1 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Ausbreitungseigenschaften elektromagnetischer Wellen erläutert. Hierzu gehören Berechnungsverfahren, wie verschiedene Antennengeometrien elektromagnetische Wellen abstrahlen und wie die Wellenausbreitung mit Streuobjekten als zusätzliche Randbedingung erfolgt.
Der Schwerpunkt liegt hierbei auf Voraussetzungen bzw. Annahmen sowie Begriffsdefinitionen, die für diese Arbeit elementar sind. Für ausführlichere und allgemeinere Darstellungen wird auf entsprechende Literatur verwiesen. Den Abschluss dieses Kapitels bildet die Beschreibung des Instrumenten-Lande-System und möglicher Störszenarien.

1.1 Ebene Wellen und Polarisation

Die lokal gültigen Maxwellgleichungen [1.1], [1.2][1]

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}\vec{B} \quad (1.1), \qquad \operatorname{div}\vec{D} = \rho \quad (1.2),$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0 \quad (1.3) \qquad \text{und} \qquad \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial \mathrm{t}}\vec{D} \quad (1.4),$$

werden zunächst nur für den Spezialfall von Ausbreitungseigenschaften betrachtet. Das heisst, die Mitbetrachtung der Erzeugung elektromagnetischer Wellen entfällt. In dem somit quellenfreien Gebiet sind die Raumladungsdichte ρ und die Stromdichte $\vec{J}$ gleich null. Die Entkopplung des elektrischen Feldes $\vec{E}$ und der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ erfolgt durch Anwenden des Rotationsoperators auf Gleichung 1.1 und mit Hilfe der Materialgleichungen in linearer, isotroper Materie

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (1.5) \qquad \text{und} \qquad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (1.6)\text{, so dass folgt:}$$

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = -\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mu\varepsilon\vec{E} \quad (1.7)\,.$$

Da der doppelte Rotationsoperator in Gleichung 1.7 auch dargestellt werden kann als:

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \Delta\vec{E} \quad (1.8)$$

folgt im Raum mit divergenzfreien Feldern die Wellengleichung für das elektrische Feld $\vec{E}$ bzw. für die magnetische Feldstärke $\vec{H}$:

[1] In den Maxwellgleichungen wird die partielle Ableitung nach der Zeit verwendet. Unterschiedliche Bezugssysteme für die einzelnen Felder mit zeitveränderlichen Raumkoordinaten werden in diesem Grundlagenkapitel damit implizit nicht betrachtet, wie es der heute üblichen Darstellungsweise entspricht.

$$\Delta\vec{E} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\mu\varepsilon\vec{E} = 0 \quad (1.9) \quad \text{und} \quad \Delta\vec{H} - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\mu\varepsilon\vec{H} = 0 \quad (1.10).$$

Lösungen dieser Wellengleichungen sind so genannte ebene Wellen, die in komplexer Darstellung mit der harmonischen Exponentialfunktion eine elektromagnetische Welle am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t beschreiben:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (1.11) \quad \text{und} \quad \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_0 \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})} \quad (1.12).$$

Der Wellenvektor $\vec{k}$ gibt dabei die Ausbreitungsrichtung einer elektromagnetischen Welle an, wobei mit Gleichung 1.9 folgt:

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \text{ und } \left|\vec{k}\right| = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \text{ bzw. } \left|\vec{k}\right| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.13)$$

mit der Kreisfrequenz ω bzw. der Wellenlänge λ. Das Argument der Exponentialfunktion in 1.11 und 1.12 ist die Phase der elektromagnetischen Welle.
Der Poynting-Vektor $\vec{S}$ beschreibt als Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$, die selber senkrecht aufeinander stehen, die Leistungsflussdichte der elektromagnetischen Welle in Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$. Innerhalb der durch $\vec{E}$ und $\vec{H}$ aufgespannten Ebene sind die Feldvektoren jeweils konstant, was mit dem Begriff der homogenen ebenen Welle als Lösung für die Wellengleichung charakterisiert wird.
Obwohl eine solche ebene Welle wegen dieser Eigenschaft unendlich viel Energie transportieren würde und damit eigentlich unphysikalisch ist, kann unter bestimmten Voraussetzungen, die in Kapitel 1.2 näher erläutert werden, mit diesen ebenen Wellen in sehr guter Näherung gerechnet werden. Des Weiteren kann aber auch die Überlagerung einer Vielzahl von ebenen Wellen unterschiedlicher Ausbreitungsrichtungen eine physikalisch reale Abstrahlung durch eine Antenne beschreiben. Darauf wird im Zusammenhang mit der Nahfeld-Fernfeld-Transformation in Abschnitt 1.3 eingegangen.
Die Ausrichtung des elektrischen Feldvektors wird als Polarisation bezeichnet. Der einfachste Fall, dass eine elektromagnetische Welle nur aus einem richtungskonstanten Paar von $\vec{k}$ und $\vec{E}$ bzw. $\vec{H}$ besteht, wird auch lineare Polarisation genannt. Überlagerungen mehrerer elektromagnetischer Wellen können zu zirkularer oder elliptischer Polarisation führen. Dieser Fall ist in dieser Arbeit aber nicht von Bedeutung. Abbildung 1.1 verdeutlicht die Lage der Feldvektoren und des Ausbreitungsvektors für eine linear polarisierte Welle, die sich in positive z-Richtung ausbreitet. In den meisten Fällen ist die Darstellung einer Welle in Kugelkoordinaten allerdings vorteilhafter. Anders als bei kartesischen Koordinaten ändern sich die Richtungen der Feldvektoren mit den Betrachtungswinkeln φ und ϑ, wie in Abbildung 1.2 verdeutlicht wird.

