

Einleitung

Zwei für das tiefere Verständnis der fundamentalen Wechselwirkungen der Natur eminent wichtige Fragen sind es, die in naher Zukunft durch den beinahe fertiggestellten Large Hadron Collider (LHC) am europäischen Forschungszentrum CERN beantwortet werden könnten:

- Existiert das im Standardmodell der Teilchenphysik für die Generierung sämtlicher Massen verantwortliche skalare Higgs-Boson tatsächlich?
- Ist Supersymmetrie in der Natur realisiert?

Während die Bedeutung der ersten Frage unmittelbar ersichtlich ist, bedarf der zweite Punkt sowohl einer Präzisierung als auch einer näheren Erklärung.

Supersymmetrie [1] bezeichnet die auf der Ebene des mathematischen Formalismus mögliche enge Beziehung zwischen *Fermionen* und *Bosonen*. Diese beiden Teilchenkategorien unterscheiden sich wesentlich in ihren Wirkungen. Während sich Fermionen aufgrund des Pauliprinzips zu stabiler Materie formieren, überlagern sich Bosonen kohärent zu Kraftfeldern. Das Standardmodell [2, 3, 4, 5], eine zur Klasse der relativistischen Quantenfeldtheorien gehörende Theorie, beinhaltet keine supersymmetrische Verknüpfung dieser beiden Teilchensorten.

Die zweite Frage läßt sich deswegen nur unter Bezugnahme auf ein Modell sinnvoll stellen, das Supersymmetrie inhärent als Konstruktionsprinzip enthält. Eine derartige Quantenfeldtheorie ist das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) [6, 7], das auf dem Standardmodell aufbaut, dieses jedoch um weitere supersymmetrische Partnerteilchen ergänzt. Die Zuspitzung der oben gestellten Frage nach der Realisierung von Supersymmetrie lautet dann: *Beschreibt das MSSM die an Beschleuniger-Experimenten gemachten Beobachtungen und liefert das MSSM zutreffende Vorhersagen in Bereichen, in denen das Standardmodell versagt?*

Der LHC wird nach seiner Fertigstellung eine ungeheure Menge an neuen empirischen Befunden zur Verfügung stellen. Um diese Beobachtungen gemäß der Popperschen Erkenntnistheorie [8] zur Falsifikation des Standardmodells oder des MSSM verwenden zu können und damit die Evolution der Theorien voranzutreiben, sind exakte Berechnungen entsprechender Vorhersagen in beiden Theorien unabdingbar. Da Collider-Projekte wie der LHC oder auch ein zukünftiger Linearbeschleuniger immer anspruchsvoller und damit auch kostspieliger werden, steht die theoretische Seite in besonderer Verantwortung, immer genauere Berechnungen durchzuführen, um damit den erhofften Erkenntnisgewinn zu erzielen.

Die vorliegende Dissertation liefert ihren Beitrag bei der Präzisionsberechnung physikalischer Observablen unter Berücksichtigung von Quantenkorrekturen höherer Ordnung im Rahmen des MSSM.

Die Gliederung der vorliegenden Arbeit gestaltet sich wie folgt:

► In Kapitel 1 wird nach einer kurzen Einführung in das Standardmodell der Elementarteilchenphysik dessen Unzulänglichkeiten aufgezeigt und supersymmetrische Erweiterungen als mögliche Lösungen vorgestellt. Die Betrachtungen fokussieren sich dann auf das MSSM, der supersymmetrische Quantenfeldtheorie, die dadurch ausgezeichnet ist, daß ihr Feldinhalt dem des Standardmodells am nächsten kommt. Nach einem Überblick über die im MSSM enthaltenen Teilchen wird die vollständige Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{MSSM}}$ dieses Modells in R_ξ -Eichung angegeben. Die aus $\mathcal{L}_{\text{MSSM}}$ deduzierbaren Kopplungen der Felder stellen einen essentiellen Bestandteil der störungstheoretischen Berechnung von physikalischen Observablen dar. Im Anschluß daran werden die im MSSM auftretenden Felder in ihre Masseneigenzustände – die eigentlichen physikalischen Entitäten – überführt.

