

Kapitel 1

Einleitung

Die stetige Weiterentwicklung der Technik basiert seit Beginn der Industrialisierung immer mehr auf den ebenso fortschreitenden Erkenntnissen in der Wissenschaft. Die klassische Elektrodynamik als Teilgebiet der Physik wird heute in weiten Bereichen der Technik angewandt. Durch die 1862 von MAXWELL formulierten *Maxwellschen Gleichungen* [1] gilt sie jedoch als historisch abgeschlossen.

Im Mittelpunkt des wissenschaftlichen Interesses steht daher – auch durch die vermehrte Verfügbarkeit und Leistungsfähigkeit von Rechenmaschinen – die numerische Berechnung elektromagnetischer Felder. Wegen zunehmender Problemkomplexität, Miniaturisierung und der Verwendung immer höherer Frequenzen ist die Computersimulation nicht zuletzt auch aus Kostengründen aus vielen Gebieten der heutigen industriellen Entwicklung nicht mehr wegzudenken. Auch Bereiche, in denen bisher z.B. vereinfachte Faustformeln oder Schaltungssimulationen noch erfolgreich eingesetzt werden konnten, erfordern zunehmend die numerische Berechnung elektromagnetischer Felder. Diese ist zu einem eigenständigen Forschungsbereich der Elektrotechnik geworden, in dem in den letzten Jahrzehnten beachtliche Fortschritte erzielt wurden.

Seit über 20 Jahren haben sich Verfahren etabliert, die auf der 1977 von WEILAND entwickelten *Methode der Finiten Integration* (*FIT*¹) [9] basieren. Diese Methode überträgt die Maxwellschen Gleichungen in konsistenter Weise auf den diskreten Gitterraum und macht sie damit direkt für digitale Rechenmaschinen erfassbar. Entscheidend ist, dass dabei alle wesentlichen Erhaltungssätze der klassischen Elektrodynamik implizit erfüllt werden.

Eine wesentliche Erweiterung der Methode der Finiten Integration stellt seit einigen Jahren die *Technik beliebig teilgefüllter Zellen* (*PFC*²) nach THOMA [19] dar, die zum Beispiel in der kommerziellen Simulationssoftware CST MICROWAVE STUDIO® [47] eingesetzt wird.

Aus der Methode der Finiten Integration lassen sich anhand der Ansätze der analytischen Feldtheorie verschiedene Verfahren zur numerischen Lösung elektromagne-

¹FIT: zu englisch **F**inite **I**ntegration **T**echnique

²PFC: zu englisch **P**artially **F**illed **C**ells

tischer Feldprobleme sowohl in der Statik, als auch für zeitlich langsam und schnell veränderliche Felder im Frequenz- und Zeitbereich ableiten.

Allen diesen Lösungsverfahren ist gemein, dass sie als Ergebnis Werte an diskreten Punkten oder in diskreten Bereichen liefern. Werden Werte dazwischen oder außerhalb gewünscht, müssen dem Lösungsverfahren noch weitere Berechnungen wie Interpolation oder Extrapolation nachgelagert werden. Weiterhin liefern die Lösungsverfahren zunächst nur die Feldlösungen. Auch abgeleitete Größen wie z.B. Güten und Verlustleistungen müssen bei Bedarf nachgelagert berechnet werden.

Diese Arbeit behandelt zum einen die Interpolation von elektromagnetischen Feldwerten, die den verschiedenen, auf FIT mit PFC basierenden Lösungsverfahren mit dem Hauptzweck der grafischen Darstellung nachgelagert wird. Zum anderen wurden im Rahmen dieser Arbeit Vorgehensweisen zur Berechnung von Verlusten an Grenzflächen zwischen Nichtleitern und sehr gut elektrisch leitenden Materialien vorgeschlagen, die ebenso im Anschluß an die verschiedenen Lösungsverfahren angewandt werden.