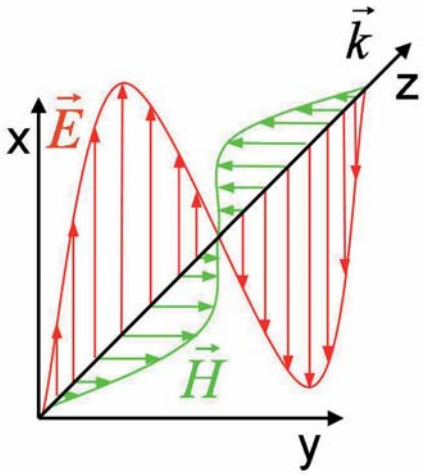

Abb. 1.1 Linear polarisierte Welle in kartesischen Koordinaten

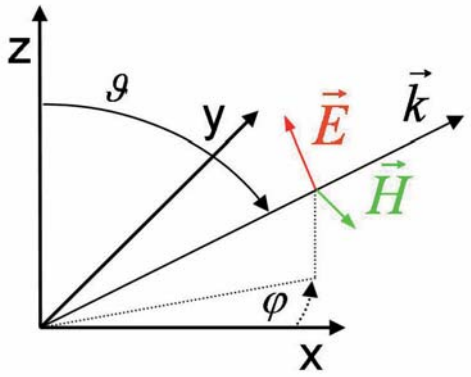

Abb. 1.2 Linear polarisierte Welle in Kugelkoordinaten

Der Fall $\varphi = \vartheta = 0$ in Kugelkoordinaten entspricht der kartesischen Darstellung aus Abbildung 1.1. Das elektrische Feld zeigt dann in Richtung $\vec{e}_\vartheta$, das magnetische Feld in Richtung $\vec{e}_\varphi$.Wie das kartesische Koordinatensystem auch bilden die Kugelkoordinaten ein Rechtssystem. Zwangsläufig ergeben sich für die Polarisationsrichtung des elektrischen bzw. magnetischen Feldes zwei orthogonale Möglichkeiten, die in dieser Arbeit als horizontale und vertikale Polarisation bezeichnet werden. Horizontale Polarisation kennzeichnet dabei den Fall, dass der elektrische Feldvektor und die Ausbreitungsrichtung parallel zum Erdboden liegen. Vertikale Polarisation beschreibt einen elektrischen Feldvektor senkrecht zum Erdboden. Der Winkel in der Ebene parallel zum Erdboden heißt Azimut, Winkel in der Ebene senkrecht dazu werden als Elevationswinkel bezeichnet, wobei ein Elevationswinkel von 90° eine Abstrahlrichtung senkrecht vom Erdboden weg bedeutet.
Im Folgenden wird die Beschreibung einer ebenen Welle auf die Ausbreitung zwischen zwei Antennen angewandt. Im Zuge dieser Betrachtung werden wesentliche Antenneneigenschaften diskutiert.

1.2 Antennencharakteristika und die Ausbreitungsgleichung von Friis

Die von einer Antenne abgestrahlte Sendeleistung P_{Sende} ergibt sich aus dem Flussintegral über die Leistungsflussdichte $\vec{S}$ durch eine frei wählbare Hüllfläche, üblicherweise eine Kugeloberfläche mit dem Radius r, gemäß:

$$P_{Sende} = \oiint_{Kugeloberfläche(r)} \vec{S}(r,\vartheta,\varphi)\vec{n}dA \qquad (1.14)\,.$$

Mit der Parametrisierung des Poynting-Vektors in Kugelkoordinaten ist nur dessen $\vec{e}_r$-Komponente parallel zum Normalenvektor der Kugeloberfläche. Für die

