



Markus Vogt (Autor)  
**Quantenmechanik und Schulmathematik**  
*Ein Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer*



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/8317>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentzsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany  
Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>5</b>
<b>Einleitung</b>	<b>7</b>
<b>1 Klassische Physik und Quantenmechanik</b>	<b>14</b>
1.1 Rückblick: Klassische Physik . . . . .	14
1.2 Hinweise auf eine unvermeidliche Neuformulierung . . . . .	15
1.2.1 Teilchen, die sich wie Wellen verhalten . . . . .	16
1.2.2 Wellen, die sich wie Teilchen verhalten . . . . .	19
1.3 Aufgaben . . . . .	28
<b>2 Welle-Teilchen-Dualismus</b>	<b>30</b>
2.1 Interferenz bei einzelnen Quantenobjekten . . . . .	31
2.2 Experimente mit Zwei-Wege-Interferometern . . . . .	34
2.2.1 Einzelne Elektronen am Doppelspalt . . . . .	34
2.2.2 Einzelne Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer . . . . .	37
2.3 Qualitative Formulierung . . . . .	41
2.3.1 Die Entweder-Oder-Version . . . . .	41
2.3.2 Qualitative Verallgemeinerung des Prinzips . . . . .	46
2.4 Quantitative Formulierung des Welle-Teilchen-Dualismus . . . . .	47
2.5 Weitere Beispiele . . . . .	49
2.5.1 Wechselwirkungsfreie Messungen . . . . .	49
2.5.2 Experimente mit verzögerter Auswahl . . . . .	51
2.6 Vorüberlegungen zum Zustandsbegriff . . . . .	53
2.7 Aufgaben . . . . .	54
<b>3 Elementare Axiomatik der Quantenmechanik</b>	<b>58</b>
3.1 Formulierung der Axiome . . . . .	59
3.2 Interpretation und Bemerkungen . . . . .	60
3.3 Beispiele . . . . .	76
3.3.1 Interferenzexperimente und Wellenfunktionen . . . . .	76
3.3.2 Bornsche Regel auf dem Prüfstand . . . . .	80
3.3.3 Orts- und Impulseigenzustände . . . . .	82

3.4	Photonen . . . . .	86
3.4.1	Photonen-Wellenfunktionen . . . . .	87
3.4.2	Photonen im Mach-Zehnder-Interferometer . . . . .	93
3.4.3	Polarisierte Photonen . . . . .	95
3.5	Aufgaben . . . . .	99
<b>4</b>	<b>Unschärferelationen</b>	<b>100</b>
4.1	Meßunschärfen, Meßfehler-Störungs-Relationen . . . . .	101
4.1.1	Heisenbergs ursprüngliche Version . . . . .	101
4.1.2	Die moderne Fassung . . . . .	103
4.2	Präparierunschärfen, Standardabweichungs-Relationen . . . . .	106
4.2.1	Streuungen von Meßwerten . . . . .	107
4.2.2	Unschärferelation für Ort und Impuls . . . . .	109
4.2.3	Unschärferelationen und Welle-Teilchen-Dualismus . . . . .	112
4.2.4	Das Komplementaritätsprinzip . . . . .	113
4.3	Aufgaben . . . . .	115
<b>5</b>	<b>Einfache quantenmechanische Systeme</b>	<b>116</b>
5.1	Beschreibung quantenmechanischer Systeme . . . . .	116
5.2	Potentialtopf mit unendlich hohen Wänden . . . . .	117
5.3	Das Wasserstoffatom . . . . .	123
5.4	Weitere Anwendungen – Ein Ausblick . . . . .	137
5.5	Aufgaben . . . . .	138
<b>6</b>	<b>Superpositionen und verschränkte Zustände</b>	<b>143</b>
6.1	Das Superpositionsprinzip der Quantenmechanik . . . . .	143
6.2	Superpositionszustände und ihre Interpretation . . . . .	145
6.3	Verschränkte Zustände . . . . .	150
6.3.1	Die Dirac-Schreibweise . . . . .	151
6.3.2	Produktzustände und verschränkte Zustände . . . . .	152
6.3.3	Relativität der Verschränkung . . . . .	160
6.3.4	Technische Anwendungen . . . . .	163
6.4	Welle-Teilchen-Dualismus und Verschränkung . . . . .	165
6.4.1	Einzelne Quantenobjekte im Zwei-Wege-Interferometer . . . . .	165
6.4.2	Überlappende Wellenfunktionen . . . . .	171
6.4.3	Herleitung der Dualitätsrelation . . . . .	173
6.4.4	Zwei- und Viel-Teilchen-Interferenz . . . . .	178
6.5	Der quantenmechanische Meßprozeß . . . . .	186
6.5.1	Der Kollaps der Wellenfunktion . . . . .	187
6.5.2	Der Schrödingersche Luftballon . . . . .	189
6.5.3	Das Meßproblem in der Quantenmechanik . . . . .	190
6.5.4	Das Problem der bevorzugten Basis . . . . .	195
6.6	Umgebungsinduzierte Dekohärenz . . . . .	197

