

1 Unendlichkeit im System der Wissenschaften

Einleitend soll die Stellung der Unendlichkeitsfrage im System der Wissenschaften erörtert werden. Unendlichkeit wird nur in solchen Wissenschaften thematisiert, die (wenigstens unter einem bestimmten Gesichtspunkt) ein allumfassendes Sachgebiet haben. Wissenschaften bzw. Disziplinen dieser Art heißen *Universalwissenschaften* bzw. *Universaldisziplinen*. Eine wissenschaftliche Disziplin ist entweder deshalb allumfassend, weil sie sehr abstrakte Eigenschaften und Sachverhalte untersucht, oder deshalb, weil sie auf vielen anderen Disziplinen aufbauend „letzte“ Fragen von übergeordnetem Interesse stellt. Universaldisziplinen der ersten Art nenne ich *Fundamentaldisziplinen* und solche der letzten Art *Gipfeldisziplinen*.

Zu den Universalwissenschaften zählt man seit jeher *Philosophie*, *Mathematik*, *Physik* und *Theologie*,¹ in neuerer Zeit aber auch *Psychologie*² und *Geschichtswissenschaft*.³ Manchmal wurden und werden auch noch weitere Wissenschaften als universal angesehen, so etwa *Logik* und *Linguistik*,⁴ *Soziologie*,⁵ *Kybernetik*, *Kognitionswissenschaft* und *Neurowissenschaft*,⁶ *Biologie*,⁷ *Anthropologie* und *Medizin*⁸ sowie *Astronomie*.⁹ Diese Wissenschaften können jedoch den zuerst genannten zugeordnet werden, namentlich der Mathematik, Physik und Psychologie.¹⁰

Philosophie

Die Philosophie betrachtet den *schlechthin* uneingeschränkten Bereich aller Dinge, und zwar hinsichtlich der allgemeinsten und fundamentalsten Bestimmungen (wie Sein, Wirken, Erkennen, Wert

-
- ¹ Bereits ARISTOTELES teilte in seiner *Metaphysik* Buch 4 Kap. 1, 1026a18–19, Ausgabe Seidl Band 1 S. 253 und Buch 11 Kap. 7, 1064b1–5, Ausgabe Seidl Band 2 S. 207 die theoretischen Wissenschaften in „Physik, Mathematik, Theologie“ ein und bezeichnete diese Wissenschaften als „Philosophien“.
- ² Vom Standpunkt des Idealismus aus sind *alle* Phänomene psychologischer Natur (siehe Abschnitt 8.12).
- ³ Diese wurde vom sog. *Historismus* hervorgehoben (siehe Abschnitt 8.15.3).
- ⁴ Logik und Linguistik haben in der *analytischen Philosophie* (siehe Abschnitt 8.15.1) die Priorität, und schon LEIBNIZ sprach von einer logischen Universalwissenschaft (siehe Fußnote 909 auf S. 591).
- ⁵ Dieser wurde erstmals im *älteren Positivismus* der Vorrang eingeräumt (siehe S. 625).
- ⁶ Die Kybernetik trat um 1950 als eine interdisziplinäre, Natur- und Geisteswissenschaften überbrückende Wissenschaft auf, welche die Theorie digitaler Rechenmaschinen ebenso umfasste wie die des Nervensystems und sozioökonomischer Prozesse; HEIDEGGER fürchtete, die Kybernetik werde auch die Philosophie ablösen (*Denken* S. 622f). Später wurden die Anliegen der Kybernetik von der sog. Kognitionswissenschaft übernommen, an deren Spitze die Neurowissenschaft (Gehirnforschung) steht (vgl. ROTH, *Gehirn*).
- ⁷ Diese spielte z. B. im *Monismus* Ernst HAECKELS (siehe S. 616) die Hauptrolle.
- ⁸ Die Anthropologie war in SCHELERS *Phänomenologie* zentral. Die Förderung der Medizin war für LEIBNIZ nächst der Tugend das Wichtigste (vgl. *Nouveaux essais* Buch 4 Kap. 1 § 12, Schriften Band 3/2 S. 485).
- ⁹ Die Astronomie nimmt z. B. nach TYCHO BRAHE, *De disciplinis*, Ausgabe Dreyer S. 174 Zl. 38f die Stelle des „Fürsten“ unter den Wissenschaften ein.
- ¹⁰ Die Logik und teilweise auch die Linguistik kann als Disziplin einer universell konzipierten *Mathematik* gelten, und soweit die Linguistik nicht zur Logik (und damit zur Mathematik) gehört, gehört sie zur *Psychologie*. Zu einer erweiterten Psychologie kann man auch die Soziologie rechnen, insofern diese nach Émile DURKHEIM das „Kollektivbewusstsein“ analysiert (*Règles*, Vorwort zur 2. Auflage S. XVIII und Kap. 5. II. S. 103, Ausgabe König S. 94f und 187f). Die übrigen hier genannten Wissenschaften kann man als Gipfeldisziplinen der *Physik* im Sinne einer allgemeinen Naturlehre verstehen, unter Einschluss von psychologischen und logisch-mathematischen Aspekten bei der Anthropologie, Kybernetik und Kognitionswissenschaft.

