



Adam Ramer (Autor)

# Design und Realisierung GaN-HEMT basierter THz-Detektoren



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/8775>

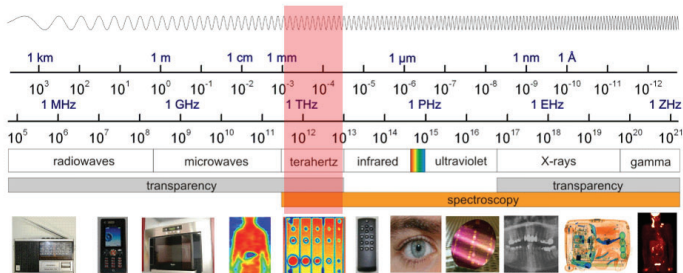
Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Gottingen,  
Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# 1

## Einleitung



References: Fraunhofer IPM (9), Smiths Detection (1), Forschungszentrum Rossendorf (1)

Abbildung 1.1: Frequenzspektrum

Der THz-Frequenzbereich liegt im elektromagnetischen Spektrum zwischen dem Infrarot-Bereich und Mikrowellen-Frequenzen (vgl. Abbildung 1.1).

Unterhalb des Röntgenspektrums stellt der THz-Spektralbereich den letzten großen Frequenzbereich dar, der noch nicht für kommerzielle Anwendung im Massenmarkt erschlossen ist. Aus diesem Grund wird dieser Spektralbereich häufig auch als THz-Lücke (engl. THz-Gap) bezeichnet. Im derzeitigen Sprachgebrauch umfasst er i.a. die Frequenzen zwischen  $0.1\text{ THz}$  und  $10\text{ THz}$ .

Technisch befindet sich das THz-Frequenzspektrum damit im Spannungsfeld zwischen der Elektronik und der Photonik. Für klassische elektronische Anwendungen, die auf Halbleitern basieren, sind die Frequenzen über  $100\text{ GHz}$  der obere Grenzbereich. Aktuell erreichen kommerzielle Halbleiter  $f_t$ - und  $f_{max}$ -Werte ( $f_t$ : Transitfrequenz bei der die Stromverstärkung  $\beta \approx 1$ ,  $f_{max}$ : maximale Oszillationsfrequenz, Leistungsverstärkung=1) von ca.  $300 - 400\text{ GHz}$  [1]. Im wissenschaftlichen Bereich werden aktuell  $f_t$ - und  $f_{max}$ -Werte von über  $1\text{ THz}$  erzielt [2]. Für die meisten Ansätze der Photonik wiederum ist die Photonenenergie von  $0.1\text{ meV}$  bis  $10\text{ meV}$  im THz-Frequenzspektrum für eine direkte Erzeugung durch Halbleiterlaser zu gering, da diese geringer ist als die thermische Energie bei Raumtemperatur.

Im Vergleich zu den anderen Frequenzbändern weist der THz-Spektralbereich jedoch Eigenschaften auf, die ihn einzigartig machen. Im Folgenden wird kurz auf diese charakteristischen Eigenschaften und deren mögliche technische Verwertung eingegangen:

- **Hohe räumliche Radar-Auflösung:** Für 1 THz beträgt die Freiraumwellenlänge  $300 \mu\text{m}$ . Damit können, im Gegensatz zum Mikrowellenbereich, höhere Auflösungen für bildgebende Verfahren realisiert werden. Andererseits besteht der Vorteil, dass die THz-Strahlung eine größere Wellenlänge als sichtbares und infrarotes Licht besitzt. Dadurch können Rauch, Staub und Nebel durchdrungen werden. Damit sind hochauflösende bildgebende Verfahren auch unter ungünstigen Umgebungsbedingungen möglich, in denen optische Systeme versagen.
- **Hohe Eindringtiefe** im Vergleich zu optischen Verfahren: THz-Strahlung kann nichtmetallische und unpolare Materialien wie Kleidung, Papier, Pappe, Holz, Kunststoffe und Keramiken durchdringen. Das ermöglicht berührungslose Sicherheitsprüfungen von Postsendungen, Gepäck und Personen.
- **Funk-Kommunikation mit hoher Bandbreite:** Die hohe Frequenz der THz-Wellen, gepaart mit den verfügbaren großen Bandbreiten, ermöglicht eine schnelle drahtlose Datenübertragung. Durch die kleinen Abmessungen von THz-Antennen wird zudem z.B. eine Chip-zu-Chip-Kommunikation möglich.
- **Spektroskopie ohne ionisierende Wirkung:** Viele Molekülgruppen zeigen eine charakteristische Rotation und Schwingungsmoden im THz-Spektrum. Dies ermöglicht es, eine THz-Spektroskopie durchzuführen, die die Detektion von chemischen Substanzen wie Drogen und explosiven Substanzen zum Ziel hat. Im THz-Spektrum ist die Photonenenergie sechs Größenordnungen niedriger als im Röntgenspektrum, wodurch die THz-Strahlung keine starken kovalenten chemischen Bindungen aufbrechen kann. Die nicht ionisierende Eigenschaft von THz-Strahlung macht sie weitgehend unschädlich für biologische und chemische Substanzen. Dementsprechend können THz-Systeme gut in der Arzneimittelforschung und den Biowissenschaften eingesetzt werden.

