

Kapitel 1

Einleitung und Motivation

Wichtige Entwurfsziele bei der Entwicklung neuer Luftfahrzeugstrukturen sind die Minimierung der Strukturmasse, die Erhöhung der Lebensdauer und die Senkung der Fertigungskosten. Um dem gerecht zu werden und eine optimale Strukturauslegung zu gewährleisten, müssen in der frühen Phase der Produktentwicklung komplexe Optimierungsprobleme gelöst werden. Neben geometrischen Abmessungen fließen dabei oft auch die Materialauswahl und die Festlegung der optimalen Strukturkonfiguration mit ein. Unter diesen Gesichtspunkten erlangen Faserverbundstrukturen auch im Primärstrukturbereich immer mehr an Bedeutung. Die optimale Auslegung derartiger Strukturen führt auf ein Optimierungsproblem mit einem diskontinuierlichen Entwurfsraum und kombinierten diskreten und kontinuierlichen Variablen. So ist z.B. für die unterschiedlichen Faserverbund-Lamine eine diskrete Schichtanzahl festzulegen und die Orientierung der einzelnen Schichten in einer diskreten Abstufung (0° , $\pm 45^\circ$, 90°) vorzunehmen. Diese und weitere Forderungen an den Laminataufbau sind praxisbedingt und schränken die Zulässigkeit im Entwurfsraum ein. Zur Bewertung der einzelnen Strukturvarianten werden neben geschlossen formulierten analytischen Ansätzen zusätzlich parametrische *Finite Elemente Modelle* herangezogen, um beispielsweise das Festigkeits- und Beulverhalten zu beurteilen.

Die im Rahmen des Optimierungsprozesses implementierte Konfigurations- und Materialauswahl schließt Parameter ein, die nicht ohne Weiteres in einem mathematischen funktionalen Zusammenhang erfasst werden können. Damit sind auch Ableitungsinformationen nicht zwangsläufig verfügbar. Eine weitere Problematik bei derartigen Problemstellungen liegt darin begründet, dass im Allgemeinen nicht nur ein einzelnes globales Optimum existiert, sondern eine Lösungsmenge vorliegt. Lokale Extrema erschweren den Optimierungsprozess zusätzlich. Außerdem sind in der Praxis nicht unbedingt nur die absoluten Extrema entscheidend, gegebenenfalls können auch nahezu optimale Strukturvarianten von Interesse sein. Diesen Aspekten ist bei der Auswahl der Optimierungsalgorithmen Rechnung zu tragen. Eine Algorithmengruppe, mit denen derartige Problemstellungen überhaupt handhabbar sind, stellen die *Evolutionären Algorithmen* dar. Hierbei handelt es sich um populationsbasierte, ableitungsfreie Verfahren, die auf keinem deterministischen, sondern einem stochastisch ablaufenden Optimierungsprozess basieren. In einem Iterationsschritt wird eine Population von Auslegungsvarianten, die als Individuen bezeichnet werden, parallel betrachtet.

Das Lösen von Problemstellungen im Zusammenhang mit einer diskreten Laminatoptimierung mit Hilfe von *Evolutionären Algorithmen* ist Gegenstand zahlreicher Untersuchungen, so beispielsweise in [24, 25, 40, 42, 43, 44, 45, 55, 66, 67, 94, 112, 113, 114, 138].

In [24, 25, 40, 42, 43, 44, 45, 66, 67, 94, 113, 114, 138] werden dabei neben der diskreten Laminatoptimierung zusätzlich auch andere diskrete und kontinuierliche Geometrievariablen berücksichtigt. In dem im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Programmsystem GOpS (*Genetic and Evolutionary Optimization of Structures*) sind diverse *Evolutionäre Algorithmen* (*Evolutionsstrategien, Differentielle Evolution, Genetische Algorithmen*) implementiert, die parallel in einem Optimierungsprozess eingesetzt werden. In Folge des parallelen Einsatzes unterschiedlicher evolutionärer Algorithmentypen steigt die Anzahl der einzustellenden Optimierungsparameter erheblich an. Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass sich die optimalen Parametereinstellungen auch im Laufe des Optimierungsprozesses ändern. Die günstigen Einstellungen beim Anstarten der Optimierungsrechnung unterscheiden sich erheblich von denen, die am Ende der Rechnung zur Feinabstimmung erforderlich sind. Durch eine adaptive Parameteranpassung der einzelnen evolutionären Operatoren werden jedoch die Vorteile der unterschiedlichen Algorithmentypen in den verschiedenen Phasen der Optimierungsrechnung bewusst ausgenutzt, um somit einen direkten Einfluss auf den Optimierungsfortschritt und die erhaltenen Lösungen zu erzielen.

