

1 Einleitung

In der öffentlichen Energieversorgung sind die Netze grundsätzlich dreiphasig gestaltet. Trotzdem werden für die Netzberechnung überwiegend einphasige Modellierungen verwendet. Allerdings ist dieser Weg nur möglich, wenn das Netz sowohl symmetrisch aufgebaut ist als auch symmetrisch betrieben (d. h. gespeist und belastet) wird. Bei wenigen punktuellen Asymmetrien im Netz – etwa durch Kurzschlüsse – kann ein asymmetrischer Betrieb dank geeigneter Transformationen – z. B. der symmetrischen Komponenten – einphasig analysiert werden. Ist jedoch ein einziges Betriebsmittel asymmetrisch konstruiert, lässt sich das Netz allein mithilfe einer *dreiphasigen* Modellierung untersuchen.

Zudem konnten selbst bei symmetrischen Verhältnissen Einschwingvorgänge fast ausschließlich *numerisch* simuliert werden, weil man bloß in Ausnahmefällen in der Lage war, Zustandsformen von Energieversorgungsnetzen anzugeben. In [1] ist zum ersten Mal ein systematisches Verfahren eingeführt worden, mit dem sich Eigenwertspektren sowie Zustandsformen *semianalytisch* für Netze mit einer relativ geringen Anzahl von Kapazitäten erhalten ließen. Später wurde die Methode in [2], [3] und [4] so ergänzt und im Hinblick auf die Berücksichtigung von Kapazitäten abgeändert, dass bei großen Knotenzahlen eine *minimale* Zustandsform *einphasig* aufgestellt werden kann. Demgegenüber erweitert die vorliegende Arbeit die minimale Zustandsform auf *dreiphasige* Netze.

Zunächst gilt es in Kapitel 2, die erforderlichen passiven Betriebsmittel dreiphasig transient zu modellieren. Da die Herleitung der Induktivitätsmatrizen von dreiphasigen Leistungstransformatoren kaum in der Literatur zu finden ist, wird diese für diverse gebräuchliche Ausführungen und Schaltgruppen detailliert dargestellt (Abschnitt 2.1). Charakteristisch für die Vorgehensweise ist dabei, dass lediglich Richtwerte und Typenschilddaten verwendet werden. Wegen der geringen Unterschiede der Induktivitäten bzw. der kleinen Streuung strebt man eine analytische Lösung der jeweiligen Systeme an. Infolgedessen lassen sich numerische Auslöschungseffekte reduzieren und Einflüsse der Parameter besser erkennen.

Dann werden die behandelten Betriebsmittel zu Netzen zusammengesaltet sowie drei transiente Arten von Torformen entwickelt (Kapitel 3): die transienten Torimpedanz-, Toradmittanz- und Torhybridmatrizen. Außerdem wird erläutert, wie diese Matrizen auf numerisch stabile Weise für große Netze zu ermitteln sind.

Nach diesen vorbereitenden Darlegungen wird in Kapitel 4 die minimale dreiphasige Zustandsform aufgestellt, die für Spannungseinprägung nötig ist. Während man dazu von der Torimpedanzmatrix des Netzes ausgeht, bieten die beiden anderen Typen von Torformen eine wirksame Kontrollmöglichkeit.

Diese wird anschließend an zwei Konfigurationsvarianten eines Demonstrationsbeispielnetzes überprüft; zugleich lassen sich weitere Tests und Verifikationen vornehmen (Kapitel 5).

Zum Schluss werden in Kapitel 6 die Vorzüge der dreiphasigen Modellierung an konkreten Anwendungsbeispielen hervorgehoben. Es geht u. a. um stationäre Spannungserhöhungen in erdschlusskompensierten Netzen sowie um Einschwingspannungen an Schalterklemmen.

2 Dreiphasige transiente Modellierung von Betriebsmitteln

Im Folgenden werden nacheinander für Leistungstransformatoren, Freileitungen, Lasten und Kapazitäten Knotenadmittanzmatrizen angegeben, die nicht nur das stationäre, sondern auch das transiente Verhalten der Betriebsmittel dreiphasig erfassen.

