1 Einleitung

In verschiedenen Zusammenhängen, zum Beispiel bei Transportproblemen, in der Produktionsplanung, der Energiewirtschaft, der Telekommunikation und bei Finanzfragen, sind Entscheidungen zu treffen, auch wenn bestimmte Einflussfaktoren (noch) ungewiss sind. Ungewissheiten bedeuten fehlende Informationen, die zum Zeitpunkt der Entscheidung gar nicht oder nur unvollständig zur Verfügung stehen. Gewissheit erhalten wir erst in der Zukunft. Bei überschaubaren Fragestellungen mit geringen Unsicherheiten reicht es meist, verschiedene konkrete Annahmen über die unvollständigen Informationen zu treffen und dazu jeweils gute Entscheidungen zu finden. Durch Vergleich der verschiedenen Lösungen lässt sich eine Entscheidung bestimmen, die für alle untersuchten Möglichkeiten in gewisser Weise gut oder optimal ist – vorausgesetzt, es existiert überhaupt eine Entscheidung, die für alle Möglichkeiten zulässig ist.

In vielen Bereichen betrachtet man komplexe Systeme und/oder muss mit großen Informationsunsicherheiten umgehen. Ein simples Durchprobieren möglicher zukünftiger Ereignisse und die Suche nach dazu jeweils im Einzelfall passenden guten Entscheidungen ist nicht mehr praktikabel. Als nicht machbar stellt sich auch das Bestimmen *einer* optimalen Entscheidung für *alle* möglichen Ereignisse dar.

Aus dem Wunsch, auch in solchen unübersichtlichen und vielschichtigen Situationen optimal entscheiden zu können, entspringt die stochastische Optimierung. Sie ist annähernd 50 Jahre alt. Zu ihren Begründern werden Dantzig, Beale, Charnes und Cooper gezählt. Im Jahr 1955 veröffentlichte Dantzig eine Arbeit mit dem Titel „Linear programming under uncertainty“ (Dantzig 1955). Unabhängig davon erschien im selben Jahr die Arbeit „On minimizing a convex function subject to linear inequalities“ von Beale (1955). Beide befassten sich mit der aus heutiger Sicht klassischen zweistufigen linearen Optimierung mit fester Kompensation. Die Grundlage für das *chance-constrained programming* legten Charnes und Cooper (1959).

Bei der Optimierung unter Ungewissheit geht es darum, die konkrete Fragestellung mathematisch zu formulieren (so genannte Modellierung) und Lösungen zu finden, die in einem gewissen, festzulegenden Sinne optimal sind. Dabei werden die Ungewissheiten in geeigneter Weise einbezogen. Dies führt dazu, dass die zu lösenden Probleme enorm groß werden. Allein dadurch sind sie selbst von exzellenten allgemeinen Lösern mathematischer Optimierungsaufgaben kaum oder gar nicht zu bewältigen. Folglich ist es ein wesentliches Arbeitsgebiet innerhalb der stochastischen Optimierung, geeignete Verfahren zu finden, die die großen Probleme überhaupt berechenbar machen. Es gilt, Eigenschaften und Strukturen der Probleme zu untersuchen und sich diese zu Nutze zu machen.

Nun verhält es sich bei anwendungsnahen Fragestellungen so, dass eine exakte mathematische Beschreibung theoretisch zwar meist möglich ist, dies aber zu praktisch nicht oder nur schwer lösbaren Problemen führt (zum Beispiel aufgrund von Nichtlinearitäten). Die Herausforderung besteht darin, Modelle zu finden, die zum einen die Wirklichkeit einschließlich der Unsicherheiten möglichst genau abbilden. Zum anderen sollen die Modelle nach Möglichkeit so geringe Rechenzeiten zur Lösung benötigen, dass die Ergebnisse für die praktische Anwendung ausreichend schnell zur Verfügung stehen. Konkret kommt es darauf an, die Modelle so zu formulieren, dass sie mit dem Ansatz der stochastischen Optimierung harmonieren und geeignete Algorithmen gemäß den gesteckten Zielen (Berechenbarkeit, Lösungszeiten) anwendbar sind. Eine Abwägung zwischen Exaktheit und Berechenbarkeit muss also stets stattfinden.

