanalyse und Portfoliobildung kostengünstiger durchführen. Daher kann der Nutzen für einen entsprechenden privaten Investor durch einen erhöhten Zeiteinsatz zur Analyse der verfügbaren Informationen und die Verwendung komplexere Handlungsstrategien Portfoliobildung gesteigert werden.

G ANHANG

1 Herleitung der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten

$$\mu'_{LP} = r'_s + \frac{\mu'_{MPF} - r'_s}{\sigma'_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP}$$

\Leftrightarrow

$$\mu'_{LP} = \left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s) - 1}{I_0^{\text{ges}}} \right) + \frac{\left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + \mu_{MPF}) - 1}{I_0^{\text{ges}}} \right) - \left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s) - 1}{I_0^{\text{ges}}} \right)}{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP}$$

\Leftrightarrow

$$\mu'_{LP} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s) - 1}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{\left(\frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + \mu_{MPF}) - (I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} \right)}{\frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP}$$

\Leftrightarrow

$$\mu'_{LP} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (\mu_{MPF} - r_s)}{I_0^{\text{ges}} \cdot \frac{I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}}{I_0^{\text{ges}}} \cdot \sigma_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP} - 1$$

\Leftrightarrow

$$\mu'_{LP} = \frac{(I_0^{\text{ges}} - K_I^{\text{PFS}}) \cdot (1 + r_s)}{I_0^{\text{ges}}} + \frac{(\mu_{MPF} - r_s)}{\sigma_{MPF}} \cdot \sigma'_{LP} - 1$$

2 Effiziente Portfolios bei Vergleich von Portfolioselektion, naiver Diversifikation und Fondsinvestment unter vollständigen Informationen

Für die im Folgenden betrachteten Fälle 2 bis 4 wird davon ausgegangen, dass die Informationskosten bei der Portfolioselektion den Investitionsbetrag nicht übersteigen und damit die Portfolioselektion als Handlungsstrategie grundsätzlich in Frage kommt.

Fall 2: Es existiert ein Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation, der eine geringere erwartete Rendite nach Informationskosten als der risikofreie Zinssatz aufweist:

$$\sigma'_{\text{Schnitt}} \leq \sigma'_{\text{MPF}} \text{ und } \sigma'_{\text{naiv}}$$

$$r_s > \mu'_{\text{Schnitt}}$$

Fall 2a: Ein existierender Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie der erwarteten Rendite nach Informationskosten durch Fonds weist eine geringere erwartete Rendite nach Informationskosten als der risikofreie Zinssatz auf.

In diesem Fall sind nur Portfolios effizient, die sich auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten befinden und eine höhere Rendite nach Informationskosten als das risikofreie Wertpapier vor Informationskosten hervorbringen. Des Weiteren ist die Investition in das risikofreie Wertpapier effizient. (Abbildung 31).

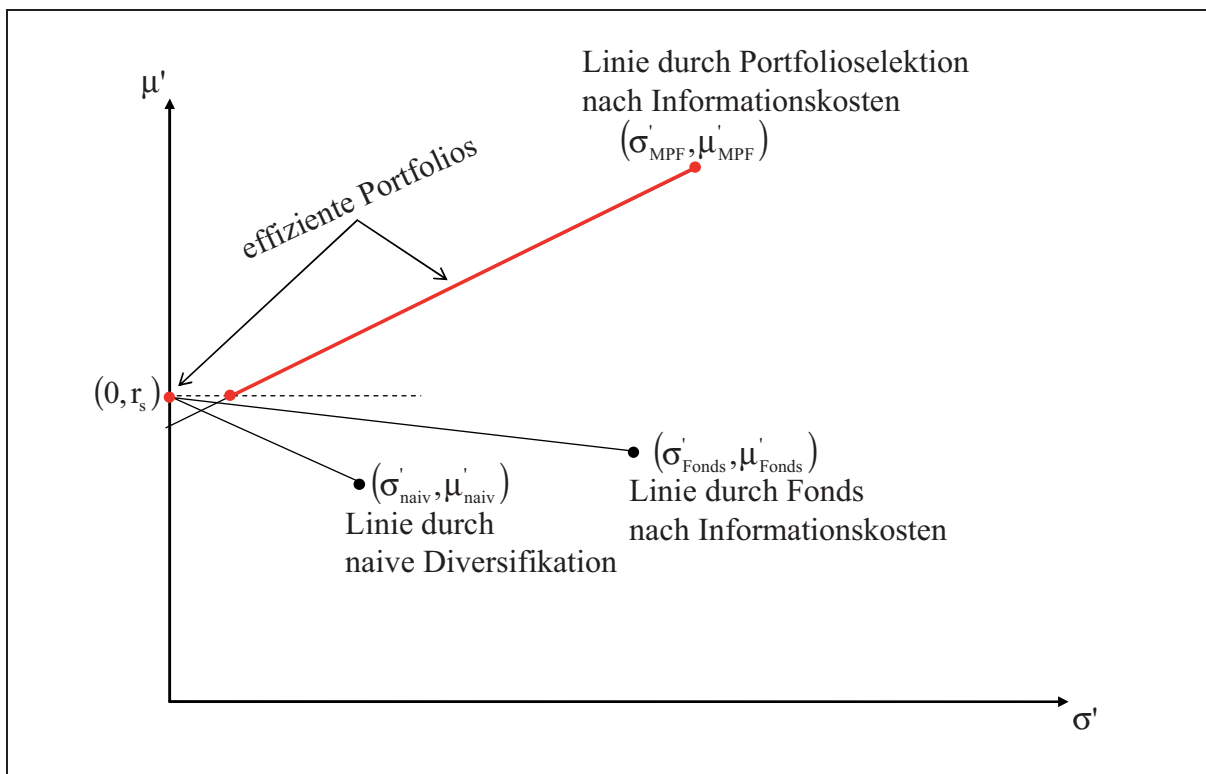


Abbildung 31: Effiziente Portfolios Fall 2a

Fall 2b: Ein existierender Schnittpunkt zwischen der Linie der erwarteten Rendite nach Informationskosten durch Fonds und der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten weist eine höhere erwartete Rendite auf als der risikofreie Zinssatz als sowie der Schnittpunkt zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation.

Effiziente Portfolios werden damit nur durch das Fondsinvestment und die Portfolioselektion kreiert (Abbildung 32).