Der entscheidende Nachteil dieser *Evolutionären Algorithmen* liegt jedoch in der hohen Anzahl an zu analysierenden Strukturvarianten und dem daraus resultierenden hohen Rechenaufwand. Der Aufwand fällt extrem hoch aus, wenn numerische *Finite Elemente Rechnungen* (FE) mit eingebunden werden. Durch den Einsatz leistungsfähiger Hardware und die Implementierung auf Workstation-Clustern oder Parallelrechnern, bei denen die einzelnen Strukturvarianten parallel analysiert und ausgewertet werden, kann die Rechenzeit entscheidend reduziert werden. Aber dennoch sind bei aufwendigen Optimierungsproblemen Maßnahmen erforderlich, um den Rechenaufwand in vertretbaren Grenzen zu halten. In [24, 25, 48] werden Binärdatenbäume aufgestellt, um bereits zuvor ausgewertete Kombinationen an diskreten Einstellungen abzuspeichern, wodurch wiederholte Strukturberechnungen gleicher Auslegungsvarianten ausgeschlossen werden können. Diese Herangehensweise kann allerdings nur bei rein diskreten Problemstellungen eingesetzt werden. Treten zusätzlich kontinuierliche Entwurfsvariablen auf, versagt diese Methode, da in diesem Fall theoretisch unendlich viele Strukturvarianten möglich sind. Stattdessen ist zusätzlich in [24] bei einer kontinuierlichen Variablen eine *Spline Approximation* und in [25] bei zwei Variablen ein *Response Surface Ansatz* zur approximierten Zielfunktionsberechnung implementiert. Bevor mit einem derartigen Ansatz überhaupt gearbeitet werden kann, müssen jedoch für die einzelnen diskreten Einstellungsvarianten ausreichend viele kontinuierliche Variablenbelegungen vorliegen. Bei hinreichend großen Entwurfsräumen ist das aber nicht zwangsläufig gegeben. Eine Effizienzsteigerung der *Evolutionären Algorithmen* soll in der vorliegenden Arbeit dadurch erreicht werden, indem ein Approximationsansatz aufgestellt wird, in den sowohl die diskreten als auch die kontinuierlichen Variablen gleichzeitig eingehen. Mit diesem Ansatz werden in vollständigen Zwischengenerationen die aufwendigen numerischen Strukturberechnungen mittels der *Finite Elemente Methode* (FEM) ersetzt.

Aus diesen Vorbetrachtungen gehen die Motivation und die Zielstellungen für die vorliegende Arbeit hervor. Sie bestehen darin, effizienzsteigernde Maßnahmen beim parallelen Einsatz verschiedener Typen Evolutionärer Algorithmen aufzuzeigen, so dass auch komplexe Strukturoptimierungsprobleme im Zusammenhang mit der Auslegung von Faserverbundstrukturen in vertretbaren Rechenzeiten und mit vertretbarem Rechenaufwand hinreichend genau gelöst werden können. Dabei sollen im Optimierungsprozess nicht nur einzelne Geometrie- und Materialparameter als variable Größen angesehen werden, sondern es sind auch verschiedene Bauweisenkonzepte parallel zu betrachten.

