

Schriftenreihe des Energie-Forschungszentrums Niedersachsen

efzn

Energie-Forschungszentrum
Niedersachsen



TU Clausthal

Quantifizierung von Rußpartikeln durch Kombination von elektrostatischen Feldeinflüssen

Gerald I. Hauser

Promotion an der Technischen Universität Clausthal

Band 80

 Cuvillier Verlag Göttingen

Das EFZN ist ein gemeinsames
wissenschaftliches Zentrum der
Universitäten:



Quantifizierung von Rußpartikeln durch Kombination von elektrostatischen Feldeinflüssen

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades
der Ingenieurwissenschaften

Vorgelegt von
Dipl.- Ing. Gerald I. Hauser
aus Hannover

genehmigt von der Fakultät für
Energie-und Wirtschaftswissenschaften
der Technischen Universität Clausthal

Tag der mündlichen Prüfung
28.02.2023

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliographische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

1. Aufl. – Göttingen: Cuvillier, 2024

Zugl.: (TU) Clausthal, Univ., Diss., 2024

Dekan

Prof. Dr. mont. Leonhard Ganzer

Vorsitzende/Vorsitzender der Promotionskommission

Prof. Dr. mont. Leonhard Ganzer

Betreuerin/Betreuer

Prof.Dr.-Ing. Hans-Peter Beck

Gutachter/Gutachterin

Prof.Dr.rer.nat. Carmen Genning

Dieses Dokument unterliegt der Lizenz Open Access CC BY 4.0

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2024

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

www.cuvillier.de

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlags ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2024

Gedruckt auf umweltfreundlichem, säurefreiem Papier aus nachhaltiger Forstwirtschaft.

ISBN 978-3-7369-7931-4

eISBN 978-3-7369-6931-5

Danksagung

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Beck danke ich herzlich für die Anregungen zu dieser Arbeit, die Unterstützung und die Betreuung bei der Bearbeitung sowie für das stets entgegengebrachte Vertrauen.

Für die freundliche Übernahme des Korreferats möchte ich mich bei Frau Prof. Dr. rer.nat. Carmen Genning bedanken.

Herrn Dr.-Ing Ernst-August Wehrmann danke ich für die Überprüfung meiner Arbeit.

Besonderen Dank gilt meinem Vater Prof. Dr.-Ing. Günther Hauser für seine Unterstützung bei der Durchführung der Versuche und dafür, mir die Möglichkeit gegeben zu haben, diese Arbeit durchzuführen.

Meiner Mutter Ursula Dorothea Hauser danke ich dafür, mir während meiner Doktorarbeit den Rücken freigehalten zu haben.

Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Doktorarbeit selbständig nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus den Quellen entnommen wurden, sind als solche gekennzeichnet. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

I hereby declare that this doctoral thesis was written independently using only the specified sources and aids. All passages taken from the sources are marked. This work has not yet been submitted to any examination authority in the same or a similar form.

Gerald Ingo Hauser

Zusammenfassung

In dieser Doktorarbeit werden die theoretischen Grundlagen für einen elektrostatisch arbeitenden Sensor für elektrisch leitende, luftgetragene Partikel dargelegt und am Beispiel von Rußpartikeln durch Experimente verifiziert. Es wird die Arbeitsweise des Sensors in einem mathematischen Modell abgebildet.

Es werden die Kräfte definiert und berechnet, die auf die Partikel einwirken, um eine gezielte Bewegung hervorzurufen. Die durch das elektrische Feld influenzierte Ladungstrennung innerhalb der Partikel, die eine resultierende Kraftwirkung in Richtung des stärker werdenden Feldes hervorrufen, ist nicht wesentlich für Partikelbewegung. Die für einen Antrieb eines Partikels wesentlichste Eigenschaft ist dessen Eigenladung, die, in Wechselwirkung mit dem äußeren elektrischen Feld, die stärkste Kraft liefert.

Desweiteren wird gezeigt, dass die Anzahl der auf der Messelektrode angelagerten Partikel, unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit des Trägergases ist.

Die an der Messelektrode angelagerten Partikel agglomerieren zu Dendriten, an deren Spitzen sich elektrische Ladungen konzentrieren. Durch das Abreißen der Dendriten wird deren Ladung von der Messelektrode abtransportiert. Der durch den Ladungsabtransport erzeugte Strom, in der Größenordnung von Pico-Ampere, ist proportional zur Rußkonzentration. Es wird durch Berechnung ermittelt, dass das Rußladungs-Messverfahren im Bereich von 40nm bis ca. 400nm unabhängig von der Partikelgröße arbeitet.

Ein Partikelsensor wurde hergestellt, vermessen und berechnet.

Die theoretischen Erkenntnisse bezüglich der Unabhängigkeit des Messsignals von der Gasgeschwindigkeit und der quadratischen Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke zwischen den Elektroden des Sensors, können im Versuch bestätigt werden.

Abstract

This paper derives the theoretical fundamentals for an electrostatically operating sensor measuring airborne electrically conductive particles and verifies the results by experiments using the example of smoke (soot) particles. The operation behavior of the sensor will be realized in a mathematical model.

The forces that act on the particles are defined and calculated in order to cause a targeted movement. The charge separation within the particles, influenced by the electrical field, which causes a resulting force effect in the direction of the increasing field, is not essential for particle movement. The most important property for driving a particle is the own charge, which, in interaction with the external electrical field, provides the strongest force.

Furthermore, it is shown that the number of particles deposited on the measuring electrode, is independent of the flow velocity of the carrier gas.

The particles, attached to the measuring electrode, agglomerate and forming dendrites, at the tips of which electrical charges are concentrated. Caused by increasing forces the dendrites are torn off and transport away their electrical charge from the measuring electrode. The current generated by the charge removal, in the order of pico-ampere, is proportional to the soot concentration. It is determined by calculation that the soot charge measuring method operates in the range of particle diameters between 40nm up to 400nm independent of particle size.

A particle sensor was manufactured, field tested and proved by a mathematical model.

The theoretical findings concerning the independence of the measured signal from gas velocity and the quadratic dependency on the electrical field strength between the electrodes of the sensor can be confirmed in the experiment.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Aufgabenstellung	3
2	Stand der Partikelmesstechnik	4
2.1	Ausgewählte Rußmessverfahren	4
2.1.1	Schwärzungszahl	4
2.1.2	Fotoakustisches Messverfahren	5
2.1.3	Laser Induced Incandescence Soot Analyzer (LI ² SA)	6
2.1.4	Streulichtverfahren	7
2.1.5	Rußladungsverfahren nach Pegasor	8
2.1.6	Mobilität geladener Partikel	9
2.1.7	Resistiver Partikelsensor	10
2.2	Verwendete Vergleichsmessgeräte	11
2.2.1	Licht Absorptionsverfahren (Opazimetrie)	11
2.2.2	Scanning Mobility Particle Sizer (SMPS)	14
2.2.2.1	Konditionierung der Abgasprobe	15
2.2.2.2	Radial Differential Mobility Analyzer (RDMA)	15
2.2.2.3	Condensation Particle Counter (CPC)	16
2.3	Anforderung an die Rußmesstechnik	17
2.3.1	On-Board-Diagnose (OBD)	17
2.3.2	Einsatz im Messgerät	18
2.3.3	Vergleich der verschiedenen Rußmessverfahren	18
2.3.3.1	OBD-Verfahren	18
2.3.3.2	Analyse durch Abgasprobenahme	19
3	Grundlegende Eigenschaften von Rußpartikeln	21
3.1	Charakterisierung von Partikeln am Beispiel von Ruß	21
3.1.1	Entstehung von Ruß	21
3.1.2	Aufbau von Primärpartikeln	22

3.1.3	Definition des Partikeldurchmessers d_p agglomerierter Partikel.....	25
3.1.4	Definition der Partikel Fraktalität D_f	26
3.1.5	Fraktalität und Anzahl von agglomerierten Partikeln	28
3.2	Bewegung von Partikeln	30
3.2.1	Reibungskraft der Partikel.....	30
3.2.1.1	Die freie Weglänge λ des Trägergases [68]	31
3.2.1.2	Cunningham-Korrektur[69].....	32
3.2.2	Wirkung von elektrischen Feldern auf elektrisch leitende Partikel.....	33
3.2.2.1	Boltzmann Ladungsverteilung der Partikel	34
3.2.2.2	Coulombkraft	37
3.2.2.3	Influenzierte Kraftwirkung auf elektrisch leitende Partikel.....	37
4	These zur Funktionsweise des Rußladungsverfahrens	40
4.1	Rußsensor nach Smolenski [13]	40
4.2	Neue Ladungssensorbauart	44
5	Grundlagen der mathematischen Modellbildung	47
5.1	Elektrisches Feld der Elektrodenanordnung des Sensors	47
5.2	Die unterschiedlichen Kraftwirkungen auf die Partikel im Vergleich	51
5.3	Driftgeschwindigkeit der Partikel.....	53
5.3.1	Beschleunigungszeit der Partikel	56
5.4	Anlagerung der Partikel an umströmten Drähten	57
5.4.1	Umströmen der Elektrodendrähte.....	57
5.4.2	Iterative Berechnung der Partikelflugbahn.....	59
5.4.3	Unabhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit	63
5.5	Eigenschaften von Dendriten auf der Elektrodenoberfläche	66
5.5.1	Ladungsverteilung entlang des Dendritens.....	67
5.5.2	Berechnung der Dendritenladung.....	72
5.5.3	Das elektrische Feld eines Dendriten.....	76
5.5.4	Wachstum von Dendriten durch elektrische Felder	78
5.6	Mathematisches Modell zur Vorhersage des Messsignals	79
5.6.1	Driftgeschwindigkeit der Partikel an der Messelektrode	79

5.6.2	Der Ladungsstrom an der Messelektrode.....	81
5.7	Diskussion des mathematischen Modells.....	86
6	Vergleich der modellierten Ergebnisse mit realen Messungen.....	88
6.1	Versuchsdurchführung.....	89
6.1.1	Beschreibung des Versuchsaufbaus.....	89
6.1.2	Beschreibung des hergestellten Rußsensors	90
6.2	Charakterisierung des Dieselabgases.....	91
6.2.1	Partikelgrößenverteilung im Abgas des Dieselmotors.....	91
6.2.2	Vergleich berechneter mit gemessener Partikelanzahlkonzentration	94
6.3	Berechnung des Messsignals mit Hilfe des mathematischen Modells.....	96
6.4	Vergleich mit Prüfstandsmessungen	99
6.4.1	Linearität und Geschwindigkeitsabhängigkeit des Messsignals	99
6.4.2	Einfluss der Hochspannung auf das Messsignal.....	101
7	Zusammenfassung und Ausblick	103
7.1	Zusammenfassung	103
7.2	Fazit	106
7.3	Weiterführende Themen	107

Anhang

A1	Berechnung der Startwerte zur Iteration der Ladungsverteilung	109
A2	Messung der Partikelgrößenverteilung und Partikelanzahl mit SMPS-Gerät	111
A2.1	Versuchsaufbau und Messungen mit dem SMPS - Gerät	112
A2.2	Verdünnungseinheit.....	113
A3	Kraftwirkung auf Dendriten durch das elektrische Feld	115
A3.1	Vereinfachtes Punktladungsmodell	115
A3.2	Berechnung der Kraftwirkung im statischen Fall.....	116
A3.3	Elektrischer Ersatzschaltplan des Dendriten.....	119
A3.4	Wirkung der gepulsten Hochspannung	121
A3.4.1	Einschaltvorgang	121
A3.4.2	Ausschaltvorgang	124
A3.5	Versuchsergebnisse zur Wirkung der gepulsten Hochspannung	125
A3.6	Zusammenfassung	126
A3.7	Fazit	127
	Verwendete Abkürzungen	128
	Konstanten	129
	Formelzeichen	129
	Abbildungsverzeichnis	137
	Tabellenverzeichnis	145
	Literaturverzeichnis	147
	Lebenslauf	155

1 Einleitung

Verbrennungsprozesse auf der Basis von Kohlenwasserstoff haltigen Molekülen emittieren als Endprodukte nicht nur H_2O und CO_2 , sondern auch verschiedene andere Abgasbestandteile in geringer Konzentration, die für die Umwelt und dem Menschen gefährlich sind [1]. Die wesentlichen verbleibenden schädlichen Abgasbestandteile sind Kohlenmonoxid, Kohlenwasserstoffe, Stickoxyde, Schwefelverbindungen, Aldehyde, Ammoniak und Rußpartikel [2], [3] werden durch den Verbrennungsprozess und Wahl der Treibstoffe, z.B. schwefelarme Kraftstoffe, in ihrer Konzentration beeinflusst, deren Entstehung jedoch nicht verhindert. Wesentliche gasförmige Emissionen können teilweise katalytisch in ungefährliche Gase, wie N_2 , CO_2 und H_2O , durch Umwandlung reduziert oder beseitigt werden [4].

Die Rußemissionen durch Verbrennungsanlagen, z.B. Verbrennungsmotoren in Fahrzeugen, Biomasse Verbrennung für Heizungen in Häusern, oder im Reformer für Brennstoffzellen, liefern einen Beitrag für die Belastung der Atmosphäre mit Feinstäuben [3], der Größenklasse $PM_{2.5}$ [3]. Die größte gesundheitliche Gefährdung des Menschen besteht in Städten durch den Straßenverkehr, wenn fossile Brennstoffe als Energieträger verwendet werden. Diese Erkenntnis führte vor ca. 20 Jahren zum Einbau von Rußpartikelfiltern in den Abgasstrang von Verbrennungsmotoren. Um den Betrieb dieser Filter gewährleisten zu können, müssen diese periodisch durch Abbrennen des abgelagerten Rußes regeneriert werden [5].

Es gibt verschiedene Methoden, diese Reinigungsprozedur zu starten, es muss jedoch sicher erkannt werden, wann die zulässige Rußmenge erreicht ist. Für diese Aufgabe ist ein Rußsensor erforderlich, der im Abgasstrang vor dem Partikelfilter kontinuierlich den Rußeintrag in Abhängigkeit von der Fahrweise des Fahrzeugs misst.

Des Weiteren liefert die Messung von Ruß im Abgas von Verbrennungsmotoren ein Kriterium für die Qualität der Verbrennung [6] in Bezug auf den Wirkungsgrad des Motors [7], [8] für die Belastung der Umwelt [9], [10], [11] und die Gesundheit der Menschen [12], so dass eine Kontrolle der Rußemissionen im laufenden Betrieb sinnvoll ist.

1.1 Motivation

Im Jahr 2002 wurde eine Dissertation [13] mit dem Thema: „Ein Sensor zur Messung der Rußkonzentration im Abgas von Dieselmotoren“ abgeschlossen und ein Patent hierzu erteilt [14]. Es erfolgte die Anwendung dieses Sensorprinzips in unterschiedlichen Ausführungsvarianten und Umgebungsbedingungen:

- On-Board-Diagnose (OBD), eingebaut in einem PKW (VW Golf) und Durchführung von Straßenfahrten [15] und Vergleichsmessungen an Prüfständen [16].

- Eine robuste Variante des Sensors wurde in zwei unterschiedlich motorisierte Radlader zur Überwachung des Partikelfilters eingesetzt und in 1200 m Tiefe im Schacht Konrad betrieben [17].
- Eine weitere Variante bestand in der Ausführung von zwei stromabwärts angeordneten Doppelsensoren in einem portablen Rußmessgerät.

Während der vergangenen 18 Jahre wurden durch gesetzliche Vorgaben der europäischen Union [18], die Grenzwerte von Emissionen des Verbrennungsmotors drastisch abgesenkt, so dass die messtechnische Erfassung der Rußemission vor und nach dem Partikelfilter, gegenüber dem Stand der Technik im Jahr 2002, von dem bisherigen Messverfahren nach Smolenski [13] nicht mehr geleistet werden kann.

Das Problem, das sich nur bei niedrigen Rußkonzentrationen zeigt, kann in Abbildung 1.1 betrachtet werden. Die Messdaten zeigen beim Übergang von niedriger zu höherer Rußkonzentration eine Hysterese. Mit niedriger Emission beginnend, liegen die Messgrößen bei 1,4 und 2,8 mg/m³ auf der unteren Ausgleichskurve. Von einer hohen Konzentration ausgehend, liegen die Messgrößen bei gleicher Rußkonzentration, um den Faktor 5 höher, auf der oberen Ausgleichskurve.

Dieses Verhalten wird vom Verfasser genauer untersucht, da dieses Rußladungsverfahren, ohne Lösung dieses Problems, bei niedrigen Rußkonzentrationen, nicht angewendet werden kann.

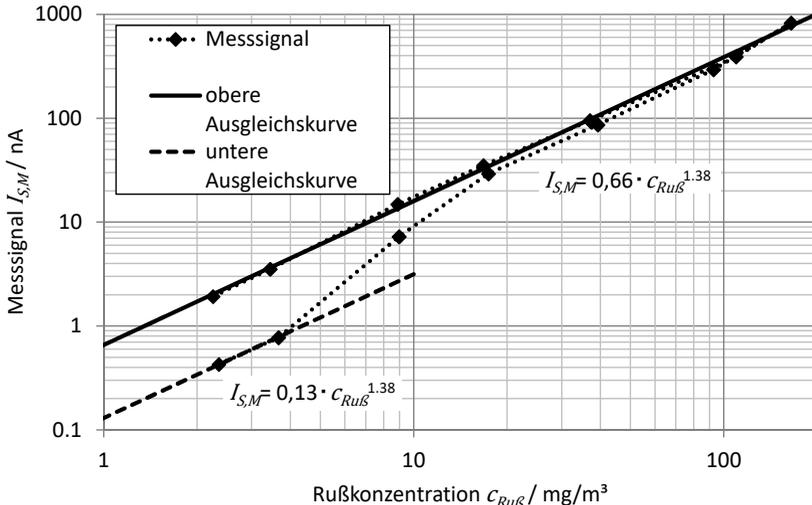


Abbildung 1.1: Gemessene Hysterese des Rußsensors nach Smolensky [13], [19]

Nach der Demontage des Sensors werden unterschiedliche Rußablagerungen an den Sensorelektroden festgestellt, die in einem Zusammenhang mit den messtechnischen Beobachtungen stehen.

Die bisherigen technischen Veränderungen des Sensors basieren im Wesentlichen auf Beobachtungen des messtechnischen Verhaltens, wie z.B. Anstiegs- und Abklingzeit des Messsignals sowie der Elektrodenverschmutzung. Zur Reduzierung der Verschmutzung wird der Gleichspannung der Hochspannungselektrode eine mittelfrequente Wechselhochspannung überlagert, die Elektroden als Drahtgitter ausgebildet und mit Teflon beschichtet, um das Zeitverhalten sowie die Hysterese des Messsignals (siehe Abbildung 1.1) zu reduzieren. Im Jahr 2013 wurde für diese ergänzenden Maßnahmen ein europäisches Patent erteilt [20].

Die theoretischen Zusammenhänge zu ergründen, ist Motivation für diese Arbeit. Es wird erwartet, dass die bisherigen Beobachtungen durch die mathematische Modellierung der Vorgänge im Sensor erklärt werden können und die gewonnenen Erkenntnisse den Einsatz dieses Messverfahrens bei kleinen Rußkonzentrationen ermöglichen.

1.2 Aufgabenstellung

Die Eigenschaften von Rußpartikeln werden in einem mathematischen Modell abgebildet. Die Bewegungen der Rußpartikel und die Vorgänge des Ladungstransportes unter Einfluss des statischen, inhomogenen elektrischen Feldes werden berechnet, wobei Einflüsse durch die Parameter des Trägergases berücksichtigt werden.

Das physikalische Funktionsprinzip des Sensors wird mit Hilfe von ergänzenden Versuchen erarbeitet und die in Abbildung 1.1 beschriebene Hysterese des Sensors erklärt.

Das Funktionsprinzip wird in ein mathematisches Modell überführt und mit einem für diese Untersuchungen hergestellten Sensor (siehe Abbildung 6.2) durch Messungen am Motorprüftand verifiziert.

Als Ergebnis wird erwartet, dass die gefundenen Zusammenhänge die Möglichkeit ergeben, das Rußladungs-Messverfahren bezüglich der Messempfindlichkeit und des monotonen Verhaltens des Messsignalverlaufs (keine Hysterese des Signalverlaufes) zu verbessern.

2 Stand der Partikelmesstechnik

Es gibt viele Verfahren und Einrichtungen, die Partikel messen können [21], so dass, in Bezug auf das hier diskutierte Verfahren, eine Auswahl getroffen wird. Es werden Verfahren vorgestellt, die vorwiegend Ruß im Abgas von motorischen Verbrennungsprozessen messen [22].

Messverfahren, die Rußemissionen quantisieren, werden grundsätzlich auf die Rußmassenkonzentration in $\text{mg}/\text{m}^3\text{N}$ [23] oder auf die Rußanzahlkonzentration in $1/\text{m}^3\text{N}$ bezogen [18].

Dabei gibt es nur wenige Verfahren, die die Partikelmasse direkt ermitteln [24]. Ein Beispiel für die direkte Massenbestimmung ist ein Verfahren, bei dem die Änderung der Eigenfrequenz eines Feder-Masse-Systems eine elektrische Messgröße liefert. Die Vergrößerung der Masse des Systems erniedrigt die Resonanzfrequenz, die gemessen und ausgewertet wird. Ein Beispiel ist die Verwendung von Biegeschwingern im kHz-Bereich [25].

Viele Rußmessverfahren, zu denen auch das hier diskutierte zählt, werden auf Partikelmasse kalibriert und benötigen grundsätzlich eine auf Masse bezogene Vergleichsmessung, um genormte Messvorschriften zu erfüllen.

Die Ermittlung der Partikelmassenkonzentration erfolgt konventionell durch Beladen eines konditionierten, gewogenen Filters mit Ruß, wobei der durch das Filter geleitete Abgasstrom gleichzeitig volumetrisch, unter Einbeziehung der Temperatur und des Drucks, erfasst wird. Nach einer gewissen Beobachtungszeit, die sich nach der Intensität der Rußemission richtet, wird der Filter erneut konditioniert und die Massenänderung vor und nach der Beladung mit Ruß ausgewogen. Unter Einbeziehung des Abgasvolumens, der Temperatur und des Drucks erfolgt die Berechnung des Ergebnisses in $\text{mg}/\text{m}^3\text{N}$.

Dieses gravimetrische Referenzverfahren enthält Unwägbarkeiten in Bezug auf die Rußqualität. Bei dem motorischen Verbrennungsprozess unter hohem Gasdruck und hohen Temperaturen in den Zylindern entstehen auch chemische Verbindungen, die an der Rußoberfläche anhaften oder mit Kohlenstoff reagieren [26]. Das hat zur Folge, dass „Soot“ gemessen wird und nicht elementarer Ruß [27]. Diese statischen Verfahren sind für Untersuchungen der Rußemission bei dynamischen Fahrzyklen der Motoren nicht geeignet.

2.1 Ausgewählte Rußmessverfahren

2.1.1 Schwärzungszahl

Ein mobiles und robustes Verfahren, das eine gute Korrelation zu der gravimetrischen Messung von Ruß aufweist, ist die Schwärzungszahl, genannt: Bosch-Verfahren. Mit Hilfe eines durch Federkraft belasteten Kolbens einer Pumpe wird ein bestimmtes Abgasvolumen mit einer bestimmten Geschwindigkeit durch ein Papierfilter gesaugt. Der auf der Oberfläche abgeschiedene Ruß verfärbt das Papier in unterschiedlichen Grau-Stufen, je nach Rußemission, die durch Auflichtreflexion beurteilt und mit Hilfe einer gravimetrischen

Vergleichsmessung kalibriert wird [28]. Die Technische Regel für Gefahrstoffe TRGS 554: „Abgase von Dieselmotoren“ der Bundesanstalt für Arbeitsschutz und Arbeitsmedizin (BAuA) schreibt dieses Messverfahren bei der Wartung von Bergbau Maschinen vor [29].

2.1.2 Fotoakustisches Messverfahren

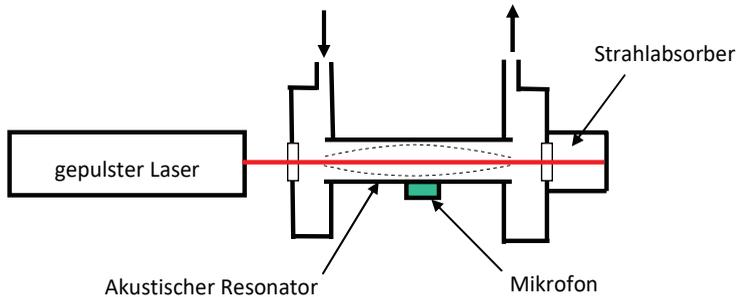


Abbildung 2.1: Prinzip des fotoakustischen Messverfahrens

Das in Abbildung 2.1 skizzierte fotoakustische Messverfahren [30] ist weit verbreitet, da das Messsignal physikalisch direkt proportional zur Summe der Partikelwärmekapazitäten, und somit zur Summe der Partikelmasse ist.

Ein Laser wird mit der Resonanzfrequenz eines akustischen Resonators gepulst. Trifft der Laserstrahl auf Partikel im Strahlengang, so werden diese erhitzt. Die Temperaturdifferenz erzeugt eine Erwärmung des umgebenden Gases, das sich dadurch ausdehnt. Da der Eintrag von Wärmeenergie durch einen gepulsten Laser erfolgt, dessen Pulsfrequenz auf die akustische Resonanz des Rohres abgestimmt ist, entsteht durch abwechselndes Aufheizen und Abkühlen eine Resonanzschwingung. In der Mitte des Rohres ist der Wechseldruck maximal und wird an dieser Position mit einem Mikrofon aufgenommen und als Effektivwert in Korrelation zu der momentanen Rußkonzentration ausgewertet.

Das fotoakustische Verfahren wird mit Hilfe einer gravimetrischen Messung kalibriert.

Die Anwendung dieses Verfahrens für Abgasuntersuchungen bei Verbrennungsmotoren unterliegt starken Einschränkungen, bezogen auf die Beeinflussung der akustischen Resonanzschwingung [31].

Um die Ausbildung der Gassäulenschwingung durch Umgebungsparameter nicht zu beeinflussen, ist es erforderlich, die Dichte des Gases und den Volumenstrom konstant zu halten.

Des Weiteren wird das Abgas in einen „Verdünnungstunnel“ geleitet und mit Umgebungsluft gemischt, deren Volumenstrom und Dichte (Druck, Temperatur) konstant gehalten wird. Die Abgasverdünnung ist auch erforderlich, um Kondenswasser im Messgerät zu verhindern und den Messbereich für größere Partikelmassenkonzentrationen zu erweitern.

2.1.3 Laser Induced Incandescence Soot Analyser (LI²SA)

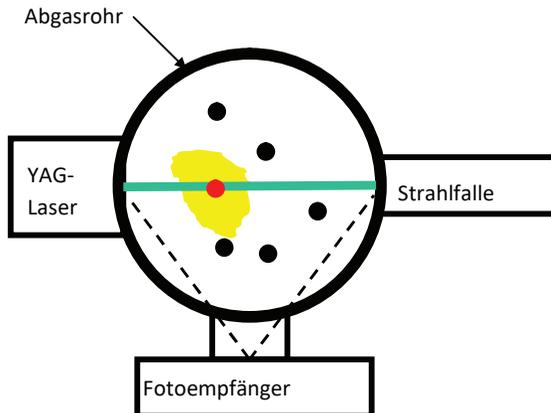


Abbildung 2.2: Prinzip des LI²SA Verfahrens

Bei dem in Abbildung 2.2 skizzierten Verfahren werden die Partikel, die in den Strahl eines Hochleistungslasers gelangen, verdampft. Die dabei abgegebene Planck'sche Strahlung wird von einem schnellen Frequenz selektiven Fotoempfänger registriert und einer Spektralanalyse zugeführt.

Die „in-situ“ Auswertung ermöglicht die Bestimmung von Partikelgröße und Partikelmassenkonzentration bzw. Rußkonzentration und der spezifischen Oberfläche der Primärpartikel (siehe Kapitel 3.1.2).

Ein Verfahren, das im Vollstrom eingesetzt wird, aber aufgrund des Messaufwandes nur bedingt für die OBD geeignet ist.

Bei Verwendung einer wassergekühlten Messeinrichtung können Messungen im Abgasrohr auch vor einem Partikelfilter durchgeführt werden [32], [33], [34].

Die Messeinrichtung wird mit Hilfe eines Rußgenerators (Combustion Aerosol Standard) in einer Vergleichsmessung kalibriert.

2.1.4 Streulichtverfahren

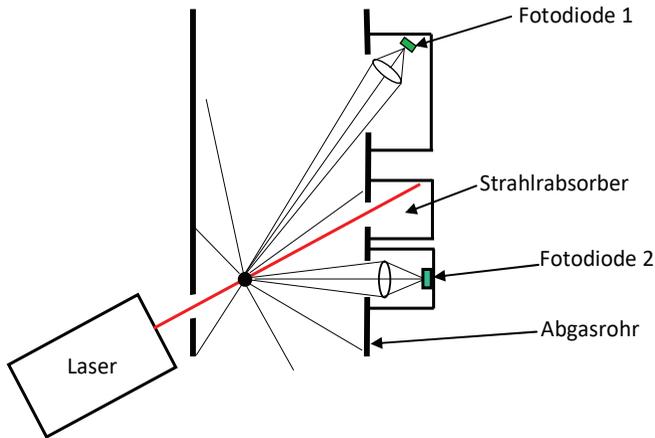


Abbildung 2.3: Prinzipskizze zur Funktionsweise eines Streulichtmessgerätes

Die Messung des Streulichts ist eine verbreitete Methode. Es gibt verschiedene Ausführungen von Streulichtgeräten [35], [36]. Das einfachste Messgerät misst die Streuung unter einem Winkel von 90° in Relation zum Laserstrahl und erfasst mit einem Hohlspiegel einen weiten Streubereich und fokussiert das Licht in einen Detektor. Dieses Messverfahren hat die Einschränkung, dass der erfasste kleinste Partikeldurchmesser von der Wellenlänge des Laserlichtes abhängig ist.

Durch Auswertung des Streuungs- und Beugungsspektrums der Rußpartikel unter verschiedenen Winkeln, können auch kleinere Partikel untersucht werden. Zum Beispiel wird durch die Auswertung zwei bestimmter Winkel ein gutes Messergebnis erreicht [37].

2.1.5 Rußladungsverfahren nach Pegasor

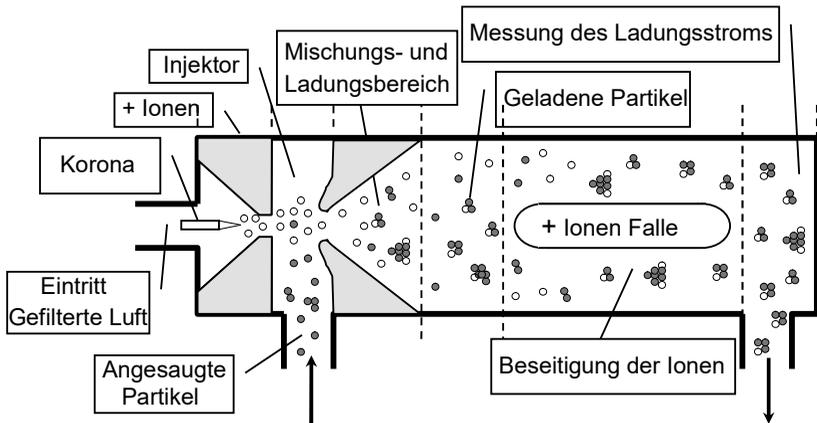


Abbildung 2.4: Prinzipskizze des Rußladungsmessverfahrens nach Pegasor [38].

Gefilterte Druckluft wird durch Korona positiv ionisiert. Das Abgas wird angesaugt, mit den positiven Ionen gemischt und verdünnt. Dieser Prozess wird „Diffusion Charging“ genannt und erzeugt eine definierte Ladungsverteilung bei den Partikeln, die in der Summe nicht Null ist.

Der Großteil der Ionen fällt auf das geerdete Gehäuse des Sensors aber eine kleine Menge lagert sich an die Partikel an und gibt beim Verlassen des Sensors eine Ladung ab. Diese Ladung entspricht der Partikelkonzentration im Abgas [39].

Der Sensor wurde auch bei der Verarbeitung von Nano-Glaspartikeln mit Erfolg eingesetzt.[40].

2.1.6 Mobilität geladener Partikel

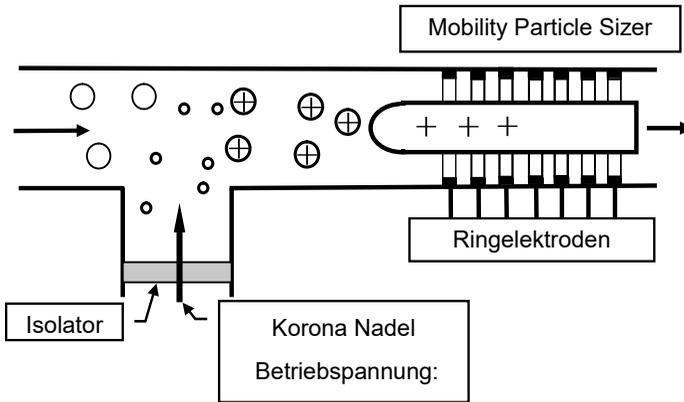


Abbildung 2.5: Prinzipskizze eines Fast Mobility Particle Sizer (FMPS) [41]

Mit Hilfe einer Korona werden definiert freie Ladungsträger erzeugt und mit dem zu vermessenden Aerosol vermischt.

Positiv geladene Partikel werden längs einer positiven Elektrode geführt und abgestoßen. Je nach Mobilität erreichen sie Ringelektroden, deren Signale zur Bestimmung der Partikelgrößenverteilung sowie der Partikelanzahl- und Massenkonzentration ausgewertet werden.

Die Probenahme in das Gerät erfolgt durch einen Bypass-Abgasstrom. Dabei wird eine Kondensatbildung durch Aufheizen der Messeinrichtung und / oder durch Verwendung eines Verdünnungstunnels verhindert.

2.1.7 Resistiver Partikelsensor

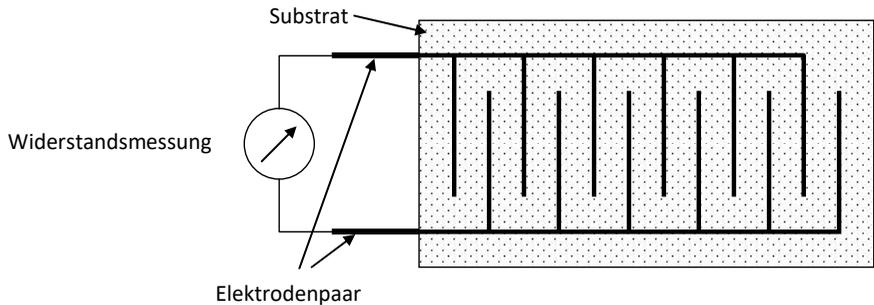


Abbildung 2.6: Prinzipskizze der Interdigitalelektrode eines resistiven Partikelsensors

Bei diesem Sensorprinzip werden auf einen beheizbaren Keramikträger z.B. zwei kammförmige Leiterbahnen aufgebracht. Setzen sich Rußpartikel auf der Oberfläche ab, so bilden sich elektrisch leitende Rußbrücken zwischen den Leiterbahnen und verändern den Widerstand zwischen den beiden Kammelektroden. Der sich ändernde Widerstand wird als Messsignal ausgewertet. Bei Unterschreitung eines minimalen Widerstandes muss der Sensor durch Verbrennen der Rußablagerungen regeneriert werden, um die Messung neu starten zu können [42].

Diese Partikelsensoren werden hauptsächlich zur Überwachung von Rußfiltern im PKW verwendet. Durch Variationen des Elektrodenmaterials [43] und durch Optimierung der Sensorspannung [44] konnte die Ansprechzeit dieses Messprinzips verbessert werden.

2.2 Verwendete Vergleichsmessgeräte

Um die Qualität und Quantität der Rußemission des Motors zu beurteilen, werden Vergleichsmessgeräte namhafter Hersteller verwendet, die bei standardisierten bzw. genormten Rußmessungen weltweit eingesetzt werden. Die Vergleichsmessgeräte werden als Referenz für die Versuchsergebnisse verwendet.

2.2.1 Licht Absorptionsverfahren (Opazimetrie)

Dieses Messverfahren ist umfassend erforscht [45] und in der angewandten Partikelmesstechnik ein Standardmessgerät, mit der Bezeichnung: Opazimeter. Dieses Gerät, AVL 439, wird in dieser Arbeit als Vergleichsgerät zur Bestimmung der Rußmassenkonzentration verwendet (siehe hierzu Abbildung 2.8).

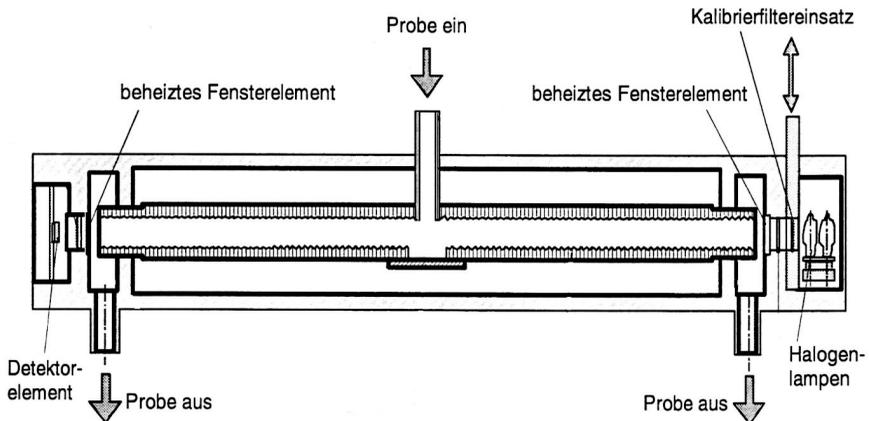


Abbildung 2.7: Skizze eines Opazimeters zur Messung der Abgastrübung

Die Trübungsmessung erfolgt in einem reflexionsfreien Rohr, das auf 100°C aufgeheizt wird, um Kondensation des Wasserdampfes im Abgas zu vermeiden. Eine helle Lichtquelle und Linsen sorgen für eine gleichmäßige Durchflutung des Rohres. Eine Detektoreinheit empfängt das Licht, dessen Intensität durch die Trübung der Rußpartikel im Abgas vermindert wird. Die Einleitung des Abgases erfolgt in der Mitte des Rohres, um eine schnelle Durchflutung mit Abgas zu erhalten, so dass eine Einstellzeit für das Messergebnis von 0,1 s erreicht wird (Volumenstrom: 40 l/min). Entscheidend für eine längere Funktion des Gerätes sind die beheizten Fensterelemente, die dafür sorgen, dass möglichst keine Rußablagerungen auf den Glasfenstern entstehen. Deshalb sollte auch nach 30 Minuten eine Nullpunktbestimmung durchgeführt werden, die mögliche Verschmutzungen der Fenster kompensiert. Tabelle 2.1 zeigt die technischen Eigenschaften des Gerätes.

Beschreibung	Spezifikationen des Opazimeters „AVL 439“
Messwertausgabe	Trübung bzw. Absorptionskoeffizient
Messbereich	$0 \leq \text{Trübung} \leq 100\%$ bzw. $0 \leq \text{Absorptionskoeffizient} \leq 10 \text{ 1/m}$
Messwert Auflösung	0,1% Trübung bzw. 0,0025 1/m Absorptionskoeffizient
Ansprechzeit	0,1 s
Nullpunktstabilität	0,1% Trübung bzw. 0,0025 1/m Absorptionskoeffizient für 30 Minuten

Tabelle 2.1: Messgeräteparameter des verwendeten Opazimeters „AVL 439“

Dieses Messprinzip ist eichfähig, so dass dieses Gerät bei Zulassungsbehörden und beim TÜV zur Beurteilung der Rußemission von Diesel-Fahrzeugen eingesetzt wird [46]. Die Eichung erfolgt durch optische Filter, die bei der Physikalisch-technischen Bundesanstalt (PTB) hergestellt werden.

Verfahrensbedingt misst dieses Gerät nur die Trübung des Lichtes in der Messstrecke, und nicht explizit die Rußkonzentration des Abgases. Da das Messgerät aufgrund der Eichung, nach jeweils 2 Jahren, sehr verlässlich und reproduzierbar arbeitet, wurden, im Rahmen einer früheren Untersuchung, gravimetrische Vergleichsmessungen durchgeführt, um eine individuelle Kalibrierung in mg/m^3 zu erhalten [13]. Die Kalibriergerade in Abbildung 2.8 ist:

$$c_{\text{Ruß}} = k_{\text{Ruß}} \cdot 90 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3} \quad (2.1)$$

Hierbei ist $c_{\text{Ruß}}$ die Rußmassenkonzentration und $k_{\text{Ruß}}$ der gemessene Absorptionskoeffizient. Die Nullpunktstabilität des Opazimeters (siehe Tabelle 2.1), bezogen auf eine Rußmassenkonzentration, ist: $0,0025 \frac{1}{\text{m}} \cdot 90 \text{ mg/m}^3 = 0,23 \text{ mg/m}^3$. Demzufolge können Rußkonzentrationen von 1 mg/m^3 gemessen werden.

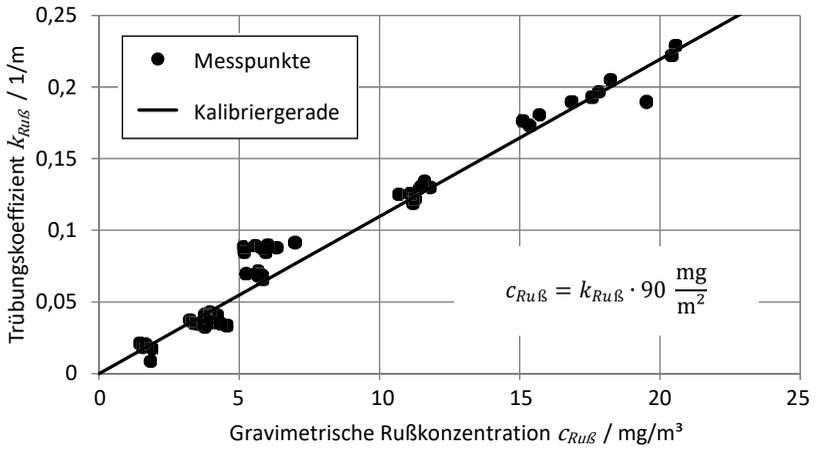


Abbildung 2.8: Vergleichsmessung der Abgastrübung zur gravimetrisch bestimmten Rußkonzentration [13].

2.2.2 Scanning Mobility Particle Sizer (SMPS)

Zur Verifizierung der mathematischen Modellierung des Rußpartikelsensors werden Messungen an einem Dieselmotor Prüfstand vorgenommen [47].

Für die Modellierung des Rußpartikelsensors muss die Größe der Rußpartikel bekannt sein, die durch Messung der Partikelanzahl und Größenverteilung des realen Abgases bestimmt wird.

Diese Untersuchung erfolgt mit einem Messgerät der Firma TSI, „Nanoscan Model 3910“, das eine für diese Aufgabe ausreichende Qualität besitzt, wie die Spezifikationen in Tabelle 2.2 zeigen.

Beschreibung	Spezifikationen der SMPS „TSI Nanoscan Model 3910“
Messwertausgabe	Gescannte Größenverteilung bzw. Verlauf einzelner, ausgewählter Partikelgrößen
Partikelgrößenbereich	$10\text{nm} \leq \text{klassierte Partikelgröße} \leq 420\text{nm}$
Anzahl der Partikelgrößen Klassen	13
mittlere Partikeldurchmesser der Klassen k	$d_{p,k} = \{11,5; 15,4; 20,5; 27,4; 36,5; 48,7; 64,9;\}$ $\{86,6; 115,5; 154; 205,4; 273,8; 365,2\} \text{ nm}$
Zeitliche Auflösung	Größenverteilung: 60 s Verlauf einer Partikel Größe: 1 s
Messbereich der Anzahlkonzentration	$100 \frac{1}{\text{cm}^3} \leq \text{Anzahlkonzentration} \leq 10^6 \frac{1}{\text{cm}^3}$
Volumenstrom Eintritt	$0,75 \pm 20\%$ Liter/Minute
Kondensationsflüssigkeit	Isopropyl Alkohol, Reinheitsgrad: 99,5%
Betriebsbedingungen	Temperatur: 10-30°C rel. Feuchte: 45%, nicht kondensierend

Tabelle 2.2: Messgeräteparameter der verwendeten SMPS „TSI Nanoscan Model 3910“

Das Abgas des Dieselmotors wird nach dem Schalldämpfer aus dem Abgasstrang entnommen, um die Gaspulsation niedrig zu halten. Durch einen geheizten Schlauch wird eine Abkühlung des Abgases unter 140 °C vermieden, um Wasserkondensat auszuschließen, in dem sich Rußpartikel absetzen würden. Die Eintrittsbedingungen des Messgerätes erfordern eine Konditionierung des Abgases, die im Anhang A2 detailliert beschrieben ist. Um die max. Partikelanzahlkonzentration des Messgerätes nicht zu überschreiten und das Auskondensieren des im Abgas enthaltenen Wasserdampfes zu vermeiden, wird dem Abgasstrom partikelarme, getrocknete Verdünnungsluft zugemischt.

Das Messgerät beinhaltet vier miteinander verbundene Funktionseinheiten.

2.2.2.1 Konditionierung der Abgasprobe

Zunächst wird die Abgasprobe durch einen Zyklon geleitet. Der Zyklon ist ausgelegt, bei einem Gasvolumenstrom von 0,75 l/min gasgetragene Partikel >550nm abzuscheiden, da größere Partikel mehrfache Ladungen aufnehmen können und das Zählergebn verfälschen würden.

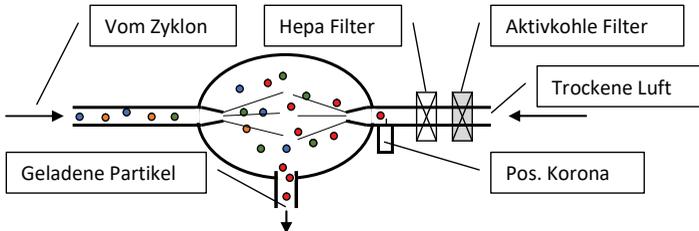


Abbildung 2.9: Skizze einer monopolen Partikelaufladung in einer Mischkammer

Die Abgasprobe wird verdünnt und die Partikel definiert elektrisch geladen. Hierzu wird ein Luftstrom, gereinigt durch ein Aktivkohle- und ein Hepa-Filter, mit positiver Korona ionisiert. In der Mischkammer treffen die aus Düsen austretende ionisierte Luft und das Partikelhaltige Gas im Gegenstrom aufeinander und erzeugen durch Verwirbelung eine Mischung gleichmäßig geladener Partikel.

2.2.2.2 Radial Differential Mobility Analyzer (RDMA)

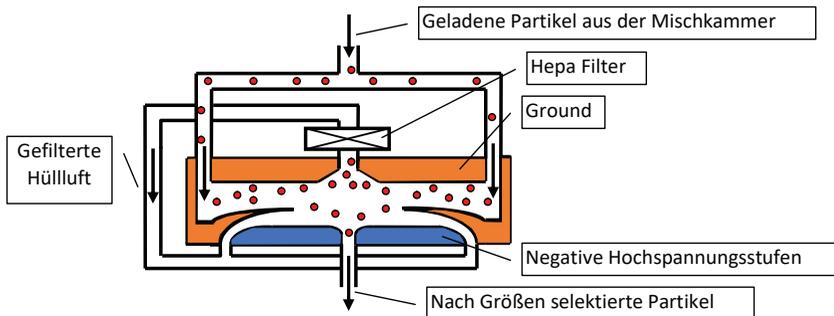


Abbildung 2.10: Skizze zur Funktionsweise der radialen DMA

In einer koaxialen Anordnung werden die geladenen Partikel unterschiedlicher Größe mit einem gefilterten Hüllluftstrom durch eine Bohrung geleitet, durch die nur diejenigen Partikel gelangen, die aufgrund des bestehenden elektrischen Feldes zu dieser Öffnung

geleitet werden. Das elektrische Feld, das durch 13 Stufen der negativen Hochspannung erzeugt wird, selektiert durch die Kraftwirkung auf die positiv geladenen Partikel die jeweilige Partikelgröße, die durch diese Öffnung gelangt.

2.2.2.3 Condensation Particle Counter (CPC)

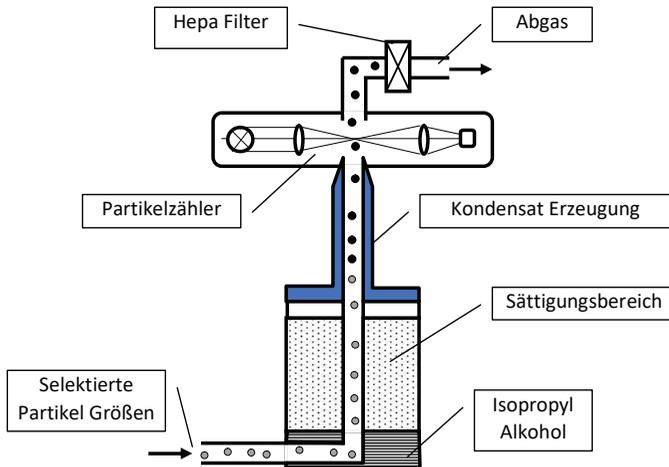


Abbildung 2.11: Skizze eines Kondensations-Partikelzählers

Der Volumenstrom selektierter Partikel wird über Isopropyl Alkohol geleitet. Dabei wird das Messgas mit Alkohol gesättigt. Anschließend wird das Aerosol unter den Kondensationspunkt abgekühlt. An den als Kondensationskerne wirkenden Partikeln kondensiert der Alkohol zu Tröpfchen, die mit einer Laseroptik gezählt werden. Dieser Vorgang ist unabhängig von der Partikelgröße.

2.3 Anforderung an die Rußmesstechnik

Hier werden zwei Anwendungen unterschieden:

2.3.1 On-Board-Diagnose (OBD)

Zur Messung bzw. zur Überwachung der Funktion von Partikelfiltern oder zur Steuerung deren Regeneration werden Rußsensoren direkt in den Abgasstrang eingebaut. Es sind auch Anwendungen möglich, die bei Vielstoff- Motoren die Gemischbildung regeln.

Ein Beispiel für die Verwendung des hier untersuchten Sensorprinzips ist die Rußemissionsmessung einzelner Zylinder im Motor zur Überwachung und Steuerung der Verbrennung wie in Abbildung 2.12 gezeigt.

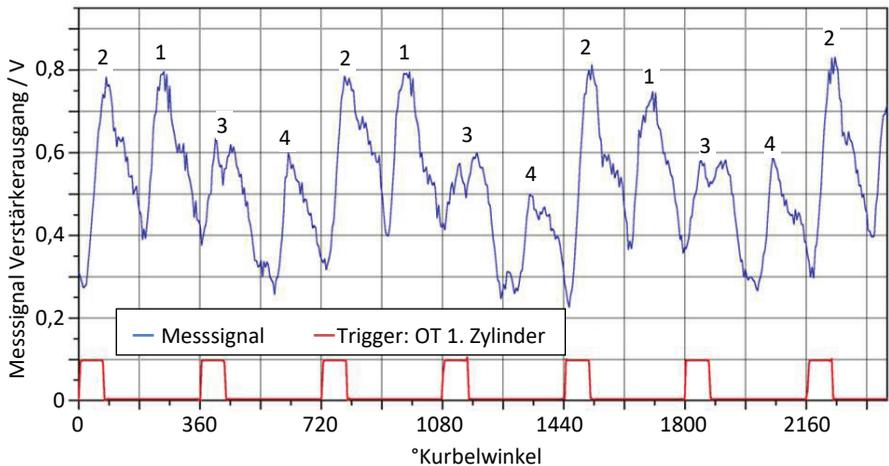


Abbildung 2.12: Zylinderbezogene Rußmessung [20] mittels eines Ladungssensors am Abgaskrümmers eines 4 Zylinder Dieselmotors bei 1800 1/min, 50% Last und einer Bosch-Schwärzungszahl von 1,5. Die Zündfolge ist 1-3-4-2.

