

# Kapitel 1

## Einleitung

Halbleiterlaser haben aufgrund ihres rasanten technologischen Fortschritts Einzug in viele Bereiche des täglichen Lebens gehalten. In jedem PC befindet sich heutzutage ein CD- oder DVD-Laufwerk, mit dem eine Fülle von Daten auf ein so kleines Medium gespeichert werden kann, daß nur noch die Festplattentechnologie als Konkurrenz auftreten kann. Ebenso sind uns Laserpointer, Barcode-Scanner in Supermärkten, Abstandsmesser, Laserdrucker oder medizinische Anwendungen wie die Linsenkorrektur im Auge aus dem Alltag bekannt.

Seine weite Verbreitung verdankt der Halbleiterlaser einer ganzen Reihe von Vorteilen, die ihn gegenüber den herkömmlichen Gas- und Festkörperlasern auszeichnen. Ohne die Kompaktheit seiner kleinen Bauformen wäre ein Einsatz im Consumerbereich nicht vorstellbar. Notwendige Voraussetzung hierbei ist natürlich auch der unschlagbar niedrige Preis der Halbleiterstrahlquellen, der nur durch ein massenfertigbares Bauteil erreicht werden kann. Hier profitiert man davon, daß auf bewährte Methoden der Halbleiterfertigung von elektronischen Bauteilen zurückgegriffen werden kann.

In Dioden aus direkten Halbleitern kann elektrischer Strom ohne Umweg direkt in Licht umgewandelt werden, was zusammen mit den hohen Zustandsdichten der laseraktiven Niveaus zu einem herausragend großen optischen Gewinn führt. Damit kann elektrische Energie mit Effizienzen von über 60 % in optische Energie konvertiert werden [1, 2].

Konventionelle Gaslaser zeigen dagegen einen viel kleineren Gewinn. Hier beinhaltet eine Küvette als laseraktives Material ein Gas bzw. Gasmischung (Ar, He-Ne, CO<sub>2</sub>), das meist elektromagnetisch gepumpt wird. In Festkörperlasern nutzt man Übergänge von Dotieratomen in Wirtskristallen. Der bekannteste Vertreter ist sicher das Nd:YAG. Die aktiven Übergänge wurden bislang mit Blitzlampen gepumpt, die aber wegen ihrer höheren Effizienz, ihrer spektralen Schmalbandigkeit und längeren Lebensdauer von Halbleiterlasern verdrängt werden. Da alleine schon die Pumpeffizienz der Gesamteffizienz eines Diodenlasers höchstens gleichkommt, ist der Gesamtwirkungsgrad solcher Lasersysteme dem eines Halbleiterlasers weit unterlegen. Für hohe Ausgangsleistungen muß man also große und energieintensive Anlagen bauen.

Die bekannteste Anwendung hat der Halbleiterlaser wohl in der Datenübertragung über Glasfaser gefunden. Zusammen mit der Entwicklung von Erbium-dotierten Faserverstärkern hat auf diesem Gebiet das Photon dem Elektron den Rang abgelaufen. Der technische Fortschritt hat ein exponentielles Anwachsen der zur Verfügung stehenden Bandbreite ermöglicht, was in Zukunft zur Digitalisierung bislang analoger Medien und damit zur Konvergenz von Bild-, Ton- und Datenverkehr führen wird. IP-Telephonie oder Video-on-demand sind Beispiele dafür. Dank der schnellen Modulierbarkeit der Laserdioden und der Möglichkeit, viele Kanäle parallel durch optische Multiplex-Technik gleichzeitig über eine Glasfaser zu übertragen, sind Datenraten von mehreren Tbit/s auch über lange Distanzen möglich geworden [3].

