

# 1 Einleitung

Die gezielte Anströmung mit einem Fluid ist eine weit verbreitete Methode zur Kühlung, aber auch zur Heizung oder Trocknung von Oberflächen. Dementsprechend ist die konvektive Wärme- und Stoffübertragung seit langem ein Thema intensiver Forschung, sowohl hinsichtlich des Verständnisses der zu Grunde liegenden Mechanismen als auch bezüglich des Versuchs, ihre Effizienz weiter zu steigern.

Ein Ansatz, der dazu vor allem in der anwendungsorientierten Forschung wiederholt verfolgt wurde, besteht darin, dem Fluidstrom eine Instationarität aufzuprägen, d.h. ihn periodisch zu unterbrechen oder an- und abschwellen zu lassen. Das ist wahrscheinlich zum Teil in solchen Erfahrung begründet wie z.B. der, dass ein Bauteil sehr viel eher durch eine schwelende oder wechselnde Belastung versagt als durch eine gleich große konstante Last.

Die verschiedenen bisherigen Studien zu dieser Frage führten zu widersprüchlichen Ergebnissen. Teilweise wurde eine Verbesserung des Wärmeübergangs infolge einer aufgeprägten Instationarität festgestellt, teilweise eine Verschlechterung, teilweise kein signifikanter Einfluss. Dabei wurde bei den meisten Studien die Frequenz der Instationarität in weiten Bereichen verändert, auch wesentliche Geometrieparameter wurden vielfach über eine Spanne von mindestens einer Größenordnung variiert.

Bei näherem Hinsehen zeigt sich aber, dass sich die Form der i.a. periodischen Instationarität, also der Verlauf der charakteristischen Strömungsgröße (Massenstrom, Geschwindigkeit o.ä.) innerhalb einer Phase, meistens aus der konstruktiven Ausführung der jeweiligen Versuchsapparatur ergibt. Dadurch findet sich oft der Fall, dass eine Studie auf eine bestimmte Instationaritätsform festgelegt ist, die jedoch nicht klar definiert ist. Die Vermutung liegt nahe, dass in diesem Sachverhalt eine Ursache dafür zu finden ist, dass die bisherigen Studien so verschiedene Resultate ergeben haben.

Deshalb soll hier in einer möglichst unspezifischen, aber prinzipiell typischen Konfiguration systematisch untersucht werden, wie sich die gezielte Variation der Instationaritätsform auf den konvektive Wärmeübergang auswirkt, es sollen die Formen identifiziert werden, bei denen sich ein besonderer Einfluss ergibt, und es soll geprüft werden, inwieweit die Ergebnisse ihre Gültigkeit behalten, wenn sich andere Strömungsparameter wie z.B. geometrische Aspekte ändern.

Dabei soll nicht nur phänomenologisch der Einfluss der Instationaritätsform quantifiziert werden, sondern es wird auch das Strömungsfeld daraufhin untersucht, worin die Gründe für einen besonderen Einfluss liegen können.

Die Untersuchungen konzentrieren sich auf den einphasigen radialsymmetrischen Prallstrahl, hier also auf einen Luftstrahl, der in einer Luftatmosphäre aus einem runden Rohr austritt und senkrecht auf eine eben Platte trifft.

Diese Studie knüpft an eine Studie an der Technischen Universität Chemnitz an, in dem untersucht wurde, wie der Wärmeübergang zwischen der ebenen Platte und dem Prallstrahl durch Instationaritäten beeinflusst wird, die sich infolge der Geometrie des Strahlaustritts spontan einstellen. Wesentliche Teile der hier verwendeten Versuchseinrichtungen wurden in dem Projekt entwickelt.

## 2 Stand der Forschung

Aufgrund der praktischen Bedeutung des Prallstrahls gibt es bereits eine große Anzahl von Studien, die sich mit dem Wärme- oder Stoffübergang oder mit dem Strömungsfeld des stationären Prallstrahls befassen. Eine sehr ausführliche Übersicht ist z.B. bei Göppert [1] zu finden, deshalb werden hier nur einige Arbeiten beispielhaft aufgeführt und die wesentlichen Punkte beschrieben, die für die weiteren Ausführungen von Belang sind.