In diesem Anwendungsfeld werden sehr hohe Ansprüche an die technische Ausführung der Rußsensoren gestellt, die nicht Thema dieser Arbeit sind, jedoch sind die Umgebungsbedingungen der Sensoren von Bedeutung für deren Einsatzgebiete:

- Hohe Empfindlichkeit für eine Funktionsüberwachung. Angestrebt wird eine Empfindlichkeit in der Größenordnung von $100 \mu\text{g}/\text{m}^3\text{N}$.
- Schnell wechselnde Abgasströmung im Bereich von ca. 5 bis 70 m/s
- Schnell wechselnde Abgastemperaturen zwischen z. B. 100 und 400 °C im Endrohr.
- Hohe Standfestigkeit
- Bei Messungen vor dem Partikelfilter ergeben sich zusätzliche Anforderungen durch schnelle, pulsierende Druckschwankungen bis 200 kPa.

2.3.2 Einsatz im Messgerät

Bei der Anwendung von Partikelmesstechnik in Messgeräten wird i.A. ein Abgasteilstrom untersucht. Eingesetzt werden diese Geräte zum Beispiel an Motorprüfständen, um die Beladung von Partikelfiltern zu untersuchen. Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Überwachung von Grenzwerten der Umgebungsluft, sowie die Funktionsüberwachung von Partikelfiltern.

Die Umgebungsbedingungen bezüglich Temperatur, Volumenstrom und Druck sind, im Vergleich zur OBD-Messung, konstant. Die Anforderungen in diesem Bereich stellen hohe Ansprüche bezüglich:

- Hohe Empfindlichkeit
- Langzeitstabilität der Kalibrierung
- Mögliche Eichfähigkeit oder Zertifizierbarkeit

2.3.3 Vergleich der verschiedenen Rußmessverfahren

Bei der Gegenüberstellung der verschiedenen Verfahren fällt auf, dass nur wenige Messverfahren in der Lage sind, direkt im Abgasstrom messen zu können. Eine Übersicht über die Verschiedenen Messverfahren zeigt Tabelle 2.3.

2.3.3.1 OBD-Verfahren

Zur Messung der Rußkonzentration direkt in der Abgasanlage (OBD) sind folgende Verfahren im Einsatz:

- Hierbei ist der Laser Induced Incandescence Soot Analyser (LI²SA) (siehe Kapitel 2.1.3) ein genaues, jedoch sehr aufwändiges und energieintensives Laborverfahren.
- Als Standardmessverfahren zur Filterüberwachung wird der resistive Rußsensor eingesetzt (siehe Kapitel 2.1.7). Dieser hat jedoch den Nachteil, keine zeitlich aufgelöste und kontinuierliche Messung zu ermöglichen.
- Das Verfahren nach Pegasor (siehe Kapitel 2.1.5) arbeitet im Bypass, was einen erhöhten Platzbedarf bedeutet. Desweiteren ist ein Dauerbetrieb aufgrund von Verschmutzungen nicht möglich.
- Das in dieser Arbeit behandelte Rußladungsverfahren (siehe Kapitel 4.2) kann ein zeitlich aufgelöstes Messsignal liefern und dauerhaft direkt im Abgasstrang eingebaut werden. Hierbei ist das Messsignal unabhängig von der Gasgeschwindigkeit.
- Der Rußsensor nach Smolenski (siehe Kapitel 4.1) kann ein zeitlich aufgelöstes Messsignal liefern und direkt im Abgasstrang eingebaut werden. Der Rußsensor nach Smolenski hat, gegenüber dem hier behandelten Sensor, die Nachteile, ein von der Gasgeschwindigkeit abhängiges und in kleinen Konzentrationsbereichen (<20 mg/m³) ungenaues Messsignal zu liefern. Die Verstärkung des Messsignals durch den Ping-

Pong-Effekt für Rußkonzentrationen $>20\text{mg}/\text{m}^3\text{N}$ ist hierbei allerdings als Vorteil zu werten.

Gemäß dem Stand der Technik sind der hier behandelte Rußsensor und der Sensor nach Smolensky die einzigen Sensoren die in der Lage sind, direkt zur Steuerung und Überwachung des Verbrennungsprozesses eingesetzt zu werden.

2.3.3.2 Analyse durch Abgasprobenahme

Neben der Rußmessung direkt in der Abgasanlage ist die Analyse einer Abgasprobe üblich. Hierbei wird mit Hilfe einer Pumpe eine definierte Menge an Abgas aus der Abgasanlage entnommen und einer Analyse zugeführt.

- Eine Methode zur Bestimmung von Rußkonzentration ist die Messung der Lichtreflexion. Ein robustes und einfaches Verfahren ist hierbei die Bestimmung der Schwärzung eines weißen Filterpapiers durch Ruß (siehe Kapitel 2.1.1). Dieses Verfahren kann nicht kontinuierlich arbeiten. Durch Variation der Probenamedauer kann eine hohe Auflösung erreicht werden.
- Die Messung der Opazität (Trübung des Abgases) ist eine weitere Methode welche die Lichtabsorptionsfähigkeit des Rußes als Messsignal nutzt (siehe Kapitel 2.2.1). Ein großer Vorteil dieses Verfahrens ist die Eichfähigkeit und die hohe zeitliche Auflösung. Das Messsignal ist jedoch von der Partikelgröße abhängig und wird durch Stickoxyde im Abgas beeinflusst.
- Die Messung des Streulichtes (siehe Kapitel 2.1.4) ist ein weiteres optisches Verfahren. Das durch Beugung an den Partikeln gestreute Licht wird in verschiedenen Winkeln, z.B. 90° , erfasst und ausgewertet. Dieses Verfahren zur Bestimmung der Rußkonzentration ist von der Partikelgröße abhängig.
- Als Standardmessverfahren zur Bestimmung der Rußkonzentration wird das photoakustische Verfahren verwendet (siehe Kapitel 2.1.2), da dieses direkt mit dem Partikelvolumen korreliert. Nachteilig an diesem Verfahren ist, dass genau definierte Bedingungen in der Messkammer bezüglich Druck und Temperatur eingehalten werden müssen. Eine Messung pro Sekunde ist jedoch möglich.
- Andere Verfahren klassieren die Partikel bezogen auf ihre Mobilität, d.h. ihrer Partikelgröße. Die Anzahl der Partikel je Klasse (Partikelgrößenbereich) wird entweder mittels Ladungstransport (FMPS, siehe Kapitel 2.1.6) oder mittels einer Zählung (SMPS, siehe Kapitel 2.2.2) bestimmt. Diese Verfahren werden überwiegend für den Laborbetrieb verwendet.

Ka- pitel	Messverfahren	Funktion	Messgröße	Anwendung	OBD
4.1	Rußsensor nach Smolenski	Ladungstransport von der Hochspannungs- zur Messelektrode durch Ruß-Dentriten (Ping-Pong-Effekt)	Ladungsstrom	OBD Betriebsensor im Abgasstrom, abhängig von der Gasgeschwindigkeit, mittlere Mindestrußmenge von 20mg/m ³	ja
4.2	Neuer Rußladungssensor	Ladungsabtransport durch Ruß-Dendriten	Ladungsstrom	OBD Betriebsensor im Abgasstrom, unabhängig von der Gasgeschwindigkeit	ja
2.1.3	Laser Induced Incandescence Soot Analyser (LI ² SA)	Analyse der Plank'schen Strahlung von verdampften Rußpartikeln	Strahlungs-spektrum	Laborgerät zur direkten Abgasanalyse	ja
2.1.7	Resistiver Rußsensor	Widerstandsänderung durch abgelagerte Rußpartikel	Elektrischer Widerstand	OBD Filterüberwachung im Abgasstrom	ja
2.1.5	Rußladungsverfahren nach Pegasor	Korona Aufladung von Rußpartikeln, Messung des Ladungstransports	Ladungsstrom	OBD Bypassmessung	Bypass
2.1.1	Schwärzungszahl	Auflicht Reflektion	Lichtintensität	Abgas Probenahme	nein
2.2.1	Trübungsmessung	Lichtabsorption	Lichtintensität	Abgas Probenahme	nein
2.1.4	Streulicht	Streuungsspektren über verschiedene Winkel	Lichtintensität	Abgas Probenahme	nein
2.1.2	Fotoakustisch, Messgas Resonanzschwingung	Gepulster Laser erwärmt Rußpartikel, Gasresonanz in der Messkammer	Schalldruck	Abgas Probenahme mit Verdünnungstunnel	nein
2.1.6	Mobilität geladener Partikel (FMPS)	Korona Aufladung von Rußpartikeln und Sortierung nach Flugbahnlänge, Messung des Ladungstransports	Partikelladung über Partikel-durchmesser	Abgas Probenahme	nein
2.2.2	Scanning Mobility Particle Sizer (SMPS)	Korona Aufladung von Rußpartikeln und Sortierung nach elektrischer Mobilität und anschließender Zählung	Partikelanzahl über Partikel-durchmesser	Abgas Probenahme	nein

Tabelle 2.3: Übersicht verschiedener Rußmessverfahren

3 Grundlegende Eigenschaften von Rußpartikeln

In diesem Kapitel werden die zur Berechnung des Sensors benötigten physikalischen Eigenschaften von Rußpartikeln erläutert. Zunächst wird der Aufbau und die Form der Partikel genauer beschrieben und das mathematische Modell der Partikelfraktalität vorgestellt.

Im Anschluss wird die Bewegung von Nanopartikeln, bezüglich Kräfteinwirkung, Reibung und Geschwindigkeit untersucht. Es wird gezeigt, dass die auf die Eigenladung der Partikel wirkende Coulombkraft für die Bewegung der Partikel auf die Messelektrode entscheidend ist.

3.1 Charakterisierung von Partikeln am Beispiel von Ruß

Um die Partikelbewegung berechnen zu können, müssen einzelne Partikel betrachtet werden. Daher ist der Zusammenhang der Partikelkonzentration, bezüglich Masse und Anzahl, abhängig vom Partikeldurchmesser zu bestimmen. Um die Ladung der Partikel und deren Reibungswiderstand im Trägergas zu betrachten, ist auch die Partikelform entscheidend. Daher ist eine eingehende Betrachtung des genauen Aufbaus von Rußpartikeln notwendig.

3.1.1 Entstehung von Ruß

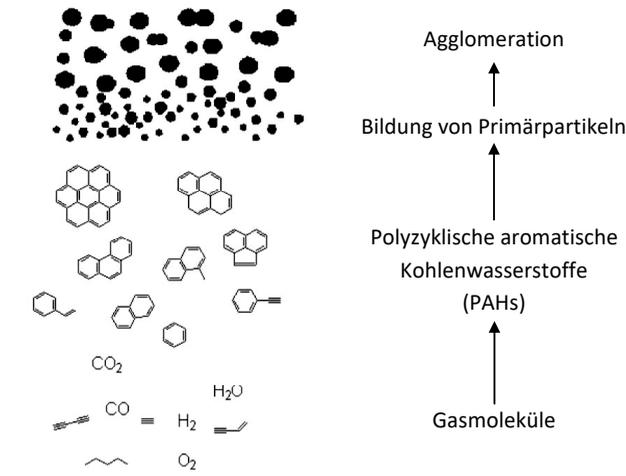


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Rußentstehung [48]

Bei der Verbrennung von kohlenstoffhaltigen Brennstoffen entsteht, als Nebenprodukt, auch sogenannter Ruß. Dieser entsteht durch unvollständige Verbrennung aus der Gasphase, d.h. es entstehen zunächst polyzyklische, aromatische Kohlenwasserstoffe (PAHs). Das Wachstum dieser Moleküle bildet immer größere Kohlenstoffringe, die sich zu graphitischen Lagen entwickeln [48]. Diese graphitischen Lagen ballen sich zu Primärpartikeln zusammen (siehe Abbildung 3.2). Je nach Verbrennungsprozess, Partikelkonzentration und Verweildauer agglomerieren diese Rußprimärpartikel zu unterschiedlich geformten Rußpartikeln verschiedener Größe (siehe Abbildung 3.4). Um den Rußaufbau zu verstehen, der aus agglomerierten Primärpartikeln besteht, müssen daher zunächst die Primärpartikel betrachtet werden.

3.1.2 Aufbau von Primärpartikeln

Die Primärpartikel bestehen aus ca. 3nm großen graphitischen Lagen (siehe Abbildung 3.2). Es wird für die Primärpartikel eine Dichte von $\rho_{prim} = 2\text{g/cm}^3$ [49], [50], [51], in Anlehnung an die Dichte von Graphit, verwendet.

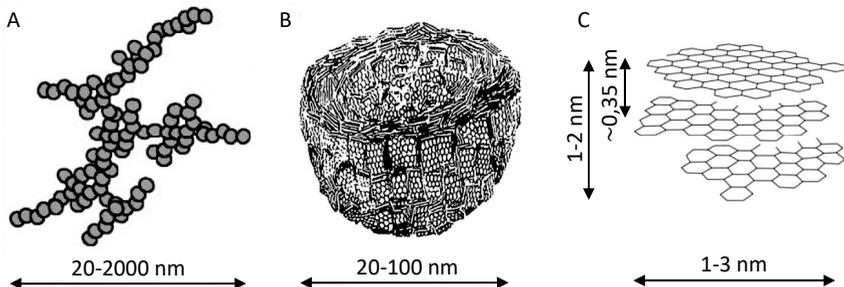


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau von Ruß [28]: A) Rußagglomerat aus kugelförmigen Primärpartikeln. B) Interne Struktur eines kugelförmigen Primärpartikels aus graphitischen Lagen. C) Grundeinheit eines Primärpartikels: geordnete Bereiche aus kleinen, parallelen Graphenen (2-dimensionale Kohlenstoffmodifikation aus verketteten Benzolringen).

Beispielhaft ist in Abbildung 3.3 eine Größenverteilung von Primärpartikeln einer Biomasseverbrennung gezeigt. Die Größenverteilung von Partikeln wird mit Hilfe der geometrischen Normalverteilung erfasst. Um experimentell die Größenverteilung einer Partikelprobe zu bestimmen, werden einzelne Partikel vermessen und die Anzahl innerhalb einzelner Partikelgrößenklassen, z.B. 20-27nm, 27-34nm, 34-41nm, etc., bestimmt. Abbildung 3.3 zeigt das Ergebnis einer elektronenmikroskopisch ermittelten Partikelgrößenverteilung. Im Falle einer konstanten Klassenbreite K_{Kon} , z.B. $K_{Kon} = 7\text{nm}$ wie in Abbildung 3.3, wird die Verteilung wie folgt berechnet [52]:

$$n_{prim,k} = N_{PP} \cdot \frac{K_{Kon}}{\sqrt{2\pi} \cdot \ln(\sigma_{prim}) \cdot d_{prim,k}} \cdot \exp\left(-\frac{\ln\left(\frac{d_{prim,k}}{d_{prim}}\right)^2}{2 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2}\right) \quad (3.1)$$

Mit der geometrischen Standardabweichung σ_{prim} ist die Verteilungsbreite um den mittleren geometrischen Durchmesser d_{prim} gegeben. Hierbei ist $n_{prim,k}$ die Partikelanzahl innerhalb der einzelnen Klassen k mit mittlerem geom. Klassendurchmesser $d_{prim,k}$. Die Gesamtanzahl der Partikel N_{PP} entspricht der Summe aller Partikelanzahlen in allen Klassen k :

$$N_{PP} = \sum_k n_{prim,k} \quad (3.2)$$

Der geom. Mittelwert d_{prim} kann aus den Verteilungsdaten mit folgender Gleichung berechnet werden [52]:

$$\begin{aligned} d_{prim} &= \exp\left(\sum_k \frac{n_{prim,k}}{N_{PP}} \cdot \ln(d_{prim,k})\right) \\ &= \prod_k d_{prim,k}^{\frac{n_{prim,k}}{N_{PP}}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Entsprechend kann mit Hilfe des mittleren geometrischen Primärpartikeldurchmessers d_{prim} die geometrische Standardabweichung berechnet werden:

$$\sigma_{prim} = \exp\left(\sqrt{\sum_k \frac{n_{prim,k}}{N_{PP}} \cdot \ln\left(\frac{d_{prim,k}}{d_{prim}}\right)^2}\right) \quad (3.4)$$

Neben der Anzahlverteilung ist auch die Volumenverteilung $v_{prim,k}$ von Interesse, um auf das mittlere Gewicht der Primärpartikel schließen zu können:

$$v_{prim,k} = n_{prim,k} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot d_{prim,k}^3 \quad (3.5)$$

Die Gesamtvolumenkonzentration V_{PP} der Primärpartikel ist:

$$V_{PP} = \sum_k v_{prim,k} \quad (3.6)$$

Der mittlere geometrische Durchmesser der Volumenverteilung $d_{V,prim}$ wird analog zum geom. Mittelwert d_{prim} wie folgt berechnet (siehe Gleichung (3.3)):

$$d_{V,Prim} = \exp\left(\sum_k \frac{v_{Prim,k}}{V_{PP}} \cdot \ln(d_{Prim,k})\right) \quad (3.7)$$

$$= \prod_k d_{Prim,k}^{\frac{v_{Prim,k}}{V_{PP}}}$$

Abbildung 3.3 zeigt exemplarisch eine Primärpartikelgrößenverteilung [53] und der berechneten logarithmischen Normalverteilung für die Durchmesser- und die Volumenverteilung.

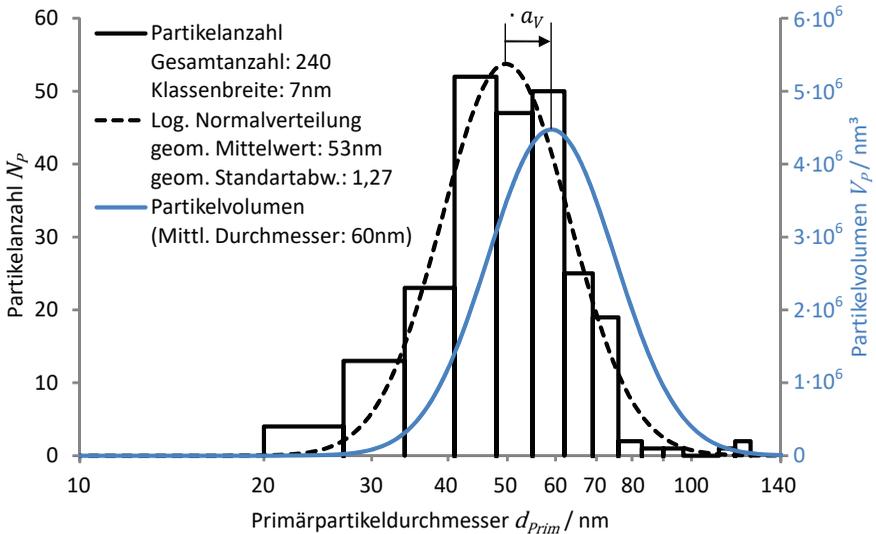


Abbildung 3.3: Auswertung der experimentell (SEM) bestimmten Verteilung der Primärpartikelgröße von Partikeln einer Biomasseverbrennung [53]. Bestimmung des mittleren geometrischen Durchmessers und der geometrischen Standardabweichung der Anzahlverteilung im Vergleich zur Partikelvolumenverteilung.

Die Verteilung der Partikelvolumina ist gegenüber der Anzahlverteilung um folgenden Faktor α_V verschoben (siehe Abbildung 3.3):

$$\alpha_V = \frac{d_{V,Prim}}{d_{Prim}} = \frac{\prod_k d_{Prim,k}^{\frac{v_{Prim,k}}{V_{PP}}}}{\prod_k d_{Prim,k}^{\frac{n_{Prim,k}}{N_{PP}}}} \quad (3.8)$$

$$= \exp(3 \cdot \ln(\sigma_{Prim})^2)$$

Hierbei ist $d_{v,prim}$ der mittlere geometrische Durchmesser der Volumenverteilung. Die geometrische Standardabweichung ist die gleiche, wie bei der Anzahlverteilung.

Der Verschiebungsfaktor a_{AP} für die Projektionsflächenverteilung wird ähnlich berechnet:

$$a_{AP} = \frac{d_{A,Prim}}{d_{prim}} = \exp(2 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \quad (3.9)$$

Hierbei ist $d_{A,Prim}$ der mittlere geometrische Durchmesser der Projektionsflächenverteilung.

Verschiedene Untersuchungen zeigen [54], [53], [55], [56], dass diese Primärpartikel einen mittleren geometrischen Durchmesser von $30\text{nm} < d_{prim} < 60\text{nm}$ haben und z.B. vom Brennraumdruck während der Entstehung beeinflusst werden [57]. Die Breite der Verteilung liegt zwischen $1,2 < \sigma_{prim} < 1,4$ [53], [58].

Die Definition und Betrachtung von Primärpartikeln und deren Agglomerationsformen sind erforderlich, um die Masse einzelner Partikel und deren Strömungswiderstände berechnen zu können.

3.1.3 Definition des Partikeldurchmessers d_p agglomerierter Partikel

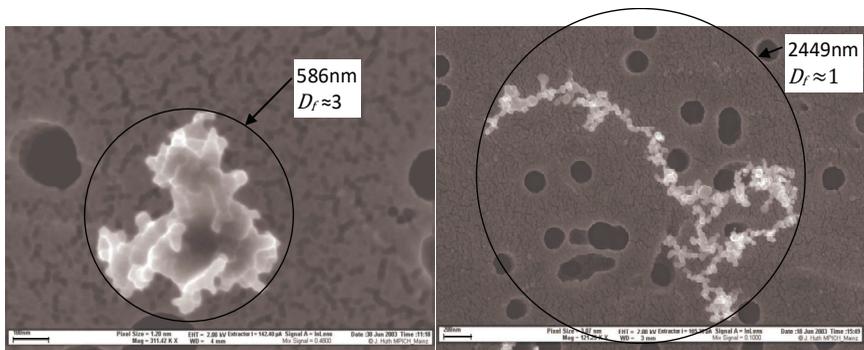


Abbildung 3.4: Beispiel von Rußpartikeln unterschiedlicher Fraktalität und deren Partikeldurchmesser [59]

Die Primärpartikel agglomerieren zu größeren Partikeln unterschiedlicher Formen. Der Partikeldurchmesser d_p gibt den charakteristischen Durchmesser oder auch "Gyrationsdurchmesser" an. Dies ist der Durchmesser der kleinstmöglichen Kugel, in die das Partikel noch hineinpasst (siehe Abbildung 3.4). Für die Eigenladung der Partikel ist dieser Durchmesser d_p entscheidend (siehe Kapitel 3.2.2).

3.1.4 Definition der Partikel Fraktalität D_f

Die Beschreibung der unterschiedlichen Partikelformen ist für die Bestimmung des Strömungswiderstands notwendig (siehe Kapitel 3.2.1).

Zur Klassifizierung der Partikelform wird von der Vorstellung ausgegangen, dass die Partikel aus Primärpartikeln mit konstanter Größe bestehen, welche sich aneinander lagern und so verschiedene fraktale Agglomerate ausbilden [60]. Da die bei Rußpartikeln beobachteten Strukturen fraktalen Gebilden ähnlich sind, kann die Form eines solchen Teilchens im Trägergas durch die mathematische Beschreibung von Fraktalen verstanden werden. Ein "Fraktal" ist allgemein definiert als ein selbstähnliches Gebilde, dessen Struktur unabhängig von der Größe ist. Hierzu wird zunächst die Anzahl Primärpartikel N_{PP} berechnet, aus denen das zu betrachtende Partikel besteht [60]:

$$N_{PP} = a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{D_f} \quad (3.10)$$

Aus dem Quotient d_p/d_{prim} kann die Anzahl Primärpartikel abgelesen werden, welche nötig ist, um, übereinander gestapelt, den Partikeldurchmesser zu erreichen. Dies entspricht jedoch nur dann der Anzahl Primärpartikel, wenn das Partikel linienförmig ist, d.h. wenn die fraktale Dimension $D_f = 1$ ist. Bei einer fraktalen Dimension von $D_f = 2$ sind die Partikel flächig und bei $D_f = 3$ dreidimensional agglomeriert (siehe Abbildung 3.5).

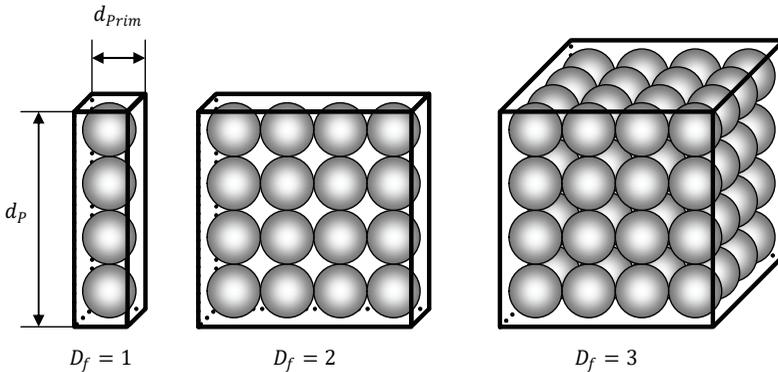


Abbildung 3.5: Abstrahierte Partikelformen, abhängig von der Fraktalität D_f

Die Primärpartikel können in guter Näherung als Kugeln betrachtet werden (siehe Kapitel 3.1.2).

Die charakterisierenden Gleichungen für Primärpartikel sind in folgender Tabelle 3.1 zusammengefasst:

Beschreibung	Basisgleichungen zur Charakterisierung von Primärpartikeln
Volumen:	$V_{PP} = \frac{\pi}{6} \cdot (a_V \cdot d_{prim})^3$ (3.11)
Volumenfaktor ($\sigma_{prim} = 1,3$) (siehe Gleichung (3.8)):	$a_V = \exp(3 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) = 1,23$ (3.12)
Projektionsfläche:	$A_{PP} = \frac{\pi}{4} \cdot (a_{AP} \cdot d_{prim})^2$ (3.13)
Projektionsflächenfaktor ($\sigma_{prim} = 1,3$) (siehe Gleichung (3.9)):	$a_{AP} = \exp(2 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) = 1,15$ (3.14)

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der Gleichungen zur Charakterisierung von Primärpartikeln.

Ausgehend von Gleichung (3.10) bestehen folgende Zusammenhänge von Fraktalität D_f , dem Durchmesser der Primärpartikel d_{prim} und dem Partikeldurchmesser d_p :

Beschreibung	Basisgleichungen zur Charakterisierung von Ruß
Anzahl Primärpartikel (siehe Gleichung (3.10)):	$N_{PP} = a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{prim}}\right)^{D_f}$ (3.15)
Anzahlfaktor:	$a_N = 1,23 \pm 0,07$ für Ruß [61] (3.16)
Partikelvolumen:	$V_p = N_{PP} \cdot V_{PP}$ (3.17)
Partikelprojektionsfläche (vom Verfasser):	$A_p = \left(a_N^{1/D_f} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}}\right)^{D_f-1} \cdot A_{PP}$ (3.18)

Tabelle 3.2: Zusammenfassung aller Gleichungen zur Charakterisierung von Rußpartikeln.

Um von der Partikelmassenkonzentration auf eine Anzahlkonzentration schließen zu können, muss das Gewicht der Partikel bestimmt werden. Deshalb wird das Partikelvolumen mit Hilfe der Gleichungen aus Tabelle 3.1 und Tabelle 3.2 wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
 V_p &= N_{PP} \cdot V_{PP} && \text{Siehe Gleichungen:} && (3.17) \\
 &= a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{prim}}\right)^{D_f} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot (a_V \cdot d_{prim})^3 && (3.15), (3.11) && (3.19) \\
 &= a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{prim}}\right)^{D_f} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \exp(9 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim}^3 && (3.12) &&
 \end{aligned}$$

Die für die Partikelreibung wichtige Partikelprojektionsfläche A_p wird mit Hilfe der Gleichungen aus Tabelle 3.2 wie folgt berechnet:

Siehe Gleichungen:

$$A_p = \left(a_N^{\frac{1}{D_f}} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{D_f-1} \cdot A_{pp} \quad (3.18)$$

$$= \left(a_N^{\frac{1}{D_f}} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{D_f-1} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (a_{AP} \cdot d_{prim})^2 \quad (3.13) \quad (3.20)$$

$$= \left(a_N^{\frac{1}{D_f}} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{D_f-1} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \exp(4 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim}^2 \quad (3.14)$$

Der entsprechende äquivalente Projektionsflächendurchmesser $d_{p,A}$ ist:

$$d_{p,A} = \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot A_p} = \left(a_N^{\frac{1}{D_f}} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{\frac{D_f-1}{2}} \cdot \exp(2 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim} \quad (3.21)$$

Zur Berechnung des Partikelvolumens und dessen Projektionsfläche sind alle Parameter, bis auf die Fraktalität D_f der Partikel, bereits erörtert worden. Die Abhängigkeit der Fraktalität vom Partikeldurchmesser zeigt folgendes Kapitel.

3.1.5 Fraktalität und Anzahl von agglomerierten Partikeln

Untersuchungen zur Agglomeration von Primärpartikeln zu größeren Strukturen, aufgrund der Braun'schen Bewegung, haben gezeigt, dass die fraktale Dimension der Partikel im Wesentlichen von der Anzahl ihrer Primärpartikel N_{pp} abhängt [62]:

$$D_f = \frac{1,9 \cdot \ln(N_{pp})^2 - 2,6 \cdot \ln(N_{pp}) + 3}{\ln(N_{pp})^2 - \ln(N_{pp}) + 1} \quad (3.22)$$

Ausgehend von einem Primärpartikeldurchmesser d_{prim} , siehe hierzu Kapitel 3.1.2, und der Fraktalität D_f kann der Partikeldurchmesser d_p einer bestimmten Primärpartikelanzahl N_{pp} (siehe Gleichung (3.10)) zugeordnet werden:

$$d_p = \left(\frac{N_{pp}}{a_N} \right)^{1/D_f} \cdot d_{prim} \quad (3.23)$$

Mit Hilfe des Partikelvolumens V_p (siehe Gleichung (3.19)) und der Primärpartikeldichte ρ_{prim} kann die Partikelmassenkonzentration $c_{Ru\beta}$ in eine Partikelanzahlkonzentration $n_{Ru\beta}$ umgerechnet und dargestellt werden (siehe Abbildung 3.6):

$$\begin{aligned} n_{Ru\beta} &= \frac{c_{Ru\beta}}{V_p \cdot \rho_{prim}} \quad (3.24) \\ &= \frac{c_{Ru\beta}}{a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{D_f} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \exp(9 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim}^3 \cdot \rho_{prim}} \end{aligned}$$

Die Umrechnung von Partikelmassenkonzentration zu –anzahlkonzentration ist neben der Primärpartikeldichte ρ_{prim} vor allem Abhängig vom Primärpartikeldurchmesser d_{prim} und ihrer Verteilungsbreite σ_{prim} .

In Abbildung 3.6 ist das Ergebnis für verschiedene Primärpartikel dargestellt.

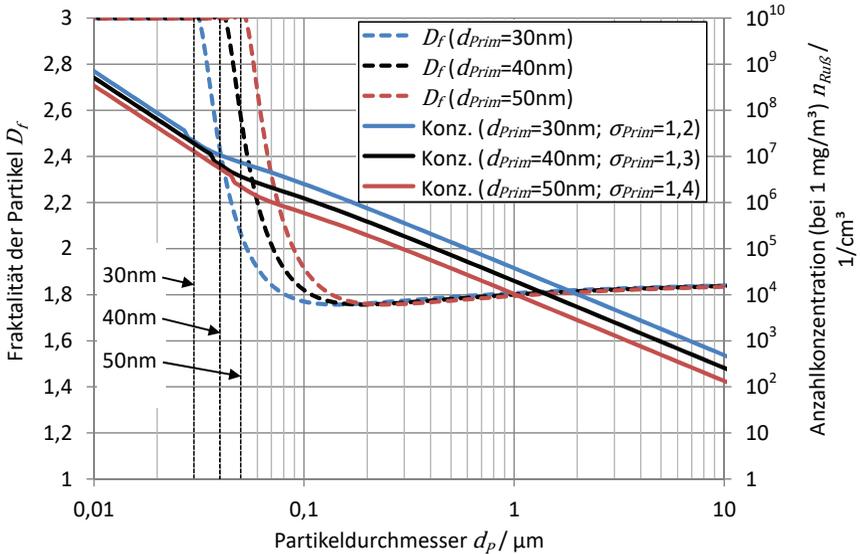


Abbildung 3.6: Zusammenhang von mittlerem Partikeldurchmesser $d_{p,mittel}$ zur mittl. Fraktalität D_f [62] und der Partikelanzahlkonzentration (Primärpartikeldichte $\rho_{prim} = 2\text{g}/\text{cm}^3$) bei unterschiedlichen Primärpartikeldurchmessern d_{prim} und Standardabweichungen σ_{prim} (siehe Gleichungen (3.22) und (3.24)).

Es muss beachtet werden, dass dieses mathematische Modell nur verwendet werden kann, wenn die Agglomeration der Primärpartikel zu größeren Partikeln ausschließlich von der Braun’schen Molekularbewegung der Gasmoleküle erzeugt wird. Zum Beispiel kann durch Hitzeinwirkung ein Versintern der Primärpartikel zu Kugeln ($D_f \approx 3$) erfolgen und elektrische Felder ein Wachstum der Partikel mit stabförmiger Ausrichtung ($D_f \approx 1$) bewirken, Einflüsse, die in diesem Modell nicht berücksichtigt werden.

Es sind jetzt alle Parameter definiert ($D_f, d_p, d_{prim}, \sigma_{prim}$), die für die Beschreibung der Partikelform und -größe notwendig sind.

3.2 Bewegung von Partikeln

Die Bewegung von gasgetragenen Partikeln ist abhängig von den Umgebungsparametern des Trägergases: Druck, Temperatur und Gaszusammensetzung. Diese werden auf die Gegebenheiten im Sensor am Motorprüfstand bezogen.

Da bei der Verbrennung mit Luft der Hauptbestandteil des Abgases 80% Stickstoff ist, wird vereinfacht Luft als Trägergas bei $T = 413K$ (mittlere Abgastemperatur im Sensor) angesetzt, mit folgenden Parametern:

Beschreibung	Luft Parameter
Temperatur	$T = 413K (140^\circ C)$
Absolutdruck	$p = 101325Pa$
Dichte ($T = 413K, p = 1013hPa$)	$\rho_G = 1,293 \text{ kg/m}^3 \cdot (273,15K/413K)$ $= 0,855 \text{ kg/m}^3$
Mittleres Molekülgewicht	$m_M = 4,81 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$
Lennard-Jones-Stoßdurchmesser	$d_M = 3,7A^\circ = 3,7 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Tabelle 3.3: Parameter des Trägergases Luft

Äußere Kräfteinwirkungen durch elektrische Felder oder durch die Massenträgheit der Partikel bei Richtungsänderungen der Strömung erzeugen eine Relativbewegung der Partikel im Trägergas, die durch Zusammenstöße mit Gasmolekülen gebremst wird.

3.2.1 Reibungskraft der Partikel

Die Reibungskraft der Partikel bei der Bewegung durch ein gasförmiges Medium berechnet sich mit Hilfe des Newton's Widerstandsgesetzes [63]:

$$\vec{F}_R = -c_d(\mathbf{Re}) \cdot A_P \cdot \frac{\rho_G}{2} \cdot \vec{v}_P^2 \quad (3.25)$$

Hierbei ist A_P die Partikelprojektionsfläche (Gleichung (3.20)), ρ_G die Dichte des Trägergases \vec{v}_P und die Geschwindigkeit des Partikels relativ zur Gasgeschwindigkeit, im folgendem auch Driftgeschwindigkeit genannt (siehe hierzu Kapitel 5.3). Der Widerstandsbeiwert c_d ist abhängig von der Reynoldszahl \mathbf{Re} [64] und dem Projektionsflächendurchmesser $d_{P,A}$ (siehe Gleichung (3.21)):

$$\mathbf{Re} = v_P \cdot d_{P,A} \cdot \frac{\rho_G}{\eta} \quad (3.26)$$

Für kleine Reynoldszahlen im Bereich $\mathbf{Re} \leq 0,25$ (dies ist für kleine Partikel i.A. der Fall, siehe Abbildung 5.4) berechnet sich der Widerstandsbeiwert $c_{d,Stokes}$ nach dem Widerstandsgesetz von Stokes [65] wie folgt:

$$c_{d,Stokes} = \frac{24}{Re} \quad (3.27)$$

Und somit beträgt die Reibungskraft nach Stokes:

$$\vec{F}_R = -3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A} \cdot \vec{v}_P; \text{ mit } Re \leq 0,25 \quad (3.28)$$

Hierbei ist η die dynamische Viskosität. Sie ist ein Maß für die innere Reibung eines Fluids oder Gases. Sie kann nach Hirschfelder [66], [67] aus der kinetischen Gastheorie (Annahme: Gasmoleküle sind „harte“ Kugeln) wie folgt berechnet werden (Boltzmann-Konstante: $k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, Parameter siehe Tabelle 3.3):

$$\eta = \frac{5 \cdot \sqrt{\pi \cdot m_M \cdot k_B \cdot T}}{16\pi \cdot d_M^2} = 21,3 \mu\text{Pa} \cdot \text{s} \quad (3.29)$$

3.2.1.1 Die freie Weglänge λ des Trägergases [68]

Bei der bisherigen Betrachtung der Partikelreibung wurde das Trägergas als ein Kontinuum betrachtet, in dem sich die Partikel bewegen. Sind die Partikel so klein, dass Kollisionen mit Gasmolekülen zunehmend unwahrscheinlicher werden, verringert sich die bremsende Kraft auf die Partikel. Die Teilchendichte wird mit Hilfe der freien Weglänge definiert und für die Korrektur der Reibungskraft verwendet (siehe Cunningham-Korrektur im folgenden Kapitel).

Die freie Weglänge λ ist der mittlere zurückgelegte Weg eines Teilchens, bevor dieses mit einem anderen Teilchen zusammen stößt. Sie ist von der Teilchendichte n_G im Gas sowie des Wirkungsquerschnitts σ_W der Gasmoleküle abhängig:

Diese Korrektur ist für Partikel mit einem Projektionsflächendurchmesser $d_{p,A}$ kleiner als die doppelte freie Weglänge λ innerhalb des umgebenden Gases notwendig.

$$\lambda = \frac{1}{n_G \cdot \sigma_W} \quad (3.30)$$

Es wird hierbei ein Zylinder mit der Länge λ und dem Querschnitt σ_W aufgespannt, in dem sich im Durchschnitt genau ein Gasmolekül aufhält.

Der geometrische Wirkungsquerschnitt für still stehende Stoßpartner ist:

$$\sigma_W = \pi \cdot d_M^2 \quad (3.31)$$

Da sich jedoch alle Moleküle in einem Gas ungeordnet bewegen, führen Gleichgewichtsbetrachtungen unter Berücksichtigung der Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung zu einem größeren Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_W = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_M^2 \quad (3.32)$$

Die Moleküldichte n_G kann mit Hilfe des idealen Gasgesetzes berechnet werden (Molekülanzahl N_G , Gasvolumen V):

$$p \cdot V = N_G \cdot k_B \cdot T \quad (3.33)$$

$$n_G = \frac{N_G}{V} = \frac{p}{k_B \cdot T}$$

Somit berechnet sich die freie Weglänge wie folgt (Parameter siehe Tabelle 3.3):

$$\lambda = \frac{1}{n_G \cdot \sigma_W} = \frac{k_B \cdot T}{p \cdot \sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_M^2} = 97,5\text{nm} \quad (3.34)$$

3.2.1.2 Cunningham-Korrektur [69]

Der Korrekturfaktor gibt an, wie viel geringer die Reibungskraft ist, die auf sich bewegende Partikel ausgeübt wird. Je größer die freie Weglänge λ , desto weniger Gasmoleküle stoßen mit den Partikeln zusammen und bremsen diese ab.

In der Praxis wird hierfür der Widerstandsbeiwert c_d durch die Cunningham-Slipkorrektur C_C ergänzt:

$$c_{d,c} = \frac{c_d}{C_C} \quad (3.35)$$

Die Cunningham-Slipkorrektur ist eine experimentell bestimmte Gleichung, die von der Knudsen-Zahl \mathbf{Kn} abhängt:

$$C_C = 1 + \mathbf{Kn} \cdot \left(\alpha + \beta \cdot \exp \left(-\frac{\gamma}{\mathbf{Kn}} \right) \right) \quad (3.36)$$

Hierbei ist das Verhältnis zwischen freier Weglänge λ und Partikeldurchmesser $d_{p,A}$ die Knudsen-Zahl \mathbf{Kn} :

$$\mathbf{Kn} = \frac{2\lambda}{d_{p,A}} \quad (3.37)$$

Die experimentell [70] bestimmten Parameter sind:

$$\alpha = 1,257 \quad \left| \quad \beta = 0,4 \quad \right| \quad \gamma = 1,1$$

Tabelle 3.4: Parameter der Cunningham Slipkorrektur

Durch Einsetzen von Gleichung (3.37) in Gleichung (3.36) und Einsetzen der Parameter aus Tabelle 3.3 berechnet sich die Slip-Korrektur wie folgt:

$$C_C = 1 + \frac{2 \cdot \lambda}{d_{p,A}} \cdot \left(1,257 + 0,4 \cdot \exp \left(-1,1 \cdot \frac{d_{p,A}}{2 \cdot \lambda} \right) \right) \quad (3.38)$$

Die Ergebnisse der Berechnungen, angewendet auf die in dem Versuchssensor herrschenden Bedingungen, ist in Abbildung 3.7 dargestellt.

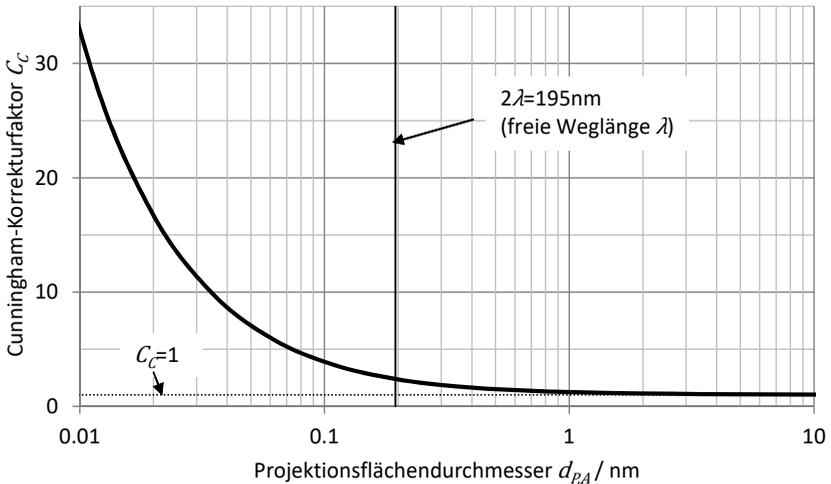


Abbildung 3.7: Cunningham-Korrekturfaktor (siehe Gleichung (3.38)) über die entsprechenden Partikelprojektionsflächendurchmesser $d_{p,A}$ bei $\lambda=97,5$ nm freier Weglänge, $p = 1013$ hPa Absolutdruck und einer Temperatur von $T = 413$ K (140°C).

Es ist deutlich zu erkennen, dass für Partikel mit einem Projektionsflächendurchmesser kleiner der doppelten freien Weglänge 2λ die Slip-Korrektur durchgeführt werden muss, da diese dann deutlich über 1 liegt.

Damit ist die Bremswirkung der Gasmoleküle auf die Relativbewegung der Partikel unter den Umgebungsbedingungen im Sensor beschrieben.

3.2.2 Wirkung von elektrischen Feldern auf elektrisch leitende Partikel

Bisher wurden die physikalischen und strömungstechnischen Wirkungen auf die Partikel im Trägergas erarbeitet. Damit sich gasgetragene Partikel in einem Trägergas bewegen, muss eine äußere Kraft auf diese einwirken. Dies ist neben der zu vernachlässigenden Schwerkraft und Trägheit im Wesentlichen die Kraftwirkung durch elektrische Felder auf elektrische Ladungen.

Wesentlich für den Betrieb des hier vorgestellten Sensors sind daher die Eigenladungen der Partikel und die influenzierten Ladungen im inhomogenen elektrischen Feld.

3.2.2.1 Boltzmann Ladungsverteilung der Partikel

Die Boltzmann-Ladungsverteilung [71] beschreibt das resultierende, elektrische bipolare Ladungsgleichgewicht von gasgetragenen Partikeln. Die Zeitdauer bis zum bipolaren Ladungsgleichgewicht ist abhängig von der Ionendichte des Mediums. Da bei einer Verbrennung, aufgrund der hohen Temperatur, bipolar Ionen hoher Konzentration entstehen, und Ruß durch eine unvollständige Verbrennung von Kohlenwasserstoffen entsteht, wird näherungsweise davon ausgegangen, dass ein bipolares Boltzmann- Ladungsgleichgewicht vorliegt.

Hierbei entspricht die Ladungsverteilung der Wahrscheinlichkeit, wie hoch der Ladungszustand eines Partikels mit Durchmesser d_p ist.

Die Boltzmann-Ladungsverteilung wird auch als „natürliche“ Ladungsverteilung bezeichnet, da auch in Umgebungsluft bipolare Ionen durch UV-Strahlung und natürliche Radioaktivität erzeugt werden.

Die Summe aller Partikelladungen ist Null, da sich positive und negative Ladungen ausgleichen.

Unter Anwendung des Kräftegleichgewichts f_s

$$f_s(d_p, T) = \frac{\text{Kraft zwischen 2 Elementarladungen}}{\text{Kraft durch thermische Energie}} \quad (3.39)$$

$$= \frac{q_e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot d_p} \cdot \frac{1}{k_B \cdot T}$$

kann die Wahrscheinlichkeit f_n für ein Partikel mit dem Durchmesser d_p berechnet werden, n Elementarladungen tragen zu können [68]:

$$f_n = \frac{\exp(-n^2 \cdot f_s)}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-n^2 \cdot f_s)} \quad (3.40)$$

Das Ergebnis sind Ladungsverteilungen, wie in Abbildung 3.8 dargestellt.

Je größer die Partikel sind, desto mehr Ladungen können diese tragen und die Ladungsverteilung nähert sich einer Normalverteilung an (siehe Abbildung 3.8). Daher kann die Ladungsverteilung näherungsweise wie folgt berechnet werden:

$$f_n \approx \begin{cases} 0; & d_p < d_{p,C} \left(\frac{\pi}{f_s} < 1 \right) \\ \frac{\exp(-n^2 \cdot f_s)}{\sqrt{\pi/f_s}}; & d_{p,C} \leq d_p \left(1 \leq \frac{\pi}{f_s} \right) \end{cases} \quad (3.41)$$

Die Ladungsgrenzpartikelgröße $d_{p,C}$ (Temperatur $T = 413\text{K}$ siehe Tabelle 3.3) unterhalb der die Partikel keine Ladung tragen ist:

$$1 = \frac{\pi}{f_s(d_{p,C}, T)} \Leftrightarrow d_{p,C} = \frac{q_e^2}{4\pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot k_B \cdot T} = 12,9\text{nm} \quad (3.42)$$

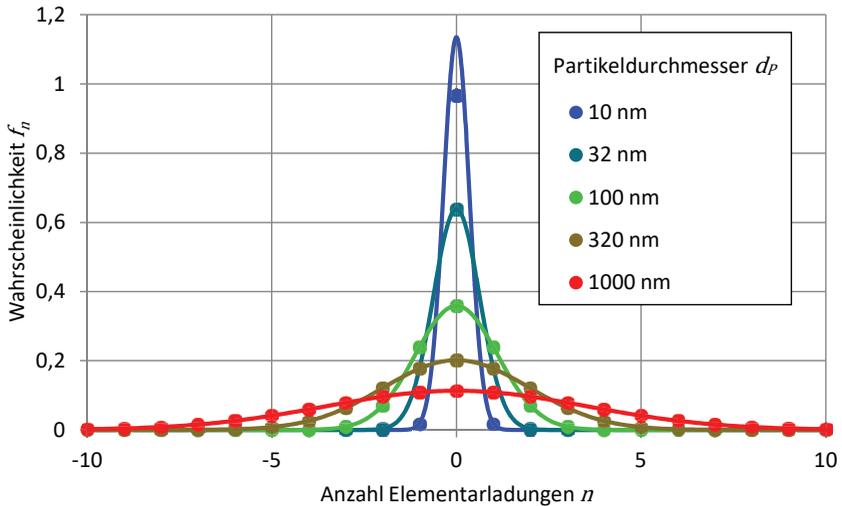


Abbildung 3.8: Boltzmann-Ladungsverteilung (siehe Gleichungen (3.39) und (3.40)) der Partikel bei 413K (140°C) im Vergleich zur angenäherten Normalverteilung (siehe Gleichungen (3.41) und (3.42))

Für weitere Berechnungen ist die mittlere Ladungszahl \bar{f}_n von positiv und negativ geladenen Partikeln von Interesse:

$$\begin{aligned} \bar{f}_n &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |n| \cdot f_n = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot f_n \\ &= 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \frac{\exp(-n^2 \cdot f_s)}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-n^2 \cdot f_s)} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Wie bei Gleichung (3.40) verfahren, kann Gleichung (3.43) wie folgt angenähert werden (siehe Abbildung 3.9):

$$\bar{f}_n \approx \begin{cases} 0; & d_p < d_{p,C} \left(\frac{\pi}{f_s} < 1 \right) \\ \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_s}}; & d_{p,C} \leq d_p \left(1 \leq \frac{\pi}{f_s} \right) \end{cases} \quad (3.44)$$

Für die Berechnung der maximalen Partikelgeschwindigkeit muss der Anteil geladener und ungeladener Partikel getrennt betrachtet werden.

Die mittlere Ladungszahl $\overline{f_{n>0}}$ für geladene Partikel wird wie folgt berechnet:

$$\overline{f_{n>0}} = \frac{\overline{f_n}}{1 - f_0} = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \frac{\exp(-n^2 \cdot f_s)}{-1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-n^2 \cdot f_s)} \quad (3.45)$$

Die Näherung für Gleichung (3.45) ist (siehe Gleichungen (3.41) und (3.44)):

$$\overline{f_{n>0}} \approx \begin{cases} 1; & d_p < d_{p,n>0} \quad (1 < \pi \cdot f_s) \\ \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_s}}; & d_{p,n>0} < d_p \quad (\pi \cdot f_s \leq 1) \end{cases} \quad (3.46)$$

Das Ergebnis zeigt folgende Abbildung 3.9. Die Grenz-Partikelgröße $d_{p,n>0}$ für mehrfach geladene Partikel ist bei $T = 413\text{K}$: (Innentemperatur des Sensors)

$$\pi \cdot f_s(d_{p,n>0}, T) = 1 \Leftrightarrow d_{p,n>0} = \frac{q_e^2}{4\epsilon_0 \cdot k_B \cdot T} = 127 \text{ nm} \quad (3.47)$$

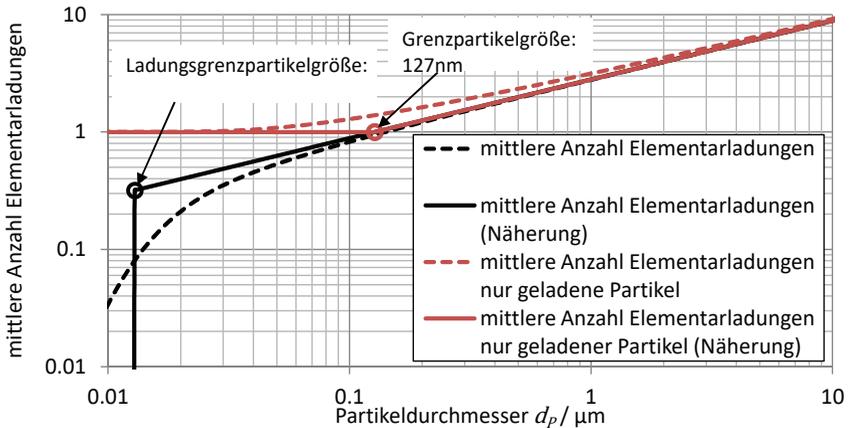


Abbildung 3.9: mittlere Anzahl Ladungsträger pro Partikel bei 413K (140°C): mittlere Anzahl Elementarladungen aus Gleichung (3.43) mit der Näherung aus Gleichung (3.44) und der Ladungsgrenzpartikelgröße aus Gleichung (3.42); mittlere Anzahl Elementarladungen nur geladener Partikel aus Gleichung (3.45) mit der Näherung aus Gleichung (3.46) Grenzpartikelgröße für Einzelladungen aus Gleichung (3.47).

