



Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
1.1	Erforderliches Wissen	7
1.2	Intention	7
1.3	Versionsnummer dieses Aufsatzes	8
1.4	Mathematik und die natürliche Sprache	9
2	Quantorenlogik	11
2.1	Farbige Formeln	11
2.2	Zeichenvorrat	12
2.2.1	Quantifizierbare Variablen	12
2.2.2	Nicht quantifizierbare Symbole	13
2.2.3	Text in logischen Formeln	14
2.2.4	Mengensymbole	15
2.2.5	Mengenelemente	15
2.3	Klammern	16
2.4	Tupel und Parameterlisten	16
2.5	Formeln	17
2.5.1	Atome	17
2.5.2	Offene Formeln	18
2.5.3	Geschlossene Formeln	19
2.5.4	Mengenelementvariablen	20
2.5.5	Quantoren und Klammersetzung: Wirkungsbereiche der Quantoren	23
2.5.6	Quantoren und Zeichenketten	23
2.6	Quantorenkonzept	24



2.6.1	Erfordernis der Quantoren	24
2.6.2	Generalisierbarkeit der Variablen	25
2.7	Quantifizierbare Variablen für Funktionen	27
2.8	Beweisführung	28
2.9	Logik	34
2.9.1	Menge der binären Logikoperatoren	34
2.9.2	Wirkungsbereich des Verneinungsoperators	34
2.9.3	Axiome für offene Formeln	35
2.9.4	Axiom für geschlossene Formeln	39
2.9.5	Kurze Sätze über offene Formeln	40
2.9.6	Logische Grundoperationen	42
2.9.7	De–Morgan–Regeln	45
2.9.8	Implikationsregeln	45
2.9.9	Kontrapositionsregel	47
2.9.10	Distributivität 2	48
2.9.11	Adjunktionen	49
2.9.12	Äquivalenz und Kontravalenz	51
2.9.13	Verschachtelte Implikationen	60
2.9.14	Logikwertefunktion	61
2.9.15	Die Implikation und Theorien	62
2.10	Import der TNT–Regeln und Ergänzungen	63
2.10.1	Generalisierungsregel	63
2.10.2	Spezialisierungsregel	63
2.10.3	Existenzregel, quantorerzeugend	63
2.10.4	Existenzregel, quantoreliminierend	63
2.10.5	Quantorenaustauschregel 1	64
2.10.6	Quantorenaustauschregel 2	64
2.10.7	Allquantorenkommutativität	64
2.10.8	Existenzquantorenkommutativität	64



2.10.9 Trennungsregel	64
2.10.10 Verbindungsregel	64
2.10.11 Übernahmeregel	64
2.10.12 Phantasierregel	65
2.10.13 Abtrennungsregel	65
2.10.14 Induktionsregel 1	65
2.10.15 Induktionsregel 2	65
2.10.16 Induktionsregel 3	65
2.10.17 Induktionsregel 4	65
2.10.18 Induktionsregel 5	66
2.10.19 Äquivalenzregel	66
2.10.20 Variablenaustauschregel	66
2.10.21 Klammerungsregel für logische Formeln	66
2.10.22 Klammerungsregel für arithmetische Terme	67
2.10.23 Assoziativitätsregel	67
2.10.24 Kommutativitätsregel	67
2.10.25 Gleichheitsregel	67
2.11 Text und Logik	68
2.12 Floskeln und Logik	72
2.13 Mengen	73
2.13.1 Teilmengen	73
2.13.2 Tupel	73
2.13.3 Aufzählungsdarstellung von Mengen	74
2.13.4 Aussageform von Mengen	74
2.13.5 Natürliche Zahlen	75
2.13.6 Ganze Zahlen	77
2.13.7 Rationale Zahlen	78
2.13.8 Reelle Zahlen und irrationale Zahlen	78
2.13.9 Imaginärzahl	79