Zum quantitativen Vergleich des Wärmeübergangs in verschiedenen Situationen wird üblicherweise die Nußelt-Zahl verwendet, die im Falle des radialen Prallstrahls mit dem Durchmesser  $d$  der Austrittsöffnung, der Wärmestromdichte in der Prallfläche bzw. deren konvektiv abgeführten Anteils  $\dot{q}_{\text{konv}}$  und der Temperaturdifferenz zwischen dem Fluid im Austrittsquerschnitt und der Prallfläche gebildet wird:

$$\text{Nu} = \frac{\dot{q}_{\text{konv}} \cdot D}{\lambda \cdot (t_{\text{F}} - t_{\text{LS}})} \quad (2.1)$$

Da in den meisten Fällen eine möglichst große Wärmestromdichte bei gegebener Temperaturdifferenz oder eine möglichst kleine Temperaturdifferenz zum Erreichen einer bestimmten Wärmestromdichte angestrebt wird, kann die Nußelt-Zahl als Maß für die Güte des Wärmeübergangs angesehen werden, und eine Verbesserung des Wärmeübergangs durch eine Maßnahme drückt sich in diesem Sinne durch eine Vergrößerung der Nußelt-Zahl aus.

Sie wird wesentlich durch die quantitativen Strömungsverhältnisse beeinflusst, die im stationären Fall unabhängig von den konkreten Abmessungen oder Geschwindigkeiten hauptsächlich durch die Reynolds-Zahl

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot D \cdot u_{\text{LS}}}{\eta} \quad (2.2)$$

beschrieben werden.

Ein stationärer Luftstrahl, der durch eine Öffnung in die Umgebungsluft austritt, hat im Öffnungsquerschnitt ein Geschwindigkeits- und Turbulenzprofil, das wesentlich durch die Bedingungen strömungsaufwärts vorgegeben ist. Strömungsabwärts der Öffnung wird Luft aus der Umgebung mitgerissen, die sich vom Rand her in den Strahl einmischt. Dadurch wird er in der Mischungszone aufgeweitet und abgebremst. Die Querschnittsfläche der Kernzone, in der die Strömung die gleiche Geschwindigkeit oder allgemeiner die gleichen Eigenschaften hat wie im Öffnungsquerschnitt, wird mit zunehmender Lauflänge kleiner, bis sie nach einer Strecke von etwa 4-7 Öffnungsdurchmessern ganz verschwindet [2]. Diese Länge hängt u.a. von der Reynolds-Zahl und der Geschwindigkeitsverteilung im Austritt ab. Ab da verringert sich auch die Geschwindigkeit auf der Strahlachse, so dass sich jenseits einer Übergangszone zeitgemittelt ein Geschwindigkeitsprofil einstellt, das zwar immer flacher und breiter wird, sich aber von einer Stelle auf der Strahlachse zu einer anderen bei geeigneter Skalierung der

lokalen Geschwindigkeit und der radialen Koordinate ähnlich ist. In der Mischungszone bilden sich mehr oder weniger regelmäßige Ringwirbel, die bis zur Höhe der Übergangszone zu großen Turbulenzballen zerfallen, wie von Yule [3] und von Kataoka et al. [4] beschrieben wurde.

Wenn der Strahl senkrecht auf eine ebene Platte trifft, wird er in der so genannten Stauzone axial abgebremst und nach außen abgelenkt. Nach z.B. Kataoka [4] beträgt die Höhe der Stauzone, d.h. der Abstand von der Platte, innerhalb dessen ihre Rückwirkung auf den Strahl nicht vernachlässigt werden darf, etwa das 1,2-fache des Durchmessers der Öffnung, aus der er ausgetreten ist. Der Schnittpunkt der Strahlachse mit der Plattenoberfläche wird als Staupunkt bezeichnet und die Stromlinie, die entlang der Strahlachse verläuft und im Staupunkt endet, als Staustromlinie. Die Strömungsverhältnisse in der Stauzone sind zurzeit noch nicht vollständig geklärt. Nach dem Konzept der Staustromlinie verschwindet die Geschwindigkeit im Staupunkt, was bei einer beheizten Platte zu einem schlechteren Wärmeübergang führen würde als in den mit endlicher Geschwindigkeit überströmten Teilen der Plattenoberfläche. Entsprechende Beobachtungen haben z.B. Hofmann [5] und schon zuvor Schlünder und Gniewinski [6] gemacht, die bei abnehmendem Abstand zwischen der Platte und der Öffnung und bei zunehmender Reynolds-Zahl die Ausbildung eines Maximums der Nußelt-Zahl außerhalb des Staupunkts bei einem radialen Abstand von etwa 2 Öffnungsdurchmessern gemessen haben. Dies wird damit begründet, dass sich infolge der radialen Beschleunigung in der Stauzone eine laminare Grenzschicht ausbildet, die außerhalb der Stauzone, dort, wo der Luftstrahl vollständig als kontinuierlich verzögerter radialer Wandstrahl abströmt, in eine turbulente Grenzschicht umschlägt. Welche Rolle die Ringwirbel spielen, die sich in der Mischungszone bilden, ist zurzeit ungeklärt.

