Capas ocultas. Son internas a la red y no tienen contacto directo con el entorno exterior. El número de capas ocultas puede estar entre cero y un número elevado. Las neuronas de las capas ocultas pueden estar interconectadas de distintas maneras, lo que determina, junto con su número, las distintas tipologías de las redes neuronales.

Capas de salida. Transfieren información de la red hacia el exterior.

En la Fig. 2.2 se muestra el esquema de la estructura de una RNA perceptrón multicapa, con conexiones hacia adelante.

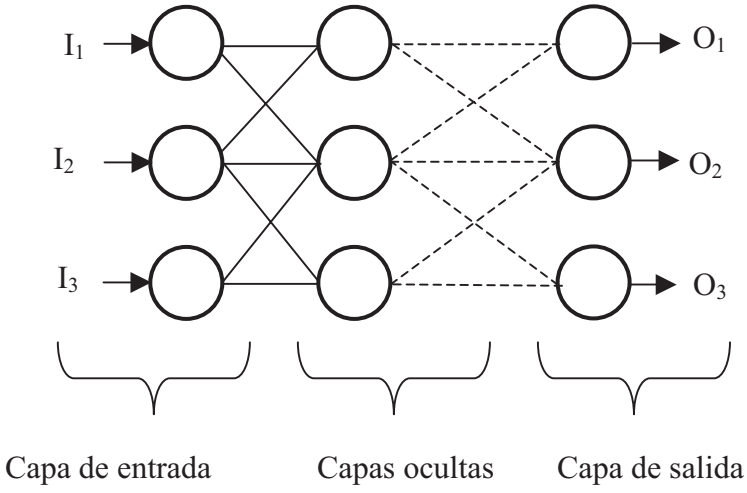

Fig. 2.2 *Perceptron multicapa con conexiones hacia delante.*

2.1.4 Dirección y características de conexión entre las neuronas (*W*)

La conectividad entre nodos de una red neuronal está relacionada con la forma en que las salidas de las neuronas están canalizadas para convertirse en entradas de otras neuronas. La señal de salida de un nodo puede ser una entrada de otro elemento de proceso, o incluso ser una entrada de si mismo (conexión autorrecurrente).

Cuando ninguna salida de las neuronas es entrada del mismo nivel o de niveles precedentes, la red se describe como ***propagación hacia delante*** (Fig. 2.2). Cuando las salidas pueden ser conectadas como entradas de neuronas de niveles previos o del mismo nivel, pudiéndose incluir ellas mismas, la red es de ***propagación hacia atrás*** (Fig. 2.3).

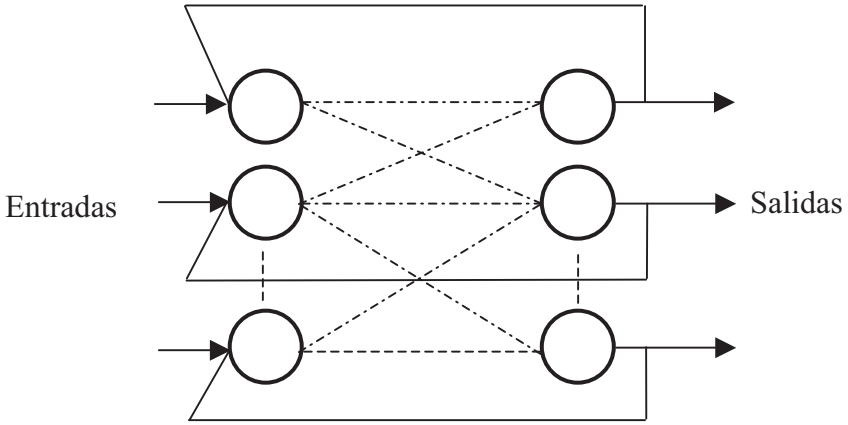

Fig. 2.3 *Red con propagación hacia atrás.*

2.1.5 Función de activación para neuronas de capa oculta (*Ao*) y de salida (*As*)

De la red neuronal solamente las neuronas pertenecientes a la capa oculta y a la capa de salida realizan procesamiento, ya que las neuronas de la capa de entrada son únicamente colectoras de los datos del exterior. De esta manera son solamente las neuronas de esos niveles aquéllas que poseen función de activación (definida en el apartado 2.1.1). Generalmente la función de activación que se desempeña en una RNA es la misma para ambas capas. Sin embargo existe un buen número de arquitecturas (incluyendo el modelo manejado en este libro), en donde la función de activación utilizada en las neuronas de capa oculta (***Ao***) es bastante diferente a la utilizada en las neuronas de la capa de salida (***As***).