2.1 Leistungstransformatoren

Für asymmetrisch betriebene Leistungstransformatoren konnten bislang das transiente Verhalten beschreibende Knotenadmittanzmatrizen bloß in Spezialfällen aufgestellt werden. Sobald es sich bei einem Umspanner um eine Ausführung mit Phasenverschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangsspannungen handelt, liegt bereits kein solcher Sonderfall mehr vor. Diese Bauart ist nämlich durch komplexe Übersetzungsverhältnisse gekennzeichnet – z. B. $\underline{\ddot{u}} = \ddot{u} e^{j150^\circ}$. Admittanzmatrizen mit komplexen Elementen lassen sich jedoch nicht analytisch von $p = j\omega$ auf $p = j\omega + \sigma$ fortsetzen und sind deswegen auch nicht als Laplace-Transformierte zu interpretieren. Daraus ergibt sich unmittelbar, dass deren stationäre Formulierungen nicht dazu geeignet sind, das transiente Verhalten zu beschreiben.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Modellierung weist keine solchen Beschränkungen auf. Zunächst wird die grundsätzliche Vorgehensweise erläutert, die allen Modellierungen gemein ist. Anschließend werden verschiedene Umspannertypen, unterteilt in Zwei- und Mehrwicklungstransformatoren, behandelt.

2.1.1 Grundsätzliche Vorgehensweise

Vorerst wird der Modellierung ein rein ohmsch-induktives System zugrunde gelegt. Es ist in der Lage, Aussagen bis in den Frequenzbereich von einigen

kHz zu treffen; eine Erweiterung ist möglich, indem Kapazitäten berücksichtigt werden (Abschnitt 2.4.1).

Im Rahmen der ohmsch-induktiven Modellierung sind die Selbst- und Gegeninduktivitäten der einzelnen Spulen allein über *implizite* Methoden zu berechnen, die von den Herstellern lieferbare Richtwerte sowie durch Klemmenmessungen bestimmbare Größen benötigen. Eine *direkte* Berechnung bzw. Messung der Induktivitäten im niederfrequenten Bereich ist zzt. noch nicht zufrieden stellend möglich, weil sie sich kaum unterscheiden.

2.1.1.1 Aufstellung der Induktivitätsmatrix

Unter einer Wicklung versteht man die galvanisch verschalteten Windungen, die zu *einer* Spannungsebene gehören. Bei einem dreiphasigen n -Wicklungs-Transformator liegen also auf den drei Hauptschenkeln in der Regel jeweils n Spulen, und zwar koaxial ineinander.

Modellbildung

Gegenüber dem wesentlich größeren Fluss *im* Eisenschenkel wird der Fluss *zwischen* Spule und Eisenkern vernachlässigt, sodass jede Windung auf einem Hauptschenkel den gleichen Fluss erzeugt. Aus diesem Grund weist sie auch den gleichen Leitwert λ_S auf; der Index „S“ ist gewählt worden, um anzuzeigen, dass sich dieser Fluss im Schenkel befindet. Darüber hinaus wird vorausgesetzt, dass der Eisenkern symmetrisch aufgebaut ist. Dies ist theoretisch stets durch eine unterschiedliche Breite der Stoßfugen im Eisenkern zu erreichen, wird aber in der Praxis nicht durchgeführt. Unter diesen beiden Voraussetzungen nimmt der Selbstinduktivitätsausdruck L_i einer Spule der Wicklung i bekanntlich die Form

$$L_i = w_i^2 \lambda_S \quad (2.1)$$

an, wobei mit w_i die Anzahl der Windungen der Spule bezeichnet wird.