Halbleiterlaser decken heutzutage einen weiten spektralen Bereich ab. Sie haben ein vergleichs-

weise breites Gewinnspektrum, was auch den Aufbau von durchstimmbaren Lasern zuläßt. Außerdem kann die Emissionswellenlänge je nach Materialwahl und -zusammensetzung der aktiven Zone gewählt werden. Dies ermöglicht auch exotische Anwendungen wie Spektroskopie und Laserkühlung in magnetooptischen Atomfallen. Mit dem Materialsystem AlInGaN sind Laser im nahen UV- bis blauen Spektralbereich fertigbar, AlInGaP deckt den roten Bereich und AlInGaAs den nahen Infrarotbereich ab. Das optimale Materialsystem für die Telekommunikation ist InGaAsP. Will man auch noch das ferne Infrarot erschließen, muß man sich mit Übergitterstrukturen behelfen. So wurde mit sog. Quantenkaskadenlasern schon cw-Lasertätigkeit bei einer Wellenlänge von bis zu  $10\ \mu\text{m}$  erreicht [4, 5].

Einzig in dem z.B. für Displayanwendungen interessanten sichtbaren Spektralbereich klaffen noch erhebliche Lücken. Im kurzwelligen Bereich existieren technologische Schwierigkeiten für die Herstellung effizienter blau-grüner Strahlquellen, auf der anderen Seite gilt dasselbe für das AlInGaP-Materialsystem, bei dem unterhalb von etwa 630 nm die Effizienz stark einbricht. Für den dazwischenliegenden grün-gelb-orangen Bereich sind derzeit keine Strahlquellen auf Halbleiterbasis erhältlich.

## Motivation

Die eben beschriebene Lücke im sichtbaren Spektralbereich kann dennoch erschlossen werden, wenn man mit Hilfe von nichtlinearen Kristallen Licht aus dem infraroten Spektralbereich in seiner Frequenz verdoppelt und auf diese Weise ins Sichtbare transferiert [6]. Dafür kommen z.B. für die Farbe blau Laser mit Wellenlängen zwischen 920–940 nm in Frage, für die Farbe grün Laser im Bereich 1040–1060 nm. Für diesen Wellenlängenbereich existiert schon eine ausentwickelte Technologie für effiziente Halbleiterlaser mit hohen Ausgangsleistungen [7, 8].

Bei diesen Lasern handelt es sich um Breitstreifen-Laser. Diese zeichnen sich zwar durch eine hohe optische Ausgangsleistung aus, die Strahlqualität ist allerdings sehr schlecht. Da Frequenzverdopplung aber als nichtlinearer Effekt quadratisch von der Intensität im Fokus abhängt, ist die Konversionseffizienz folglich sehr klein. Lateral einmodige Laser wie BH-Laser (*buried-heterostructure*) oder RWG-Laser (*ridge-waveguide*) weisen hingegen eine sehr gute Strahlqualität auf. Sie sind jedoch in ihrer Ausgangsleistung durch COMD (*catastrophic optical mirror damage*) beschränkt.

Ein Ausweg aus diesem Dilemma bieten sog. MOPA-Systeme (*master-oscillator power-amplifier*). Hier wird das Licht eines Lasers mit hoher Strahlqualität, aber begrenzter Ausgangsleistung in ein Verstärkerbauelement eingekoppelt, das die Eigenschaften des Signallasers möglichst beibehält, die optische Leistung hingegen auf Werte von mehreren Watt verstärkt. In Summe ergeben gute Strahlqualität und hohe optische Leistung eine brillante Strahlquelle, die sich für die Frequenzverdopplung effizient einsetzen läßt.

## Gliederung der Arbeit

In dieser Arbeit liegt das Hauptaugenmerk auf dem Design und der Herstellung von Halbleiter-Laserverstärkern. Dazu werden im ersten Kapitel einige theoretische Grundlagen dargelegt, die es beim Design und bei der Charakterisierung der Bauelemente zu beachten gilt. Insbesondere wird die Ausbreitung von Gaußstrahlen und realen Strahlen beschrieben. Der Vergleich beider Strahlen führt zur Definition der Beugungsmaßzahl  $M^2$  als Maß für die Strahlqualität. Alternativ kann man dazu auch die Intensitätsverteilung im korrigierten Fernfeld heranziehen. Die Strahlqualität hat unmittelbaren Einfluß auf die Intensität im Fokus, die durch den Wert der Brillanz  $B$  erfaßt wird.