usw.), die sie mittels rational reflektierter Intuition untersucht.¹¹ Besonders hervorzuheben sind die philosophischen Disziplinen Ontologie, Theologie, Psychologie und Kosmologie, die klassischerweise unter dem Namen *Metaphysik* zusammengefasst wurden,¹² denn genau diese sind es, in denen Unendlichkeit innerhalb der Philosophie thematisiert wird. Die *Ontologie* ist die fundamentalste Disziplin: sie fragt nach dem Sein und nimmt die oberste Klassifizierung des Seienden vor. Die übrigen drei Disziplinen sind konkreter, haben aber dennoch einen Bezug auf die Gesamtheit aller Dinge:

- die *Theologie* fragt nach der höchsten Form und ersten Grundlage *allen* Seins,
- die *Psychologie* untersucht die menschliche Seele als den innersten Teil des Menschen, der sich im Erkennen und Streben auf schlechthin *alles* beziehen kann,
- die *Kosmologie* untersucht den Zusammenhang *aller* Seienden im Weltganzen.

Aber diese drei Disziplinen stehen nicht wie die Ontologie auf der „fundamentalen Seite“ des philosophischen Wissens, sondern müssen als die philosophischen Gipfeldisziplinen bezeichnet werden, denn das Verständnis des Weltganzen (Kosmologie), der menschlichen Seele (Psychologie) und Gottes (Theologie) sind die letzten und eigentlichen Fragen der Philosophie.¹³

Mathematik

Die antike und mittelalterliche Mathematik hatte die von ihr untersuchten Gegenstände „Größen“ genannt.¹⁴ Demgegenüber bezeichnet die heutige Mathematik ihre Gegenstände allgemeiner als „Objekte“.¹⁵ Hier deutet sich der Anspruch der Mathematik an, eigentlich „alles“ zum Gegenstand der Betrachtung machen zu können. Ihre Aufgabe sieht sie darin, notwendige Konsequenzen aus vorausgesetzten Sachverhalten (den sog. *Axiomen*) zu ermitteln. Diese gibt sich der Mathematiker entweder willkürlich vor, oder er schöpft sie aus evidenten Tatsachen, oder er lässt sie sich von anderen Fragestellern vorgeben. So erweist sich Mathematik als ein universell einsetzbares Hilfsmittel für andere Wissenschaften. Man könnte nun versucht sein, die Mathematik dadurch herabzustufen, dass man in ihr „nur“ ein Hilfsmittel sieht. Auf der anderen Seite könnte man sie über alle anderen Wissenschaften stellen, weil sie die zentralen Gesetzmäßigkeiten betrachtet, für welche die anderen