► Kapitel 2 beginnt mit einer Darstellung der hinter den Begriffen Regularisierung und Renormierung stehenden Prinzipien. Alsdann werden für sämtliche Felder und Kopplungen des MSSM geeignete Renormierungskonstanten eingeführt. Durch das Einsetzen dieser Renormierungstransformationen in die oben erwähnte MSSM-Lagrangedichte wird dann die Gesamtheit aller MSSM-Counterterme auf Ein-Schleifen-Niveau berechnet. Zur Ausführung dieses Schritts werden die in Kapitel 4 beschriebenen automatisierten Verfahren verwendet. Die resultierende Struktur der Ein-Schleifen-Counterterme ist universell in dem Sinne, daß eine Änderung der Renormierungsbedingungen zur Festlegung der Werte der Renormierungskonstanten deren formales Erscheinungsbild in der Counterterm-Lagrangedichte nicht beeinflusst.

► In Kapitel 3 wird daran anknüpfend eine mögliche Wahl von Renormierungsbedingungen benutzt, um sämtliche Renormierungskonstanten zu fixieren. Dabei wird größtenteils das On-Shell-Renormierungsschema verwendet, das insbesondere im Rahmen der Berechnung von Zerfallsraten und Wirkungsquerschnitten geeignet ist. Die sich in diesem Zusammenhang ergebenden Gleichungen für die Renormierungskonstanten wurden gelöst und stehen in elektronischer Form zur Verfügung.

► Kapitel 4 gibt einen Überblick über die Funktionsweise der Programme, die zur Berechnung der durch die Renormierungstransformationen in Kapitel 2 induzierten Counterterme verwendet wurden. Weiterhin wird kurz auf die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten zusätzlichen Kinematik-Module für das Programmpaket `FormCalc` [9] eingegangen.

►► Am Ende der in den Kapiteln 2, 3 und 4 unternommenen Anstrengungen steht ein MSSM-Datenfile für das Programmpaket `FeynArts` [9], das neben den dort bereits verfügbaren Born-Kopplungen auch den vollständigen Satz von Ein-Schleifen-Countertermen sowie eine Definition der darin auftretenden Renormierungskonstanten enthält. In Verbindung mit den ebenfalls neu hinzugekommenen Kinematik-Modulen für `FormCalc` sind nun weitgehend automatisierte Berechnungen im MSSM unter Berücksichtigung von Ein-Schleifen-Quantenkorrekturen inklusive der zugehörigen Bremsstrahlungsprozesse möglich.

Der bewußte Verzicht auf eine proprietäre Software-Lösung zugunsten einer Erweiterung der bereits etablierten Programmpakete `FeynArts/FormCalc` ermöglicht dabei die einfache Wiederverwertung der erarbeiteten Lösungen durch andere Benutzer.

► Kapitel 5 befaßt sich mit der Umrechnung der im Rahmen der SPA-Konventionen [10] favorisierten $\overline{\text{DR}}$ -Benchmark-Parameter in die entsprechenden On-Shell-Parameter, die dann als Ausgangsbasis für Ein-Schleifen-Berechnungen in dem in Kapitel 3 vorgestellten Renormierungsschema dienen.

► In den Kapiteln 6, 7 und 8 werden die neu geschaffenen Software-Tools bei der Berechnung physikalischer Observablen auf Ein-Schleifen-Niveau im MSSM angewandt. Das erste angeführte Kapitel behandelt Chargino-Paarproduktionsprozesse in Elektron-Positron-Annihilationen, Kapitel 7 die Paarproduktion von Neutralinos. Zu diesen Produktionsprozessen wurden bereits Untersuchungen auf Ein-Schleifen-Niveau durchgeführt. Neben Rechnungen, in denen nur ein Teil des MSSM-Teilchenspektrums in den Schleifen berücksichtigt wurde [11] existieren auch Resultate, die die Beiträge sämtlicher virtueller Diagramme umfassen, reelle Photon-Abstrahlung allerdings lediglich in Soft-Photon-Näherung beinhalten [12].