3.2.2.2 Coulombkraft

Entscheidend für die vom elektrischen Feld \vec{E} auf die Partikel ausgeübte Coulombkraft \vec{F}_C [72] ist die elektrische Ladung $Q_P(d_P, T)$ der Partikel:

$$\vec{F}_C = \vec{E} \cdot Q_P(d_P, T) \quad (3.48)$$

Die elektrische Ladung Q_P der Partikel ist mit $q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C quantisiert und durch die mittlere Anzahl Ladungsträger $\overline{f_{n>0}}$ gegeben:

$$\vec{F}_C = q_e \cdot \overline{f_{n>0}} \cdot \vec{E} \quad (3.49)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (3.46) in obige Gleichung (3.49) wird die Abhängigkeit vom Grenzpartikeldurchmessern $d_{P,n>0}$, ca. 127nm, und der Ladungsgrenzpartikelgröße $d_{P,C}$, ca. 12,9nm, deutlich:

$$\vec{F}_C = \vec{E} \cdot \begin{cases} 0; & d_P \leq d_{P,C} \cong 12,9\text{nm} \\ q_e; & d_{P,C} < d_P < d_{P,n>0} \\ \sqrt{4 \cdot \epsilon_0 \cdot d_P \cdot k_B \cdot T}; & d_P \geq d_{P,n>0} \cong 127\text{nm} \end{cases} \quad (3.50)$$

Auf Partikel mit einem Durchmesser d_P zwischen beiden Grenzwerten wirkt, unabhängig vom Partikeldurchmesser d_P , eine gleichbleibende Kraft, da diese nur eine Elementarladung tragen können. Partikel, größer als der Grenzpartikeldurchmesser $d_{P,n>0}$, können mehrere Elementarladungen tragen.

3.2.2.3 Influenzierte Kraftwirkung auf elektrisch leitende Partikel

Befindet sich ein elektrisch leitendes Partikel in einem elektrischen Feld, bildet dieses einen Dipol aus, da die frei beweglichen Ladungsträger bestrebt sind, das elektrische Feld im Inneren auszugleichen, bis dieses Null ist (Faradayscher Käfig), siehe Abbildung 3.10. Bedingt durch diese Dipolwirkung richten sich die Partikel der Länge nach im elektrischen Feld aus.

Aufgrund der Definition des Partikels, als fraktales Gebilde (siehe Kapitel 3.1.3), wird die maximale Ausdehnung eines Partikels mit Partikeldurchmesser d_P bezeichnet.

Der richtungsbestimmende Einheitsvektor \vec{e}_E ist:

$$\vec{e}_E = \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad (3.51)$$

Die Höhe der Ladungen ist abhängig von der Partikelprojektionsfläche A_P , dem Partikeldurchmesser d_P und der äußeren Feldstärke \vec{E} , jedoch unabhängig von der Partikeleigenladung Q_P , da für Ladungen das Superpositionsprinzip gilt.

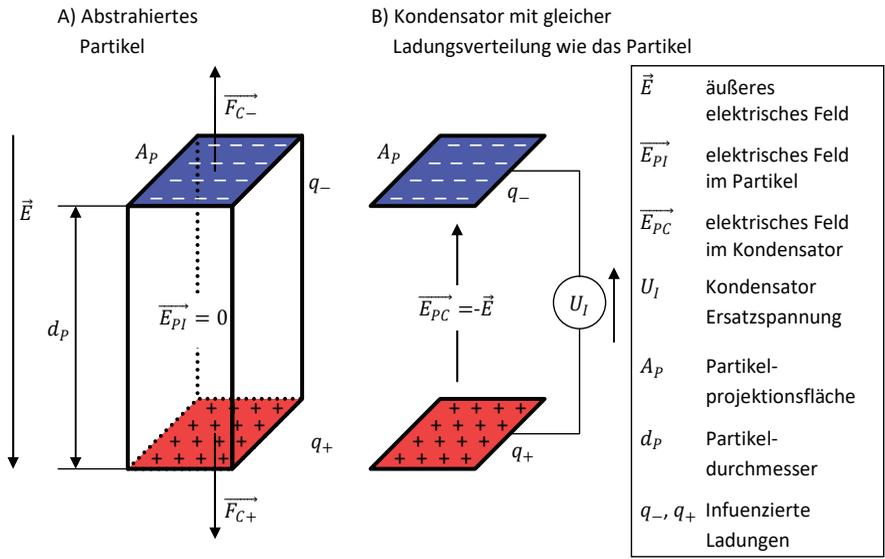


Abbildung 3.10: Prinzipdarstellung der Influenzwirkung auf Partikel: A) abstrahiertes elektrisch leitendes Partikel im elektrischen Feld mit dem Durchmesser d_p und der Projektionsfläche A_p . B) Kondensator mit identischer Ladungsverteilung.

Die Ladungsverteilung ist meines Erachtens vergleichbar mit der eines Kondensators. Die der Kapazität C_I wird wie folgt berechnet [73]:

$$C_I = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A_p}{d_p} \tag{3.52}$$

mit einer angelegten Spannung U_I von:

$$U_I = |\vec{E}| \cdot d_p \tag{3.53}$$

Mit Hilfe der Gleichungen (3.52) und (3.53) werden die Influenzladungen wie folgt berechnet (elektrische Feldkonstante $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$):

$$\begin{aligned} q_- &= -q_+ & (3.54) \\ &= C_I \cdot U_I \\ &= \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot A_p \cdot |\vec{E}| \\ &= A_p \cdot |\vec{D}| \end{aligned}$$

Hierbei ist \vec{D} die elektrische Flussdichte:

$$\vec{D} = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E} \tag{3.55}$$

Die Influenzladungen q_- und q_+ (siehe Gleichung (3.54)) sind entgegengesetzt gleich, d.h. in der Summe bleibt das Partikel elektrisch neutral. Da in einem inhomogenen elektrischen Feld die Coulombkraftwirkungen \vec{F}_{C+} und \vec{F}_{C-} (siehe Gleichung (3.48)) auf die Influenzladungen aufgrund des Feldgradienten $\nabla|\vec{E}|$ unterschiedlich sind, entsteht eine resultierende Kraft, die in Richtung des stärker werdenden elektrischen Feldes wirkt [74]:

$$\begin{aligned}\vec{F}_I &= \vec{F}_{C+} + \vec{F}_{C-} \\ &= \left(\vec{E} + \frac{1}{2} \cdot d_p \cdot \nabla|\vec{E}| \right) \cdot q_+ + \left(\vec{E} - \frac{1}{2} \cdot d_p \cdot \nabla|\vec{E}| \right) \cdot q_- \\ &= d_p \cdot \nabla|\vec{E}| \cdot A_p \cdot \vec{D}\end{aligned}\quad (3.56)$$

Das Produkt aus der Partikelprojektionsfläche A_p und dem Partikeldurchmessers d_p ist proportional zum Partikelvolumen V_p (siehe Gleichungen (3.20) und (3.19)):

$$\begin{aligned}V_p &= a_N \frac{1}{d_f} \cdot \frac{a_V^3}{a_{AP}^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot (d_p \cdot A_p) \\ &= a_N \frac{1}{d_f} \cdot \exp(5 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot \frac{2}{3} \cdot d_p \cdot A_p\end{aligned}\quad (3.57)$$

Somit ist die influenzierte Kraftwirkung proportional zum Partikelvolumen:

$$\vec{F}_I = a_N \frac{1}{d_f} \cdot \exp(-5 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot \frac{3}{2} \cdot V_p \cdot \nabla|\vec{E}| \cdot \vec{D}\quad (3.58)$$

Nachdem die Partikel bezüglich Form sowie elektrischem und strömungstechnischem Verhalten charakterisiert sind, kann das mathematische Modell des Sensors entwickelt werden.

4 These zur Funktionsweise des Rußladungsverfahrens

In diesem Kapitel werden vom Verfasser Ergebnisse von Voruntersuchungen diskutiert, um eine These zur Arbeitsweise des Sensors aufzustellen zu können.

4.1 Rußsensor nach Smolenski [13]

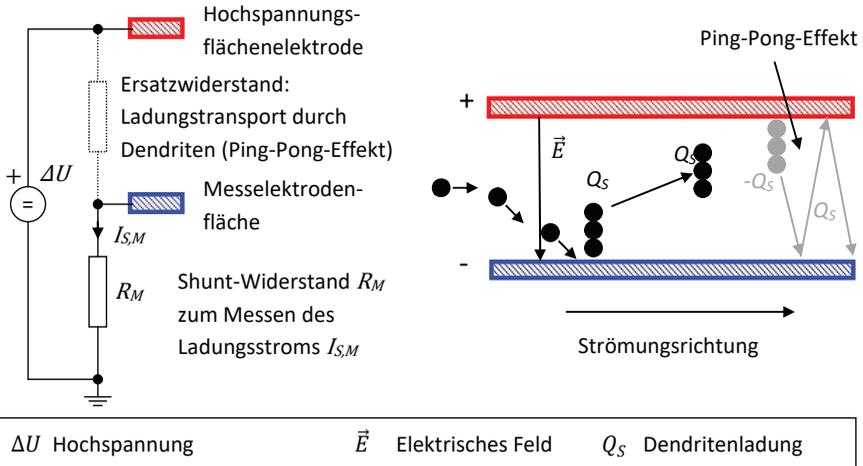


Abbildung 4.1: Prinzipskizze des Ladungssensors nach Smolenski [13]

Es wird folgende These aufgestellt:

Das Arbeitsprinzip des Ladungssensors ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Der Sensor besteht aus Flächenelektroden zwischen denen sich die Rußpartikel bewegen. Aufgrund ihrer Eigenladung bewegen sich die Partikel längs der elektrischen Feldlinien auf die Elektroden zu und bleiben haften. Nachfolgende Partikel agglomerieren auf den Elektroden zu Dendriten. Durch die Einwirkung des elektrischen Feldes konzentrieren sich die Oberflächenladungen der Elektrode an den Dendritenspitzen. Bei diesem Vorgang entstehen elektrostatische Feldkräfte und aerodynamische Trägerrückkräfte, die zum Abreißen der Dendriten führen. Dabei nehmen sie ihre Ladung mit und erzeugen so das Messsignal.

Bei dieser flächigen Elektrodenanordnung (siehe Abbildung 4.1) kommt es zu wiederholten Berührungen des abgerissenen Dendriten mit den Elektroden. Dadurch erfolgen von demselben Dendriten mehrfache Ladungstransporte von der Hochspannungselektrode zur Messelektrode, die das Messsignal ohne neuen Rußeintrag erhöhen, im Folgenden „Ping-Pong-Effekt“ genannt.

Da die Dendritenabrisse bei hoher Gasgeschwindigkeit eine kürzere Verweilzeit zwischen den Elektroden des Sensors haben, können diese deshalb nicht so oft zwischen den

Elektroden hin- und herspringen. Je langsamer das Gas strömt, umso stärker wird das Messsignal durch den Ping-Pong-Effekt vergrößert. (siehe Abbildung 4.2).

In Versuchen wird eine Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit von $I_{S,M}/c_{Ru\beta} \propto v_G^{-0,4}$ beobachtet.

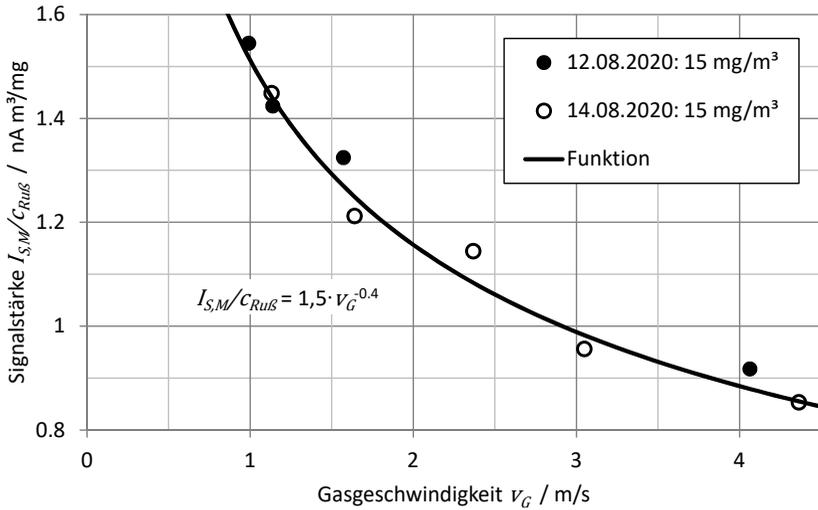


Abbildung 4.2: Geschwindigkeitsabhängigkeit des Sensors nach Smolenski [13].

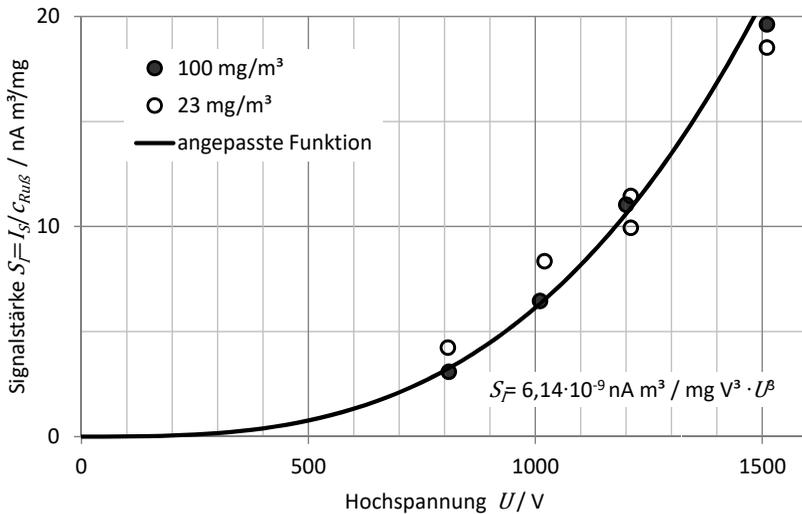


Abbildung 4.3: Abhängigkeit des Messsignals von der Sensorspannung U des Sensors nach Smolenski [13].

Durch den Ping-Pong-Effekt, kann auch die Abhängigkeit des Sensorsignals von der dritten Potenz der Hochspannung erklärt werden:

1. Die Partikeldriftgeschwindigkeit v_p (siehe Kapitel 3.2 und 5.3) ist proportional zum elektrischen Feld und entspricht somit der Geschwindigkeit, mit der sich Partikel an der Messelektrode anlagern. Bei dieser Betrachtung wird davon ausgegangen (siehe Kapitel 5.2), dass die Partikeleigenladung Q_p maßgeblich für die Driftgeschwindigkeit v_p ist und nicht influenzierte Ladungen. Somit ist die Anzahl der abreißenden Dendriten n_s proportional zur elektrischen Feldstärke.

$$\begin{aligned} n_s(E) &\propto v_p \\ &\propto Q_p \cdot E \end{aligned} \quad (4.1)$$

2. Die Ladung Q_s der sich auf der Oberfläche bildenden Dendriten ist proportional zur elektrischen Flussdichte D (vergl. Gleichung (3.55) und Kapitel 5.5.1) und somit proportional zur elektrischen Feldstärke.

$$\begin{aligned} Q_s(E) &\propto D \\ &\propto \epsilon_0 \cdot E \end{aligned} \quad (4.2)$$

3. Die Geschwindigkeit der hin und her fliegenden Dendriten (Ping-Pong-Effekt) ist proportional zur elektrischen Feldstärke und somit auch die Anzahl der Ladungstransportvorgänge n_T von der Hochspannungselektrode zur Messelektrode.

$$\begin{aligned} \dot{n}_T(E) &\propto v_D \\ &\propto Q_S \cdot E \end{aligned} \quad (4.3)$$

Somit ist das Messsignal I_S proportional zur dritten Potenz des elektrischen Feldes, bzw. der Hochspannung:

$$\begin{aligned} I_S(E) &\propto \dot{n}_T(E) \cdot \dot{n}_S(E) \cdot Q_S(E) \\ &\propto E^3 \\ &\propto U^3 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Um den Ping-Pong-Effekt durch konstruktive Anordnung der Elektroden im Sensor zu reduzieren oder zu verhindern, wird die nachfolgende Bauart (siehe Abbildung 4.4) entworfen, die in dieser Arbeit modelliert und am Motorprüfstand untersucht wird.

4.2 Neue Ladungssensorbauart

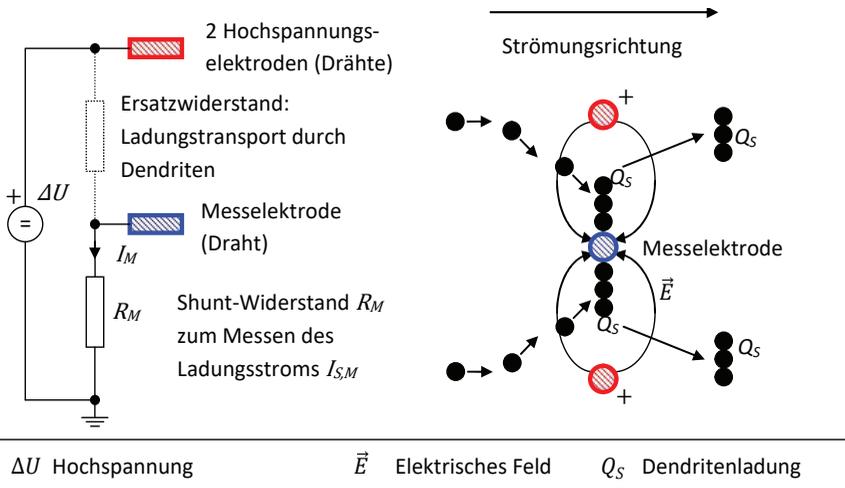


Abbildung 4.4: Prinzipskizze des in dieser Arbeit behandelten Ladungssensors

Die bisher flächig ausgeführten Elektroden werden durch parallele Drähte ersetzt. Das Ziel ist, die Verweilzeit der Partikel, insbesondere der abreißenden Dendriten, innerhalb des elektrischen Sensorfeldes so kurz wie möglich zu gestalten, um dem Ping-Pong-Effekt entgegen zu wirken.

Auch bei dieser neuen Elektrodenanordnung kann der Ping-Pong-Effekt bei niedrigen Gasgeschwindigkeiten, in diesem Beispiel 0,4 m/s, auftreten (siehe Abbildung 4.5). Der Nachweis dieses Effektes erfolgt mittels eines Versuches, bei dem die Hochspannungselektrode elektrisch geheizt wird.

Wie deutlich zu erkennen ist (siehe Messschrieb in Abbildung 4.5), wird der Ping-Pong-Effekt oberhalb einer Temperatur von etwa 270°C vermieden. Dies ist am deutlichen Abfall des Messsignals zu erkennen. Die Temperatur der Hochspannungselektrode wird während des Versuches durch Messung deren elektrischen Widerstandes ermittelt.

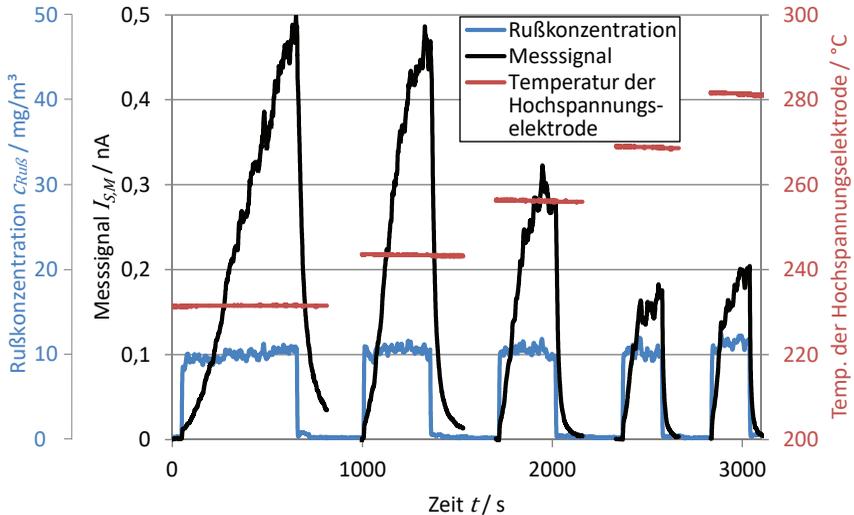


Abbildung 4.5: Nachweis des Ping-Pong-Effektes durch Aufheizen der Hochspannungselektrode des Sensors (siehe Abbildung 6.2) und Betrieb bei einer Gasgeschwindigkeit von 0,4 m/s.

Bei konstanter Rußkonzentration, im Beispiel 10 mg/m³ (siehe Abbildung 4.5) liefert der Sensor ein Messsignal von 500 pA, auch wenn die Temperatur der Hochspannungselektrode auf 245 °C gesteigert wird. Bei einer weiteren, schrittweisen Erhöhung der Temperatur wird festgestellt, dass das Messsignal, bei 255 °C beginnend, kleiner wird und ab einer Temperatur von 270 °C konstant niedrig bleibt, d.h. die Dendriten können keine Ladungen mit der Hochspannungselektrode austauschen.

Damit ist nachgewiesen, dass durch einen Austausch von Ladungen zwischen der Hochspannungs- und Messelektrode das Messsignal verstärkt wird.

Durch entsprechende Wahl der Sensorparameter: Drahtdurchmesser, Elektrodenabstand, Gasgeschwindigkeit und Feldstärke, kann dieser Effekt, auch ohne geheizte Hochspannung, vermieden werden.

Da der Ping-Pong-Effekt vermieden wird, ist das Messsignal von der zweiten Potenz der Hochspannung abhängig (vergleiche mit Gleichung (4.4) und siehe Abbildung 6.9).

$$\begin{aligned}
 I_S(E) &\propto n_S(E) \cdot Q_S(E) \\
 &\propto E^2 \\
 &\propto U^2
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Es wird ein Versuchsträger hergestellt (siehe Abbildung 6.2) der als OBD-Sensor in dem Abgasrohr eines Dieselmotors betrieben wird.

Während der Untersuchungen mit dem Versuchsträger (Abbildung 6.2) im Temperaturbereich des Abgases zwischen 100 und 170°C konnten keine Rückwirkungen der Abgastemperatur auf das Messsignal beobachtet werden.

5 Grundlagen der mathematischen Modellbildung

Innerhalb dieses Kapitels werden die Grundlagen erarbeitet, welche nötig sind, um das mathematische Modell des Sensors aufbauen zu können.

Es wird zunächst das elektrische Feld dieser Sensoranordnung berechnet.

Des Weiteren wird gezeigt, dass das Messsignal, oberhalb einer minimalen Gasgeschwindigkeit, unabhängig von der Gasgeschwindigkeit ist.

Es ist die in dieser Arbeit aufgestellte These (siehe Kapitel 4) zu beweisen, dass sich auf der Oberfläche der Elektroden Dendriten ausbilden, die beim Abreißen Ladung abtransportieren und das Messsignal erzeugen. Daher müssen deren Ladungen berechnet werden.

5.1 Elektrisches Feld der Elektrodenanordnung des Sensors

Es wird die Elektrodenanordnung aus Abbildung 4.4 betrachtet. Das entsprechende Funktionsbild in Abbildung 5.1 wird für die Berechnung des elektrischen Feldes verwendet. Das Funktionsbild zeigt im Querschnitt einen Messelektroden Draht zwischen 2 Hochspannungsdrähten. In der Praxis hat sich gezeigt, dass die Hochspannungselektroden abschirmend auf die Messelektrode wirken, daher wird der Abstand der Elektroden zur Umgebung nicht betrachtet, d.h. die Elektroden des Sensors befinden sich in nachfolgender Betrachtung im freien Raum. Der Sensor wird senkrecht zu den Drähten mit einer Gasgeschwindigkeit von v_G durchströmt.

Bei der Berechnung der Felder werden die Drähte als Linienladungen aufgefasst. Dies ist möglich, da der Drahtabstand d_H sehr viel größer als der Drahtdurchmesser d_D , d.h. $d_H \gg r_D$. Das elektrische Feld einer Linienladung ist durch folgende Gleichung (5.1) beschrieben:

$$\vec{E}_L = \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{e}_r; \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm} \quad (5.1)$$

Die Richtung des Feldes, d.h. der Basisvektor \vec{e}_r , ist radial vom Mittelpunkt der Linienladung nach außen gerichtet. Durch Integration entlang der Feldlinien wird das Potentialfeld berechnet:

$$\begin{aligned} \Phi_L &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_{r_D}^r \frac{1}{r} dr \\ &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_D}\right) + \Phi_0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Hierbei wird $\Phi_0 = 0$ gesetzt, da zur Beschreibung des elektrischen Feldes nur die Spannungsdifferenz ΔU zwischen den Drähten von Bedeutung ist.

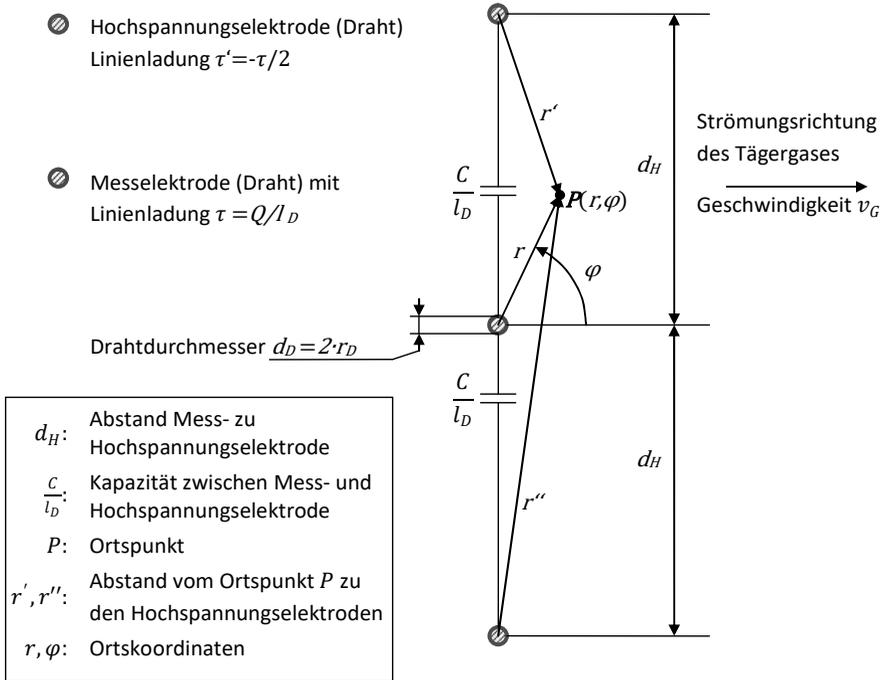


Abbildung 5.1: Funktionsbild und Definition der Variablen der Elektrodenanordnung (Querschnitt der Elektrodenanordnung in Relation zur Strömungsrichtung).

Um die Linienladung der Elektrodendrähte zu berechnen, werden die Kapazitäten zwischen den Drähten näher betrachtet.

Da die äußeren Hochspannungsdrähte auf dem gleichen Spannungsniveau liegen, kann diese kapazitive Verbindung vernachlässigt werden. Für die Ladung bestimmend sind die Kapazitäten C/l_D jeweils zwischen Hochspannungs- und Messelektrodendraht:

$$\tau = \frac{C}{l_D} \cdot \Delta U + \frac{C}{l_D} \cdot \Delta U \quad (5.3)$$

Die Summe der Linienladungen der Hochspannungsdrähte ist gleich der Linienladung τ des mittig liegenden Messdrahtes. Durch Addition der Potentiale (Superposition), siehe Gleichung (5.2), wird das Potential an jedem Punkt $P(r, \varphi)$ berechnet:

$$\begin{aligned} \Phi(r, \varphi) &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\ln\left(\frac{r}{r_D}\right) - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{r'}{r_D}\right) - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{r''}{r_D}\right) \right) \\ &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r}{\sqrt{r' \cdot r''}}\right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Hierbei ist darauf zu achten, dass die Linienladungen der Hochspannungsdrähte nur halb so groß sind wie die des Messdrahtes.

Die Radien, d.h. die Abstände von Punkt $P(r, \varphi)$ zu den Hochspannungselektroden, werden wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}
 r' &= \sqrt{(d_H - r \cdot \sin(\varphi))^2 + (r \cdot \cos(\varphi))^2} & (5.5) \\
 &= \sqrt{d_H^2 + r^2 - 2 \cdot d_H \cdot r \cdot \sin(\varphi)} \\
 r'' &= \sqrt{(d_H + r \cdot \sin(\varphi))^2 + (r \cdot \cos(\varphi))^2} \\
 &= \sqrt{d_H^2 + r^2 + 2 \cdot d_H \cdot r \cdot \sin(\varphi)}
 \end{aligned}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.5) in Gleichung (5.4) wird das Potential im Punkt $P(r, \varphi)$ berechnet:

$$\Phi(r, \varphi) = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{r}{(d_H^4 + r^4 + 2 \cdot d_H^2 \cdot r^2 \cdot \cos(2\varphi))^{\frac{1}{4}}} \right) \quad (5.6)$$

Durch den Ansatz $d_H \gg r$ kann das Potentialfeld um den Messdraht als koaxiales Feld angenähert werden.

$$\xrightarrow{d_H \gg r} \Phi(r, \varphi) = \frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{r}{d_H} \right) \quad (5.7)$$

Der Näherungsfehler ist Abhängig vom Verhältnis d_H/r und wird mit Hilfe des Quotienten aus den Gleichungen (5.6) und (5.7) definiert. Hierbei interessiert die Abweichung vom Faktor Eins, bei dem der Fehler Null wäre. Da die maximalen Abweichungen bei $\varphi = \{0; \pi/2; \pi; 3\pi/2\}$ zu erwarten sind, werden nur diese betrachtet.

$$\begin{aligned}
 \text{Fehler} &= 1 - \frac{\frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{r}{(d_H^4 + r^4 + 2 \cdot d_H^2 \cdot r^2 \cdot \cos(2\varphi))^{\frac{1}{4}}} \right)}{\frac{\tau}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln \left(\frac{r}{d_H} \right)} & (5.8) \\
 &\text{mit } \varphi = \{0^\circ; 180^\circ\} & \text{mit } \varphi = \{90^\circ; 270^\circ\} \\
 \text{Fehler} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln \left(1 + \left(\frac{r}{d_H} \right)^2 \right)}{\ln \left(\frac{r}{d_H} \right)} & \text{Fehler} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln \left(1 - \left(\frac{r}{d_H} \right)^2 \right)}{\ln \left(\frac{r}{d_H} \right)} \\
 \text{mit Fehler} &= -0,01: \frac{r}{d_H} = \frac{1}{5,40} & \text{mit Fehler} = 0,01: \frac{r}{d_H} = \frac{1}{5,47}
 \end{aligned}$$

Im Ergebnis ist der Fehler kleiner 0,01 (<1%) bei einem Verhältnis von $d_H/r > 5,47$.

Durch Einsetzen von $\varphi = \pi/2$ in Gleichung (5.6), d.h. in Richtung eines Hochspannungsdrahtes, entspricht die Potentialdifferenz bei $r = r_D$ (Drahtoberfläche) sowie $r = d_H - r_D$ (Hochspannungsdrahtoberfläche) der Spannungsdifferenz ΔU . Somit berechnet sich die Ladungsdichte τ wie folgt:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \Phi\left(r_D; \frac{\pi}{2}\right) - \Phi\left(d_H - r_D; \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln\left(\frac{r_D}{d_H - r_D} \cdot \sqrt[4]{\frac{r_D^2 \cdot (r_D^2 - 2 \cdot d_H)^2}{(d_H^2 - r_D^2)^2}}\right) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Da der Abstand der Drähte sehr viel größer als der Drahtdurchmesser ist ($d_H \gg r_D$), kann Gleichung (5.9) vereinfacht und die Linienladung τ berechnet werden:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{d_H \gg r_D} \Delta U &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{3}{2} \cdot \ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right) \\ &\Leftrightarrow \\ \tau &= \frac{\Delta U \cdot 2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \cdot \frac{2}{3} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Das elektrische Feld ist definitionsgemäß der negative Gradient des Potentialfeldes [72]. Hier betrachtet wird das Feld vereinfacht als positiver Gradient:

$$\begin{aligned} \vec{E} = \nabla\Phi &= \left(\frac{d\Phi}{dr} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Phi}{d\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi\right) = \begin{pmatrix} E_r \\ E_\varphi \end{pmatrix} \\ &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{d_H^4 + r^4 + 2 \cdot d_H^2 \cdot r^2 \cdot \cos(2\varphi)} \cdot \begin{pmatrix} d_H^4 + d_H^2 \cdot r^2 \cdot \cos(2\varphi) \\ d_H^2 \cdot r^2 \cdot \sin(2\varphi) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Da $d_H \gg r$ ist, kann das Feld als koaxiales Feld betrachtet werden:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{d_H \gg r} \vec{E} &= \frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{e}_r \\ &= \frac{\Delta U}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{e}_r \end{aligned} \quad (5.12)$$

Der Einheitsvektor \vec{e}_r zeigt dabei immer vom Drahtmittelpunkt des Messdrahtes nach außen. Der Fehler für die Näherung $d_H \gg r$ beim Berechnen des elektrischen Feldes durch Gleichung (5.12) ist bei einem Verhältnis von $d_H/r > 10,4$ kleiner als 1% (Vergleich Gleichung (5.8)).

Für die Kraftwirkung auf die Partikel sind auch die influenzierten Ladungen (siehe Kapitel 3.2.2.3) zu berücksichtigen. Der hierzu nötige Feldgradient ist für $d_H \gg r$:

$$\begin{aligned}
\overline{\nabla|\vec{E}|} &= \frac{d|\vec{E}|}{dr} \cdot \vec{e}_r & (5.13) \\
&= -|\vec{E}| \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{e}_r \\
&= -\frac{\tau}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \vec{e}_r \text{ für } d_H \gg r
\end{aligned}$$

Der Fehler für die Näherung $d_H \gg r$ bei der Berechnung des Feldgradienten mit Gleichung (5.13) ist bei einem Verhältnis von $d_H/r > 10,4$ kleiner als 1% (vergleiche Gleichung (5.8)).

Das Ergebnis der Feldberechnungen sind in Abbildung 5.2 zu sehen:

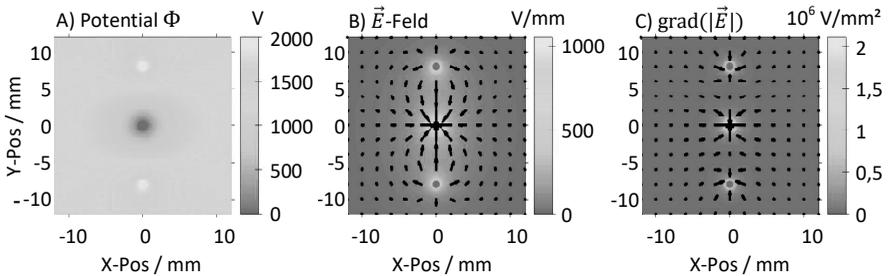


Abbildung 5.2: A) Potentialfeld (siehe Gleichung (5.9)), B) elektrisches Feld (siehe Gleichung (5.11)) und C) Feldgradient eines Messdrahtes (diskret mit Hilfe von Gleichung (5.11) berechnet) zwischen zwei Hochspannungsdrähten (Positionen $y = \pm 8$ mm) mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U = 2000$ V und einem Drahtdurchmesser von 1 mm.

5.2 Die unterschiedlichen Kraftwirkungen auf die Partikel im Vergleich

Um einen Eindruck vom Verhältnis der auf die Partikel wirkenden Kräfte zu bekommen, wird ein Sensor, wie in Abbildung 4.4 und in Abbildung 5.1 als Funktionsbild dargestellt, diskutiert.

Es werden die auf die Partikel wirkenden Kräfte an der Drahtoberfläche betrachtet, da hier die Feldstärke und der Feldgradient am größten sind. Die influenzierte Kraftwirkung \vec{F}_I , hervorgerufen durch den Feldgradienten, ist mit der Coulombkraft \vec{F}_C zu vergleichen, die auf die Partikeleigenladung wirkt.

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.55), (5.12), (3.14), (5.10) und (3.19) in Gleichung (3.58) wird die Abhängigkeit der influenzierten Kraftwirkung \vec{F}_I vom Partikeldurchmesser d_p , der Partikelform (Formparameter: D_f , d_p , d_{prim} , σ_{prim}) sowie der Sensorgeometrie (d_H , r_D) und der Spannung ΔU ersichtlich:

Einsetzen von Gleichung

$$\begin{aligned} \vec{F}_I &= a_N \frac{1}{D_f} \cdot \exp(-5 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot \frac{3}{2} \cdot V_P \cdot \nabla |\vec{E}| \cdot \vec{D} & (3.58) & (5.14) \\ &= -a_N \frac{1}{D_f} \cdot \exp(-5 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot \frac{3}{8 \cdot \epsilon_0} \cdot V_P \cdot \frac{1}{r^3} \cdot \frac{\tau^2}{\pi^2} \cdot \vec{e}_r & (3.55), & (5.12), \\ &= -a_N \frac{1}{D_f} \cdot \exp(-5 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot \frac{\epsilon_0}{6} \cdot V_P \cdot \frac{1}{r^3} \cdot \left(\frac{\Delta U}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \right)^2 \cdot \vec{e}_r & (5.13) & (5.10) \end{aligned}$$

(3.19)

$$\text{mit } V_P = a_N \cdot \left(\frac{d_P}{d_{prim}} \right)^{D_f} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \exp(9 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim}^3$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.12), (3.42) und (3.47) in Gleichung (3.50) sind die Abhängigkeiten der Coulombkraft \vec{F}_C von der Sensorgeometrie (d_H, r_D), der Spannung (ΔU) und dem Partikeldurchmesser d_P zu erkennen:

$$\vec{F}_C = \frac{\Delta U}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{e}_r \cdot \begin{cases} 0; & d_P \leq d_{P,C} \\ q_e; & d_{P,C} < d_P < d_{P,n>0} \\ \sqrt{4 \cdot \epsilon_0 \cdot d_P \cdot k_B \cdot T}; & d_P \geq d_{P,n>0} \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\text{mit } d_{P,C} = \frac{q_e^2}{4\pi^2 \cdot \epsilon_0 \cdot k_B \cdot T} \cong 12,9\text{nm}; \quad d_{P,n>0} = \frac{q_e^2}{4\epsilon_0 \cdot k_B \cdot T} \cong 127\text{nm}$$

Abbildung 5.3 zeigt das Ergebnis bezogen auf die Sensorabmessungen (siehe Abbildung 6.2) und den Trägergasparametern (siehe Tabelle 3.3). Die Parameter sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt:

Beschreibung	Parameter zur Berechnung der elektrostatischen Kräfte auf die Partikel
Temperatur	$T = 413\text{K} (140^\circ\text{C})$
Elektrodenabstand	$d_H = 8\text{mm}$
Messelektroden Drahtdurchmesser	$2r_D = 1\text{mm}$
Spannung	$\Delta U = 2000\text{V}$
Primärpartikeldurchmesser	$d_{prim} = 50\text{nm}$

Tabelle 5.1: Zusammenfassung der Parameter zur Berechnung der Kraftwirkung auf die Partikel

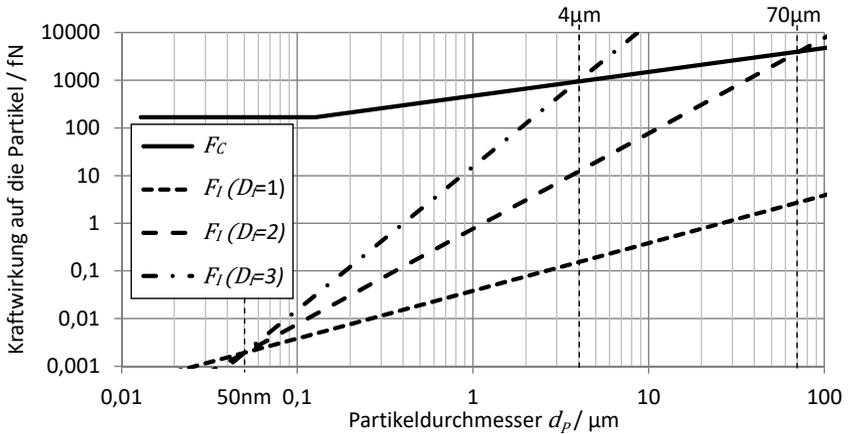


Abbildung 5.3: Vergleich der influenzierten Kraftwirkung F_I (siehe Gleichung (5.14)) mit der Coulombkraft F_C (siehe Gleichung (5.15)) auf Partikel verschiedener Durchmesser d_p und Fraktalitäten D_f . Elektrische Feldstärke 1000V/mm, Primärpartikeldurchmesser 50nm.

In Abbildung 5.3 ist zu sehen, dass die Coulombkraft bei Partikeln bis zu einem Durchmesser von ca. $4\mu\text{m}$, unabhängig von der Fraktalität D_f , bei dieser Sensorbauweise dominiert. Da die influenzierte Kraftwirkung \vec{F}_I proportional zum Partikelvolumen ist (siehe Kapitel 3.2.2.3), ist die Kraftwirkung auf Partikel der Fraktalität $D_f = 3$ besonders ausgeprägt. Da Ruß aus agglomerierten Primärpartikeln mit einer Fraktalität von ca. $D_f \cong 2$ (siehe Kapitel 3.1.5) besteht, ist für Partikel kleiner $70\mu\text{m}$ die influenzierte Kraftwirkung vernachlässigbar.

Da der Partikeldurchmesser d_p der maximalen Ausdehnung eines Partikels entspricht (siehe Kapitel 3.1.4), ändert sich die Coulombkraft nicht mit der Partikelfraktalität D_f . Auch wenn berücksichtigt wird, dass nur die Hälfte der geladenen Partikel (siehe Kapitel 3.2.2.2) auf die Messelektrode zufliegen, und kleine Partikel eine zunehmende Wahrscheinlichkeit haben, ungeladen zu sein (siehe Kapitel 3.2.2.1), ist deutlich die Dominanz der Coulombkraft zu erkennen. Die durch den Feldgradienten influenzierte Kraftwirkung muss daher nicht weiter betrachtet werden.

5.3 Driftgeschwindigkeit der Partikel

Die Geschwindigkeit mit der sich Partikel relativ zur Gasgeschwindigkeit bewegen wird Driftgeschwindigkeit \vec{v}_p genannt. Da kleine Partikel (hier Partikel mit einem Durchmesser kleiner $1\mu\text{m}$) gasgetragen sind, ist nur die Bewegung der Partikel relativ zur Gasströmung von Bedeutung.

Die Driftgeschwindigkeit \vec{v}_p ist die Geschwindigkeit, bei der die Reibungskraft (siehe Gleichung (3.28)) gleich der Coulombkraft (siehe Gleichung (3.49)) ist. Zunächst wird nur die

Driftgeschwindigkeit $\overline{v_{p,n>0}}$ der geladenen Partikel berechnet, um die maximal auftretenden Geschwindigkeiten zu betrachten. Für kleine Reynoldszahlen ($Re \leq 0,25$) werden diese wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} \overline{F_C} &= \overline{F_R} & (5.16) \\ q_e \cdot \overline{f_{n>0}} \cdot \overline{E} &= \frac{\overline{v_p}}{C_C} \cdot -3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A} \\ \overline{v_{p,n>0}} &= \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}} \cdot q_e \cdot \overline{f_{n>0}} \cdot \overline{E} \end{aligned}$$

Den Einfluss des Partikeldurchmessers d_p und der Fraktalität D_f auf die Driftgeschwindigkeit zeigt folgende Abbildung 5.4. Die Reynoldszahlen Re (siehe Gleichung (3.26)) für verschiedene Partikeldurchmesser d_p werden berechnet und es wird bestätigt, dass sie den Wert von 0,25 nicht übersteigen. Da die Driftgeschwindigkeit umgekehrt proportional und die Reynoldszahl Re proportional zum Partikelprojektionsdurchmesser $d_{p,A}$ ist, hebt sich der Einfluss von $d_{p,A}$ gegenseitig auf. Daher ist die Reynoldszahl nur vom Partikeldurchmesser d_p abhängig und der Einfluss der Partikelfraktalität D_f verschwindet. Durch Einsetzen von Gleichung (5.16) in Gleichung (3.26) kann dieses bestätigt werden:

$$\begin{aligned} Re &= \overline{v_{p,n>0}} \cdot d_{p,A} \cdot \frac{\rho_G}{\eta} & (5.17) \\ &= \frac{C_C \cdot \rho_G}{-3\pi \cdot \eta^2} \cdot q_e \cdot \overline{f_{n>0}} \cdot \overline{E} \end{aligned}$$

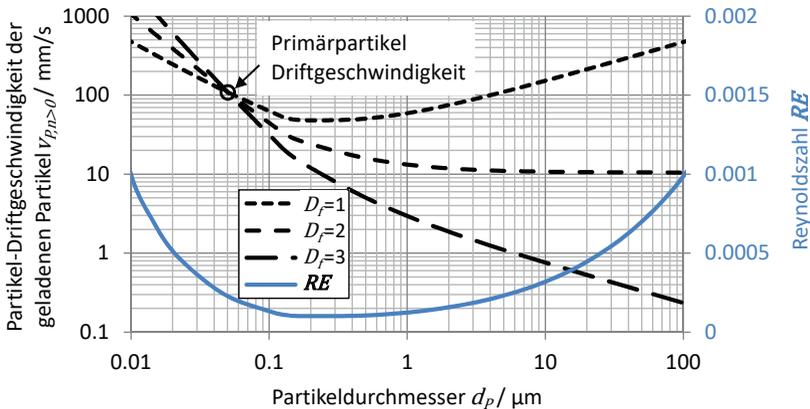


Abbildung 5.4: Die maximale Partikel driftgeschwindigkeit (siehe Gleichung (5.16)) der Partikel in Abhängigkeit der Partikelgröße und Fraktalität, sowie deren Reynoldszahlen (siehe Gleichung (5.17)). (Bedingungen im Sensor: $|\overline{E}|=1000V/mm$, $T=413K$).

Da, wie in Abbildung 5.4 gezeigt, die Reynoldszahl für alle betrachteten Partikelgrößen kleiner als 0,25 ist, kann mit der mittleren Partikeldriftgeschwindigkeit \vec{v}_p (Vergleich Gleichung (5.16)) gerechnet werden. Diese ist ebenfalls durch das Kräftegleichgewicht zwischen der Reibungskraft (siehe Gleichungen (3.28)) und der Coulombkraft (Vergleich Gleichung (3.49)) gegeben. Zur Berechnung der Coulombkraft wird hier die mittlere Anzahl Ladungen aller Partikel verwendet (siehe Gleichung (3.43) und (3.44)) und diese durch 2 geteilt, da nur die Hälfte der Partikel, abhängig von der Polarität ihrer Ladung, sich in Richtung der Messelektrode bewegen.

$$\begin{aligned} \vec{F}_C &= \vec{F}_R & (5.18) \\ q_e \cdot \frac{\bar{f}_n}{2} \cdot \vec{E} &= \frac{\vec{v}_p}{C_C} \cdot -3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A} \\ \vec{v}_p &= \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}} \cdot q_e \cdot \frac{\bar{f}_n}{2} \cdot \vec{E} \\ &= \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}} \cdot Q_p \cdot \vec{E}; \quad \text{mit } Q_p = q_e \cdot \frac{\bar{f}_n}{2} \end{aligned}$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung 5.5:

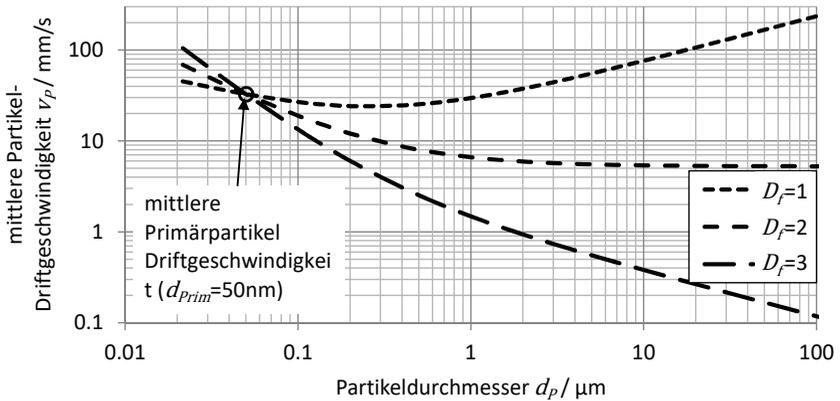


Abbildung 5.5: Mittlere Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung (5.18)) in Abhängigkeit von Partikeldurchmesser d_p und -fraktalität D_f (Bedingungen im Sensor: $|\vec{E}|=1000\text{V/mm}$, $T=413\text{K}$)

5.3.1 Beschleunigungszeit der Partikel

Die beschleunigende resultierende Kraft $\vec{F}_C - \vec{F}_R(v_{p,t}) = \vec{a}_{p,t}(t) \cdot m_p$ verringert sich linear mit steigender Geschwindigkeit bis zum Kräftegleichgewicht (siehe Gleichung (5.16)), d.h. wenn die Grenzggeschwindigkeit \vec{v}_p erreicht ist:

$$\begin{aligned} \vec{v}_{p,t}(t) &= \int_0^t \frac{\vec{F}_C - \vec{F}_R(\vec{v}_{p,t})}{m_p} dt \\ &= \vec{v}_p \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{T_p}\right) \right) \end{aligned} \quad (5.19)$$

Die entsprechende Beschleunigungszeitkonstante T_p ist:

$$T_p = \frac{m_p \cdot C_C}{3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}} \quad (5.20)$$

Die Partikelbeschleunigung $\vec{a}_{p,t}(t)$ ist:

$$\vec{a}_{p,t}(t) = \frac{d\vec{v}_{p,t}(t)}{dt} = \frac{\vec{v}_p}{T_p} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_p}\right) \quad (5.21)$$

In Abbildung 5.6 wird der Beschleunigungsverlauf eines Partikels beispielhaft dargestellt:

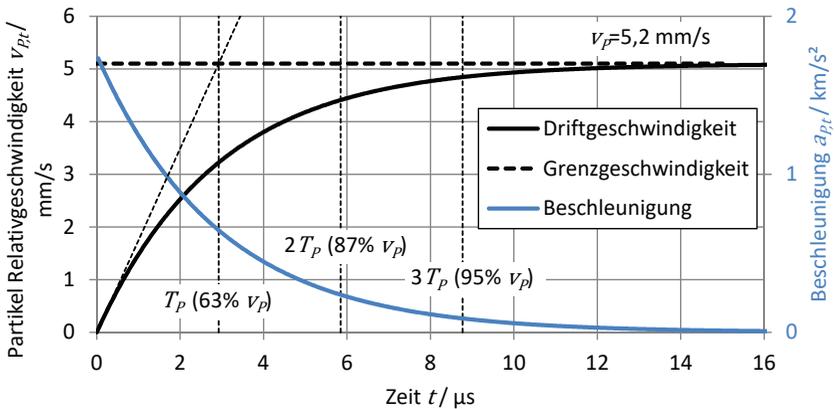


Abbildung 5.6: Beschleunigung (siehe Gleichung(5.21)) und Geschwindigkeit (siehe Gleichung (5.19)) eines Partikels relativ zur Gasgeschwindigkeit: $d_f=1\mu\text{m}$; $D=2$; $d_{prim}=50\text{nm}$; $\rho_{prim}=2\text{g/cm}^3$; $T_f=2,96\mu\text{s}$; $v_f=5,2\text{mm/s}$ (Sensorbedingungen: $T=413\text{K}$, $d_f=8\text{mm}$, $d_p=1\text{mm}$, $\Delta U=2000\text{V}$)

Die Beschleunigungszeitkonstante T_p wird in Abbildung 5.7 in Abhängigkeit von der Partikel-fraktalität D_f und dem Partikeldurchmesser d_p dargestellt.