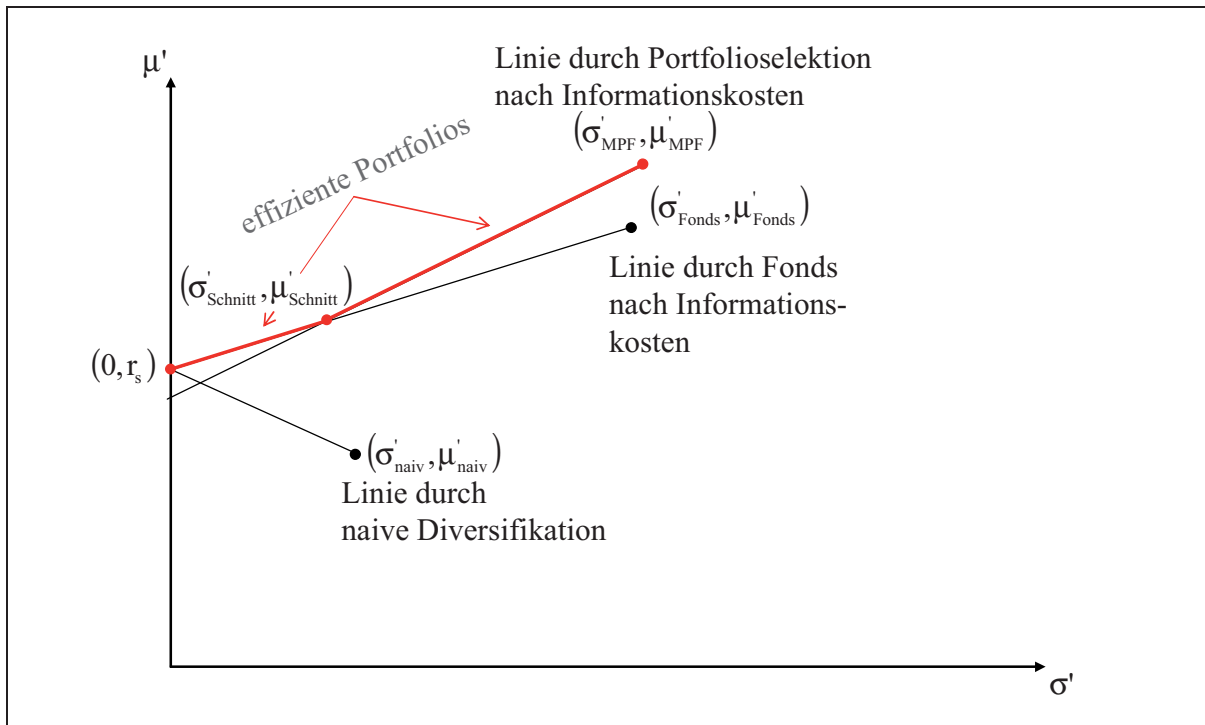


Abbildung 32: Effiziente Portfolios Fall 2b-1

Sollte das Fondsinvestment eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als das Marktportfolio hervorbringen, können nochmals effiziente Portfolios gebildet werden (Abbildung 33).

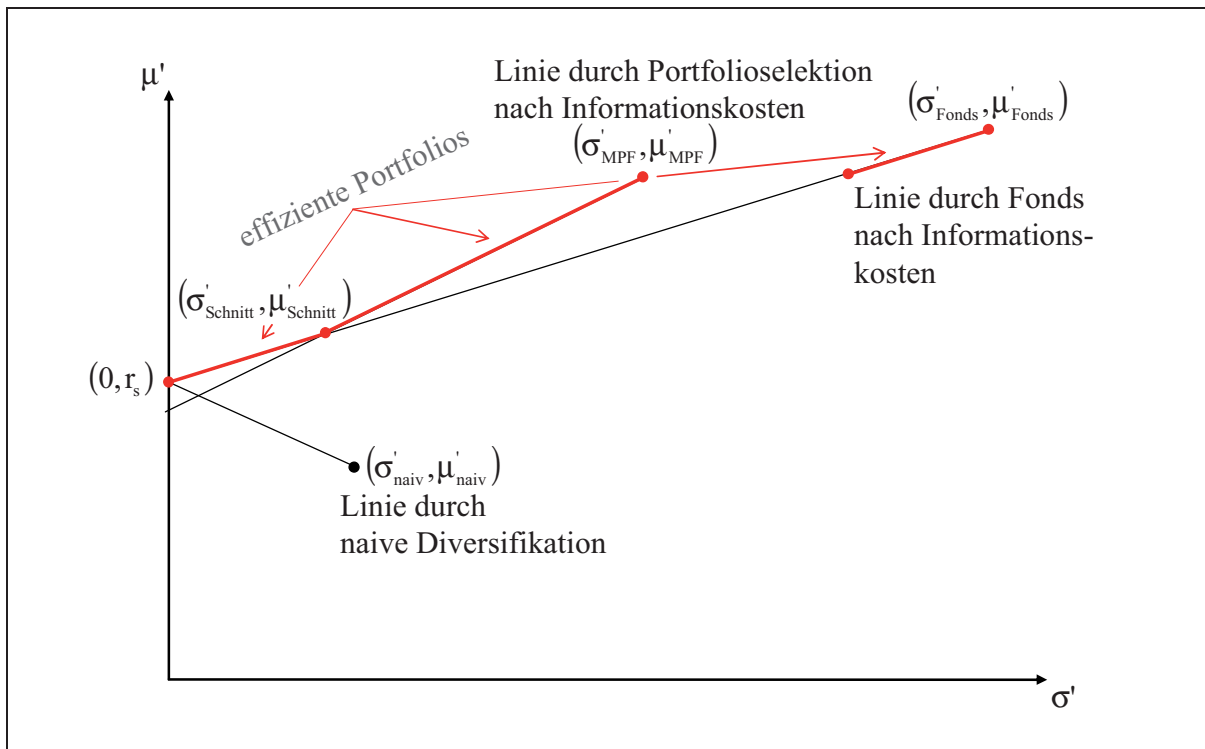


Abbildung 33: Effiziente Portfolios Fall 2b-2

Fall 3: Das Marktportfolio nach Informationskosten und das naiv diversifizierte Portfolio weisen eine geringer erwartete Rendite als die risikofreie Verzinsung auf.

Fall 3a: Auch durch das Fondsinvestment können nach Informationskosten keine höheren erwarteten Renditen als der risikofreie Zinssatz erzielt werden. Die naive Diversifikation wird vom Fondsinvestment dominiert.

In diesem Fall ist nur die Investition in das risikofreie Wertpapier effizient. (Abbildung 34).