En este capítulo se explorán las características y combinaciones de sistemas difusos y redes neuronales. Este apartado se centra en los aspectos fundamentales de las combinaciones neurodifusas, mientras que en los siguientes capítulos se describen varias alternativas.

2.2 Sistemas difusos.

Primeramente se presentan los conceptos básicos de la lógica difusa. Posteriormente se describen las características de un controlador difuso.

2.2.1 Conceptos básicos sobre lógica difusa.

En la década de los años veinte del siglo XX, J, Lukasiewicz [Hilera, 1995] desarrolló los principios de la lógica multivaluada, cuyos enunciados pueden tener valores de verdad

comprendidos entre el 0 (falso) y el 1 (verdadero) de la lógica binaria clásica. Por ejemplo, el enunciado "El vaso esta lleno", en lógica binaria tendría el valor de verdad 1 (verdadero) si el recipiente contiene tanto líquido como su capacidad máxima admite; por el contrario, si el vaso contiene el 90% de su capacidad total, el enunciado sería falso, con el valor de verdad 0. En tal caso, aunque falso, parece evidente que es casi cierto, puesto que está casi lleno. La lógica multivaluada permitiría asignar diferentes grados de certeza; de esta forma, si el vaso está al 90% de su capacidad, el valor de verdad del enunciado sería de 0.9 (casi cierto), mientras que si contiene, por ejemplo un 10% de líquido el valor de verdad seria del 0.1 (poco cierto).

En 1965, L. Zadeh [Hilera, 1995] aplicó la lógica multivaluada a la teoría de conjuntos, estableciendo la posibilidad de que los elementos pudieran tener diferentes grados de pertenencia a un conjunto (por ejemplo, el caso del vaso con el 90% del líquido, tendría un grado de pertenencia al conjunto de vasos llenos de un valor del 0.9, con el rango 0,....,1). Zadeh introdujo el término difuso (fuzzy) y desarrolló un álgebra completa para los conjuntos difusos, aunque estos conjuntos no tuvieron aplicación práctica hasta mediados de los años sesenta, cuando E.H. Mamdani [Hilera, 1995] diseñó un controlador difuso para un motor de vapor.

En lógica difusa se trabaja con conjuntos, que se definen por sus funciones de pertenencia, que se denotan como $\mu_c(x)$ e indican el grado de pertenencia (entre 0 y 1) del elemento x al conjunto C. Por ejemplo, se podría tener tres conjuntos de tipos de tallas de personas que tuvieran valores dentro de los siguientes rangos:

BAJA=[140,....,170cm]
NORMAL=[150,....,190cm]
ALTA=[170,....,200cm]

Las funciones de pertenencia a estos conjuntos difusos podrían tener la forma indicada en la Fig. 2.4. En este caso una persona con una talla de 155 cm pertenecería en un 50% ($\mu_{BAJA}(155)=0.5$) al conjunto de personas BAJAS y en un 25% ($\mu_{NORMAL}(155)=0.25$) a las de tamaño NORMAL. En contraposición con los conjuntos difusos, en la lógica binaria tradicional se utilizan los denominados conjuntos no difusos (conjuntos "crisp"), donde los grados de pertenencia son binarios (0 o 1) como se muestra en la Fig. 2.4.