Leistungsflussdichte eines theoretisch ideal isotropen Kugelstrahlers $\vec{S}_{iso}$, die konstant auf der Kugeloberfläche ist, ergibt sich somit:

$$\vec{S}_{iso}(r) = \frac{P_{Sende}}{4\pi r^2}\vec{e}_r \qquad (1.15)\,.$$

Die Leistungsflussdichte einer beliebigen Antenne $\vec{S}$ wird mit Hilfe einer Gewinnfunktion $G(\vartheta,\varphi)$ auf das Abstrahlverhalten dieses idealen Kugelstrahlers bezogen mit:

$$\vec{S}(r,\vartheta,\varphi) = \frac{P_{Sende}\cdot G(\vartheta,\varphi)}{4\pi r^2}\vec{e}_r \qquad (1.16)\,.$$

Definitionsgemäß werden mit dem Gewinn nicht nur die eigentliche Richtcharakteristik, sondern auch mögliche Verluste innerhalb einer Antenne berücksichtigt [1.3]. Die Multiplikation dieser Leistungsflussdichte mit der effektiven Wirkfläche einer Empfangsantenne, deren Richtcharakteristik ebenfalls mit Hilfe einer Gewinnfunktion beschrieben wird, ergibt die Empfangsleistung bei einer Übertragung zwischen zwei Antennen gleicher Polarisation, die durch die folgende Ausbreitungsgleichung von Friis [1.4] beschrieben wird:

$$P_{Empfang} = \underbrace{\frac{P_{Sende}\cdot G_{Sende}(\vartheta_1,\varphi_1)}{4\pi r^2}}_{Term\,1}\cdot\underbrace{\frac{\lambda^2\cdot G_{Empfänger}(\vartheta_2,\varphi_2)}{4\pi}}_{Term\,2} \qquad (1.17)\,.$$

Term 1 in Gleichung 1.17 beschreibt die Leistungsflussdichte einer Sendeantenne gemäß Gleichung 1.16. Term 2 ist die effektive Wirkfläche einer Antenne wie sie in [1.5] hergeleitet ist. Die vektoriellen Größen einer ebenen Welle, $\vec{k}$, $\vec{E}$ und $\vec{H}$, sind in dieser Ausbreitungsgleichung implizit enthalten, wie in Abbildung 1.3 verdeutlich wird. Die Richtung des Wellenvektors $\vec{k}$ ist dabei die direkte Verbindungslinie zwischen der Sende- und Empfangsantenne. Das elektrische Feld liegt wie angedeutet in der Zeichnungsebene.

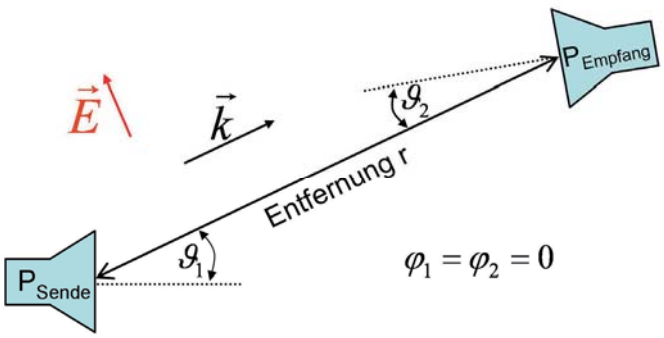

Abb. 1.3 Ausbreitungsgleichung von Friis

Die Ausbreitungsgleichung von Friis beschreibt die Übertragung zwischen zwei Antennen mit einer einzigen ebenen Welle. Die von dieser ebenen Welle transportierte Leistung ist dabei mit Hilfe der Gewinnfunktion auf die tatsächliche Sendeleistung normiert, wobei ein Winkel von $\vartheta = 0°$ jeweils die Richtung senkrecht von der Antenne weg kennzeichnen soll, wie sie in Abbildung 1.3 durch gestrichelte Linien dargestellt ist. Allerdings müssen dabei folgende Voraussetzungen erfüllt sein. Bezüglich Term 2 in Gleichung 1.17 setzt die Herleitung der effektiven Wirkfläche einer Antenne voraus, dass innerhalb dieser Fläche von einer einfallenden ebenen Welle ausgegangen werden kann. Abbildung 1.4 skizziert dazu eine Übertragung zwischen einem idealen Kugelstrahler und einer beliebigen Empfangsantenne, deren größte Abmessungen mit dem Durchmesser D gekennzeichnet wird.

