Kapitel 1

3D-IAEA-Benchmark-Problem

Zur numerischen Integration der Neutronendiffusionsgleichungen gibt es verschiedene Verfahren. Um diese miteinander vergleichen zu können, hat die Internationale Atomenergiebehörde (IAEA) verschiedene Benchmark-Probleme definiert. In dieser Dissertation wird ein gestuftes 3D-Problem (vgl. [IAEA77a]) behandelt. Das entsprechende 2D-Problem [IAEA77b] ist bereits in [Lutt09] untersucht worden.

Der Aufbau des 3D-Reaktormodells wird in den Bildern 1.1 und 1.2 dargestellt. Die dazugehörigen Materialparameter werden in Tabelle 1.1 angegeben. Gemäß [IAEA77a] sehen die Neutronendiffusionsgleichungen inkl. FICKschem Gesetz wie folgt aus:

$$[\Sigma_{\mathrm{A1}} + \Sigma_{\mathrm{S21}}]\,\varphi_1 - \frac{1}{\lambda}\overline{\nu}_2\Sigma_{\mathrm{F2}}\varphi_2 + \mathrm{D}_x j_{1_x} + \mathrm{D}_y j_{1_y} + \mathrm{D}_z j_{1_z} = 0, \tag{1.1}$$

$$-\Sigma_{\mathrm{S21}}\varphi_1 + \Sigma_{\mathrm{A2}}\varphi_2 + \mathrm{D}_x j_{2_x} + \mathrm{D}_y j_{2_y} + \mathrm{D}_z j_{2_z} = 0, \tag{1.2}$$

$$-\ell_g \mathbf{grad}\varphi_g = \boldsymbol{j}_g. \tag{1.3}$$

Hierbei sind ℓ_g die Diffusionskonstante, $\Sigma_{\mathrm{A}g}$ der Absorptionsquerschnitt, $\Sigma_{\mathrm{F}g}$ der Spaltquerschnitt, φ_g die Neutronenflussdichte, j_{g_x} die Neutronenstromdichte in x-Richtung, j_{g_y} die Neu-

Nr.	ℓ_1	ℓ_2	$\overline{\nu}_1\Sigma_{\mathrm{F1}}$	$\overline{\nu}_2\Sigma_{\mathrm{F2}}$	$\Sigma_{\mathrm{S}\,21}$	Σ_{A1}	Σ_{A2}	Material
1	1,5	0,4	0	0,135	0,020	0,010	0,080	Brennstoff 1
2	1,5	0,4	0	0,135	0,020	0,010	0,085	Brennstoff 2
3	1,5	0,4	0	0,135	0,020	0,010	0,130	Brennstoff 2 + Steuerstab
4	2,0	0,3	0	0	0,040	0	0,010	Reflektor
5	2,0	0,3	0	0	0,040	0	0,055	Reflektor + Steuerstab

Tabelle 1.1: Diffusionskonstanten (in cm) und die Wirkungsquerschnitte (in cm^{-1}) der fünf Materialien des Reaktormodells