Bei kleineren Reynolds-Zahlen und bei größeren Plattenabständen, insbesondere dann, wenn der Abstand zwischen der Austrittsöffnung und der Platte größer ist als die Länge des Strahlkerns, nimmt die Nußelt-Zahl ihr Maximum im Staupunkt an. Nach Kataoka [4] liegt dies an den Turbulenzballen, die sich im Verlauf des Strahls aus den Ringwirbeln bilden und am Ende des Strahlkerns bis zur Strahlmitte reichen und sie sogar kreuzen. Erhärtet wird diese Erklärung durch die Beobachtung von Martin [2] und anderen, dass der Wärmeübergang im Staupunkt bei ansonsten unveränderten Parametern dann am besten ist, wenn der Abstand zwischen der Öffnung und der Platte um etwa einen Rohrdurchmesser größer ist als die Länge der Kernzone, so dass die gerade aus dem Wirbelzerfall hervorgegangenen, noch großen Turbulenzballen auf den Staupunkt treffen.

Aber auch dann, wenn das Maximum des Wärmeübergangs außerhalb des Staupunkts befindet, liegt der Wert im Staupunkt in der Größenordnung des Maximums. Denkbare Erklärungsansätze sind Singularitäten der axialen und radialen Beschleunigung im Staupunkt, die Turbulenz im auftreffenden Luftstrahl oder ein ständiges Wandern des tatsächlichen Staupunkts infolge der instabilen Lage der Staustromlinie; letzteres beides hätte einen ähnlichen Effekt, nämlich eine hoch instationäre Überströmung des Staupunkts mit verschwindender mittlerer Geschwindigkeit.

Aus den verschiedenen Studien sind verschiedene Korrelationen zum Wärmeübergang hervorgegangen, die i.a. die lokale oder integrale Nußelt-Zahl als Potenzprodukt der Reynolds-Zahl, der mit dem Öffnungsdurchmesser entdimensionierten radialen Ausdehnung  $r_A/d$  der Wärmeübertragungsfläche bzw. des entdimensionierten Abstands  $r/d$  vom Staupunkt und an-

derer dimensionsloser Parameter darstellen. Beispielhaft sei hier die Korrelation nach [2] bzw. [6] genannt, die auch in die Referenzliteratur zur Wärme- und Stoffübertragung Einzug [7] gefunden hat:

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Pr}^{0,42}} = \frac{D}{r_A} \cdot \frac{1 - 1,1/(r_A/D)}{1 + 0,1 \cdot (h/D - 6)/(r_A/D)} \cdot F(\text{Re}) \quad (2.3)$$

mit

$$\begin{aligned} F(\text{Re}) &= 1,36 \cdot \text{Re}^{0,576} && \text{für } \text{Re} = (2000..30000) \\ F(\text{Re}) &= 0,54 \cdot \text{Re}^{0,667} && \text{für } \text{Re} = (30000..120000) \\ F(\text{Re}) &= 0,151 \cdot \text{Re}^{0,775} && \text{für } \text{Re} = (120000..400000) \end{aligned}$$

Bemerkenswert ist, dass in diese wie in den meisten anderen Korrelationen die Reynolds-Zahl und die geometrischen Verhältnisse unabhängig voneinander eingehen, und dass die Reynolds-Zahl mit einem Exponenten potenziert wird, der kleiner als 1 ist. Das bedeutet, dass eine Steigerung des Luftmassenstroms bei unveränderter Geometrie mit einer kleineren als einer proportionalen Verbesserung des Wärmeübergangs einhergeht.

Zum Einfluss von periodischen Instationaritäten auf den Wärmeübergang zwischen einem solchen Strahl und einer Prallplatte sind erheblich weniger Studien durchgeführt, und es ergibt sich ein nicht so klares Bild wie beim stationären Prallstrahl, wie die nachfolgend aufgeführte Auswahl von Studien zeigen. Hierbei ist die Strouhal-Zahl als entdimensionierte Frequenz  $f$  eine weitere wichtige Kennzahl:

$$\text{Sr} = \frac{f \cdot D}{u_{LS}} \quad (2.4)$$

Die erste bekannte Studie wurde 1961 von Nevins und Ball [8] durchgeführt. Dabei wurde schon gezielt die Instationaritätsform gesteuert und die Auswirkung von sinus-, dreieck- und rechteckförmigen Instationaritäten untersucht. Die Reynolds-Zahlen lagen bei dieser Studie zwischen 1200 und etwa 12000. Die Strouhal-Zahlen waren mit  $10^{-4}$ - $10^{-2}$  im Vergleich zu späteren Studien relativ klein und die Abstände zwischen der Platte und der Öffnung mit 8-32 Öffnungsdurchmessern groß. Die Korrelationen, die aus den Messergebnissen ermittelt wurden, lassen keinen besonderen Einfluss der Instationarität auf den Wärmeübergang erkennen, jedoch zeigen einzelne der veröffentlichten Messdaten deutliche Verschlechterungen des Wärmeübergangs.