Die soeben aufgeführten Eigenschaften des THz-Spektralbereichs haben zu einem weltweit hohen Forschungsaufkommen geführt. Dabei werden unterschiedliche Anwendungsbereiche untersucht, wie Sicherheit [3–5], Medizin [6–8], Kommunikation [9–11], zerstörungsfreie Inspektion [12, 13] und Astronomie [14, 15].

Um die Forschungsergebnisse aus der Laborumgebung in kommerzielle Anwendungen zu überführen, stellen einfach handhabbare THz-Detektoren eine Schlüsselkomponente dar. Für den Einsatz in Spektroskopie-Systemen und für die Bildgebung sollten THz-Detektoren bei Raumtemperatur betrieben werden sowie eine hohe Empfindlichkeit, eine große Bandbreite und ein schnelles Ansprechverhalten aufweisen. Für bildgebende Systeme ist die Möglichkeit zur Herstellung von ein- und zweidimensionalen Arrays von Interesse, da sich somit THz-Kameras herstellen lassen. Dabei sind THz-Kameras zur Aufnahme von passiven und aktiv beleuchteten Szenarien von Interesse. Ein THz-Detektor, der diese Eigenschaften vereint und das Potential zur kommerziellen Nutzung aufweist, ist bis dato nicht verfügbar.

Bei Verwendung eines aktiven Halbleiters als direkten THz Detektors kommen Dioden,

---

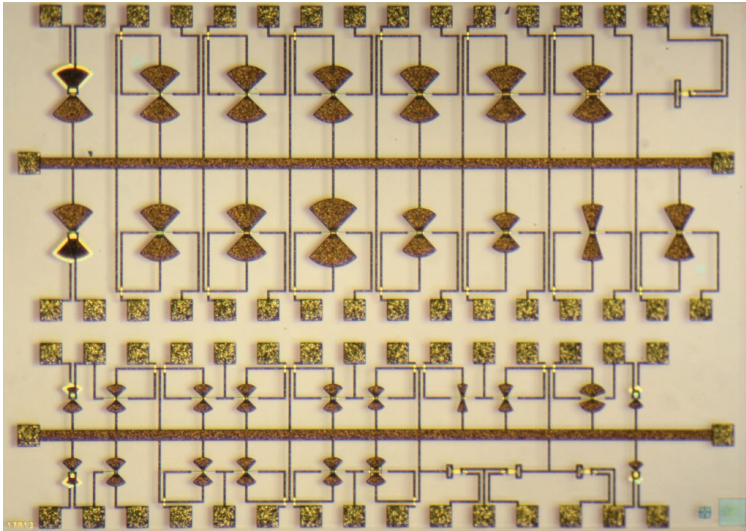
Bipolare Transistoren und FET Transistoren in Betracht. Bei direkten THz-Detektoren wird das einfallende THz-Signal direkt in ein Gleichsignal umgesetzt. Für die Umsetzung des hochfrequenten Signals in ein Gleichsignal werden die nichtlinearen Kennlinien der verschiedenen Halbleitertechnologien genutzt. In kommerziellen Systemen dominieren Dioden, die mittels eines Hohlleiterübergangs mit dem hochfrequenten Signal gespeist werden [16]. Mitte der 90 Jahre des letzten Jahrhunderts erweiterten Michael Dyakonov und Michael Shur die Theorie der Dynamik von Elektronen und deren Dichte in Halbleiter-Strukturen, die sich ballistisch bewegen können, und postulierten die Existenz von Ladungsträgerdichtewolken in Halbleiterkanälen [17]. Diese Schwankungen der Ladungsträgerdichte werden als Plasmonen bezeichnet. Nach der Theorie können diese kollektiven Eigenschaften der Elektronen zur Detektion und Emission von THz Strahlung genutzt werden. Bemerkenswert ist, dass die Plasmonen auch in Halbleiterkanälen von Transistoren existieren sollen, die  $f_t$  und  $f_{max}$  Werte weit unterhalb des THz-Frequenzbereiches aufweisen. Getrieben von dieser Grundannahme sind Detektoren für den THz-Spektralbereich in verschiedenen Halbleitertechnologien realisiert worden, die von ihren  $f_t$  und  $f_{max}$  Werten für Schaltungen im niedrigen GHz Frequenzbereich ausgelegt sind. Eine etablierte Halbleitertechnologie bietet hier die Möglichkeit, die Kosten bei einer hochvolumigen Fertigung zu skalieren. Für diesen Ansatz muss die Antenne, welche die THz-Schnittstelle darstellt, direkt monolithisch mit auf dem Chip integriert werden, damit komplexe und teure Aufbauvarianten, die für eine im THz-Frequenzbereich brauchbare Verbindung nötig sind, entfallen. Für den Betrieb bei Raumtemperatur wurden hier verschiedene Technologien untersucht. Die Angaben zu den Sensitivitäten der einzelnen THz-Detektoren sind schwer zu vergleichen, da bisher keine standardisierten Messvorgaben vorhanden sind und dementsprechend die Ergebnisse je nach verwendeter Berechnungsmethode deutlich streuen können [18].