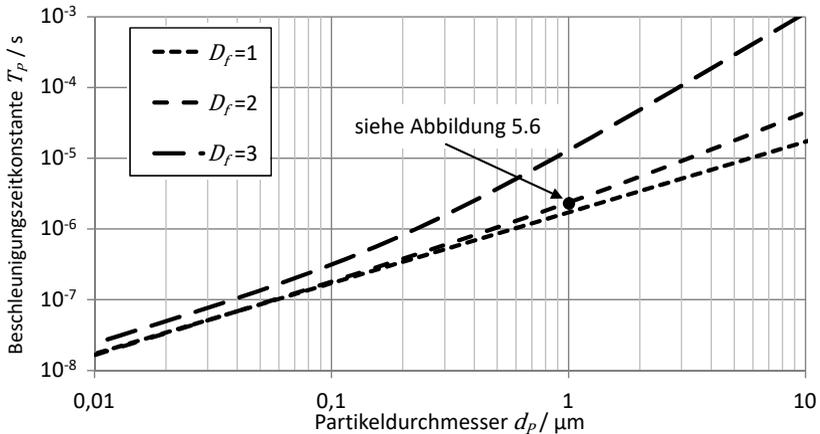


Abbildung 5.7: Beschleunigungszeitglied (siehe Gleichung (5.20)) der durch die Coulombkraft beschleunigten Partikel (mit natürlicher Eigenladung nach Boltzmann) im E-Feld für verschiedene Fraktalitäten D_f (Primärpartikel $d_{\text{prim}}=50\text{nm}$; $\rho_{\text{prim}}=2\text{g/cm}^3$; Sensorbedingungen: $T=413\text{K}$, $d_H=8\text{mm}$, $d_D=1\text{mm}$, $\Delta U=2000\text{V}$).

Aus Abbildung 5.7 ist zu erkennen, dass die Beschleunigung der Partikel in so kurzen Zeiträumen stattfinden, dass mit einer konstanten Driftgeschwindigkeit gerechnet werden kann.

5.4 Anlagerung der Partikel an umströmten Drähten

Die Drähte des Sensors sind senkrecht zur Strömungsrichtung des Gases angeordnet (siehe Abbildung 4.4). Dies hat konstruktive und physikalische Vorteile. Der physikalische Vorteil besteht in der Begrenzung der Verweilzeit der Partikel im elektrischen Feld zur Vermeidung des Ping-Pong-Effekts (siehe Kapitel 4).

5.4.1 Umströmen der Elektrodrähte

Für die Berechnung der Gasbewegung um den Elektrodradht ist es erforderlich, die Art der Strömung zu bestimmen. Diese ist als laminar anzusehen, solange die Reynoldszahl $Re < 2000$ ist [75]. Bei einem Drahtdurchmesser von $d_D = 1\text{mm}$ ist dies bis zu einer Gasgeschwindigkeit von 50m/s gegeben (siehe Gleichung (3.26) und Tabelle 3.3):

$$Re = v_G \cdot d_D \cdot \frac{\rho_G}{\eta} < 2000 \Leftrightarrow v_G < \frac{0,051\text{m}^2/\text{s}}{d_D} = 51 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ mit } d_D = 1\text{mm} \quad (5.22)$$

Da bei Geschwindigkeiten kleiner Mach 0,5 die Kompression bei gasförmigen Medien vernachlässigbar ist [76], wird eine wirbelfreie, stationäre und inkompressible Potentialströmung angenommen.

Bei stationären Strömungen hängen die Größen: Geschwindigkeit, Druck und Dichte, nur von den Ortskoordinaten ab. Daher ist die Stromlinie bei einer stationären Strömung eine ortsfeste Raumkurve und ist mit der Bahnkurve eines Moleküls des Trägergases identisch. Bei einem umströmten Draht (umströmter Kreiszyylinder) handelt es sich um eine zusammengesetzte, ebene Potentialströmung, die aus einer Parallelströmung und einer Dipolströmung besteht. Diese Potentialströmung kann durch das Geschwindigkeitspotential Φ_v und der Stromfunktion Ψ_v beschrieben werden [76]:

$$\begin{aligned}\Phi_v &= v_G \cdot X \cdot \left(1 + \frac{r_D^2}{X^2 + Y^2}\right) \\ &= v_G \cdot r \cdot \cos(\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r_D^2}{r^2}\right)\end{aligned}\quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}\Psi_v &= v_G \cdot Y \cdot \left(1 + \frac{r_D^2}{X^2 + Y^2}\right) \\ &= v_G \cdot r \cdot \sin(\varphi) \cdot \left(1 - \frac{r_D^2}{r^2}\right)\end{aligned}\quad (5.24)$$

Die Funktionen Φ_v und Ψ_v lassen sich physikalisch wie folgt interpretieren:

Für eine Höhenlinie (Stromlinie) der Ψ_v -Fläche gilt:

$$Y_\infty = \frac{\Psi_v}{v_G}\quad (5.25)$$

Hierbei ist die Eintrittshöhe Y_∞ die Y -Position eines Moleküls des Trägergases unendlich weit entfernt vom Draht (X -Position gegen $\pm\infty$).

Der Gradient des Geschwindigkeits-Potentials Φ_v (siehe Gleichung (5.23)) ist die lokale Geschwindigkeit entlang der Stromlinie:

$$\begin{aligned}\vec{v}_G &= \begin{pmatrix} v_r \\ v_\varphi \end{pmatrix} \\ &= \nabla(\Phi_v) = \left(\frac{d\Phi_v}{dr} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\Phi_v}{d\varphi} \cdot \vec{e}_\varphi\right) \\ &= v_G \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \cdot \left(1 - \frac{r_D^2}{r^2}\right) \\ -\sin(\varphi) \cdot \left(1 + \frac{r_D^2}{r^2}\right) \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (5.26)$$

Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 gezeigt.

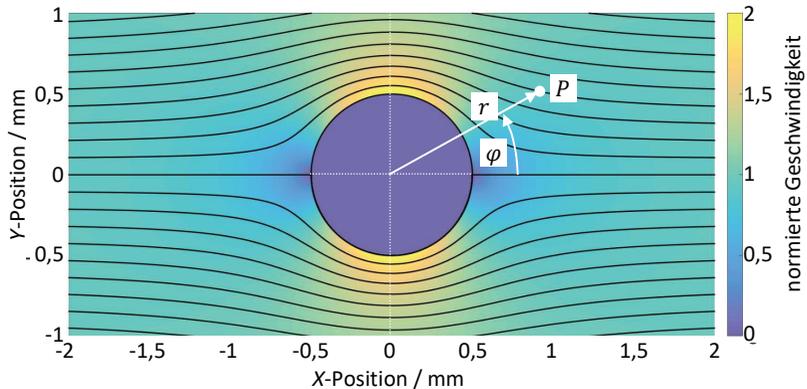


Abbildung 5.8: Stromlinien (siehe Gleichung (5.23)) und Geschwindigkeiten (siehe Gleichung (5.26)) einer stationären Potentialströmung um einen Draht mit 1mm Durchmesser.

5.4.2 Iterative Berechnung der Partikelflugbahn

Um die möglichen Partikelflugbahnen zu berechnen, wird die Bewegungsrichtung umgekehrt, d.h. es wird die Flugbahn, ausgehend vom Landungsort $P_0(r_D, \varphi_L)$ berechnet.

Die Berechnung der Partikelbewegung \vec{v}_{res} erfolgt mit Hilfe der Gleichungen (5.16) und (5.26):

$$\vec{v}_{res} = \vec{v}_G - \vec{v}_P = \begin{pmatrix} v_{G,r} \\ v_{G,\varphi} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{P,r} \\ v_{P,\varphi} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Durch Integration über die Geschwindigkeit \vec{v}_{res} wird die Partikel-Flugbahn berechnet:

$$P = P_0 + \int_0^t \vec{v}_{res}(P) dt \quad (5.28)$$

Die Berechnung des Integrals wird iterativ durchgeführt (siehe Tabelle 5.2):

Konstante Parameter:		
Anzahl Elementarladungen des Partikels	$\overline{f_{n>0}} \approx \begin{cases} 1; & \pi \cdot f_s > 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_s}}; & \pi \cdot f_s \leq 1 \end{cases}$ mit $f_s = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 d_P k_B T}$	Siehe Gleichungen (3.46) und (3.39)
Linienladung der Messelektrode	$\tau = \frac{\Delta U \cdot 2\pi \cdot \epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \cdot \frac{2}{3}$	Siehe Gleichung (5.10)
Cunningham-Korrektur	$C_C = 1 + \frac{2 \cdot \lambda}{d_{P,A}} \cdot \left(1,257 + 0,4 \cdot \exp\left(-1,1 \cdot \frac{d_{P,A}}{2 \cdot \lambda}\right)\right)$	Siehe Gleichung (3.38)

Startwerte und Iterationsschritt:		
Startwert: (Landungsort)	$P_0 = \begin{pmatrix} r_0 \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_D \\ \varphi_L \end{pmatrix}; t_0 = 0$	Iterationsschritt $\Delta t = \frac{0,002\text{mm}}{v_G}$

Iterative Berechnung der Partikelflugbahn:		
Iteration zur diskreten Berechnung des Integrals der Partikelbewegung über die Zeit t .		
Gasgeschwindigkeit an Position P_i	$\overline{v_G}(P_i) = \begin{pmatrix} v_{r,i} \\ v_{\varphi,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_G \cdot \cos(\varphi_i) \cdot \left(1 - \frac{r_D^2}{r_i^2}\right) \\ -v_G \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \left(1 + \frac{r_D^2}{r_i^2}\right) \end{pmatrix}$	Siehe Gleichung (5.26)
Elektrisches Feld an Position P_i	$\vec{E}_i(P_i) = \begin{pmatrix} E_{r,i} \\ E_{\varphi,i} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_i} \cdot \frac{1}{d_H^4 + r_i^4 + 2 \cdot d_H^2 \cdot r_i^2 \cdot \cos(2\varphi_i)} \cdot \begin{pmatrix} d_H^4 + d_H^2 \cdot r_i^2 \cdot \cos(2\varphi_i) \\ d_H^2 \cdot r_i^2 \cdot \sin(2\varphi_i) \end{pmatrix}$	Siehe Gleichung (5.11)
Driftgeschwindigkeit der Partikel an Position P_i	$\overline{v_P}(P_i) = \begin{pmatrix} v_{P,r,i} \\ v_{P,\varphi,i} \end{pmatrix} = \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{P,A}} \cdot q_e \cdot \overline{f_{n>0}} \cdot \vec{E}_i(P_i)$	Siehe Gleichung (5.16)
Berechnung der Position P_{i+1}	$P_{i+1} = \begin{pmatrix} r_{i+1} \\ \varphi_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_i \\ \varphi_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1/r_i \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} v_{r,i} \\ v_{\varphi,i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{P,r,i} \\ v_{P,\varphi,i} \end{pmatrix} \right) \cdot \Delta t$	
Neuer Zeitpunkt t_{i+1}	$t_{i+1} = t_i - \Delta t$	

Tabelle 5.2: Iteration zur Berechnung der Partikel-Flugbahn

Die Tabelle besteht aus drei Abschnitten:

- Für die Iteration konstante Parameter berechnen
- Startwerte und Iterationsschritt festlegen (Landungsort, Landezeitpunkt). Die Auflösung der Iteration Δt wird Abhängig von der Gasgeschwindigkeit festgelegt:

$$\Delta t = \frac{0,002mm}{v_G}.$$

- Iterationsschleife

In der Iterationsschleife werden am aktuell betrachteten Ort P_i die Geschwindigkeiten erfasst:

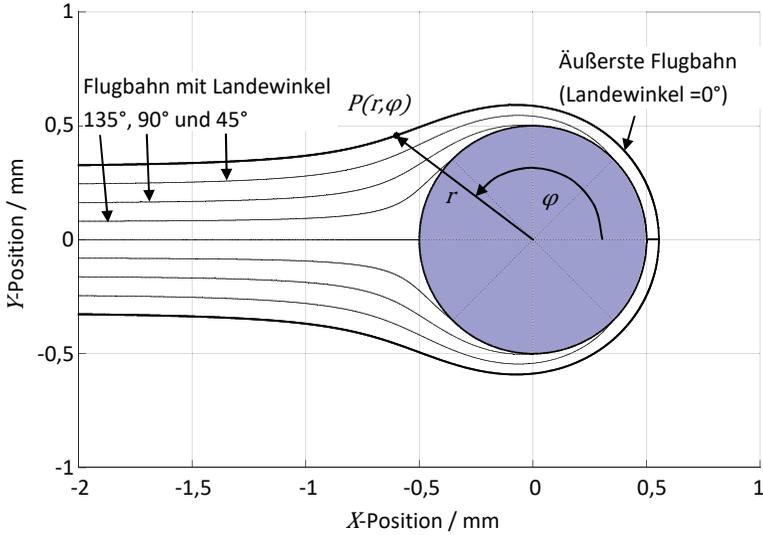
- Gasgeschwindigkeit v_G
- Partikedriftgeschwindigkeit \vec{v}_p im Zusammenhang mit dem elektrischen Feld

Die resultierende Geschwindigkeit wird berechnet und die neue Partikelposition P_{i+1} bestimmt:

$$P_{i+1} = P_i + \vec{v}_{res}(P_i) \cdot \Delta t \quad (5.29)$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung 5.9:

A) Verschiedene Landewinkel bei konstanter Gasgeschwindigkeit von 0,2 m/s



B) Äußerste Flugbahnen (Landewinkel 0°) bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten

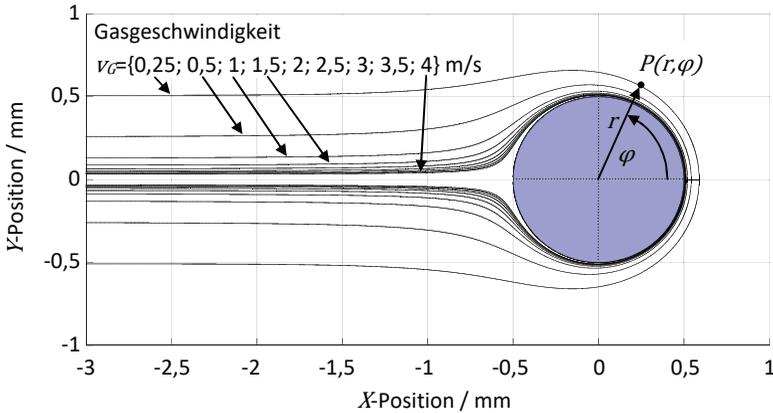


Abbildung 5.9: Flugbahn der Partikel beim Landen auf der Drahtoberfläche (Berechnung siehe Tabelle 5.2): A) bei konstanter Gasgeschwindigkeit von $v_G=0,2\text{m/s}$, um die verschiedenen Landeortwinkel sichtbar zu machen, B) bei maximalem Landewinkel von $\varphi_i=0^\circ$ und verschiedenen Gasgeschwindigkeiten. (Parameter: Partikeldurchmesser $d_p=100\text{nm}$; Fraktalität $D_f=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$).

5.4.3 Unabhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit

Aus Abbildung 5.9 ist zu entnehmen, dass sich die Partikel für X -Position gegen $-\infty$ ihrer individuellen Eintrittshöhe $Y_{p,\infty}$ annähern:

$$Y_{p,\infty} = \sin(\varphi_\infty) \cdot r_\infty \quad (5.30)$$

Die Eintrittshöhe $Y_{p,\infty}$ von Partikeln, über die Winkel des Landungsortes aufgetragen, entspricht einer Geraden (siehe Abbildung 5.10):

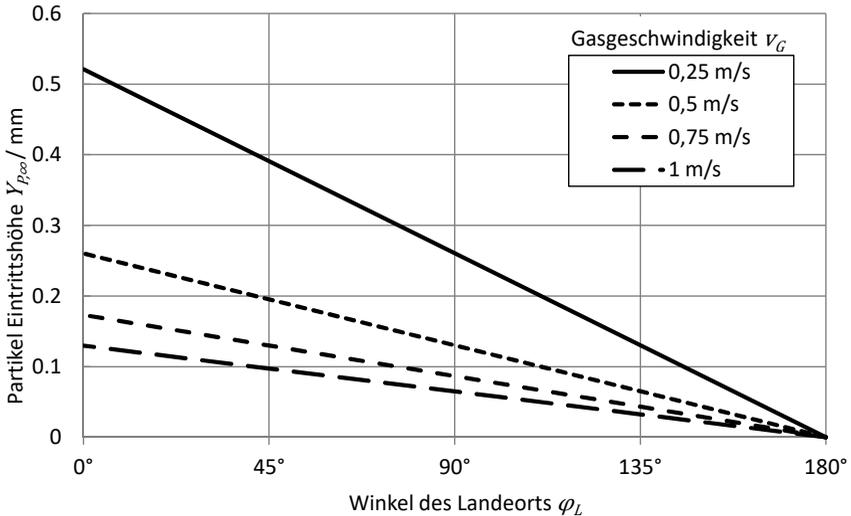


Abbildung 5.10: Partikeleintrittshöhe $Y_{p,\infty}$ über die Landungsortwinkel φ_L bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten v_G . (Parameter: Partikeldurchmesser $d_p=100\text{nm}$; Fraktalität $D=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$). Berechnet mit Hilfe der Iteration aus Tabelle 5.2.

Der lineare Zusammenhang von Partikel-Eintrittshöhe $Y_{p,\infty}$ und Landewinkel zeigt, dass sich die Partikel gleichmäßig auf der Drahtoberfläche anlagern. Gleichzeitig ist die maximale Partikeleintrittshöhe (0° Landewinkel) $Y_{p,\infty,0^\circ}$ umgekehrt proportional zur Gasgeschwindigkeit (siehe Abbildung 5.11).

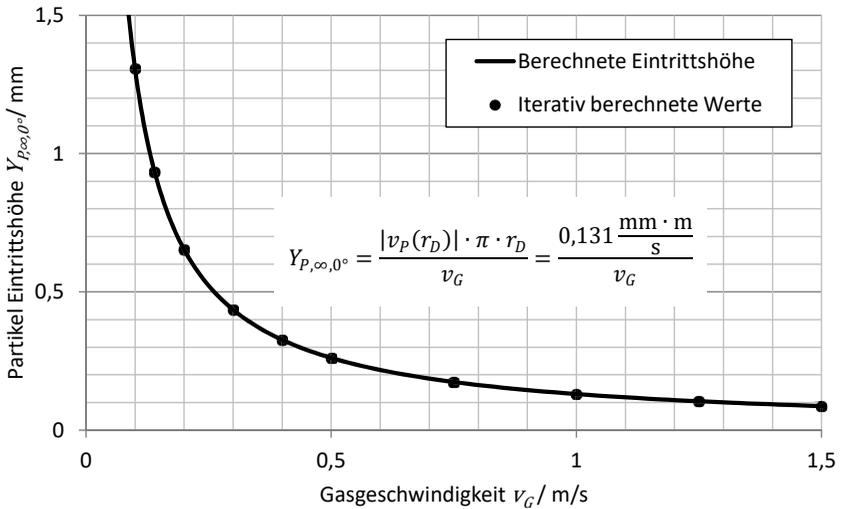


Abbildung 5.11: Verschiedene iterativ berechnete Partikeleintrittshöhen $Y_{p,\infty}$ (siehe Tabelle 5.2) über die verschiedenen Gasgeschwindigkeiten v_G bei maximalem Landewinkel von $\varphi_L=0^\circ$ im Vergleich zur näherungsweise berechneten (siehe Gleichung (3.35)). (Parameter: Partikel-Durchmesser $d_P=100\text{nm}$; Fraktalität $D=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$).

Aus den Ergebnissen in Abbildung 5.10 und Abbildung 5.11 kann folgende Betrachtung, zunächst für ein koaxiales elektrisches Feld, abgeleitet werden:

Das E-Feld ist umgekehrt proportional zur Radiusposition r (siehe Gleichung (5.12)). Somit nimmt die Partikeldriftgeschwindigkeit \vec{v}_P (siehe Gleichung (5.18)) proportional zum elektrischen Feld ab. Gleichzeitig ist die gedachte Durchtrittsfläche $A(r)$ um den Messelektroden Draht proportional zum Radius. Diese beiden Effekte heben sich auf, so dass das bewegte Aerosolvolumen pro Sekunde \dot{V}_A , d.h. das Produkt aus \vec{v}_P und $A(r)$, über den Radius r konstant bleibt:

	Einsetzen von Gleichung	
$\dot{V}_A = \vec{v}_P(r) \cdot A(r)$	(5.18)	(5.31)
$= \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{P,A}} \cdot Q_P \cdot \vec{E}(r) \cdot A(r); \text{ mit } A(r) = l_D \cdot 2\pi \cdot r$	(5.12)	
$= \frac{C_C}{-3\pi \cdot \eta \cdot d_{P,A}} \cdot Q_P \cdot \frac{\tau}{\epsilon_0} \cdot \vec{e}_r \cdot l_D; \text{ mit } r > r_D$		
$= \textit{konstant}$		

Hierbei ist Q_p die Ladung eines Partikels und l_D die Länge der Messelektrode.

Da das Aerosolvolumen pro Sekunde gleich bleibt und die Rußkonzentration $c_{Ru\beta}$ als konstant betrachtet werden kann, bleibt auch der Massestrom \dot{m}_A der Partikel pro Sekunde gleich:

$$\dot{m}_A = \dot{V}_A \cdot c_{Ru\beta} \quad (5.32)$$

Daher ist keine Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit v_G zu erwarten.

Durch die Simulation der Partikelbewegung kann gezeigt werden, dass dieser Zusammenhang auch für die gesamte Sensorgeometrie angewendet werden kann, da die Feldstärke der Messelektrodenoberfläche einer koaxialen Anordnung ähnlich ist (siehe Kapitel 5.1).

Die Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung (5.18)) an der Oberfläche des Mess-elektroden drahtes,

$$\vec{v}_p(r_D) = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \vec{v}_p(r_D + \Delta r) \quad (5.33)$$

multipliziert mit dem halben Messdrahtumfang $r_D \cdot \pi$ wird als Normierungsgröße verwendet, so dass folgender Zusammenhang hergestellt werden kann (siehe Abbildung 5.11):

$$Y_{P,\infty,0^\circ} = \frac{|\vec{v}_p(r_D)| \cdot r_D \cdot \pi}{v_G} \quad (5.34)$$

Hierbei ist $Y_{P,\infty,0^\circ}$ die Partikeleintrittshöhe bei einem Landewinkel von 0° .

Da die Partikeleintrittshöhe umgekehrt proportional zur Gasgeschwindigkeit v_G und die Sensorabmessungen endlich sind, muss eine minimale Gasgeschwindigkeit $v_{G,min}$ in Bezug auf die Partikeldriftgeschwindigkeit $\vec{v}_p(r_D)$, an der Oberfläche der Messelektrode, vorausgesetzt werden. Durch Umformen von Gleichung (5.34) und Einsetzen der maximal möglichen Eintrittshöhe $Y_{P,0^\circ,max}$ kann diese berechnet werden:

$$v_{G,min} = \frac{\vec{v}_p(r_D) \cdot r_D \cdot \pi}{Y_{P,0^\circ,max}} \quad \text{mit } Y_{P,0^\circ,max} \cong d_H \cdot 1.25 \quad (5.35)$$

Die maximale Partikeleintrittshöhe $Y_{P,0^\circ,max}$ ist näherungsweise durch den Elektrodenabstand $d_H \cdot 1,25$ gegeben. Der Faktor von 1,25 wurde iterativ durch die Berechnung der Partikelflugbahnen mit verschiedenen Partikelgeschwindigkeiten bestimmt. Ist die Gasgeschwindigkeit zu niedrig, d.h. $v_G < v_{G,min}$, nimmt die Anzahl der landenden Partikel mit abnehmender Gasgeschwindigkeit ab, da die maximale Eintrittshöhe $Y_{P,0^\circ,max}$ von immer mehr Partikeln überschritten wird und diese außen an den Hochspannungselektroden vorbei fliegen.

Die Anzahl Partikel pro Sekunde, die auf der Elektrode ankommen, ist für Gasgeschwindigkeiten $v_G > v_{G,min}$ unabhängig von der Gasgeschwindigkeit. Dies ist eine sehr bedeutsame Erkenntnis für die Anwendung des Sensors.

5.5 Eigenschaften von Dendriten auf der Elektrodenoberfläche

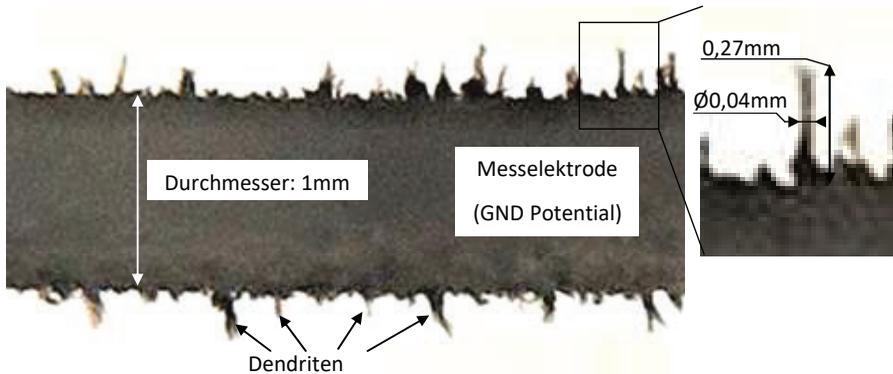


Abbildung 5.12: Dendriten auf der Messelektrode nach Beendigung einer Messung.

Die Partikel landen zufällig verteilt auf der Oberfläche. Dabei werden die Bereiche bevorzugt, in denen bereits Partikel auf der Oberfläche liegen, da sich hier die Feldlinien konzentrieren. Auf diese Weise entstehen stäbchenförmige Gebilde aus Partikeln, sogenannte Dendriten, wie in Abbildung 5.12 zu sehen ist. Um die Ladungsverteilung der Dendriten abschätzen zu können, werden diese als Stäbe mit einer Höhe h_S , einem Durchmesser von $2r_S$ und mit einer Linienladung von $\tau_S(h)$ betrachtet (siehe Abbildung 5.13).

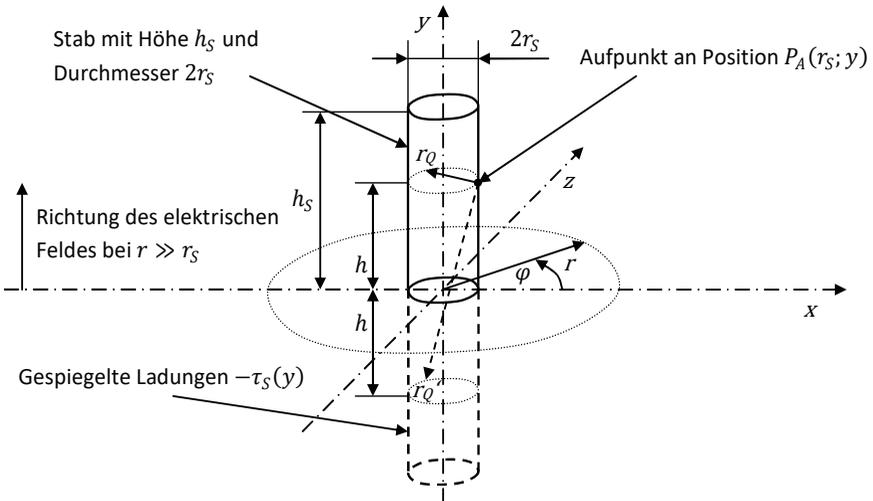


Abbildung 5.13: Skizze eines Stabes (Dendrit) im E-Feld auf einer elektrisch leitenden Oberfläche und entsprechender Spiegelladung.

Im Nahfeld wird die Drahtoberfläche hierbei als eben Fläche angenommen, da der Drahtdurchmesser der Elektrode sehr viel größer als die Höhe der Dendriten ist.

Wenn sich Ladungen oberhalb einer elektrisch leitenden Oberfläche befinden, bildet sich auf der Oberfläche eine Ladungsverteilung durch Influenzwirkung aus, welche die gleiche Wirkung hat, wie eine gedachte Spiegelladung mit umgekehrt gleicher Ladung. Daher kann die Influenzwirkung auf die Oberfläche mit Hilfe dieser gedachten Spiegelladung berechnet werden [77]. Dieses Prinzip wird auch auf die Ladung der Dendriten angewendet, wie in Abbildung 5.13 gezeigt.

Diese werden durch elektrostatische und aerodynamische Effekte von der Oberfläche gelöst, wobei die an ihnen aufkonzentrierten Ladungen mitgenommen werden.

5.5.1 Ladungsverteilung entlang des Dendritens

Um die Ladungsverteilung entlang eines Dendriten berechnen zu können, wird dieser durch einen Stab angenähert. Ein Ansatz, die durch die Ladungen verursachten Felder zu berechnen, besteht darin, die Oberfläche aus unendlich vielen infinitesimalen Punktladungen zusammen zu setzen. Durch Addition dieser Punktladungen wird das Potentialfeld Φ_S und das entsprechende elektrische Feld \vec{E}_S berechnet.

Das elektrische Feld \vec{E}_P einer Punktladung q_P ist wie folgt gegeben [78]:

$$\vec{E}_P = \frac{q_P}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \vec{e}_r \cdot \frac{1}{r^2} \quad (5.36)$$

Hierbei zeigt der Einheitsvektor \vec{e}_r in Gleichung (5.36) von der Punktladung radial nach außen. Durch Integration über den Radius r wird das Potentialfeld Φ_P der Punktladung berechnet [78].

$$\Phi_P = \int \vec{E}_P(r) dr = -\frac{q_P}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} + \Phi_0 \quad (5.37)$$

Da sich diese Ladungen oberhalb einer elektrisch leitenden Oberfläche befinden, wird der Potentialverlauf mit Hilfe von Spiegelladungen berechnet. Des Weiteren ist der Stab mit der Drahtoberfläche elektrisch leitend verbunden, d.h. die Spannung $\Phi_S(r_S, h = 0)$ an der Oberfläche des Dendriten ist konstant und entspricht dem Potential der Messelektrodenoberfläche $\Phi_0 = 0V$. Durch das äußere Feld werden die Ladungen an der Oberfläche derart verschoben, dass die elektrischen Oberflächenspannungen ausgeglichen sind (siehe Abbildung 5.14).

Das elektrische Feld an der Drahtoberfläche \vec{E}_D (siehe Gleichung (5.12)) kann (ohne Dendrit) als homogen betrachtet werden, solange die Dendritenhöhe h_S sehr viel kleiner als der Drahtdurchmesser $2r_D$ ist, d.h. $h_S \ll 2r_D$.

$$\vec{E}_D = \begin{pmatrix} E_{D,r} \\ E_{D,y} \end{pmatrix} = \frac{\vec{E}(r_D)}{\vec{e}_r} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } E_{D,y} = \frac{\Delta U}{\ln\left(\frac{r_D}{d_H} \cdot 2^{1/3}\right)} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{r_D} \quad (5.38)$$

Aus Anschauungsgründen wird mit folgender Abbildung 5.14 das Ergebnis vorweggenommen. Zu sehen ist die Überlagerung der Potentiale des ungestörten elektrischen Feldes Φ_D mit dem eigenständigen Potential eines Dendriten $\Phi_{S,Eigen}$ zum resultierenden Potential Φ_S .

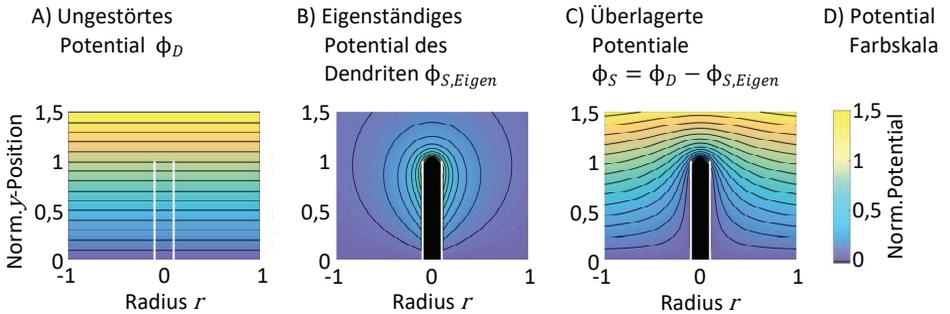


Abbildung 5.14: Überlagerte Potentiale bei einem normierten Dendriten mit normiertem Radius 0,1; Dargestellt sind die Linien gleichen Potentials und die angenäherte Dendritenform (schwarz unterlegt, siehe Gleichung (5.69)). Die weißen Linien deuten die angenommene Dendritenform an. A) Durch das homogene elektrische Feld gegebene Potential Φ_D (siehe Gleichung (5.39)). B) Durch die Ladungen entlang des Dendriten erzeugtes Potential $\Phi_{S,Eigen}$ (siehe Gleichung (5.52)). C) Skalarfeld des Potentials eines Dendriten $\Phi_S = \Phi_D - \Phi_{S,Eigen}$ im elektrischen Feld (siehe Gleichung (5.56)). D) Farbskala der Darstellungen.

Das Potential des homogenen elektrischen Feldes ist wie folgt gegeben (siehe Abbildung 5.14 A):

$$\Phi_D = E_{D,y} \cdot y + \Phi_0 \text{ mit } \Phi_0 = 0 \quad (5.39)$$

Da die radiale Feldkomponente $E_{D,r}$ des homogenen Feldes Null ist (von der Mittelachse des Dendriten ausgehend), kann eindimensional mit der Feldkomponente $E_{D,y}$ gearbeitet werden.

Durch Integration von infinitesimalen Punktladungen und deren komplementären Spiegelladungen, wird das Potential $\Phi'_{S,Eigen}(r, y)$ (siehe Abbildung 5.14 B) der Dendriten berechnet, das vom Potentialverlauf Φ_D des ungestörten Feldes subtrahiert wird (siehe siehe Abbildung 5.14 C).

Die Höhe h , entlang des Dendriten, wird wie folgt definiert, um eine Unterscheidung zwischen einer y -Position im Raum und einer Höhenposition h am Dendriten zu haben:

$$h = y \text{ für } 0 < y \leq h_S \quad (5.40)$$

Um den Wert der elektrischen Oberflächenladung zu bestimmen, wird die Spannung an den Oberflächenpunkten $P_A(r_S; h)$ berechnet und mit dem Potential Φ_D (siehe Gleichung (5.39) und Abbildung 5.13) verglichen.

Die Abstände zu den Punktladungen werden mit Hilfe des Satzes von Pythagoras wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} r_Q(\varphi, \xi, h) &= \sqrt{r_S^2 \cdot (\sin(\varphi)^2 + (1 - \cos(\varphi))^2) + (h - \xi)^2} \\ r_Q'(\varphi, \xi, h) &= \sqrt{r_S^2 \cdot (\sin(\varphi)^2 + (1 - \cos(\varphi))^2) + (h + \xi)^2} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Durch Integration aller Oberflächenladungen und Oberflächenspiegelladungen mit Hilfe von Gleichung (5.37) kann die Spannung $\Phi'_{S,Eigen}(r, y)$ an jedem Punkt der Oberfläche berechnet werden. Diese müssen mit denen, durch das elektrische Feld gegebenen Potentialen Φ_D , übereinstimmen. (siehe Gleichung (5.39)). Es wird zunächst die Stirnfläche des Stabes vernachlässigt:

$$\begin{aligned} 0 &= \Phi_D(h) - \Phi'_{S,Eigen}(r_S, h) \\ &= E_{D,y} \cdot h - \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{h_S} \int_0^{2\pi} \tau_R(\xi, h) \cdot \left(\frac{1}{r_Q(\varphi, \xi, h)} - \frac{1}{r_Q'(\varphi, \xi, h)} \right) d\varphi d\xi \end{aligned} \quad (5.42)$$

Obige Gleichung beschreibt daher den Ladungsverlauf einer Röhre mit Radius r_S und einer unendlich dünnen Wandstärke. Wird angenommen, dass der Radius r_S sehr viel kleiner als die Höhe h_S ist, können obige Gleichungen (5.41) und (5.42) vereinfacht werden:

$$\begin{aligned} r_M(\xi, h) &= \sqrt{r_S^2 + (\xi - h)^2} \\ r_M'(\xi, h) &= \sqrt{r_S^2 + (\xi + h)^2} \end{aligned} \quad \text{mit } r_S \ll h_S \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} 0 &= \Phi_D(h) - \Phi'_{S,Eigen}(r_S, h) \\ &= E_{D,y} \cdot h - \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \tau_S(\xi) \cdot \left(\frac{1}{r_M(\xi, h)} - \frac{1}{r_M'(\xi, h)} \right) d\xi \quad \text{mit } r_S \ll h_S \end{aligned} \quad (5.44)$$

Bei dieser Betrachtungsweise werden die Ladungen $\tau_S(h)$, ähnlich einer Linienladung, von der Oberfläche auf die Mittelachse verschoben. Durch die mittig positionierten Ladungen wird auch das freie Stabende berücksichtigt.

Die Ladungsverteilung $\tau_S(h)$ muss iterativ mit einer Auflösung von $\Delta\xi \geq 2r_S$ bestimmt werden, um numerische Instabilitäten zu vermeiden:

Auflösung, Startwerte und Vergleich	
Auflösung:	$\Delta\xi = r_S \cdot 2; \quad h = \left\{0, \Delta\xi, 2 \cdot \Delta\xi, 3 \cdot \Delta\xi, \dots, \frac{h_S}{\Delta\xi} \cdot \Delta\xi\right\}; \quad h_S = r_S \cdot 2j; \quad j \in \mathbb{N}$
Startwerte:	$\tau_{S,0}(h) = E_{D,y} \cdot 8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{r_S}{h_S^2} \cdot h$ Siehe Gleichung (A1.5)
Vergleichspotential:	$\Phi_D(h) = E_{D,y} \cdot h$ Siehe Gleichung (5.39)
Iteration zur diskreten Berechnung der Ladungsverteilung	
Bestimmung des Potentials $\Phi'_{S,i}$	$\Phi'_{S,i} = \sum_{j=0}^{h_S/\Delta\xi} \frac{\tau_{S,i}(j \cdot \Delta\xi)}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_M(j \cdot \Delta\xi, h)} - \frac{1}{r_M'(j \cdot \Delta\xi, h)} \right) \cdot \Delta\xi$ Siehe Gleichungen (5.43), (5.44)
Iterativer Näherungsschritt	$\tau''_{S,i+1}(h) = \tau_{S,i}(h) \cdot \frac{\Phi_D(h)}{\Phi'_{S,i}(h)} = \tau_{S,i}(h) \cdot \frac{E_{D,y} \cdot h}{\Phi'_{S,i}(h)}$

Tabelle 5.3: Iteration zur Berechnung der Ladungsverteilung eines Stabes.

Um das Auflösungsproblem der Iteration zu umgehen, wird ein angenähertes Ergebnis analytisch berechnet. Zu diesem Zweck wird zur Lösung des Integrals angenommen, dass die Ladungsverteilung entlang des Stabes um den betrachteten Punkt linear ist, d.h.:

$$\tau'_S(h) \cong \frac{\tau'_S(h_S)}{h_S} \cdot h \tag{5.45}$$

Die Näherung kann in dieser Form durchgeführt werden, da folgende Punkte bekannt sind:

- Die Linienladung $\tau_S(0) = 0$, da die gegebene Spannung an der Drahtoberfläche und des Dendriten Null ist (siehe Gleichung (5.39)).
- Die Linienladung $\tau_S(h > 0) \neq 0$.
- Die Linienladung wechselt das Vorzeichen nicht.
- Die Ladungsfunktion $\tau_S(h)$ hat keine Sprünge.

Wird am Stab, isoliert vom Untergrund, eine Spannung angelegt, vergleichbar mit Antennen, so ist der Ansatz einer konstanten Ladungsverteilung besser [79]:

$$\tau'_S(h) \cong \text{konstant} \tag{5.46}$$

Nachteilig für die Näherung aus Gleichung (5.46) ist, dass die angenäherte Oberflächenladung am Stabanfang ($h = 0$) ungleich Null ist. Daher wird der lineare Ansatz des Verfassers aus Gleichung (5.45) verwendet.

Wird Gleichung (5.45) auf Gleichung (5.44) angewendet, kann diese gelöst und die Ladungsverteilung $\tau'_S(h)$ analytisch bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
 E_{D,y} \cdot h &= \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \frac{\tau'_S(h_S)}{h_S} \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{r_M(\xi, h)} - \frac{1}{r'_M(\xi, h)} \right) d\xi & (5.47) \\
 &= \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau'_S(h_S)}{h_S} \cdot \left([r_M(\xi, h) - h \cdot \ln(h - \xi + r_M(\xi, h))]_0^{h_S} \right. \\
 &\quad \left. - [r'_M(\xi, h) - h \cdot \ln(h + \xi + r'_M(\xi, h))]_0^{h_S} \right) \\
 &= \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{\tau'_S(h_S)}{h_S} \cdot \left(r_M(h_S, h) - r'_M(h_S, h) + h \cdot \ln \left(\frac{h + h_S + r'_M(h_S)}{h - h_S + r_M(h_S)} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Durch Umstellen wird die Ladung $\tau'_S(h_S)$ berechnet:

$$\tau'_S(h_S) = \frac{E_{D,y} \cdot h \cdot h_S \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0}{r_M(h_S, h) - r'_M(h_S, h) + h \cdot \ln \left(\frac{h + h_S + r'_M(h_S)}{h - h_S + r_M(h_S)} \right)} \quad (5.48)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.48) in den Ansatz der linearen Ladungsverteilung aus Gleichung (5.45), wird die Ladungsverteilung $\tau'_S(h)$ bestimmt:

$$\tau'_S(h) = \frac{E_{D,y} \cdot h^2 \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0}{r_M(h_S, h) - r'_M(h_S, h) + h \cdot \ln \left(\frac{h + h_S + r'_M(h_S)}{h - h_S + r_M(h_S)} \right)} \quad (5.49)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.43) in Gleichung (5.49) wird die Gleichung vervollständigt:

$$\tau'_S(h) = \frac{E_{D,y} \cdot h \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0}{\frac{\sqrt{r_S^2 + (h_S - h)^2} - \sqrt{r_S^2 + (h_S + h)^2}}{h} + \ln \left(\frac{h + h_S + \sqrt{r_S^2 + (h_S + h)^2}}{h - h_S + \sqrt{r_S^2 + (h_S - h)^2}} \right)} \quad (5.50)$$

Da angenommen wird, dass der Radius r_S sehr viel kleiner als die Höhe h_S ist, kann Gleichung (5.50) vereinfacht werden:

$$\tau'_S(h) = \frac{E_{D,y} \cdot h \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0}{-2 + \ln \left(\frac{2 \cdot (h + h_S)}{h - h_S + \sqrt{r_S^2 + (h_S - h)^2}} \right)} \quad \text{mit } r_S \ll h_S \quad (5.51)$$

Die Gleichung (5.51) zeigt, dass die Ladungsverteilung proportional zur Stabhöhe h_S und Feldstärke $E_{D,y}$ ist. Daher kann eine Normierung erfolgen:

$$\begin{aligned}
 \tau'_{S, Norm}(h_{Norm}) &= \frac{\tau'_S(h)}{E_{D,y} \cdot h_S} & (5.52) \\
 &= \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot h_{Norm}}{-2 + \ln \left(\frac{2 \cdot (h_{Norm} + 1)}{h_{Norm} - 1 + \sqrt{(r_{Norm})^2 + (h_{Norm} - 1)^2}} \right)} \\
 &\quad \text{mit } h_{Norm} = \frac{h}{h_S}; \quad r_{Norm} = \frac{r}{h_S}
 \end{aligned}$$

Exemplarisch zeigt Abbildung 5.15 verschiedene Ladungsverteilungen.

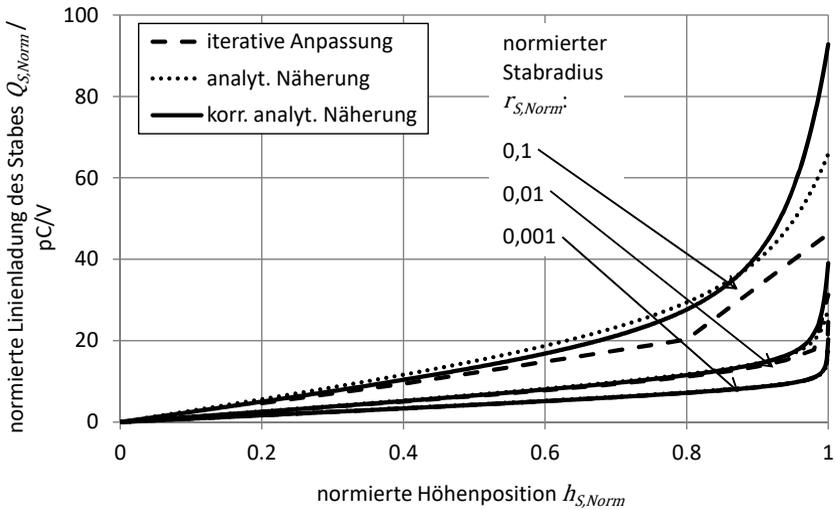


Abbildung 5.15: Ladungsverteilung entlang des Stabes mit der Ladungsposition auf der Mittelachse (siehe Tabelle 5.3, Gleichung (5.52) und (5.60)).

Die Unstetigkeit der iterativ bestimmten Ladungsverteilung entsteht aufgrund der begrenzten Auflösung von $\Delta\xi \geq r_S \cdot 2$ (siehe Tabelle 5.3).

5.5.2 Berechnung der Dendritenladung

Da der Einfluss von der Höhe und der Feldstärke auf die Ladungsverteilung linear ist, kann im Folgenden mit dem normierten Radius r_{Norm} gearbeitet werden. Die Gesamtladung eines Dendriten Q_S berechnet sich wie folgt (siehe Gleichung (5.52)):

$$\begin{aligned}
 Q_S &= \int_0^{h_S} \tau_S(\xi) \, d\xi & (5.53) \\
 &= E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm}; \quad \text{mit } Q_{S, Norm} = \int_0^1 \tau'_{S, Norm}(\xi, r_{S, Norm}) \, d\xi
 \end{aligned}$$

Da die Näherung zur Berechnung der Ladung der Dendriten aus Gleichung (5.53) abhängig von dem Radius $r_{S, Norm}$ ist (siehe Gleichung (5.52)), muss zunächst der Einfluss des Radius auf die Näherung untersucht werden. Da das Integral nur diskret zu lösen ist, muss auch der Einfluss der Diskretisierung betrachtet werden.

Um die Einflüsse dieser Parameter zu beurteilen, wird die Standardabweichung SD aus der Differenz zwischen den durch die Ladungen des Dendriten erzeugten Oberflächenpotentials $\phi'_{S,Eigen}(r_s, h)$ und dem durch das äußere Feld vorgegebenen Potentials $\phi_D(h)$ (siehe Gleichung (5.39)) berechnet.

Mit Hilfe der Näherung $\tau'_{S,Norm}(h_{Norm})$ (Gleichung (5.52)) wird das elektrische Potential $\phi'_{S,Norm,Eigen}(r_{S,Norm}, h_{Norm})$ an der Oberfläche bestimmt, das durch die Ladungsverteilung entlang des Stabes verursacht wird (siehe Gleichungen (5.43) und (5.44)):

$$\begin{aligned} r_{M,Norm}(\xi) &= \sqrt{r_{S,Norm}^2 + (h_{Norm} - \xi)^2} \\ r'_{M,Norm}(\xi) &= \sqrt{r_{S,Norm}^2 + (h_{Norm} + \xi)^2} \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} \phi'_{S,Norm,Eigen} &= \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_0^1 \tau'_{S,Norm}(\xi) \cdot \left(\frac{1}{r_{M,Norm}(\xi)} - \frac{1}{r'_{M,Norm}(\xi)} \right) d\xi \\ &\cong \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \sum_{j=1}^{1/\Delta\xi} \tau'_{S,Norm}(j \cdot \Delta\xi) \cdot \left(\frac{1}{r_{M,Norm}(j \cdot \Delta\xi)} - \frac{1}{r'_{M,Norm}(j \cdot \Delta\xi)} \right) \cdot \Delta\xi \end{aligned} \quad (5.55)$$

Das Integral wird diskret mit unterschiedlicher, konstanter Schrittweite $\Delta\xi$ gelöst. Das Ergebnis wird mit dem Potential $\phi_{D,Norm}$ (siehe Gleichung (5.39)) verglichen und die Standardabweichung SD berechnet:

$$\phi_{D,Norm} = \frac{\phi_D}{E_{D,y} \cdot h_S} = \frac{E_{D,y} \cdot h}{E_{D,y} \cdot h_S} = h_{Norm} \quad (5.56)$$

$$SD = \sqrt{\Delta y \cdot \sum_{j=1}^{1/\Delta y} \left(\phi_{D,Norm}(j \cdot \Delta y) - \phi'_{S,Norm,Eigen}(j \cdot \Delta y) \right)^2} \quad (5.57)$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung 5.16.

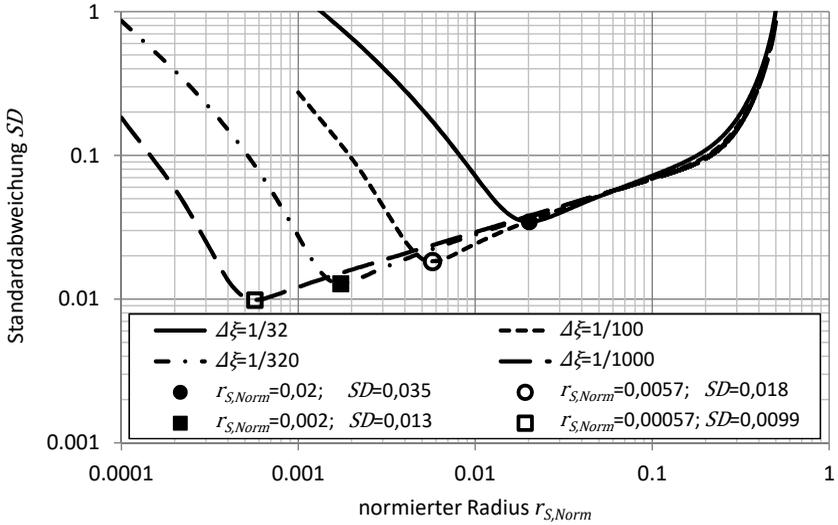


Abbildung 5.16: Standardabweichung SD der Näherungen für die Ladungsverteilungen in Abhängigkeit des Stabradius $r_{S, Norm}$ und der diskreten Auflösung $\Delta\xi$ (siehe Gleichungen (5.55), (5.53) und (5.54)).

In Abbildung 5.16 ist zu erkennen, dass der Radius $r_{S, Norm}$ innerhalb folgender Parameter liegen sollte, da für $r_{S, Norm} > 0,2$ und für $r_{S, Norm} < \Delta\xi$ der Fehler überproportional größer wird:

$$\Delta\xi \leq r_{S, Norm} \leq 0,2 \quad (5.58)$$

Desweiteren ist eine starke Abhängigkeit der Standardabweichung vom Radius zu erkennen. Um diesem Problem zu begegnen und den Einfluss auf die Dendritenladung abschätzen zu können, wird ein Korrekturfaktor c_r berechnet, indem der Quotient aus dem Potential des ungestörten Feldes $\varphi_{D, Norm}$ (siehe Gleichung (5.56)) und dem berechneten Potential $\varphi'_{S, Norm, Eigen}$ des Dendriten (siehe Gleichung (5.55)) gebildet wird:

$$c_r(h_{Norm}) = \frac{\varphi_{D, Norm}(h_{Norm})}{\varphi'_{S, Norm, Eigen}(h_{Norm})} \cong c_{r, j} = \frac{\varphi_{D, Norm}(j \cdot \Delta\xi)}{\varphi'_{S, Norm, Eigen}(j \cdot \Delta\xi)} \quad (5.59)$$

Die korrigierte Ladungsverteilung berechnet sich wie folgt (siehe Gleichung (5.52)):

$$\tau_{S, Norm}(y) = t'_{S, Norm}(y) \cdot c_r(y) \quad (5.60)$$

Eingesetzt in Gleichung (5.55) wird zur Kontrolle erneut die Standardabweichung SD mit Hilfe von Gleichung (5.57) berechnet. Das Ergebnis zeigt Abbildung 5.17.