Die zu beiden Themenbereichen entwickelten und implementierten Verfahren wurden und werden unter anderem in CST MICROWAVE STUDIO[®] verwendet, welches mittlerweile zu den weltweit führenden Computerprogrammen zur Simulation dreidimensionaler elektromagnetischer Felder gehört. Daher musste bei der Entwicklung besonderer Wert auf Robustheit, Effizienz und Allgemeingültigkeit gelegt werden.

Überblick

Auf diese Einleitung folgt zunächst in einem *Grundlagenkapitel* eine kurze Darstellung der in dieser Arbeit verwendeten Begriffe und Theorien aus der klassischen Elektrodynamik sowie eine Einführung in die Methode der Finiten Integration und in die Technik beliebig teilgefüllter Zellen.

Anschließend wird im dritten Kapitel auf die Erzeugung und Verarbeitung *vereinfachter Modellgeometriedaten* eingegangen, deren Verwendung in CST MICROWAVE STUDIO[®] aus Effizienzgründen erforderlich ist. Die Entwicklung der zugehörigen Datenstrukturen und Algorithmen war mit einer wesentlichen Voraussetzung für das Entstehen der vorliegenden Arbeit.

Das vierte Kapitel beschreibt dann die Entwicklungen zur *Feldinterpolation*, wobei ein Schwerpunkt auf die besonders interessanten Grenzflächen zwischen Nichtleitern und perfekt elektrischen Leitern gesetzt wird.

Verfahren zur Berechnung von *Oberflächenverlusten* und den sich daraus ergebenden Gütekwerten werden im fünften Kapitel vorgestellt und in Konvergenzstudien mit Ergebnissen aus herkömmlichen Verfahren und analytischer Rechnung verglichen.

Kapitel 6 bestätigt anhand praxisrelevanter *Anwendungsbeispiele* unter anderem im Vergleich mit Messungen die Zuverlässigkeit der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren.

Die Arbeit schließt im siebten Kapitel mit *Zusammenfassung und Ausblick*.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Klassische Elektrodynamik

2.1.1 Maxwellgleichungen

Die Grundlage der klassischen Elektrodynamik bilden die im Jahre 1862 von James Clerk Maxwell (1831-1879) formulierten sogenannten *Maxwellschen Gleichungen*. Durch sie lassen sich alle makroskopischen elektrodynamischen Vorgänge deduktiv behandeln.

Sie verknüpfen *elektrische Feldstärke* \vec{E} , *dielektrische Verschiebung* \vec{D} , *magnetische Feldstärke* \vec{H} , *magnetische Flussdichte* \vec{B} und *elektrische Stromdichte* \vec{J} .

Die Maxwellschen Gleichungen lassen sich sowohl integral als auch differenziell darstellen. Durch Anwendung der Integralsätze von Gauss und Stokes lassen sich die beiden Darstellungsformen ineinander überführen.

Für ruhende Medien lauten die Maxwellschen Gleichungen

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad \Leftrightarrow \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.1a)$$

$$\oint_{\partial A} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \right) \cdot d\vec{A} \quad \Leftrightarrow \quad \text{rot } \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (2.1b)$$

$$\oint_{\partial V} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \, dV \quad \Leftrightarrow \quad \text{div } \vec{D} = \rho, \quad (2.1c)$$

$$\oint_{\partial V} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{div } \vec{B} = 0. \quad (2.1d)$$

In der integralen Darstellung sind A und V beliebige Flächen bzw. Volumina mit den Berandungen ∂A und ∂V . Die Feldgrößen \vec{E} , \vec{D} , \vec{H} , \vec{B} , \vec{J} und die *elektrische Raumladungsdichte* ρ sind im allgemeinen Fall abhängig von Ort und Zeit.

Die Stromdichte in Gleichung 2.1b setzt sich im allgemeinen aus drei Teilen zusammen. Zum einen wird die *Leitungsstromdichte* \vec{J}_L in leitfähigen Materialien durch das elektrische Feld hervorgerufen.