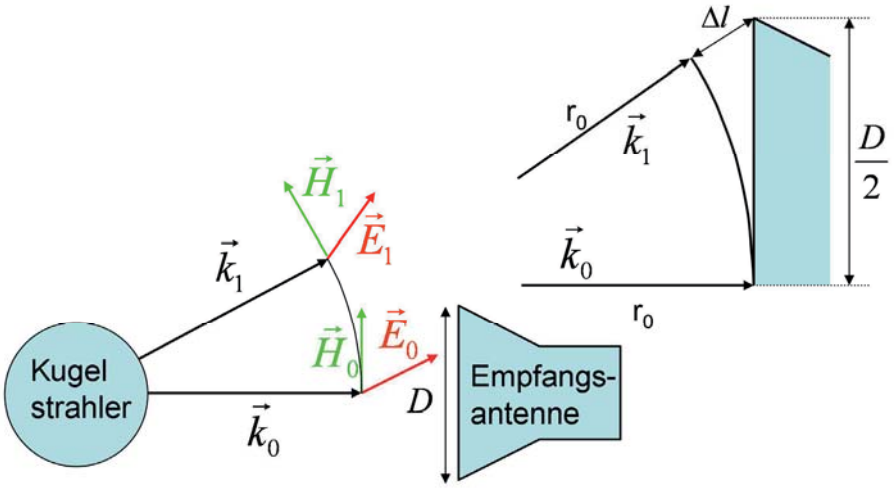

Abb. 1.4 Ebene Welle innerhalb einer Empfangsantenne

Die Wellenvektoren $\vec{k}_0$ und $\vec{k}_1$ kennzeichnen die Richtungsvektoren einer jeweiligen ebenen Welle, um mit der Ausbreitungsgleichung von Friis die Übertragung von einem idealen Kugelstrahler zu dem Zentrum einer Empfangsantenne und zu ihrem äußersten Punkt zu beschreiben. Dabei ergibt sich für die Welle $\vec{k}_1$ ein Wegunterschied von Δl, mit:

$$(r_0 + \Delta l)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + r_0^{\,2} \qquad (1.18),$$

bzw. in erster Näherung:

$$2 r_0 \Delta l = \frac{D^2}{4} \qquad (1.19).$$

Für den aufgrund dieses Wegunterschiedes resultierenden Phasenunterschied $\frac{2\pi}{\lambda}\Delta l$ zwischen den ebenen Wellen $\vec{k}_0$ und $\vec{k}_1$ ist ein empirisch gefundener Wert von $\frac{\pi}{8}$ ein oberer Richtwert, bei dem für die meisten Antennentypen die Beschreibung durch die Ausbreitungsgleichung von Friis hinreichend genau ist, also von nur einer ebenen Welle $\vec{k}_0$ ausgegangen werden kann [1.6]. Mit diesem Kriterium folgt für einen Mindestabstand r_0 zwischen zwei Antennen

$$r_0 \geq \frac{2D^2}{\lambda} \qquad (1.20)$$

als so genannte Fernfeldbedingung für die Anwendbarkeit von Gleichung 1.17.

Des Weiteren werden in Gleichung 1.14 nur gestrahlte Komponenten des Poynting-Vektors für die tatsächliche Sendeleistung betrachtet, bei denen ein reeller Leistungstransport nur in radialer Richtung stattfindet. Für diesen gilt, dass der zeitliche Mittelwert des Poynting-Vektors

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{\vec{E} \times \vec{H}^*\right\} \qquad (1.21)\,.$$

ungleich null ist.
D.h., Gleichung 1.14 setzt eine Betrachtung nur in dem Strahlungsfeld oder auch Fernfeld voraus, in dem die Wellenausbreitung entkoppelt von ihrer Erzeugung durch die Antenne stattfindet. Die Feldstärken sind dabei umgekehrt proportional zum Abstand zu der Antenne.
Im Nahfeld einer Antenne können für die Feldstärken auch Abstandsabhängigkeiten höherer Ordnung dominieren [1.7]. Deren Einfluss verschwindet allerdings mit zunehmendem Abstand, so dass die Einhaltung der Fernfeldbedingung aus Gleichung 1.20 hinreichend ist.
Für die praktische Anwendung der Ausbreitungsgleichung von Friis ist es meistens nicht erforderlich, die Gewinnfunktion einer Antenne $G(\vartheta,\varphi)$ über den gesamten Winkelbereich zu kennen. Insbesondere wäre es sehr aufwändig, eine Antenne über diesen ganzen Winkelbereich messtechnisch zu charakterisieren. Typischerweise wird die Gewinnfunktion daher in zwei Schnittebenen dargestellt, in der Polarisationsebene des E-Feldes und in der Polarisationsebene des H-Feldes. Diagramm 1.5 zeigt den winkelabhängigen Gewinn einer Hornantenne[2] in der Polarisationsebene des elektrischen Feldes und einige zusammenfassende und charakteristische Kennzeichen eines solchen Diagramms. Der Gewinn ist dabei logarithmisch aufgetragen und auf seinen Maximalwert normiert.

[2] Theoretisch berechnet für eine Hornantenne QPar Angus 90010/02 mit den Abmessungen Länge x Breite = 0,94m x 0,68m bei einer Frequenz von 1 GHz.