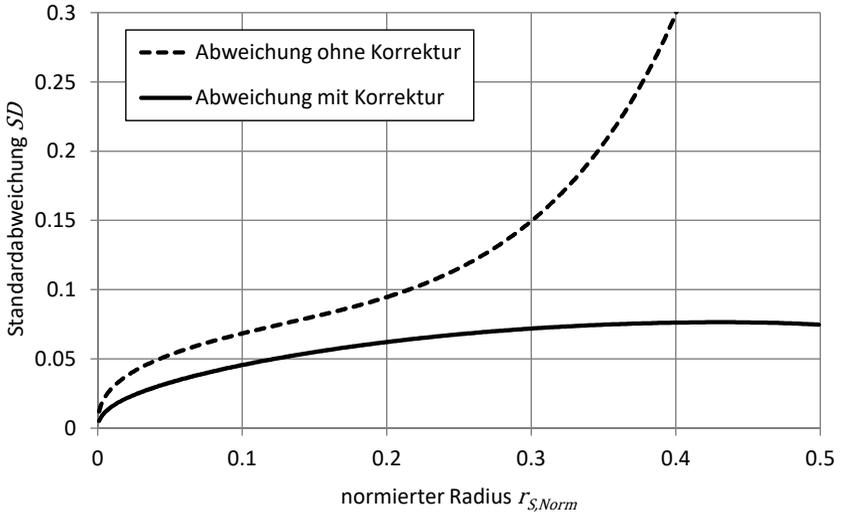


Abbildung 5.17: Standardabweichung SD zwischen vom Dendriten erzeugtem eigenem Potential $\varphi'_{S, Norm, Eigen}$ und dem durch das äußere Feld gegebenen Potential $\varphi_{D, Norm}$ mit und ohne Korrektur bei einer Auflösung von $\Delta\xi=1/1000$ (siehe Gleichungen (5.52), (5.57), (5.59) und (5.60)).

Die Gesamtladung $Q_{S, Norm}$ des Dendriten wird mit Hilfe von Gleichung (5.53) diskret berechnet:

$$\begin{aligned}
 Q_{S, Norm} &= \int_0^1 \tau_{S, Norm}(\xi) \cdot c_r(\xi) \, d\xi & (5.61) \\
 &\cong \sum_{j=1}^{1/\Delta\xi} \tau_{S, Norm}(j \cdot \Delta\xi) \cdot c_{r, n} \cdot \Delta\xi
 \end{aligned}$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung 5.18:

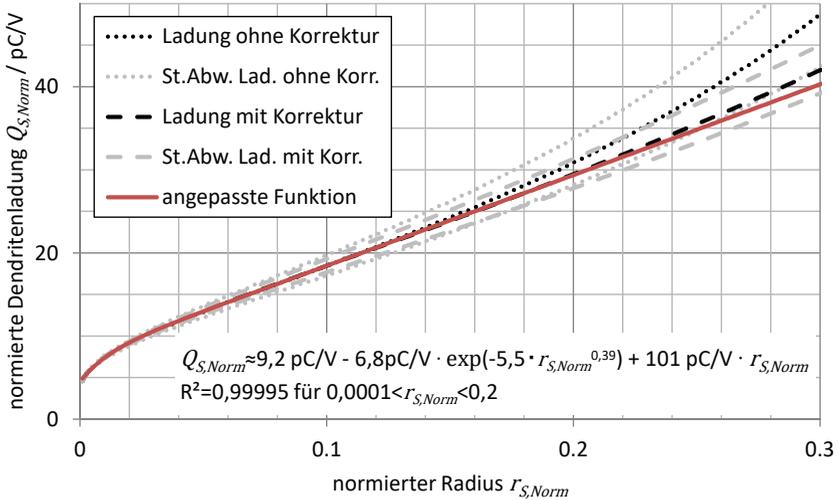


Abbildung 5.18: Normierte Dendritenladung $Q_{S, Norm}$ über den normierten Dendritenradius $r_{S, Norm}$ aufgetragen (siehe Gleichungen (5.53), (5.61)). Eine heuristische Funktion wurde an die berechneten Ladungen (diskrete Auflösung $\Delta\xi=0,0001$) für Radien im Bereich $0,0001 < r_{S, Norm} < 0,2$ angepasst.

Zu erkennen ist, dass sich die Funktion mit steigendem Radius einer Geraden annähert. Für kleine Radien ist eine exponentielle Abhängigkeit zu erkennen. Um einen funktionalen Zusammenhang zu erhalten, wird eine heuristische Funktion angepasst:

$$Q_{S, Norm}(r_{S, Norm}) \cong 9,2 \frac{\text{pC}}{\text{V}} - 6,8 \frac{\text{pC}}{\text{V}} \cdot \exp(-5,5 \cdot r_{S, Norm}^{0,39}) + 101 \frac{\text{pC}}{\text{V}} \cdot r_{S, Norm} \quad (5.62)$$

Zusammenfassend kann die Ladung eines Dendriten Q_S durch Einsetzen von Gleichung (5.62) in Gleichung (5.53) wie folgt bestimmt werden:

$$\begin{aligned} Q_S &= Q_{S, Norm}(r_{S, Norm}) \cdot E_{D, y} \cdot h_S; \text{ mit } r_{S, Norm} = \frac{r_S}{h_S} \\ &= Q_{S, Norm}\left(\frac{r_S}{h_S}\right) \cdot E_{D, y} \cdot h_S \text{ mit } 0 < \frac{r_S}{h_S} < 0,2 \end{aligned} \quad (5.63)$$

5.5.3 Das elektrische Feld eines Dendriten

Mit Hilfe der Ladungsverteilung $\tau_S(h)$ wird das E-Feld (siehe Gleichung (5.36)) durch Addition aller E-Felder der infinitesimalen Punktladungen und deren Spiegelladungen bestimmt (Integralbildung). Die Entfernungen zu den einzelnen Ladungen (siehe Abbildung 5.13) sind in Anlehnung an Gleichung (5.43) wie folgt gegeben:

$$\begin{aligned} r_F(\xi) &= \sqrt{r_S^2 + (y - \xi)^2} \\ r_F'(\xi) &= \sqrt{r_S^2 + (y + \xi)^2} \end{aligned} \quad (5.64)$$

Die zu lösende Gleichung ist:

$$\begin{aligned} \vec{E}_S = \begin{pmatrix} E_r \\ E_y \end{pmatrix} &= \vec{E}_D + \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \left(\frac{\tau_S(\xi)}{r_F(\xi)^2} \cdot \begin{pmatrix} r \\ y - \xi \\ r_F(\xi) \end{pmatrix} - \frac{\tau_S(\xi)}{r_F'(\xi)^2} \cdot \begin{pmatrix} r \\ y + \xi \\ r_F'(\xi) \end{pmatrix} \right) d\xi \\ &= \vec{E}_D + \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \tau_S(\xi) \cdot \left(\frac{1}{r_F(\xi)^3} \cdot \begin{pmatrix} r \\ y - \xi \end{pmatrix} - \frac{1}{r_F'(\xi)^3} \cdot \begin{pmatrix} r \\ y + \xi \end{pmatrix} \right) d\xi \end{aligned} \quad (5.65)$$

Die Berechnung des Potentialfeldes entspricht der Berechnung des Potentialvergleiches in Gleichung (5.44):

$$\Phi_S = \Phi_D - \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \tau_S(\xi) \cdot \left(\frac{1}{r_F(\xi)} - \frac{1}{r_F'(\xi)} \right) d\xi \quad \text{mit } \Phi_D = E_{D,y} \cdot y \quad (5.66)$$

Sowohl das E-Feld \vec{E}_S als auch das Potentialfeld Φ_S kann normiert berechnet werden, da der Zusammenhang linear ist:

$$\vec{E}_{S, Norm} = \frac{\vec{E}_S}{E_{D,y} \cdot h_S} \quad (5.67)$$

$$\Phi_{S, Norm} = \frac{\Phi_S}{E_{D,y} \cdot h_S} \quad (5.68)$$

Das Potential an der Dendritenoberfläche und der Messelektrode ist gleich Null. Daher kann der Nulldurchgang des angenäherten Potentials Φ_S (siehe Gleichung (5.66)) als Oberfläche interpretiert werden. Durch Iteration kann somit die angenäherte elektrische Dendritenform $r_{S, Form}(y)$ bestimmt werden:

$$0 = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_0^{h_S} \tau_S(\xi) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{r_{S, Form}(y)^2 + (y - \xi)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_{S, Form}(y)^2 + (y + \xi)^2}} \right) d\xi - \Phi_D \quad (5.69)$$

In Abbildung 5.19 ist ein Beispiel gezeigt, mit entsprechendem Potential und E-Feld. Die angenäherte elektrische Dendritenform ist schwarz unterlegt, im Vergleich zur angenommenen, zylindrischen Dendritenform, die durch weiße Linien angedeutet wird.

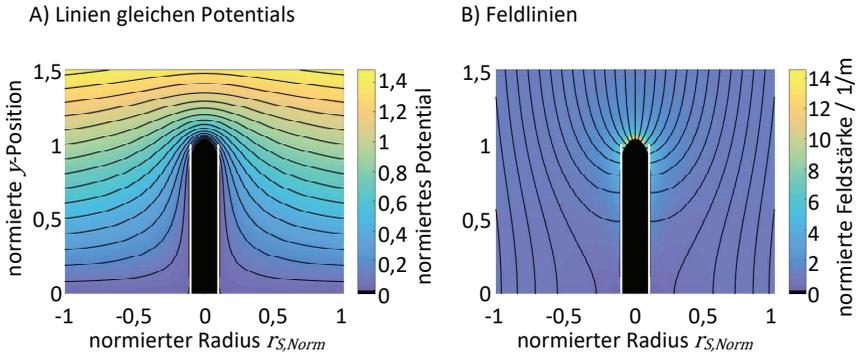


Abbildung 5.19: A) Darstellung des normierten Potentials (siehe Gleichungen (5.66) und (5.68)) und B) Darstellung der normierten, analytischen Näherung des E-Feldes (siehe Gleichungen (5.65) und (5.67)) eines Stabes mit normiertem Radius $r_{S, Norm} = 0,1$. Die weißen Linien wurden nachträglich in die berechneten Felddarstellungen eingefügt, um die Genauigkeit der angenommenen Stabform zu zeigen. Der schwarze Bereich zeigt die elektrische Form (siehe Gleichung (5.69)) als Ergebnis der Näherung.

5.5.4 Wachstum von Dendriten durch elektrische Felder

Das Wachstum der Dendriten ist ein sehr komplexer Vorgang und muss gegebenenfalls näher untersucht werden. Einige gesicherte Aussagen können aus den bisherigen Betrachtungen getroffen werden:

- Die Ladung steigt mit der Dendritenhöhe (siehe Gleichung (5.63))
- Die Ladung konzentriert sich an der Dendritenspitze (siehe Gleichung (5.51) und Abbildung 5.15)
- Die ankommenden Rußpartikel bewegen sich entlang der elektrischen Feldlinien (siehe Kapitel 3.2)

Aufgrund dieser Gegebenheiten kann vermutet werden, dass ein sehr schnelles Dendritenwachstum in die Höhe h_s erfolgt. Des Weiteren kann vermutet werden, dass eine charakteristische, mittlere Dendritenform existiert.

Die bisher gewonnen Erkenntnisse über das mechanische und elektrische Verhalten der Dendriten sind jedoch ausreichend, um ein mathematisches Modell eines Sensors und dessen Signalerzeugung zu erstellen.

5.6 Mathematisches Modell zur Vorhersage des Messsignals

In diesem Kapitel werden die Erkenntnisse der vorangegangenen Kapitel zusammengeführt, um das Messsignal zu berechnen.

Der gemessene Strom I_S an der Messelektrode wird durch den Ladungsabtransport der abreißenden Dendriten $\dot{n}_S \cdot Q_S$ und durch die abgegebene Eigenladung der ankommenden Partikel $\dot{n}_P \cdot \overline{Q}_P$ verursacht:

$$I_S = \dot{n}_S \cdot Q_S + \dot{n}_P \cdot \overline{Q}_P \quad (5.70)$$

Hierbei ist \overline{Q}_P die mittlere Partikelladung: (siehe Kapitel 3.2.2.1):

$$\overline{Q}_P = q_e \cdot \frac{\overline{f_n(d_P)}}{2} \quad (5.71)$$

Durch die stäbchenförmige Struktur der Dendriten werden an deren Enden Ladungen aufkonzentriert (siehe Kapitel 5.5.1). Des Weiteren ist das Volumen V_S der einzelnen Dendriten größer, als das der Rußpartikel V_P , d.h. für das Messsignal sind das Volumen und die Dichte der Dendriten entscheidend.

Im vorangegangenen Kapitel 5.4 wurde gezeigt, dass die Anzahl der Partikel, die auf der Messelektrode landen, unabhängig von der Gasgeschwindigkeit v_G ist.

Somit ist das Messsignal direkt proportional zur Partikelmassenkonzentration $c_{Ru\beta}$.

Die Partikeldriftgeschwindigkeit, und die Anzahl der an der Messelektrode ankommenden Partikel, ist direkt proportional zur Coulombkraft und somit zur elektrischen Feldstärke (siehe Kapitel 3.2). Da die Ladungen der Dendriten ebenfalls direkt proportional zur elektrischen Feldstärke sind (siehe Kapitel 5.5.2), ist erkennbar, dass das Messsignal mit dem Quadrat der Feldstärke steigt.

5.6.1 Driftgeschwindigkeit der Partikel an der Messelektrode

Um die ankommende Anzahl von Partikeln je Sekunde \dot{n}_P auf die Messelektrodenoberfläche bestimmen zu können, wird zunächst deren mittlere Driftgeschwindigkeit $\overline{v_{P,y}}$ berechnet.

Dazu muss deren mittlere Eigenladung \overline{Q}_P bekannt sein, da die Coulombkraft für die Partikelbewegung maßgeblich ist (siehe Kapitel 5.2). Die mittlere Anzahl Elementarladungen $\overline{f_n}$ der Partikel wird mit Hilfe der Gleichungen (3.44) und (3.39) berechnet:

$$\bar{f}_n = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \frac{\exp(-n^2 \cdot f_s)}{\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(-n^2 \cdot f_s)} \xrightarrow{\text{Näherung}} \bar{f}_n \quad (3.43), (3.44)=(5.72)$$

$$\approx \begin{cases} 0; & \frac{\pi}{f_s} < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_s}}; & \frac{\pi}{f_s} \geq 1 \end{cases}$$

$$f_s = \frac{q_e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot d_p \cdot k_B \cdot T} \quad (3.39)=(5.73)$$

Für die Partikelreibung ist der Projektionsflächendurchmesser $d_{p,A}$ maßgeblich und wird mit Hilfe von Gleichung (3.21) berechnet:

$$d_{p,A} = \left(a_N^{\frac{1}{D_f}} \cdot \frac{d_p}{d_{prim}} \right)^{\frac{D_f-1}{2}} \cdot \exp(2 \cdot \ln(\sigma_{prim})^2) \cdot d_{prim} \quad (3.21)=(5.74)$$

Die für die Berechnung benötigte Partikelfraktalität D_f ist durch folgende Gleichungen gegeben (siehe Gleichungen (3.22) und (3.23)):

$$D_f = \frac{1,9 \cdot \ln(N_{pp})^2 - 2,6 \cdot \ln(N_{pp}) + 3}{\ln(N_{pp})^2 - \ln(N_{pp}) + 1} \quad (3.22)=(5.75)$$

$$d_p = \left(\frac{N_{pp}}{a_N} \right)^{1/D_f} \cdot d_{prim} \quad (3.23)=(5.76)$$

Wie in Kapitel 5.3 und 5.4.3 gezeigt, wird die mittlere Driftgeschwindigkeit $\overline{v_{p,y}}$ an der Position der Messelektrodenoberfläche verwendet (siehe Gleichung (5.18)). Es wird auch berücksichtigt, dass nur die Hälfte der geladenen Partikel, welche die gleiche Polarität wie die Hochspannungselektrode haben, zur Messelektrode fliegen (siehe Kapitel 5.3).

$$\overline{v_{p,y}} = \frac{C_C}{3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}} \cdot \overline{Q_P} \cdot E_{D,y}; \quad \text{mit } \overline{Q_P} = q_e \cdot \frac{\bar{f}_n}{2} \quad (5.18)=(5.77)$$

Die benötigte Cunningham-Korrektur C_C ist mit Gleichung (3.38) gegeben:

$$C_C = 1 + \frac{2 \cdot \lambda}{d_{p,A}} \cdot \left(1,257 + 0,4 \cdot \exp\left(-1,1 \cdot \frac{d_{p,A}}{2 \cdot \lambda}\right) \right) \quad (3.38)=(5.78)$$

In Gleichung (5.18)=(5.77) wird nur die Coulombkraft berücksichtigt (siehe hierzu Kapitel 5.2). Abbildung 5.20 zeigt die mittlere Driftgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Partikelgröße (vergleiche Abbildung 5.5).

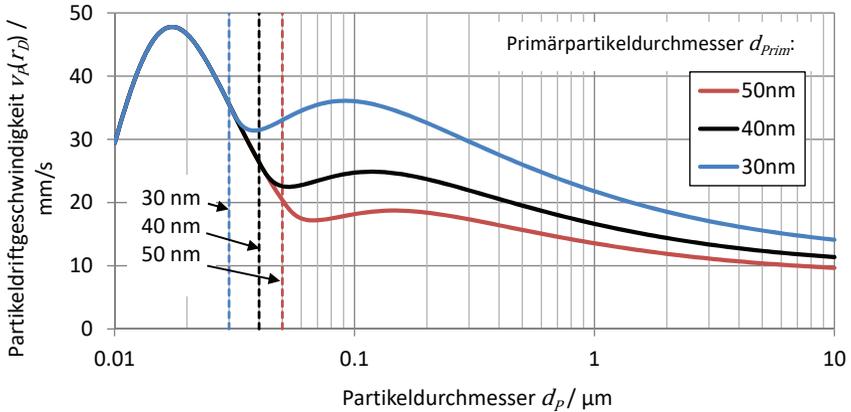


Abbildung 5.20: mittlere Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung(5.18)=(5.77)) bei Sensorbedingungen (Parameter: Fraktalität siehe Gleichungen (3.22)=(5.75) und (3.23)=(5.76), geometrische Standardabweichung der Primärpartikel $\sigma_{Prim}=1,3$, Sensorabmessungen siehe Abbildung 6.2 bei einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000V$).

5.6.2 Der Ladungsstrom an der Messelektrode

Um die von den Partikeln antransportierte und von den Dendriten abtransportierte Ladung zu berechnen, wird zunächst die Anzahl ankommender Partikel \dot{n}_p berechnet. Die mittlere Driftgeschwindigkeit $\overline{v_{p,y}}$, mit der sich die Partikel der Messelektrode nähern, wird mit Hilfe von Gleichung (5.18)=(5.77) berechnet (siehe Kapitel 5.4.3).

Das Produkt aus der mittleren Driftgeschwindigkeit $\overline{v_{p,y}}(r_D)$ und der Messelektrodenoberfläche A_D ergibt das Aerosolvolumen pro Sekunde \dot{V}_A (siehe Gleichung (5.31)), das sich in Richtung Messelektrode bewegt:

$$\begin{aligned} \dot{V}_A &= \overline{v_{p,y}}(r_D) \cdot A_D \\ &= \frac{C_C(d_{p,A})}{6\eta \cdot d_{p,A}} \cdot \overline{Q_P} \cdot E_{D,y} \cdot A_D \end{aligned} \quad (5.79)$$

Die Messelektrodenoberfläche ist:

$$A_D = l_D \cdot \pi \cdot r_D^2 \quad (5.80)$$

Hierbei ist l_D die Länge und r_D der Drahradius der Messelektrode (siehe Abbildung 6.2).

Das Aerosolvolumen pro Sekunde \dot{V}_A , multipliziert mit der Rußanzahlkonzentration $n_{Ru\beta}$ (siehe Gleichung (3.24)), ergibt die Anzahl der auf der Messelektrode landenden Partikel pro Sekunde \dot{n}_p :

$$\begin{aligned}\dot{n}_p &= n_{Ru\beta} \cdot \dot{V}_A \\ &= \frac{c_{Ru\beta}}{V_P \cdot \rho_{Prim}} \cdot \dot{V}_A; \quad \text{mit } \dot{V}_A = \frac{C_C(d_{p,A})}{6\eta \cdot d_{p,A}} \cdot \overline{Q}_P \cdot E_{D,y} \cdot A_D\end{aligned}\quad (5.81)$$

Die Größe und Form der Dendriten sind durch Höhe h_S und Radius r_S gegeben. Das Dendritenvolumen V_S ist:

$$V_S = h_S \cdot \pi \cdot r_S^2 \quad (5.82)$$

Als weiterer Parameter muss eine Dendritendichte ρ_S eingeführt werden, da die Dendriten eine andere Dichte als die Rußpartikel haben. Diese Dichte ist unbekannt und muss geschätzt werden, wobei $\rho_S < \rho_{Prim}$ sein muss, da davon ausgegangen werden kann, dass die Dichte der Primärpartikel konstant bleibt.

Die Anzahl der abreißenen Dendriten pro Sekunde \dot{n}_S wird, unter Zuhilfenahme von Gleichung (5.81), aus dem Verhältnis von Partikelmasse $V_P \cdot \rho_{Prim}$ und Dendritenmasse $V_S \cdot \rho_S$ wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned}\dot{n}_S &= \dot{n}_p \cdot \frac{V_P \cdot \rho_{Prim}}{V_S \cdot \rho_S} \\ &= \frac{c_{Ru\beta}}{V_S \cdot \rho_S} \cdot \dot{V}_A; \quad \text{mit } \dot{V}_A = \frac{C_C(d_{p,A})}{6\eta \cdot d_{p,A}} \cdot \overline{Q}_P \cdot E_{D,y} \cdot A_D \quad \text{mit } \rho_S < \rho_{Prim}\end{aligned}\quad (5.83)$$

Die Dendritenladung Q_S wird mit Gleichung (5.62) und (5.63) berechnet:

$$Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \cong 9,2 \frac{pC}{V} - 6,8 \frac{pC}{V} \cdot \exp \left(-5,5 \cdot \left(\frac{r_S}{h_S} \right)^{0,39} \right) + 101 \frac{pC}{V} \cdot \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \quad (5.62)=(5.84)$$

$$Q_S = Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \cdot E_{D,y} \cdot h_S \quad (5.63)=(5.85)$$

Der Abtransport der Dendritenladungen Q_S und die antransportierten mittleren Partikeleigenladungen \overline{Q}_P erzeugen demnach folgenden elektrischen Strom I_S (siehe Gleichungen (5.70), (5.83), (5.63)=(5.85), (5.81), (5.71) und (5.79)):

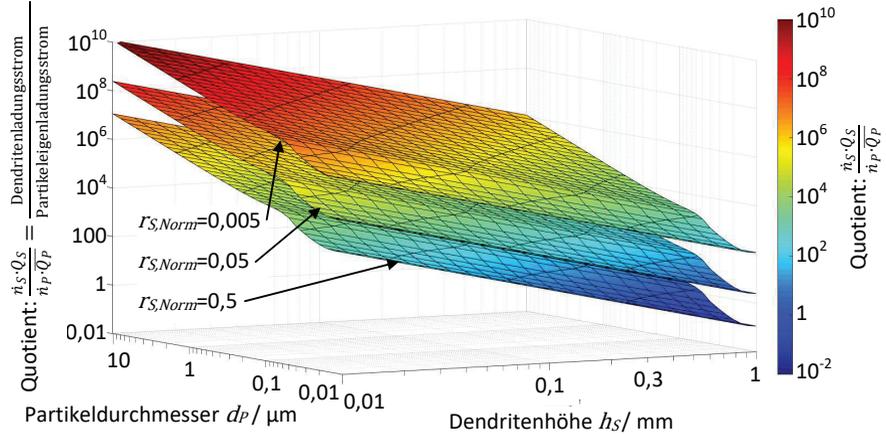
$$I_S = \dot{n}_S \cdot Q_S + \dot{n}_p \cdot \overline{Q}_P \quad (5.86)$$

$$\text{mit } \begin{cases} \dot{n}_S = \frac{c_{Ru\beta}}{V_S \cdot \rho_S} \cdot \overline{v}_{P,y} \cdot A_D \left[\frac{1}{s} \right] \\ \dot{n}_p = \frac{c_{Ru\beta}}{V_P \cdot \rho_{Prim}} \cdot \overline{v}_{P,y} \cdot A_D \left[\frac{1}{s} \right] \\ Q_S = E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \quad [C] \\ \overline{Q}_P = q_e \cdot \frac{\overline{f}_n(d_p)}{2} \quad [C] \end{cases}$$

Um zu bestimmen, ob der Ladungsabtransport durch die Dendriten $\dot{n}_S \cdot Q_S$ oder der Ladungsantransport durch die Eigenladung der Partikel $\dot{n}_P \cdot \overline{Q}_P$ wesentlich für die Größe des Messsignal sind, wird das Verhältnis dieser Ströme mit Hilfe von Gleichungen (3.19) und (5.82) aus Gleichung (5.86) bestimmt:

$$\frac{\dot{n}_S \cdot Q_S}{\dot{n}_P \cdot \overline{Q}_P} = \frac{V_P \cdot \rho_{Prim}}{V_S \cdot \rho_S} \cdot \frac{E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)}{q_e \cdot \frac{f_n(d_P)}{2}} \quad (5.87)$$

A) Quotient über Partikeldurchmesser und Dendritenhöhe



B) normierte Grenzradien $r_{S, Norm}$ für verschiedene Quotienten

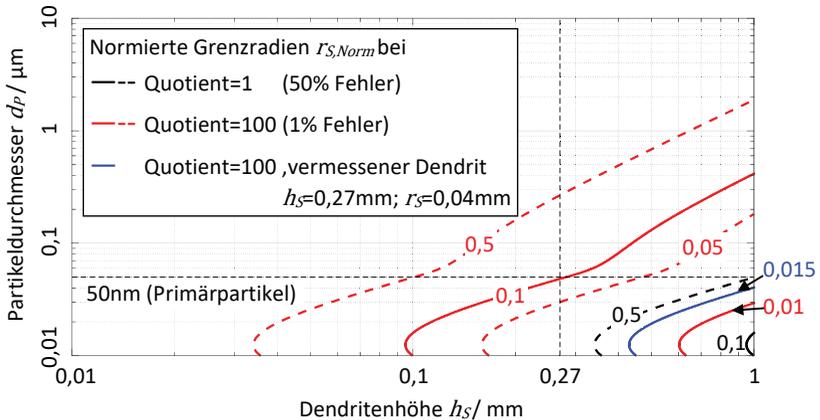


Abbildung 5.21: A) Verhältnis der Ströme an der Messelektrode durch Abtransport durch Dendriten und dem Antransport durch die Eigenladungen der Partikel (siehe Gleichung (5.88)). B) Normierte Grenzradien ab der der Einfluss der Partikeleigenladung signifikant wird. Als Dendritendichte wurde $\sigma_S=0,55\text{g/cm}^3$ angenommen. Die Primärpartikel mit Durchmesser $d_{Prim}=50\text{nm}$, geom. Standardabweichung $\sigma_{Prim}=1,3$ und einer Dichte von $\rho_{Prim}=2\text{g/cm}^3$.

Das Ergebnis in Abbildung 5.21 zeigt, dass, bei Partikeln mit einem Durchmesser von z.B. $d_p > 50\text{nm}$ und bei Dendriten mit einer Dendritenhöhe von $h_S < 0,3\text{mm}$ und einem normierten Radius von $r_{S, Norm} < 0,1$, der Antransport der Partikeleigenladungen nicht relevant für das Messsignal ist (weniger als 1% Fehler).

Durch diese Erkenntnis kann die antransportierte Eigenladung der Partikel vernachlässigt werden. Dadurch wird die Berechnung des gemessenen Stroms an der Messelektrode deutlich vereinfacht:

$$I_S = \dot{n}_S \cdot Q_S \quad (5.88)$$

mit

$$\begin{cases} \dot{n}_S = \frac{c_{Ru\beta}}{V_S \cdot \rho_S} \cdot \overline{v_{P,y}}(Q_P, E_{D,y}) \cdot A_D \left[\frac{1}{s} \right] \\ Q_S = E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) [C] \end{cases}$$

Ein Überblick über alle Gleichungen, die zur Berechnung des Messsignals I_S notwendig sind, zeigt folgende Abbildung 5.22:

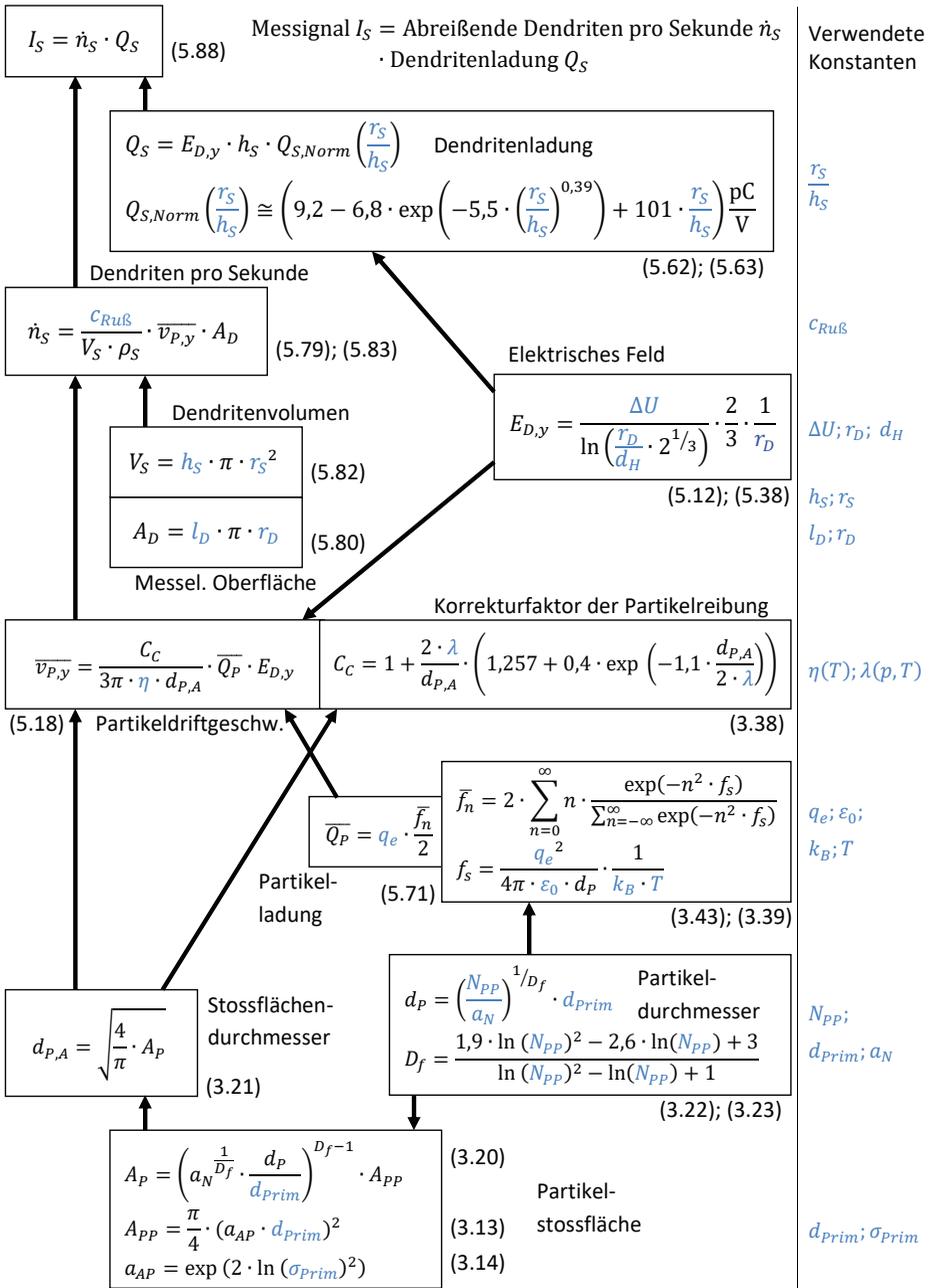


Abbildung 5.22: Überblick über die Gleichungen zur Berechnung des Sensormesssignals I_S .

5.7 Diskussion des mathematischen Modells

Einige Parameter zum Berechnen des Signals müssen geschätzt werden, wo hingegen einige bekannt sind. Die größte Unsicherheit ist das Verhalten der Dendriten, bezüglich der Form und Verteilung auf der Messelektrodenoberfläche. Einige Vorhersagen können mit Hilfe der Theorie gemacht und überprüft werden:

- Das Messsignal ist unabhängig von der Gasgeschwindigkeit v_G .
- Das Messsignal ist linear mit der Rußkonzentration $c_{Ru\beta}$.
- Das Messsignal ist von der zweiten Potenz der Hochspannung ΔU abhängig.

Um diese drei Vorhersagen der Theorie zu überprüfen, wird Gleichung (5.88) in folgende Form gebracht:

$$I_S = c_{Ru\beta} \cdot \Delta U^2 \cdot F_{Sensor} \quad \text{Messsignal } I_S \quad (5.89)$$

mit

$$F_{Sensor} = \frac{A_D(r_D, l_D)}{\pi \cdot r_S^2} \cdot \frac{C_C(\lambda(T, p), d_{p,A}(d_p, d_{prim}, \sigma_{prim}, a_N))}{3\pi \cdot \eta(T) \cdot d_{p,A}(d_p, d_{prim}, \sigma_{prim}, a_N)} \cdot \left(\frac{E_{D,y}(r_D, d_H, \Delta U)}{\Delta U} \right)^2 \cdot \overline{Q_P}(d_p, T) \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \cdot \frac{1}{\rho_S}$$

Verhältnis der Messelektrodenoberfläche A_D zu Dendritengrundfläche $\pi \cdot r_S^2$

Korr. Reibungskoeffizient $\frac{C_C}{3\pi \cdot \eta \cdot d_{p,A}}$

Hochspannung normiertes elektrisches Messelektroden Feld zum Quadrat $(E_{D,y}/\Delta U)^2$

Mittlere Partikeleigenladung $\overline{Q_P}$

Norm. Dendritenladung $Q_{S, Norm}$

Kehrwerte der Dendritendichte ρ_S

Das Messsignal ist das Produkt aus dem Quadrat der Hochspannung ΔU^2 , dem Proportionalitätsfaktor F_{Sensor} und der Rußmassenkonzentration $c_{Ru\beta}$.

Durch die Sensorkonstruktion sind die mechanischen Parameter gegeben und die angelegte Hochspannung ist genau einstellbar.

- Der Abstand zwischen Hochspannungs- und Messelektrode d_H
- Der Radius des verwendeten Elektrodendrahtes r_D
- Die Oberfläche der Messelektrode A_D
- Die Spannungsdifferenz zwischen Hochspannungs- und Messelektrode ΔU

Die Plausibilität der berechneten Partikeleigenschaften bezüglich des Partikelvolumens, der Partikelform und -dichte können durch Vergleich der berechneten mit einer am Motorprüfstand gemessenen Partikelanzahlkonzentration überprüft werden, da auch die

Partikelgrößenverteilung mit erfasst wird. Somit können folgende Parameter für die Berechnung des Messsignals als plausibel erachtet werden:

- Mittlere Primärpartikelanzahl je Partikel N_{pp}
- Multiplikator der Primärpartikelanzahl pro Partikel a_N
- Die fraktale Dimension der Partikel D_f
- Der Primärpartikeldurchmesser d_{prim}
- Die geometrische Standardabweichung der Primärpartikel σ_{prim}
- Die Dichte der Primärpartikel ρ_{prim}

Die Parameter des Trägergases bezüglich der freien Weglänge λ (siehe Kapitel 3.2.1.1) und der dynamischen Viskosität η (siehe Kapitel 3.2.1) sind berechnet worden. Die für die Berechnung der mittleren Driftgeschwindigkeit \bar{v}_p (siehe Kapitel 5.3) der Partikel benötigte Partikeleigenladung beruht auf der Berechnung eines Partikelladungsgleichgewichts (siehe Kapitel 3.2.2.1).

- Die freie Weglänge des Trägergases $\lambda(p, T)$
- Die dynamische Viskosität $\eta(T)$
- Mittlere Anzahl Ladungsträger je Partikel $\bar{f}_n(d_p, T)$

Diese Parameter sind von der absoluten Temperatur $T = 413\text{K}$ des Trägergases abhängig. Die freie Weglänge $\lambda(p, T)$ ist zusätzlich abhängig vom Absolutdruck $p = 1013\text{hPa}$ und die Ladungsträgeranzahl $\bar{f}_n(d_p, T)$ vom Partikeldurchmesser.

Die Parameter für die Dendriten sind unbekannt und müssen mit Hilfe von Beobachtungen geschätzt werden, mit dem Ziel das experimentell ermittelte Messsignal abbilden zu können. So kann die Plausibilität dieser Parameter betrachtet und beurteilt werden:

- Die Form des Dendriten: Annahme die Dendriten sind stabförmig.
- Die Dendritenhöhe h_S
- Der Dendritenradius r_S
- Die Dichte der Dendriten ρ_S

In folgendem Kapitel werden die Vorhersagen der Theorie überprüft und ein realistischer Parametersatz bezüglich der Dendriten gefunden, um den Skalierungsfaktor F_{Sensor} berechnen zu können.

6 Vergleich der modellierten Ergebnisse mit realen Messungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Rußsensor hergestellt (siehe Abbildung 6.2) und im realen Versuch getestet.

Zunächst wird der Ruß des Abgases des verwendeten Dieselaggregates hinsichtlich Anzahlkonzentration und Partikelgrößenverteilung durch Messungen am Motor charakterisiert.

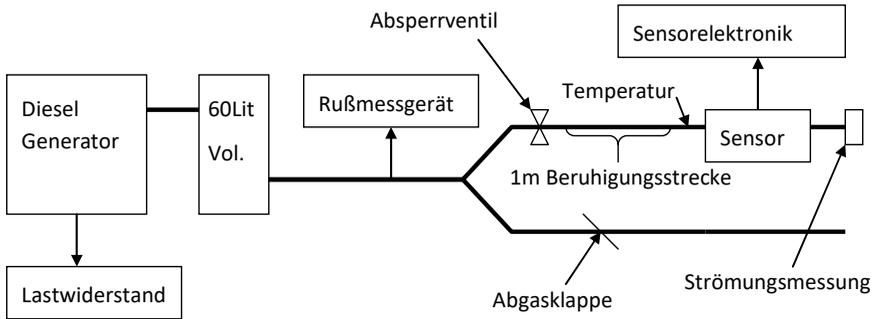
Im Anschluss wird das Messsignal berechnet, und mit den realen Messergebnissen verglichen. Die hierfür notwendigen Parameter werden diskutiert.

Es wird gezeigt, dass das Sensorsignal für Rußkonzentrationen von kleiner $40\text{mg}/\text{m}^3$, wie vom mathematischen Modell vorhergesagt, nicht von der Gasgeschwindigkeit abhängig und direkt proportional zur Rußmassenkonzentration ist.

Im weiteren Schritt wird gezeigt, dass die Empfindlichkeit des Messsignals mit dem Quadrat der Spannungsdifferenz zwischen Messelektrode und Hochspannungselektrode steigt, ein Ergebnis, dass mit dem mathematischen Modell übereinstimmt.

6.1 Versuchsdurchführung

6.1.1 Beschreibung des Versuchsaufbaus



Dieselmotor:	Vergleichsmessgeräte:	Strömungsmessung:
<ul style="list-style-type: none"> • Hersteller: ROTEK • Bezeichnung: GD4-1A-3300-EBZ • Drehzahl: 3000 1/Minute • Nennleistung: 3300W, 230V, 50Hz • Motor: 306cm³ 1-Zylinder Dieselmotor, 4-Takt, Luftgekühlt, Direkteinspritzer 	<ul style="list-style-type: none"> • AVL Opazimeter 439 • TSI NanoScan SMPS Model 3910 	<ul style="list-style-type: none"> • Flügelrad Anemometer TESTO 450

Abbildung 6.1: Skizze des Versuchsaufbaus.

In Abbildung 6.1 ist schematisch der Aufbau des Versuchsaufbaus und der entsprechenden Instrumentierung zu sehen, die für die Untersuchung benötigt werden.

Durch Veränderung der Belastung des Generators mit Hilfe des Lastwiderstands kann die Rußmenge im Abgas verändert werden.

Das Abgasrohr des Generators wird mit einem 60 Liter großen Puffervolumen verbunden, um die Abgaspulsation zu verringern und eine gleichmäßigere Rußkonzentration zu bekommen.

Im Anschluss an das Puffervolumen werden zur Bestimmung der Rußkonzentrationen (Anzahl, Verteilung und Masse) Vergleichsmessgeräte angeschlossen.

Das Abgasrohr wird nach der Vergleichsmessstelle in zwei Stränge aufgeteilt, wodurch ein Teilstrom am Sensor vorbeigeführt werden kann. Durch diese Umgehung kann der Abgasstrom durch den Sensor durch Verstellen der Abgasklappe im Bypass variiert werden.

Das Absperrventil schützt den Sensor vor übermäßiger Verschmutzung beim Start des Motors.

Um eine möglichst gleichmäßige Verteilung des Abgasstroms beim Durchströmen des Sensors zu erzeugen, befindet sich vor dem Sensor ein 1m langes, gerades Rohr als Beruhigungsstrecke. Vor Eintritt des Abgasstroms in den Sensor wird die Temperatur gemessen, um sicher zu stellen, dass diese ca.140°C beträgt, um Kondenswasser im Abgasstrang zu vermeiden. Zu diesem Zweck ist die gesamte Abgasanlage thermisch isoliert. Die Gasgeschwindigkeit wird am Abgasrohrende mittels eines Flügelrad-Anemometers bestimmt.

6.1.2 Beschreibung des hergestellten Rußsensors

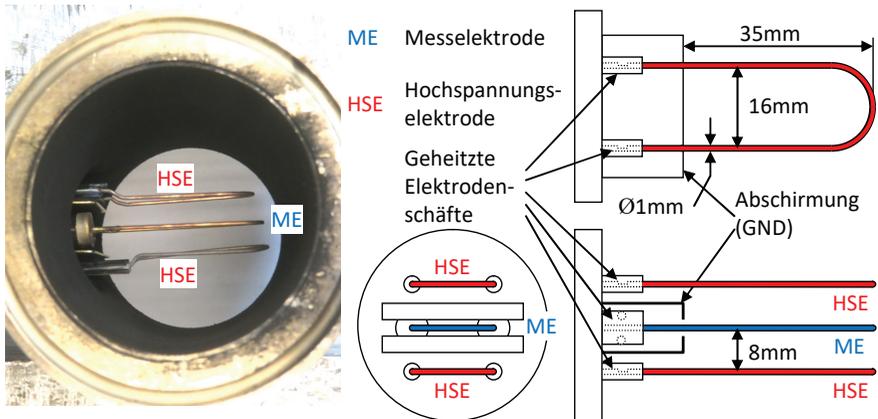


Abbildung 6.2: Sensorkizze mit Bemaßungen und Rußsensor in Einbauposition.

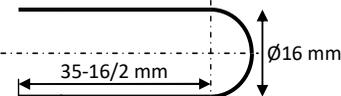
In Abbildung 6.2 ist die Einbausituation des Sensors zu sehen. Der Sensor besteht im Wesentlichen aus drei Elektroden, wobei die äußeren Elektroden auf Hochspannungsniveau (2000V) liegen. Der Abstand der Elektroden beträgt 8mm.

Die Sensorelektronik besteht aus einem Hochspannungsgerät und einem Spannungsverstärker. Der Strom I_S durch die Messelektrode wird als Spannungsabfall an einem 10MΩ Widerstand abgenommen und aufgezeichnet (siehe Abbildung 4.4). Die Messsignalfrequenz ist durch ein Tiefpassfilter auf 0,1Hz begrenzt.

Die Elektroden sind als 16mm Breite Drahtschleifen mit einer Höhe von 35mm ausgeführt. Durch die Breite von 16mm ist sichergestellt, dass die Messelektrode von einem gleichmäßigen koaxialen elektrischen Feld umgeben ist.

Der Vorteil dieser Konstruktion besteht auch darin, dass die Hochspannungselektroden einen mittelfrequenter Wechselstrom leiten können. Durch diesen Aufbau konnte der Ping-Pong-Effekt, durch Aufheizen der Hochspannungselektrode nachgewiesen werden (siehe Kapitel 4).

Die Länge l_D der Messelektrode ist der Teil der Messelektrode, der vom Feld der Hochspannungselektrode erreicht wird (Abmessungen aus Abbildung 6.2):

$$l_D = 2 \cdot \left(35\text{mm} - \frac{16\text{mm}}{2} \right) + \pi \cdot \frac{16\text{mm}}{2} = 80\text{mm} \quad (6.1)$$


Um die Funktion des Sensors im realen Abgas des Motors aufrecht zu erhalten, sind noch weitere Maßnahmen notwendig:

1. Die Elektrodenschäfte, in diesem Fall aus Quarzglas, müssen beheizt werden, um durch Thermophorese Rußablagerungen zu verhindern.
 - a. Der Draht der Hochspannungselektrode wird punktuell innerhalb des Schaftes abgeschliffen. Da die Elektroden Bügelförmig ausgeführt sind, wird ein galvanisch getrennter Wechselstrom durch den Draht geleitet und die abgeschliffenen Stellen innerhalb des Schaftes zum glühen gebracht.
 - b. Koaxial um den Draht der Messelektrode ist eine Heizwendel innerhalb des Schaftes angeordnet, welche durch Glühen den Schaft Ringförmig rußfrei hält.
2. Um eine Störung des Messsignals durch Rußablagerungen an den ungeheizten Stellen des Messelektrodenschaftes zu verhindern, wird dieser durch ein Abschirmblech eng umschlossen und diesen Bereich frei von elektrischen Feldern gehalten.

6.2 Charakterisierung des Dieselabgases

6.2.1 Partikelgrößenverteilung im Abgas des Dieselmotors

Die Charakterisierung des Abgases des verwendeten Dieselmotors erfolgt als Partikelanzahlverteilung über den Partikeldurchmesser d_p . Die Verteilung entspricht in guter Näherung einer logarithmischen Normalverteilung und wird über folgende Parameter charakterisiert:

- Partikelanzahlkonzentration
- geometrischer Mittelwert
- geometrische Standardabweichung

Die Partikel werden nach Partikelgröße $d_{p,i}$ klassiert. Die geometrische Klassenbreite K_{Geo} ist ein Geräteparameter und beschreibt das Größenverhältnis zwischen 2 benachbarten Klassen:

$$K_{Geo} = \frac{d_{p,k+1}}{d_{p,k}} \quad (6.2)$$

Das verwendete SMPS hat 13 Klassen mit dem logarithmischen Verhältnis von $K_{Geo} = 4/3$.

Die Auswertung der Partikelgrößenverteilungen erfolgt durch Bestimmung der Parameter einer logarithmischen Normalverteilung:

Der geometrische Mittelwert d_{Geo} wird mit Hilfe der logarithmischen Normalverteilung (Vergleich Gleichung (3.3)) bestimmt:

$$d_{Geo} = \exp \left(\sqrt{\frac{1}{\sum_k n_{p,k}} \cdot \sum_k n_{p,k} \cdot \ln(d_{p,k})} \right) = \prod_k d_{p,k}^{\frac{n_{p,k}}{\sum_k n_{p,k}}} \quad (3.3)=(6.3)$$

Die geometrische Standardabweichung σ_{Geo} wird in Anlehnung an Gleichung (3.4) berechnet:

$$\sigma_{Geo} = \exp \left(\sqrt{\frac{1}{\sum_k n_{p,k}} \cdot \sum_k n_{p,k} \cdot \ln \left(\frac{d_{p,k}}{d_{Geo}} \right)^2} \right) \quad (3.4)=(6.4)$$

Die logarithmische Normalverteilung berechnet sich wie folgt (Vergleich Gleichung (3.1)) [52]:

$$\frac{n_{p,k}(d_{Geo}, \sigma_{Geo})}{n_{Ru\beta}} = \frac{K_{Geo}}{\sqrt{2\pi} \cdot \ln(\sigma_{Geo})} \cdot \exp \left(-\frac{\ln \left(\frac{d_{p,k}}{d_{Geo}} \right)^2}{2 \cdot \ln(\sigma_{Geo})^2} \right) \quad (6.5)$$

Beispielhaft ist in Abbildung 6.3 die Auswertung der Abgasmessung gezeigt.

Zu sehen sind 2 Messungen:

1. Die Messung des Partikelhintergrunds: Dies ist eine Leermessung mit Verdünnungstunnel und Probenahmeleitung, um die Partikelnulllinie zu bestimmen.
2. Die Messung der Partikelanzahlverteilung bei einer Rußkonzentration von

$$c_{Ru\beta} = 15 \text{ mg/m}^3$$

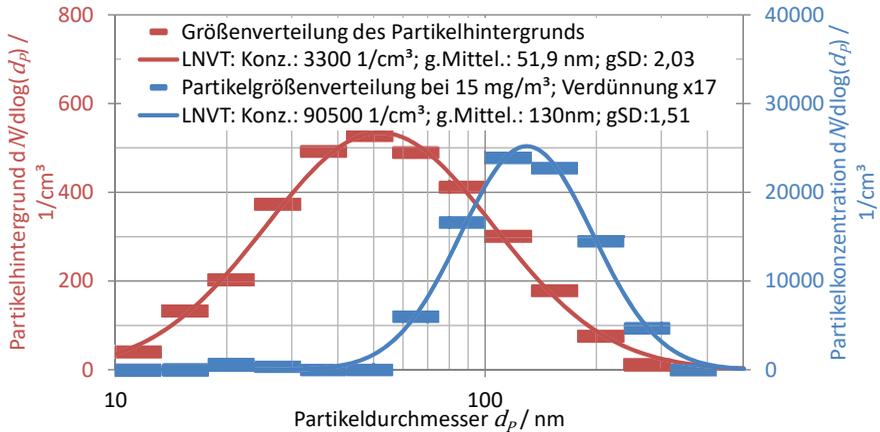


Abbildung 6.3: Gemessene Partikelgrößenverteilung bei $c_{RuB}=15 \text{ mg/m}^3$ Rußemission im Vergleich mit der Hintergrundpartikelverteilung. Die Abgasprobe wurde im Verhältnis 17:1 mit gefilterter Luft verdünnt. Angepasste logarithmische Normalverteilung, kurz LNVT, der Größenverteilung: geom. Standardabweichung $\sigma_{Geo}=1,51$ und mittlerer geom. Durchmesser $d_{Geo}=130\text{nm}$.

Die Ergebnisse dieser Messungen bei unterschiedlichen Rußkonzentrationen im Abgas des Dieselmotors sind in Abbildung 6.4 gezeigt:

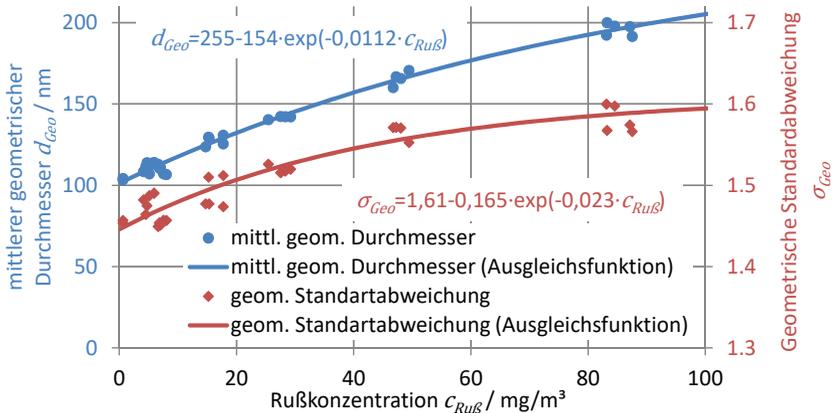


Abbildung 6.4: Charakterisierung des Dieselmotorabgases über die Rußkonzentration c_{RuB} . Aufgetragen sind der mittlere geometrische Partikeldurchmesser d_{Geo} und die geometrische Standardabweichung σ_{Geo} der gemessenen Partikelgrößenverteilungen.

