

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Thermodynamik . . . . .	4
2.1.1	Einige Grundbegriffe . . . . .	4
2.1.2	Thermodynamische Zustandsgleichungen . . . . .	5
2.1.3	Kalorische Zustandsgleichungen . . . . .	5
2.1.4	Der 1. und 2. Hauptsatz der Thermodynamik . . . . .	7
2.1.5	Anwendung auf strömende Fluide . . . . .	7
2.2	Kontinuumsmechanik . . . . .	7
2.2.1	Allgemeines . . . . .	7
2.2.2	Die materielle Zeitableitung . . . . .	8
2.2.3	Volumen- und Oberflächenkräfte . . . . .	9
2.2.4	Integrale Bilanzgleichungen . . . . .	11
2.2.5	Differentielle Bilanzgleichungen . . . . .	13
2.2.6	Euler- bzw. Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	13
2.2.7	Alternative Form der Bilanzgleichungen . . . . .	14
2.3	Die Reynoldszahl . . . . .	16
2.4	Schallgeschwindigkeit . . . . .	17
2.5	Rankine Hugoniot'sche Beziehungen . . . . .	17
2.6	Fourier'sches Gesetz . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Mehrdimensionale (MD)-Wellendigitalfilter</b>	<b>19</b>
3.1	Vektoren unabhängiger Variablen . . . . .	19
3.2	MD-Kausalität und Koordinatentransformation . . . . .	20
3.3	MD-Passivität . . . . .	24
3.4	Lokale Passivität . . . . .	26
3.5	MD-KIRCHHOFF-Netze . . . . .	27
3.6	MD-Bauelemente . . . . .	28
3.6.1	MD-Induktivität . . . . .	28
3.6.2	MD-Widerstand . . . . .	30
3.6.3	Ideale Spannungsquelle . . . . .	31
3.6.4	MD-Idealer Übertrager . . . . .	31
3.6.5	Jaumann-Struktur . . . . .	32
3.7	Wellengrößen . . . . .	32
3.8	Abtastgitter . . . . .	34

---

3.9	WDF-Realisierungen der MD-Bauelemente . . . . .	35
3.9.1	MD-Induktivität . . . . .	35
3.9.2	MD-Widerstand . . . . .	36
3.9.3	MD-ideale Spannungsquelle . . . . .	36
3.9.4	MD-idealer Übertrager . . . . .	37
3.9.5	JAUMANN-Adaptor . . . . .	38
3.9.6	$N$ -Tor Serienadaptor . . . . .	38
3.10	Halbschrittwellen . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Unstetigkeiten und Oszillationen</b>	<b>41</b>
4.1	GIBBS'sches Phänomen . . . . .	41
4.2	Lineare Advektionsgleichung . . . . .	42
4.3	Lösung der linearen Advektionsgleichung mit dem EULER-Rückwärtsschema	43
4.4	Lösung der linearen Advektionsgleichung mit der Wellendigitalmethode . .	46
<b>5</b>	<b>Herleitung der MD-Wellendigitalfilter (1+1)-D Fall</b>	<b>51</b>
5.1	Euler-Gleichungen . . . . .	51
5.1.1	MD-Kirchhoff Netz und MD-Wellendigitalfilter . . . . .	51
5.1.2	Passivitätsbetrachtungen . . . . .	56
5.1.3	Adaptorgleichungen . . . . .	58
5.2	Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	58
5.2.1	Passivitätsbetrachtungen . . . . .	61
5.2.2	Adaptorgleichungen . . . . .	64
5.3	NAVIER-STOKES-Gleichungen mit Wärmeleitung . . . . .	64
5.3.1	Passivitätsbetrachtungen . . . . .	66
5.3.2	Adaptorgleichungen . . . . .	67
5.4	Abtastgitter . . . . .	68
5.5	Initialisierung und Ablauf des Algorithmus . . . . .	69
5.6	Berücksichtigung von Randbedingungen . . . . .	70
5.6.1	Allgemeines . . . . .	70
5.6.2	Harte Randbedingungen . . . . .	70
5.6.3	Offene Randbedingungen . . . . .	72
<b>6</b>	<b>Simulationsergebnisse (1+1)-D Fall</b>	<b>75</b>
6.1	Schockausbreitung . . . . .	75
6.1.1	Schockausbreitung ohne Viskosität . . . . .	75
6.1.2	Schockausbreitung mit Viskosität . . . . .	77
6.1.3	Schockreflexion . . . . .	79
6.2	Stoßwellenrohr-Problem . . . . .	81
6.2.1	Analytische Lösung . . . . .	81
6.2.2	Numerische Ergebnisse . . . . .	83
6.2.3	Verwendung des Standardgitters . . . . .	91
<b>7</b>	<b>Herleitung der MD-Wellendigitalfilter (2+1)-D Fall</b>	<b>95</b>
7.1	EULER-Gleichungen . . . . .	95
7.1.1	MD-KIRCHHOFF Netz und MD-Wellendigitalfilter . . . . .	95
7.1.2	Passivitätsbetrachtungen . . . . .	100

---

7.1.3	Adaptorgleichungen . . . . .	100
7.2	Navier-Stokes-Gleichungen . . . . .	101
7.2.1	Reibungsspannungstensor $\mathbf{T}$ . . . . .	101
7.2.2	Berücksichtigung von $\mathbf{T}_0$ . . . . .	102
7.2.3	Berücksichtigung von $\mathbf{T}_1$ . . . . .	105
7.2.4	Berücksichtigung von $\mathbf{T}_2$ . . . . .	106
7.2.5	MD-KIRCHHOFF Netz und MD-Wellendigitalfilter . . . . .	108
7.2.6	Passivitätsbetrachtungen . . . . .	108
7.2.7	Adaptorgleichungen . . . . .	111
7.3	Abtastgitter . . . . .	111
7.4	Initialisierung und Ablauf des Algorithmus . . . . .	112
7.5	Randbedingungen . . . . .	112
7.5.1	Allgemeines . . . . .	112
7.5.2	Harte Randbedingungen . . . . .	113
<b>8</b>	<b>Simulationsergebnisse (2+1)-D Fall</b>	<b>115</b>
8.1	(2+1)-D Stoßwellenrohr-Problem . . . . .	115
8.2	Explosionsproblem . . . . .	120
8.3	Umströmungsproblem . . . . .	124
<b>9</b>	<b>Variable Abtastung</b>	<b>129</b>
9.1	Zeitlich variable Abtastung . . . . .	129
9.2	Räumlich und zeitlich variable Abtastung . . . . .	131
9.2.1	Allgemeine Betrachtung . . . . .	131
9.2.2	Spezielle Betrachtung für $k' = 2$ . . . . .	133
9.2.3	Statische Betrachtung . . . . .	137
9.2.4	Dynamische Betrachtung . . . . .	139
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>147</b>
	<b>Nomenklatur</b>	<b>149</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>153</b>