Bei einem großen Teil der späteren Studien ergab sich die Form der Instationarität aus der konstruktiven Ausführung der Vorrichtung zur Unterbrechung des Luftstroms. Häufig handelte es sich um radial durchbohrte Kugeln oder Zylinder, die in einem passenden Gehäuse mit gegenüberliegenden Ein- und Austrittsbohrungen rotierten. So wurde der Luftweg zwei Mal pro Umdrehung freigegeben. Abhängig vom Verhältnis der Bohrungsdurchmesser im Rotationskörper zu dem im Gehäuse ergab sich ein Instationaritätsverlauf mit sinus- bis trapezförmigen Erhebungen, deren Phasenanteil vom Verhältnis des Durchmessers des Rotationskörpers zu dem der Bohrung darin bestimmt wurde. Mit derartigen Vorrichtungen wurden widersprüchliche Ergebnisse erzielt. Azevedo et al. [9] haben bei Reynolds-Zahlen zwischen 5200 und 24300 die Strouhal-Zahl von etwa 0,005-0,1 und den Abstand zwischen der Düse und der Platte von einem halben bis zu 14 Düsendurchmessern variiert. Damit haben sie im Staupunkt durchgängig eine Verschlechterung des Wärmeübergangs infolge der Instationarität um bis zu

25 % gegenüber dem stationären Referenzfall festgestellt. Die Minima und Maxima des Wärmeübergangs lagen für unterschiedliche Reynolds-Zahlen bei den gleichen Frequenzen, so dass die beobachtete Frequenzabhängigkeit nicht zu einer Strouhal-Zahl-Abhängigkeit verallgemeinert werden kann.

Zulkifli et al. [10] haben mit solch einer Vorrichtung bei einem festen Abstand von 4 Öffnungsdurchmessern, Reynolds-Zahlen von 16000-32000 und Strouhal-Zahlen zwischen 0,008 und 0,123 im Staupunkt ebenfalls eine Verschlechterung des Wärmeübergangs durch die Instationarität festgestellt, die bei einer bestimmten Frequenz bis zu 40 % betrug. Das Minimum der Staupunkt-Nußelt-Zahl wurde für alle verwendeten Reynolds-Zahlen bei dieser Frequenz gefunden. Deshalb kann hier ebenfalls keine Strouhal-Zahl angegeben werden. Diese Studie enthält auch Angaben zum Verhalten außerhalb des Staupunkts. Gemittelt über ein Quadrat mit einer Kantenlänge von 15 Rohrdurchmessern wurde tendenziell eine Verbesserung des Wärmeübergangs festgestellt, im Einzelfall um bis zu 40 %. Auch für die gesamte Messfläche stellte sich die geringste Verbesserung des Wärmeübergangs bei der Frequenz ein, bei der im Staupunkt die stärkste Verschlechterung gemessen wurde. Sowohl Zulkifli als auch Azevedo haben einen ausgeprägt nichtmonotonen Zusammenhang zwischen der Frequenz der Instationarität und ihrem Einfluss auf den Wärmeübergang festgestellt.

Sailor et al. [11] haben durch den Einsatz von Rotationskörpern mit verschiedenen großen Radialbohrungen den Zeitanteil, während dessen bei jeder Umdrehung ein Luftstrom möglich ist, im Englischen als Duty Cycle bezeichnet, gezielt zwischen 25 % und 50 % variiert. Die Reynolds-Zahlen lagen bei diesen Experimenten bei 21000-31000, die Plattenabstände bei 4-8 Rohrdurchmessern und die Strouhal-Zahlen zwischen 0,009 und 0,042. Bei niedrigen Abständen wurde auch im Staupunkt eine Verbesserung des Wärmeübergangs bis fast zu einer Verdoppelung der Nußelt-Zahl durch die Instationarität ermittelt, wobei teilweise ein nichtmonotoner Zusammenhang mit dem Duty Cycle auftrat, während beim größten untersuchten Abstand kein signifikanter Einfluss der Instationarität auszumachen war.

Es sollen hier noch die Arbeit von Mladin und Zumbrunnen [12] und die von Hofmann [5] genannt werden, bei denen der Luftstrom nicht vollständig unterbrochen, sondern als zusätzlicher Parameter die Amplitude der Instationarität von 5 %-50 % variiert wurde. Auch bei diesen Studien ergab sich ein uneinheitliches Bild mit teilweise sehr geringem Einfluss und teilweise sehr deutlichen Verbesserungen oder Verschlechterungen des Wärmeübergangs bei verschiedenen Parameterkombinationen, ohne dass sich eine klare Tendenz nennen lässt.