Im Unterschied zu der in der letzten Quelle durchgeführten Rechnung basieren die hier vorgestellten vollständigen Ein-Schleifen-Ergebnisse [13] auf einer für das gesamte MSSM einheitlichen Renormierung und berücksichtigen explizit die jeweils relevanten Bremsstrahlungsprozesse.

Den Abschluß der in dieser Arbeit exemplarisch vorgestellten Auswertungen bilden die in Kapitel 8 diskutierten Chargino- und Neutralino-Zerfälle. Auf Ein-Schleifen-Niveau wurden in der Literatur bisher lediglich der Schleifen-induzierte Zerfall eines Neutralinos in Neutralino und Photon [14], der Zerfall des leichtesten Charginos in Neutralino und W-Boson [15, 16] sowie der Zerfall des schweren Charginos in Chargino und Z-Boson [17] behandelt.

In der vorliegenden Arbeit werden vollständige Ein-Schleifen-Rechnungen zu Chargino- und Neutralino-Zerfällen in Lepton/Slepton-Paare vorgestellt, in denen die jeweils assoziierten Bremsstrahlungsprozesse ebenfalls berücksichtigt wurden.

► Anhang A rekapituliert die Grundlagen der Berechnung von Zerfallsraten und Wirkungsquerschnitten im Rahmen quantenfeldtheoretischer Modelle. In diesem Zusammenhang werden Phasenraum-Parametrisierungen sowie Schwelleneffekte bei $2 \rightarrow 3$ -Prozessen besprochen. Anhang B geht näher auf die in Quantenfeldtheorien mit QED-Anteil inhärenten Infrarot-Probleme ein und stellt insbesondere die Techniken zur Berechnung von Bremsstrahlungskorrekturen zur Verfügung.

In Anhang D wird die BRST-Symmetrie [18] vorgestellt, die die Grundlage der Berechnung der Geist-Anteile in der in Kapitel 1 vorgestellten geeichten, quantenphysikalischen Lagrangedichte des MSSM ist. Anhang E beschreibt die CPT- und CP-Symmetrie und die aus den entsprechenden Invarianzen resultierenden Relationen für die Vertexfunktionen. Die entsprechenden Ergebnisse werden für die Auswertung der Renormierungsbedingungen in Kapitel 3 herangezogen.

Eine Einführung in das zugrundeliegende Konzept von Supersymmetrie ist in den Anhängen F und G zu finden. In den Anhängen H und I wird der Superraum-Formalismus vorgestellt, der in Anhang J bei der Konstruktion supersymmetrischer Eichtheorien Anwendung findet.

In Anhang K sind die im Zuge der in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Rechnungen benötigten Ein-Schleifen-Counterterme explizit angegeben.

Das MSSM-Modellfile mit dem vollständigen Satz an Ein-Schleifen-Countertermen sowie die zusätzlichen Kinematik-Module werden in naher Zukunft unter <http://www.feynarts.de> öffentlich verfügbar sein. Eine Publikation hierzu ist in Vorbereitung.

Sämtliche Programme und Datenfiles können auch direkt beim Autor angefordert werden.¹

¹email: dissertation@thomas-fritzsche.de

Kapitel 1

Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell

1.1 Standardmodell

Alle Phänomene der Teilchenphysik, die bislang bei den an heutigen Beschleunigern erreichbaren Energien beobachtet wurden, lassen sich mit Hilfe des Standardmodells der Elementarteilchenphysik zutreffend beschreiben. Das Standardmodell [2, 3, 4, 5] ist eine Eichtheorie mit spontan gebrochener Eichsymmetrie, deren zugehörige nichtabelsche Eichgruppe aus dem direkten Produkt

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_W \otimes U(1)_Y \quad (1.1)$$

besteht. Die Eichgruppe $SU(3)_C$ liegt dabei der Quantenchromodynamik – der Theorie der starken Wechselwirkung – zugrunde, während das Produkt $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ die Struktur der zur elektroschwachen Kraft zusammengefaßten schwachen und elektromagnetischen Kräfte widerspiegelt.

