1 Einleitung

Die Stabilität von Strömungen mit freien Oberflächen spielt in vielen Bereichen der Technik eine wichtige Rolle. So nutzt man beim Zerstäuben eine von Trägheits- und Oberflächenspannungseffekten getriebene Instabilität geschickt aus, um Tropfen einer möglichst engen Größenverteilung zu erzeugen. Der in Tintenstrahldruckern verwendeten Tinte werden gezielt hochmolekulare Substanzen beigemischt, welche die Bildung der bei der Tropfenablösung üblicherweise entstehenden Satellitentropfen verhindert. Beim Faserspinnen sind Instabilitäten unerwünscht, da sie zum Faserabriß führen können. In Strangentgasungsapparaten wird nur wirkungsvoll entgast, solange die Stränge stabil bleiben. Die zuletzt genannte Problemstellung gab den Anstoß zu der hier vorliegenden Arbeit.
Strangentgaser werden sehr häufig zur Restentgasung von Polymerschmelzen oder -lösungen eingesetzt. Durch Voreindampfung wird der Anteil flüchtiger Spezies vor Eintritt in den Strangentgaser bereits auf wenige Prozent reduziert, um dort auf die zulässige Endkonzentration gebracht zu werden. Monomere und Lösungsmittel sind häufig toxisch oder kanzerogen, weshalb strenge Auflagen für deren Restgehalt im fertigen Kunststoff gelten. Flüchtige Bestandteile sind nicht nur gesundheitsschädlich, sie verschlechtern auch häufig die mechanischen und optischen Eigenschaften der Kunststoffe.
In einem Strangentgaser tritt eine Polymerschmelze oder -lösung durch eine Düsenlochplatte von oben in einen lotrechten evakuierten zylindrischen Behälter von einigen Metern Höhe ein. Aus der Lochplatte treten einzelne Flüssigkeitsstränge von wenigen Millimetern Durchmesser aus, die unter Wirkung der Schwerkraft stark verstreckt werden. Für den Stofftransport, den für die Entgasung relevanten Vorgang, ist dabei von entscheidender Bedeutung, daß die Stränge nicht abreißen. Bleiben die Stränge stabil, so hängt der Stofftransport in axialsymmetrischen Strängen nur noch von der Stranglänge und dem Volumenstrom pro Loch respektive der Austrittsgeschwindigkeit ab [BROD, 1998]. Die Stränge verjüngen sich entlang des Fallweges, d.h. die Diffusions-

wege werden kürzer. Gleichzeitig wächst jedoch die Stranggeschwindigkeit, was die Aufenthaltszeit des Strangs verkürzt. Diese beiden Effekte heben sich gerade auf. Der Stofftransport im sich verjüngenden Strang ist identisch mit dem in einem starren Zylinder, der mit der Austrittsgeschwindigkeit und dem konstanten Austrittsquerschnitt durch den Apparat bewegt wird. Die Endkonzentration der flüchtigen Spezies ist dabei umso geringer, je größer die Verweilzeit dieses fiktiven starren Zylinders im Apparat, mithin, je kleiner die Austrittsgeschwindigkeit aus der Lochplatte ist.
Reißt der Strang unterwegs ab, so wird die Erhöhung der Fallgeschwindigkeit infolge der Schwerkraft nicht mehr durch die Verjüngung des Strangs kompensiert, wodurch der Stofftransport erheblich beeinträchtigt ist. Der unterhalb der Abrißstelle liegende Apparatebereich ist für die Entgasung praktisch wirkungslos. Ein Strangabriß ist folglich für einen effektiven Betrieb eines Strangentgasers zu verhindern.
Stränge können durch verschiedene Mechanismen instabil werden und zerfallen. Stets anwesend ist die von RAYLEIGH [1878] erstmals theoretisch beschriebene kapillare Instabilität. Langwellige Störungen wachsen aufgrund der Oberflächenspannung entlang des Fallweges an und führen irgendwann zum Zerfall des Strangs in Tropfen. Sehr hohe Viskosität und die verstreckende Wirkung der Schwerkraft verringern die Wachstumsrate der Störungen im Vergleich zum niederviskosen zylindrischen Strang sehr stark und führen zu Zerfallslängen aufgrund der RAYLEIGH-Instabilität von mehreren hundert Metern. Da in Strangentgasungsapparaten hauptsächlich sehr zähe Flüssigkeiten verarbeitet werden, spielt diese Instabilität dort eine untergeordnete Rolle.