Bei den genannten Studien ist auch das Strömungsfeld im Hinblick auf die zeitlich veränderlichen Geschwindigkeiten untersucht worden; teilweise wurde über die Geschwindigkeitsmessung auch die mittlere Reynolds-Zahl des instationären Luftstroms bestimmt, um zu erreichen, dass sie mit der des stationären Referenzstroms übereinstimmt. Ausführlichere Untersuchungen des Strömungsfelds instationärer einphasiger Fluidstrahlen sind größtenteils unabhängig von Wärmeübergangsmessungen oder in anderen Zusammenhängen durchgeführt worden. Bremhorst und Hollis [13] haben u.a. die Bildung von reproduzierbaren torusförmigen Wirbeln an der Spitze des einsetzenden Luftstrahls beobachtet, die noch in einer Entfernung von mehreren Längen der Kernzone ihre grundsätzliche Gestalt besitzen und mit einer verstärkten Einmischung von Umgebungsluft einhergehen. Auch Farrington und Claunch [14] haben festgestellt, dass die Wirbelbildung in der Scherschicht zwischen einem einphasigen Strahl durch periodische Fluktuation seiner Geschwindigkeit verstärkt und vergleichmäßig

wird, allerdings wurde hier wie bei Mladin und Zumbrunnen ein ebener statt eines radial-symmetrischen Strahls untersucht. Diese Beobachtungen weisen darauf hin, dass sich die Ergebnisse von Studien, die sich mit einem Flüssigkeitsstrahl in einer Gasatmosphäre und dem Wärmeübergang zwischen ihm und einer Prallplatte befassen, nur sehr bedingt auf die hier untersuchte Situation übertragen lassen. Dazu gehören zum Beispiel sehr tiefgehende theoretische Analysen von Mladin und Zumbrunnen [15] sowie Mladin und Padet [16] oder detaillierte Untersuchungen von Sheriff und Zumbrunnen [17]. Aber auch die Anwendung von Ergebnissen zu instationären einphasigen Flüssigkeitstrahlen wie die von Lai, Naughton und Lindberg [18] oder Johari et al. [19] auf die hier untersuchte Situation kann problematisch sein, da wie z.B. Eibeck, Keller u.a. [20] gezeigt haben, dass bei instationären einphasigen Gasströmungen Kompressibilitätseffekte bis hin zur Richtungsumkehr des Strahl eine wichtige Rolle spielen können.



### 3 Vorüberlegungen

Wie im letzten Kapitel gezeigt wurde, ist für stationäre Strömungen die Abhängigkeit des Wärmeübergangs von vielen denkbaren Parametern bereits intensiv untersucht worden, und in den Standardwerken zur Wärmeübertragung sind etablierte Beziehungen für lokale und integrale Nußelt-Zahlen als Funktionen von verschiedenen Größen aufgeführt, siehe z.B. [7]. Diese allgemein anerkannten Resultate sollen hier nicht dadurch in Frage gestellt werden, dass weitere Ergebnisse zur Quantifizierung des Wärmeübergangs in bestimmten Situationen präsentiert werden. Es sei nur darauf verwiesen, dass sich die in diesem Projekt gemessenen Nußelt-Zahlen bei stationärer Anströmung in dem Rahmen befinden, der durch die Ergebnisse der früheren Studien dazu abgesteckt wurde. Es ist hier auch nicht nach der Dynamik der Wärmeübertragung in transienten Strömungssituationen gefragt. Stattdessen soll herausgefunden werden, wie sich der zeitlich gemittelte Wärmeübergang durch eine periodische Instationarität in der Anströmung gegenüber einem stationären Referenzfall ändert und welchen Einfluss die Form der Instationarität dabei hat.

Da zur quantitativen Bewertung des Wärmeübergangs die Nußelt-Zahl dient, lässt sich der Einfluss der Instationarität bzw. ihrer verschiedenen Parameter dadurch beziffert, dass die zeitlich gemittelte Nußelt-Zahl, die sich bei einem bestimmten Instationaritätsszenario einstellt, auf die Nußelt-Zahl bezogen wird, die sich bei stationärer Anströmung und ansonsten gleichen Parameterwerten einstellt. Dieser Quotient wird hier als Instationaritätsfaktor  $\Lambda$  bezeichnet:

$$\Lambda = \frac{\overline{\text{Nu}}_{\text{instationär}}}{\text{Nu}_{\text{stationär}}} \quad (3.1)$$

Wenn man ihn aus den Ergebnissen früherer Studien bildet, dann zeigt sich schon, dass er sowohl von den verschiedenen Parametern abhängt, die eine Instationarität beschreiben, als auch von solchen, die den Wärmeübergang bei stationärer Anströmung beeinflussen.