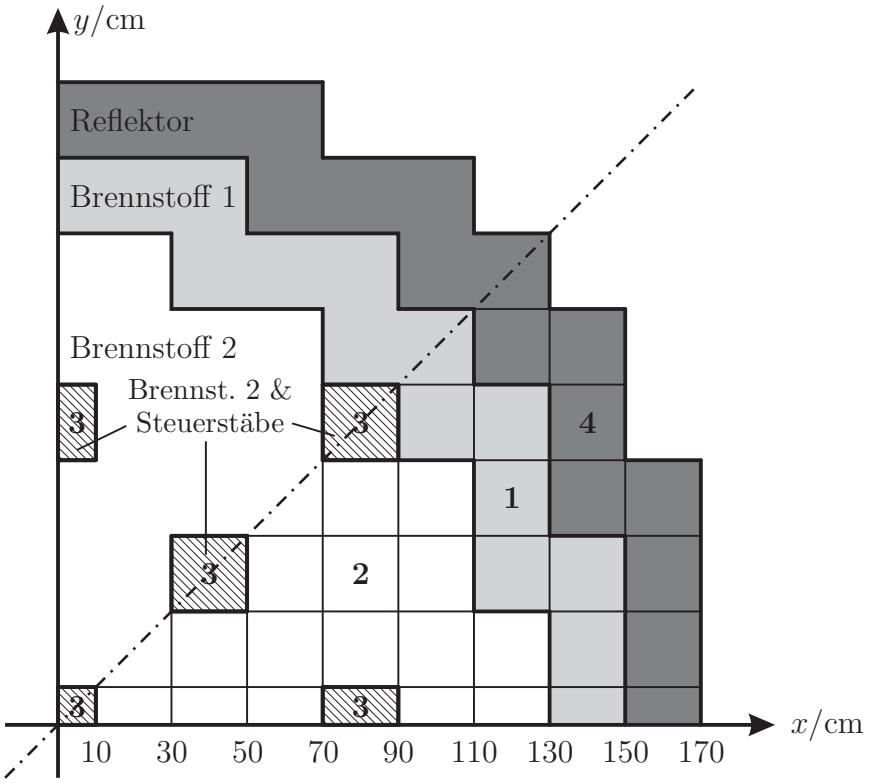

Bild 1.1: Horizontaler Querschnitt des Reaktormodells: Die Darstellung beschränkt sich auf einen Quadranten, da Symmetrien bzgl. der y-z- und x-z-Ebenen vorliegen. Die fettgedruckten Zahlen beziehen sich auf die Materialnummern in Tabelle 1.1.

tronenstromdichte in y-Richtung und j_{g_z} die Neutronenstromdichte in z-Richtung. Die Größe g bezieht sich hierbei auf die Energiegruppe ($g = 1$ schnelle Neutronen, $g = 2$ langsame Neutronen). Ferner ist $\overline{\nu}_g$ die mittlere Anzahl der frei werdenden Neutronen pro Spaltung in der Energiegruppe g. Σ_{S21} bezeichnet den (makroskopischen) Wirkungsquerschnitt für die Streuung der Neutronen von der schnellen in die thermische Energiegruppe. D_x ist der Ableitungsoperator nach der Koordinate x.
Um das System für weitere Materialien (als in Tabelle 1.1 angegeben) erweiterbar zu machen, ergänzen wir Gleichung (1.1) noch um einen weiteren Term und erhalten (vgl. auch [Luhm04])

$$\left[\Sigma_{\mathrm{A1}} + \Sigma_{\mathrm{S21}} - \frac{1}{\lambda}\overline{\nu}_1\Sigma_{\mathrm{F1}}\right]\varphi_1 - \frac{1}{\lambda}\overline{\nu}_2\Sigma_{\mathrm{F2}}\varphi_2 + \mathrm{D}_x j_{1_x} + \mathrm{D}_y j_{1_y} + \mathrm{D}_z j_{1_z} = 0. \tag{1.4}$$

Ferner wird bei dem Reaktormodell wird davon ausgegangen, dass keine Neutronen von außerhalb des Reaktors ins Innere gelangen. Außerden soll am Außenrand des Simulationsgebiets angenommen werden, dass

$$\mathrm{D_n}\varphi_g = -\frac{c_{\mathrm{R}}}{\ell_g}\varphi_g, \text{ mit } c_{\mathrm{R}} = 0{,}4692 \tag{1.5}$$

ist. $\mathrm{D_n}$ ist der Ableitungsoperator in Richtung der äußeren Normalen der Randlinie. An den Symmetrielinien soll angenommen werden, dass die Ableitung der Neutronenflussdichten in Richtung der Normalen identisch null ist. Es soll ferner eine Normierung so erfolgen, dass

$$1 = \frac{1}{V_{\mathrm{Kern}}}\int\limits_{V_{\mathrm{Kern}}} \sum_g \overline{\nu}_g\Sigma_{\mathrm{F}g}\varphi_{g,\mathrm{N}}\mathrm{d}V \tag{1.6}$$

ist. Hierbei ist V_{Kern} das Volumen des Reaktorkerns (ohne Reflektor) und $\varphi_{g,\mathrm{N}}$ die normierte Neutronenflussdichte, so dass

$$c_{\mathrm{N}}\varphi_g = \varphi_{g,\mathrm{N}} \tag{1.7}$$

ist. c_{N} ist hierbei eine zu bestimmende Konstante. Der Wert von λ berechnet sich zu (vgl. [Luhm04])

$$\lambda \approx \frac{Z_{\mathrm{Q}}}{Z_{\mathrm{A}}} \tag{1.8}$$

mit

$$Z_{\mathrm{Q}} = \int\limits_{V_{\mathrm{Reaktor}}} \sum_g \overline{\nu}_g\Sigma_{\mathrm{F}g}\varphi_g\mathrm{d}V \quad \text{und} \quad Z_{\mathrm{A}} = \int\limits_{V_{\mathrm{Reaktor}}} \sum_g \Sigma_{\mathrm{A}g}\varphi_g\mathrm{d}V. \tag{1.9}$$

Hierbei ist V_{Reaktor} das Volumen des Reaktormodells inkl. Reflektor.