Die Vermessung des Dieselmotors zeigt eine eindeutige Beziehung zwischen Rußkonzentration $c_{Ru\beta}$ und den Parametern der Partikelgrößenverteilung, geom. Partikeldurchmesser d_{Geo} und geom. Standardabweichung σ_{Geo} , existiert und durch eine Funktion angenähert werden kann:

$$d_{Geo} = 255\text{nm} - 154\text{nm} \cdot \exp\left(-0,0112 \frac{\text{m}^3}{\text{mg}} \cdot c_{Ru\beta}\right) \quad (6.6)$$

$$\sigma_{Geo} = 1,61 - 0,165 \cdot \exp\left(-0,023 \frac{\text{m}^3}{\text{mg}} \cdot c_{Ru\beta}\right) \quad (6.7)$$

6.2.2 Vergleich berechneter mit gemessener Partikelanzahlkonzentration

Mit Hilfe der gemessenen Größenverteilungen, siehe Abbildung 6.4: $d_{Geo}(c_{Ru\beta})$ und $\sigma_{Geo}(c_{Ru\beta})$, kann eine Anzahlkonzentration berechnet werden. Hierzu wird ein Primärpartikel angenommen mit einem Durchmesser von $30 < d_{Prim} < 50\text{nm}$, einer Dichte $\rho_{Prim} = 2\text{g/cm}^3$ und einer geometrischen Standardabweichung von $1,2 < \sigma_{Prim} < 1,4$. Die Primärpartikel wurden in Kapitel 3.1.2 diskutiert.

Die Berechnung der Anzahlkonzentration aus einer Massenkonzentration von agglomerierten Partikeln wurde in Kapitel 3.1.5 behandelt und erfolgt mittels nachstehender Gleichung (siehe Gleichung (3.24)):

$$\begin{aligned} n_{Ru\beta}(d_p) &= \frac{c_{Ru\beta}}{V_p(d_p) \cdot \rho_{Prim}} & (3.24)=(6.8) \\ &= \frac{c_{Ru\beta}}{a_N \cdot \left(\frac{d_p}{d_{Prim}}\right)^{D_f} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \exp(9 \cdot \ln(\sigma_{Prim})^2) \cdot d_{Prim}^3 \cdot \rho_{Prim}} \end{aligned}$$

Die benötigte Partikelfraktalität D_f und der dazugehörige Partikeldurchmesser d_p wird mit Hilfe von Gleichungen (3.22) und (3.23) abhängig von der Anzahl Primärpartikel N_{PP} innerhalb des agglomerierten Partikels berechnet:

$$\begin{aligned} D_f &= \frac{1,9 \cdot \ln(N_{PP})^2 - 2,6 \cdot \ln(N_{PP}) + 3}{\ln(N_{PP})^2 - \ln(N_{PP}) + 1} & (3.22), (3.23)=(6.9) \\ \text{mit } d_p &= \left(\frac{N_{PP}}{a_N}\right)^{1/D_f} \cdot d_{Prim} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der logarithmischen Normalverteilung (siehe Gleichung (6.5)) wird mit den Gleichungen (3.24)=(6.8) und (3.22), (3.23)=(6.9) die Anzahlkonzentration berechnet:

$$n_{Ru\beta} = \sum_k n_{p,k}(d_{Geo}, \sigma_{Geo}) \quad (6.10)$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung 6.5:

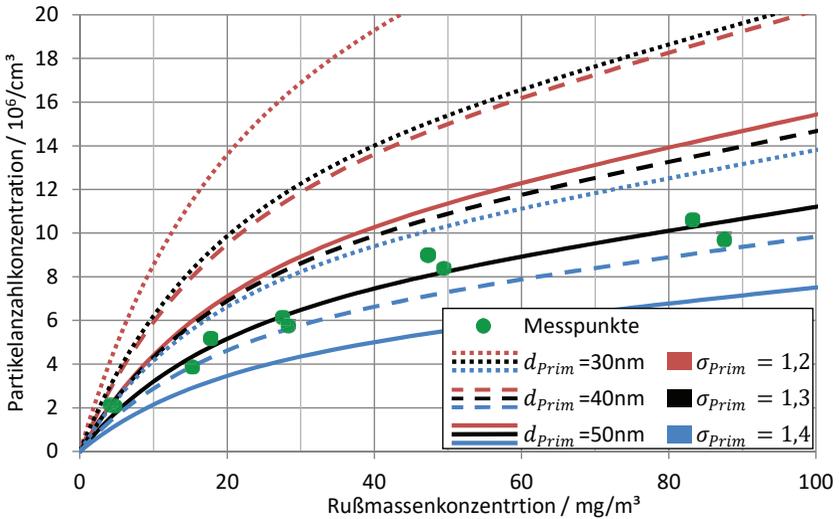


Abbildung 6.5: Vergleich der gemessenen mit der berechneten Partikelanzahlkonzentration $n_{\text{Ruß}}$, aufgetragen über die Rußmassenkonzentration $C_{\text{Ruß}}$ (siehe Gleichungen (3.24)=(6.8), (3.22), (3.23)=(6.9) und (6.10)). Für die berechneten Konzentrationswerte $n_{\text{Ruß}}$ wurden verschiedene Primärpartikeldurchmesser d_{prim} mit unterschiedlicher geometrischer Standardabweichung σ_{prim} verwendet.

Die Kurven in Abbildung 6.5 beschreiben verschiedene Umrechnungen der Partikelmassenkonzentration in eine Anzahlkonzentration im Bereich der zu erwartenden Variationen der Primärpartikel.

Es kann gezeigt werden, dass die gemessenen Anzahlkonzentrationen (Messpunkte) innerhalb des betrachteten Bereiches liegen. Daher können die Parameter und Zusammenhänge dieser Berechnung als realistisch betrachtet werden.

Ausgehend von einer Standardabweichung von $\sigma_{\text{prim}}=1,3$ wird in Anlehnung an dieses Ergebnisses (siehe Abbildung 6.5), im weiteren Verlauf von einem Primärpartikeldurchmesser von $d_{\text{prim}}=50\text{nm}$ ausgegangen.

6.3 Berechnung des Messsignals mit Hilfe des mathematischen Modells

Im Folgenden sind die einzelnen mathematischen Bausteine auf den Sensor als Versuchsträger anzupassen und die Umgebungsbedingungen einzubeziehen, um diskrete Ergebnisse zu erhalten.

Alle bekannten Parameter sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

Ursprung	Beschreibung	Parameter
Sensorabmessungen (Abbildung 6.2 und Gleichung (6.1))	Elektrodenabstand	$d_H = 8\text{mm}$
	Messelektroden Drahtdurchmesser	$2r_D = 1\text{mm}$
	Wirksame Messelektrodenlänge	$l_D = 80\text{mm}$
Versuchsparameter	Spannungsdifferenz	$\Delta U = 2000\text{V}$
	Abgastemperatur	$T = 413\text{K} (140^\circ\text{C})$
	Abgasdruck	$p = 1013\text{hPa}$
Tabelle 3.2	Multiplikator der Primärpartikelanzahl pro Partikel	$a_N = 1,23$
Kapitel 3.1.2 und Abbildung 6.5	Primärpartikeldurchmesser	$d_{prim} = 50\text{nm}$
	geometrische Standardabweichung der Primärpartikel	$\sigma_{prim} = 1,3$
	Dichte der Primärpartikel	$\rho_{prim} = 2\text{g/cm}^3$
Gleichung (3.34)	mittlere freie Weglänge bei $T = 413\text{K}$ und $p = 1013\text{hPa}$	$\lambda = 97,5\text{nm}$
Gleichung (3.29)	dynamische Viskosität bei $T = 413\text{K}$	$\eta = 21,3\mu\text{Pa} \cdot \text{s}$

Tabelle 6.1: bekannte Parameter der Messumgebung des Sensors

Zur Berechnung des Messsignals ist die normierte Form ideal. Daher wird Gleichung (5.89) mit Hilfe der Rußkonzentration normiert. Das Messsignal ist somit proportional zum Quadrat der Hochspannung ΔU^2 , zum Proportionalitätsfaktor F_{Sensor} und zu der Rußmassenkonzentration $c_{Ru\beta}$. Mit Hilfe der Gleichungen aus Abbildung 5.22 wird die Gleichung in Einzelteile zerlegt, um die benötigten Parameter sichtbar zu machen:

$$S_I = \frac{I_S}{c_{Ru\beta}} = \Delta U^2 \cdot F_{Sensor} \quad (6.11)$$

mit

$$F_{Sensor} = \frac{C_C \left(\lambda(T, p), d_{p,A}(d_p, d_{prim}, \sigma_{prim}, a_N) \right)}{3\pi \cdot \eta(T) \cdot d_{p,A}(d_p, d_{prim}, \sigma_{prim}, a_N)} \cdot \left(\frac{E_{D,y}(r_D, d_H, \Delta U)}{\Delta U} \right)^2 \cdot \overline{Q_P}(d_p, T) \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \cdot \frac{A_D(r_D, l_D)}{\pi \cdot r_S^2} \cdot \frac{1}{\rho_S}$$

Um einen Schätzwert für die Dendritenabmessungen zu bekommen, wird exemplarisch ein Dendrit aus dem Foto in Abbildung 5.12 vermessen. Die Dendritendichte ρ_S , mit $\rho_S < \rho_{Ru\beta}$ (siehe Gleichungen (5.82) und (5.83)) wird plausibel abgeschätzt, so dass die berechnete Empfindlichkeit des Sensors mit der gemessenen übereinstimmt (siehe Kapitel 6.4.1):

Beschreibung		Parameter der Dendriten
Dendritenhöhe	Siehe	$h_S = 0,27\text{mm}$
Dendritenradius	Abbildung 5.12	$r_S = 0,04\text{mm}$
Normierter Dendritenradius		$r_{S,Norm} = \frac{r_S}{h_S} = 0,15$
Dendritendichte (geschätzt)		$\rho_S = \frac{\rho_{Ru\beta}}{3,6} = 0,55 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Tabelle 6.2: Dendritenparameter

Das Ergebnis der Berechnung auf Basis von Gleichung (6.11) zeigt Abbildung 6.6.

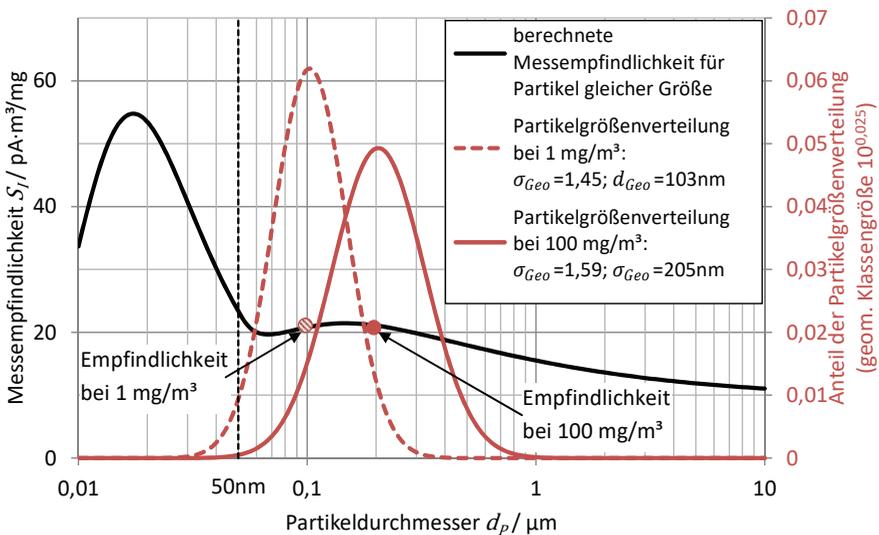


Abbildung 6.6: Die Empfindlichkeit (siehe Gleichung (6.11)) des Messsignals mit Primärpartikeln mit einer Dichte von $\rho_{Ru\beta}=2\text{g/cm}^3$, einem mittleren geom. Durchmesser von $d_{Prim}=50\text{nm}$ und einer geometrischen Standardabweichung von $\sigma_{Prim}=1,3$. Angenommene Dendritengröße (siehe Abbildung 5.12) mit einem Radius von $r_S=40\mu\text{m}$ und einer Dendritenhöhe von $h_S=0,27\text{mm}$. Die geschätzte Dichte der Dendriten beträgt $\rho_S=0,55\text{g/cm}^3$. Abstand der Messelektrode zur Hochspannung 8mm, 1mm Drahtdurchmesser und 80mm Messelektrodenlänge. Die Spannungsdifferenz zwischen Hochspannungselektrode und Messelektrode beträgt 2000V.

Dargestellt ist die Messempfindlichkeit $S_I(d_p)$ in Abhängigkeit des Partikeldurchmessers d_p . Die Empfindlichkeit entspricht dem Messsignal bei $c_{Ru\beta}=1\text{mg}/\text{m}^3$.

Zu erkennen ist auch, dass das Messsignal für ultrafeine Partikel, d.h. $d_p < 50\text{nm}$, ansteigt. Dies wird dadurch verursacht, dass mit abnehmendem Partikeldurchmesser die Anzahl an Kollisionen mit den Gasmolekülen des Trägergases kleiner wird und sich daher die Reibung der Partikel mit dem Trägergas reduziert. Durch diesen Effekt sind diese ultrafeinen Partikel besonders beweglich und erzeugen aufgrund der höheren Driftgeschwindigkeit schneller Dendriten und somit ein größeres Messsignal (siehe freie Weglänge λ und Cunningham-Korrektur $C_C(\lambda, d_{p,A})$ in Kapitel 3.2.1.1 und 3.2.1.2).

Bei Verbrennungsprozessen im Allgemeinen, als auch bei dem hier eingesetzten Dieselmotor, sind die Partikel nicht klein genug, um solche Einflüsse beobachten zu können. Ergänzende Bedingungen sind:

- sehr kleine Rußkonzentrationen
- Partikel in nicht agglomerierter Form (Primärpartikel)

Der Einfluss sollte näher untersucht werden, um mögliche Fehlmessungen zu vermeiden.

Die in Abbildung 6.6 gezeigte Signalstärke bezieht sich auf Partikel gleicher Größe. Um aus dieser Berechnung auf ein Messsignal schließen zu können, muss die Partikelgrößenverteilung berücksichtigt werden.

Für die exemplarische Berechnung wird eine Auflösung von 40 Punkten pro Dekade verwendet, d.h. die Klassenbreite, die zur Berechnung verwendet wird, ist:

$$K_{Geo} = 10^{1/40} = \frac{d_{P,k+1}}{d_{P,k}} \quad (6.12)$$

Die Messempfindlichkeit $S_{I,M}$, in Abhängigkeit einer Partikelgrößenverteilung (d_{Geo}, σ_{Geo}), wird wie folgt mit Gleichung (6.5) berechnet:

$$S_{I,M} = \sum_k S_I(d_{P,k}) \cdot \frac{K_{Geo}}{\sqrt{2\pi} \cdot \ln(\sigma_{Geo})} \cdot \exp\left(-\frac{\ln\left(\frac{d_{P,k}}{d_{Geo}}\right)^2}{2 \cdot \ln(\sigma_{Geo})^2}\right) \quad (6.13)$$

In Kapitel 6.2.1 wurde das Abgas des im Versuch verwendeten Motors in Abhängigkeit der Rußkonzentration charakterisiert. Um die Partikelverteilungen für alle Rußkonzentrationen $c_{Ru\beta}$ abbilden zu können, werden exemplarisch Partikelverteilungen bei zwei verschiedenen Partikelmassenkonzentrationen ausgewählt, $c_{Ru\beta} = \{1; 100\} \text{mg}/\text{m}^3$ (siehe Abbildung 6.4) mit folgendem Ergebnis:

Rußkonzentration	Mittlerer Geom. Partikel-durchmesser	Geometrische Standard-abweichung	Berechnete Mess-empfindlichkeit	Sensor-skalierungsfaktor
$c_{Ru\beta}$	d_{Geo}	σ_{Geo}	$S_{I,M}$	$F_{Sensor} = \frac{S_{I,M}}{\Delta U^2}$
1 mg/m ³	103 nm	1,45	20,9 pA m ³ /mg	5,23·10 ⁻⁶ pA m ³ /mgV ²
100 mg/m ³	205 nm	1,59	20,5 pA m ³ /mg	5,13·10 ⁻⁶ pA m ³ /mgV ²

Tabelle 6.3: Berechnete Signalstärke und Sensorskalierungsfaktoren bei verschiedenen Partikelgrößenverteilungen (siehe Abbildung 6.4). (Hochspannung $\Delta U=2000V$).

Zu erkennen ist, dass die Partikelgröße in der Praxis keinen Einfluss auf das Messsignal hat. Zu erwarten ist daher ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Rußkonzentration und Messsignal.

Im folgendem werden die berechneten Ergebnisse mit einer Messung verglichen.

6.4 Vergleich mit Prüfstandsmessungen

6.4.1 Linearität und Geschwindigkeitsabhängigkeit des Messsignals

Das Absperrventil wird während des Starts des Motors geschlossen und die Abgasklappe geöffnet. Nach Warmlauf des Motors und der Abgasanlage (Abgastemperatur ca. 140°C) wird das Absperrventil geöffnet und die Messung beginnt.

Mittels des Lastwiderstandes werden verschiedene Rußkonzentrationen erzeugt. Angefangen von kleinen Rußkonzentrationen, wird die Last stufenweise erhöht und jeweils auf eine Beharrung des Messsignals gewartet. Mittels der Abgasklappe kann die Abgasgeschwindigkeit bei jedem Lastpunkt variiert werden (von 4m/s auf 1,5m/s). Nach Erreichen der Maximallast wird diese wieder stufenweise reduziert (siehe Abbildung 6.7).

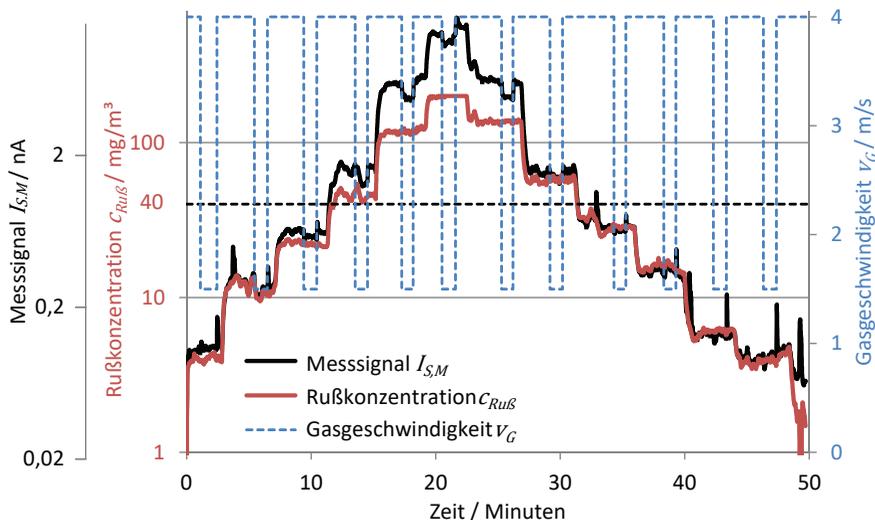


Abbildung 6.7: Vergleichsmessung zwischen Sensor und Opazimeter (0,1Hz Besselfilter) bei einer Spannung von $\Delta U=2000V$. Elektrodenmaße: Abstand 8mm, Durchmesser 1mm, Länge 80mm.

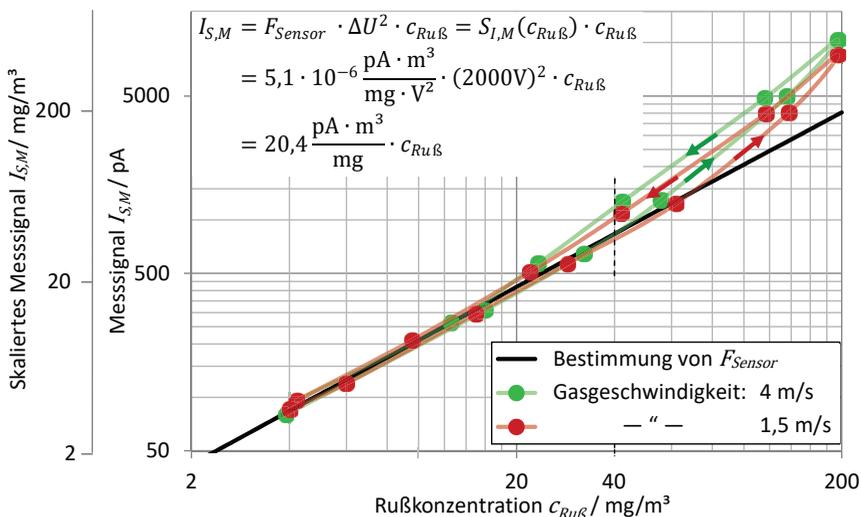


Abbildung 6.8: Gemessener Zusammenhang von Rußkonzentration c_{RuB} und Messsignal $I_{S,M}$ bei $\Delta U=2000V$ im Vergleich zum berechneten Messsignal I_S .

Es ist ein linearer Zusammenhang von Rußkonzentration und Ladungsstrom zu erkennen, unabhängig von der Gasgeschwindigkeit bis zu einer Rußkonzentration von $c_{Ru\beta}=40\text{mg/m}^3$.

Bei größeren Konzentrationen verlässt das Messsignal bei dieser Sensorgeometrie den linearen Bereich.

Das Messsignal ist linear, solange der Quotient von normierter Dendritenladung und Dendritenradius konstant ist (siehe F_{Sensor} in Gleichungen (5.89) und (6.11)), d.h.:

$$\frac{Q_{S,Norm}\left(\frac{r_S}{h_S}\right)}{r_S} = \text{Konstante} \cong \frac{9,2 \frac{\text{pC}}{\text{V}}}{r_S} + \frac{101 \frac{\text{pC}}{\text{V}}}{h_S} \quad (6.14)$$

$$\text{mit } Q_{S,Norm}\left(\frac{r_S}{h_S}\right) = 9,2 \frac{\text{pC}}{\text{V}} - 6,8 \frac{\text{pC}}{\text{V}} \cdot \exp\left(-5,5 \cdot \left(\frac{r_S}{h_S}\right)^{0,39}\right) + 101 \frac{\text{pC}}{\text{V}} \cdot \left(\frac{r_S}{h_S}\right)$$

$$\cong 9,2 \frac{\text{pC}}{\text{V}} + 101 \frac{\text{pC}}{\text{V}} \cdot \left(\frac{r_S}{h_S}\right)$$

Es wird vermutet, dass die verbliebene Hysterese des Messsignals (bei höheren Konzentrationen) auf eine veränderte Dendritenform zurückzuführen ist. Im Vergleich zur ursprünglichen Sensorbauart (siehe Abbildung 4.1) ist diese Hysterese geschlossen, d.h. dass Messsignal kehrt in den ursprünglich linearen Bereich zurück.

Zu erkennen ist, dass die für die Berechnung verwendeten bekannten und geschätzten Parameter (siehe Tabelle 6.1 und Tabelle 6.2) das reale Messsignal gut abbilden.

Der Sensorskalierungsfaktor F_{Sensor} in diesem Versuch bei $\Delta U = 2000\text{V}$ kann aus der Steigung der an das Messsignal angepassten Geradengleichung (6.11) abgelesen werden (siehe Abbildung 6.8):

$$\begin{aligned} I_{S,M} &= S_{I,M} \cdot c_{Ru\beta} \\ &= \Delta U^2 \cdot F_{Sensor} \cdot c_{Ru\beta} \\ &= 20,4 \frac{\text{pA} \cdot \text{m}^3}{\text{mg}} \cdot c_{Ru\beta} \quad \text{mit } F_{Sensor} = \frac{S_{I,M}}{\Delta U^2} = 5,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{pA} \cdot \text{m}^3}{\text{mg} \cdot \text{V}^2} \end{aligned} \quad (6.15)$$

Die berechnete Linearität des Messsignals und die Unabhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit, sind somit bestätigt (siehe Kapitel 5.4.3).

Mit diesem Messergebnis wird auch die in der These (siehe Kapitel 4) beschriebene Vermutung bestätigt, dass die „Hysterese“ des Messsignals (siehe Abbildung 1.1) beim Sensor früherer Bauart (siehe Abbildung 4.1), durch den Ping-Pong-Effekt zwischen den Sensorelektroden entsteht.

6.4.2 Einfluss der Hochspannung auf das Messsignal

Das Vorgehen ist ähnlich wie bei der Messung des linearen Zusammenhangs zwischen Rußkonzentration $c_{Ru\beta}$ und Messsignal $I_{S,M}$. Nach Warmlauf des Motors und der Abgasanlage (Sensor Eintrittstemperatur ca. 140°C), wird die Motorlast auf verschiedene,

konstante Rußkonzentrationen von $c_{Ru\beta} = \{5; 10; 20\} \text{ mg/m}^3$, d.h. im linear arbeitenden Bereich des Sensors, eingestellt.

Die Hochspannung ΔU wird im Bereich von 800 bis 2000V variiert und die Abgasgeschwindigkeit in 2 Stufen verändert. Die gemessenen Ladungsströme $I_{S,M}$ werden aufgezeichnet und als normierte Größe (Messempfindlichkeit $S_{I,M}$) ausgewertet.

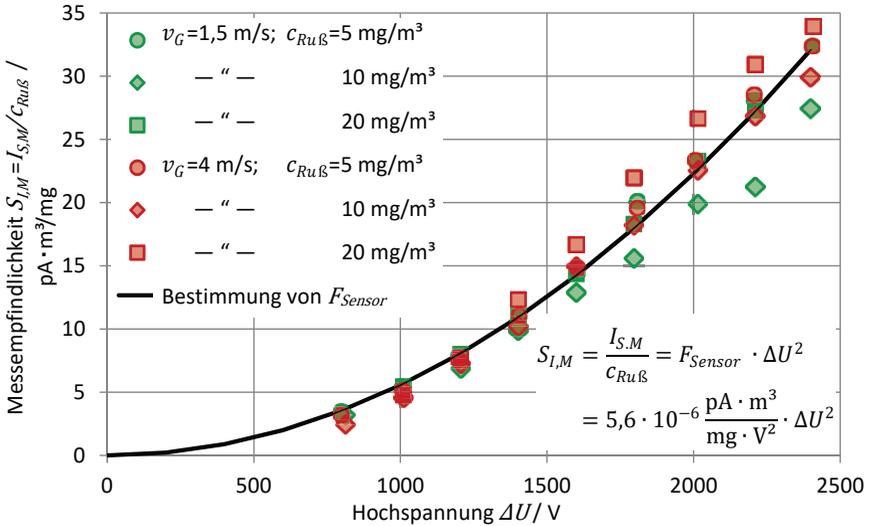


Abbildung 6.9: Messempfindlichkeit des Sensors $S_{I,M}$ in Abhängigkeit der Hochspannung ΔU . Gemessen bei verschiedenen Rußkonzentrationen $c_{Ru\beta}=\{5, 10, 20\text{mg/m}^3\}$ und $v_G=1,5\text{m/s}$ sowie $v_G=4,0\text{m/s}$ Gasgeschwindigkeit.

Durch Anpassen der quadratischen Ausgleichfunktion (3.22), (3.23)=(6.9) an den Verlauf der gemessenen Signalstärken über die Hochspannung ΔU (siehe Gleichung (5.89)) wird der Sensorkalierungsfaktor F_{Sensor} bestimmt, wie in Abbildung 6.9 gezeigt:

$$S_{I,M} = \frac{I_{S,M}}{c_{Ru\beta}} = \Delta U^2 \cdot F_{Sensor} \quad \text{mit } F_{Sensor} = 5,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{pA} \cdot \text{m}^3}{\text{mg} \cdot \text{V}^2} \quad (6.16)$$

Die Theorie zur quadratischen Abhängigkeit des Messsignals von der Hochspannung, ist somit bestätigt (siehe Kapitel 5.6). Auch bei unterschiedlichen Hochspannungen ist die Unabhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit erneut nachgewiesen (siehe Kapitel 6.4.1 und 5.4.3).

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein bereits erprobtes Messverfahren zur Bestimmung der Rußpartikelkonzentration im Abgas von Dieselmotoren auf der Grundlage von Ladungstransportvorgängen elektrisch leitender Partikel in einem stationären elektrischen Feld untersucht, mit der Zielsetzung, die funktionalen physikalischen Vorgänge dieses Verfahrens zu erkennen und in einem mathematischen Modell abzubilden.

Hierfür werden alle Einflussgrößen, die in einem Rußsensor enthalten sein können, diskutiert, bewertet und mathematisch formuliert, um damit das Modell aufbauen zu können. Diese Größen sind zum Teil bekannt andere werden durch Iterationen angenähert und auch nach Plausibilitätsbetrachtungen geschätzt.

Das Rußladungsverfahren kann im Abgasstrang eines Verbrennungsmotors verwendet werden, da es sehr robust ist und keine Querempfindlichkeiten zu anderen gasförmigen Abgasbestandteilen hat.

Durch Voruntersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass bei einem Sensor aus flächenförmigen Elektroden, bei geringen Rußemissionen des Dieselmotors, instabile Messergebnisse entstehen und wie diese vermieden werden können. Das Ergebnis wird in einer neuen Sensorkonstruktion umgesetzt, die Grundlage der Modellierung ist. Die Neukonstruktion besteht aus bügelförmigen Drahtelektroden, in symmetrischer Anordnung zur Messelektrode (siehe Abbildung 4.4).

Es wird gezeigt, dass die Bewegungen der Rußpartikel im elektrostatischen, inhomogenen Feld durch deren Eigenladung hervorgerufen werden. Daher können keine Partikel kleiner als 12 nm durch die Messung erfasst werden. Der Literatur kann entnommen werden, dass sich die Partikel in ihrer Gesamtheit neutral verhalten, d.h. es sind gleich viel positive und negative Ladungsträger vorhanden, aber auch ungeladene Partikel. Es bewegt sich daher nur der Teil der Partikel auf die Messelektrode zu, deren Polarität der Hochspannungselektrode entsprechen.

Um die Bewegung der Partikel berechnen zu können, muss deren Form und Größe bekannt sein. So ist die Eigenladung der Partikel von deren maximalen Ausdehnung abhängig, wohingegen die Reibung an den Molekülen des Abgases von deren Projektionsfläche abhängt. Die Masse der Partikel korreliert mit deren Volumen.

Die Partikel bewegen sich durch die Einwirkung des elektrischen Felds auf die Messelektrode zu und agglomerieren dort zu Dendriten (siehe Abbildung 7.1). Diese sind eine besondere Form des mit der Messelektrode verbundenen Agglomerats. Durch den Kontakt mit der Oberfläche konzentrieren sich Ladungen in den Dendritenspitzen die beim Abreißen abtransportiert werden und so das Messsignal erzeugen. Die Bewertung und Modellierung dieser Dendriten unter mechanischen und elektrischen Einflüssen ist ein wesentlicher Teil dieser Arbeit.

Die Form und Größe der Dendriten werden durch Fotos geschätzt (siehe Abbildung 7.1).

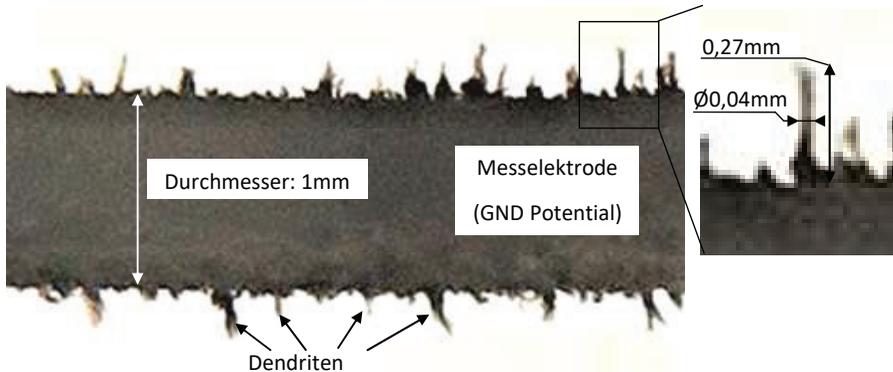


Abbildung 7.1: Dendriten auf der Messelektrode nach Beendigung einer Messung (siehe Abbildung 5.12)

Als nächster Schritt zur Modellierung der Vorgänge im Sensor werden die Bewegungen der Partikel und die auf sie einwirkenden Kräfte quantisiert. Die Berechnung der Bewegung der gasgetragenen Partikel im elektrischen Feld wird unter Berücksichtigung der Gasströmung im Sensor-Modell durchgeführt.

Die Berechnung sämtlicher Kräfte erfolgt unter Umgebungsbedingungen, denen ein Sensor im Abgasstrang des Motors ausgesetzt ist, in dieser Arbeit 140 °C und einer Strömungsgeschwindigkeit von 4, bzw. 1,5 m/s. Für die Berechnung der Kräfte im elektrischen Feld sind die konstruktiven Parameter des Sensor entscheidend: Elektrodenabstand, Drahtdurchmesser der Elektroden, Länge der Elektroden und die Spannung zwischen Hochspannungs- und Messelektrode.

Mit diesen versuchsbezogenen Parametern wird das mathematische Modell des Sensors konkretisiert und die Bedingungen modelliert, unter denen sich Partikel an der Messelektrode anlagern und an welcher Position des tangential angeströmten Drahtes diese landen. Durch Berechnung der Flugbahnen der Partikel kann nachgewiesen werden, dass, unabhängig von der Abgasgeschwindigkeit, die Partikel gleichmäßig auf der Drahtoberfläche verteilt sind, wenn sie landen. Die Geschwindigkeit für ein Partikel von 100nm Durchmesser beträgt z.B. ca. 20 mm/s (Elektrodenabstand: 8 mm, 2000V Hochspannung). Nach kurzer Zeit bilden sich die im Foto (Abbildung 7.1) gezeigten Dendriten aus.

Um das Messsignal berechnen zu können, wird die Ladung und Ladungsverteilung der Dendriten mathematisch dargestellt. Das Ergebnis zeigt, dass die Ladung des Dendriten an der Spitze konzentriert ist und dass der Betrag der Ladung Q_S neben dem elektrischen Feld \vec{E} von der Länge des Dendriten h_S und dem Verhältnis von Durchmesser und Länge r_S/h_S abhängt (siehe Abbildung 5.18).

Das Ergebnis des berechneten Sensorsignals ist jeweils nur für einzelne Partikel mit definierter Form und Größe dargestellt.

Um das mathematische Modell quantitativ mit realen Messungen vergleichen zu können, wird die Partikelanzahlkonzentration und die Partikelgrößenverteilung des Dieselabgases bei verschiedenen Belastungen des Motors gemessen. Aus den gemessenen Verteilungen wird der mittlere geometrische Durchmesser d_{Geo} und, zur Quantisierung der Verteilungsbreite, die geometrische Standardabweichung σ_{Geo} bestimmt (siehe Abbildung 6.4). Nach der Charakterisierung der Partikelemission des Dieselmotors kann das berechnete Sensorsignal mit dem Messergebnis verglichen werden.

Hierzu wird ein Sensor aufgebaut (siehe Abbildung 6.2) und bei verschiedenen Rußkonzentrationen, Gasgeschwindigkeiten und Hochspannungen getestet und das Ergebnis mit einem auf mg/m^3 kalibrierten Vergleichsmessgerät verglichen.

Im niedrigen Konzentrationsbereich bis $40 \text{ mg}/\text{m}^3$ ist eine gute Übereinstimmung zwischen dem Vergleichsgerät und dem Messsignal ersichtlich wie in Abbildung 7.2 gezeigt. Bei höheren Rußemissionen steigt das Messsignal überproportional an, läuft aber bei niedrigen Konzentrationen wieder Parallel zum Vergleichsgerät. Während der Messung wird bei jeder eingestellten Rußkonzentration die Gasgeschwindigkeit schnell von $4 \text{ m}/\text{s}$ auf $1,5 \text{ m}/\text{s}$ verändert, ohne einen Einfluss auf das Messsignal zu erkennen.

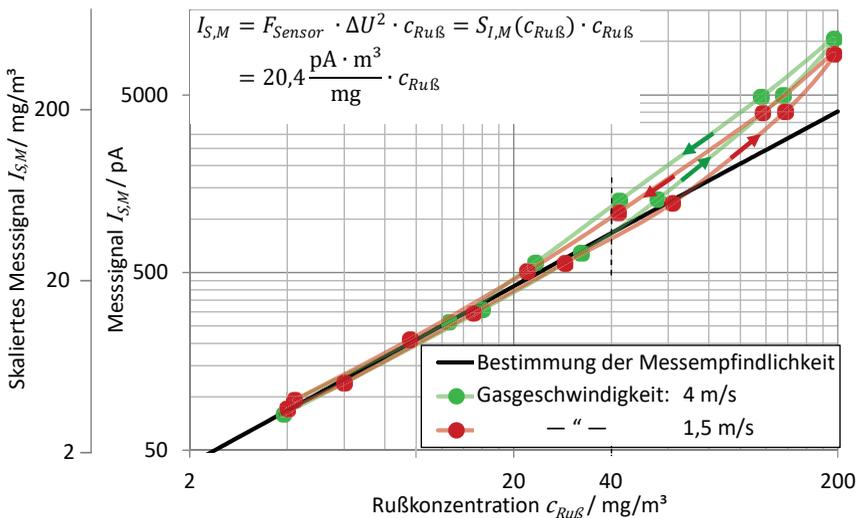


Abbildung 7.2: Gemessener Zusammenhang von Rußkonzentration und Messsignal bei 2000V im Vergleich zum berechneten Messsignal (siehe Abbildung 6.8).

Bei der Variation der Hochspannung ist eine quadratische Abhängigkeit zu erkennen (siehe Abbildung 6.9), ohne das die Gasgeschwindigkeit einen Einfluss auf das Messergebnis hat.

7.2 Fazit

Es konnte die physikalische Arbeitsweise des Sensors erfolgreich nachgewiesen und theoretisch beschrieben werden. Es konnte gezeigt werden, dass die Partikel hauptsächlich aufgrund ihrer Eigenladung zur Messelektrode gelangen.

Es wurde die These bestätigt, dass das Messsignal durch den Ladungsabtransport von abreißenden Dendriten, die sich durch Anlagern von Partikeln auf der Messelektrode bilden, erzeugt wird.

Die Abhängigkeit des Sensorsignals von der Gasgeschwindigkeit konnte beseitigt und ein stabiles Messsignal für kleine Rußkonzentrationen erreicht werden.

Desweiteren ist die in der Aufgabenstellung formulierte Aufgabe, den Sensor für den Einsatz von kleinen Rußkonzentrationen zu optimieren, gelungen. Das Rußladungs Messverfahren arbeitet stabil, auch bei niedrigen Konzentrationen.

7.3 Weiterführende Themen

Untersuchungen bei kleinen Gasgeschwindigkeiten (0,4m/s) haben erkennen lassen, dass auch dieser Sensor einen „Ping-Pong-Effekt“ entwickeln kann, bei dem abgerissene Dendriten zwischen der Hochspannungselektrode und der Messelektrode hin und her springen und so Ladungen von der Hochspannungselektrode auf die Messelektrode transportieren. Dieser Effekt ist schwer zu kontrollieren und sollte daher verhindert werden. Für den Beweis wurde die Hochspannungselektrode durch einen mittelfrequenten Wechselstrom während der Messung geheizt und dadurch der Ping-Pong-Effekt beseitigt (siehe Abbildung 7.3). Durch Einsatz dieser Technik kann der Sensor auch bei sehr kleinen Gasgeschwindigkeiten eingesetzt werden.

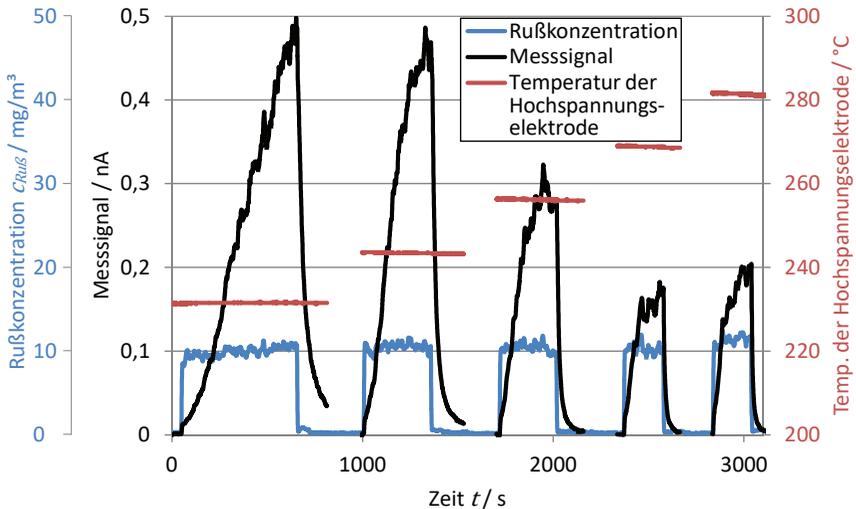


Abbildung 7.3: Nachweis des Ping-Pong-Effektes durch Aufheizen der Hochspannungselektrode des Sensors (siehe Abbildung 4.5) und Betrieb bei einer Gasgeschwindigkeit von 0,4 m/s.

Insbesondere bei kleinen Gasgeschwindigkeiten können die Dendriten sehr lang werden, so dass eine Beeinflussung des Dendritenwachstums notwendig ist. Zu diesem Zweck kann eine gepulste Hochspannung verwendet werden, um die Dendriten aktiv durch elektrostatische Kräfte von der Messelektrode abzureißen (siehe Anhang A3). Hierdurch ist eine Verringerung des Messsignalrauschens und eine Erweiterung des linearen Messbereichs für höhere Rußkonzentrationen denkbar. Auch kann hierdurch der Betrieb des Sensors bei kleineren Gasgeschwindigkeiten ermöglicht werden.

Das mathematische Modell zeigt einen Signalanstieg bei ultrafeinen Partikeln (kleiner 50nm). Daher sollten Versuche mittels eines Partikelgenerators mit einstellbarer Partikelgrößenverteilung durchgeführt werden.

Die Dendriten wurden in dieser Arbeit als stabförmig berechnet. Bei der Betrachtung der Dendriten (siehe Abbildung 7.1) sind allerdings andere Dendritenformen, wie z.B. kegelförmige, denkbar. Die Gleichungen sind so allgemein gehalten, dass diese auch für andere Dendritenformen angepasst werden können.

A1 Berechnung der Startwerte zur Iteration der Ladungsverteilung

Um eine grobe Näherung einer Ladungsverteilung zu berechnen, wird nur eine Ladung Q_S an dem Stabende berechnet. Es wird dabei ein vereinfachtes Dendritenmodell zugrunde gelegt, bei dem sich die Ladungen am oberen Ende des Stabes auf der Oberfläche einer Halbkugel gleichmäßig verteilen. Diese Ladungen werden im Mittelpunkt der Halbkugel zusammengefasst. Da sich diese Ladung oberhalb einer elektrisch leitenden Fläche befindet (Elektrodenoberfläche) wird mit einer entsprechenden Spiegelladung gerechnet (siehe folgende Abbildung A1.1).

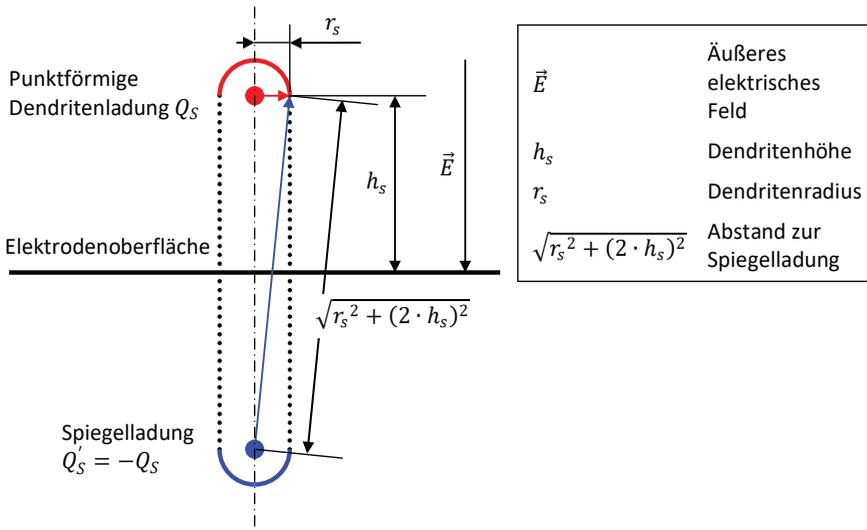


Abbildung A1.1: Funktionsskizze als Grundlage zur vereinfachten Berechnung der Dendritenladung als Punktladung.

An einem Punkt auf der Oberfläche des Dendriten in Höhe h_s und Radius r_s wird das Potential berechnet. Dieses muss gleich dem Oberflächenpotential $E_{D,y} \cdot h_s$ sein, d.h. das Potential des elektrischen Feldes in Höhe h_s muss gleich dem Potential des Dendriten sein. Ausgehend vom Potential zweier Punktladungen Q_S und $Q'_S = -Q_S$ wird deren Potential im Abstand r_s und $\sqrt{r_s^2 + (2 \cdot h_s)^2}$ bestimmt:

$$E_{D,y} \cdot h_s = \frac{Q_S}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{\sqrt{r_s^2 + (2 \cdot h_s)^2}} \right); \quad \text{mit } r_s \ll \sqrt{r_s^2 + (2 \cdot h_s)^2} \quad (\text{A1.1})$$

$$\cong \frac{Q_S}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{2 \cdot h_s} \right) \cong \frac{Q_S}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r_s}$$

Durch die Näherung, dass r_S sehr viel kleiner als die doppelte Dendritenhöhe $2 \cdot h_S$ ist, kann die Spiegelladung zur Berechnung der Dendritenladung Q_S ignoriert werden. Durch Umformen wird die Ladung an der Spitze abgeschätzt:

$$Q_S = E_{D,y} \cdot h_S \cdot r_S \cdot 4\pi \cdot \epsilon_0 \quad (\text{A1.2})$$

Näherungsweise wird von einer linearen Ladungsverteilung $\tau_S(h)$ ausgegangen, wobei die Ladungen auf die Mittelachse verschoben werden (vgl. Kapitel 5.5) :

$$\tau_S(h) = \frac{\tau_S(h_S)}{h_S} \cdot h; \quad \text{mit } 0 \leq h \leq h_S \quad (\text{A1.3})$$

Die Dendritenladung Q_S ist entlang des Dendriten verteilt, d.h.

$$Q_S = \int_0^{h_S} \tau_S(h) dh = \frac{\tau_S(h_S)}{h_S} \cdot \int_0^{h_S} h dh = \frac{\tau_S(h_S)}{2} \cdot h_S^2 \quad (\text{A1.4})$$

\Leftrightarrow

$$\tau_S(h_S) = 2 \cdot \frac{Q_S}{h_S^2}$$

Somit kann die vereinfachte lineare Ladungsverteilung mit Hilfe von Gleichung A1.3 durch einsetzen der Gleichungen A1.4 und A1.2 berechnet werden:

$$\tau_S(h) = \frac{\tau_S(h_S)}{h_S} \cdot h = 2 \cdot \frac{Q_S}{h_S^3} \cdot h = \frac{E_{D,y} \cdot r_S \cdot 8\pi \cdot \epsilon_0}{h_S^2} \cdot h; \quad \text{mit } 0 \leq h \leq h_S \quad (\text{A1.5})$$

Das Ergebnis zeigt exemplarisch folgende Abbildung A1.2:

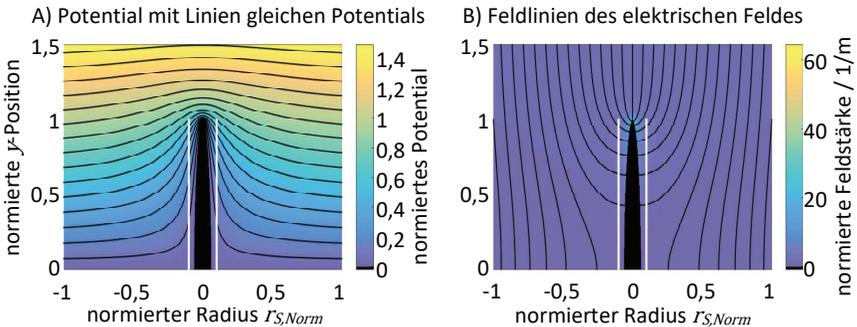


Abbildung A1.2: A) Potential und B) elektrisches Feld eines Dendriten mit Ansatz einer linearen Ladungsverteilung. Die Ladungen sind auf der Mittelachse positioniert. Feldstärke und Dendritenhöhe sind normiert. Der normierte Dendritenradius ist 0,1.

A2 Messung der Partikelgrößenverteilung und Partikelanzahl mit SMPS-Gerät

Da im Rahmen dieser Arbeit ein Dieselaggregat als „Rußgenerator“ verwendet wird, ist die Charakterisierung der im Abgas enthaltenen Partikel notwendig. Die Beurteilung der Rußpartikel erfolgt durch Bestimmung der Größenverteilung und der Anzahlkonzentration bei unterschiedlichen Rußemissionen.

Für diese Untersuchungen steht das SMPS-Gerät Modell 3910 der Firma TSI zu Verfügung, für dessen Betrieb am Abgasstrang des Dieselmotors die gerätespezifischen Gas Eintrittsbedingungen eingehalten werden müssen (siehe Tabelle A2.1).

Gaseintrittsbedingungen	Zulässige Toleranzen
Volumenstrom Eintritt	0,6 bis 0,9 l/min
Gastemperatur Eintritt	10 bis 30 °C
Rel. Feuchte	45% nicht kondensierend
Gasdruckdifferenz Eintritt	0 bis 100 hPa
Hüll-Luft Eintritt	0,712 bis 0,788 l/min
Max. Partikelanzahlkonzentration	$1 \cdot 10^6$ 1/cm ³

Tabelle A2.1: Geräteparameter des SMPS bezüglich der Aerosolprobenname.

A2.1 Versuchsaufbau und Messungen mit dem SMPS - Gerät

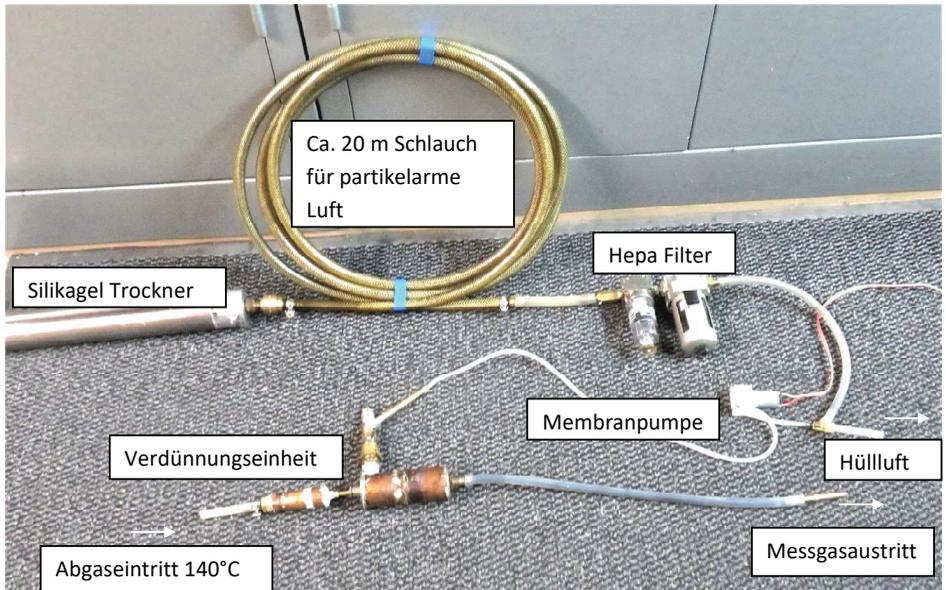


Abbildung A2.1: Versuchsaufbau zur Messung der Partikelgrößenverteilung und der Partikelanzahlkonzentration

Ein Verbrennungsmotor liefert eine wesentlich höhere Partikelanzahl, als der Messbereich des Gerätes zulässt. Auch muss die Temperatur von 140°C auf mindestens 30°C herabgesetzt werden und die rel. Feuchte unter 45%, nicht kondensierend, reduziert werden. Aus diesen Gründen wird die Abgasprobe um ca. Faktor 17 mit Luft verdünnt, um innerhalb des Messbereiches zu bleiben und eine Kondensation von Wasserdampf beim Abkühlen zu vermeiden.