Die experimentell beobachteten Elementarteilchen werden gemäß ihrer Wechselwirkungen in folgender Weise gruppiert:

- Die Leptonen Elektron, Myon, Tau und die zugehörigen Neutrinos

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R.$$

- Die Quarks Down, Up, Strange, Charm, Bottom, Top

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, d_R, u_R, s_R, c_R, b_R, t_R.$$

Alle Quarks besitzen eine zusätzliche Quantenzahl, die drei Werte annehmen kann. Diese bezeichnet man mit den Farben Rot, Grün und Blau.

- Die Vektorbosonen Photon, Z- und W-Bosonen und Gluonen.

Die fundamentalen Bausteine der Materie – Leptonen und Quarks – sind Fermionen mit Spin $\frac{1}{2}$ und treten in drei gleichartigen Familien auf. Die linkshändigen Anteile der Fermionen transformieren sich unter der $SU(2)_W$ als Dubletts, die rechtshändigen Anteile als Singuletts. Rechtshändige Neutrinos wurden bisher lediglich indirekt in Neutrino-Oszillationsexperimenten beobachtet. Da sämtliche Kopplungen der Standardmodell-Felder an rechtshändige Neutrino-Anteile proportional zu deren offenbar sehr kleinen Massen sind, können rechtshändige Neutrinos zumindest approximativ vernachlässigt werden und fehlen deshalb in obiger Aufstellung. Die Massen der Materieteilchen sind im Rahmen des Standardmodells unkorreliert.

Die Masseneigenzustände der Eichfelder sind Vektorbosonen mit Spin 1 und vermitteln drei der vier Elementarkräfte: Das Photon überträgt die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen. Die Gluonen vermitteln die starke Wechselwirkung zwischen den Quarks. W- und Z-Bosonen übertragen die schwache Wechselwirkung zwischen den oben aufgeführten $SU(2)_W$ - Multipletts: Alle Fermionen wechselwirken mit dem ungeladenen Z-Boson, während W-Bosonen Übergänge innerhalb der linkshändigen Dubletts induzieren, aber nicht an die rechtshändigen Singuletts koppeln. Über dieses unterschiedliche Verhalten der links- und rechtshändigen Komponenten der Materiefelder wird die experimentell beobachtete Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung in das Standardmodell implementiert.

Konstruktionsbedingt sind *alle* Eichbosonen in einer Theorie mit ungebrochener Eichsymmetrie notwendigerweise masselos. Um den beobachteten nichtverschwindenden Massen der W- und Z-Bosonen Rechnung zu tragen ohne die Eichinvarianz der Theorie *explizit* zu brechen, postuliert das Standardmodell die Existenz eines zusätzlichen skalaren Higgsfeldes. Der Selbstwechselwirkungsterm jenes Feldes – das Higgspotential – sorgt je nach Parameterwahl für einen endlichen Vakuumerwartungswert. Dieser Higgsmechanismus [19] bewirkt, daß die $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ - Symmetrie spontan gebrochen ist, und alle an das Higgsfeld koppeln- den Teilchen, insbesondere W- und Z-Bosonen, massiv werden. Das Photon bleibt aufgrund der remanenten $U(1)_Q$ - Symmetrie masselos, ebenso die Gluonen, deren zugrundeliegende $SU(3)_C$ - Symmetrie vom Higgsmechanismus nicht angetastet wird.

Das Higgsboson ist das einzige Standardmodell-Teilchen, das bislang nicht experimentell nachgewiesen werden konnte. Man erklärt dies durch seine relativ große Masse.

1.2 Granum Salis

Ohne jeden Zweifel stehen die theoretischen Vorhersagen des Standardmodells in sehr guter Übereinstimmung mit experimentellen Befunden [20, 21, 22, 23]. Dennoch sind einige offene Fragen und subtile Problematiken zu verzeichnen, die ihre Auflösungen zum Teil im Konzept der in Abschnitt 1.3 vorgestellten Supersymmetrie finden könnten:

- Zum einen beschränkt sich die deskriptive Kraft des Standardmodells lediglich auf die starke, die schwache und die elektromagnetische Kraft. Die vierte fundamentale Wechselwirkung in der Natur – die Gravitation – ist bei den an heutigen Teilchenbeschleunigern relevanten Energieskalen um viele Größenordnungen schwächer als die anderen Kräfte und wird deshalb im Rahmen des Standardmodells vollständig vernachlässigt. Makroskopisch wird die Gravitation durch die Allgemeine Relativitätstheorie [24] beschrieben, während eine konsistente Quantentheorie der Gravitation zur Zeit noch nicht verfügbar ist.