2.13.10 Komplexe Zahlen	79
2.13.11 Widerspruchsfreie Mengenzugehörigkeiten	80
2.14 Formeln in Abhängigkeit einer natürlichen Variable	81
2.15 Translationen für gebundene Mengenelementvariablen	82
2.16 Null und Eins	84
2.17 Mengengruppen	85
2.17.1 Gruppe der Skalare	85
2.17.2 Gruppe mit Anordnungen	85
2.17.3 Gruppe mit Additionsinversen	86
2.17.4 Gruppe mit Additionsinversen und Multiplikationsinversen	86
2.17.5 Gruppe mit Additionsinversen und Anordnungen	87
2.17.6 Gruppe mit Additionsinversen, Multiplikationsinversen und Anordnungen	87
2.17.7 Spezialisierungsregel bei Mengengruppenvariablen	88
2.17.8 Spezialisierungsregel bei Mengenelementvariablen	88
2.18 Grundrechenarten	89
2.18.1 Prioritäten der Rechenarten	89
2.18.2 Gleichheitsaxiome	90
2.18.3 Einige TNT-Axiome als abgeleitete Sätze	106
2.18.4 Konjugiert komplexe Objekte	110
2.19 Implizite Typumwandlungen	113
2.20 Anordnungsrelationen	116
2.21 Natürliche und ganze Zahlen: Nachbarn	135
2.22 Potenzen	135
2.22.1 Nullte Potenz	135
2.22.2 Erste Potenz	136
2.22.3 Potenzen mit natürlichen Exponenten	136
2.22.4 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	138
2.22.5 Potenzen mit rationalen Exponenten	139
2.22.6 Keine Potenzen mit irrationalen Exponenten	147



2.23	Positive Zahlen	147
2.24	Einheiten	148
2.24.1	Abstrakte Einheiten	148
2.24.2	Einheitenaxiome	149
2.24.3	Abstrakte Einheitenrechnungen	153
2.25	Keine Weglassbarkeit des Multiplikationszeichens	153
2.26	Implizite Typumwandlungen mit Einheiten	155
2.27	Einheitenerweiterte Axiome	157
2.27.1	Gleichheitsaxiome mit Einheiten	157
2.28	Anordnungsaxiome mit Einheiten	183
2.29	Potenzen mit Einheiten	200
2.29.1	Nullte Potenz mit Einheit	200
2.29.2	Erste Potenz mit Einheit	200
2.29.3	Potenzen mit natürlichen Exponenten und Einheiten	201
2.29.4	Potenzen mit ganzen Exponenten und Einheiten	203
2.29.5	Potenzen mit rationalen Exponenten und Einheiten	206
2.30	Skalarobjekte	217
2.31	Induktionsbeweise	218
2.32	Widerspruchsbeweise (indirekte Beweise)	220
2.33	Konstanten und Quantoren	222
2.34	Funktionen und Quantoren	223
2.35	Folgen und Quantoren	223
2.36	Quantorenlisten	224
3	Funktionen, Folgen, Konstanten	227
3.1	Funktionen	227
3.1.1	Parametereinsatzungsregel für Funktionen	227
3.1.2	Axiome für Funktionen	228
3.2	Folgen	236
3.3	Konstanten	237



3.4	Parameterregeln für Funktionen und Folgen	238
3.5	Komposition	239
3.6	Skalaroperatoren	240
3.7	Kreiskonstante	241
3.8	Vorzeichenvariablen	242
3.9	Vorzeichenfunktion	242
4	Operatoren und Objekte	243
4.1	Wirkungsrichtung der Operatoren	243
4.2	Wirkungsbereiche der Operatoren	243
4.3	Operatoraxiome	246
4.4	Nullte Potenz von Null	251
4.5	Hybridsymbole	252
5	Formelnamen	253
5.1	Formelnamen mit Parametern	253
5.1.1	Fallunterscheidung	255
5.1.2	Status einer Variable	258
5.2	Datenobjekte	259
5.3	Makros	260
5.4	Definitionen innerhalb von Phantasien	260
5.5	Globale und lokale Variablen	265
6	Einbettung von Theorien	267
6.1	Notationsänderungsmöglichkeiten	267
6.2	Handhabung der Grundannahmen einer Theorie	268
6.3	Grundannahmenregel	271