Einzeldetektoren auf Basis von CMOS als Halbleitertechnologie erreichen Spitzenwerte für die rauschäquivalente Leistung (NEP) in dem Bereich von  $NEP = 15 - 75 \frac{pW}{\sqrt{Hz}}$  [19–21]. Auf Basis von SiGe konnten Spitzenwerte von  $NEP = 1.9 \frac{pW}{\sqrt{Hz}}$  erzielt werden [22].

Für Array Anordnungen gestaltet sich die Angabe von Empfindlichkeiten noch schwieriger, da neben den unterschiedlichen Berechnungsmethoden meist zusätzliche Schaltungen zur Verstärkung und zum Umschalten innerhalb jedes Pixels realisiert werden [23, 24] und auch die Bildwiederholfrequenz eine Rolle spielt. Bei den 2-Dimensionalen Arrays dominiert die CMOS Halbleitertechnologie, da sie den höchsten Reifegrad besitzt. Es wurden focal-plane arrays von  $10 \times 10$  Pixel mit einer Sensitivität von  $NEP = 216 \frac{pW}{\sqrt{Hz}}$  bei 0.2 THz [25] und bis zu  $32 \times 32$  Pixel mit einer Sensitivität von  $NEP = 400 \frac{pW}{\sqrt{Hz}}$  [26] bei 0.6 THz gezeigt.

Die große Diskrepanz zwischen den Einzeldetektoren und den Arrays liegt darin begründet, dass ein 2-dimensionales Array ein Ausleseschema benötigt. Möchte man eine bestimmte Rate an Bildern pro Sekunde erhalten, sinkt die Zeit, die man zum Auslesen pro einzelnen Pixel zur Verfügung hat. Damit sinkt die Integrationszeit pro Pixel und damit fällt die integrierte Signalstärke und somit die Sensitivität.

Im Vorfeld zu dieser Arbeit wurde eine Technologiestudie durchgeführt mit dem Ziel zu evaluieren, ob der FBH-eigene Galliumnitrid-High-Electron-Mobility-Transistor Prozess (GaN-HEMT Prozess) genutzt werden kann, um mittels des oben beschriebenen Ansatzes THz-Detektoren fertigen zu können. Die Designs in der Technologiestudie bestehen aus einer



