Michael Horn (Autor)

Zur Modellierung partikulärer elektro-fluiddynamischer Strömungen

https://cuvillier.de/de/shop/publications/869

2.2 Das raumladungsbehaftete elektrische Feld

2.2.1 Die Physik des elektrischen Feldes

Die Modellierung des elektrischen Feldes ist der Grundbaustein für die Simulation der beschriebenen Anwendungen (Abb. 2.1). Die Fluiddynamik und der Partikeltransport in dem elektro-fluiddynamischen Feld hängen wesentlich von diesem Baustein ab. Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen, die für eine adäquate Simulation des elektrischen Feldes notwendig sind, diskutiert. Im Anschluss daran wird eine kurze Übersicht über die möglichen Lösungsansätze gegeben (Abschn. 2.2.2). In Kapitel 3 wird das weitere Vorgehen zur Implementierung des Teilprozesses und der Integration in den Gesamtprozess beschrieben.

Bei der negativen Korona werden im inneren Bereich der eigentlichen Ionisations-Zone um die negative Elektrode herum freie Elektronen sowohl durch Kollision von freien Elektronen mit neutralen Molekülen als auch durch Herauslösen aus der Elektrodenoberfläche erzeugt. Diese freien Elektronen lagern sich im äußeren Bereich der Zone an neutrale Moleküle an, so dass negative Ionen entstehen. Der Prozess der Ionisierung und der Entstehung des Koronastroms ist umfassend in der Literatur beschrieben [104, 120, 228]. Folgende dynamische Prozesse sind bei der Ionisation zu beobachten:

- Die Entstehung unterschiedlicher Moleküle auf Grund der Ionisationsprozesse, z.B. Ozon,
- das Vorliegen eines zeitlich veränderlichen elektromagnetischen Feldes,
- lokal unterschiedliche Form der Entladung an der Sprühelektrode.

Der Einfluss der lokalen Ozonkonzentration auf die Ionisation kann durchaus experimentell untersucht werden und ein Einfluss oberhalb einer bestimmten Konzentration nachgewiesen werden. Entscheidend ist ein dominierender Anteil an neutralen Molekülen, um einen kontinuierlichen Ionisationsprozess zu gewährleisten, was in den vorliegenden Fällen gewährleistet ist. Ausführliche Untersuchungen sind bei Yehia et al. zu finden [227, 228]. Die Simulation des Einflusses der Ionen-Konzentration auf die mikroskopischen Ionisationsprozesse kann zu einem besseren Verständnis dieser Entladungsprozesse führen, werden aber für die vorliegenden Applikationen durch das makroskopische Verhalten des Koronastroms an der Sprühelektrode beschrieben.

Eine Abschätzung des Einflusses des instationären elektrischen Stromes auf das elektromagnetische Feld ist bei Schmid zu finden [177]. Der Einfluss ist vernachlässigbar, daher kann ein quasi-statisches elektrisches Feld angenommen werden

[22]. Die Charakteristik der Entladung [27] und deren zeitliche und räumliche Ausprägung sind insbesondere auch von der Polarität der Sprühelektrode abhängig. Eine Übersicht hierüber ist bei Beuthe und Chang [27] gegeben. Der Einfluss der Polarität auf den gemittelten Koronastrom muss berücksichtigt werden, während der Einfluss der fluktuierenden Komponente des Stroms nicht berücksichtigt wird.

Der auf Grund hoher elektrischer Feldstärken durch Ionisation entstehende gemittelte Ionenstrom in der Luft von der Sprühelektrode zur Niederschlagselektrode ist von der Art der Ionen abhängig. Die Ionisation der Luft führt zu räumlich inhomogenen Mischungen von unterschiedlichen Ionen und freien Elektronen [37, 143, 201]. Die mittlere Mobilität b_{Ion} ist bei negativer Korona deutlich höher als die positiver Korona. Dieses ist durch den Anteil freier Elektronen neben der negativen Ionen bei negativer Korona bedingt, die kleiner und daher deutlich mobiler sind als positive Ionen. Der Anteil an Ionen und die Mobilität sind abhängig von der Temperatur, dem Druck aber auch von der Gaszusammensetzung. In den vorliegenden Fällen senkt das Vorliegen von Wasserdampf die Mobilität der gebildeten Ionen, dieses ist mit einer größeren Anzahl großer Moleküle zu erklären (z.B. Hydrate). Der Einfluss von feuchter Luft beeinflusst zusätzlich das Verhalten der Sprühelektrode, da hier komplexe Interaktionen (Elektronenbewegung, Stoßionisation) vorliegen, die eine vollständige Modellierung der Entladungsvorgänge erschweren [4]. Die exakte Zusammensetzung der Ionen des Koronastroms ist schwer experimentell zu bestimmen [186]. Daher schwanken die in der Literatur angegebenen Werte für die Mobilität bei negativer Korona stark. Die Mobilität unter Standardbedingungen wird in der Literatur meist mit $b_{Ion} = 2.2 \times 10^{-4} m^2 s^{-1} V^{-1}$ angenommen [24]. Die Approximation der Temperaturabhängigkeit der Mobilität erfolgt häufig analog zur Temperaturanpassung der mittleren freien Weglänge [154] und der Gasdichte in der kinetischen Gastheorie [14].