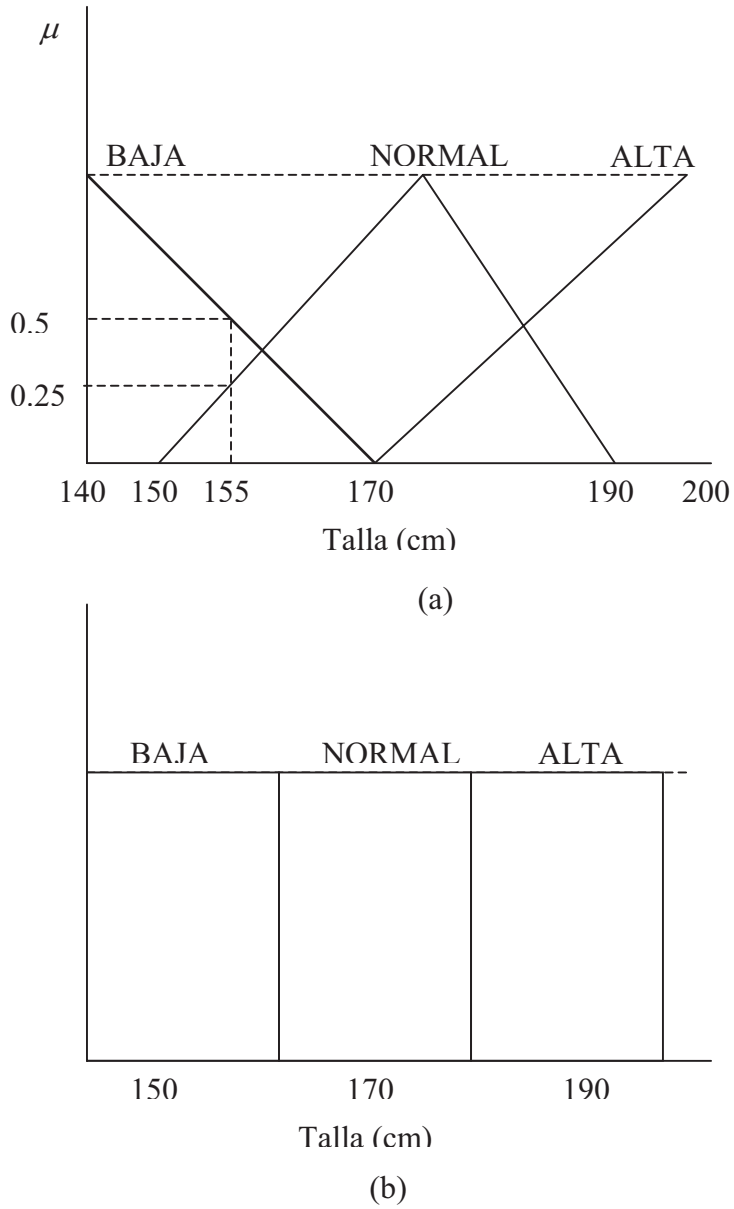

Fig. 2.4 *Conjuntos difusos (a) conjuntos "crisp" (b).*

En la lógica difusa las operaciones entre conjuntos se plantean en forma de operaciones difusas entre sus funciones de membresía (idéntico a funciones de pertenencia). Las más utilizadas son las de la unión ($\cup$), intersección ($\cap$) y complemento ($-$) para los conjuntos y las correspondientes suma difusa, producto difuso y negación difusa para las funciones de membresía.

Así, estas operaciones aplicadas sobre dos conjuntos difusos A y B teniendo como funciones de membresía μ_A y μ_B serian:

UNION

$\mu_{A\cup B}= \mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$

INTERSECCION

$\mu_{A\cap B}= \mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$

COMPLEMENTO

$\mu_A = 1-\mu_A(x)$

En el caso de la unión, la función de membresía del conjunto resultante se obtiene realizando la operación de suma difusa entre los grados de pertenencia de cada posible elemento (x) a cada uno de los conjuntos (Fig. 2.5).