Um die Effizienz beeinflussen zu können, muss diese messbar erfasst werden. Dazu werden Kenngrößen eingeführt, die den Optimierungsverlauf betreffen. Bei den *Evolutionären Algorithmen* wird dazu die Information aus der Gesamtheit der in der Population enthaltenen Individuen gezogen. Somit können Kenngrößen unter Berücksichtigung der Zielfunktionswerte oder der Heterogenität in der Population herangezogen und in Abhängigkeit des Iterations-schrittes bzw. der Generation ausgewertet werden. Basierend auf diesen Kenngrößen werden Konzepte ausgearbeitet, um eine Adaption der Parametereinstellungen vorzunehmen.

Ein weiteres Kriterium für die Effizienz ist die Güte der ermittelten Lösung bzw. Lösungen, d.h. inwieweit diese von den tatsächlichen globalen Optima entfernt liegen. Aufgrund der zu behandelnden Optimierungsprobleme mit mehreren globalen und lokalen Extrema und gemischten diskreten und kontinuierlichen Entwurfsvariablen kann kein Optimalitätsnachweis geführt werden. Indem auf der Basis von berechneten Strukturvarianten, die in den einzelnen Populationen auftreten, ein kontinuierliches approximiertes Ersatzproblem für die originale Aufgabenstellung formuliert wird, kann unter bestimmten Voraussetzungen dann für die Lösung dieses approximierten Problems ein Optimalitätsnachweis erbracht werden. Das erlaubt zumindest die Aussage, dass es sich hierbei um ein lokales Optimum für das Ersatzproblem handelt. Indem nicht nur ein einzelner Entwurfsraumpunkt, sondern durch die zu Grunde gelegten *Evolutionären Algorithmen* gesamte Populationen an Auslegungsvarianten als Startpunkte für die lokale Optimierung betrachtet werden, steigt die Wahrscheinlichkeit, auch das globale Optimum oder die globalen Optima für das Ersatzproblem lokalisieren zu können. Sofern die Approximation hinreichend genau ist, kann an Hand dieser Methodik eine gute Näherung für die globale Lösung des Originalproblems gefunden werden. Diese Arbeit soll damit einen wichtigen Beitrag liefern, die Güte der erhaltenen Lösungen bei der Arbeit mit *Evolutionären Algorithmen* zu verbessern. Damit wird eine Effektivitätssteigerung dieser Algorithmen insgesamt erreicht, indem die erforderliche Anzahl der zu wiederholenden Optimierungsläufe reduziert werden kann, ohne dass die Zuverlässigkeit absinkt, eine gute Näherung für das globale Optimum zu finden.

Die Einbindung einer Approximation der originalen Problemstellung, die im Laufe der Optimierungsrechnung immer stärker dem Originalproblem angepasst wird, beinhaltet noch einen zusätzlichen Beitrag zur Effizienzsteigerung, und zwar dadurch, dass der Rechenaufwand entscheidend reduziert werden kann. Unter Verwendung der approximierten Problemstellung kann in diversen Zwischeniterationen die Individuenbewertung mit vernachlässigbar geringem Rechenaufwand durchgeführt werden. Insbesondere dann, wenn aufwendige numerische Strukturberechnungen mittels FEM für das originale Problem erforderlich sind, wird dadurch eine erhebliche Einsparung erzielt. Des Weiteren wird durch eine parallele Strukturberechnung von mehreren Individuen in einer Population die Rechenzeit noch einmal um ein Vielfaches reduziert, was ebenfalls eine entsprechende Effizienzsteigerung zur Folge hat.

Eine optimale Anpassung der evolutionären Optimierungsparameter, eine parallelisierte Strukturberechnung sowie eine approximierte Strukturbewertung in Zwischeniterationen und das Einbinden lokaler Suchverfahren werden als Kernpunkte für eine Effizienzsteigerung Evolutionärer Algorithmen im Rahmen dieser Arbeit betrachtet. Im Zusammenhang der optimalen Auslegung von Faserverbundstrukturen werden die damit erzielbaren Verbesserungen nachgewiesen.