Anders müssen die Gegeninduktivitäten modelliert werden. Für diese sind zwei Arten von Streuungen maßgebend: die Streuung im Streukanal und die so genannte Jochstreuung. Bei ineinander liegenden Spulen auf demselben Schenkel ist für die wirksame Streuung der Abstand der Spulen – der Streukanal – maßgebend. Bei Spulen auf benachbarten Schenkeln entartet der Streukanal zur Fensterbreite. Man spricht daher von der Jochstreuung, welche offensichtlich größer als die Streuung im Streukanal ist.

diese Überlegungen mit der Relation

$$\lambda_S > \lambda_{\sigma ij} > 2\lambda_J > 0 \quad (i \neq j) \quad (2.4)$$

formulieren. Bei der späteren Bestimmung der induktiven Modellparameter wird darauf zu achten sein, dass diese Ungleichungen erfüllt sind.

Induktivitätsmatrix

Nun wird für jede Spule eine Flussbilanz aufgestellt und das Induktionsgesetz in der Form

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}, \quad u = M \cdot \frac{di}{dt}$$

angewendet. In der Laplace-Ebene resultiert der lineare Zusammenhang

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_1(p) \\ \mathbf{U}_2(p) \\ \vdots \\ \mathbf{U}_n(p) \end{bmatrix} = p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & \mathbf{M}_{12} & \cdots & \mathbf{M}_{1n} \\ \mathbf{M}_{12} & \mathbf{L}_2 & \cdots & \mathbf{M}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}_{1n} & \mathbf{M}_{2n} & \cdots & \mathbf{L}_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1(p) \\ \mathbf{I}_2(p) \\ \vdots \\ \mathbf{I}_n(p) \end{bmatrix} \quad (2.5a)$$

für einen dreiphasigen Umspanner mit n Wicklungen. Dabei sind die Terme \mathbf{L}_i , \mathbf{M}_{ij} als 3×3 -Blockmatrizen durch

$$\mathbf{L}_i = w_i^2 \cdot \begin{bmatrix} \lambda_S & -\lambda_J & -\lambda_J \\ -\lambda_J & \lambda_S & -\lambda_J \\ -\lambda_J & -\lambda_J & \lambda_S \end{bmatrix} \quad (1 \leq i \leq n),$$

$$\mathbf{M}_{ij} = w_i w_j \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{\sigma ij} & -\lambda_J & -\lambda_J \\ -\lambda_J & \lambda_{\sigma ij} & -\lambda_J \\ -\lambda_J & -\lambda_J & \lambda_{\sigma ij} \end{bmatrix} \quad (1 \leq i < j \leq n)$$

definiert, und die dreiphasigen Vektoren lauten ausführlich

$$\mathbf{U}_i(p) = \begin{bmatrix} U_{iU}(p) \\ U_{iV}(p) \\ U_{iW}(p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_i(p) = \begin{bmatrix} I_{iU}(p) \\ I_{iV}(p) \\ I_{iW}(p) \end{bmatrix} \quad (1 \leq i \leq n).$$

Zusammenfassend kann das Gleichungssystem (2.5a) geschrieben werden als

$$\mathbf{U}(p) = p \mathbf{L} \cdot \mathbf{I}(p); \quad (2.5b)$$

die Matrix \mathbf{L} wird Induktivitätsmatrix genannt. Zu beachten ist, dass die Vektoren $\mathbf{U}(p)$ und $\mathbf{I}(p)$ *Spulenspannungen* sowie *Spulenströme* bezeichnen.

Überdies spiegeln sich die bei der Modellierung vorausgesetzten Symmetrien sowohl im Aufbau von \mathbf{L} als auch in den Blockmatrizen wider.

Durch Gl. (2.5b) wird das so genannte induktive Strang- bzw. Spulenmodell eines n -Wicklungstransformators beschrieben, welches die magnetischen – aber noch nicht die galvanischen – Kopplungen enthält. Im Folgenden sind dessen Parameter aus Richtwerten und Typenschilddaten zu bestimmen.