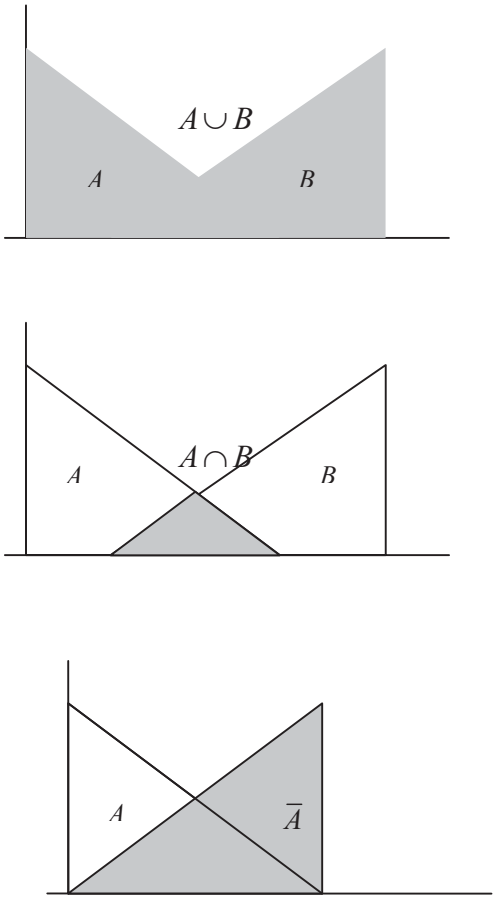

Fig. 2.5 *Operaciones difusas basicas.*

El resultado de una suma lógica difusa coincide con el mayor (máximo) de los grados de pertenencia (por ejemplo, si los conjuntos fuesen ALTA y DELGADA, una persona con 70% ALTA y un 20% DELGADA pertenecería en un 70% al conjunto de personas ALTAS o DELGADAS). En el caso de la intersección, se realiza el producto difuso o determinación del menor (mínimo) de los grados de pertenencia de un mismo elemento (x) a cada conjunto. (Siguiendo con el mismo ejemplo, aquella persona pertenecería en un 20% al conjunto de personas ALTAS que son DELGADAS.) Finalmente, la función de un conjunto complementario coincide con la función de no pertenencia al conjunto original (en el ejemplo, un 70% ALTA sería un 30% NO ALTA).

2.2.2 Sistemas de control difuso

Una de las principales aplicaciones de la lógica difusa es el diseño de sistemas de control que, a partir de unas entradas, deben generar unas salidas para actuar sobre determinados mecanismos. Un ejemplo podría ser el sistema de control para regular la velocidad de un ventilador en función de la temperatura ambiente. En este caso, la única entrada al sistema sería el valor de la temperatura, por ejemplo en grados centígrados, y la única salida, el valor en revoluciones por minuto (rpm), de la velocidad necesaria del ventilador para conseguir una temperatura adecuada.

En 1980, la empresa danesa F.L. Smidth & Company utilizó por primera vez un sistema difuso para supervisar el funcionamiento de un horno de cemento [18]. En 1987, la empresa japonesa Hitachi desarrolló un sistema difuso para el control del metro de la ciudad de Sendai [Hilera, 1995]. Esta empresa comprobó que el sistema de control difuso se comportó a lo menos en esa aplicación mejor que uno convencional, especialmente en lo que respecta a la suavidad en las operaciones de frenado y aceleración de los trenes, lo que aumentaba el confort de los viajeros, y, sobre todo, reducía el consumo de energía eléctrica. El rendimiento comprobado en este sistema fue tal que en un año más de 50 empresas japonesas estaban trabajando para desarrollar tecnologías basadas en lógica difusa, utilizando este tipo de lógica para hacer funcionar cientos de aparatos electrodomésticos (hornos, coches, lavadores, etc.) y otros productos electrónicos de todo tipo (computadores, cámaras, etc.), alcanzando en 1992 una facturación de casi mil millones de dólares en este tipo de productos. Aunque la lógica difusa se utiliza sobre todo en el diseño de controladores, existen otras aplicaciones de esta tecnología.