Kapitel 2

Stand der Forschung

Zunächst wird der Stand der Forschung in den zuvor angeschnittenen Themenbereichen dargelegt. Das betrifft insbesondere die Anpassung von Optimierungsparametern bei *Evolutionären Algorithmen* und die Approximation von Zielfunktionswerten und Strukturberechnungen und damit grundlegende Untersuchungen im Rahmen der Approximationstheorie.

2.1 Optimierungsparameter Evolutionärer Algorithmen

Im Rahmen der Optimierung mittels *Evolutionärer Algorithmen* sind eine Vielzahl von Optimierungsparametern festzulegen. Zu dieser Vielfalt kommt weiterhin noch die Schwierigkeit dazu, dass die optimalen Einstellungen im Allgemeinen problemabhängig sind. Dennoch werden bei diversen Optimierungen in der Literatur auch einfach nur Standardwerte herangezogen, ohne detaillierte Untersuchungen im Zusammenhang mit dem jeweiligen Problemfall vorzunehmen. Das betrifft beispielsweise die Laminatoptimierung von Nagendra u.a. in [66] oder die Optimierungsrechnungen zur Anordnung von Ausgleichsmassen und Dämpfern auf einem Stabtragwerk von Ponslet u.a. in [78]. Hierbei ist die Optimierung jeweils mit einem klassischen *Genetischen Algorithmus* durchgeführt worden. Die unterschiedlichen evolutionären Algorithmentypen (u.a. die *Genetischen Algorithmen*) werden im Rahmen der Analyse des Forschungsstandes und damit im Zusammenhang der hierbei erwähnten Literaturquellen lediglich genannt. Auf sie wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen, da später im Kapitel 3.2 eine detaillierte Beschreibung folgt.

Des Weiteren sind in der Literatur Studien enthalten, in denen das Ziel verfolgt worden ist, durch eine Variation dieser Parameter, optimale Einstellungen für den Optimierungsprozess festzulegen [51, 65, 67, 111, 112]. Im Rahmen einer Laminatoptimierung werden von Le Riche und Haftka in [51] einige Parametersätze untersucht, um günstige Einstellungen für den genetischen Optimierungsprozess zu erzielen. Das betrifft die Einsatzwahrscheinlichkeiten diverser genetischer Operatoren, wie Crossover, Mutation und Permutation, die Populationsgröße, unterschiedliche Einstellungen für das Abbruchkriterium und die Strafparameterwahl. Eine ähnliche Studie liegt in [67] vor. Hier werden von Nagendra u.a. für die optimale Auslegung von Laminaten verschiedene Mutationsoperatoren eingeführt. Dazu untersuchen sie einige Parametersätze, um günstige Auswahlwahrscheinlichkeiten für diese Operatoren festzulegen.

Umfangreiche Parameterstudien sind in den Quellen [111] und [65] enthalten. In [111] werden von Soremekun u.a. verschiedene Selektionsverfahren bei der Laminatauslegung mittels eines *Genetischen Algorithmus* untersucht. Dabei werden verschiedene Methoden zur elitären Selektion herangezogen, wobei die elitären Individuen in unterschiedlicher Weise aus der Eltern- und Kinderpopulation ausgewählt werden. Zusätzlich führen sie außerdem eine variable elitäre Selektion ein, bei der die Anzahl der elitären Individuen im Laufe des Optimierungsprozesses verändert wird. Durch die Parameteränderung während des Optimierungsprozesses unterscheidet sich diese Herangehensweise eindeutig von den vorangestellten Untersuchungen. Allerdings erfolgt die Veränderung zufällig und ohne Rückkopplung auf den Optimierungsfortschritt. Sobald sich der beste Zielfunktionswert nicht mehr verändert, wird die gesamte Elternpopulation durch elitäre Individuen belegt, bis ein Abbruchkriterium greift. Die Auswahlwahrscheinlichkeiten der genetischen Operatoren zur Veränderung der Individuen werden in diesem Fall jedoch mit Standardwerten belegt und nicht in die Parameterstudie mit einbezogen.