2.1.1.2 Berechnung der induktiven Modellparameter

Es ist nicht möglich, auf die Windungszahlen (w_i) eines Umspanners zu schließen, ohne seine Entwurfparameter – d. h. die Angaben, mit denen er konstruiert worden ist – zu kennen. Allerdings werden jene auch nicht explizit benötigt, sondern nur in Form von Quotienten – wie z. B. w_i/w_j –, welche sich durch die bekannten Übersetzungsverhältnisse (\ddot{u}_{ij}) ausdrücken lassen. Daher werden nicht Leitwerte und Windungszahlen, sondern diejenigen Induktivitätsausdrücke (2.1), (2.2) und (2.3) als freie Parameter aufgefasst, in denen *unterschiedliche* Leitwerte vorkommen. Folglich ist es ausreichend, L_1 und M_{12} sowie $M_{\sigma ij}$ für $1 \leq i < j \leq n$ als Unbekannte zu betrachten.

Es stellt sich die Frage, wie viele Indexpaare (i, j) die Beziehung $1 \leq i < j \leq n$ erfüllen. Ist $j = n$, gibt es $n - 1$ Möglichkeiten für i ; für $j = 2$ bleibt allein $i = 1$ übrig, d. h. es ist die Summe

$$\sum_{\nu=1}^{n-1} \nu = \frac{(n-1) \cdot n}{2}$$

zu bilden. Wenn g die Anzahl der zu bestimmenden freien Parameter bezeichnet, gilt demnach für einen n -Wicklungstransformator

$$g = 2 + \frac{(n-1) \cdot n}{2}. \quad (2.6)$$

Da der zweite Summand auch als $\binom{n}{2}$ interpretierbar ist, entspricht er der Anzahl der möglichen Kurzschlussversuche zwischen den n Wicklungen. Sofern die Entwurfparameter vorliegen, lassen sich die Kurzschlussspannungen ziemlich gut berechnen [5]; messtechnisch können sie jedoch lediglich bestimmt werden, falls alle Wicklungen herausgeführte Anschlüsse besitzen. Es sei darauf hingewiesen, dass sich die Beträge der Kurzschlussspannungen an den drei Klemmen einer Wicklung um weniger als 1% unterscheiden [5, S. 60]. Damit ist der gewählte symmetrische Ansatz gerechtfertigt.

Um die benötigten Bestimmungsgleichungen für die unbekanntenen Induktivitäten aufzustellen, wird in der Induktivitätsform (2.5) als Erstes $p = j\omega$ gesetzt und der Laplace-Bereich verlassen. Man wechselt somit in den stationären Bereich über, weil die Kurzschlussversuche bekanntlich stationäre Verläufe liefern. Im Folgenden wird beschrieben, wie prinzipiell vorgegangen wird; konkrete Bestimmungsgleichungen finden sich in den Abschnitten 2.1.2 und 2.1.3.

Kurzschlussversuche

Ein Kurzschlussversuch zwischen den Wicklungen i und $j > i$ läuft folgendermaßen ab: Wicklung i wird mit einem symmetrischen System von Bemessungsströmen gespeist, Wicklung j wird kurzgeschlossen, und alle übrigen Wicklungen werden offen gelassen. Dann stellen sich an den Klemmen der Wicklung i die Kurzschlussspannungen ein. Gemäß dem symmetrischen Ansatz bedeutet dies, dass

$$\underline{\mathbf{I}}_i = \begin{bmatrix} I_{ri} \\ I_{ri} \cdot \underline{a}^2 \\ I_{ri} \cdot \underline{a} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{U}}_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{U}}_i = j \cdot \begin{bmatrix} U_{kij} \\ U_{kij} \cdot \underline{a}^2 \\ U_{kij} \cdot \underline{a} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

gesetzt werden kann, wobei wie üblich $\underline{a} = e^{j120^\circ}$ gilt. Man beachte, dass der Strom $\underline{\mathbf{I}}_{iU}$ willkürlich in die reelle Achse gelegt worden ist und dass die Spannungen $\underline{\mathbf{U}}_i$ wegen des rein induktiven Ansatzes um exakt 90° vorausseilen. Da in den offen gelassenen Wicklungen keine Ströme fließen können und die dort anliegenden Spannungen nicht interessieren, bleiben allein die Ströme $\underline{\mathbf{I}}_j$ unbekannt; mithilfe der Bedingung $\underline{\mathbf{U}}_j = \mathbf{0}$ können sie eliminiert werden (s. z. B. Abschnitt 2.1.2.1).