6.6.1	Wechselwirkung mit der Umgebung . . . . .	198
6.6.2	Operatoren, Eigenwerte und Erwartungswerte . . . . .	201
6.6.3	Scheinbarer Kollaps durch Dekohärenz . . . . .	205
6.6.4	Umgebungsinduzierte Superauswahlregeln . . . . .	210
6.6.5	Was Dekohärenz kann und was sie nicht kann . . . . .	213
6.7	Aufgaben . . . . .	214
<b>7</b>	<b>Quantenmechanische No-go-Theoreme</b>	<b>215</b>
7.1	Nichtlokalität und Bellsche Ungleichungen . . . . .	215
7.1.1	Das Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon . . . . .	215
7.1.2	Bellsche Ungleichungen . . . . .	223
7.1.3	Das Bellsche Theorem . . . . .	226
7.1.4	Verletzungen der Bellschen Ungleichungen in der Quantenmechanik . . . . .	230
7.1.5	Die Tsirelsonsche Ungleichung . . . . .	235
7.1.6	Konsequenzen für das physikalische Weltbild . . . . .	238
7.2	Greenberger-Horne-Zeilinger-Zustände . . . . .	243
7.3	Das Kochen-Specker-Theorem . . . . .	247
7.4	Universalität der Quantenmechanik und Leggett-Garg-Ungleichungen . . . . .	252
7.4.1	Makroskopischer Realismus und quantenmechanischer Universalismus . . . . .	252
7.4.2	Leggett-Garg-Ungleichungen . . . . .	254
7.5	No Signaling in Time . . . . .	261
7.6	Die Bedeutung der Wellenfunktion . . . . .	263
7.6.1	Epistemische und ontische Deutung . . . . .	263
7.6.2	Ontische Zustände . . . . .	265
7.6.3	Das Theorem von Pusey, Barrett und Rudolph . . . . .	266
7.7	Aufgaben . . . . .	271
<b>8</b>	<b>Philosophische Quantenmechanik</b>	<b>274</b>
8.1	Die wichtigsten Interpretationen – ein Überblick . . . . .	274
8.2	Diskussion und Kritik . . . . .	278
8.2.1	Der große Nebel aus dem Norden . . . . .	278
8.2.2	Das menschliche Bewußtsein als Reduktionsmittel . . . . .	283
8.2.3	Wie überlagert man Möglichkeiten? . . . . .	286
8.2.4	Die Aufgabe der physikalischen Realität . . . . .	288
8.2.5	Alles nur Statistik? . . . . .	293
8.2.6	Myriaden von Universen . . . . .	298
8.2.7	Pilotwellen und Trajektorien . . . . .	305
8.3	Zusammenfassung und Ausblick . . . . .	315
	<b>Lösungen der Aufgaben</b>	<b>318</b>

<b>Anhang</b>	<b>342</b>
<b>A Keine verschmierte Ladungswolken</b>	<b>342</b>
<b>B Axiomatische Formulierung der Quantenmechanik</b>	<b>347</b>
B.1 Die Axiome der Quantenmechanik . . . . .	347
B.2 Zustände und Zustandsvektoren . . . . .	349
B.3 Physikalische Größen und Operatoren . . . . .	350
B.4 Meßwerte und Spektren . . . . .	351
B.5 Quantenmechanische Wahrscheinlichkeiten . . . . .	353
B.6 Das Projektionspostulat . . . . .	357
B.7 Unitäre Zeitentwicklung . . . . .	372
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>376</b>