Eine weitere Parameterstudie ist in [65] enthalten. Anhand der Optimierung eines Stabtragwerkes mittels eines *Genetischen Algorithmus* werden durch Murawski u.a. verschiedene Parametereinstellungen beim Optimierungsprozess gegenübergestellt und ausgewertet. In diese Studie fließen sowohl die Raten von Mutation und Crossover ein als auch die Anzahl der verwendeten Elternindividuen. Die Mutations- und Crossover-Raten stellen diese Autoren entweder als konstante oder als zufällig veränderbare Größen ein. Dabei haben sich im Rahmen dieser speziellen Optimierungsproblematik folgende Tendenzen im Hinblick auf die Parameteranpassung ergeben. Die zufällig eingestellte Mutationsrate verursacht einen geringeren Optimierungsfortschritt von Generation zu Generation, bringt jedoch letztendlich ein besseres Optimierungsergebnis. Weiterhin verschlechtert sich das Optimierungsergebnis durch eine variable Crossover-Rate. Besonders gravierend sind die Unterschiede, die durch eine unterschiedliche Anzahl an Elternindividuen hervorgerufen werden. Sofern in einem Extremfall nur ein Elternteil verwendet wird, fällt das Optimierungsergebnis entscheidend schlechter im Vergleich zu dem Fall aus, bei dem eine gesamte Elternpopulation herangezogen wird. Des Weiteren wird im Selektionsprozess untersucht, ob es günstiger ist, ausschließlich nur die neu generierten Kinderindividuen oder auch die Elternindividuen der jeweiligen Generation zur Auswahl heranzuziehen. Murawski u. a. sprechen von einer nicht überlappenden bzw. überlappenden Strategie, die letztendlich das Prinzip der (μ, λ) - bzw. $(\mu + \lambda)$ -Strategien bei den *Evolutionstrategien* beinhalten. Hierbei konnte festgestellt werden, dass bei dieser Optimierungsaufgabe ausschließlich die überlappende Strategie, also die $(\mu + \lambda)$ -Strategie, verwertbare Ergebnisse liefert. Abschließend ist zur Auswertung der Studien in [65] jedoch anzumerken, dass die unterschiedlichen Einstellungen über den gesamten Optimierungsprozess konstant gehalten werden. Damit liegt auch hier keine adaptive Parameteranpassung vor.

Die oben angegebenen Literaturquellen beziehen sich ausnahmslos auf die Anpassung bei *Genetischen Algorithmen*, wenn auch durch Murawski bereits Parallelen zu den *Evolutionstrategien* gezogen werden. In [112] wird hingegen durch Spallino und Thierauf eine Anpassung der *Evolutionstrategien* vorgenommen. Neben einer unterschiedlichen Populationsgröße untersuchen sie die Anpassung des Mutationsoperators. Im Rahmen der Mutation werden nicht mehr alle Entwurfsvariablen einer Veränderung unterzogen, sondern nur noch ein Anteil davon. Ein Erfolg kann bei der hier vorliegenden Laminatoptimierung allerdings damit nicht erzielt werden.

Zur Auswertung der oben angegebenen Studien im Rahmen der Strukturoptimierung kann zusammenfassend folgende Schlussfolgerung gezogen werden. Sofern Studien zu den Parametereinstellungen beim Einsatz von *Evolutionären Algorithmen* vorgenommen werden, sind dabei nur einzelne Parameter für ganz spezielle Problemfälle untersucht worden. Die hierbei ermittelten günstigen Einstellungen weisen daher keinerlei Allgemeingültigkeit auf. Ob es sich um die optimalen Parameter handelt, wird ebenfalls nicht bewiesen. Im Allgemeinen werden die Parametereinstellungen über den gesamten Optimierungsprozess konstant gehalten. Dazu gibt es nur wenige Ausnahmen wie beispielsweise die variable elitäre Selektion von Soremekun. Aber auch hier existiert keine Rückkopplung zum eigentlichen Optimierungsfortschritt. Des Weiteren kommt noch hinzu, dass diese Parameterstudien auch nur für einen Typ eines *Evolutionären Algorithmus* vorgenommen werden. Das betrifft insbesondere die *Genetischen Algorithmen*, auch wenn teilweise zusätzliche Operatoren eingefügt werden, die Parallelen zu anderen Algorithmentypen aufweisen.