¹¹ Zu dieser Methode vgl. HILDEBRAND, *Philosophy* S. 196–207. Was damit gemeint ist, versteht man am besten durch Abgrenzung von den Methoden der Mathematik, Mystik und Physik. Während man in der mathematischen Betrachtung von der Wirklichkeit abstrahiert, ist für die Philosophie der geistige Kontakt mit der Wirklichkeit („Intuition“) wesentlich. Diese Intuition unterscheidet sich von physikalischer Beobachtung, weil sie nicht auf körperlichen Wechselwirkungen beruht und daher nicht durch Messinstrumente verfeinert werden kann. Sie unterscheidet sich aber auch von der mystischen Kontemplation, weil sie so weit als möglich „rational“ begründet und verarbeitet wird.

¹² Nach Christian WOLFF bildet die Ontologie die „allgemeine Metaphysik“, während die drei letztgenannten Disziplinen die „spezielle Metaphysik“ ausmachen.

¹³ Ähnlich KANT, *Kritik der reinen Vernunft* B 826, Ausgabe Timmermann S. 833: „Die Endabsicht, worauf die Spekulation der Vernunft . . . zuletzt hinausläuft, betrifft drei Gegenstände: die Freiheit des Willens, die Unsterblichkeit der Seele und das Dasein Gottes“. Unter dem Eindruck der KANTSchen Vernunftkritik ist allerdings die Philosophie faktisch immer mehr von diesen metaphysischen Fragestellungen abgerückt.

¹⁴ Nach BOËTHIUS, *Arithmetica* Buch 1 Kap. 1 (Ausgabe Oosthout/Schilling S. 10 Zl. 39–42) beschäftigt sich die Arithmetik mit der „Vielheit an sich“ (*multitudo, quae per se est*) und die Geometrie mit der „unbeweglichen Größe“ (*immobilis magnitudo*). Nach GREDT, *Elementa* (Band 1 S. 194, deutsche Ausgabe S. 125f) ist der Gegenstand der Mathematik „das Ausgedehnte unter Absehung nicht bloß von der Einzelheit, sondern auch von den sinnfälligen Beschaffenheiten.“ Nach HEGEL, *Phänomenologie* Vorrede, Ausgabe Bonsiepen/Heede S. 33, Ausgabe Wessels/Clairmont S. 33 ist „Zweck oder Begriff“ der Mathematik „die Größe“, und der Stoff, mit dem sie sich beschäftigt, „ist der *Raum* und das *Eins*.“ ENGELS definierte die Mathematik als „die Wissenschaft der Größen“ (ENGELS, *Dialektik der Natur* Nr. 18, MEGA-Ausgabe S. 14).

¹⁵ Vgl. z. B. POTTER, *Sets* S. 19: „Auf jedem Gebiet der Mathematik studieren wir Objekte.“

Wissenschaften „nur“ Fallbeispiele liefern.¹⁶ Beide Sichtweisen sind einseitig, beleuchten aber aus verschiedenen Perspektiven den eigentümlichen Sonderstatus der Mathematik, den sie gegenüber den anderen Wissenschaften einnimmt. Die Mathematik stellt ihre Ergebnisse aufgrund von formalen Regeln durch *Beweise* sicher, welche garantieren, dass die neuen Aussagen wahr sind, falls die gegebenen wahr sind. Die Theorie, welche die entsprechenden Regeln aufstellt und analysiert, ist die *Logik*.¹⁷ Diese kann als Disziplin der Mathematik verstanden werden, und zwar ist sie derjenige Teil der Mathematik, der ohne speziellere Voraussetzungen auskommt.¹⁸ Zusammen mit der Logik gehört auch die *Mengenlehre* zu den mathematischen Fundamentaldisziplinen. In der Mengenlehre wird die *Elementbeziehung* betrachtet, mit deren Hilfe alle anderen mathematischen Beziehungen definiert werden können. So hat die Mengenlehre in der Mathematik den gleichen Stellenwert wie die Ontologie in der Philosophie. Da die Mengenlehre die Unendlichkeit explizit behandelt, ist sie zudem für unser Thema von größter Wichtigkeit.