Eine globale Instabilität läßt den gesamten Strang instabil werden und tritt bei gegebenem Düsenquerschnitt nach Unterschreiten eines kritischen Volumenstromes auf. Im Gegensatz zur konvektiven Instabilität, die zum Anwachsen von Störungen entlang des Fallweges führt, wachsen bei der globalen Instabilität Störungen an jeder vertikalen Position mit der Zeit an. Diese Instabilität wurde bislang nur an niederviskosen Strängen im trägheitsdominierten Bereich untersucht [LEIB und GOLDSTEIN, 1986b; LE DIZÈS, 1997].
Treten hochviskose Stränge sehr langsam aus einer runden Düse aus, so weisen sie zunächst einen viskos dominierten Bereich auf, der weiter stromab in einen trägheitsdominierten Bereich übergeht. Die globale Stabilität solcher Stränge wurde in der Literatur bislang nicht behandelt. Genau dieser Fall ist

aber für das Verhalten der Stränge im Strangentgaser relevant.
Er wird in dieser Arbeit für Newtonfluide, nichtlinear viskose Fluide und viskoelastische Fluide theoretisch behandelt. Dies ist erheblich schwieriger als im Falle des trägheitsdominierten Strangs oder im Falle eines Strangs im schwerefreien Raum. Dort kann für eine Stabilitätsanalyse zumindest lokal von einer Zylindergeometrie des Strangs und damit von einer konstanten Grundlösung ausgegangen werden. Die Stabilitätsanalyse erfordert dann die Lösung eines algebraischen Eigenwertproblems. Im hier behandelten Fall muß die stark ortsabhängige Grundlösung numerisch beschafft werden. Die Stabilitätsanalyse führt auf ein Eigenwertproblem mit gewöhnlichen Differentialgleichungen, oder es müssen die partiellen Störddifferentialgleichungen simuliert werden.
Um die Theorie zu überprüfen, werden Experimente mit Newtonschen und viskoelastischen Modellflüssigkeiten durchgeführt.

Im folgenden Kapitel werden die für das Verständnis dieser Arbeit wichtigsten physikalischen und mathematischen Grundlagen erläutert und Instabilitäten beschrieben, die in einem axialsymmetrischen Flüssigkeitsstrang auftreten können. Das eindimensionale Modell zur Beschreibung schlanker schweregetriebener Stränge wird in Kapitel 3 vorgestellt und auf Newtonfluide angewandt. Im selben Kapitel werden die stationären Eigenschaften Newtonscher Stränge, deren lineares Stabilitätsverhalten und nichtlineare Simulationen besprochen. Kapitel 4 und 5 behandeln die lineare Stabilitätstheorie und die stationären Eigenschaften nichtlinear viskoser Stränge und viskoelastischer Stränge. Der Versuchsaufbau und die verwendeten Materialien sind in Kapitel 6 beschrieben, gefolgt von den experimentellen Ergebnissen in Kapitel 7. Dort wird auch ein Vergleich mit verwandten Stabilitätsproblemen angestellt. Die wesentlichen im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse werden in Kapitel 8 zusammengefaßt.

2 Grundlagen und Stand des Wissens

2.1 Instabilitäten in axialsymmetrischen Flüssigkeitssträngen

In axialsymmetrischen Flüssigkeitssträngen können eine Reihe von Instabilitäten beobachtet werden, wobei deren Auftreten von den Randbedingungen und den Eigenschaften der Flüssigkeit abhängt.

2.1.1 Kapillare Instabilität

In der wissenschaftlichen Literatur wird die Bildung von Tropfen erstmalig in einem Buch über die Bewegung von Flüssigkeiten von MARIOTTE [1686] beschrieben. Er stellt fest, daß ein Wasserstrahl, der durch ein Loch im Boden eines Gefäßes entweicht, in Tropfen zerfällt, vermutet jedoch die Schwerkraft oder andere Massenkräfte als Ursache. SAVART [1833] legt das Fundament für ein besseres Verständnis des Zerfalls flüssiger Stränge. Er stellt fest, daß Strangzerfall unabhängig von der Lage der Strangachse zur Gravitationsrichtung, unabhängig von der gewählten Flüssigkeit und unabhängig von Radius oder Geschwindigkeit des Strangs auftritt. Es muß sich dabei also um eine inhärente Eigenschaft der Bewegung von Flüssigkeit handeln. Desweiteren stellt er fest, daß die Instabilität von minimalen Störungen herrührt, die dem Strang am Düsenaustritt aufgeprägt werden. Obwohl die Oberflächenspannung bereits einige Jahre zuvor entdeckt wurde [DE LAPLACE, 1805; YOUNG, 1805], erkannte er sie nicht als Quelle der Instabilität. PLATEAU [1849] zeigte, daß langwellige Störungen die Oberfläche verkleinern und deshalb von der Oberflächenspannung bevorzugt werden. Sinusförmige Störungen sind demnach instabil, wenn die Wellenlänge der Störung größer als der Umfang eines zylindrischen Strangs ist. Dies kann durch eine einfache statische Überlegung gezeigt werden. Einem zylindrischen Strang mit Radius r_0^* sei eine axialsym-