Evolutionäre Algorithmen werden jedoch außerhalb des Bereiches der Strukturoptimierung in unterschiedlichsten Gebieten von Wissenschaft, Forschung und Wirtschaft eingesetzt. Betrachtet man die *Evolutionären Algorithmen* losgelöst von der Strukturoptimierung, zeigt Weicker in [132] einige prinzipielle Möglichkeiten auf, eine Anpassung der Optimierungsparameter zu erzielen. Weicker betrachtet die *Evolutionären Algorithmen* aus der Sicht eines Informatikers, und ihm geht es ausschließlich darum, die entsprechenden Algorithmen aufzustellen und im Computer zu implementieren. Es besteht die Möglichkeit, die evolutionären Operatoren, die Repräsentation der Individuen bzw. dessen Codierung, die Gütefunktion und die Populationsgröße im Verlauf einer Optimierung anzupassen. Dabei betrifft die Anpassung der evolutionären Operatoren sowohl die Veränderung der Individuen als auch die Selektion der in der darauffolgenden Iterationsschleife zu Grunde gelegten Population. In diesem Zusammenhang sind von Weicker die Begriffe *vordefinierte Anpassung*, *adaptive Anpassung* und *selbstadaptive Anpassung* eingeführt worden. Bei der *vordefinierten Anpassung* werden ein oder mehrere Operatorparameter nach einem a priori festgelegten vorbestimmten Plan verändert. Bei dieser Vorgehensweise kann allerdings nicht garantiert werden, dass die Parameteränderungen auch an den aktuellen Stand der Optimierungsrechnung angepasst sind, da keine Kopplung zwischen dem Suchprozess im Entwurfsraum und der Anpassung der Optimierungsparameter besteht. Eine weitere Anpassungsmöglichkeit besteht darin, dass Informationen über den Optimierungsverlauf ausgenutzt werden. Der jeweilige Operator wird entsprechend dem aktuellen Optimierungsstand eingestellt. Derartige Verfahren werden als *adaptiv* bezeichnet. Damit wird eine direkte Interaktion zwischen dem Suchprozess und der Parameteranpassung realisiert. Dennoch besteht die Schwierigkeit darin, Anpassungsregeln so allgemein zu formulieren, dass alle möglichen Situationen im Verlauf des Optimierungsprozesses sinnvoll berücksichtigt werden. Eine dritte Möglichkeit bietet die *selbstadaptive Anpassung*. Die Optimierungsparameter werden in den Optimierungsvorgang mit einbezogen. Die Grundidee besteht laut Weicker [132] darin, dass gute Parametereinstellungen qualitativ hochwertige Individuen erzeugen. Die Optimierungsparameter werden den Veränderungen durch die evolutionären Operatoren mit unterzogen. In diesem Zusammenhang werden diese Parameter auch als Strategievariablen bezeichnet. Die Selektion der nächsten Population erfolgt allerdings dennoch ausschließlich in Abhängigkeit der Gütewerte der Individuen, in deren Berechnung die Strategievariablen nicht eingehen. Bei dieser Methode muss jedoch vorausgesetzt werden, dass die Qualität der Strategievariablen mit der Güte der Entwurfsvariablen korreliert und somit durch die Weitergabe guter Entwurfsvariablen-Einstellungen auch gleichzeitig gute Parametereinstellungen mit an die Kinderindividuen übergeben werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht einerseits eine direkte und flexible Anpassung. Ande-

rerseits ist das Verfahren von außen nicht mehr kontrollierbar, bzw. es erlaubt dem Nutzer keine unmittelbare Steuerung mehr auf Grund von Erfahrungen. Um so schwieriger sich der Optimierungsprozess gestaltet, desto geringer wird die Wahrscheinlichkeit, dass sich günstige Parameterseinstellungen von selbst einstellen. Diese Herangehensweise ist von der *selbstadaptiven Schrittweitenregelung* im Rahmen der Mutation bei den *Evolutionsstrategien* abgeleitet worden. Hierbei wird jede Optimierungsvariable als Tupel behandelt. Jeder Entwurfsvariable wird dabei eine Strategievariable zugeordnet, die die Schrittweite im Mutationsprozess darstellt. Diese Tupel aus Entwurfs- und Strategievariable werden immer im Verbund optimiert bzw. an die Populationsmitglieder der nächsten Generation weitergegeben.