Physik, Psychologie und Geschichtswissenschaft

Die *Physik* betrachtet die allgemeinsten Wechselwirkungen materieller Objekte. Da das Materielle nur einen eingeschränkten Bereich des Seienden bildet,¹⁹ könnte man im Zweifel sein, ob hier eine Universalwissenschaft vorliegt. Jedenfalls ist es verfehlt, mit Frank TIPLER als „Geltungsbereich der Physik“ die „Gesamtheit der Realität“ zu beanspruchen.²⁰ Andererseits bilden jedoch die von der Physik betrachteten Objekte tatsächlich den Gesamtbereich aller Dinge, die uns in einer bestimmten Auffassungsart, nämlich durch *äußere Beobachtung* zugänglich sind. Insofern ist die Physik sicher eine Universalwissenschaft, und sie ist auf jeden Fall für alle weiteren Naturwissenschaften fundamental.²¹

Die *Psychologie* (in ihrer klassischen, auf BRENTANO zurückgehenden Form)²² betrachtet die uns durch *Innenerfahrung* zugänglichen Sachverhalte. Dieser Sachbereich ist in etwa komplementär zu dem Bereich, den die Physik untersucht. So steht die Psychologie in einem analogen Verhältnis zu den Geisteswissenschaften²³ wie die Physik zu den Naturwissenschaften.

Die *Geschichtswissenschaft* kann unter dem Aspekt der zeitlichen Entwicklung alles betrachten, was das menschliche Denken beschäftigt. So gibt es eine Geschichte der Völker ebenso wie eine Geschichte der Mathematik, der Theologie usw. Durch Einbeziehung der Geschichte stellt man auf je-

¹⁶ Vgl. die Ansicht von GAUSS, wonach die Mathematik die „Königin der Wissenschaften“ ist, die sich öfter herablässt, „den anderen Naturwissenschaften einen Dienst zu erweisen“ (WALTERSHAUSEN, *Gauss* S. 79). Die mathematische Logik kann auch auf Geisteswissenschaften, Theologie und Religionen angewendet werden (vgl. BOCHENSKI, *Religionslogik*).

¹⁷ Genauer wird die Logik in Abschnitt 6 betrachtet.

¹⁸ Vgl. RUSSELL, *Mathematische Philosophie* S. 217: „Mathematik und Logik waren, historisch gesprochen, zwei ganz getrennte Arbeitsgebiete. ... Aber beide haben sich in der modernen Zeit entwickelt. Die Logik wurde mathematischer, die Mathematik logischer. Infolgedessen ist es heute ganz unmöglich, einen Trennungsstrich zwischen beiden zu ziehen. Tatsächlich sind sie eins.“

¹⁹ Zur Klassifikation des Seienden vgl. Kapitel 4. Nicht-materielle Seiende wird auch der Materialist wenigstens als „Epiphänomene“ der Materie anerkennen müssen (vgl. Abschnitt 10.1).

²⁰ TIPLER, *Physics of Immortality* S. 32; vgl. S. 26. Diese unter heutigen Physikern weit verbreitete Ansicht (vgl. DAVIES, *Time* S. 324) bezeichnet man klassischerweise als *Materialismus*; modernere Bezeichnungen hierfür (die nicht den schlechten Ruf des Materialismus haben) sind *Naturalismus*, *Szientismus* und *Physikalismus*. TIPLERS Physikalismus geht so weit, dass er behauptet, selbst die Theologie müsse, wenn sie überleben will, „ein Teilbereich der Physik“ werden (ebd. S. 35). Zu TIPLER siehe auch S. 666.

²¹ Dies gilt besonders für die Chemie und Biologie. Die Mathematik dagegen ist eigentlich weder eine Natur- noch eine Geisteswissenschaft, sondern besitzt einen Sonderstatus.

²² Vgl. BRENTANO, *Psychologie*.