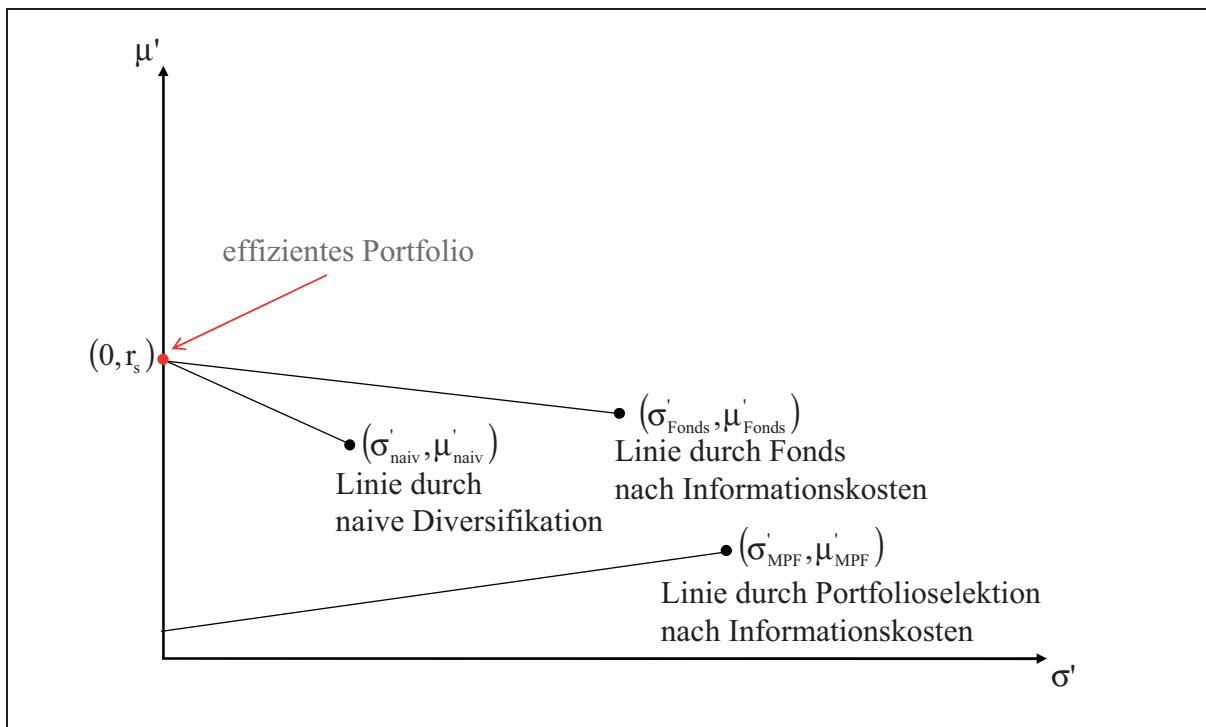


Abbildung 34: Effiziente Portfolios Fall 3a

Fall 3b: Durch das Fondsinvestment können nach Informationskosten höhere erwartete Renditen als durch den risikofreien Zinssatz erzielt werden.

In diesem Fall ist das Fondsinvestment die dominierende Handlungsalternative. (Abbildung 35).

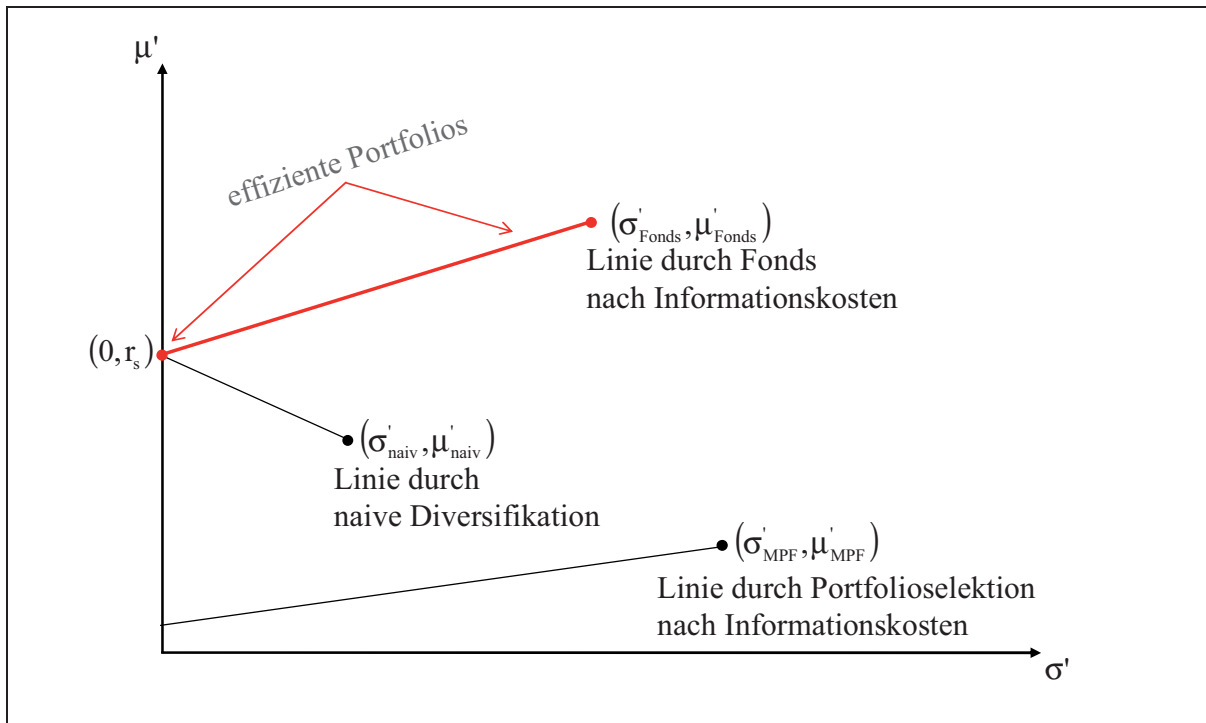


Abbildung 35: Effiziente Portfolios Fall 3b

Fall 4: Zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie durch naive Diversifikation existiert kein Schnittpunkt. Des Weiteren weist das naiv diversifizierte Portfolio eine geringere Standardabweichung der Rendite nach Informationskosten auf als das Marktportfolio nach Informationskosten:

$$\sigma'_{\text{naiv}} < \sigma'_{\text{MPF}}$$

Fall 4a: Zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie der erwarteten Rendite nach Informationskosten durch Fonds existiert ein Schnittpunkt. Die erwartete Rendite nach Informationskosten des Fondsportfolios ist geringer als die erwartete Rendite nach Informationskosten des naiv diversifizierten Portfolios.

Die effizienten Portfolios entstehen hier durch Kombination des risikofreien Wertpapiers und des naiv diversifizierten Portfolios. Des Weiteren sind diejenigen Portfolios auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten effizient, die eine höhere erwartete Rendite als das naiv diversifizierte Portfolio aufweisen (Abbildung 36).