Los motivos por los que se empieza a utilizar la lógica difusa en los controladores, se refieren, sobre todo, a su simplicidad, ya que no requieren construcciones matemáticas complejas (no es preciso conocer la expresión algebraica exacta que gobierna el funcionamiento del sistema), permitiendo en cambio el diseño mediante la descripción del funcionamiento con lenguaje natural y facilitando también las tareas de prueba y mantenimiento del sistema. Otras características de los sistemas difusos son su mayor suavidad en el control que en el caso de sistemas convencionales y su posible combinación con tecnologías clásicas ya establecidas y con otras más modernas, como las redes neuronales.

En la Fig. 2.6 se muestra el funcionamiento de los sistemas de control difuso. Se puede distinguir 3 partes fundamentales: una primera etapa fusificación de los valores de entrada, otra de evaluación de reglas difusas y una última de defusificación para obtener valores númericos definidos a la salida.

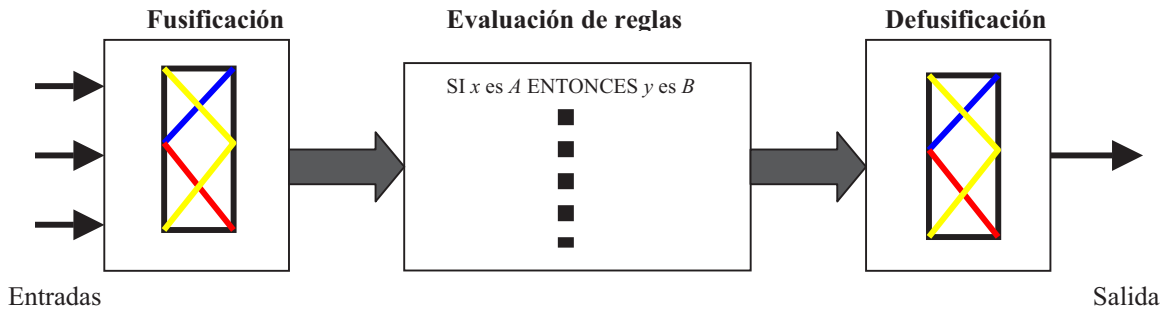

Fig. 2.6 *Esquema de controlador difuso.*

2.2.3 Fusificación

La fusificación de una entrada es el proceso por el cual se calcula su grado de pertenencia a uno o varios conjuntos difusos en que se divide el rango de valores posibles para dicha entrada. Por ejemplo, si se trata de un sistema de control de velocidad de giro de un ventilador cuya entrada es la temperatura ambiente, el rango (dominio) de posibles temperaturas se puede considerar dividido en 5 conjuntos difusos, que se podrían denominar: FRIA, que incluirá las temperaturas, por ejemplo, en el rango de 5 a 13°C; el conjunto FRESCA, con valores desde 9 hasta 21°C; el conjunto de temperatura AGRADABLE, con los valores 17 a 29°C; CÁLIDA, con valores de 25 a 37°C; y el conjunto de temperatura EXTREMA con valores entre 33 y 40°C.

Estos conjuntos pueden considerarse difusos si se supone que los valores de temperatura que contienen no pertenecen en el mismo grado al conjunto. En este caso, es evidente que una temperatura de 20°C es menos FRESCA que una de 15°C, con lo que la primera pertenecerá en menor grado que la segunda al conjunto de temperaturas FRESCAS. De hecho, la primera (20°C) también puede considerarse como AGRADABLE, ya que pertenece a este conjunto, aunque en menor medida que otra, por ejemplo, de 23°C, que sería la más AGRADABLE, al ser la temperatura ambiente ideal.

Como se indicó en el apartado anterior, cuando se trabaja con conjuntos difusos, hay que establecer funciones de membresía, lo cual permite determinar, a partir del valor de un elemento, su grado de membresía al conjunto, siendo éste un valor normalizado entre 0 (no pertenece en absoluto) y 1 (pertenece al 100%). Esta función se denota como $\mu(x)$, siendo x

el valor del elemento. Las funciones de membresía deben definirse a partir de la experiencia o intuición o simplemente utilizando sentido común, y suelen tener forma triangular, trapezoidal o gaussiana, a diferencia de las funciones escalón que se utilizan cuando se trabaja en lógica clásica. En la Fig. 2.7 se muestran algunas formas posibles para la función de pertenencia a un conjunto de temperaturas AGRADABLES.