²³ Zu diesen gehören z. B. Linguistik, Pädagogik, Soziologie, Literatur- und Kunstwissenschaft. Theologie und Philosophie sind dagegen keine reinen Geisteswissenschaften, da sie sich nicht (nur) mit dem menschlichen Geist selbst und seinen Erzeugnissen beschäftigen. Ähnliches gilt m. E. auch für die Geschichtswissenschaft.

den Fall *jede* Wissenschaft auf eine breitere Grundlage. Allerdings ist die geschichtliche Entwicklung in Mathematik und Naturwissenschaften (für diese Wissenschaften selbst) nur von nebensächlichem Interesse – wichtiger ist hier der jeweils aktuelle Stand. Dagegen spielt sie in den Geisteswissenschaften und in der Theologie eine kaum zu unterschätzende Bedeutung, denn durch fortgesetzte Synthese des Gewesenen und des Neuen ergibt sich hier ein immer vollkommenerer Gehalt, wie besonders eindrucksvoll durch HEGEL betont wurde. Das gilt in besonderer Weise auch für die christliche Theologie, die einerseits auf ein historisches Offenbarungsgeschehen zurückgreift und andererseits eine durch Zeiten und Kulturen hindurchgehende, ständig anwachsende Auslegungstradition und Rezeptionsgeschichte verarbeiten muss, die selbst als ein Aspekt der Offenbarung verstanden werden kann. So ist die Theologie auf einen engen Kontakt mit der Geschichtswissenschaft angewiesen.

Theologie

Hier soll nicht von der schon erwähnten philosophischen (oder „natürlichen“) Theologie die Rede sein, die ARISTOTELES als die vornehmste der drei philosophischen Gipfeldisziplinen ansah,²⁴ sondern von der *Offenbarungs-* oder *Glaubenstheologie*. Diese unterscheidet sich von der natürlichen Theologie dadurch, dass sie die göttliche Offenbarung mit einbezieht, deren konkrete Gegebenheit sie nachzuweisen versucht und deren Sinn sie herauszuarbeiten hat. Die Theologie kann wie die Philosophie schlechthin alles thematisieren, und sie tut dies im Hinblick auf Gott als Grund und Ziel des Menschen und des Universums. So findet man in der Theologie ähnliche Disziplinen wie in der Philosophie: Der philosophischen Kosmologie entspricht die theologische *Schöpfungslehre*, der philosophischen Psychologie die theologische *Seelenlehre*, und die höchste Disziplin der Theologie ist schließlich die theologische *Gotteslehre*, welche die Theologie im eigentlichsten Sinn und zudem die hauptsächliche theologische Disziplin ist, in der Unendlichkeit thematisiert wird.

Die Glaubenstheologie früherer Jahrhunderte war überzeugt, die Gipfelwissenschaft schlechthin zu sein,²⁵ da sie sich im Besitz eines über rein menschliches Wissen hinausgehenden und es von oben integrieren könnenden metaphysischen Offenbarungswissens glaubte. Für uns Heutige hat eine solche Beschreibung den Beigeschmack von Arroganz.²⁶ Dennoch ist diese Charakterisierung nicht ganz falsch, auch wenn die heutige Theologie zu Recht betont, dass die Offenbarung in erster Linie auf das ewige Heil des Menschen hinzielt und deshalb nicht unabhängig von dieser Zielrichtung als spekulative Erkenntnisquelle angesehen werden kann.²⁷ Das zu verkündigende Heil hängt nämlich eng mit metaphysischen Fragen zusammen, so dass die Glaubenstheologie ein bleibendes Interesse an diesen Fragen haben muss.

²⁴ Vgl. Fußnote 1 auf S. 1.

²⁵ Vgl. THOMAS VON AQUIN, *Summa Theologiae* pars 1 quaestio 1 articuli 1–6, Ausgabe Busa S. 184c–186a.