Für jeden Kurzschlussversuch ergibt sich aus dem System (2.5a) eine Gleichung, sodass gemäß Beziehung (2.6) noch zwei weitere Bestimmungsgleichungen erforderlich sind. Diese lassen sich erhalten, indem Mess- bzw. Richtwerte bzgl. des Magnetisierungsstroms $\underline{\mathbf{I}}_\mu$ im Leerlauf sowie hinsichtlich der Nullreaktanz X_0 als zusätzliche Information ausgenutzt werden. Zumindest als Richtwerte stehen beide Größen bei Leistungstransformatoren neben den Kurzschlussspannungen zur Verfügung. Zunächst wird der Magnetisierungsstrom $\underline{\mathbf{I}}_\mu$ ausgewertet.

Leerlaufversuch

Leerlaufbetrieb ist dadurch gekennzeichnet, dass an den Klemmen *einer* Wicklung – z. B. mit dem Index i – ein symmetrisches System der jeweiligen

Bemessungsspannungen eingepreßt wird, während alle anderen Wicklungen geöffnet sind. An den drei gespeisten Klemmen fließt dann $\underline{\mathbf{I}}_\mu$. Insgesamt lautet die Belegung in Formeln

$$\underline{\mathbf{U}}_i = j \cdot \begin{bmatrix} U_{ri} \\ U_{ri} \cdot \underline{a}^2 \\ U_{ri} \cdot \underline{a} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{I}}_i = \begin{bmatrix} I_{\mu i} \\ I_{\mu i} \cdot \underline{a}^2 \\ I_{\mu i} \cdot \underline{a} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

In den nicht gespeisten Wicklungen, d. h. für Indizes $j \neq i$, fließt kein Strom. Gleichwohl liefert die Aussage $\underline{\mathbf{I}}_j = \mathbf{0}$ – wie beim Kurzschlussversuch – keine neuen Bestimmungsgleichungen, weil auch hier die Ausgangsspannungen $\underline{\mathbf{U}}_j$ unbekannt sind. Ebenso wenig können neue Bestimmungsgleichungen gewonnen werden, wenn die beschriebene Eingangsmessung an einer Wicklung $k \neq i$ durchgeführt wird: Aufgrund der in Gl. (2.5a) vorausgesetzten symmetrischen Struktur unterscheiden sich die relevanten Matrizen $\underline{\mathbf{L}}_k$ und $\underline{\mathbf{L}}_i$ aus Gl. (2.5a) bloß um das Verhältnis w_k/w_i .

Einprägen einer Nullspannung

Zur Messung der Nullreaktanz X_0 werden bekanntermaßen die Spulen einer Wicklung parallel geschaltet und aus *einer* Spannungsquelle \underline{U}_0 gespeist (Abb. 2.2). Dazu muss die Wicklung am Sternpunkt geerdet sein, damit der Rückstrom abfließen kann. Anschließend misst man den in den Spulen fließenden Nullstrom \underline{I}_0 und setzt $X_0 = \text{Im}\{\underline{U}_0/\underline{I}_0\}$. Mathematisch lässt sich im vorliegenden – rein induktiven – Modell

$$\underline{\mathbf{U}}_i = j \cdot \begin{bmatrix} U_{0i} \\ U_{0i} \\ U_{0i} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{I}}_i = \begin{bmatrix} I_{0i} \\ I_{0i} \\ I_{0i} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

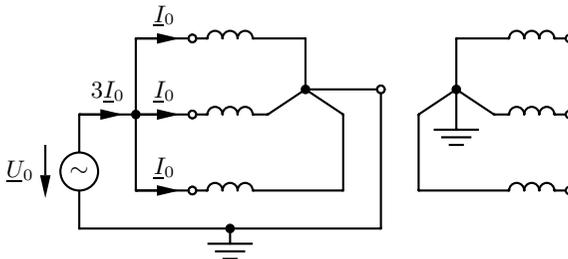


Abb. 2.2: Messung der Nullreaktanz eines Transformators der Schaltgruppe YNyn