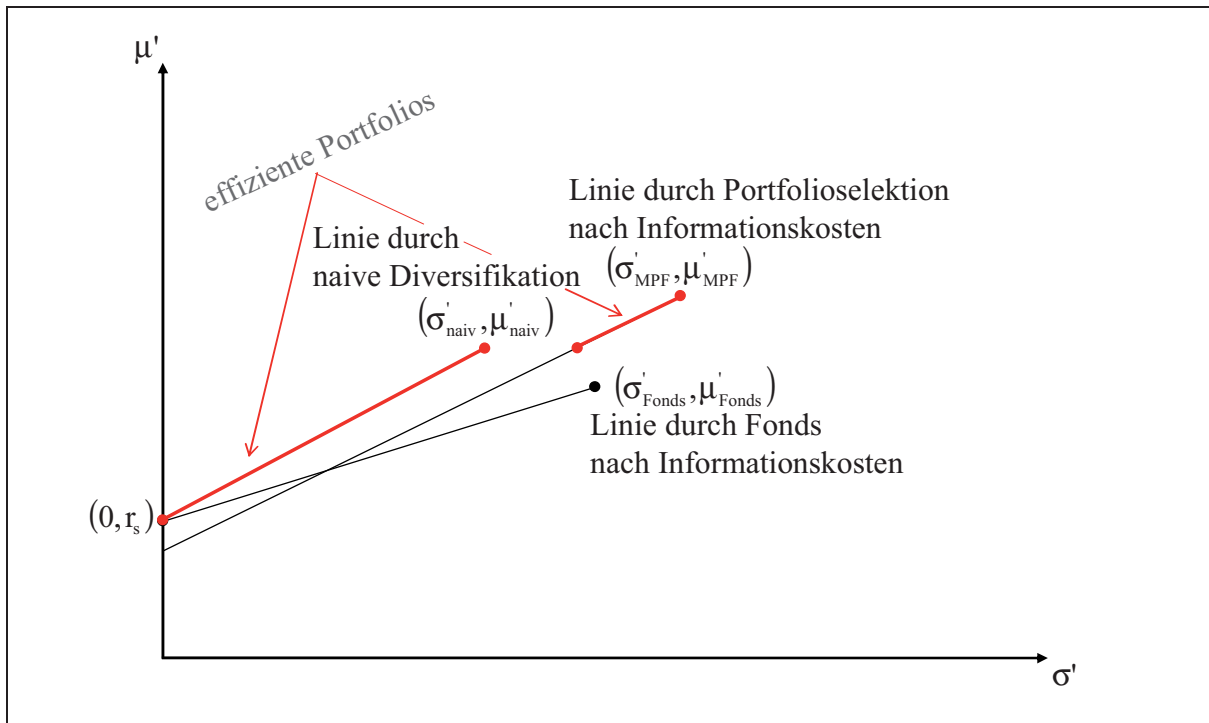


Abbildung 36: Effiziente Portfolios Fall 4a

Fall 4b: Zwischen der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten und der Linie der erwarteten Rendite nach Informationskosten durch Fonds existiert kein Schnittpunkt. Das Fondsinvestment wird von der naiven Diversifikation dominiert.

Auch hier entstehen effiziente Portfolios sowohl durch Kombination des risikofreien Zinssatzes und des naiv diversifizierten Portfolios als auch durch Portfolios, welche auf der Linie durch Portfolioselektion nach Informationskosten liegen, die eine höhere erwartete Rendite nach Informationskosten als das naiv diversifizierte Portfolio aufweisen (Abbildung 37).

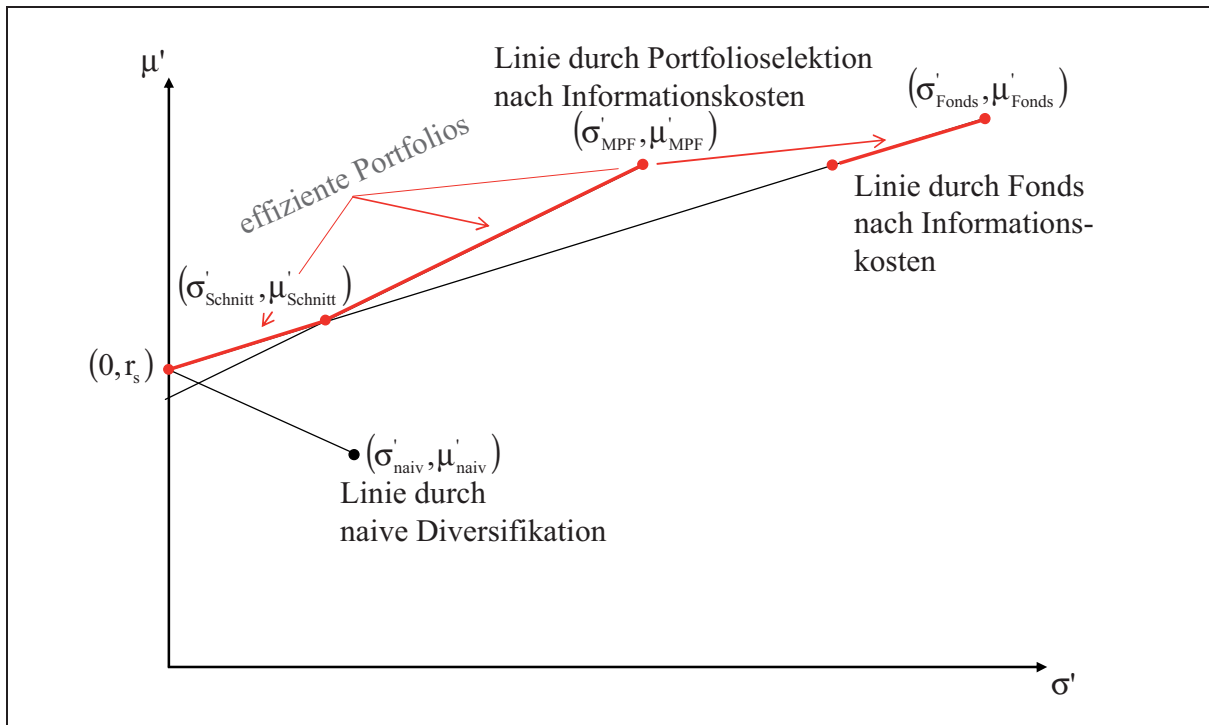


Abbildung 37: Effiziente Portfolios Fall 4b

Fall 4c: Ist die erwartete Rendite nach Informationskosten des Fondsportfolios größer als die des naiv diversifizierten Portfolios und kleiner als die des Marktportfolios und hinzukommend die erwartete Rendite nach Informationskosten des Marktportfolios höher als die des naiv diversifizierten Portfolios und des Fondsportfolios, so können durch die Portfolioselektion effiziente Portfolios gebildet werden (Abbildung 38).