Im darauffolgenden Kapitel werden anhand eines einfachen Modells die Vorteile von Bauteilen mit trapezförmiger Gewinnzone gegenüber denjenigen mit Breitstreifengeometrie dargelegt.

Bei kleinen Eingangsleistungen zeigen Trapezverstärker ein besseres Sättigungsverhalten, höhere Quanteneffizienzen und somit auch einen höheren Verstärkergewinn. Dadurch wird auch der Anteil an spontaner Emission reduziert, was zu einer besseren Strahlqualität führt. Hierzu tragen auch die internen Modenblenden und die divergente Strahlführung bei, die der Ausbildung von Filamenten entgegenwirkt. Desweiteren wird hier ein Kriterium für die Facettenreflektivitäten eines Verstärkers angegeben, um die Modulation im Spektrum hinreichend klein zu halten.

In Kapitel 5 wird auf den epitaktischen Schichtaufbau eingegangen und die Kriterien dargelegt, nach denen das verwendete Material für einen effizienten Betrieb bei hohen Ausgangsleistungen und gleichzeitig guter Strahlqualität optimiert werden muß. Die Charakterisierung des Epitaxiematerials erfolgt mit Hilfe von Testlasern, aus deren Kennlinien Rückschlüsse auf die Eigenschaften des Materials gezogen werden können, die ebenfalls Gegenstand dieses Kapitels sind.

Die technische Realisierung der in dieser Arbeit vorgestellten Bauelemente wird in Kapitel 6 beschrieben. Das beinhaltet die Prozessierung der Bauteile im Waferverband, die Spiegelbeschichtung der vereinzelt Bauteile und die Montage auf Wärmesenken.

Zur Verbesserung der Strahlqualität und des Sättigungsverhaltens bietet es sich an, vor den eigentlichen Verstärker einen Rippenwellenleiter als Vorverstärker in das Bauteil zu integrieren. Da dieser Wellenleiter ebenfalls in den Masterlasern Verwendung findet und seine Eigenschaften für die Bauteilcharakteristik des MOPA-Systems wesentlich sind, wird in Kapitel 7 ausführlich auf die laterale Wellenführung in Rippenwellenleitern eingegangen. Die Eigenschaften der Wellenleiter wurden anhand von *ridge-waveguide*-Lasern experimentell bestimmt und die Prozeßparameter zur Herstellung der Anwendung entsprechend optimiert.

Um eine möglichst niedrige Facettenreflektivität der Verstärker sicherzustellen, kann man den Wellenleiter gekrümmt ausführen, so daß er mit der Facette keinen rechten Winkel mehr einschließt. Dazu werden experimentell ermittelte Ergebnisse vorgestellt und mit einem theoretischen Modell verglichen.

In Kapitel 8 werden die experimentellen Ergebnisse von Trapezlasern vorgestellt. Sie unterscheiden sich im Chipdesign nicht wesentlich von dem der Verstärker, außer den unterschiedlichen Facettenreflektivitäten zur Ermöglichung des Laserbetriebs. Dabei werden auch die inhärenten thermischen Probleme der Trapezlaser beschrieben, die die Ausgangsleistung limitieren. Trapezverstärker hingegen haben diese Probleme nicht, wie auch die Ergebnisse dieser Bauteile zeigen. Diese sind in Kapitel 9 dargestellt. Mit ihnen erreicht man eine nahezu beugungsbegrenzte Ausgangsleistung bei vergleichsweise hohen Ausgangsleistungen, was sich in den besten Werten für die Brillanz von allen in dieser Arbeit vorgestellten Bauteilen niederschlägt.

## Kapitel 2

# Laser-Verstärker-Systeme

Wie eingangs schon erwähnt, ist das Ziel dieser Arbeit, eine Laserstrahlquelle herzustellen, die eine hohe optische Ausgangsleistung mit einer guten Strahlqualität vereint. Dies kann mit einem sog. MOPA-System (*master-oscillator power-amplifier*) verwirklicht werden [9, 10, 11, 12]. In Abbildung 2.1 ist ein solches System skizziert.