metrische Störung $\Delta r^* = \Delta r_0^* \cos(2\pi x^*/\lambda^*)$ der Wellenlänge λ^* überlagert. Betrachtet man nur die in Δr^* linearen Glieder, so erhält man für die von der Störung hervorgerufene Druckänderung

$$\Delta p^* = -\gamma \left(\frac{\Delta r^*}{r_0^{*2}} + \frac{\mathrm{d}^2 \Delta r^*}{\mathrm{d}x^{*2}} \right) = -\frac{\gamma\, \Delta r^*}{r_0^{*2}} \left(1 - \left(\frac{2\pi r_0^{*2}}{\lambda^*} \right)^2 \right). \tag{2.1}$$

Für $\lambda^* > 2\pi r_0^*$ nimmt der Druck in Wellenbergen ($\Delta r^* > 0$) ab und in Wellentälern ($\Delta r^* < 0$) zu, dies verstärkt die Störung und entspricht einem instabilen Zustand. Bei kleineren Wellenlängen geschieht das Umgekehrte.
RAYLEIGH [1878] untersuchte mittels linearer Stabilitätsanalyse theoretisch den Zerfall eines unendlich langen nichtviskosen Flüssigkeitszylinders (Durchmesser d^*) im schwerefreien Raum. Trägheitskräfte wirken der Oberflächenspannung entgegen und verhindern einen axialen Flüssigkeitstransport über lange Strecken. Dadurch wird die Zeitskala $t_b^* = ({d^*}^3 \rho/\gamma)^{1/2}$ des Zerfallsprozesses bestimmt. Sinusförmige axialsymmetrische Störungen mit einer Wellenlänge von $\lambda_{krit}^* = 4.508\, d^*$ weisen die größte Wachstumsrate auf. Eine von PLATEAU unternommene Auswertung der Meßdaten von SAVART liefert $\lambda_{krit}^* \approx 4.38\, d^*$. Diese gute Übereinstimmung ist in Anbetracht der damals verfügbaren Meßtechnik erstaunlich. In einer späteren Arbeit berücksichtigt RAYLEIGH [1892] den Einfluß sehr hoher Viskosität, wobei er den STOKES Fall betrachtet. Die instabilste Wellenlänge wächst durch den Einfluß der Viskosität.
WEBER [1931] und CHANDRASEKHAR [1961] erweitern Rayleighs Theorie, indem sie zur Beschreibung der Strömung die NAVIER-STOKESschen Gleichungen verwenden. Mittels einer linearen Störungstheorie erhält WEBER Anfachungsraten für sinusförmige Störungen in Abhängigkeit der Wellenlänge. Für die instabilste Wellenlänge können Zerfallszeiten angegeben werden. Geht man davon aus, daß die Störung von der Düse ausgeht, und kennt man die Anfangsamplitude der Störung und die Geschwindigkeit des Strangs, so kann man damit Zerfallslängen abschätzen. Durch Vergleich mit Messungen von HAENLEIN [1931] findet WEBER einen Zusammenhang zwischen Düsenradius r^* und Anfangsamplitude δ^* von $\ln(r^*/\delta^*) = 12$. HAENLEIN [1931] findet kürzere Zerfallslängen bei Lufteinfluß. Aufgrund höherer Anströmgeschwindigkeit ist der Luftdruck über Wellenbergen geringer als über Wellentälern, was eine vorhandene Störung verstärkt. In späteren Veröffentlichungen wird experimentell für das Verhältnis $\ln(r^*/\delta^*)$ eine Abhängigkeit von der Ohnesorgezahl $Oh_d = \eta/(\rho d^* \sigma)$ gefunden [VON OHNESORGE, 1936; GRANT und MIDD-