

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	System . . . . .	5
2.1.1	Geometrie . . . . .	5
2.1.2	Kontrollparameter . . . . .	7
2.1.3	Experimentelle Realisierungen . . . . .	7
2.2	Grundgleichungen . . . . .	9
2.2.1	Kontinuitätsgleichung . . . . .	9
2.2.2	Navier-Stokes-Gleichung . . . . .	10
2.2.3	Randbedingungen . . . . .	12
2.2.4	Entdimensionalisierung . . . . .	13
2.3	Hydrodynamische Stabilität . . . . .	15
2.3.1	Bifurkationen . . . . .	15
2.3.2	Störungsgleichungen . . . . .	17
2.3.3	Lineare Stabilitätsanalyse . . . . .	17
2.3.4	Energiestabilitätsanalyse . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Stand der Forschung</b>	<b>21</b>
3.1	Grundzustand . . . . .	22
3.2	Klassifizierung . . . . .	23
3.3	Instabilitäten in engen Spalten . . . . .	24
3.4	Instabilitäten im weiten Spalt . . . . .	31
3.5	Taylor-Wirbel im weiten Spalt . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Numerische Methode</b>	<b>37</b>
4.1	Simulationsverfahren . . . . .	37
4.1.1	Gleichungssystem . . . . .	39

4.1.2	Spektralansatz . . . . .	40
4.1.3	Randbedingungen . . . . .	43
4.1.4	Zeitschrittverfahren . . . . .	45
4.1.5	Nichtlinearitäten . . . . .	47
4.1.6	Symmetrievorgaben . . . . .	49
4.2	Lineare Stabilitätsanalyse . . . . .	49
4.3	Implementierung . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Lineare Stabilität des Grundzustands</b>	<b>53</b>
5.1	Grundzustand . . . . .	53
5.2	Vorgehen . . . . .	56
5.3	Abgrenzung . . . . .	60
5.4	Numerische Auflösung . . . . .	64
5.5	Stabilitätsgrenzen . . . . .	66
5.6	Kritische Wellenzahl . . . . .	73
5.7	Kritische Mode . . . . .	74
5.8	Frequenz . . . . .	77
5.9	Vergleich . . . . .	80
5.10	Dreidimensionale Instabilität im engen Spalt . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Instabilitätsmechanismus</b>	<b>93</b>
6.1	Radial-azimutaler Jet . . . . .	94
6.2	Modell . . . . .	96
6.3	Vergleich . . . . .	98
<b>7</b>	<b>Überkritischer Bereich</b>	<b>103</b>
7.1	Spiralwellen . . . . .	103
7.2	Höhere Übergänge . . . . .	105
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>109</b>
<b>A</b>	<b>Kugelkoordinaten</b>	<b>111</b>
<b>B</b>	<b>Poloidal-toroidale Darstellung</b>	<b>113</b>
B.1	Geschwindigkeit . . . . .	113
B.2	Diffusionsterm . . . . .	114
B.3	Vortizität . . . . .	115
B.4	Stromfunktion . . . . .	116

B.5 Drehmoment . . . . .	116
<b>C Einige Eigenschaften der Entwicklungsfunktionen</b>	<b>117</b>
C.1 Kugelflächenfunktionen . . . . .	117
C.1.1 Definition . . . . .	117
C.1.2 Eigenschaften . . . . .	118
C.2 Tschebyscheff-Polynome . . . . .	119
C.2.1 Definition . . . . .	119
C.2.2 Eigenschaften . . . . .	119
<b>D Notation</b>	<b>121</b>
D.1 Lateinische Symbole . . . . .	121
D.2 Griechische Symbole . . . . .	122
D.3 Kennzahlen . . . . .	123
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>125</b>