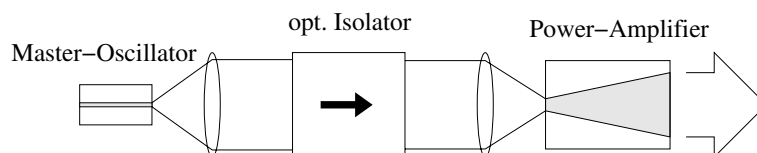


Abbildung 2.1: Prinzipieller Aufbau eines hybriden MOPA-Systems (master-oscillator power-amplifier).

Das Licht aus einem Signallaser (*master-oscillator*) mit guter räumlicher Strahlqualität, jedoch geringer optischer Ausgangsleistung von typisch  $<50$  mW, wird dafür in einen Halbleiter-Laserverstärker (*power-amplifier*) eingekoppelt, der die optische Leistung auf mehrere Watt verstärkt, die Strahlqualität und die spektralen Eigenschaften des Signallasers jedoch möglichst beibehalten soll.

Als Signallaser in einem MOPA-System werden meist kantenemittierende Halbleiter-Laserdioden mit Rippenwellenleiter eingesetzt, für bestimmte Anwendungen wie z.B. Freistrahldatenübertragung kann man auch vertikal emittierende Laser verwenden [13]. Daneben wurden auch schon Nd:YAG- oder Ti:Saphir-Laser verwendet [14, 15].

Um eine gute räumliche Strahlqualität des Signallasers sicherzustellen, darf im Laser nur die Grundmode ausbreitungsfähig sein. Dies ist nur mit Wellenleitern erreichbar, deren Abmessungen in der Größenordnung der Laserwellenlänge sind. Dies hat aber eine Beschränkung des aktiven Volumens und somit auch der erreichbaren optischen Ausgangsleistung zur Folge. Theoretisch ist zwar durch Erhöhung des Stromes eine weitere Leistungssteigerung möglich, in der Praxis ist sie jedoch durch eine endliche Zerstörungsschwelle der Facetten durch COMD begrenzt.

Die Signallaser können zur besseren Wellenlängenselektivität und -stabilisierung als DFB- (*distributed feedback laser*) oder DBR-Laser (*distributed-Bragg laser*) ausgeführt sein. Eine andere Möglichkeit hierfür ist die externe Rückkopplung mit einem Gitter in Littman- oder Littrow-Anordnung. Dies ist z.B. bei einer späteren Frequenzverdopplung wichtig, da nichtlineare Kristalle eine sehr schmale spektrale Akzeptanz von  $<0.1$  nm haben. Kurze, intensive Pulse des Signallaser erreicht man durch eine aktive oder passive Modenkopplung. Soll der Signallaser

schnell modulierbar sein, bietet sich ein Oberflächenemitter an (*VCSEL, vertical-cavity surface-emitting laser*). Die spezifische Anwendung bestimmt also die Art und den Aufbau des Signallasers.

Der Verstärker hingegen soll diese Eigenschaften möglichst beibehalten und lediglich die optische Leistung bis in den Watt-Bereich verstärken. Entscheidend für die Erhaltung der räumlichen und spektralen Einmodigkeit ist dabei die Vermeidung von Reflexionen an den Facetten und somit von Mehrfachumläufen innerhalb des Verstärkers. Idealerweise soll der Laserstrahl den Verstärker nach nur einem Durchlauf wieder verlassen (*single-pass amplifier, traveling-wave amplifier*). Deswegen sind auf beiden Seiten des Verstärkers Entspiegelungsschichten mit Restreflektivitäten  $R < 10^{-3}$  notwendig.

Dieser hybride Systemansatz bietet den Vorteil, daß man die für die jeweilige Applikation erforderlichen Eigenschaften von Signallaser und Verstärker getrennt festlegen und optimieren kann und daß man beide optisch sehr gut voneinander isolieren kann. Daneben wurden auch integrierte Ansätze verfolgt [16, 18, 17]. Hier lassen sich natürlich die Eigenschaften von Signallaser und Verstärker nicht so gut voneinander trennen und optimieren, aber dafür entfällt auch die aufwändige Justage, um das Licht des Signallasers in den Verstärker einzukoppeln. Der Signallaser wird dabei meist als DBR-Laser oder als DFB-Laser ausgeführt. Nachteilig wirken sich bei monolithischen MOPAs die kleinen, aber unvermeidbaren Reflexionen an der Ausgangsfacette aus, die auf den Signallaser zurückwirken. Das Bauteil verhält sich dann wie ein Laser mit externer Rückkopplung, was zu nichtlinearen Instabilitäten führt [19].