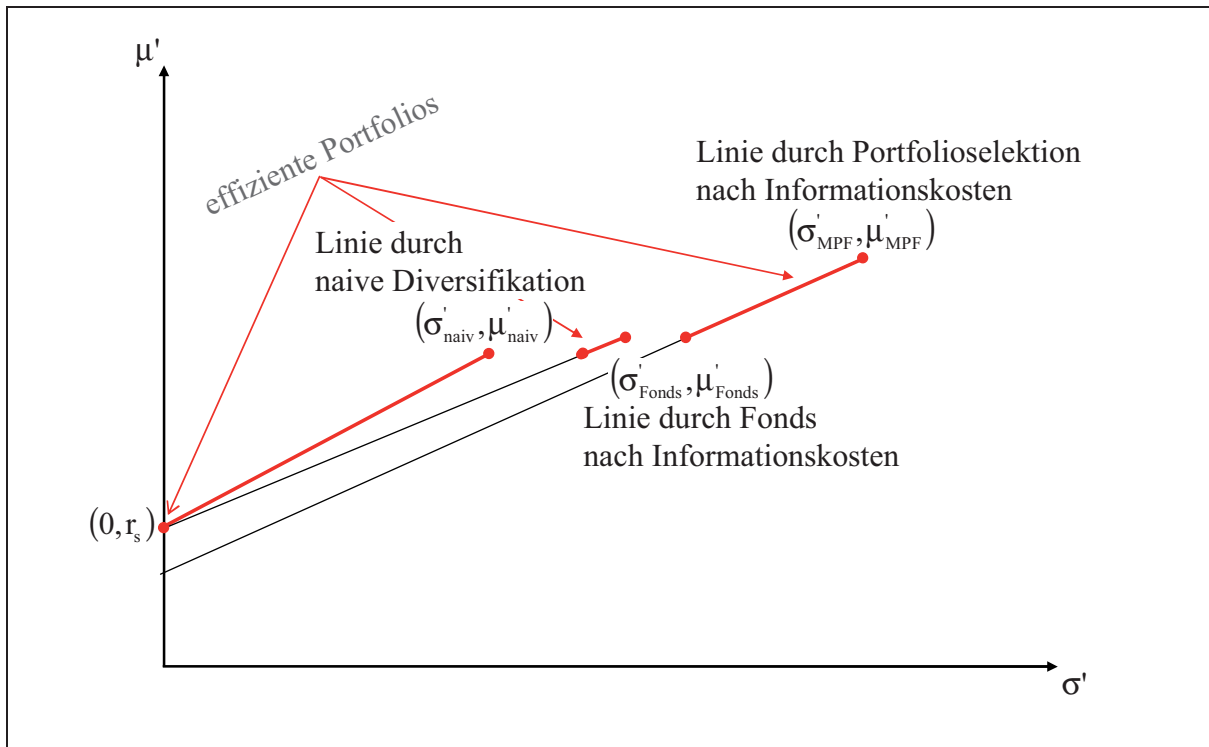


Abbildung 38: Effiziente Portfolios Fall 4c

Fall 4d: Ist die erwartete Rendite nach Informationskosten des Fondsportfolios höher als die des naiv diversifizierten Portfolios und des Marktportfolios, so erzielt das Fondsinvestment im entsprechenden Bereich effiziente Portfolios (Abbildung 39).

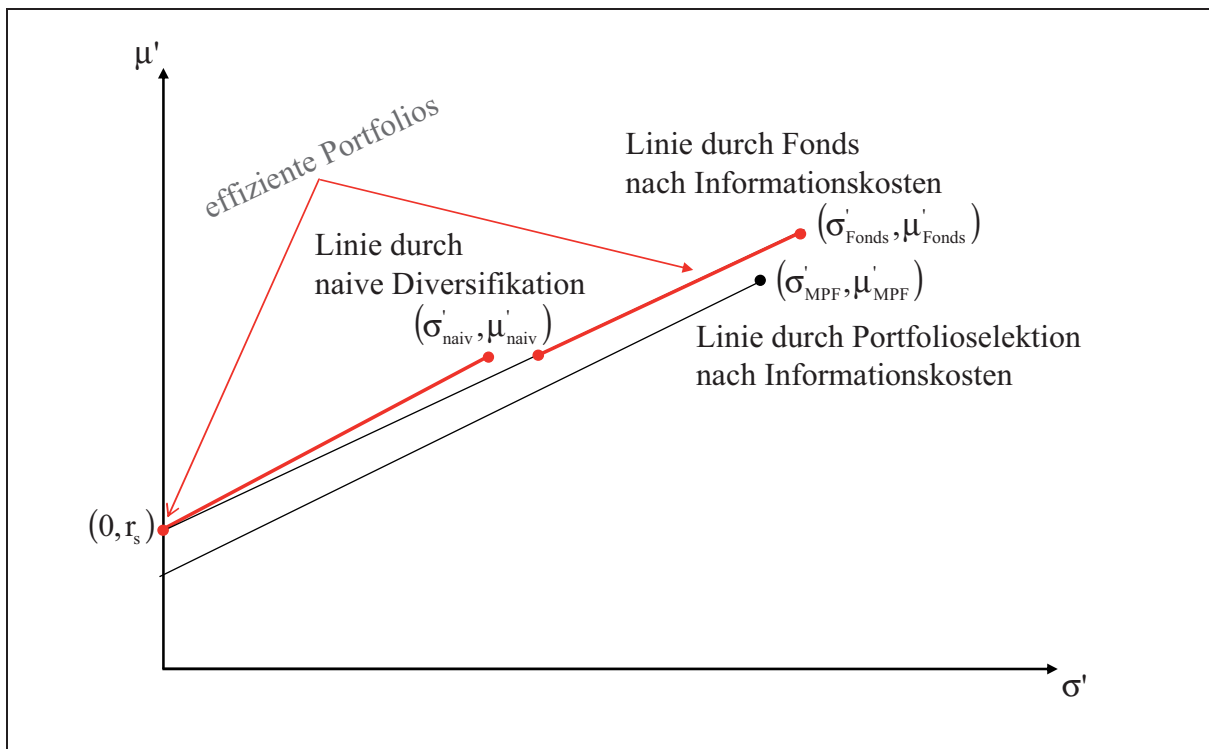


Abbildung 39: Effiziente Portfolios Fall 4d

Fall 5: Die Informationskosten bei der Portfolioselektion übersteigen den Investitionsbetrag des privaten Investors.

Fall 5a: Die naive Diversifikation dominiert das Fondsinvestment (Abbildung 40).