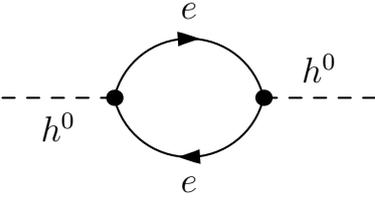
- Generell wird das Standardmodell heutzutage als die Niederenergie-Approximation einer bisher noch unbekannteren grundlegenden Theorie angesehen, in der die Gravitation zusammen mit der starken und der elektroschwachen Kraft in der Nähe der Planck-Skala $M_{\text{Planck}} = 1/\sqrt{G_{\text{Newton}}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV}$ vereinheitlicht beschrieben wird.

Ein erster Schritt hin zu einer solchen allumfassenden Theorie führt zum Begriff der *Großen Vereinheitlichung*: Ausgehend von der Hypothese, daß die drei Eichgruppen des Standardmodells Untergruppen einer einzigen gemeinsamen – bei sehr hohen Energieskalen ($M_X \simeq 10^{15} \text{ GeV}$) spontan gebrochenen – Eichgruppe sind, versucht man, die Struktur $SU(3)_C \otimes SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ in eine größere Eichgruppe einzubetten.

Legt man die von Georgi und Glashow in [25] vorgeschlagene Eichgruppe $SU(5)$ als derartige Erweiterung zugrunde, so stellt man jedoch fest, daß die laufenden Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, schwachen und starken Kraft nicht genau in einem Punkt aufeinandertreffen, wie man es bei einer vereinheitlichten Theorie eigentlich erwarten sollte. Außerdem liegt die berechnete Vereinheitlichungs-Skala bei lediglich $M_X \approx 10^{14} \text{ GeV}$, so daß die von der $SU(5)$ - Erweiterung vorhergesagte Lebensdauer des Protons kürzer ist, als die experimentell ermittelte untere Schranke, siehe Abb. 1.3 auf Seite 10.

- Weiterhin sieht man sich im Standardmodell mit dem sogenannten Hierarchie-Problem konfrontiert: Die Quarks, Leptonen und Eichbosonen in der Lagrangedichte des Standardmodells sind aufgrund der geforderten Eichinvarianz a priori masselos. Die *physikalischen* Massen dieser Felder sind dann proportional zur elektroschwachen Brechungsskala, die ihrerseits proportional zur Masse des für die Brechung der elektroschwachen Symmetrie verantwortlichen skalaren Higgsfelds ist. Der Kern des Hierarchieproblems besteht nun darin, daß Skalarfelder – anders als Fermionen und Eichfelder – durch keinerlei Symmetrie des Standardmodells davor bewahrt werden, via quadratisch divergenter Quantenkorrekturen große „nackte“ Massen zu erhalten, vgl. Abb. 1.1. Aus diesem Grund erscheint es unnatürlich, daß die typische Energieskala der Higgs-Masse und damit auch die aller anderen Massen bei einigen hundert GeV liegt und *nicht* in Nähe der Planck-Skala.

- Schließlich besitzt das Standardmodell als mögliche Konstituenten der in der Kosmologie so wichtigen Dunklen Materie lediglich die Neutrinos, während in supersymmetrischen Theorien zusätzlich Neutralinos – siehe Abschnitt 1.4.10 – in dieser Hinsicht in Frage kommen.



$$\begin{aligned} & \propto \int_{k^0 < \Lambda} d^4 k \frac{1}{\not{p} + \not{k} - m_e} \frac{1}{\not{k} - m_e} \\ & \approx \int_0^\Lambda k dk \propto \Lambda^2 \end{aligned}$$

Abbildung 1.1: Fermionisches Diagramm zur Higgs-Selbstenergie auf Ein-Schleifen-Niveau. Der Wert des Diagramms hängt quadratisch vom Abschneideparameter Λ im Impulsraum ab.