Außerdem entsteht die *Konvektionsstromdichte* \vec{J}_k aufgrund von geladenen Teilchen, die durch elektromagnetische Kräfte bewegt werden. Schließlich kommt bei der Modellbildung oft noch eine *eingeprägte* Stromdichte \vec{J}_e hinzu, die von elektromagnetischen Feldern im modellierten Bereich unabhängig ist.

$$\vec{J} = \vec{J}_L + \vec{J}_k + \vec{J}_e. \quad (2.2)$$

2.1.2 Materialgleichungen

Die Maxwell'schen Gleichungen gelten unabhängig von den Materialeigenschaften des beschriebenen Raumes. Die Verknüpfungen zwischen den Feldstärken und jeweiliger Verschiebungs-, Fluss- bzw. Leitungsstromdichte stellen die *Materialgleichungen* dar.

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{E}, \vec{r}, t), \quad (2.3a)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) + \mu_0 \vec{M}(\vec{H}, \vec{r}, t), \quad (2.3b)$$

$$\vec{J}_L(\vec{r}, t) = \vec{J}_L(\vec{E}, \vec{r}, t). \quad (2.3c)$$

Diese Darstellung zeigt zum einen den Anteil des auch im Vakuum vorhandenen Zusammenhangs der Größen und zum anderen den Einfluss allgemeiner Materialien, für dessen Beschreibung die *Polarisation* \vec{P} und die *Magnetisierung* \vec{M} definiert werden.

Die Materialeigenschaften werden klassifiziert nach *anisotrop*, *nichtlinear*, *zeitabhängig* und *frequenzabhängig*, wobei diese auch in Kombination auftreten können. Die Materialverteilung ist im allgemeinen Fall *inhomogen*.

Im Rahmen dieser Arbeit werden jedoch ausschließlich lineare, zeit- und frequenzunabhängige Materialien ohne permanente Magnetisierung oder Polarisation behandelt. Hierfür lassen sich die Gleichungen mit der *Permittivität* $\vec{\varepsilon}$, der *Permeabilität* $\vec{\mu}$ und der *Leitfähigkeit* $\vec{\kappa}$ vereinfacht darstellen:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{\varepsilon}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (2.4a)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{\mu}(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t), \quad (2.4b)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \vec{\kappa}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t). \quad (2.4c)$$

Die Tensoren $\vec{\varepsilon}$, $\vec{\mu}$ und $\vec{\kappa}$ können unter anderem richtungsabhängige Skalierungen oder Drehungen der Felder im Raum verursachen und haben Formen wie

$$\vec{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \alpha_{zz} \end{pmatrix} \quad \vec{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix} \quad \vec{\alpha}_3 = \alpha. \quad (2.5)$$

Materialien mit Tensoren wie $\vec{\alpha}_2$, die nur auf ihren Hauptdiagonalen Werte ungleich Null besitzen, heißen *diagonal anisotrop*. Für *isotrope* Materialien ($\vec{\alpha}_3$) können die Tensoren durch Skalare ersetzt werden. In dieser Arbeit werden nur diagonal anisotrope und isotrope Materialien behandelt.

2.1.3 Stetigkeitsbedingungen an Grenzflächen

Grenzen wie in Abb. 2.1 zwei Materialien A und B an einer Fläche mit der Oberflächennormalen \vec{n} aneinander, so existieren Bedingungen für die Stetigkeit der Feldgrößen auf dieser Fläche. Diese Bedingungen lassen sich durch lokale Betrachtungen aus den Maxwell'schen Gleichungen herleiten [4, 3].

$$\vec{n} \times (\vec{E}_B - \vec{E}_A) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E}_{Bt} = \vec{E}_{At}, \quad (2.6a)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_B - \vec{H}_A) = \vec{J}_F \quad \Leftrightarrow \quad \vec{H}_{Bt} = \vec{H}_{At} - \vec{n} \times \vec{J}_F, \quad (2.6b)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D}_B - \vec{D}_A) = \sigma_F \quad \Leftrightarrow \quad D_{Bn} = D_{An} + \sigma_F, \quad (2.6c)$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_B - \vec{B}_A) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad B_{Bn} = B_{An}. \quad (2.6d)$$

Zur Erfüllung der Bedingungen wird auf perfekt elektrisch leitfähigen Materialien (PEC¹) die Einführung idealisierter *Oberflächenströme* \vec{J}_F und *Oberflächenladungen* σ_F erforderlich.