Diese Probleme können vermindert werden, wenn man auf die aufwändigen Bragg-Gitter verzichtet und die Ausgangsfacette mit einer endlichen, wenn auch kleinen Reflektivität versieht. So gelangt man zum sog. Trapezlaser [20, 21, 22]. Sie sind nahe verwandt mit den MOPA-Verstärkern und stellen wohl deren größte Konkurrenz bezüglich der Brillanz dar. Die Trapezlaser gehören zur Kategorie der Laser mit instabilen Kavitäten. In ihnen wird ebenfalls ein einmodiger Wellenleiter mit einem gewinngeführten trapezförmigen Verstärkerbereich in einem Bauteil integriert und als Laser betrieben. Der Wellenleiter wirkt hier als Modenblende und sorgt für die gute Strahlqualität. Der Trapezbereich stellt den Gewinn für Ausgangsleistungen im Watt-Bereich zur Verfügung.

Eine weitere, anspruchsvolle Methode der Erzeugung hochbrillanter Strahlung stellen die sog.  $\alpha$ -DFB-Laser dar [23]. Sie bestehen aus einem Halbleiter-Ringlaser, in dem vekippte DFB-Gitter die Lasermode sowohl in lateraler als auch longitudinaler Richtung stabilisieren. Dadurch wird bei diesen Lasern der große Astigmatismus zwischen lateraler und vertikaler Richtung vermieden, wie er z.B. bei Trapezlasern oder -verstärkern vorhanden ist. Leider erreichen  $\alpha$ -DFB-Laser nicht dieselben Ausgangsleistungen wie Trapezlaser und auch ihre Herstellung ist sehr aufwändig.

## Kapitel 3

# Theoretische Grundlagen

### 3.1 Strahlausbreitung

#### 3.1.1 Gaußstrahlen

Laserstrahlen können in guter Näherung als paraxiale Strahlen beschrieben werden [24]. Eine paraxiale Welle, die sich z.B. in z-Richtung ausbreitet, hat die Form

$$E(\vec{r}) = A(\vec{r}) \cdot e^{-jkz}, \quad (3.1)$$

wobei sich die komplexe Amplitude  $A(\vec{r})$  in Betrag und Phase nur wenig verändern darf innerhalb eines Bereiches von der Größenordnung der Wellenlänge  $\lambda = 2\pi/k$ . Die Wellenfronten sind dann nur leicht gekrümmt und unterscheiden sich somit lokal kaum von denen einer ebenen Welle. Man kann zeigen, daß unter dieser Bedingung die zweite Ableitung von  $A(\vec{r})$  nach  $z$  vernachlässigt werden kann (paraxiale Näherung). Die Wellengleichung läßt sich dann in die paraxiale Helmholtz-Gleichung überführen [25]:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - j2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

Die interessanteste Lösung dieser Gleichung sind die sog. Gaußstrahlen. Die komplexe Amplitude  $A$  ist dabei von folgender Form

$$A(x, y, z) = \sqrt{\frac{2P}{\pi w^2(z)}} \cdot \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} - jk \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + j\zeta(z) \right]. \quad (3.3)$$

$P$  bezeichnet dabei die gesamte im Strahl enthaltene optische Leistung. Die Intensitätsverteilung  $I(\vec{r}) = |E(\vec{r})|^2$  in jeder Ebene senkrecht zur z-Achse ist eine Gaußfunktion des radialen Abstandes  $\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}$ :

$$I(\varrho, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \exp \left[ -\frac{2\varrho^2}{w^2(z)} \right] \quad (3.4)$$