**Abbildung 1.2:** Fotografie der gefertigten Technologiestudie

Zusammenschaltung eines bestehenden HEMT-Designs in den Fußpunkt unterschiedlicher Antennenformen. Eine wirkliche Einbettung des Halbleiters in eine Umgebung, welche dem Halbleiter optimale Impedanzen an seinen Referenzebenen bereitstellt und das Potenzial ausschöpft, hat in der Tiefe nicht stattgefunden. Die Abbildung 1.2 zeigt die Photographie eines Chips der gefertigten Technologiestudie. Es konnte gezeigt werden, dass sich THz-Detektoren herstellen lassen, die bei Frequenzen arbeiten, die mehr als das 25-fache der Transitfrequenz des HEMTs betragen [27]. Der dabei dominierende Funktionsmechanismus konnte nicht abschließend herausgearbeitet werden. Es blieb offen, ob der HEMT hauptsächlich als resistiver Mischer arbeitet oder ob es einen signifikanten Anteil am Detektionsstrom gibt, der durch plasmonische Mischvorgänge im Halbleiterkanal verursacht wurde. Da beide Mischvorgänge die gleichen Randbedingungen voraussetzen und durch Verbesserungen des Designs sowie der Epitaxie gleichermaßen partizipieren, ist eine messtechnische Separation nicht möglich.

In dieser Arbeit gilt das Forschungsinteresse deswegen einerseits der theoretischen Fragestellung, welcher Funktionsmechanismus in dem hier verwendeten Halbleitermaterial dominiert und andererseits, wie der Halbleiter monolithisch in eine hochfrequente Umgebung eingepasst werden muss, um den Funktionsmechanismus optimal zu nutzen.

Da eine Messtechnische Separation der Funktionsmechanismen nicht möglich ist, wird dieser Vergleich über die Verwendung von zwei Modellen geführt, bei dem das eine nicht in der Lage ist das plasmonische Mischen zu erfassen. Aus dem Vergleich der Simulationsergebnisse der Modelle mit Messungen können Rückschlüsse auf den Funktionsmechanismus gezogen werden. Wie ein Halbleiter in eine HF-Umgebung eingebettet werden kann, die sich direkt aus den drei Anschlusskontakten formt, wird erarbeitet. Dabei werden alle passiven Strukturen der Technologie mittels 3D-EM-Simulation nachgebildet. Das elektrische Verhalten des Halbleiters bzw. des inneren Transistors wird mittels der Modelle beschrieben. Mit dieser Vorgehensweise

---

können die passiven Strukturen und der innere Halbleiter vollständig separiert werden, womit ein Austausch der Modelle möglich ist.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Im zweiten Kapitel erfolgt eine Auseinandersetzung mit den Detektionsmechanismen im Halbleiterkanal. Das resistive Selbstmischen und das plasmonische Mischen als Detektionsmechanismus werden betrachtet. Für das resistive Mischen wird anhand einer Taylorreihenentwicklung die fundamentale Funktionsweise herausgearbeitet. Für das plasmonische Verhalten der Elektronen im Halbleiterkanal wird gezeigt, mit welchen Analogien dieses mathematisch beschrieben werden kann.

Das dritte Kapitel behandelt das elektrische Verhalten eines GaN-HEMT und die Umsetzung dieses Verhaltens in analytische Modelle für den inneren GaN-HEMT. Es wird ein analytisches Modell entwickelt, welches das resistive Selbstmischen erfassen kann. Es wird zudem ein bestehendes, analytisches Modell vorgestellt, das zusätzlich in der Lage ist, das plasmonische Mischen zu beschreiben.

Im vierten Kapitel findet eine Entwicklung von Antennenkonzepten statt, welche mittels des MMIC-Prozesses realisiert werden können. Es wird gezeigt, welchen Einfluss die unterschiedlichen Designparameter haben. Diese Designstudien dienen als Grundlage für die Antennenstrukturen der THz-Detektoren, die im Verlauf der Arbeit entwickelt wurden.

Anschließend wird im fünften Kapitel der MMIC-Prozess am FBH vorgestellt und dargestellt, wie die Antennenkonzepte in eine realisierbare HF-Umgebung umgesetzt werden.

Im Kapitel sechs erfolgt eine Zusammenführung der inneren HEMT-Modelle mit der 3D-EM-Simulation der Umgebung. Die simulierten Detektionsströme werden anhand von Messungen evaluiert, woraus sich Rückschlüsse zu den dominierenden Detektionsmechanismus ergeben. Am Ende dieses Kapitels findet eine theoretische Auseinandersetzung mit den Simulationsergebnissen statt, die aufzeigt, dass man das Verhalten der THz-Detektorstrukturen durch quasi-statische Lösungen annähern kann.