Ähnlich wie die Nußelt-Zahl selbst kann in der hier betrachteten Strömungs-/Wärmeübertragungskonfiguration auch der Instationaritätsfaktor als integraler<sup>1</sup> Wert für eine bestimmte Umgebung des Staupunkts in der angeströmten Fläche oder als lokaler Wert für einen bestimmten Punkt auf der Fläche angegeben werden. Der integrale Instationaritätsfaktor lässt sich dann u.a. in Abhängigkeit von der charakteristischen Länge des Flächenausschnitts im Verhältnis zur charakteristischen Länge des Strömungsfelds als  $\Lambda_{\text{int}} = \Lambda(r_A/d)$  darstellen, während der lokale Instationaritätsfaktor unter der Voraussetzung eines radialsymmetrischen Strömungs- und Temperaturfelds eine Funktion des Abstands des betrachteten Punkts zum

---

<sup>1</sup> Mit dem integralen Wert einer – i.a. räumlich – verteilten Größe, die aus mehreren verteilten Ausgangsgrößen errechnet wird, ist hier der Wert gemeint, der aus den über das Verteilungsgebiet gemittelten Ausgangsgrößen gewonnen wird. Er kann sich vom Mittelwert der verteilten Werte dieser Größe unterscheiden, die an jeder Stelle aus den lokalen Ausgangsgrößen errechnet worden sind.

Staupunkt im Verhältnis zur charakteristischen Länge des Strömungsfelds, also  $\Lambda_{\text{lokal}} = \Lambda(r/d)$  ist.

### 3.1 Vorbemerkungen zu Signalen und Methoden

Periodische Instationaritäten, so wie sie in diesem Projekt dem Fluidstrom an einer bestimmten Stelle vorgegeben werden, ihre räumliche und zeitliche Ausbreitung sowie ihre Auswirkungen sind das Kernthema der Nachrichtentechnik oder allgemeiner der Theorie dynamischer Systeme und ein wichtiger Aspekt der Regelungstechnik. Deshalb wird in Anlehnung an diese Disziplinen im Folgenden die Instationaritätsform auch als Signalform oder kurz als Signal bezeichnet, und es werden ihnen verschiedene Begriffe und Methoden entlehnt, mit denen sich Signale und Signalübertragungen beschreiben und analysieren lassen, wobei teilweise von der dort üblichen Nomenklatur abgewichen wird. Darüber hinaus werden einige Aspekte benannt und Begriffe definiert, die hier von besonderer Bedeutung sind.

Typische Standardsignale, die auch in diesem Projekt verwendet werden, sind das Sinus-, das Dreieck- und das Rechtecksignal. Hinsichtlich verschiedener Eigenschaften von Signalen, auf die weiter unten eingegangen wird, stellen sie jeweils Grenzfälle dar.

#### 3.1.1 Allgemeine Eigenschaften von Signalen

Hier werden vorwiegend Signale verwendet, die periodisch und symmetrisch sind. Mit der Periodizität ist entsprechend der allgemeinen Definition gemeint, dass sich das Signal in eine Abfolge gleich langer Phasen unterteilen lässt, deren Verlauf untereinander identisch ist. Die Dauer einer Phase ist die Periode oder Periodenlänge  $\tau_p$ , der Kehrwert davon, also die Anzahl Phasen pro Zeiteinheit ist die Frequenz  $f$ . Für ein beliebiges periodisches Signal  $s(\tau)$  gilt also

$$s(\tau) = s(\tau + n\tau_p), \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (3.2)$$

Der Beginn einer neuen und somit das Ende der vorherigen Phase kann willkürlich gesetzt werden. Häufig wird der Zeitpunkt gewählt, zu dem der momentane Signalwert den Mittelwert an der steigenden Flanke überschreitet. Andere gängige Wahlen sind der Zeitpunkt, bei dem der Maximalwert angenommen wird, oder der Zeitpunkt des Minimalwerts oder der