Daher rührt auch die Bezeichnung Gaußstrahl. Die Gaußfunktion ist zentriert um die z-Achse, hat bei  $z = 0$  ihr Maximum und fällt mit zunehmendem radialen Abstand  $\varrho$  nach außen hin ab. Befindet man sich auf der z-Achse, so fällt die Intensität wie eine Kugelwelle proportional zu  $1/z^2$  ab:

$$I(0, z) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \cdot \frac{1}{1 + (\frac{z}{z_0})^2} = \frac{I_0}{1 + (\frac{z}{z_0})^2} \quad (3.5)$$

An den Stellen  $z = \pm z_0$  ist die Intensität gerade auf  $I_0/2$  abgefallen. Den Abstand vom Ursprung zu  $z_0$  definiert die sog. Rayleigh-Länge. Der doppelte Wert der Rayleigh-Länge entspricht der Tiefenschärfe eines Gaußstrahles.

Den radialen Abstand senkrecht zur  $z$ -Achse, an dem die Intensität auf  $1/e^2 \approx 0.135$  abgefallen ist, nennt man den Strahlradius  $\varrho = w(z)$ .

$$w(z) = w_0 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.6)$$

Den kleinsten Wert nimmt der Strahlradius  $w(0) = w_0$  am Ursprung an. Er wird auch als Strahltaille (*beam waist*) bezeichnet. Mit zunehmendem Abstand  $z$  steigt auch der Strahlradius an und erreicht den Wert  $\sqrt{2}w_0$  bei der Rayleigh-Länge  $z_0$ . Bei sehr großen Abständen ( $z \gg z_0$ ) kann der erste Term in Gleichung (3.6) vernachlässigt werden und man erhält den linearen Zusammenhang

$$w(z) \approx \frac{w_0}{z_0} z = \theta_0 z, \quad (3.7)$$

wobei

$$\theta_0 = \frac{w_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.8)$$

den halben Divergenzwinkel des Gaußstrahles darstellt. Das Produkt aus dem Strahlradius  $w_0$  an der Strahltaille und des Divergenzwinkels  $\theta_0$  ergibt das sogenannte Strahlparameterprodukt

$$w_0 \theta_0 = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (3.9)$$

Es ist nur durch die Wellenlänge bestimmt und gegenüber Strahltransformation durch Optiken invariant. In Abbildung 3.1 ist die Kaustik eines Gaußstrahles und seine Parameter graphisch dargestellt.

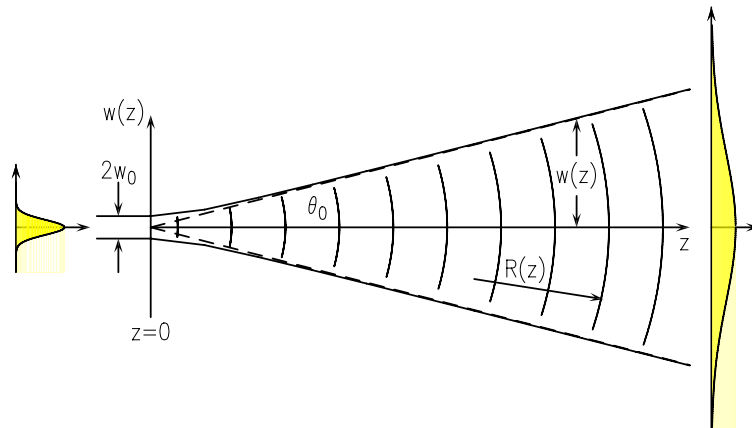


Abbildung 3.1: Freie Beugung eines Gaußstrahls.