Basierend auf den entwickelten THz-Detektoren präsentiert Kapitel sieben die Realisierung einer 144 Pixel THz-Kamera und erste Messungen mit dieser.

Eine Zusammenfassung der Arbeit und der Ausblick auf weitere Forschungsperspektiven finden in Kapitel acht statt.



# 2

## Detektionsmechanismen

### 2.1 Einleitung

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Mechanismen betrachtet, die in einem GaN-HEMT einen Gleichstrom verursachen, wenn man ein THz-Signal einkoppelt. Die Betrachtungen stellen die Grundlagen für die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Arbeiten dar.

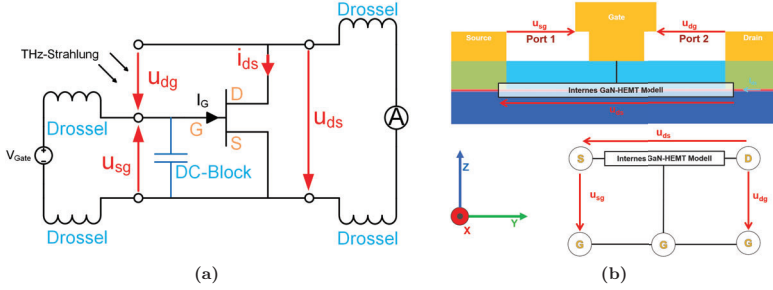
Die Motivation, sich mit THz-Detektoren auf Basis von Transistoren zu beschäftigen, kam nach der Lektüre der praktischen und theoretischen Arbeiten zum plasmonischem Mischen innerhalb eines Halbleiterkanals auf [28]. Diese Arbeiten zeigten, dass es möglich ist, Transistoren mit bedeutend niedrigeren  $f_t$  und  $f_{max}$  Werten zur Detektion von THz-Strahlung zu verwenden, als klassischerweise angenommen und benötigt wird, um im THz-Frequenzbereich zu arbeiten. Die Frage, ob es sich bei den experimentellen Ergebnissen wirklich um plasmonisches Mischen handelt oder um das konventionelle resistive Mischen, hier in der Form der Selbstmischung, konnte in den Arbeiten nicht endgültig geklärt werden. Dieser Forschungsfrage wird in dieser Arbeit nachgegangen. Im folgenden Kapitel werden beide Mechanismen vorgestellt und im Rahmen der hier untersuchten Strukturen analysiert.

### 2.2 Resistive Selbstmischung

Die linke Seite der Abbildung 2.1 zeigt die Beschaltung eines HEMTs, wie sie für resistive Selbstmischung benötigt wird. Auf der rechten Seite der Abbildung 2.1 ist der schematische Querschnitt eines GaN-HEMTs mit den hier verwendeten Referenzebenen dargestellt. Im Gegensatz zur Common-Source-Beschaltung stellt das Gate das gemeinsame Bezugspotential für die Referenzebenen Source- und Drain-Gate dar, äquivalent zu einer Common-Gate-Schaltung.

Die Betrachtung des Drain-Source-Stromes  $i_{ds}$  erfolgt mittels einer Taylorreihenentwicklung, wie sie aus der Fachliteratur bekannt ist [29]. Dieses Ergebnis wird an die Bedingung des resistiven Selbstmischens, wie sie in der Abbildung 2.1 auf der linken Seite gezeigt ist, angepasst. Der nichtlineare Kleinsignal Drain-Source-Strom  $i_{ds}$  eines Gan-HEMTs hängt von





**Abbildung 2.1:** Beschriftung für die resistive Selbstmischung (a) und schematischen Querschnitt des GaN-HEMTs mit den Referenzebenen (b).

dem gewählten DC-Arbeitspunkt der Gate-Source- und Drain-Source-Spannung ( $U_{GS}, U_{DS}$ ) und der dynamischen Kleinsignal-Aussteuerung der beiden Spannungen ( $\Delta u_{gs}, \Delta u_{ds}$ ) um den Arbeitspunkt ab.