Das Konzept der *selbstadaptiven Schrittweitenanpassung* im Rahmen der Mutation bei den *Evolutionsstrategien* wird in der Literatur (Vgl. [132]) auch auf die Mutation bei den *Genetischen Algorithmen* übertragen. Die Mutationswahrscheinlichkeit wird zusätzlich zu den Entwurfsvariablen in der Binärcodierung aufgenommen. Bei jeder Mutation wird dann zunächst die als Strategieparameter kodierte Mutationsrate ermittelt und auf den Strategieparameter selbst angewandt. Die so erhaltene veränderte Mutationsrate wird anschließend zur Mutation der binär kodierten Entwurfsvariablen des Individuums herangezogen. Dadurch können bei diversen Problemfällen, die in [132] nicht näher benannt werden, Verbesserungen erzielt werden.

Eine selbstadaptive Auswahl des Rekombinationsoperators führt laut den in [132] angegebenen Untersuchungen zu keinem gewünschten Erfolg. Dabei wird bei jedem Individuum eine Kennzahl integriert, die den Rekombinationsoperator anzeigt, mit dem das jeweilige Individuum erzeugt worden ist. Stimmen die Kennzahlen beider Elternteile überein, wird erneut der entsprechende Operator benutzt, anderenfalls wird er per Zufall ausgewählt. Bessere Ergebnisse sind mit einer selbstadaptiven Einstellung der Crossover-Rate erzielt worden. Der Grund hierfür wird jedoch nicht näher analysiert.

Des Weiteren wird gemäß [132] ein anderer Adaptionsansatz angegeben, die schrittweise Anpassung der Bewertungsfunktion unter Berücksichtigung von Gewichten. Hierfür wird eine Bewertungsfunktion eingeführt, die aus unterschiedlich gewichteten Anteilen besteht. Auf Grund einer periodischen Evaluation der besten Individuen werden die Gewichte so angepasst, dass diejenigen Anteile, die einen geringen positiven Beitrag zur Bewertung beisteuern, stärker gewichtet werden. Der Optimierungsprozess kann damit auf die schwierigen Aspekte konzentriert werden. Diese Technik wird erfolgreich für die Lösung von Problemen im Bereich der Grafentheorie eingesetzt, wobei die Gewichte den Kanten des Grafen zugeordnet werden.

Ein Verfahren zur Anpassung der Repräsentation während des Optimierungsprozesses stellt die *Delta-Codierung* dar. Der *Genetische Algorithmus* läuft so lange, bis sich die Individuen maximal nur noch um ein Bit unterscheiden. Anschließend wird der beste Lösungskandidat gespeichert und die Repräsentation so verändert, dass nur noch die Veränderung abgespeichert wird. Die Codierung der Veränderung erfordert so nur noch eine reduzierte Anzahl an Bits. Die Repräsentation und damit auch der Entwurfsraum werden dadurch immer mehr eingeschränkt, bis die Lösung lokalisiert ist.

Eine weitere Möglichkeit der adaptiven Gestaltung von evolutionären Optimierungsprozessen bietet gemäß [132] die adaptive Einstellung der Populationsgröße. Um die Populationsgröße variabel zu halten, kann den Individuen eine Lebenszeit zugeordnet werden. Nach Ablauf der Lebenszeit werden die Individuen aus der Population entfernt. Dabei kann die Lebenszeit beispielsweise in Abhängigkeit der relativen Güte des jeweiligen Individuums im Vergleich

zu der Güte der anderen Individuen in der Population eingestellt werden. Somit kann sich in der Anfangsphase des Optimierungsprozesses, die durch starke Unterschiede in den Eigenschaften der einzelnen Individuen gekennzeichnet ist, die Population der guten Individuen stark vergrößern, indem ausreichend Informationen über alle relevanten Entwurfsraumbereiche einfließen.