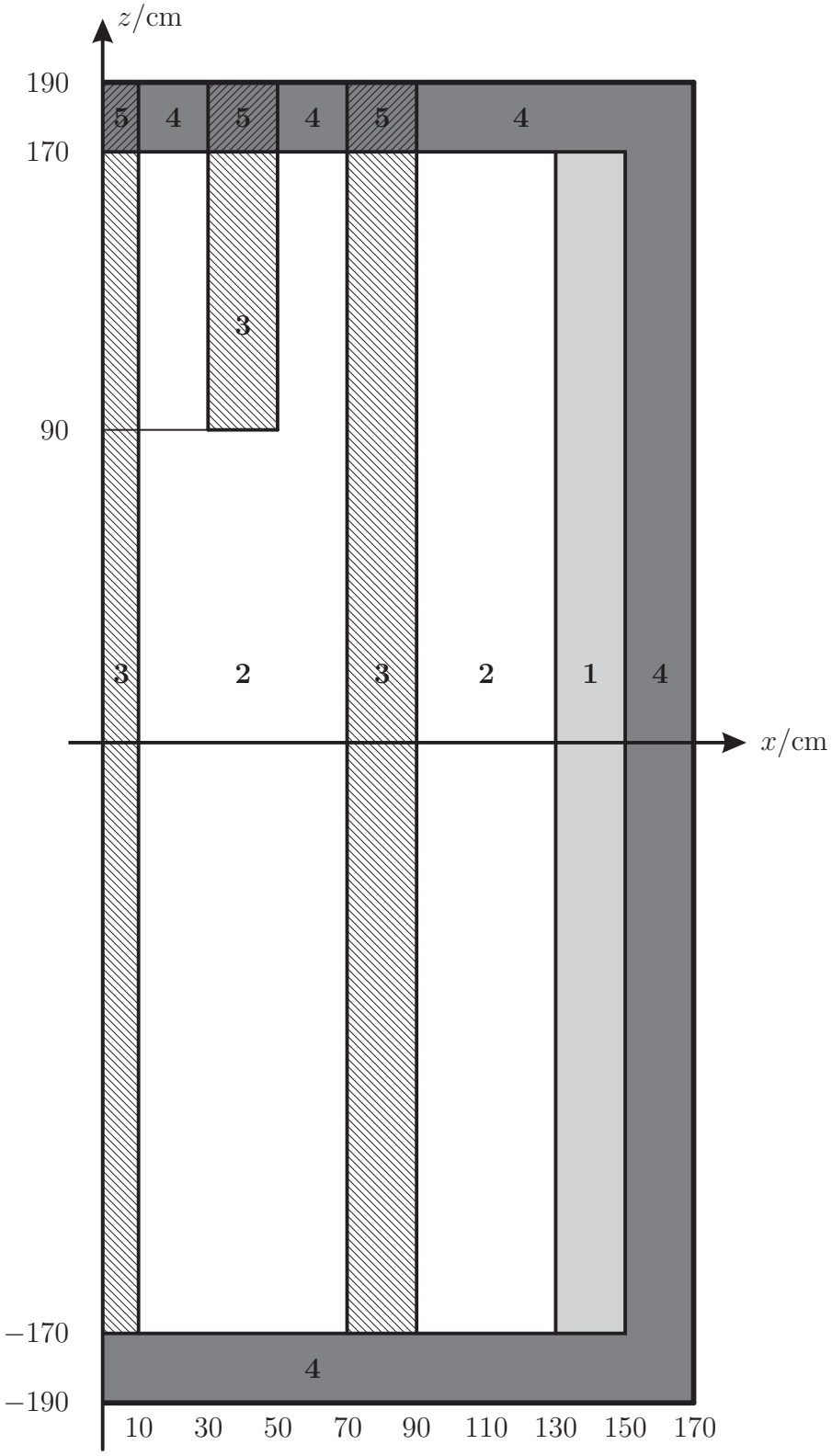

Bild 1.2: Vertikaler Querschnitt des Reaktormodells: Die Darstellung beschränkt sich auf eine Halbebene, da Symmetrie bzgl. der y-z-Ebene vorliegt. Die fettgedruckten Zahlen beziehen sich auf die Materialnummern in Tabelle 1.1.