Um das Messergebnis nicht zu verfälschen, muss die Verdünnungsluft möglichst frei von Partikeln und Wasserdampf sein. Diese Bedingung war eine besondere Herausforderung und konnte nur durch eine 20m vom Dieselmotor entfernte Ansaugposition erfüllt werden. Die Verdünnungsluft wird zunächst durch einen Silikageltrockner und anschließend durch nachgeschaltete HEPA-Filter geleitet, um Restfeuchtigkeit und Partikel weitestgehend zu entfernen.

A2.2 Verdünnungseinheit

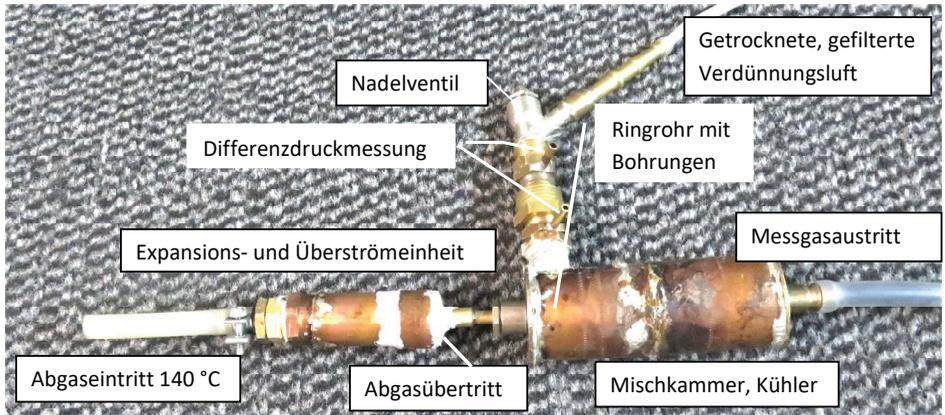


Abbildung A2.2: Verdünnungseinheit

Zur Verdünnung der Abgasprobe wird ein Abgas-Verdünnungssystem hergestellt.

Der Abgasgegendruck im Abgasstrang des Motors wird derart eingestellt, dass das Abgas an der Überströmeinheit drucklos austritt, so dass das Messgerät frei ansaugen kann. In der Mischkammer befindet sich ein ringförmiges Rohr mit am Umfang verteilten Bohrungen, um das Abgas mit Luft gleichmäßig zu mischen. Die Mischkammer dient gleichzeitig als Kühler, so dass der Wasserdampfanteil des Abgases kondensiert. Die getrocknete, gefilterte, partikelarme Luft wird mit einem Nadelventil und einer Membranpumpe dosiert. Der Volumenstrom \dot{V}_{Verd} wird durch eine Differenzdruck Blendenmessung erfasst [80].

Die Blendenmessung ist von der Luftdichte $\rho_G(T_B, p_0)$ bzw. vom Absolutdruck p_0 und der Temperatur T_B abhängig, die am Blendeneintritt berücksichtigt werden. Der Volumenstrom ist proportional zur Wurzel des Differenzdrucks Δp :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{Verd} &= k_V \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_G(T_B, p_0)}} & (A2.1) \\
 &= k_V \cdot \sqrt{\frac{\Delta p}{1,293 \text{ kg/m}^3} \cdot \frac{1013 \text{ hPa}}{p_0} \cdot \frac{T_B}{273,15 \text{ K}}} \\
 &= k_V \cdot \sqrt{2,673 \frac{\text{hPa}}{\text{K}} \cdot \frac{T_B}{p_0} \cdot \sqrt{\Delta p}}
 \end{aligned}$$

Die Proportionalitätskonstante k_V wird durch eine Kalibrierung bestimmt. Hierzu wird die Normdichte der Luft $\rho_{G,0^\circ\text{C},1013\text{hPa}} = 1,293 \text{ kg/m}^3$ bei 0°C und 1013hPa Druck (siehe Tabelle 3.3) verwendet und die realen Umgebungsbedingungen berücksichtigt.

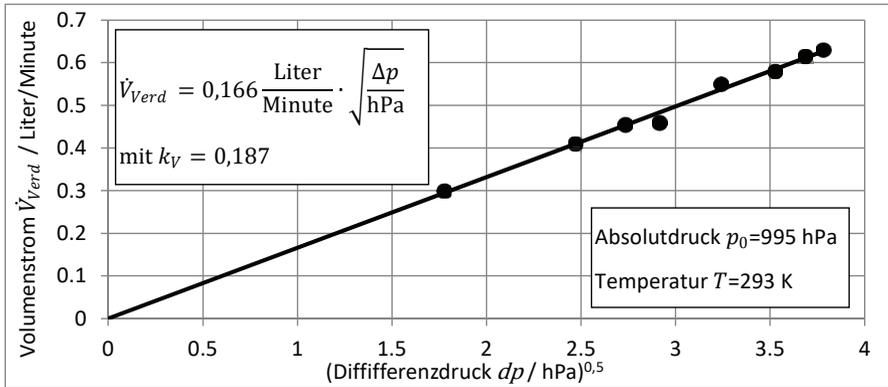


Abbildung A2.3: Kalibrierung der Volumenstrommessung.

Mit dem intern gemessenen Ansaugvolumenstrom des SMPS \dot{V}_{SMPS} und dem Volumenstrom der Verdünnungsluft \dot{V}_{Verd} kann der Verdünnungsfaktor K_{Verd} wie folgt berechnet werden:

$$K_{Verd} = \frac{\dot{V}_{SMPS} - \dot{V}_{Verd}}{\dot{V}_{SMPS}} \quad (A2.2)$$

Durch Multiplikation der gemessenen Partikelanzahl mit dem Verdünnungsfaktor wird die unverdünnte, bzw. reale Partikelanzahlkonzentration bestimmt. Das Ergebnis der Messung zeigt Abbildung A2.4:

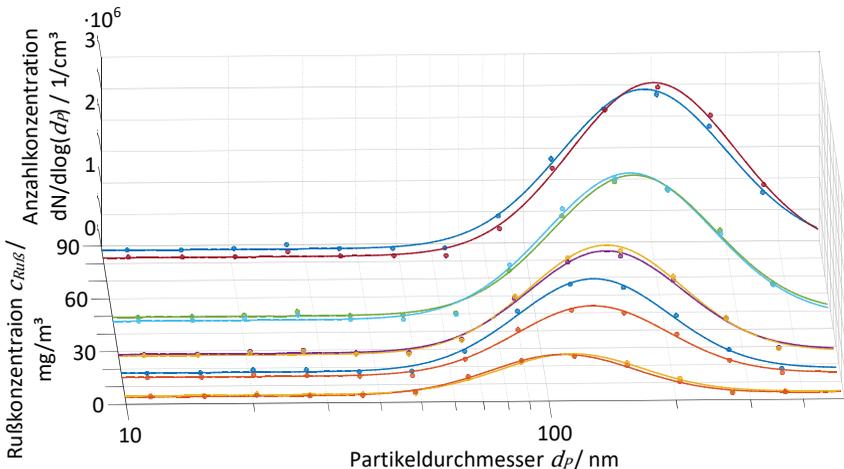


Abbildung A2.4: Darstellung der gemessenen Größenverteilung der Rußpartikel im Abgas des Dieselaggregats bei verschiedenen Rußkonzentrationen und den angepassten logarithmischen Normalverteilungen.

A3 Kraftwirkung auf Dendriten durch das elektrische Feld

Auf die Dendriten wirkt die Coulombkraft \vec{F}_C , die mit wachsender Dendritenhöhe größer wird und eine anziehende Kraft \vec{F}_S durch die Ladungsverteilung an der Oberfläche, die mit wachsender Höhe kleiner wird. Daher ist die Dendritenhöhe h_S durch den Abriss der Dendriten begrenzt. Ein weiterer wesentlicher Aspekt, der die Dendritenhöhe h_S begrenzt, ist die Strömung des Trägergases entlang der Oberfläche des Messelektrodendrahtes. Der genaue Prozess muss gegebenenfalls näher untersucht werden.

A3.1 Vereinfachtes Punktladungsmodell

Um die Verhältnisse beschreiben zu können, wird zur Abschätzung ein einfaches Modell angewendet. Die Ladung $Q_{S, Norm}$ (siehe Gleichung (5.62)) des Dendriten wird zu einer Punktladung zusammengefasst. Für die Höhe $h_{Q, Norm}$ der Ladung wird der Ladungsschwerpunkt f_Q bestimmt:

$$f_Q = \frac{1}{h_{S, Norm}} \cdot \int_0^{h_{S, Norm}} y \cdot \frac{\tau_{S, Norm}(y)}{Q_{S, Norm}} dy \cong 0,73 \text{ für } r_{S, Norm} < 0,2 \quad (\text{A3.1})$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung A3.1:

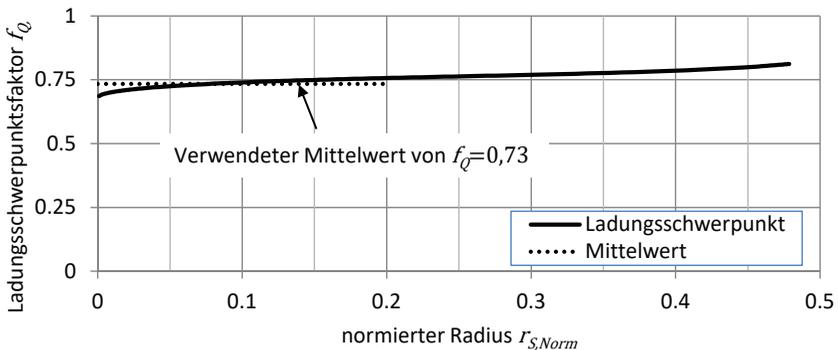


Abbildung A3.1: Ladungsschwerpunkt von stäbchenförmigen Dendriten.

Es ist zu erkennen, dass der Einfluss des normierten Dendritenradius $r_{S, Norm}$ gering ist, so dass mit dem Mittelwert $f_Q=0,73$ für $r_{S, Norm} < 0,2$ gearbeitet wird.

Das Potential und das elektrische Feld des verwendeten Rechenansatzes ist in Abbildung A3.2 gezeigt.

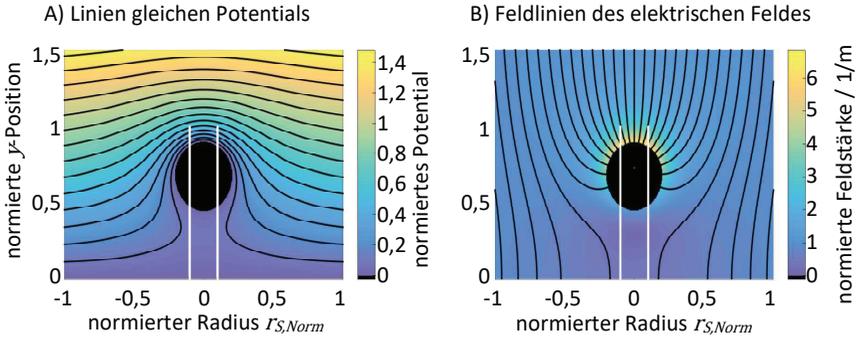


Abbildung A3.2: Darstellung A) des Potentials und B) des elektrischen Feldes der Näherung für ein normiertes Dendritenfeld mit einem normierten Radius von $r_{S, Norm}=0,1$ durch eine Punktladung. Der nominelle Dendrit ist durch weiße Linien angedeutet.

A3.2 Berechnung der Kraftwirkung im statischen Fall

Befindet sich eine Ladung oberhalb einer elektrisch leitenden Oberfläche, wird die Ladungsverteilung der Oberfläche dahingehend beeinflusst, dass das Oberflächenpotential konstant bleibt. Das dabei entstehende Feld entspricht dem eines Dipols, wobei die zweite Ladung als Spiegelladung bezeichnet wird [77]. Diese ist entgegengesetzt gleich der Punktladung, d.h. $q_1 = -q_2 = Q_S$.

Zwei gegenpolige Punktladungen q_1 und q_2 ziehen sich nach dem Coulombgesetz mit folgender Kraft \vec{F}_Q in Abhängigkeit des Quadrates ihres Abstandes r_q^2 an.

$$\vec{F}_Q = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S}} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_q^2} \cdot \vec{e}_r \quad (\text{A3.2})$$

Da sich Teile des Feldes innerhalb der Dendriten und einer möglichen Beschichtung der Messelektrode (z.B. Oxydschicht, Teflon) befinden, muss mit einer Dielektrizität $\epsilon_{r,S}$ gerechnet werden. Da der Abstand der Spiegelladungen $r_q = 2f_Q \cdot h_S$ ist und die Spiegelladung umgekehrt gleich der Dendritenladung Q_S ist, d.h. $Q_S = q_1 = -q_2$, ist die Kraftwirkung \vec{F}_Q in Richtung Oberfläche, im folgenden Spiegelkraft genannt, wie folgt gegeben:

$$\vec{F}_Q = \begin{pmatrix} F_{Q,x} \\ F_{Q,y} \end{pmatrix} = - \frac{Q_S^2}{16\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A3.3})$$

Des Weiteren wirkt das äußere elektrische Feld \vec{E}_D auf die Punktladung Q_S und erzeugt eine Kraft \vec{F}_c von der Oberfläche weg:

$$\vec{F}_c = \begin{pmatrix} F_{c,x} \\ F_{c,y} \end{pmatrix} = \vec{E}_D \cdot Q_S \quad (\text{A3.4})$$

Die Summe dieser Kraftwirkungen ergibt die Zugkraft \vec{F}_S welche am Dendriten zieht:

$$\vec{F}_S = \begin{pmatrix} F_{S,r} \\ F_{S,y} \end{pmatrix} = \vec{F}_Q + \vec{F}_C \quad (\text{A3.5})$$

Durch Einsetzen von Gleichungen (A3.3) und (A3.4):

$$\vec{F}_S = \begin{pmatrix} F_{S,r} \\ F_{S,y} \end{pmatrix} = -\frac{Q_S^2}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \vec{E}_D \cdot Q_S \quad (\text{A3.6})$$

Bei der Berechnung der Dendritenladung Q_S mit Hilfe von $Q_{S, Norm}$ (siehe Gleichung (5.62)):

$$Q_S = E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right) \quad (\text{A3.7})$$

wird von einem Ladungsgleichgewicht ausgegangen. Gleichung (A3.7) wird in Gleichung (A3.6) eingesetzt. Da die radiale Kraftkomponente $F_{S,r} = 0$ ist, wird nur die Kraftkomponente in y -Richtung betrachtet:

$$F_{S,y} = F_{Q,y} + F_{C,y} \quad (\text{A3.8})$$

$$\text{mit } F_{Q,y} = -\frac{E_{D,y}^2 \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)^2}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2}; \quad F_{C,y} = E_{D,y}^2 \cdot h_S \cdot Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)$$

In Abbildung A3.3 ist die Zugkraft $F_{S,y}$ dargestellt:

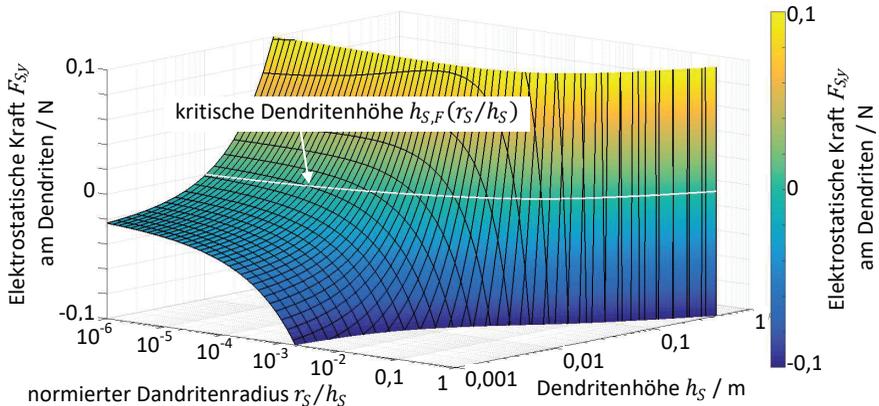


Abbildung A3.3: Elektrostatistische Kraftwirkung $F_{S,y}$ auf einen Dendriten in Abhängigkeit von dessen Höhe h_S und dem normierten Radius r_S/h_S bei einer Feldstärke von 1000V/mm und einer Dielektrizität von $\varepsilon_{r,S}=1$.

Die kritische Höhe eines Dendriten $h_{S,F}$, ab der die Coulombkraft im statischen Feld überwiegt, auch statische Dendritenabrisshöhe genannt, ist:

$$F_{Q,y} = F_{c,y} \tag{A3.9}$$

$$h_{S,F} = \frac{Q_{S,Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)}{16\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2}$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung A3.4.

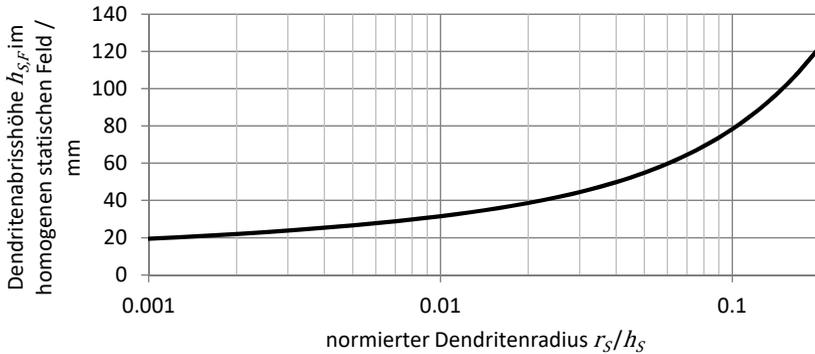


Abbildung A3.4: Dendritenabrisshöhe $h_{S,F}$ in Abhängigkeit des normierten Radius r_S/h_S im statischen elektrischen Feld mit $\varepsilon_{R,S}=1$.

Wie zu erkennen, muss der Dendrit, im Verhältnis zu der Sensorgeometrie, sehr lang sein, um abzureißen. Es besteht die Gefahr, dass bei ausreichend kleinen Gasgeschwindigkeiten die Dendriten die Elektroden kurzschließen können. Für größere normierte Dendritenradien wird die kritische Höhe größer.

Hiermit ist gezeigt, dass die Dendriten im elektrostatischen Fall durch ein Zusammenspiel von Volumenstrom und elektrostatischer Kraftwirkung abreißen.

Die Vermutung ist, dass die Dendriten durch die Ausrichtung gestreckt und dadurch leichter vom Gasstrom erfasst werden.

A3.3 Elektrischer Ersatzschaltplan des Dendriten

Der Ruß, aus dem die Dendriten bestehen, hat eine geringe Leitfähigkeit. Der spezifische Widerstand wird mit Hilfe einer Leitfähigkeitsuntersuchung von Mischungen aus Ruß und Nichtleiter abgeschätzt (siehe Abbildung A3.5):

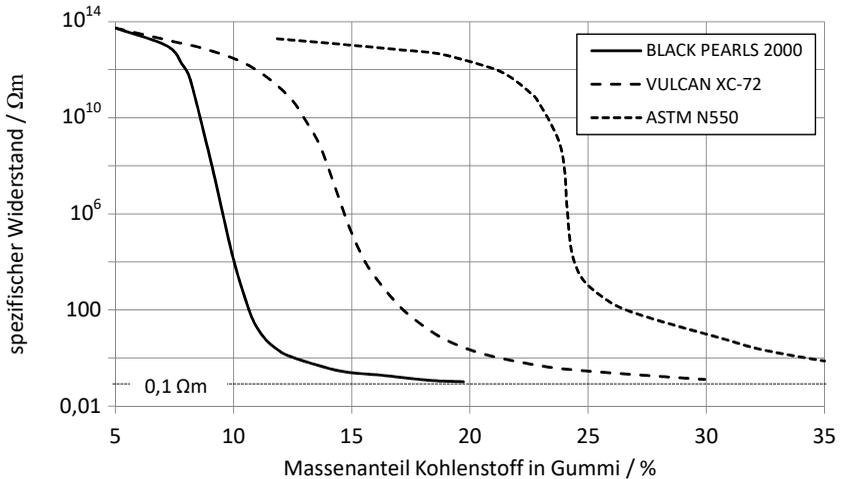
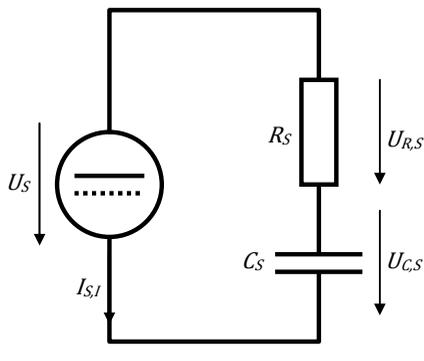


Abbildung A3.5: Perkulationskurve in der EPDM-Testformulierung von Ruß verschiedener Typen der Firma CARBOT. Diese sind durch Verbrennung erzeugt und haben einen kleinen Primärpartikeldurchmesser ähnlich wie Dieselruß. Um die Leitfähigkeit von Gummi kontrolliert zu erhöhen, finden diese Ruße Verwendung.

Hierbei wird Ruß in verschiedenen Konzentrationen mit einem gut isolierenden Material, z.B. Gummi, vermischt und die Leitfähigkeit bestimmt. Zu erkennen ist, dass sich die Leitfähigkeit ab einer bestimmten Rußkonzentration nicht weiter ändert. Dieser Leitfähigkeitsgrenzwert wird als Schätzwert verwendet, da sich hier alle Rußpartikel berühren. In diesem Fall:

$$\rho_{Ru\beta} \cong 0,1 \Omega m \quad (A3.10)$$

Durch den spezifischen Widerstand kann ein Dendrit als RC-Glied aus einem Widerstand und einem Kondensator betrachtet werden:



Symbol	Angenäherte Dendriteneigenschaft
R_S	Innerer Widerstand
$U_{R,S}$	Innere Spannungsdifferenz
C_S $U_{C,S}$	Die Dendritenladung $Q_S = C_S \cdot U_{C,S}$
U_S	Potential des ungestörten Feldes an der Ladungsposition
$I_{S,I}$	Innerer Stromfluss

Abbildung A3.6: Dendriten Ersatzschaltplan

Mit folgenden Schätzwerten:

- Durch Betrachtung des Dendriten als Stab mit konstantem Durchmesser über die Höhe, wird der innere Widerstand mit Hilfe des spezifischen Widerstands von Ruß $\rho_{Ru\beta}$ und dem Quotienten aus Ladungsschwerpunkthöhe ($h_S \cdot f_Q$) und Querschnittsfläche der Dendriten ($\pi \cdot r_S^2$) berechnet:

$$R_S = \rho_{Ru\beta} \cdot \frac{h_S \cdot f_Q}{\pi \cdot r_S^2} \quad (\text{A3.11})$$

- Die Spannung entspricht dem Eigenpotential des Dendriten im stationären Zustand, der entgegengesetzt gleich dem Potential des ungestörten Feldes ist (siehe Kapitel 5.5.1). Daher kann das Potential des ungestörten Feldes als angelegte Spannung interpretiert werden. Als Position wird die gewichtete Dendritenhöhe $h_S \cdot f_Q$ verwendet, mit der Feldstärke an der Elektrodenoberfläche (siehe Gleichung (5.38)):

$$U_S = E_{D,y} \cdot h_S \cdot f_Q \quad (\text{A3.12})$$

- Die Ersatzkapazität wird mit Hilfe der berechneten Dendritenladung Q_S (siehe Gleichungen (5.62) und (5.63)) und der Spannung U_S (siehe Gleichung A3.12) berechnet:

$$C_S = \frac{Q_S}{U_S} = \frac{E_{D,y} \cdot h_S \cdot Q_{S,Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)}{E_{D,y} \cdot h_S \cdot f_Q} = \frac{Q_{S,Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)}{f_Q} \quad (\text{A3.13})$$

A3.4 Wirkung der gepulsten Hochspannung

A3.4.1 Einschaltvorgang

Um einen Dendrit von der Messelektrodenoberfläche abzulösen, muss die Kraftwirkung positiv sein, d.h. von der Oberfläche weg zeigen. Der Übergang erfolgt, wenn beide Kräfte \vec{F}_Q und \vec{F}_C (siehe Gleichungen (A3.3) und (A3.4)) gleich groß sind, d.h. $F_{S,y} = 0$ (siehe Gleichung (A3.8)).

Durch den inneren Widerstand der Dendriten führt schnelles Einschalten zu einem verzögerten Ladungsaufbau der Dendriten. Auf diese Weise wirkt ein starkes elektrisches Feld auf Dendriten mit reduzierter Ladung da die Ladezeit durch das RC-Verhalten zu kurz ist. Hierdurch wird die nötige Dendritenhöhe $h_{S,F}$ reduziert, ab der die Kraftwirkung von der Elektrodenoberfläche wegführt. Je niedriger die Dendritenladung, desto kleiner ist die kritische Höhe $h_{S,F}$ bei der der Abriss erfolgt.

Um die maximale Einschaltzeit zu bestimmen, wird vereinfacht, der Spannungsverlauf $U_{C,S}(t)$ des Dendritenersatzkondensators C_S betrachtet, mit innerem Ersatzwiderstand R_S .

$$U_{C,S}(t) = U_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right) \quad (\text{A3.14})$$

Die Einschaltkurve der Spannung des Hochspannungsfeldes (siehe Abbildung A3.8) wird zunächst nicht berücksichtigt, d.h. die Einschaltzeit der Hochspannung ist zunächst mit Null angesetzt. Die Ladung des Dendriten über die Zeit ist:

$$\begin{aligned} Q_S &= U_{C,S}(t) \cdot C_S \\ &= U_S \cdot C_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{A3.15})$$

Die Zugkraft in Abhängigkeit der Ladung ist (Durch Einsetzen von Gleichung (A3.15) für Q_S und (A3.12) für U_S in Gleichung (A3.8)):

$$\begin{aligned} F_{S,y} &= F_{Q,y} + F_{C,y} \quad (\text{A3.16}) \\ F_{S,y} &= \frac{1}{16\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S} \cdot f_Q^2} \cdot \frac{Q_S^2}{h_S^2} + E_{D,y} \cdot Q_S \\ F_{S,y} &= U_S \cdot C_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right) \cdot \left(-\frac{U_S \cdot C_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right)}{16\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2} + E_{D,y}\right) \\ &= E_{D,y}^2 \cdot h_S \cdot C_S \cdot f_Q \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right) \cdot \left(1 - \frac{C_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right)}{16\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S} \cdot h_S \cdot f_Q}\right) \end{aligned}$$

Die Zeit bis zum Erreichen des Kraftmaximums korreliert mit der nötigen Einschaltzeit und kann mit Hilfe der ersten Ableitung wie folgt bestimmt werden:

$$\frac{dF_{S,y}(t_{max})}{dt} = \frac{\exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)}{R_S} \cdot \left(E_{D,y} \cdot U_S - \frac{U_S^2 \cdot C_S \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{R_S \cdot C_S}\right)\right)}{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2} \right) \quad (A3.17)$$

Da die Kraftwirkung über die Zeit nur ein Maximum besitzt, entspricht dieser Zeitpunkt dem Nulldurchgang der Kraftänderung. Durch Einsetzen der Ersatzspannung U_S , der Ersatzkapazität C_S und des inneren Widerstands R_S (siehe Gleichungen (A3.12), (A3.13) und (A3.11)) zeigt sich, dass der Zeitpunkt nur von den Dendriteneigenschaften, d.h. $Q_{Ru\beta}$, h_S , r_S und $\varepsilon_{r,S}$, abhängt:

$$\begin{aligned} \frac{dF_{S,y}(t_{max})}{dt} &= 0 & (A3.18) \\ t_{max} &= -R_S \cdot C_S \cdot \ln\left(1 - \frac{E_{D,y} \cdot 8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2}{U_S \cdot C_S}\right) \\ t_{max} &= -\frac{Q_{Ru\beta} \cdot h_S}{\pi \cdot r_S^2} \cdot Q_{S,Norm}\left(\frac{r_S}{h_S}\right) \cdot \ln\left(1 - \frac{8\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S}{Q_{S,Norm}\left(\frac{r_S}{h_S}\right)}\right) \end{aligned}$$

Bisher wurde der Einschaltvorgang als unendlich schnell angenommen. Durch die Annahme, dass die angelegte Hochspannung bis zum Erreichen der maximalen Hochspannung linear ansteigt, ist die maximale Einschaltzeit das Doppelte des Kraftmaximumzeitpunktes t_{max} , da es doppelt so lange braucht, Energie in die Dendriten zu laden:

$$T_{Ein} = 2 \cdot t_{max} \quad (A3.19)$$

Das Ergebnis zeigt Abbildung A3.7:

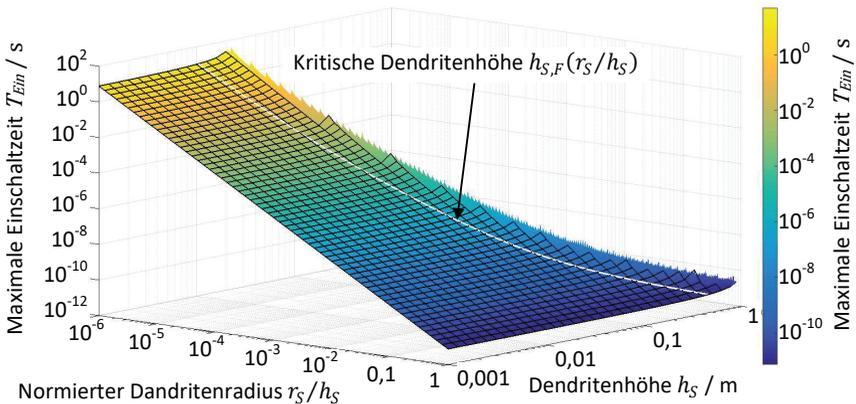


Abbildung A3.7: Die Einschaltzeit, um die maximal wirksame positive Kraft auf den Dendrit zu erhalten, in Abhängigkeit von dessen Höhe h_S und dem normierten Radius r_S/h_S mit einer Dielektrizität von $\varepsilon_r=1$ und einem spezifischen Widerstand von $Q_{Ru\beta}=0,1\Omega m$.

Zu sehen ist, dass die optimale Einschaltzeit T_{Ein} für Dendritenhöhen h_S , kleiner der kritischen Dendritenhöhe $h_{S,F}$, nur vom normierten Dendritenradius r_S/h_S abhängig ist.

Wenn langsamer eingeschaltet wird, werden die Dendriten ebenfalls abgelöst, allerdings bei kleinerem elektrischem Feld. Die maximale Kraft ist dabei abhängig von der Feldstärke $E_{D,y}$ und der Dendritenhöhe h_S . Um den Kraftverlauf über die Zeit zu betrachten, wird dieser iterativ berechnet (siehe Tabelle A3.1).

Auflösung	$\Delta t = \frac{T_{Ein}}{200}$	
Ersatzwiderstand	$R_S = Q_{RuB} \cdot \frac{h_S \cdot f_Q}{\pi \cdot r_S^2}$	siehe Gleichung (A3.11)
Ersatzkondensator	$C_S = \frac{Q_{S, Norm} \left(\frac{r_S}{h_S} \right)}{f_Q}$	siehe Gleichungen (A3.13) und (5.63)
Startwerte:	$t_0 = 0; U_{C,S,0} = 0$	
Iteration zur diskreten Berechnung des Einschaltvorgangs		
Elektrisches Feld	$E_{D,y,i} = E_{D,y} \cdot \begin{cases} \frac{t_i}{T_{Ein}}; & t_i < T_{Ein} \\ 1; & t_i \geq T_{Ein} \end{cases}$	
Ersatzspannung	$U_{S,i} = E_{D,y,i} \cdot h_S \cdot f_Q$	siehe Abbildung A3.6 und Gleichung (A3.12)
Spannung am Ersatzkondensator	$U_{C,S,i} = \frac{U_{S,i} - U_{C,S,i-1}}{R_S \cdot C_S} \cdot \Delta t + U_{C,S,i-1}$	siehe Abbildung A3.6
Dendritenladung	$Q_{S,i} = C_S \cdot U_{C,S,i}$	siehe Gleichung (A3.13)
Spiegelkraft	$F_{Q,y,i} = - \frac{Q_{S,i}^2}{16\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,S} \cdot f_Q^2 \cdot h_S^2}$	siehe Gleichung (A3.3)
Coulombkraft	$F_{C,y,i} = E_{D,y,i} \cdot Q_{S,i}$	siehe Gleichung (A3.4)
Res. Zugkraft	$F_{S,y,i} = F_{Q,y,i} + F_{C,y,i}$	siehe Gleichung (A3.5)
Iterativer Zeitpunkt	$t_{i+1} = t_i + \Delta t$	

Tabelle A3.1: Iteration zur Berechnung des Einschaltvorgangs

Das Ergebnis zeigt Abbildung A3.8:

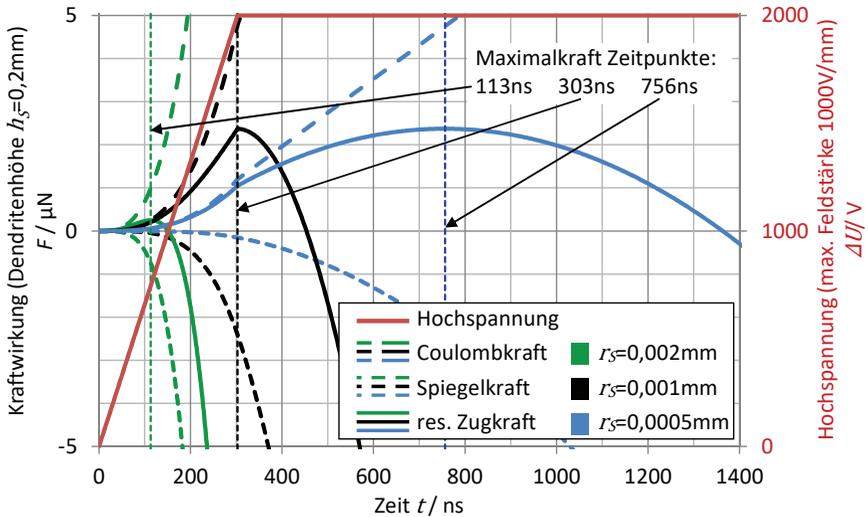


Abbildung A3.8: Betrachtung der Wirkung des Einschaltvorgangs des E-Feldes (max. 1000V/mm) auf einen Dendriten mit einer Höhe von $h_s=0,2\text{mm}$, einem spezifischen Widerstand von $\varrho_{\text{RuB}}=0,1\Omega\text{m}$ und einer angenommenen Dielektrizität von $\epsilon_{r,s}=1$ bei verschiedenen Dendritenradien r_s .

Die Zugkraft steigt mit der Dendritenhöhe h_s und der elektrischen Feldstärke $E_{D,y}$. Die maximale Zugkraft ist unabhängig von der Einschaltgeschwindigkeit T_{Ein} . Wird die Hochspannung langsamer eingeschaltet, ist die maximale Zugkraft an den Dendriten deutlich kleiner, jedoch weiterhin positiv, d.h. von der Oberfläche weg gerichtet.

A3.4.2 Ausschaltvorgang

Die Spannung sollte langsam ausgeschaltet werden, da hier ein Mitführen der Dendritenladung wünschenswert ist, um eine zusätzliche Kraft in Richtung Drahtoberfläche zu vermeiden. Zum Verständnis trägt die Grenzwertbetrachtung bei, indem von der Vorstellung ausgegangen wird, dass das elektrische Feld schlagartig ausgeschaltet wird. In diesem Fall würden die Dendriten noch ihre Maximale Ladung tragen. Die Zugwirkung der Coulombkraft wäre schlagartig null und würde nicht mehr der anziehenden Spiegelkraft entgegen wirken. Durch diese Spiegelkraft würden die Dendriten, insbesondere deren Spitzen, auf die Oberfläche der Messelektrode gezogen. Vorstellbar ist ein Zusammensacken der Dendriten und eine Vergrößerung von deren Radien. Dieses muss noch untersucht werden.

A3.5 Versuchsergebnisse zur Wirkung der gepulsten Hochspannung

Es wurde für die Versuche eine gepulste Hochspannung hergestellt. Der Spannungsverlauf ist mit einem Oszilloskop aufgezeichnet und in Abbildung A3.9 und Abbildung A3.10 dargestellt.

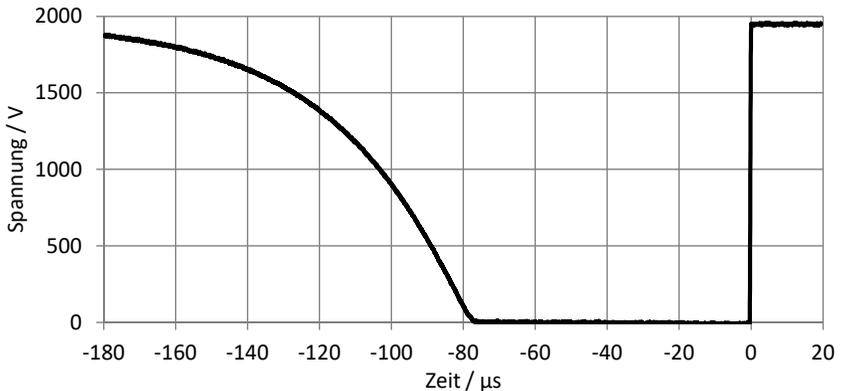


Abbildung A3.9: Oszilloskopaufnahme des zeitlicher Verlaufs der gepulsten Hochspannung (1kHz)-- Ausschaltvorgang

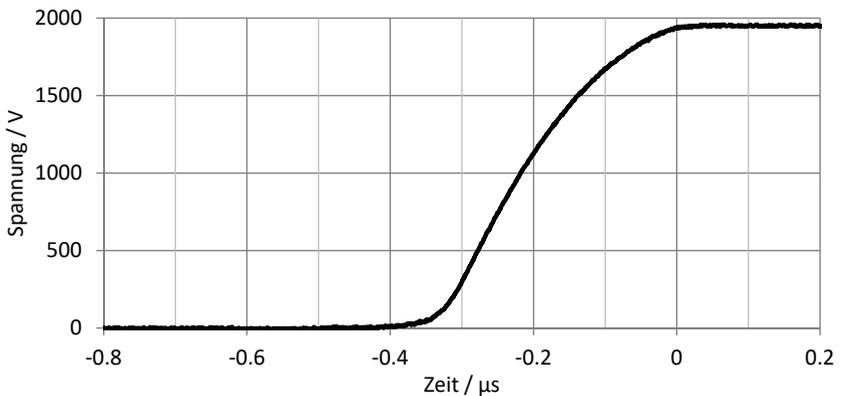


Abbildung A3.10: Oszilloskopaufnahme des zeitlicher Verlauf der gepulsten Hochspannung (1kHz) – Einschaltvorgang

Qualitative Untersuchungen bezüglich Verschmutzung und Messsignalrauschen haben gezeigt, dass die Reinigungswirkung der Hochspannungspulse besonders gut ist, wenn langsam Ausgeschaltet und schnell Eingeschaltet wird (siehe Tabelle A3.2). Die Reinigungswirkung ist hierbei nicht nur auf die Messelektrode beschränkt, sondern wirkt sich auf alle im elektrischen Feld befindlichen Teile aus.

Ausschaltzeit	Einschaltzeit	Qualitative Beurteilung
0,3 μ s	100 μ s	ausreichend
100 μ s	100 μ s	befriedigend
0,3 μ s	0,3 μ s	gut
100 μ s	0,3 μ s	sehr gut

Tabelle A3.2: Reinigungswirkung durch die gepulste Hochspannung

Die Reinigungswirkung im optimalen Fall (schnell Ein, langsam Aus) wird in Abbildung A3.11 gezeigt.

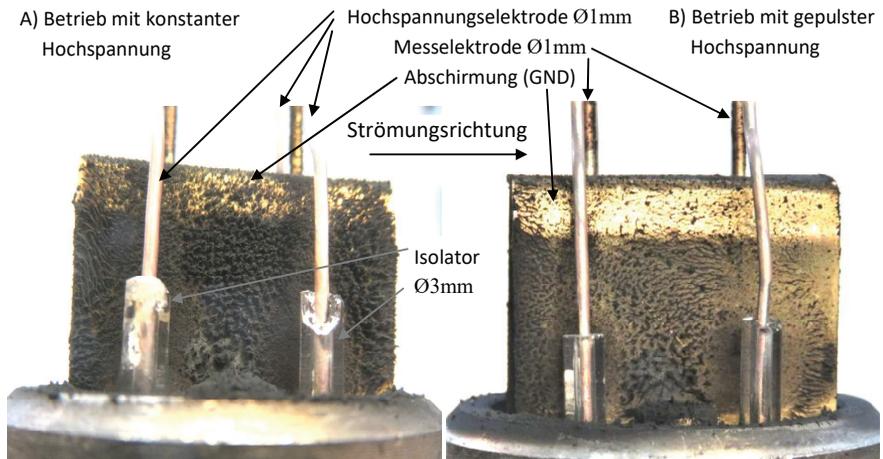


Abbildung A3.11: Verschmutzung des Sensors A) ohne und B) mit Pulshochspannung nach identischem Messablauf. Die angelegte gepulste Hochspannung hat einen Maximalwert von 2000V, 100 μ s Ausschaltzeit und 0,3 μ s Einschaltzeit. Elektrodenabstand 8mm, Elektrodendurchmesser 1mm.

A3.6 Zusammenfassung

Die Theoretischen Überlegungen zeigen, dass die maximale Zugkraft an den Dendriten erreicht wird, wenn das elektrische Feld schnell genug aufgebaut wird. Je kürzer demnach die Einschaltzeit, desto besser die Reinigungswirkung.

Die aus der Theorie hergeleitete Vermutung, dass ein zu schnelles Ausschalten die Dendriten fester an die Oberfläche bindet, ist als plausibel zu betrachten, da ein langsames Ausschalten einen positiven Effekt auf die Reinigungswirkung hat.

Ein möglicher Versuch, um die Wirkung der Pulshochspannung quantitativ beschreiben zu können, ist die Stärke des Messsignalrauschens bei konstanter Rußkonzentration zu erfassen und mit verschiedenen Hochspannungspulsen zu korrelieren.

So kann z.B. das Rauschen als Standardabweichung quantisiert und über die Einschaltzeit aufgetragen werden.

Zusammenfassend sind folgende Wirkungen zu erwarten:

- Reduzierung des Messsignalrauschens
- Erweiterung des linearen Bereiches Richtung höherer Rußkonzentrationen
- Geringere Verschmutzungen
- Eine schnellere Reaktion des Messsignals auf Rußkonzentrationsänderungen

Eine Verbesserung der theoretischen Überlegungen ist ebenfalls denkbar. So sind folgende Einflüsse nur unzureichend berücksichtigt worden z.B.:

- Die Kontaktelektrizität von Ruß zur Elektrodenoberfläche.
- Die Adhäsionskräfte durch die Oberflächenspannung
- Die Van-der-Waals Kräfte
- Die genaue Struktur und Dichte der Dendriten
- Die unbekannte Dielektrizität
- Betrachtung der Ladungsverteilung an der Dendritenoberfläche

A3.7 Fazit

Es ist eine deutliche Reinigungswirkung, insbesondere an den Abschirmungen, durch möglichst schnelles wiederholtes Einschalten der Hochspannung festzustellen. Das Ausschalten sollte hierbei möglichst langsam erfolgen.

Verwendete Abkürzungen

i.A.	im Allgemeinen
d.h.	dass heißt
OBD	„On-Board-Diagnose“
z.B.	zum Beispiel
bzw.	beziehungsweise
ca.	in etwa (circa)
geom.	geometrisch
g.Mittel.	geometrischer Mittelwert
gSD	geometrische Standardabweichung
LNVT	Logarithmische Normalverteilung
LI ² SA	Laser Induced Incandescence Soot Analyser
BAuA	Bundesanstalt für Arbeitsschutz und Arbeitsmedizin
SMPS	Scanning Mobility Particle Sizer
RDMA	Radial Differential Mobility Analyzer
CPC	Condensation Particle Counter
PAHs	polyzyklische aromatische Kohlenwasserstoffe
FMPS	Fast Mobility Particle Sizer
TÜV	Technischer Überwachungsverein
PTB	Physikalisch-technische Bundesanstalt
log.	logarithmisch

Konstanten

$k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	Boltzmann-Konstante
$q_e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	Ladung eines Elektrons
$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm}$	Elektrische Feldkonstante

Formelzeichen

A	Fläche
A_D	Messelektrodenoberfläche
a_N	Proportionalitätsfaktor der Primärpartikelanzahl
A_P	Partikelprojektionsfläche
a_{AP}	Faktor aus mittleren Anzahl- und Projektionsflächendurchmesser
A_{PP}	Projektionsfläche der Primärpartikel
$\vec{a}_{P,t}$	Partikelbeschleunigung
a_V	Faktor zwischen Anzahl- und Volumendurchmesser
C	Kapazität
C_C	Cunningham-Slipkorrektur
c_d	Reibungs-Widerstandsbeiwert
$c_{d,C}$	Cunningham korrigierter Reibungswiderstandsbeiwert
$c_{d,Stokes}$	Reibungswiderstandsbeiwert nach Stokes
C_I	Influenz Kapazität
c_r	Dendriten Linienladung Korrekturfaktor
$c_{r,i}$	Diskreter Dendriten Linienladung Korrekturfaktor
$c_{Ru\beta}$	Konzentration der Rußmasse
C_S	Ersatzkapazität eines Dendriten
\vec{D}	Elektrische Flussdichte
$d_{A,Prim}$	Mittlerer Projektionsflächendurchmesser der Primärpartikel
d_D	Durchmesser der Messelektrode

D_f	fraktale Dimension
d_H	Abstand zwischen Mess- und Hochspannungselektrode
d_M	Lennard-Jones-Stoßdurchmesser des Trägergases
d_P	charakteristischer Durchmesser oder auch "Gyrationsdurchmesser"
$d_{P,A}$	äquivalenter Durchmesser der Partikelprojektionsfläche
$d_{P,C}$	Minstdurchmesser zum Tragen einer Partikelladung (Ladungsgrenzpartikeldurchmesser)
$d_{P,n>0}$	Grenzpartikeldurchmesser für multiple Partikelladungen
$d_{Prim,k}$	Mittlerer Durchmesser von klassierten Primärpartikeln der Klasse k
d_{Prim}	Durchmesser der Primärpartikel
$d_{V,Prim}$	Mittlerer Volumendurchmesser der Primärpartikel
\vec{E}	elektrisches Feld
$\nabla \vec{E} $	Gradient des elektrischen Feldes
\vec{E}_D	elektrisches Feld an der Messelektrodenoberfläche
$E_{D,r}$	Radiale Komponente des elektrischen Feldes an der Messelektrodenoberfläche
$E_{D,y}$	Kartesische y-Komponente des elektrischen Feldes an der Messelektrodenoberfläche
\vec{E}_P	Elektrisches Feld einer Punktladung
\vec{E}_{PC}	Inneres Feld eines Partikellersatzkondensators
\vec{E}_{PI}	Inneres Feld eines Partikels
\vec{E}_S	elektrisches Feld eines Stabes / Dendriten
\vec{e}_E	Einheitsvektor des elektrischen Feldes
\vec{e}_r	Radialer Einheitsvektor des elektrischen Feldes
\vec{F}_C	Coulombkraft
\vec{F}_{C-}	Coulombkraft auf negative Ladungsträger
\vec{F}_{C+}	Coulombkraft auf positive Ladungsträger
<i>Fehler</i>	Abweichung vom Soll (1/100 Prozent)

\vec{F}_I	Kraftwirkung durch inhomogenes elektrisches Feld
f_n	Wahrscheinlichkeit für n Elementarladungen
\bar{f}_n	Mittlere Anzahl Elementarladungen
$\overline{f_{n>0}}$	Mittlere Anzahl Elementarladungen geladener Partikel
\vec{F}_R	Reibungskraft der Partikel
f_s	Kraftverhältnis von Coulombkraft und thermischer Kraft zwischen Partikeln (Hilfsgröße)
F_{Sensor}	Skalierungsfaktor des Sensors
f_Q	Normierter Ladungsschwerpunkt eines Dendriten
\vec{F}_Q	Anziehende Kraft eines Dendriten in Richtung Messelektrode
$F_{Q,r}$	Radiale Komponente der anziehende Kraft eines Dendriten in Richtung Messelektrode
$F_{Q,y}$	y-Komponente der anziehende Kraft eines Dendriten in Richtung Messelektrode
\vec{F}_S	Resultierende Kraftwirkung auf einen Dendriten
$F_{S,y}$	Kartesische y-Komponente der resultierenden Kraftwirkung auf einen Dendriten
h	Höhenposition des charakteristischen Dendriten
h_S	Dendritenhöhe
$h_{S,F}$	Kritische Dendritenhöhe (maximal mögliche Dendritenabrisshöhe)
i	Zählende Iterationsvariable
j	Laufvariable
I_S	Ladungsstrom an der Messelektrode
$I_{S,M}$	Gemessener Ladungsstrom an der Messelektrode
k	Klassennummer
K_{Geo}	Geometrische Klassenbreite über eine logarithmische Achse
K_{Kon}	Konstante Klassierbreite über eine lineare Achse
Kn	Knudsen-Zahl
$k_{Ru\beta}$	Trübungskoeffizient des Abgases

k_V	Kalibrierfaktor der Volumenstrommessung für die Verdünnung
K_{Verd}	Korrekturfaktor für Partikelanzahlmessung
l_D	Wirksame Elektrodenlänge
\dot{m}_A	Massenstrom durch Fläche A
m_M	Mittleres Molekulargewicht des Trägergases
m_P	Partikelmasse
n	Anzahl Elementarladungen
n_G	Moleküldichte des Trägergases
N_G	Molekülanzahl
\dot{n}_P	Anzahl Partikel pro Sekunde
$n_{P,k}$	Anzahl Partikel in der Klasse k (Größenverteilung)
N_{PP}	Zahl der Primärpartikel im Partikel
$n_{prim,k}$	Anzahl Primärpartikel in der Klasse Nr. k (Größenverteilung)
$n_{Ru\beta}$	Rußpartikel Anzahlkonzentration
\dot{n}_S	Anzahl abreißender Dendriten pro Sekunde
\dot{n}_T	Anzahl Ladungstransporte durch Dendriten pro Sekunde
p	Absolutdruck
Δp	Differenzdruck an der Messblende zur Bestimmung des Verdünnungsluftvolumenstroms
$P(r, \varphi)$	Punkt im Raum (Polarkoordinaten)
$P_A(r_S, h)$	Punkt auf der Dendritenoberfläche
$P_0(r_D, \varphi_L)$	Partikel Landungsort (Polarkoordinaten)
q_-	Negative Influenzladung
q_+	Positive Influenzladung
Q_P	Ladung eines Partikels
\overline{Q}_P	Mittlere Ladung eines Partikels
q_P, q_1, q_2	Punktladung

Q_S	Dendritenladung
$Q_{S, Norm}$	Normierte Dendritenladung
r	Radiale Position
Δr	Diskrete Auflösung des Radius r
r'	Abstand zur Hochspannungselektrode 1
r''	Abstand zur Hochspannungselektrode 2
r_D	Radius des Messelektrodendrahtes
Re	Reynoldszahl
R_M	Messwiderstand
$r_{S, Form}(h)$	Elektrische Feldform des Dendriten
r_Q	Abstand zur Dendritenoberflächenladung
r_Q'	Abstand zur Spiegelladung der Dendritenoberflächenladung
r_M	Abstand zur Dendritenladung (Mittelachsenposition)
r_M'	Abstand zur Dendritenspiegelladung (Mittelachsenposition)
r_F	Abstand zur Dendritenladung im Raum (Mittelachsenposition)
r_F'	Abstand zur Dendritenspiegelladung im Raum (Mittelachsenposition)
$r_{M, Norm}$	Normierter Abstand zur Dendritenladung (Mittelachsenposition)
$r'_{M, Norm}$	Normierter Abstand zur Dendritenspiegelladung (Achsenposition)
r_S	Dendritenradius
$r_{S, Norm}$	Normierter Dendritenradius
R_S	Elektrischer Widerstand eines Dendriten
SD	Standardabweichung
S_I	Berechnete Empfindlichkeit des Messsignals für einzelne Partikel
$S_{I, M}$	Gemessene Empfindlichkeit des Messsignals verteilter Partikel
t	Zeit
Δt	Diskrete Auflösung der Zeit
T	Temperatur