1.3 Supersymmetrie

Nach einem Theorem von Coleman und Mandula [26] entspricht die allgemeinste Lie-Algebra von Symmetrie-Generatoren, die mit der S -Matrix¹ einer physikalisch sinnvollen Theorie vertauschen, gerade dem direkten Produkt einer inneren kompakten Symmetriegruppe mit der Poincaré-Gruppe aus Anhang F. Unter einer inneren Symmetrie versteht man dabei eine Transformationsgruppe, deren sämtliche Generatoren mit allen Poincaré-Generatoren vertauschen.

Will man zusätzliche Symmetrie-Generatoren einführen, die *nichttriviale* Kommutator-Relationen mit den Poincaré-Generatoren aufweisen, so läßt sich jedoch das Theorem von Coleman und Mandula umgehen, indem man Anti-Vertauschungsrelationen der neuen Generatoren untereinander postuliert, vgl. Anhang G.

Supersymmetrie-Algebra

Dieser Schritt führt hin zur Supersymmetrie: Durch das Hinzufügen fermionischer Supersymmetrie-Generatoren Q zur Poincaré-Algebra (F.13) erhält man eine graduierte Super-Poincaré-Algebra, in der bosonische und fermionische Freiheitsgrade korreliert sind.

Haag, Łopuszński und Sohnius haben in [27] gezeigt, daß sich in physikalischen Theorien diese fermionischen Supersymmetrie-Generatoren entweder unter der $(\frac{1}{2}, 0)$ - oder der $(0, \frac{1}{2})$ - Darstellung der Lorentzgruppe transformieren müssen und deswegen mit $SL(2, \mathbb{C})$ -Spinorindizes versehen werden können. Weiterhin sagt jenes Theorem aus, daß die allgemeinste graduierte Lie-Algebra von Symmetrien der S -Matrix, die mit einer relativistischen Quantenfeldtheorie verträglich ist, von der in (G.5) angegebenen Form sein muß.

In Supersymmetrie-Algebren mit $N \geq 2$ tauchen links- und rechtshändige Fermionanteile gemeinsam als Komponenten von Superfeldern auf und zeigen damit notwendigerweise das gleiche Verhalten unter Eichtransformationen. Vom phänomenologischen Standpunkt aus betrachtet ist deswegen die einfachste Supersymmetrie-Algebra mit $N = 1$ von besonderem Interesse; diese erlaubt später eine zwanglose Implementierung der experimentell beobachteten Paritätsverletzung über ein unterschiedliches Transformationsverhalten von links- und rechtshändigen Fermionanteilen wie im Standardmodell.

In Übereinstimmung mit (G.5) lautet die $N = 1$ - Supersymmetrie-Algebra

$$\begin{aligned}
[P_\mu, Q_\alpha] &= [P_\mu, \bar{Q}^{\dot{\alpha}}] = 0 \\
[M_{\mu\nu}, Q_\alpha] &= +\frac{1}{2} (\sigma_{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta \\
[M_{\mu\nu}, \bar{Q}^{\dot{\beta}}] &= +\frac{1}{2} (\bar{\sigma}_{\mu\nu})^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} \bar{Q}^{\dot{\beta}} \\
[T_r, Q_\alpha] &= -s_r Q_\alpha \\
[T_r, \bar{Q}^{\dot{\alpha}}] &= s_r \bar{Q}^{\dot{\alpha}} \\
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2 (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0
\end{aligned} \tag{1.2}$$

mit den Konventionen aus Anhang G.

¹vgl. Anhang A.1.1.

- Die vorletzte Antikommutator-Relation birgt die wohl erstaunlichste Eigenschaft der Supersymmetrie in sich: Die Verkettung zweier Supersymmetrie-Transformationen führt zu einer Translation in der Raumzeit. Da die lokale Poincaré-Invarianz die Symmetrie ist, die zur Allgemeinen Relativitätstheorie führt, ist damit auch ein Zusammenhang von Supersymmetrie und Gravitation zu erwarten. Theorien mit geeichter, d.h. lokaler Supersymmetrie [6, 28, 29] erfordern in der Tat die Einbeziehung allgemeiner Koordinatentransformationen und damit der Allgemeinen Relativitätstheorie und geben so Anhaltspunkte für eine Quantentheorie der Gravitation.
- Hinsichtlich theoretischer Überlegungen besteht die wahrscheinlich stärkste Motivation für Supersymmetrie jedoch darin, daß sie einen Lösungsansatz für das im letzten Abschnitt erwähnte Hierarchie-Problem an die Hand gibt:

In einer supersymmetrischen Theorie treten skalare bzw. vektorielle Felder zusammen mit Fermionen als Komponenten von Superfeldern auf. Die Forderung nach Invarianz unter supersymmetrischen Eichtransformationen erzwingt dabei gleiche Massen für Skalare und zugehörige Fermionen (s.u.).

Nun sorgt im Falle verschwindender Fermionmassen die chirale Symmetrie dafür, daß fermionische Felder auch unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen exakt masselos bleiben. Nach der elektroschwachen Symmetriebrechung sind die Fermionen zwar massiv, gleichwohl sorgen die Reste der chiralen Symmetrie weiterhin dafür, daß Quantenkorrekturen zu den Fermionmassen klein bleiben. Die Supersymmetrie überträgt diese Eigenschaft gemäß obiger Ausführungen auf die skalaren Partner der Fermionen. Damit sind sämtliche Massen eines supersymmetrischen Modells auf natürliche Weise an die Energieskala der zugrundeliegenden Symmetriebrechung gebunden.

In Einklang mit dieser Überlegung liefert die Supersymmetrie tatsächlich eine elegante Lösung für die Probleme mit den quadratischen Divergenzen [6]: die supersymmetrischen Partnerteilchen liefern zusätzliche Beiträge zu den Ein-Schleifen-Korrekturen, die die quadratisch divergenten Anteile genau kompensieren, siehe Abb. 1.2.

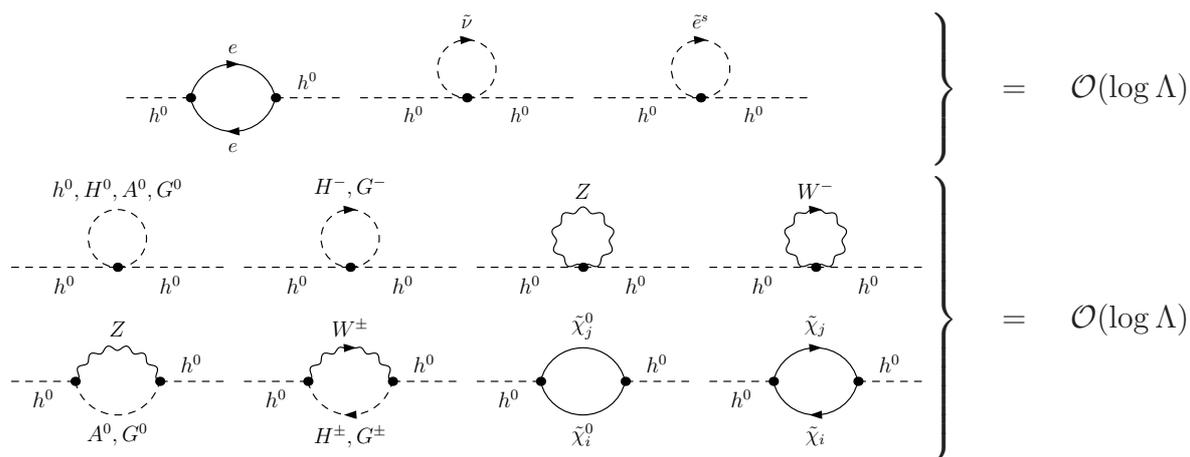


Abbildung 1.2: Im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) [6, 7] kompensieren die oben aufgeführten Sneutrino- und Selektren-Diagramme die quadratischen Divergenzen des Diagramms mit der Elektron-Schleife. Analog dazu werden die quadratischen Divergenzen der Higgs- und Eichboson-Schleifen durch die der Chargino- und Neutralino-Diagramme aufgewogen. Das UV-Verhalten der Summe der jeweiligen Diagramme ist durch $\log \Lambda$ gegeben, wobei Λ der Abschneideparameter im Impulsraum ist, vgl. Abb. 1.1.