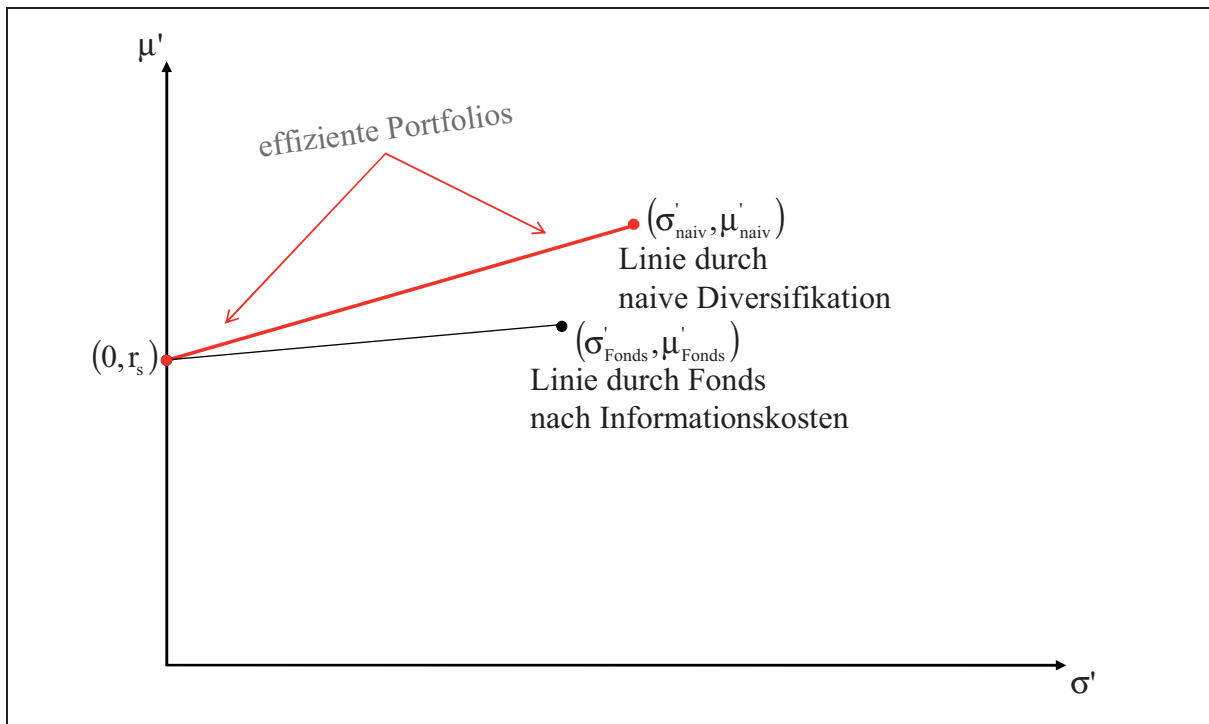


Abbildung 40: Effiziente Portfolios Fall 5a

Fall 5b: Die naive Diversifikation dominiert das Fondsinvestment für den Bereich, in dem die Portfolios durch das Fondsinvestment geringere erwartete Renditen nach Informationskosten als das naiv diversifizierte Portfolio μ'_{naiv} aufweisen. Danach liefert das Fondsinvestment effiziente Portfoliolösungen (Abbildung 41).

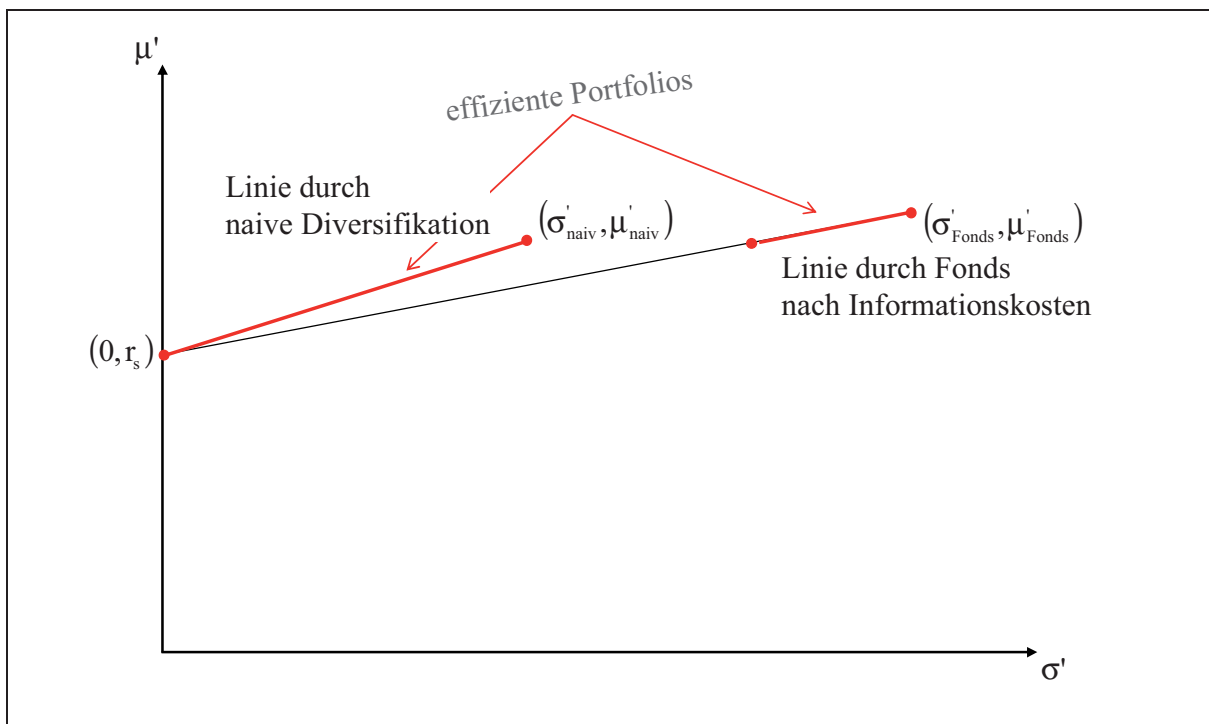


Abbildung 41: Effiziente Portfolios Fall 5b

Fall 5c: Das Fondsinvestment dominiert die naive Diversifikation (Abbildung 42).