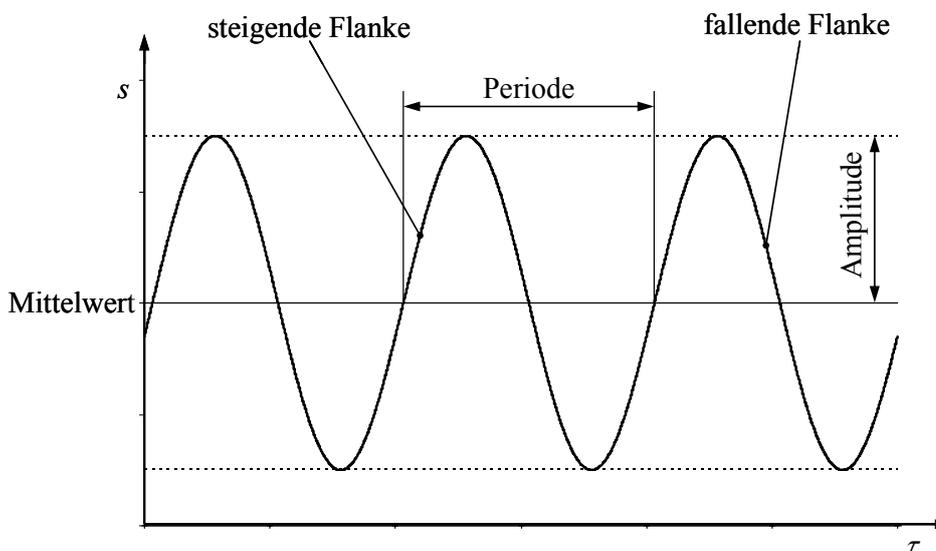


Bild 3.1: Begriffsdefinition anhand des Sinussignals

Zeitpunkt in der Mitte zwischen dem Schnittpunkt der fallenden und dem der steigenden Flanke mit dem Mittelwert. Der auf die Periodenlänge bezogene Abstand des betrachteten Zeitpunkts vom Phasenbeginn wird als Phasenlage  $\Phi$  bzw. mit dem Faktor  $2\pi$  multipliziert als Phasenwinkel  $\phi$  bezeichnet. Die Geschwindigkeit, mit der sich der Phasenwinkel ändert, ist somit das  $2\pi$ -fache der Frequenz  $f$  und wird Kreisfrequenz  $\omega$  genannt.

Als symmetrisch wird ein Signal hier betrachtet, wenn es in einer Phase mindestens einen Zeitpunkt  $\tau_s$  gibt, an dem das Signal einen Schnittpunkt mit dem Mittelwert hat, zu dem der Verlauf des Signal punktsymmetrisch ist, d.h. wenn

$$\begin{aligned} s(\tau_s + \Delta\tau) - \bar{s} &= -(s(\tau_s - \Delta\tau) - \bar{s}) \\ &= \bar{s} - s(\tau_s - \Delta\tau) \end{aligned} \quad (3.3)$$

gilt, oder wenn sich ein zum Mittelwert achsensymmetrisches Bild daraus ergibt, dass der Signalverlauf um eine halbe Phase verschoben noch einmal aufgetragen wird. In dem Fall erfüllt der Signalverlauf die Bedingung

$$\begin{aligned} s(\tau) - \bar{s} &= -(s(\tau + \frac{1}{2}\tau_p) - \bar{s}) \\ &= \bar{s} - s(\tau + \frac{1}{2}\tau_p). \end{aligned} \quad (3.4)$$

In beiden Fällen sind die Phasenanteile oberhalb und unterhalb des Mittelwerts gleich lang, und der maximale Ausschlag des Signals ist in beiden Richtungen gleich groß. Er wird dann als Amplitude  $s_0$  bezeichnet. Der Symmetrie wurde bei vielen der bisherigen Studien zum Einfluss der Instationarität auf den konvektiven Wärmeübergang keine Beachtung geschenkt, da die Bedeutung der Signalform insgesamt nicht berücksichtigt wurde; bei Sailor, Rohli und Fu [11] wurde sie bewusst vermieden.

Bei der Nachrichtenübertragung oszilliert i.a. ein skalares Signal um eine Ruhe- oder Nulllage, deren Wert keine besondere Bedeutung hat und deshalb oft willkürlich zu Null gesetzt wird. Das Signal hat dann gleich große positive und negative Anteile. Solch eine Betrachtung ist meistens dadurch gerechtfertigt, dass im Wesentlichen nur die Oszillation übertragen wird, während sich das Übertragungsmedium prinzipiell in Ruhe befindet oder sich im Vergleich zur Signalausbreitung nur langsam bewegt. Dagegen wird in den Untersuchungen in diesem Projekt eine vorhandene Strömung mit einem Instationaritätssignal überlagert, so dass die Geschwindigkeit oder der Massenstrom um einen positiven Mittelwert oszilliert und zumindest am Ausgangspunkt des Signals niemals negativ wird. Das Signal selbst hat somit, ggf. gekürzt um die skalaren Größen Dichte und Fläche, die gleiche Dimension wie die Ausbreitungsgeschwindigkeit. In dieser Situation kann die Amplitude mit dem Mittelwert zur relativen Amplitude entdimensioniert werden:

$$S_0 = \frac{s_0}{\bar{s}} \quad (3.5)$$

Mit dieser Entdimensionierung der Signalthöhe und der Entdimensionierung der Zeitabhängigkeit durch die Auftragung über dem Phasenwinkel wird der Signalverlauf zur Signalfunktion:

$$S(\phi) = \frac{s(\phi)}{\bar{s}} \quad (3.6)$$

### 3.1.2 Frequenzspektrum

Jedes periodische Signal  $s(\tau)$  lässt sich als Überlagerung von Sinus- und Kosinussignalen mit der Grundfrequenz des Signals und ganzzahligen Vielfachen davon in Form der so genannten Fourier-Reihe darstellen:

$$s(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega\tau) + b_k \sin(k\omega\tau)) \quad (3.7)$$

Die Werte  $a_k$  und  $b_k$ ,  $k > 0$  können als Amplituden der beteiligten Sinus- und Kosinussignale und  $a_0$  als Mittelwert des Gesamtsignals interpretiert werden. Sie werden als Fourier-Koeffizienten bezeichnet.

Wenn der Verlauf des Signals durch eine Funktion oder eine Vorschrift gegeben ist, dann lassen sich die Fourier-Koeffizienten i.a. exakt berechnen und es gilt die Gleichheit nach (3.7). Da die Koeffizienten die geraden (Kosinus-) und ungeraden (Sinus-) Anteile des Spektrums der gleichmäßig diskret verteilten Frequenzen  $k\omega$  am Gesamtsignal darstellen, können sie als Funktion der Frequenz aufgefasst werden, in die sich der Signalverlauf als Funktion von  $\tau$  überführen lässt. Dementsprechend wird ihre Berechnung als Fourier-Transformation und im Hinblick auf die Anwendung als Spektralanalyse bezeichnet. Sie ist eindeutig und umkehrbar. Bei einem reinen Sinussignal ist  $a_k = 0$  für alle  $k$ ,  $b_1 = 1$  und  $b_k = 0$  für alle  $k > 1$ . Für ein Rechtecksignal, das in der ersten Phasenhälfte den Wert 1 und in der zweiten Phasenhälfte den Wert 0 hat, ist  $a_0 = 1$ ,  $a_k = 0$  für alle  $k > 1$ ,  $b_k = 0$  für alle geraden  $k$  und  $b_k = 2/k\pi$  für alle ungeraden  $k$ . Für die Herleitung dieses Sachverhalts und die Verfahren zur Berechnung der Koeffizienten sei auf die Standard- oder Studienwerke der Mathematik verwiesen, z.B. [21].

Üblicherweise wird das Ergebnis einer Spektralanalyse, das Frequenzspektrum des Signals, in doppelt-logarithmischer Auftragung dargestellt. Durch die logarithmische Skalierung der Frequenzachse wird den i.a. dominanten niedrigen Frequenzen auf der Abszisse genug Platz gegeben, dass sie getrennt voneinander als deutliche Spitzen zu erkennen sind, und es wird dem Umstand Rechnung getragen, dass sich frequenzabhängige Effekte häufig erst dann deutlich zeigen, wenn sie über einer Skala aufgetragen werden, die sich über Größenordnungen erstreckt.

Dadurch und durch die logarithmische Skalierung der Ordinate bleibt gleichzeitig die Entwicklung der hochfrequenten Anteile sichtbar, die normalerweise um Größenordnungen kleiner als die niederfrequenten Anteile sind, untereinander aber deutliche Unterschiede aufweisen können. Die überhöhte und verdichtete Darstellung der hochfrequenten Anteile kann allerdings dazu führen, dass ihre Bedeutung bei der Interpretation des Frequenzspektrums überbewertet wird.

Für den Fall, dass der Signalverlauf nur in Form diskreter Werte gegeben ist, wie man sie aus Messungen gewinnt, sind Verfahren entwickelt worden, um die Fourier-Koeffizienten zu approximieren. Man spricht dann von der diskreten Fourier-Transformation (DFT). Sie ist sehr hilfreich, wenn die dominanten Frequenzen aus Messwerten zu einem Signal gefunden werden sollen, das stark verrauscht ist oder bei dem sich verschiedene periodische Grundsignale so überlagern, dass diese aus dem Zeitverlauf des Gesamtsignals nicht erkennbar sind. Wenn die Messwerte in gleichmäßigen Abständen aufgenommen worden sind und eine hinreichend große Anzahl vorliegt, dass mit  $2^n$  aufeinander folgenden Messwerten ein repräsen-