$$b_{Ion}\left(p, T\right) = \frac{b_{Ion}\left(p_0, T_0\right)}{\delta}. \tag{2.1}$$

Die Temperaturabhängigkeit der relativen Gasdichte δ (2.2) ist vom idealen Gasgesetz abgeleitet (2.3).

$$\delta = \frac{\rho_{F_0}}{\rho_F} = \frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} \tag{2.2}$$

$$\frac{p}{\rho_F} = R \cdot T \tag{2.3}$$

Lawless [115] fand eine abweichende Relation für Temperaturabhängigkeit der Ionenbeweglichkeit heraus. Dessen Untersuchungen gehen im Bereich trockener Luft allerdings nur bis $T = 170°\mathrm{C}$ und für feuchte Luft bis $T = 220°\mathrm{C}$. Im Anhang

(11.1.1) werden die unterschiedlichen Verläufe diskutiert. Im Weiteren wird aber die Standardformulierung verwendet.

Das elektrostatische Problem der Anordnung kann durch die Poisson-Gleichung beschrieben werden (2.4) [97]. Die aktive Zone der Korona, in der die Entladungsprozesse stattfinden, wird als zylindrischer Bereich um den Sprühdraht oder als dünne Schicht um eine Spitze angenommen und als Ionenquelle betrachtet, ohne die komplexen physikalischen Vorgänge im Detail zu beschreiben.

$$\Delta\Phi = -\frac{\rho_{Ion} + \rho_P}{\epsilon_0} \tag{2.4}$$

$$\vec{E} = -grad\,(\Phi) \tag{2.5}$$

Die Raumladungsverteilung der Partikel ρ_P stellt sich durch die lokale Partikelkonzentration und den Ladungszustand der einzelnen Partikeln ein. In verdünnten Strömungen kann dieser Beitrag als vernachlässigbar angenommen werden ($\rho_P << \rho_{Ion}$). In elektrostatischen Feldern, bei denen die Konzentration an freien Ladungsträgern vernachlässigt werden kann, reduziert sich Gleichung 2.4 auf die Laplace-Gleichung 2.6. Dieser Ansatz kann in bestimmten Applikationen, z.B. der Pulverlackierung ohne Außenaufladung, mit hinreichender Genauigkeit angenommen werden (Abschn. 3.1).

$$\Delta\Phi = 0 \tag{2.6}$$

Die lokale, zeitabhängige Ionen-Raumladungsverteilung ρ_{Ion} ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung der Ionen (2.7).

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho_{Ion} + div\vec{j}_{Ion} = 0 \tag{2.7}$$

Berücksichtigt man die Annahme quasi-stationärer Ströme, die Annahmen zur Ionenbeweglichkeit und vernachlässigt Konvektion sowie Diffusion, vereinfacht sich diese Gleichung mit der Bewegungsgleichung der Ionen zu:

$$\nabla \cdot \vec{j}_{Ion} = 0 \quad \text{mit:} \quad \vec{j}_{Ion} = \rho_{Ion} b_{Ion} \vec{E} \quad . \tag{2.8}$$

Die Gleichungen 2.4, 2.5 und 2.8 ergeben ein stark gekoppeltes Gleichungssystem, welches sich nicht mehr analytisch lösen lässt. Daher wird im Folgenden auf die Möglichkeiten und unterschiedlichen Ansätze zur numerischen Lösung eingegangen.