T_B	Temperatur der Messblende zur Bestimmung des Verdünnungsluftvolumenstroms
T_{Ein}	Einschaltzeit der Hochspannung
t_{max}	Zeitpunkt der positiven Maximalkraft nach schlagartigem Feldaufbau
T_P	Beschleunigungszeitkonstante
t_V	Verweilzeit
ΔU	Spannungsdifferenz zwischen Mess- und Hochspannungselektrode
$U_{C,S}$	Spannung am Dendritenersatzkondensator
U_I	Influenz- Spannung
U_S	Dendriten Ersatzspannung
v_G	nominelle Gasgeschwindigkeit im Sensor
$v_{G,min}$	Minimale Gasgeschwindigkeit
\vec{v}_G	Gasgeschwindigkeit
$v_{G,r}$	Gasgeschwindigkeit, radiale Komponente
$v_{G,\varphi}$	Gasgeschwindigkeit, tangentielle Komponente
$v_{P,r}$	Partikeldriftgeschwindigkeit, radiale Komponente
$v_{P,\varphi}$	Partikeldriftgeschwindigkeit, tangentielle Komponente
v_G	Nominelle Gasgeschwindigkeit im Sensor (Quer zu den Elektroden)
$v_{Prim,k}$	Primärpartikelvolumen der Klasse k (Volumenverteilung)
\vec{v}_{res}	resultierende Partikelgeschwindigkeit
\vec{v}_P	Grenzdiftgeschwindigkeit der Partikel
$\overline{v_{P,n>0}}(t)$	Mittlere Driftgeschwindigkeit geladener Partikel
$\vec{v}_{P,t}(t)$	Driftgeschwindigkeit eines beschleunigten Partikels
V	Gasvolumen
\dot{V}_A	Aerosolvolumen pro Sekunde
V_P	Partikelvolumen
V_{PP}	Primärpartikelvolumen

V_S	Dendritenvolumen
\dot{V}_{SMPS}	Ansaugvolumenstrom der SMPS
\dot{V}_{Verd}	Volumenstrom der Verdünnungsluft
x	Kartesische x-Raumkoordinate des Dendritenfeldes
X	Kartesische x-Position im Raum
y	Kartesische y-Raumkoordinate des Dendritenfeldes
Y	Kartesische y-Position im Raum
Y_∞	Gas Eintrittshöhe
$Y_{P,\infty}$	Partikel Eintrittshöhe
$Y_{P,\infty,0^\circ}$	Partikel Eintrittshöhe bei 0° Landewinkel
z	Kartesische z-Raumkoordinate des Dendritenfeldes
α, β, γ	Parameter der Cunningham-Slipkorrektur
ε_r	Relative Permittivität des Trägergases
$\varepsilon_{r,S}$	Relative Permittivität der Dendriten
η	Dynamische Viskosität des Trägergases
λ	Mittlere freie Weglänge des Trägergases
ξ	Höhenlaufvariable
$\Delta\xi$	Diskrete Auflösung der Höhenlaufvariable
ρ_G	Dichte des Trägergases
$Q_{Ru\beta}$	spezifischer elektrischer Rußwiderstand
ρ_{Prim}	Dichte der Primärpartikel ($2\text{g}/\text{cm}^3$)
ρ_S	Charakteristische Dichte eines Dendriten
σ_{Geo}	geometrische Standardabweichung des Partikeldurchmessers
σ_{Prim}	geometrische Standardabweichung des Primärpartikeldurchmessers
σ_W	Wirkungsquerschnitt der Gasmoleküle
τ	Linienladung der Messelektrode
τ'	Spiegellinienladung der Messelektrode

τ_S	Linienladung der Dendriten
τ'_S	Linienladung der Dendriten, Näherung
$\tau_{S, Norm}$	Normierte Linienladung der Dendriten
$\tau'_{S, Norm}$	Normierte Linienladung der Dendriten, Näherung
φ	Raumwinkel
φ_L	Winkel des Partikellandungsortes auf der Messelektrode
$\Phi(r, \varphi)$	Potential des Sensors
Φ_0	Nullpotential
Φ_D	Potential an der Oberfläche der Messelektroden
$\Phi_{D, Norm}$	Normiertes Potential an der Oberfläche der Messelektroden
Φ_L	Potential einer Linienladung
Φ_P	Potential einer Punktladung
Φ_S	Potential eines Dendriten
$\Phi_{S, Norm}$	Normiertes Potential eines Dendriten
$\Phi'_{S, Eigen}$	Potential eines Dendriten ohne äußeres Feld, Näherung
$\Phi'_{S, Norm, Eigen}$	Normiertes Potential eines Dendriten ohne äußeres Feld, Näherung
Φ_v	Geschwindigkeits- Potential der Gasströmung
Ψ_v	Stromfunktion der Gasströmung

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1:	Gemessene Hysterese des Rußsensors nach Smolensky [13], [19]	2
Abbildung 2.1:	Prinzip des fotoakustischen Messverfahrens.....	5
Abbildung 2.2:	Prinzip des LI ² SA Verfahrens.....	6
Abbildung 2.3:	Prinzipskizze zur Funktionsweise eines Streulichtmessgerätes	7
Abbildung 2.4:	Prinzipskizze des Rußladungsmessverfahrens nach Pegasor [38].	8
Abbildung 2.5:	Prinzipskizze eines Fast Mobility Particle Sizer (FMPS) [41].....	9
Abbildung 2.6:	Prinzipskizze der Interdigitalelektrode eines resistiven Partikelsensors.....	10
Abbildung 2.7:	Skizze eines Opazimeters zur Messung der Abgastrübung.....	11
Abbildung 2.8:	Vergleichsmessung der Abgastrübung zur gravimetrisch bestimmten Rußkonzentration [13].....	13
Abbildung 2.9:	Skizze einer monopolen Partikelaufladung in einer Mischkammer	15
Abbildung 2.10:	Skizze zur Funktionsweise der radialen DMA.....	15
Abbildung 2.11:	Skizze eines Kondensations-Partikelzählers	16
Abbildung 2.12:	Zylinderbezogene Rußmessung mittels eines Ladungssensors am Abgaskrümmers eines 4 Zylinder Dieselmotors bei 1800 1/min, 50% Last und einer Bosch-Schwärzungszahl von 1,5. Die Zündfolge ist 1- 3-4-2.....	17
Abbildung 3.1:	Schematische Darstellung der Rußentstehung [48].....	21
Abbildung 3.2:	Schematischer Aufbau von Ruß [28]: A) Rußagglomerat aus kugelförmigen Primärpartikeln. B) Interne Struktur eines kugelförmigen Primärpartikels aus graphitischen Lagen. C) Grundeinheit eines Primärpartikels: geordnete Bereiche aus kleinen, parallelen Graphenen (2-dimensionale Kohlenstoff- modifikation aus verketteten Benzolringen).....	22
Abbildung 3.3:	Auswertung der experimentell (SEM) bestimmten Verteilung der Primärpartikelgröße von Partikeln einer Biomasseverbrennung [53]. Bestimmung des mittleren geometrischen Durchmessers und der geometrischen Standardabweichung der Anzahlverteilung im Vergleich zur Partikelvolumenverteilung.	24
Abbildung 3.4:	Beispiel von Rußpartikeln unterschiedlicher Fraktalität und deren Partikeldurchmesser [59]	25
Abbildung 3.5:	Abstrahierte Partikelformen, abhängig von der Fraktalität D_f	26

Abbildung 3.6:	Zusammenhang von mittlerem Partikeldurchmesser $d_{p,mittel}$ zur mittl. Fraktalität D_f [62] und der Partikelanzahlkonzentration (Primärpartikeldichte $\rho_{prim} = 2g/cm^3$) bei unterschiedlichen Primärpartikeldurchmessern d_{prim} und Standardabweichungen σ_{prim} (siehe Gleichungen (3.22) und (3.24)).....	29
Abbildung 3.7:	Cunningham-Korrekturfaktor (siehe Gleichung (3.38)) über die entsprechenden Partikelprojektionsflächendurchmesser $d_{p,A}$ bei $\lambda=97,5nm$ freier Weglänge, $p = 1013hPa$ Absolutdruck und einer Temperatur von $T = 413K (140^\circ C)$	33
Abbildung 3.8:	Boltzmann-Ladungsverteilung (siehe Gleichungen (3.39) und (3.40)) der Partikel bei $413K (140^\circ C)$ im Vergleich zu angenäherten Normalverteilungen (siehe Gleichungen (3.41) und (3.42))	35
Abbildung 3.9:	mittlere Anzahl Ladungsträger pro Partikel bei $413K (140^\circ C)$: mittlere Anzahl Elementarladungen aus Gleichung (3.43) mit der Näherung aus Gleichung (3.44) und der Ladungsgrenzpartikelgröße aus Gleichung (3.42); mittlere Anzahl Elementarladungen nur geladener Partikel aus Gleichung (3.45) mit der Näherung aus Gleichung (3.46) Grenzpartikelgröße für Einzelladungen aus Gleichung (3.47).....	36
Abbildung 3.10:	Prinzipdarstellung der Influenzwirkung auf Partikel: A) abstrahiertes elektrisch leitendes Partikel im elektrischen Feld mit dem Durchmesser d_p und der Projektionsfläche A_p . B) Kondensator mit identischer Ladungsverteilung.	38
Abbildung 4.1:	Prinzipskizze des Ladungssensors nach Smolenski [13]	40
Abbildung 4.2:	Geschwindigkeitsabhängigkeit des Sensors nach Smolenski [13].	41
Abbildung 4.3:	Abhängigkeit des Messsignals von der Sensorspannung U des Sensors nach Smolenski [13].	42
Abbildung 4.4:	Prinzipskizze des in dieser Arbeit behandelten Ladungssensors	44
Abbildung 4.5:	Nachweis des Ping-Pong-Effektes durch Aufheizen der Hochspannungselektrode des Sensors (siehe Abbildung 6.2) und Betrieb bei einer Gasgeschwindigkeit von $0,4 m/s$	45
Abbildung 5.1:	Funktionsbild und Definition der Variablen der Elektrodenanordnung (Querschnitt der Elektrodenanordnung in Relation zur Strömungsrichtung).....	48

Abbildung 5.2:	A) Potentialfeld (siehe Gleichung (5.9)), B) elektrisches Feld (siehe Gleichung (5.11)) und C) Feldgradient eines Messdrahtes (diskret mit Hilfe von Gleichung (5.11) berechnet) zwischen zwei Hochspannungsdrähten (Positionen $y=\pm 8\text{mm}$) mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$ und einem Drahtdurchmesser von 1mm	51
Abbildung 5.3:	Vergleich der influenzierten Kraftwirkung F_I (siehe Gleichung (5.14)) mit der Coulombkraft F_C (siehe Gleichung (5.15)) auf Partikel verschiedener Durchmesser d_p und Fraktalitäten D_f . Elektrische Feldstärke 1000V/mm , Primärpartikeldurchmesser 50nm	53
Abbildung 5.4:	Die maximale Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung (5.16)) der Partikel in Abhängigkeit der Partikelgröße und Fraktalität, sowie deren Reynoldszahlen (siehe Gleichung (5.17)). (Bedingungen im Sensor: $ \vec{E} =1000\text{V/mm}$, $T=413\text{K}$).	54
Abbildung 5.5:	Mittlere Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung (5.18)) in Abhängigkeit von Partikeldurchmesser d_p und –fraktalität D_f (Bedingungen im Sensor: $ \vec{E} =1000\text{V/mm}$, $T=413\text{K}$).	55
Abbildung 5.6:	Beschleunigung (siehe Gleichung (5.21)) und Geschwindigkeit (siehe Gleichung (5.19)) eines Partikels relativ zur Gasgeschwindigkeit: $d_p=1\mu\text{m}$; $D_f=2$; $d_{prim}=50\text{nm}$; $\rho_{prim}=2\text{g/cm}^3$; $T_f=2,96\mu\text{s}$; $v_f=5,2\text{mm/s}$ (Sensorbedingungen: $T=413\text{K}$, $d_H=8\text{mm}$, $d_D=1\text{mm}$, $\Delta U=2000\text{V}$).....	56
Abbildung 5.7:	Beschleunigungszeitglied (siehe Gleichung (5.20)) der durch die Coulombkraft beschleunigten Partikel (mit natürlicher Eigenladung nach Boltzmann) im E-Feld für verschiedene Fraktalitäten D_f (Primärpartikel $d_{prim}=50\text{nm}$; $\rho_{prim}=2\text{g/cm}^3$; Sensorbedingungen: $T=413\text{K}$, $d_H=8\text{mm}$, $d_D=1\text{mm}$, $\Delta U=2000\text{V}$).....	57
Abbildung 5.8:	Stromlinien(siehe Gleichung (5.23)) und Geschwindigkeiten (siehe Gleichung (5.26)) einer stationären Potentialströmung um einen Draht mit 1mm Durchmesser.	59
Abbildung 5.9:	Flugbahn der Partikel beim Landen auf der Drahtoberfläche (Berechnung siehe Tabelle 5.2): A) bei konstanter Gasgeschwindigkeit von $v_G=0,2\text{m/s}$, um die verschiedenen Landeortwinkel sichtbar zu machen, B) bei maximalem Landewinkel von $\varphi_L=0^\circ$ und verschiedenen Gasgeschwindigkeiten. (Parameter: Partikeldurchmesser $d_f=100\text{nm}$; Fraktalität $D_f=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$).....	62

Abbildung 5.10:	Partikeleintrittshöhe $Y_{P,\infty}$ über die Landungsortwinkel φ_L bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten v_G . (Parameter: Partikeldurchmesser $d_P=100\text{nm}$; Fraktalität $D=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{Prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$). Berechnet mit Hilfe der Iteration aus Tabelle 5.2.....	63
Abbildung 5.11:	Verschiedene iterativ berechnete Partikeleintrittshöhen $Y_{P,\infty}$ (siehe Tabelle 5.2) über die verschiedenen Gasgeschwindigkeiten v_G bei maximalem Landewinkel von $\varphi_L=0^\circ$ im Vergleich zur näherungsweise berechneten (siehe Gleichung(3.35)). (Parameter: Partikel-Durchmesser $d_P=100\text{nm}$; Fraktalität $D=2$ (siehe Kapitel 3.1.5), Primärpartikeldurchmesser $d_{Prim}=50\text{nm}$. Der Messdrahtdurchmesser ist $2r_D=1\text{mm}$ und der Abstand zur Hochspannungselektrode ist $d_H=8\text{mm}$ mit einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000\text{V}$).....	64
Abbildung 5.12:	Dendriten auf der Messelektrode nach Beendigung einer Messung	66
Abbildung 5.13:	Skizze eines Stabes (Dendrit) im E-Feld auf einer elektrisch leitenden Oberfläche und entsprechender Spiegelladung.....	66
Abbildung 5.14:	Überlagerte Potentiale bei einem normierten Dendriten mit normiertem Radius 0,1; Dargestellt sind die Linien gleichen Potentials und die angenäherte Dendritenform (schwarz Unterlegt, siehe Gleichung (5.69)). Die weißen Linien deuten die angenommene Dendritenform an. A) Durch das homogene elektrische Feld gegebene Potential ϕ_D (siehe Gleichung (5.39)). B) Durch die Ladungen entlang des Dendriten erzeugtes Potential $\phi_{S,Eigen}$ (siehe Gleichung (3.52)). C) Skalarfeld des Potentials eines Dendriten $\phi_S = \phi_D - \phi_{S,Eigen}$ im elektrischen Feld (siehe Gleichung(5.56)). D) Farbskala der Darstellungen.	68
Abbildung 5.15:	Ladungsverteilung entlang des Stabes mit der Ladungsposition auf der Mittelachse (sieheTabelle 5.3, Gleichung (5.52) und (5.60)).....	72
Abbildung 5.16:	Standardabweichung SD der Näherungen für die Ladungsverteilungen in Abhängigkeit des Stabradius $r_{S, Norm}$ und der diskreten Auflösung $\Delta\xi$ (siehe Gleichungen (5.55), (5.53) und (5.54)).	74
Abbildung 5.17:	Standardabweichung SD zwischen vom Dendriten erzeugten eigenem Potential $\phi'_{S, Norm, Eigen}$ und dem durch das äußere Feld gegebenen Potential $\phi_{D, Norm}$ mit und ohne Korrektur bei einer Auflösung von $\Delta\xi=1/1000$ (siehe Gleichungen (5.52), (5.57), (5.59) und (5.60))..	75

Abbildung 5.18:	Normierte Dendritenladung $Q_{S, Norm}$ über den normierten Dendritenradius $r_{S, Norm}$ aufgetragen (siehe Gleichungen (5.53), (5.61)). Eine heuristische Funktion wurde an die berechneten Ladungen (diskrete Auflösung $\Delta\xi=0,0001$) für Radien im Bereich $0,0001 < r_{S, Norm} < 0,2$ angepasst.....	76
Abbildung 5.19:	A) Darstellung des normierten Potentials (siehe Gleichungen (5.66) und (5.68)) und B) Darstellung der normierten, analytischen Näherung des E-Feldes (siehe Gleichungen (5.65) und (5.67)) eines Stabes mit normiertem Radius $r_{S, Norm} = 0,1$. Die weißen Linien wurden nachträglich in die berechneten Felddarstellungen eingefügt, um die Genauigkeit der angenommenen Stabform zu zeigen. Der schwarze Bereich zeigt die elektrische Form (siehe Gleichung (5.69)) als Ergebnis der Näherung.....	78
Abbildung 5.20:	mittlere Partikeldriftgeschwindigkeit (siehe Gleichung(5.18)=(5.77)) bei Sensorbedingungen (Parameter: Fraktalität siehe Gleichungen (3.22)=(5.75) und (3.23)=(5.76), geometrische Standardabweichung der Primärpartikel $\sigma_{Prim}=1,3$. Sensorabmessungen siehe Abbildung 6.2 bei einer Spannungsdifferenz von $\Delta U=2000V$).	81
Abbildung 5.21:	A) Verhältnis der Ströme an der Messelektrode durch Abtransport durch Dendriten und dem Antransport durch die Eigenladungen der Partikel (siehe Gleichung (5.88)). B) Normierte Grenzradien ab der der Einfluss der Partikeleigenladung signifikant wird. Als Dendritendichte wurde $\sigma_S=0,55g/cm^3$ angenommen. Die Primärpartikel mit Durchmesser $d_{Prim}=50nm$, geom. Standardabweichung $\sigma_{Prim}=1,3$ und einer Dichte von $\rho_{Prim}=2g/cm^3$	83
Abbildung 5.22:	Überblick über die Gleichungen zur Berechnung des Sensormesssignals I_S	85
Abbildung 6.1:	Skizze des Versuchsaufbaus.	89
Abbildung 6.2:	Sensorskizze mit Bemaßungen und Rußsensor in Einbauposition.....	90
Abbildung 6.3:	Gemessene Partikelgrößenverteilung bei $c_{Ruß}=15 mg/m^3$ Rußemission im Vergleich mit der Hintergrundpartikelverteilung. Die Abgasprobe wurde im Verhältnis 17:1 mit gefilterter Luft verdünnt. Angepasste logarithmische Normalverteilung, kurz LNVT, der Größenverteilung: geom. Standardabweichung $\sigma_{Geo}=1,51$ und mittlerer geom. Durchmesser $d_{Geo}=130nm$	93
Abbildung 6.4:	Charakterisierung des Dieselmotorabgases über die Rußkonzentration $c_{Ruß}$. Aufgetragen sind der mittlere geometrische Partikeldurchmesser d_{Geo} und die geometrische Standardabweichung σ_{Geo} der gemessenen Partikelgrößenverteilungen.	93

Abbildung 6.5:	Vergleich der gemessenen mit der berechneten Partikelanzahlkonzentration $n_{Ru\beta}$, aufgetragen über die Rußmassenkonzentration $c_{Ru\beta}$ (siehe Gleichungen (3.24)=(6.8), (3.22), (3.23)=(6.9) und (6.10)). Für die berechneten Konzentrationswerte $n_{Ru\beta}$ wurden verschiedene Primärpartikeldurchmesser d_{Prim} mit unterschiedlicher geometrischer Standardabweichung σ_{Prim} verwendet. 95
Abbildung 6.6:	Die Empfindlichkeit (siehe Gleichung (6.11) des Messsignals mit Primärpartikeln mit einer Dichte von $\rho_{Ru\beta}=2g/cm^3$, einem mittleren geom. Durchmesser von $d_{Prim}=50nm$ und einer geometrischen Standardabweichung von $\sigma_{Prim}=1,3$. Angenommene Dendritengröße (siehe Abbildung 5.12) mit einem Radius von $r_s=40\mu m$ und einer Dendritenhöhe von $h_s=0,27mm$. Die geschätzte Dichte der Dendriten beträgt $\rho_s=0,55g/cm^3$. Abstand der Messelektrode zur Hochspannung 8mm, 1mm Drahtdurchmesser und 80mm Messelektrodenlänge. Die Spannungsdifferenz zwischen Hochspannungselektrode und Messelektrode beträgt 2000V. 97
Abbildung 6.7:	Vergleichsmessung zwischen Sensor und Opazimeter (0,1Hz Besselfilter) bei einer Spannung von $\Delta U=2000V$. Elektrodenmaße: Abstand 8mm, Durchmesser 1mm, Länge 80mm. 100
Abbildung 6.8:	Gemessener Zusammenhang von Rußkonzentration $c_{Ru\beta}$ und Messsignal $I_{S,M}$ bei $\Delta U=2000V$ im Vergleich zum berechneten Messsignal I_S 100
Abbildung 6.9:	Messempfindlichkeit des Sensors $S_{I,M}$ in Abhängigkeit der Hochspannung ΔU . Gemessen bei verschiedenen Rußkonzentrationen $c_{Ru\beta}=\{5, 10, 20mg/m^3\}$ und $v_G=1,5m/s$ sowie $v_G=4,0m/s$ Gasgeschwindigkeit. 102
Abbildung 7.1:	Dendriten auf der Messelektrode nach Beendigung einer Messung (siehe Abbildung 5.12)..... 104
Abbildung 7.2:	Gemessener Zusammenhang von Rußkonzentration und Messsignal bei 2000V im Vergleich zum berechneten Messsignal (siehe Abbildung 6.8). 105
Abbildung 7.3:	Nachweis des Ping-Pong-Effektes durch Aufheizen der Hochspannungselektrode des Sensors (siehe Abbildung 4.5) und Betrieb bei einer Gasgeschwindigkeit von 0,4 m/s. 107

Abbildung A1.1:	Funktionsskizze als Grundlage zur vereinfachten Berechnung der Dendritenladung als Punktladung.	109
Abbildung A1.2:	A) Potential und B) elektrisches Feld eines Dendriten mit Ansatz einer linearen Ladungsverteilung. Die Ladungen sind auf der Mittelachse positioniert. Feldstärke und Dendritenhöhe sind normiert. Der normierte Dendritenradius ist 0,1.....	110
Abbildung A2.1:	Versuchsaufbau zur Messung der Partikelgrößenverteilung und der Partikelanzahlkonzentration	112
Abbildung A2.2:	Verdünnungseinheit	113
Abbildung A2.3:	Kalibrierung der Volumenstrommessung.	114
Abbildung A2.4:	Darstellung der gemessene Größenverteilung der Rußpartikel im Abgas des Dieselaggregats bei Verschiedenen Rußkonzentrationen und den angepassten logarithmischen Normalverteilungen.....	114
Abbildung A3.1:	Ladungsschwerpunkt von stäbchenförmigen Dendriten.	115
Abbildung A3.2:	Darstellung A) des Potentials und B) des elektrischen Feldes der Näherung für ein normiertes Dendritenfeld mit einem normierten Radius von $r_{S, Norm}=0,1$ durch eine Punktladung. Der nominelle Dendrit ist durch weiße Linien angedeutet.....	116
Abbildung A3.3:	Elektrostatische Kraftwirkung $F_{S,y}$ auf einen Dendriten in Abhängigkeit von dessen Höhe h_S und dem normierten Radius r_S/h_S bei einer Feldstärke von 1000V/mm und einer Dielektrizität von $\epsilon_{R,S}=1$	117
Abbildung A3.4:	Dendritenabrisshöhe $h_{S,F}$ in Abhängigkeit des normierten Radius r_S/h_S im statischen elektrischen Feld mit $\epsilon_{R,S}=1$	118
Abbildung A3.5:	Perkolationskurve in der EPDM-Testformulierung von Ruß verschiedener Typen der Firma CARBOT. Diese sind durch Verbrennung erzeugt und haben einen kleinen Primärpartikeldurchmesser ähnlich wie Dieselruß. Um die Leitfähigkeit von Gummi kontrolliert zu erhöhen, finden diese Ruße Verwendung.	119
Abbildung A3.6:	Dendriten Ersatzschaltplan.....	120
Abbildung A3.7:	Die Einschaltzeit, um die maximal wirksame positive Kraft auf den Dendrit zu erhalten, in Abhängigkeit von dessen Höhe h_S und dem normierten Radius r_S/h_S mit einer Dielektrizität von $\epsilon_R=1$ und einem spezifischen Widerstand von $\rho_{Ru\beta}=0,1\Omega m$	122

Abbildung A3.8:	Betrachtung der Wirkung des Einschaltvorgangs des E-Feldes (max. 1000V/mm) auf einen Dendriten mit einer Höhe von $h_S=0,2\text{mm}$, einem spezifischen Widerstand von $\rho_{Ru\beta}=0,1\Omega\text{m}$ und einer angenommenen Dielektrizität von $\epsilon_{r,S}=1$ bei verschiedenen Dendritenradien r_S	124
Abbildung A3.9:	Oszilloskopaufnahme des zeitlicher Verlaufs der gepulsten Hochspannung (1kHz)-- Ausschaltvorgang.....	125
Abbildung A3.10:	Oszilloskopaufnahme des zeitlicher Verlauf der gepulsten Hochspannung (1kHz) – Einschaltvorgang	125
Abbildung A3.11:	Verschmutzung des Sensors A) ohne und B) mit Pulshochspannung nach identischem Messablauf. Die angelegte gepulste Hochspannung hat einen Maximalwert von 2000V, 100 μs Ausschaltzeit und 0,3 μs Einschaltzeit. Elektrodenabstand 8mm, Elektroden-durchmesser 1mm.....	126

Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1:	Messgeräteparameter des verwendeten Opazimeters „AVL 439“.....	12
Tabelle 2.2:	Messgeräteparameter der verwendeten SMPS „TSI Nanoscan Model 3910“	14
Tabelle 2.3:	Übersicht verschiedener Rußmessverfahren	20
Tabelle 3.1:	Zusammenfassung der Gleichungen zur Charakterisierung von Primärpartikeln.....	27
Tabelle 3.2:	Zusammenfassung aller Gleichungen zur Charakterisierung von Rußpartikeln.	27
Tabelle 3.3:	Parameter des Trägergases Luft.....	30
Tabelle 3.4:	Parameter der Cunningham Slipkorrektur	32
Tabelle 5.1:	Zusammenfassung der Parameter zur Berechnung der Kraftwirkung auf die Partikel.....	52
Tabelle 5.2:	Iteration zur Berechnung der Partikel-Flugbahn.....	60
Tabelle 5.3:	Iteration zur Berechnung der Ladungsverteilung eines Stabes.	70
Tabelle 6.1:	bekannte Parameter der Messumgebung des Sensors.....	96
Tabelle 6.2:	Dendritenparameter.....	97
Tabelle 6.3:	Berechnete Signalstärke und Sensorskalierungsfaktoren bei verschiedenen Partikelgrößenverteilungen (siehe Abbildung 7.4). (Hochspannung $\Delta U=2000V$).	99
Tabelle A2.1:	Geräteparameter des SMPS bezüglich der Aerosolprobenname.	111
Tabelle A3.1:	Iteration zur Berechnung des Einschaltvorgangs	123
Tabelle A3.2:	Reinigungswirkung durch die gepulste Hochspannung	126

Literaturverzeichnis

- [1] M. Bullinger und M. Meis, in s *Emissionen und ihre Wirkungen*, Bd. 1, H. Brauner, Hrsg., Hamburg, Springer-Verlag, 1996, pp. 788-789.
- [2] W. Kind und H. May, „Abgas von KFZ-Verbrennungsmotoren,“ in s *Immissionsschutz*, F. Dreyhaupt, Hrsg., Düsseldorf, VDI-Verlag, 1996, pp. 6-7.
- [3] E. Lahmann, „Emissionsquellen für Schadstoffe,“ in s *Emissionen und ihre Wirkungen*, Bd. 1, H. Brauner, Hrsg., Berlin, Springer-Verlag, 1996, pp. 56-75.
- [4] E.-M. Dombrowski, „Abgasreinigung, katalytische,“ in s *Immissionsschutz*, F. Dreyhaupt, Hrsg., Düsseldorf, VDI-Verlag, 1996, pp. 10-12.
- [5] J. Kallenbach und H. May, „Dieselpartikelfilter-Regeneration,“ in s *Immissionsschutz*, F. Dreyhaupt, Hrsg., Düsseldorf, VDI-Verlag, 1996, pp. 83-84.
- [6] Deutsche Bundesstiftung Umwelt, *Untersuchung zur Bewertung von Sensoren für die Überwachung der Partikelemissionen von Dieselmotoren*, F. Dresden, Hrsg., Dresden, 2006.
- [7] J. Stegemann, *Dieselmotorische Einspritzverlaufsformung mit piezoaktuierten Experimentaleinspritzsystemen*, Hannover: Dissertation Leibniz Universität Hannover, 2003.
- [8] B. Mahr, M. Dürnholz, W. Polach und H. Grieshaber, *Das Potential des Einspritzverlaufes zur Optimierung des Emissions- und Verbrauchsverhaltens von Nutzfahrzeug-Dieselmotoren*, Bd. 21, Wien: Internationales Wiener Motorensymposium, 2000, pp. 350-371.
- [9] H.-E. Wichmann und A. Peters, *Epidemiological evidence of the effects of ultrafine particle exposure*, Bde. %1 von %2358, Issue 1775, The Royal Society, 2000, pp. 2751-2769.
- [10] J. Xing, J. Wang, R. Mathur, S. Wang und et.al., *Impact of aerosol direct effects on tropospheric ozone through changes in atmospheric dynamics and photolysis rates*, Bd. 17, S. o. E. T. U. Hao11State Key Joint Laboratory of Environmental Simulation and Pollution Control, Hrsg., Beijing: Atmos Chem Phys., 2017, pp. 9869-9883.

- [11] M. Z. Jacobson, „Short-term effects of controlling fossil-fuel soot, biofuel soot and gases, and methane on climate, Arctic ice, and air pollution health,“ *Journal of Geophysical Research*, Bd. 115, 29 Juli 2010.
- [12] A. D. Maynard und E. D. Kuempel, „Airborne nanostructured particles and occupational health,“ *Journal of Nanoparticle Research*, Bd. 7, pp. 587-614, 25 April 2005.
- [13] C. Smolenski, *Ein elektrischer Sensor zur Messung der Rußkonzentration im Abgas von Dieselmotoren*, Clausthal-Zellerfeld, Niedersachsen: Dissertation TU Clausthal, 2002, pp. 42-51.
- [14] G. Hauser, „Sensoranordnung zur quantitativen Bestimmung von in einem Gasstrom enthaltenen Partikeln“. Deutschland Patent DE 198 17 402 C1, 1999.
- [15] G. Hauser und G. I. Hauser, *Smoke Particulate Sensors for OBD and high Precision Measuring*, Rosemont, USA: SAE, 2006.
- [16] G. Zikoridse, R. Lindner und G. Hauser, *Untersuchung zur Bewertung von Sensoren für die Überwachung der Partikelemissionen von Dieselmotoren*, F. Dresden, Hrsg., Dresden: Deutsche Bundesstiftung Umwelt, 2006.
- [17] R. Sandig, R. Lindner und G. Zikoridse, *Partikelsensor zur Überwachung der DPF-Funktion - Ergebnisse der Felderprobung an Off-Road-Maschinen*, Dresden: Tagungsband FAD-Konferenz 2008, 2008.
- [18] Europäisches Parlament und der Rat der Europäischen Union, *über die Typgenehmigung von Kraftfahrzeugen hinsichtlich der Emissionen von leichten Personenkraftwagen und Nutzfahrzeugen (Euro 5 und Euro 6) und über den Zugang zu Reparatur- und Wartungsinformationen für Fahrzeuge*, Europa: Europäische Union, 2007.
- [19] J. Stepan, B. Henderson, K. Johnson, M. Y. Khan, T. Diller, M. Hall und et.al., *Comparison of an On-Board, Real-Time Elektronik PM Sensor with Laboratory Instruments Using a 2009 Heavy-Duty Diesel Vehicle*, USA: SAE International, 2011.
- [20] G. I. Hauser, „Vorrichtung und Verfahren zur Detektion von in einem Gasstrom enthaltenen Partikeln“. Europa Patent EP 2 237 018 B1, 31 03 2010.
- [21] W. Steiger, Fortschritt-Berichte, VDI Reihe 12: Particulate measurement in the exhaust of diesel engines, Bd. Nr. 143, Düsseldorf: Düsseldorf, VDI, 2001, p. 221.

- [22] I. Khalek, V. Premnath und SwRI, *Particle Sensor Performance & Durability for OBD Applications & Beyond*, Zürich, Switzerland: Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, 2015, p. 22.
- [23] DIN EN 12341:2014-08, *Außenluft-Gravimetrisches Standardmessverfahren für die Bestimmung der PM Massenkonzentration*, B. Verlag, Hrsg., Berlin: Beuth-Verlag, 2014.
- [24] S. Carli, „Änderungen bzw. Neuerungen in der Partikelmesstechnik mit Euro 5/6 für Pkw und leichte Nutzfahrzeuge,“ Förderkreis Abgasnachbehandlungstechnologien für Dieselmotoren e.V., Dresden, 2008.
- [25] S. Ester, M. Struschka und B. Henning, „Direktgravimetrischer Partikelmass-Sensor zur quasikontinuierlichen Emissionsmessung,“ in s *18.GNA/ITG-Fachtagung Sensoren und Messsysteme*, 2016.
- [26] A. Munack, N. Grope, Y. Ruschel, O. Schröder und J. Kral, „Messung ultrafeiner Partikel im Abgas von Dieselmotoren beim Betrieb mit Biodiesel,“ Bundesanstalt für Landwirtschaft, Braunschweig, Bundesallee 50, 2007.
- [27] A. Alkidas, „Relationships between smoke measurements and particulate measurements,“ in s *SAE International Congress and Exposition*, 1984.
- [28] M. Pawlyta und H. Hercman, „Transmission Elektron Microscopy (TEM) as a tool for Identification of Combustion Products: Application to Black Layers in Speleothems,“ *Annales Societatis Geologorum Poloniae*, Bd. 86, Januar 2016.
- [29] Ausschuss für Gefahrstoffe, *Anhang 2 zu TRGS 554: Abgase von Dieselmotoren*, DE: BAuA, 2019, p. 32.
- [30] W. Schindler, C. Haisch, H. Beck, R. Niessner und e. al., „A Photoacoustic Sensor System for Time Resolved Quantification of Diesel Soot Emissions,“ in s *SAE 2004 World Congress & Exhibition*, 2004.
- [31] H. Osada, J. Okayama, K. Ishida und O. Saitoh, „Real-Time Measurement of Diesel Particulate Emissions by the PAS,“ in s *SAE International Congress and Exposition*, 1982.
- [32] K. P. Geigle, R. Hedef und M. Aigner, „Laser-Induced Incandescence as a Diagnostic for Soot Particulate Measurement,“ in s *Int.Symposium on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy*, Stuttgart, 2009.

- [33] R. A. Mannsmann, *Multi-color time-resolved lase-induced incandescence for the measurement of soot and nanoparticle aerosols*, Duisburg-Essen: Dissertation Universität Duisburg-Essen, 2019, p. 154.
- [34] T. P. Jenkins, J. L. Bartholomew, P. Yang und J. M. Seitzmann, „A Laser Induced Incandescence System for Measuring Soot Flux in Aircraft Engine Exhausts,“ Indianapolis, 2002.
- [35] B. Arlt, V. Fronk und I. Otteleben, „www.laborpraxis,“ 28 09 2017. [Online]. Available: <https://www.laborpraxis.vogel.de/partikelgroesse-und-stabilitaet-einfach-perlichtstreuung-messen-a-648524>.
- [36] Pakendorf, „Partikelsensor für erhöhte Umgebungstemperaturen,“ Sonderforschungsbereich 238 der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Hamburg-Harburg, 2000.
- [37] S. Wang, *Partikelgrößenbestimmung mittels eines Laser-Optischen Partikelzählers mit zwei Empfangswinkelbereichen*, F. f. U. u. Verfahrenstechnik, Hrsg., Cottbus: Dissertation TU Cottbus, 2009, p. 140.
- [38] L. Frakiadoulakis, Z. Samaras und K. Janka, *Exhaust Particle Sensor for OBD Application*, SAE Paper, 2011.
- [39] A. Rostedt, A. Arffmann, K. Janka, J. Yli-Ojanpera und J. Keskinen, „Characterisation and Response Model of the PPS-M Aerosol Sensor,“ *Aerosol Sciencs and Technology*, Bd. 48, pp. 1022-1030, 17 April 2014.
- [40] T. Lanki, J. Tikkanen, K. Janka, P. Taimisto und M. Lehtimäki, „An electrical sensor for long-term monitoring of ultrafine particles in workplaces,“ *Journal of Physics: Conference Series*, Bd. 304, 11 2010.
- [41] T. Johnson, R. Caldwell, A. Pöcher, A. Mirme und D. Kittelson, *A New Electrical Mobility Particle Sizer Spektrometer for Engine Exhaust Particle Measurements*, United States: SAE International, 2004.
- [42] J. Linke und D. Konrad, „Concept for Diesel Particulate Filter monitoring based on BOSCH Particulate matter Sensors (PMS),“ in s 16. *Internationales Stuttgarter Symposium, Poceedings*, J. Wiedemann, Hrsg., Wiesbaden, Springer Fachmedien, 2016, pp. 759-767.
- [43] J.-P. Ebel, *Rußanlagerungen an Interdigitalektroden resistiver Rußpartikelsensoren*, Clausthal-Zellerfeld: Dissertation TU Clausthal, 2021.

- [44] J. Ebel, C. Schilling und H. Fritze, „Optimierung des Rußanlagerungsverhaltens resistiver Rußpartikelsensoren durch spannungsinduzierte Vorkonditionierung bei hohen Temperaturen,“ in s 14. *Dresdner Sensor-Symposium 2019*, Dresden, 2019, pp. 12-17.
- [45] H. C. Scherrer, D. F. Kittelson und D. F. Dolan, „Light Absorption Measurements of Diesel Particulate Matter,“ *SAE-Paper 810181*, 1978.
- [46] Verein Deutscher Ingenieure (VDI), „Strassenfahrzeuge-Abgas-Opazitätsmessung bei Motoren mit Verdichtungszündung,“ VDI, Hrsg., Beuth Verlag, 2016, p. 23.
- [47] O. F. Bischof, *Recent Developments in the Measurement of Low Particulate Emissions from Mobile Sources: A Review of Particle Number Legislations*, E. C. S. a. Technology, Hrsg., Springer Nature, 2015.
- [48] H. Bockhorn, „A Short Introduction to the Problem - Structure of the Following Parts,“ in s *Soot Formation in Combustion*, Bd. 1, Berlin, Springer, 1994, pp. 3-7.
- [49] J. Olfert und S. Rogak, „Universal relation between soot effective density and primary particle size for common combustion sources,“ *Aerosol Science and Technology*, 15 März 2019.
- [50] M. Wang, Q. Tang, J. Mei und X. You, „On the Effective Density of Soot Particles in Premixed Ethylene Flames,“ *Combustion and Flame*, Bd. 198, pp. 428-435, Dezember 2018.
- [51] M. Maricq und N. Xu, „The effective density and fractal dimension of soot particles from premixed flames and motor vehicle exhaust,“ *Journal of Aerosol Science*, Bd. 35, pp. 1251-1275, October 2004.
- [52] W. C. Hinds, „The Lognormal Distribution,“ in s *Aerosol Technology: Properties, Behavior, and Measurement of Airborne Particles*, Los Angeles, Kalifornien: John Wiley & Sons, 1982, pp. 83-103.
- [53] P. Gwarze, O. Schmid, H. J. Annegarn, M. O. Andreae und e. al., „Comparison of three methods of fractal analysis applied to soot aggregates from wood combustion,“ *Journal fo Aerosol Science*, Bd. 37, pp. 820-838, Juli 2006.
- [54] R. L. Vander Wal, T. M. Ticich und A. B. Stephens, „Can Soot Primary Particle Size be Determined Using Laser Induced Incandescence?,“ *Combustion in Flame*, Bd. 116, pp. 291-296, 12 März 1998.

- [55] R. Dastanpour, S. N. Rogak, B. Graves, J. Olfert, M. L. Eggersdorfer und A. M. Boies, „Improved sizing of soot primary Particles using mass-mobility measurements,“ *Aerosol Science and Technology*, Bd. 20, Nr. 2, pp. 101-106, 24 November 2015.
- [56] R. Dastanpour und S. N. Rogak, „Observation of a Correlation Between Primary Particle and Aggregate Size for Soot Particles,“ *Aerosol Science and Technology*, pp. 1043-1048, 7 August 2014.
- [57] P. H. Joo, B. Gigone, E. A. Griffin, M. Chritensen und Ö. L. Gülder, „Soot primary particle size dependence on combustion pressure in laminar ethylene diffusion flames,“ *Fuel*, Bd. 220, pp. 464-470, 6 Februar 2018.
- [58] H. Jiang, G. Wu, T. Li, P. He und R. Chen, „Characteristics of Particulate Mater Emission from a Low-Speed Marina Diesel Engine at Various Loads,“ *Environmental Science and Technology*, pp. 11552-11559, August 2019.
- [59] J. Schneider, S. Weimer, F. Drewnick, S. Borrmann und et.al., „Mass spectrometric analysis and aerodynamic properties of various types of combustion-related aerosol particles,“ *International Journal of Mass Spectrometry*, Bd. 258, pp. 37-49, 1 Dezember 2006.
- [60] M. L. Eggersdorfer, D. Kadau, H. J. Herrmann und S. E. Pratsinis, „Aggregat Morphology Evolution by Sintering: Number & Diameter of Primary Particles,“ *Journal of Aerosol Science*, Bd. 46, pp. 7-19, April 2012.
- [61] J. Cai, N. Lu und C. M. Sorensen, „Analysis of Fractal Cluster Morphology Parameters. Structural Coefficient and Density Autocorrelation Function Cutoff,“ *Journal of Colloid and Interface Science*, Bd. 171 Issue 2, pp. 470-473, Mai 1995.
- [62] E. Goudeli, M. Eggersdorfer und S. Pratsinis, *The Asymptotic Structure & Size Distribution of Fractal-like Aerosols made by Agglomeration*, ETH-Conference: Combustion generated Nanoparticles: ETH Zürich, 2015.
- [63] W. C. Hinds, „Newton's Resistance Law,“ in *s Aerosol Technology: Properties, behavior, and measurement of airborne particles*, Los Angeles, John Wiley & Sons, 1982, pp. 38-40.
- [64] W. C. Hinds, „Reynolds Number,“ in *s Aerosol Technology: Properties, behavior, and measurement of airborne particles*, Los Angeles, Kalifornien: John Wiley & Sons, 1982, pp. 24-28.

- [65] G. Stokes, „On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums,“ in s *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Bd. 9, Cambridge, 1851, pp. 8-106.
- [66] J. O. Hirschfelder, C. F. Curtiss und R. B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids*, Manhattan, New York: Wiley, 1964.
- [67] W. C. Hinds, „Other Properties,“ in s *Aerosol Technology. Properties, behavior, and measurement of airborne Particles*, Los Angeles, Kalifornien: John Wiley & Sons, 1982, pp. 21-24.
- [68] W. C. Hinds, „Mean Free Path,“ in s *Aerosol Technology: Properties, Behavior, and Measurement of Airborne Particles*, Los Angeles, Kalifornien: Wiley-Interscience, 1982, pp. 19-21.
- [69] E. Cunningham, „On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium,“ *Proceedings of the Royal Society*, pp. 357-365, 2 März 1910.
- [70] C. Davies, „Definitive equations for the fluid resistance of spheres,“ in s *Proc. Phys. Soc.*, Bd. 57, 1945, pp. 259-270.
- [71] W. C. Hinds, „Equilibrium Charge Distribution,“ in s *Aerosol Technology: Properties, behavior, and measurement of airborne particles*, Los Angeles, Kalifornien: John Wiley & Sons, 1982, pp. 302-305.
- [72] G. Hilgarth, „Coulombsches Gesetz,“ in s *Hochspannungstechnik: Leitfaden der Elektrotechnik*, 3 Hrsg., Stuttgart, Teubner Stuttgart, 1997, pp. 20-22.
- [73] G. Hilgarth, „Planparallele Platten,“ in s *Hochspannungstechnik: Leitfaden der Elektrotechnik*, Stuttgart, Teubner, 1997, pp. 8-10.
- [74] R. W. Pohl, „Elektrischer Dipol, elektrisches Moment,“ in s *Elektrizitätslehre*, 20 Hrsg., Berlin, Springer-Verlag, 1967, pp. 45-47.
- [75] W. Beitz und K.-H. Küttner, Hrsg., „6.2 Eindimensionale Strömung zäher Newtonscher Flüssigkeiten,“ in s *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*, 15 Hrsg., Berlin, Springer-Verlag, 1986, p. B161.
- [76] H. Czichos, Hrsg., „8.2 Zweidimensionale reibungsfreie, inkompressible Strömung,“ in s *Hütte - Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*, 29 Hrsg., Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, Springer-Verlag, 1989, pp. E127-132.

- [77] Flosdorff und Hilgarth, Elektrische Energieverteilung, Stuttgart: B.G. Teubner, 1986, p. 39ff.
- [78] R. W. Pohl, „Kapazität von Kondensatoren und ihre Berechnung,“ in *s Elektrizitätslehre*, 20 Hrsg., Berlin, Springer-Verlag, 1957, pp. 31-33.
- [79] K.-H. Gonschorek, „Potentiale, elektrische Feldstärken und Teilkapazitäten von endlich langen Vertikalstäben,“ in *s EMV für Geräteentwickler und Systemintegratoren*, Berlin, Heidelberg, Springer Verlag, 2005, pp. 315-318.
- [80] W. Beitz und K.-H. Küttner, Hrsg., „3.2 Menge, Geschwindigkeit und Durchfluss - 3.2.4. Drosselgeräte - Berechnung,“ in *s Dubble - Taschenbuch für den Maschinenbau*, 15 Hrsg., Berlin, Springer-Verlag, 1986, pp. V1254-1255.

Persönliche Daten

Gerald Ingo Hauser

Geb. 16. Dezember 1970 in Hannover



Berufserfahrung

02.2023 – 07.2023	<p>Dozent an der Hochschule Ostfalia:</p> <ul style="list-style-type: none">• Elektrotechnik• Informatik (Programmiersprache: Python)• Elektrische und fluidische Antriebe• Simulation mechatronischer Systeme
10.2019 – 01.2023	<ul style="list-style-type: none">• Doktorarbeit mit dem Thema: Quantifizierung von Rußpartikeln durch Kombination von elektrostatischen Feldeinflüssen
12.2015 – 09.2019	<p>Weiterführung der Entwicklungsarbeiten von Partikelmessgeräten und deren Produktion, vgl. – 05.2013</p> <ul style="list-style-type: none">• Ergänzung der On-Board-Messtechnik (OBM) für Schiffsdieselmotoren.<ul style="list-style-type: none">○ Geräteprogrammierung (Embedded Computer: Arduino, Teensy, Raspberry Pi)
12.2015 – 10.2013	<ul style="list-style-type: none">• Arbeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der TU-Clausthal zum Thema Flammensynthese von photokatalytisch hochaktiven TiO₂-Nanopartikeln
05.2007 – 05.2013	<ul style="list-style-type: none">• Entwicklung und Herstellung von Rußpartikelmessgeräten für den Forschungsbereich und industriellen Einsatz bei der Verbrennungsoptimierung von Diesel- und Ottomotoren.<ul style="list-style-type: none">○ Entwicklung der Elektronik (Software: Egel, PSpice)○ Sensorentwicklung, Konstruktion (Software: Pro Engineer, Creo, FreeCAD)○ Fertigungs- und Qualitätsüberwachung○ Kundenbetreuung (IAT(AUDI), Volkswagen, Europäisches Forschungszentrum von Toyota in Brüssel, OBD-Messungen im Schacht Konrad, und bei der Firma Eberspächer).○ Mehrere erteilte nationale und europäische Patente zur Thematik: Rußpartikelmessstechnik• Durchführung von Präsentationen im Rahmen mehrerer internationaler Kongresse und Messen (z.B. ETH-Zürich: „Combustion Generated Nanoparticles“ seit 2005; Industriemesse Hannover)• Softwareprogrammierung<ul style="list-style-type: none">○ Überwachen und Einstellung von Bündelfunkanlagen via Internet (PHP, Html, MySql)○ Datenauswertung zur Bestimmung des Brechungsverhaltens von Polymeren in MatLab○ Datenauswertung zur Bestimmung von Diffusionskoeffizientenverteilungen mittels FRAP (<i>Fluorescence Recovery after Photobleaching</i>) in MatLab (<i>Diplomarbeit: Institut für Physikalische Chemie, TU Clausthal</i>)○ Entwurf und Programmierung einer Fehlerresistenten Audio-Kompression für Internettelefonie in C++○ Software zur Erfassung und Austausch von Daten verschiedener Messinstrumente und Geräte in PASCAL• Durchführung schalltechnischer Untersuchungen zur lärmarmen Konstruktion von Maschinen• Messtechnische Auswertung schalltechnischer Gutachten für Industrie und Gerichte

Sonstige Tätigkeiten

11.2010	• Entwurf eines Messsystems zur Erfassung eines Partikelmassenstroms für die Firma Wöhler
05.2007	• Beratende Tätigkeit zur Serienumsetzung eines Partikelmessverfahrens für die Firma SAXON Junkalor
05.2007	• Gründung der EAST-Solutions GbR mit Prof. Dr.-Ing. Günther Hauser
06.2003 – 06.2009	• Durchführung des Labors für technische Akustik an der FH Wolfenbüttel

Fachwissen und Schwerpunkte

- Entwurf, Berechnung und Auslegung von Sensoren:
 - Partikelsensoren (Patentanmeldung)
 - Anemometer (Patentanmeldung)
 - Auf DMS basierende Sensoren
 - Akustische Sensoren
- Entwurf, Berechnung und Auslegung von elektrischen Schaltungen
- Programmierung von Wissenschaftssoftware auf der Basis von MatLab
- Konzeptionierung von Programmen zur Bedienung von Messgeräten
- Weitere Kenntnisse: FEM, akustische Optimierung von Abgassystemen, Konstruktion
- Lärmarme Konstruktion

Veröffentlichungen

- G. Hauser und G.I. Hauser, Smoke Particulate Sensors for OBD and high Precision Measuring, Rosemont, USA: SAE, 2006., St.Nr. 2006-01-3549
- Sebastian Seiffert, Gerald I. Hauser, Wilhelm Oppermann, „Systematic Analyses of FRAP Experiments,“ Imaging & Microscopy, Bd. 9(4), pp. 48-51, November 2007, DOI 10.1002/imic.200790214
- G.I. Hauser, Sebastian Seiffert, W. Oppermann, „Systematic evaluation of FRAP experiments performed in a confocal laser scanning microscope - Part II: Multiple diffusion processes,“ Journal of Microscopy, Bd. 230(Pt 3), pp. 353-362, Juli 2008, DOI 10.1111/j.1365-2818.2008.01993.x
- G.I. Hauser, „Vorrichtung und Verfahren zur Detektion von in einem Gasstrom enthaltenen Partikeln“. Europa Patent EP 2 237 018 B1, 31 03 2010.
- G.I. Hauser, A.M. Moiseev, J. Deubener, A.P. Weber, „Flammensynthese von engverteilten TiO₂-Nanopartikeln für Photokatalyse,“ in s Produktgestaltung in der Partikeltechnologie, Bd. 7, Ulrich Teipel, Hrsg., Berlin, Fraunhofer Verlag, April 2015, pp. 313-332, ISBN: 978-3-8396-0877-7

Goslar, 03.10.2023