Der Radius der Wellenfronten beträgt dabei

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{z_0}{z} \right)^2 \right]. \quad (3.10)$$

In der Nähe der Strahltaille sind die Wellenfronten also nahezu eben. Bei der Rayleigh-Länge  $z_0$  sind die Wellenfronten am stärksten gekrümmt, haben also den kleinsten Krümmungsradius

$R(z_0) = 2z_0$ . Mit zunehmender Entfernung  $z$  nähert sich der Radius der Wellenfronten immer mehr dem Wert  $R(z) = z$  an. Die Phase eines Gaußstrahls nach Gleichung (3.3) beträgt

$$\varphi(\varrho, z) = kz - \zeta(z) + \frac{k\varrho^2}{2R(z)}. \quad (3.11)$$

Der erste Term stellt die Phase einer ebenen Welle dar. Der zweite Term  $\zeta(z) = \arctan \frac{z}{z_0}$  repräsentiert eine Phasenverzögerung, die von  $-\pi/2$  bei  $z = -\infty$  bis  $\pi/2$  bei  $z = +\infty$  reicht. Der letzte Term in Gleichung (3.11) ist für die Krümmung der Wellenfronten verantwortlich.

### 3.1.2 Reale Laserstrahlen

Gaußstrahlen stellen die idealisierte Form von Laserstrahlen dar. In der Praxis gibt es aber immer Abweichungen im lateralen Intensitäts- und Phasenprofil nach den Gleichungen (3.4) und (3.11). Gewinnführung zum Beispiel führt im Gegensatz zu Indexführung zu gekrümmten Phasenfronten. Auch beeinflussen Temperatur- und Ladungsträgereffekte insbesondere bei Halbleiterlasern die Brechzahlverhältnisse und damit auch die Wellenführung. Nichtlineare Effekte wie z.B. die Ausbildung von Filamenten modulieren zusätzlich Intensität und Phase. Auch Beugung an den Aperturen von Optiken und Linsenfehler führen zu unerwünschten Störungen in der Strahlausbreitung.

Für diese nichtidealen Strahlen mit beliebigem Intensitäts- und Phasenprofil lassen sich im Rahmen der paraxialen Näherung jedoch ebenfalls Parameter definieren, die genau den gleichen Ausbreitungsgesetzen gehorchen wie für ideale Gaußstrahlen. Abbildung 3.2 zeigt ein solches Intensitätsprofil.

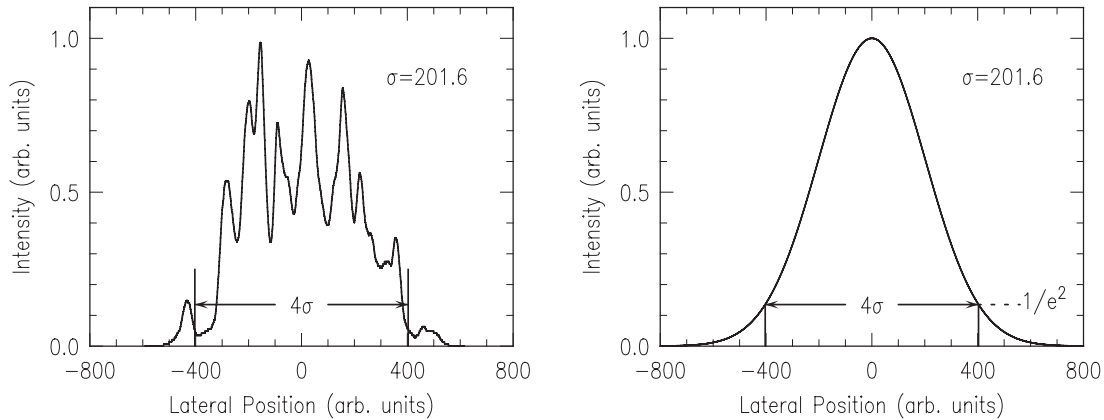


Abbildung 3.2: Vergleich eines realen Strahlquerschnitts mit einem idealen Gaußstrahl gleicher Strahlbreite.

Der laterale Radius  $W$  dieses nichtidealen Strahles wird nun über das zweite Moment bzw. die Standardabweichung  $\sigma_x$  der Intensität definiert zu

$$W = 2\sigma_x = 2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 |A(x)|^2 dx \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.12)$$

wobei die Strahlleistung  $\int |A(x)|^2 dx$  auf 1 normiert sein muß [26]. Zur Vereinfachung wurde hier nur eine transversale Richtung ( $x$ -Koordinate) betrachtet. Der Ausdruck  $\bar{x}$  in Gleichung (3.12)