²⁶ Der Grund hierfür ist die nicht immer ruhmreiche Geschichte der Theologie, die sich in der Neuzeit wiederholt zu Unrecht gegen Erkenntnisse anderer Wissenschaften gestellt hat. Einen entgegengesetzten und doch wieder ähnlichen Fehler scheinen Theologen auch heute zu begehen, wenn sie ihre Wissenschaft als eine absolut autonome verstehen, welche die Ergebnisse der übrigen Wissenschaften weder kritisiert noch benutzt. Wenn man im Zuge dieser Entwicklung den Aussagen der Theologie nur noch eine symbolische Bedeutung gibt, die weder geschichtlich noch naturwissenschaftlich angreifbar ist, so ist das ein bequemer, aber letztlich unfruchtbarer Rückzug in eine intersubjektiv nicht mehr vermittelbare Gefühlswelt.

²⁷ Vgl. DENZINGER, *Enchiridion* 4206 (*Zweites Vatikanisches Konzil*, Konstitution *Dei Verbum* Kap. 1 Nr. 6): „Durch die göttliche Offenbarung wollte Gott sich selbst und die ewigen Beschlüsse seines Willens über das Heil der Menschen kundtun“. Allerdings gilt dieses Heil selbst als übernatürlich, und so erstreckt sich die Offenbarung doch auch auf Wirklichkeiten, die dem menschlichen Geist nicht ohne Offenbarung zugänglich sind (vgl. DENZINGER, *Enchiridion* 4206: Gott offenbart seinen Willen, uns „Anteil zu geben an Gütern, die das Erkenntnisvermögen des menschlichen Geistes völlig übersteigen“; vgl. ebd. 2850–2857, 3005, 3015f, 3028, 3032, 3041; ECCLESIA CATHOLICA, *Katechismus* § 50, § ECCLESIA CATHOLICA, *Kompendium* § 4; siehe auch Fußnote 511 auf S. 775).

Zur Unendlichkeitsfrage und ihrer Systematik

Unendlichkeit wird vor allem in der mathematischen Mengenlehre und in der theologischen Gotteslehre behandelt; außerdem wird sie in der Philosophie thematisiert, und zwar einerseits in der Ontologie, die wir mit der Mengenlehre zu den Fundamentaldisziplinen rechnen können, und andererseits in den drei philosophischen Gipfeldisziplinen (Theologie, Psychologie und Kosmologie).²⁸ So konzentriert sich die Thematik der Unendlichkeit innerhalb des Systems der Wissenschaften einerseits im „Fundamentalteil“, andererseits im „Gipfelteil“ dieses Systems.

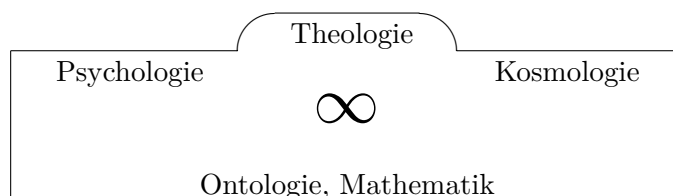


Abbildung 1.1: Unendlichkeit im Systemgebäude der Wissenschaft

Dass Unendlichkeitsfragen im „Gipfelteil“ auftauchen, welcher die letzten Fragen des Menschen behandelt, ist naheliegend. Diese Fragen lauten in etwa:

- Gibt es ein absolut Unendliches jenseits der Welt (Theologie)?
- Ist der Mensch bzw. seine Seele unendlich (Psychologie)?
- Kann die Welt selbst unendlich sein (Kosmologie)?

Warum aber tauchen Probleme des Unendlichen schon im Fundamentalteil auf? Eine auf die Ergebnisse dieser Arbeit vorgreifende Antwort wäre die, dass das Unendliche so real und wichtig ist, dass ohne dasselbe eine konsequent fundierte Wissenschaft überhaupt nicht denkbar ist. Es ergibt sich nun für unser Thema eine Zweiteilung:

1. Unendlichkeit im Fundamentalteil der Wissenschaft (Ontologie, Mathematik),
2. Unendlichkeit im Gipfelteil der Wissenschaft (Gotteslehre, Psychologie, Kosmologie).