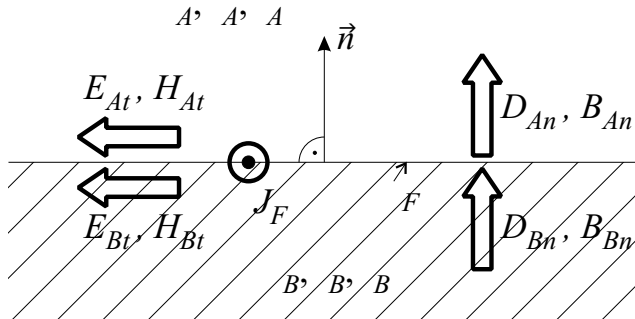


Abbildung 2.1: Feldgrößen an einer Grenzfläche zwischen zwei Materialien A und B .

2.1.4 Oberflächenverluste

Im hochfrequenten Bereich bewirken elektromagnetische Felder an Grenzflächen zwischen Nichtleitern und gut leitfähigen Materialien wie etwa Kupfer einen Strom, dessen Stärke zum Inneren des Leiters hin exponentiell abfällt (Abb. 2.2). Der Strom hat eine dem Jouleschen Gesetz entsprechende Wärmewirkung, man spricht von *Oberflächenverlusten*.

Ist die Dicke des Leiters so groß, dass der Strom bis zur anderen Seite nahezu vollständig abgefallen ist, so kann man sich näherungsweise vorstellen, dass innerhalb einer *äquivalenten Leitschichtdicke* ein konstanter Strom fließt.

¹PEC: zu englisch **p**erfect **e**lectrically **c**onducting

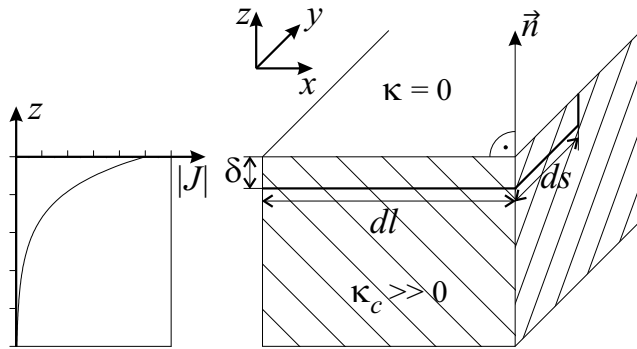


Abbildung 2.2: Oberflächenstrom in äquivalenter Leitschichtdicke.

Die Näherung ist zulässig, wenn die äquivalente Leitschichtdicke wesentlich kleiner ist als die Dicke des Leiters.

Die äquivalente Leitschichtdicke δ hängt sowohl von der Frequenz als auch von Permeabilität μ_c und Leitfähigkeit κ_c des Leiters ab:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_c \omega \kappa_c}} \quad (2.7)$$

Aus Gl. 2.6b folgt wegen der großen Leitfähigkeit näherungsweise

$$\vec{J}_F = \vec{n} \times \vec{H}. \quad (2.8)$$

Damit ist in einem Teilstück der Oberfläche mit der Länge dl und der Breite ds die auftretende Verlustleistung

$$dP_F = |dI|^2 \cdot dR = |\vec{J}_F ds|^2 \frac{dl}{\kappa_c \delta ds}. \quad (2.9)$$

2.1.5 Gütekennwert Q

Neben der Resonanzfrequenz ist die *Güte* als umgekehrtes Maß für die Dämpfung eine wesentliche Kenngröße eines Schwingkreises.