2.2.2 Methoden bei der Simulation raumladungsbehafteter elektrischer Felder

Zahlreiche unterschiedliche Methoden sind zur Lösung des quasi elektrostatischen Teilproblems etabliert oder sind zumindest in Teilbereichen sinnvoll anzuwenden.

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die Verfahren gegeben, wobei analytische Ansätze nicht berücksichtigt werden [224], da die Übertragbarkeit auf komplexere Geometrien meist nicht gegeben ist. Das *Finite-Differenzen Verfahren* (FD), welches eine stabile und einfache Implementierung im 2-dimensionalen Fall gewährleistet, verliert im 3-dimensionalen Bereich und bei komplizierteren Geometrien an Bedeutung und wird daher auch nicht näher berücksichtigt.

Methode der Finiten-Volumen (FV)
Das Finite-Volumen Verfahren wird bevorzugt in der Fluiddynamik eingesetzt [209]. Der Schwerpunkt liegt auf Problemstellungen, die auf hyperbolischen, partiellen Differentialgleichungen (DGL) basieren. Dieser Ansatz erfordert, dass den Modellierungen Erhaltungsgleichungen hinterlegt sind. Dieses ist bei konvektiven Transportprozessen in der Regel gegeben. Die Lösung basiert analog zur Methode der Finiten-Elemente auf einem Gitter, dessen Zelltypen nicht vorgegeben sind. Die Lösung der Erhaltungsgleichungen kann allerdings stark gitterabhängig sein, weshalb sich bei gerichteten Transportvorgängen strukturierte Hexaeder-Gitter und bei ungerichteten Tetraeder-Gitter bewährt haben. Mathematisch baut das Verfahren auf der integralen Form der Erhaltungsgleichung auf, weshalb die Erhaltungsgleichungen auch bei geringer numerischer Auflösung inhärent erfüllt sind. Kommerzielle CFD-Anwendungen wie Fluent, ANSYS CFX oder Star-CD bauen auf dieser Methode auf.

Methode der Finiten-Elemente (FEM)
Bevorzugtes Anwendungsgebiet ist die Lösung elliptischer partieller DGLen mit Randbedingungen. Die Methode basiert ebenfalls auf numerischen Gittern und die klassische Aufgabenbereiche sind die Mechanik oder Wärmeleitungsprobleme. Das elektrostatische Teilproblem ist ebenfalls sehr gut zu lösen, so lange die Poisson-Gleichung sich auf das raumladungsfreie Poisson-Problem reduziert.

Methode der Rand-Elemente (BEM)
Die Diskretisierung und das Lösen der unbekannten Variablen der partiellen DGL wird ausschließlich auf dem Außenraum durchgeführt, um Randwertprobleme zu lösen [76]. Voraussetzung ist das Vorliegen einer Fundamentallösung für das gegebene Problem, wie z.B. bei der Laplacelösung $\Delta\Phi = 0$ für das elektrische Feld gegeben. Die Vorteile des Verfahrens liegen daher auf der Abbildung von unbeschränkten oder teilweise unbeschränkten Außenraumproblemen. Dieses Verfahren eignet sich sehr gut in Verbindung mit der reinen FEM, um eine Näherungslösung vorzugeben oder das Berechnungsgebiet für Außenraumprobleme einzuschränken.

Methode der Charakteristiken (MOC)
Bei der Methode der Charakteristiken wird die partielle Differentialgleichung für den Ionentransport in eine quasi-lineare gewichtete Differentialgleichung umgewandelt. Diese wird entlang der Feldlinien des elektrischen Potentialfeldes gelöst.

Hintergrund ist die Annahme von Deutsch, dass die Raumladungen nur die Stärke des elektrischen Feldes aber nicht dessen Richtung verändert [42]. Aus den Gleichungen 2.4, 2.5 und 2.8 ergibt sich Gleichung 2.9.

$$\vec{E} \cdot \nabla \rho_{Ion} = \frac{\rho_{Ion}^2}{\epsilon_0} \tag{2.9}$$

Durch Abbildung der Ionenbewegung auf den elektrischen Feldlinien kann eine Differentialgleichung für die Raumladungsdichte und die Stromdichte entlang der Feldlinien abgeleitet werden [42]. Eine Modifikation wird dahingegen angewendet, dass sich ein Schwarm von Ionen innerhalb einer Röhre um die Feldlinien bewegt [5, 6].

In Abschnitt 4.1.1 wird ein kurze Darstellung der Ergebnisse bei der Kombination von FEM, BEM und MOC gegeben.