Die resultierenden Gate-Source- und Drain-Source-Spannungen setzen sich somit aus einem Gleichspannungs- und einem dynamischen Kleinsignalanteil zusammen.

$$u_{gs} = U_{GS} + \Delta u_{gs} \quad (2.1)$$

$$u_{ds} = U_{DS} + \Delta u_{ds} \quad (2.2)$$

Damit stellt der Drain-Source-Strom eine nichtlineare Funktion dar, die von dem gewählten Arbeitspunkt und den dynamischen Kleinsignalspannungen abhängt.

$$i_{ds}(u_{gs}, u_{ds}) = f(U_{GS}, U_{DS}, \Delta u_{gs}, \Delta u_{ds}) \quad (2.3)$$

Diese nichtlineare Funktion kann mittels einer zweidimensionalen Taylorreihe beschrieben werden [30]. Dazu wird die Funktion  $i_{ds} = (u_{gs}, u_{ds})$  um den DC-Arbeitspunkt ( $U_{GS}, U_{DS}$ ) bis zur zweiten Ordnung entwickelt.

$$\begin{aligned} i_{ds}(u_{gs}, u_{ds}) = & i_{ds}(U_{GS}, U_{DS}) + \frac{\partial i_{ds}(U_{GS}, U_{DS})}{\partial u_{gs}}(u_{gs} - U_{GS}) + \frac{\partial i_{ds}(U_{GS}, U_{DS})}{\partial u_{ds}}(u_{ds} - U_{DS}) \\ & + \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, U_{DS})}{\partial u_{gs} \partial u_{ds}}(u_{gs} - U_{GS})(u_{ds} - U_{DS}) \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, U_{DS})}{\partial^2 u_{gs}}(u_{gs} - U_{GS})^2 + \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, U_{DS})}{\partial^2 u_{ds}}(u_{ds} - U_{DS})^2 \right\} \\ & + \text{Restglied} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Das Restglied der Taylorreihe wird vernachlässigt.

Die im weiteren Verlauf betrachteten Verschaltungen beziehen sich auf die linke Darstellung in Abbildung 2.1, in der alle niederfrequenten Anschlüsse durch Drosseln ideal von den

hochfrequenten Anteilen getrennt sind. Der Gate- und Source-Anschluss des HEMTs sind durch einen idealen Kondensator hochfrequent miteinander kurzgeschlossen. Das Strommessgerät in der Zeichnung stellt einen idealen Kurzschluss da. Der Gate-Anschluss wird gegenüber dem Source- und Drain-Anschluss vorgespannt. Da der Transistor symmetrisch aufgebaut ist und der Source- und Drain-Anschluss auf demselben Potenzial liegen, ist es möglich, die Benennung der Source- und Drain-Anschlüsse zu vertauschen. Die Bezeichnung geht nicht mit einer elektrischen Funktionalität einher. Für eine kongruente Bezeichnung der Anschlüsse vor dem Hintergrund der einschlägigen Literatur wird jedoch die oben gewählte Bezeichnung beibehalten.

Da Drain- und Source-Anschluss auf demselben Potenzial liegen, gilt  $U_{DS} = 0V$ .

Dadurch ergibt sich der erste Term der Reihenentwicklung zu Null. Dieser Term stellt den Gleichstromanteil dar, der durch die Wahl des Arbeitspunktes entsteht.

$$U_{DS} = 0V \Rightarrow i_{ds}(U_{GS}, U_{DS}) = 0 \quad (2.5)$$

Da der DC-Arbeitspunkt der Drain-Source-Spannung Null ist, bleibt bei der Drain Source-Spannung nur die Kleinsignaländerung übrig. Sowohl die Kleinsignaländerung der Gate-Source- als auch die der Drain-Source-Spannung sind viel kleiner als die Gate-Source-Vorspannung. Damit werden folgende Substitutionen festgelegt.

$$\begin{aligned} \Delta u_{ds} &= u_{ds} \\ |\Delta u_{ds}| &\ll |U_{GS}| \\ \Delta u_{gs} &= u_{gs} - U_{GS} \\ |\Delta u_{gs}| &\ll |U_{GS}| \end{aligned} \quad (2.6)$$