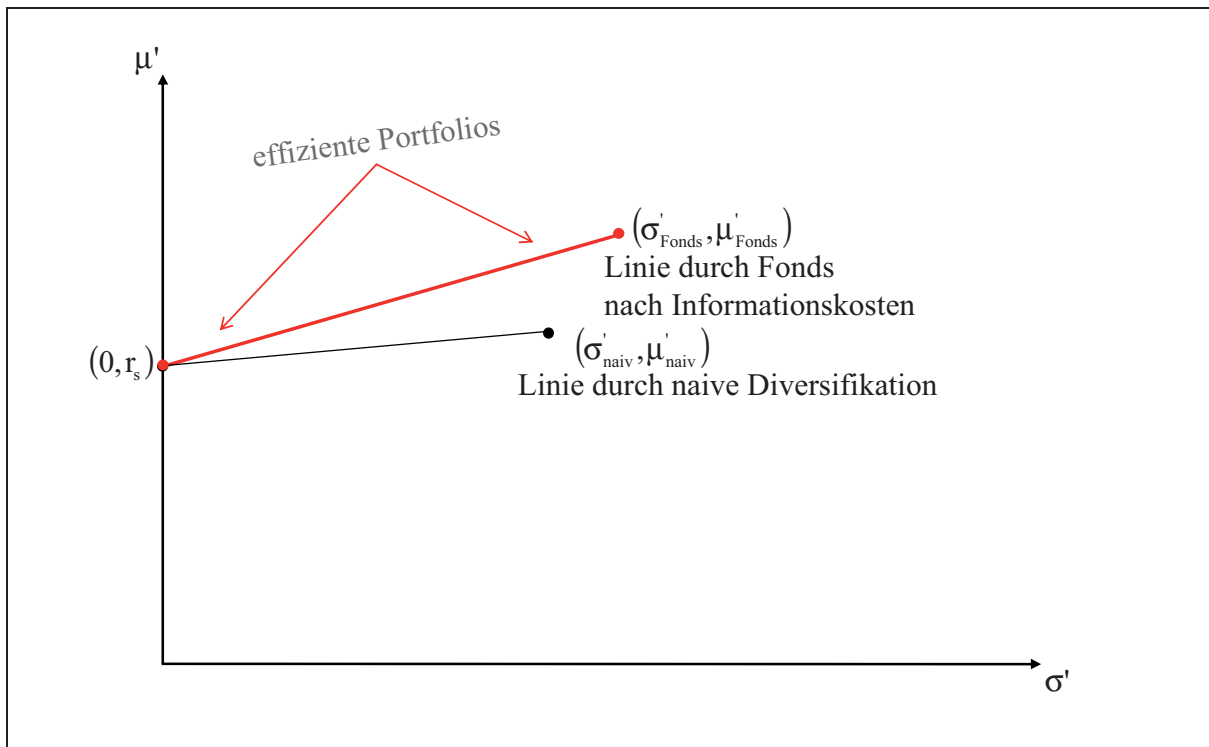


Abbildung 42: Effiziente Portfolios Fall 5c

Fall 5d: Das Fondsinvestment dominiert die naive Diversifikation für den Bereich, in dem die Portfolios geringere erwartete Renditen nach Informationskosten als das Fondsportfolio μ'_{Fonds} aufweisen. Danach liefert die naive Diversifikation effiziente Portfoliolösungen (Abbildung 43).

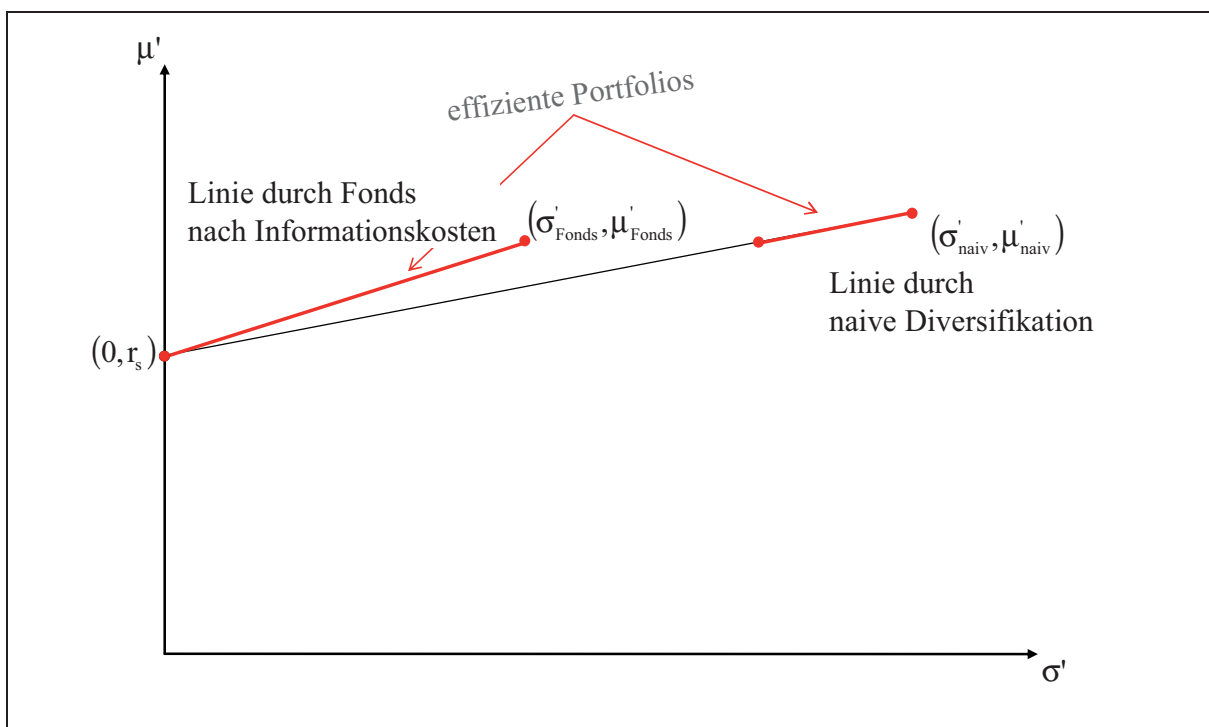


Abbildung 43: Effiziente Portfolios Fall 5d

3 Herleitung des Maximierungsproblems bei der Finanzanalyse in Bezug auf den Zeiteinsatz

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \right. \\
 & \quad \cdot \left[1 + \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot (\underline{\Phi} \cdot \underline{S}) + r_s - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s \right] - \\
 & \quad - 1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z)}{I_0^{\text{ges}}} \right)^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot \\
 & \quad \cdot \left(\begin{array}{cccc} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \end{array} \right) \cdot \left. \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ A \cdot 1 + \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \sum_{k=1}^M \varphi_{1k}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \\ \sum_{k=1}^M \varphi_{2k}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^M \varphi_{Mk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \end{array} \right) + r_s - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s \right\} - \\
 & -1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)^T \cdot \\
 & \cdot \left(\begin{array}{cccc} \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \end{array} \right) \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

↔

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{t_{\text{Inv}}} & \left\{ A \cdot \left[1 + \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{1k}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} + \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{2k}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} + \dots + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{Mk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} + \cdot r_s - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot v_i^{t=1}} \cdot r_s \right] - 1 - \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1} \end{array} \right)^T \cdot \left(\begin{array}{c} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot v_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{array} \right) \right\}
 \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ A + A \cdot r_s + \sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \right. \\ \left. -1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \begin{pmatrix} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A} \\ 0 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{E(r_1) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \frac{E(r_2) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \\ \vdots \\ \frac{E(r_M) - r_s}{\beta \cdot A \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \end{pmatrix} \right\}$$

\Leftrightarrow

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ A + A \cdot r_s + \sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \right. \\ \left. -1 - \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot A^2 \cdot \left[\frac{(E(r_1) - r_s)^2}{\beta^2 \cdot A^2 \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} + \frac{(E(r_2) - r_s)^2}{\beta^2 \cdot A^2 \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} + \dots + \frac{(E(r_M) - r_s)^2}{\beta^2 \cdot A^2 \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \right] \right\}$$

\Leftrightarrow

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ A + A \cdot r_s + \sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \right. \\ \left. -1 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{(E(r_1) - r_s)^2}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{1i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} + \frac{(E(r_2) - r_s)^2}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{2i}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} + \dots + \frac{(E(r_M) - r_s)^2}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{Mi}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \right] \right\}$$

↔

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ A + A \cdot r_s + \sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\beta \cdot \sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \right. \\ \left. - 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \right\}$$

↔

$$\text{Max}_{t_{\text{Inv}}} \left\{ \frac{(I_0^{\text{ges}} - (K_{\text{Fix}} + t_{\text{Inv}} \cdot k_z))}{I_0^{\text{ges}}} \cdot (1 + r_s) + \frac{1}{\beta} \cdot \left[\sum_{j=1}^M \left(\frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot \sum_{k=1}^M \varphi_{jk}^{t=0} \cdot S_k^{t=0} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{j=1}^M \frac{E(r_j) - r_s}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \cdot r_s - \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^M \frac{(E(r_j) - r_s)^2}{\sum_{i=1}^M \varphi_{ji}^2 \cdot \hat{\lambda}_i^{t=1}} \right] - 1 \right\}$$

Literaturverzeichnis

Ahn, D./Kim, J./Yoon, S. (2006), Time costs of risky asset management: Dynamic portfolio choice and limited participation, Working Paper, 2006.