Der *Gütekennwert* Q , oft auch Q -Faktor genannt, ist definiert als das 2π -fache der gespeicherten Energie W bezogen auf die in einem Schwingungszyklus verlorene Energie. Die verlorene Energie pro Zyklus ist die Verlustleistung P_L multipliziert mit der Periode T .

$$Q = 2\pi \frac{W}{T P_L} = \omega \frac{W}{P_L} \quad (2.10)$$

Die Verlustleistung $P_L = P_F + P_V$ setzt sich im allgemeinen Fall zusammen aus den Oberflächenverlusten P_F und den Volumenverlusten P_V in einem Material, mit dem das Resonatorvolumen ganz oder teilweise gefüllt sein kann. Volumenverluste können durch eine geringe elektrische Leitfähigkeit des Füllmaterials, sowie z.B. in Dielektrika wegen der Polarisierung molekularer Multipole oder in Ferriten aufgrund von Ummagnetisierungen [20] auftreten.

2.2 Methode der Finiten Integration

2.2.1 Diskretisierung des Raumes

Um komplexe praktische Probleme der Elektrodynamik mit Computern zu lösen, ist es erforderlich, die in der klassischen Theorie kontinuierlich den unendlichen Raum ausfüllenden Feldgrößen auf eine endliche Anzahl zu begrenzen. Man bildet daher ein räumlich begrenztes Modell und diskretisiert dieses durch Stützstellen, denen Feldkomponenten zugeordnet werden.

2.2.1.1 Verschiedene Diskretisierungsverfahren

Zur Wahl der Anordnung von Stützstellen existieren verschiedene Verfahren. Eine sehr genaue Nachbildung der Modellgeometrie liefert die Zerlegung des Rechenvolumens in Tetraeder. Kartesische und zylindrische Gitter hingegen ermöglichen effizientere Lösungsverfahren, die jedoch ohne Sonderbehandlung Materialgrenzen mit beliebigem Verlauf meist weniger gut approximieren.

Die klassische Formulierung der *Methode der Finiten Integration* (FIT^2) basiert auf koordinatenachsen-parallelen, dual-orthogonalen Gittern, zu denen auch die kartesischen und zylindrischen Gitter gehören.

Möglich sind mit FIT aber auch andere topologisch regelmäßige, z.B. nichtorthogonale Gitter [21] oder topologisch unregelmäßige Diskretisierungen, wie die oben erwähnten Tetraederzerlegungen [14], welche auch meist in der *Methode der Finiten Elemente* [7, 8] eingesetzt werden.

Erweiterungen der Methode der Finiten Integration erlauben beliebig teilgefüllte Zellen [19], durch dünne PEC-Schichten geschnittene Zellen [26] oder auch Untergitter zur lokalen Gitterverfeinerung in begrenzten Bereichen des Rechengebietes [19, 25, 30].

Jedes Diskretisierungsverfahren hat Vor- und Nachteile hinsichtlich der Geometrieapproximation, der Abtastung in Zeit- bzw. Frequenzbereich, des numerischen Aufwands, der numerischen Stabilität und des Implementierungsaufwands.

Hybride Methoden zerlegen das Rechengebiet in gekoppelte Teilgebiete, die jeweils mit dort vorteilhaften Verfahren diskretisiert werden [29].

Die vorliegende Arbeit basiert auf der klassischen Methode der Finiten Integration nach WEILAND [9, 10] auf kartesischen Gittern – im Folgenden Standard-FIT genannt – und deren in Abschnitt 2.2.7 kurz dargestellten Erweiterung um die *Technik beliebig teilgefüllter Zellen* nach THOMA [19].

2.2.1.2 Klassische FIT-Diskretisierung

Abbildung 2.3 zeigt ein kartesisches Gitter G zur Diskretisierung eines quaderförmigen Rechengebietes. Die Diskretisierung besteht pro Raumrichtung aus n_x , n_y bzw.

²FIT: zu englisch **F**inite **I**ntegration **T**echnique