Es ergibt sich die Reihenentwicklung des Drain-Source-Strom zu:

$$\begin{aligned} i_{ds}(u_{gs}, u_{ds}) &= \frac{\partial i_{ds}(U_{GS}, 0)}{\partial u_{gs}} \Delta u_{gs} + \frac{\partial i_{ds}(U_{GS}, 0)}{\partial u_{ds}} \Delta u_{ds} \\ &+ \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, 0)}{\partial u_{gs} \partial u_{ds}} \Delta u_{gs} \Delta u_{ds} \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, 0)}{\partial^2 u_{gs}} \Delta u_{gs}^2 + \frac{\partial^2 i_{ds}(U_{GS}, 0)}{\partial^2 u_{ds}} \Delta u_{ds}^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die Änderung des Drain-Source-Stroms in Abhängigkeit von der Gate-Source-Spannung ist die differentielle Steilheit eines HEMTs.

$$\frac{\partial i_{ds}}{\partial u_{gs}} = g_m \quad (2.8)$$

Die differentielle Änderung des Drain-Source-Stroms in Abhängigkeit der Drain-Source-Spannung beschreibt den differentiellen Ausgangsleitwert eines HEMTs.

$$\frac{\partial i_{ds}}{\partial u_{ds}} = g_{ds} \quad (2.9)$$

## 2. Detektionsmechanismen

---

Mit diesen beiden Substitutionen ergibt sich der Drain-Source-Strom zu:

$$\begin{aligned}
 i_{ds}(u_{gs}, u_{ds}) &= g_m \Delta u_{gs} + g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{ds} \\
 &+ \frac{\partial}{\partial u_{gs}} g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{gs} \Delta u_{ds} \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial u_{gs}} g_m(U_{GS}, 0) \Delta u_{gs}^2 + \frac{\partial}{\partial u_{ds}} g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{ds}^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

In einem DC-Arbeitspunkt ohne Drain-Source-Vorspannung ist die Steilheit und ihre erste Ableitung gleich Null, wodurch alle Reihenglieder, welche die Steilheit oder ihre Ableitung in dem DC-Arbeitspunkt enthalten, keinen Strombeitrag leisten und entfallen.

$$\begin{aligned}
 U_{DS} = 0V \Rightarrow g_m(U_{GS}, 0) &= \frac{\partial}{\partial u_{gs}} g_m(U_{GS}, 0) = 0 \\
 i_{ds}(u_{gs}, u_{ds}) &= g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{ds} + \frac{\partial}{\partial u_{gs}} g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{gs} \Delta u_{ds} \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial u_{ds}} g_{ds}(U_{GS}, 0) \Delta u_{ds}^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Diese Näherung 2.11 des Drain-Source-Stroms durch die Taylorreihe beschreibt den Drain-Source-Strom an einem DC-Arbeitspunkt, bei dem die Drain-Source-Vorspannung Null ist und die Gate-Source-Vorspannung beliebig gewählt werden kann. Im Weiteren werden die Spannungsdefinitionen aus der Abbildung 2.1, wie sie sich aus der Beschaltung für das resistive Selbstmischen ergeben, in die Taylorreihen 2.11 eingesetzt. Unter der Voraussetzung, dass kein Gate-Strom fließt und die Gate-Halbleiterkanalkapazität vernachlässigt wird, ergibt sich für die drei Spannungen zwischen den Anschlüssen des HEMTs der Zusammenhang:

$$u_{ds} = u_{dg} - u_{sg} \tag{2.12}$$

Die Spannungen zwischen dem Source- und Gate- sowie dem Drain- und Gate- Anschluss setzen sich aus einer Vorspannung und einem differentiellen Kleinsignalanteil zusammen. Da Drain- und Source-Anschluss auf demselben Potenzial liegen, ist der Gleichspannungsanteil gleich und entspricht der negativen Gate-Source-Vorspannung.

$$\begin{aligned}
 u_{sg} &= -U_{GS} + \Delta u_{sg} \\
 u_{dg} &= -U_{GS} + \Delta u_{dg}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Daraus ergibt sich nach der Gleichung 2.12 für die Spannung zwischen dem Drain- und Source-Anschluss ein differentieller Kleinsignalanteil  $\Delta u_{ds}$  von.

$$\Delta u_{ds} = \Delta u_{dg} - \Delta u_{sg} \tag{2.14}$$

Durch den idealen Kurzschluss zwischen dem Source- und Gate-Anschluss wird  $\Delta u_{sg}$  kurzgeschlossen. Somit ergibt sich nach 2.14 für die Kleinsignaländerung der Drain-Source-Spannung, dass sie gleich der Drain-Gate-Spannung ist.

$$\Delta u_{ds} = \Delta u_{dg} \tag{2.15}$$