Albrecht, P./Maurer, R. (2005), Investment- und Risikomanagement – Modelle, Methoden, Anwendungen, Stuttgart, 2005.

Backhaus, K. et al. (2008), Multivariate Analysemethoden - Eine anwendungsorientierte Einführung, Heidelberg, 2008.

Barber, B./Odean, T. (2001), Boys will be boys: Gender, overconfidence, and common stock investment, in: Quarterly Journal of Economics, 116, S. 261-292.

Barberis, N./Thaler, R. (2003), A survey of behavioural finance, in: Constantinides, G. M./Harris, M./Stulz, R. (2003), Handbook of the Economics of Finance, Vol. 1B, Amsterdam et al., 2003.

Bock, F. et. al. (2009), Investment 2009, Daten, Fakten, Entwicklungen, BVI Bundesverband Investment und Asset Management e. V., Frankfurt am Main, 2009.

Breuer, W./Gürtler, M./Schuhmacher, F. (1999), Portfoliomanagement, Theoretische Grundlagen und praktische Anwendung, Wiesbaden, 1999.

Bruns, C./Meyer-Bullerdiek, F. (2000), Professionelles Portfoliomanagement, Aufbau, Umsetzung und Erfolgskontrolle strukturierter Anlagestrategien, Stuttgart, 2000.

Dolzer, A./Nietert, B. (2006), Portfolio Selection with Time Constraints and a Rational Explanation of Insufficient Diversification and Excessive Trading, Working Paper, Passau, 2008.

Domschke, W./Drexel, A. (1998), Einführung in die Operations Research, Heidelberg, 1998.

Dziedina, M. (1987), Mathematisch-statistische Methoden zur Aktiendepot-Optimierung, Frankfurt am Main, 1987.

Eisenführ, F./Weber, M. (2003), Rationales Entscheiden, Berlin/Heidelberg/New York, 2003.

Ernst, E./Gassen, J./Pellens, B. (2009), Verhalten und Präferenzen deutscher Aktionäre – Eine Befragung privater und institutioneller Anleger zum Informationsverhalten, zur Dividendenpräferenz und zur Wahrnehmung von Stimmrechten, Studie des Deutschen Aktieninstitutes, Heft 42, Frankfurt am Main, 2009.

Götzmann, W./Kumar, A. (2008), Equity portfolio diversification, in: Review of Finance, 2008.

Laux, H. (1998), Entscheidungstheorie, Berlin et al. 1998.

Mag, W. (1977), Entscheidung und Information, München, 1977.

Magill M./Constantinides, G (1976), Portfolio Selection with Transactions Costs, Journal of Economic Theory, 1976, 13(2), S. 245-263.

Markowitz, H. (1952), Portfolio Selection, in: Journal of Finance, 739, S. 77-91.

Markowitz, H. (1959), Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investment, New York, 1959.

Markowitz, H. (1991), Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investment, Oxford, 1991.

Massa, M./Simonov, A. (2005), Hedging, Familiarity and Portfolio Choice, in: The Review of Financial Studies, 2005.

Memmel, C. (2004), Schätzrisiken in der Portfoliotheorie, Auswirkungen und Möglichkeiten der Reduktion, Köln, 2004.

Opitz, O. (1999), Mathematik, Lehrbuch für Ökonomen, München/Wien, 1999.

O. V. (2009), Zahl der Aktionäre in Deutschland – Gesamtdeutschland, Infratest-Umfrage im Auftrag des Deutschen Aktieninstitut, Deutsches Aktieninstitut, Frankfurt am Main, 2009, online im Internet: url: http://www.dai.de /internet/dai/dai-2-0.nsf/dai_statistiken.htm (Stand 14.08.2009).

O. V. (2009) 2, Deutschland in Zahlen, Ausgabe 2009, Institut der deutschen Wirtschaft Köln, Köln, 2009.

Peng, L. (2005), Learning with Information Capacity Constraints, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 40, June 2005, S. 307-329.

Poddig, T./Brinkmann, U./Seiler, K. (2005), Portfoliomanagement Konzepte und Strategien – Theorie und praxisorientierte Anwendung mit Excel, Bad Soden Ts., 2005.

Rouette, C. (2005), Die Asset-Allokationsentscheidung deutscher Privatinvestoren, Köln, 2005.

Rutsch, W. (2008), Zwischen Hobby und ökonomischer Effizienz, in: Die Bank, 1.2008, S. 42-44.

Schaich, F./Köhle, D./Schweitzer, W./Wegner, F. (1993), Statistik I für Volkswirte, Betriebswirte und Soziologen, München, 1993.

Schwarz, R./Köckler, N. (2008), Numerische Mathematik, Stuttgart, 2008.

Schmidt-von Rhein, A. (1996), Die moderne Portfoliotheorie im praktischen Wertpapiermanagement, Bad Soden/Ts., 1996.

Sharpe, W. (1963), A Simplified Model for Portfolio Analysis, in: Management Science, Vol. 9, 1964, S. 425-442.

Spremann, K. (1999), Vermögensverwaltung, München, 1999.

Spremann, K. (2008), Portfoliomanagement, München, 2008.

Steiner, J. (2008), Qualifikation zur Privaten Finanzplanung, in: Vertriebssteuerung in der Finanzdienstleistungsindustrie, Hrsg.: Brost, H., Neske, R., Wrabetz, W., S. 467 – 487, Frankfurt am Main, 2008.

Steiner, M./Bruns, C. (2002), Wertpapiermanagement, Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung, Ulm, 2002.

Steiner, P./Uhlir, H. (2000), Wertpapieranalyse, 4. Aufl., Heidelberg, 2001.

Stölzle, T. (2002), Wertorientiertes Fondsmanagement, Berlin, 2002.

Tobin, J. (1958), Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, in: Review of Economic Studies, Vol. 25, 1958. S. 65-87.

Van Nieuwerburgh, S./Veldkamp, L. (2008), Information acquisition and portfolio underdiversification, Working Paper, New York, 2008.

Varian, H. (1999), Grundzüge der Mikroökonomik, München, 1999.

Wegener, A. (2000), Private Kapitalanlage unter besonderer Berücksichtigung betriebswirtschaftlicher und steuerlicher Aspekte, Weiden/Regensburg, 2000.

WpHG, Wertpapierhandelsgesetz in der Fassung der Bekanntmachung vom 9. September 1998 (BGBl. I S. 2708), das durch Artikel 4 des Gesetzes vom 31. Juli 2009 (BGBl. I S. 2512) geändert worden ist.