Unter Berücksichtigung sehr einfacher Zielfunktionsverläufe sind in einigen Quellen wahrscheinlichkeitsbasierte Ansätze aufgestellt worden, um bei einem Iterationsschritt in Abhängigkeit einzelner Optimierungsparameter die Verringerung der Zielfunktionswerte berechnen zu können. Bei den *Evolutionstrategien* dienen die Betrachtungen von Schwefel insbesondere dazu, die optimale Standardabweichung für die Mutationsschrittweite zu bestimmen [106]. Darauf aufbauend untersuchen Mühlenbein und Schlierkamp-Voosen in [64] verschiedene Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen, um den Optimierungsfortschritt in kontinuierlichen Räumen zu analysieren. Weiterhin schließen sie in ihre Berechnungen die Selektion und die diskrete Rekombination mit ein. In Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeit für den Einsatz verschiedener evolutionärer Operatoren bei den *Genetischen Algorithmen* berechnet Goldberg in [27] die Häufigkeit des Auftretens bestimmter *Schemata*, die einzelnen Zielfunktionswertbereichen zuzuordnen sind. Weiterführende Arbeiten zu dieser Problematik im Bereich der *Genetischen Algorithmen* sind u.a. von Bäck durchgeführt worden. Dabei legt er eine sehr einfache Zielfunktion zu Grunde, bei der nur die Einsen im Binärstring aufaddiert werden. In Abhängigkeit der Mutationswahrscheinlichkeit für die einzelnen Bits und verschiedener Selektionsverfahren berechnet er die Verringerung der Ersatzzielfunktionswerte und kann damit auch eine optimale Mutationswahrscheinlichkeit angeben [5, 6]. Diese Ansätze beschränken sich jedoch durchgängig auf einfache Zielfunktionen. Für komplexe Optimierungsprobleme, wie sie im Rahmen dieser Arbeit behandelt werden sollen, sind diesbezüglich keine Untersuchungen bekannt.

Aber auch die zuvor aufgelisteten Ansätze und Untersuchungen zur adaptiven Parameteranpassung, die nicht zwangsläufig im Kontext zur Strukturoptimierung stehen, zeichnen sich im Allgemeinen dadurch aus, dass sie sich ausschließlich auf bestimmte Operatoren und ausgewählte Algorithmientypen beschränken. Damit ist eine Übertragbarkeit und Verallgemeinerung nur in speziellen Fällen und dann auch nur durch entsprechende Modifikationen möglich. Die adaptive Parameteranpassung unter Berücksichtigung verschiedener evolutionärer Optimierungsalgorithmientypen stellt somit eine Herausforderung dar, die als eine effizienzsteigernde Maßnahme beim Einsatz derartiger Algorithmen im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden soll.

2.2 Funktionsapproximation

Die Veröffentlichungen zu dem Thema *Approximation* auf dem Gebiet der Strukturmechanik teilen sich im Wesentlichen in zwei Gruppen ein. Einerseits beziehen sich die Forschungen auf die Entwicklung geeigneter mathematischer Ansätze und damit auf die grundlegende Approximationstheorie. Die andere Gruppe befasst sich mit einer geeigneten Implementierung von Approximationsverfahren im Rahmen der Strukturauslegung. Zusätzlich decken einige Quellen auch beide Themenbereiche gleichzeitig ab.

Zunächst soll auf die Entwicklung der Approximationsverfahren eingegangen werden. Bei Untersuchungen auf diesem Gebiet nimmt die *Methode der Fehlerquadratminimierung* zur Aufstellung von Approximationsfunktionen eine wichtige Stellung ein [1, 47, 58, 108]. Acikgoz und Kodyalam nutzen in [1] weiterhin den euklidischen Abstand zwischen dem zu approxi-