Wenn der Titel dieser Arbeit die Unendlichkeit in den Schnittpunkt von Mathematik und Theologie verlegt, so ist mit „Unendlichkeit in der Mathematik“ eine Kurzformel für (1) gemeint und mit „Unendlichkeit in der Theologie“ eine solche für (2); es ist also mit Mathematik bzw. Theologie jeweils ein *pars nobilior pro toto* genannt.

Nach der Definition und Einteilung des Unendlichen in Kapitel 2 soll in den Kapiteln 3–7 das Unendlichkeitsproblem zunächst im Fundamentalteil der Wissenschaft betrachtet werden. Hierzu gehören Ontologie, Logik und Mengenlehre. Da idealerweise zuerst die Exposition der Methode und dann die eigentliche Theorie erfolgen sollte, müsste man die *Logik* an den Anfang stellen. Doch setzt eine anspruchsvolle Logik Grundkenntnisse über Objekte voraus. So wäre zuvor eine Erklärung der involvierten Objektklassen wünschenswert, und hierzu müsste man die *Ontologie* vor die Logik setzen. Objekte aber können sinnvollerweise nur in Bezug zum Denken klassifiziert werden, weshalb zuerst die Grundlagen der philosophischen *Psychologie* erläutert werden sollten. So ergäbe sich folgende Reihenfolge:

²⁸ Zu ergänzen wäre noch, dass Unendlichkeitsfragen auch in der Physik Erwähnung finden, was nicht verwunderlich ist, wenn man den offensichtlichen Zusammenhang dieser (inzwischen von der Philosophie emanzipierten) Wissenschaft zu der entsprechenden philosophischen Disziplin der Kosmologie betrachtet.

1. Theorie des Denkens (Anfangsgründe der philosophischen Psychologie),
2. Theorie der Objekte (Ontologie),
3. Logik,
4. Mengenlehre.

Man könnte an dieser Reihenfolge kritisieren, dass nun die eigentliche Methoden-Exposition (Logik) erst im dritten Schritt erfolgt. Aber man muss bedenken, dass die vorgeschalteten philosophischen Disziplinen keiner besonderen Methode bedürfen: Die grundlegende philosophische Theorie des Denkens und der Objekte kann und muss so präsentiert werden, dass die Darstellung intuitiv von selbst überzeugt.

Ein anderer Einwand wäre, dass eine strikte Einhaltung der Reihenfolge Logik – Mengenlehre unmöglich ist. Für eine anspruchsvollere Exposition der Logik benötigt man eine ausgebaute Theorie der natürlichen Zahlen,²⁹ und zum Beweis von Theoremen der höheren Logik braucht man eine weit über die Grundlagen hinaus entwickelte Mengenlehre.³⁰ Auf der anderen Seite wäre es auch kein Ausweg, die Mengenlehre einfach vor die Logik zu setzen, denn zumindest die Theoreme der höheren Mengenlehre sind ohne Logik nicht formulierbar, geschweige denn beweisbar. Als Ausweg bietet sich eine Art „hermeneutische Spirale“ an: Man beginne mit den Grundzügen der Mengenlehre einschließlich der Arithmetik, behandle dann die formale Logik und komme schließlich zur Mengenlehre zurück, indem man diese nun formal aus den Axiomen ableite. Die Grundlegung hätte dann folgende Struktur:

1. Theorie des Denkens (Anfangsgründe der philosophischen Psychologie),
2. Theorie der Objekte (Ontologie),
3. Inhaltliche Behandlung der Mengenlehre in Grundzügen,
4. Formale Logik,
5. Formale Behandlung der Mengenlehre aus den Axiomen.