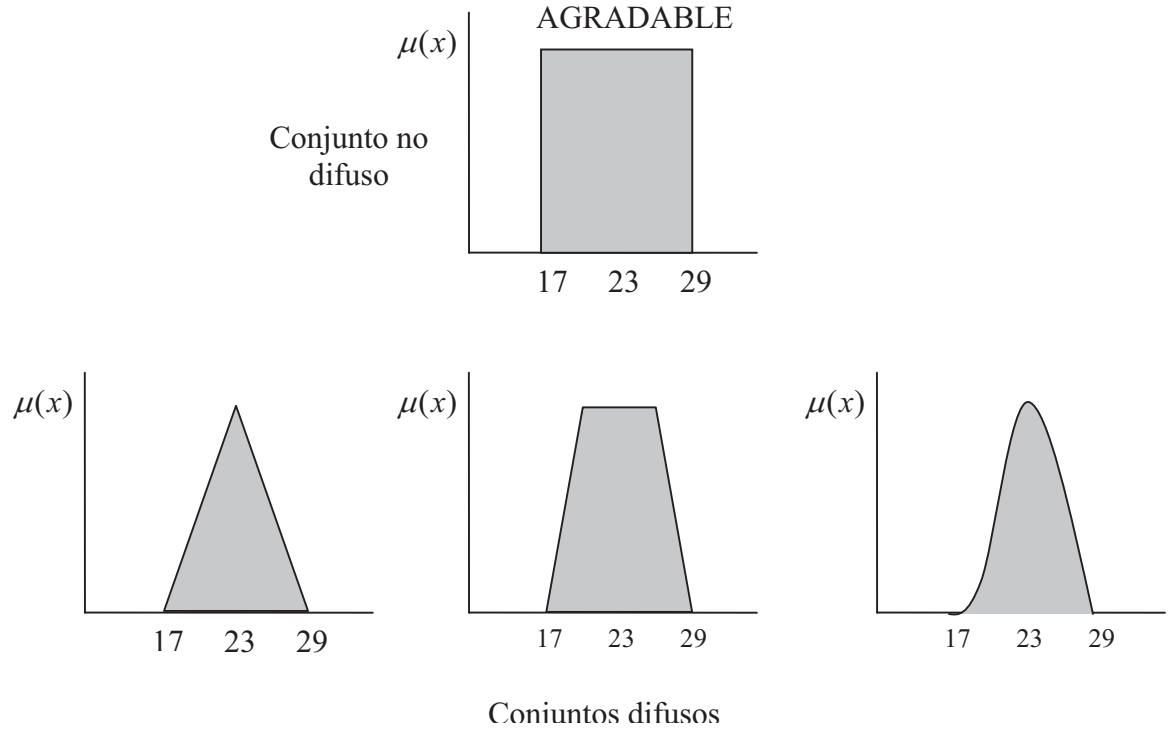

***Fig. 2.7** Tipos de conjuntos difusos.*

Si se utilizan funciones triangulares en el ejemplo del controlador del ventilador, se podría tener unas funciones de membresía para todo el dominio de posibles valores de la variable lingüística 'temperatura' como las indicadas en la Fig. 2.8.

Según la Fig. 2.8, si la temperatura ambiente de entrada al sistema fuese de 15°C, se trataría de una temperatura totalmente FRESCA. En cambio, si fuese de 16°C, sería de un 83% FRESCA; mientras que 18°C se podría considerar como FRESCA (en un 50%) o como AGRADABLE (en un 17%).

Formalizando la notación y considerando, en general, el dominio de valores de entrada dividido en N conjuntos difusos, denominados A_1, A_2,...., A_N, los valores que se obtienen después de la etapa de fuzzificación son los grados de pertenencia del valor de entrada x a cada uno de estos conjuntos difusos: $\mu_{A1}(x)$, $\mu_{A2}(x)$, ..., $\mu_{AN}(x)$.