So wäre ein zirkelfreier Aufbau der Grundlagen der Mathematik prinzipiell möglich. Bislang ist ein solcher Aufbau jedoch nirgendwo vollauf befriedigend durchgeführt worden.³¹ Die vorliegende Arbeit schließt daher eine gewisse Lücke, indem hier die Schritte (1) bis (3) im Detail durchgeführt werden. Dagegen stelle ich die formale Logik in Kapitel 6 nur in ihren Grundzügen vor und verzichte ganz auf die formale Ableitung der Mengenlehre. Die wichtigsten für die Unendlichkeitsproblematik

²⁹ Konkret braucht man z. B. die Prinzipien der Rekursion und der vollständigen Induktion, und um diese Prinzipien formulieren und beweisen zu können, muss man anscheinend bereits Grundlagen der Mengenlehre voraussetzen.

³⁰ So benötigt z. B. ein exakter Beweis für die Vollständigkeit der Aussage- oder Prädikatenlogik anspruchsvolle Hilfsmittel aus der Mengenlehre, z. B. das ZORNSche Lemma oder die Arithmetik der Ordinalzahlen.

³¹ Eine Darstellung der *gesamten* neuzeitlichen Mathematik *einschließlich* ihrer Grundlagen ist überhaupt nur zweimal versucht worden. Erstmals geschah dies in den drei Bänden der *Principia Mathematica* von RUSSELL und WHITEHEAD (1910–1913); aber dieses Werk hat aus logischer Sicht gravierende formale Mängel (siehe GÖDEL, *Russell's Mathematical Logic* S. 126, Werke Band 2 S. 120, deutsche Ausgabe S. VI) und entspricht seinem mathematischen Umfang nach nicht mehr dem heutigen Stand. Der zweite Versuch liegt in den monumentalischen Werken der „Bourbaki“-Schule vor. Das unter dem Pseudonym „Nicolas Bourbaki“ erschienene Werk mit dem Titel „*Eléments de Mathématique*“ ist „in Wahrheit Produkt einer in der Geschichte der Mathematik einzigartigen Kollektivanstrengung“ einer „sich stets wieder verjüngenden Gruppe französischer Mathematiker“; es erschien „seit Ausbruch des Zweiten Weltkrieges in mehr als dreißig Bänden, sich, wie ihr Autorenteam, von Auflage zu Auflage ständig regenerierend, vielleicht bestimmt, so wenig wie die Mathematik jemals fertig zu werden“ (SCHMIDT, *Mengenlehre* S. 14). Aber BOURBAKI verzichtete auf eine philosophische Grundlegung, und zudem ist es bezeichnend, dass gerade das einführende Buch dieser Monumentalreihe, die *Théorie des ensembles*, seit langem nicht mehr neu aufgelegt wird.

relevanten Definitionen und Sätze können nämlich bereits innerhalb der Aufarbeitung der ersten drei Schritte hinreichend entwickelt werden, und für die Schritte (4) und (5) kann ich auf die zeitgenössische logisch-mathematische Fachliteratur verweisen.³²

Nach der mathematischen Grundlegung sollen die Unendlichkeitsfragen im Bereich der Gipfel-disziplinen betrachtet werden (Kapitel 9–11). Diesem Teil schicke ich das historische Kapitel 8 über die Entwicklung des Unendlichkeitsgedankens voraus, welche im Sinne der obigen Bemerkung über den Stellenwert der geschichtlichen Entwicklung (siehe S. 3–4) auch für die sachliche Thematik von Interesse ist. Bei der systematischen Ausführung der Gotteslehre (Kapitel 9) steht die Frage nach den Argumenten für Gottes Existenz im Vordergrund, die mit der Frage nach der konkreten Existenz eines absolut unendlichen Wesens identisch ist. Die anschließenden Erörterungen über die Unsterblichkeit der Seele (Kapitel 10) und die Möglichkeit eines unendlichen Kosmos (Kapitel 11) bilden den Abschluss dieser Untersuchungen.

³² Zu (4) vgl. etwa GLUBRECHT et al., *Klassenlogik*; zu (5) OBERSCHELP, *Allgemeine Mengenlehre*.