In dieser Arbeit stellen wir zwei Anwendungen der stochastischen Optimierung aus der Energiewirtschaft vor. Auch viele andere Autoren befassen sich mit der Optimierung unter Ungewissheit auf diesem Themenfeld. Einen aktuellen Überblick über die Anwendungsvielfalt liefern Wallace und Fleten (2003). In Greengard und Ruszczyński (2002) finden sich verschiedene Beiträge zu konkreten Anwendungen.

Im Kapitel 2 werden wir zunächst in die Grundlagen der stochastischen Optimierung einführen. Dabei konzentrieren wir uns auf so genannte zweistufige Probleme. Sie dienen dazu, Situationen zu beschreiben, in denen „Hier und jetzt"-Entscheidungen zu treffen sind. Dann erhalten wir Informationen, die vorher ungewiss waren. Schließlich sind noch kompensierende Entscheidungen möglich. Wir beschreiben kurz einige Lösungsverfahren für diese Problemklasse und stellen eines davon ausführlich vor. Dieses erlaubt, zweistufige stochastische gemischt-ganzzahlige lineare Optimierungsaufgaben zu lösen. Probleme dieser Art bieten leistungsstarke Modellierungsmöglichkeiten bei gleichzeitig vergleichsweise gutem Verständnis der Suche nach optimalen Lösungen. Wir nutzen diesen Algorithmus für die beiden Anwendungen in den nächsten Kapiteln.

Bei der ersten Anwendung (Kapitel 3) geht es um die simultane Optimierung von Stromproduktion und -handel. Als Betreiber eines hydrothermischen Erzeugungssystems haben wir zum einen feste Lieferverpflichtungen und können zum anderen an einer Vortagesbörse handeln. Wir haben eine so große Marktmacht, dass wir Preise und Mengen an der Börse beeinflussen können. Es stellt sich die Frage, wie optimale Gebote (Preis und Menge) aussehen, wenn das Verhalten der anderen Börsenteilnehmer ungewiss ist. Wir wollen dabei unser Erzeugungssystem aus thermischen Einheiten und Pumpspeicherwerken und die damit verbundenen Kosten für Brennstoffe und Anfahrvorgänge berücksichtigen. Sowohl bei der Beschreibung des Handels, als auch bei derjenigen der Produktion treten Nichtlinearitäten auf, für die es angemessene gemischt-ganzzahlige lineare Approximationen zu bestimmen gilt. In dieser Form ist das Problem bisher nur in anderen Konstellationen (ohne Marktmacht oder ohne Anfahrvorgänge oder nur für sehr kurze Zeiten oder nicht als zweistufiges stochastisches Problem) behandelt worden.

Die Kostenminimierung des leitungsgebundenen Erdgastransports bei ungewissem Bedarf ist unsere zweite Anwendung der stochastischen Optimierung und Thema im 4. Kapitel. Die Kosten entstehen bei der Verdichtung des Gases, um dieses durch das Leitungssystem zu transportieren, und durch das Schalten von Systemelementen wie Kompressoren und Ventile. Beim Durchströmen der Rohre verliert das Gas an Druck. Beide Vorgänge (Verdichtung in Kompressoren und Entspannung in den durchströmten Leitungen) sind nichtlinear und müssen durch Näherungen ersetzt werden. Auch hier sind geeignete gemischt-ganzzahlige Beschreibungen zu formulieren. Wegen der langen Transportwege im Vergleich zur Strömungsgeschwindigkeit des Gases sind frühzeitig Entscheidungen über die Fahrweise des Transportsystems zu treffen. Es soll zwar ausreichend Erdgas eingespeist und bereitgestellt werden, aber mit Rücksicht auf die entstehenden Transportkosten nicht eine zu große Menge. Der Bedarf ist allerdings zum Zeitpunkt der Entscheidung ungewiss. Den optimalen Gastransport bei ungewissem Bedarf als zweistufiges stochastischen Problem aufzufassen, ist ein neuer Ansatz.

Zum Abschluss folgt im Kapitel 5 eine Zusammenfassung der Arbeit.

2 Grundlagen der zweistufigen stochastischen gemischt-ganzzahligen linearen Optimierung und Dekompositionsverfahren

2.1 Einleitung

Die stochastische Optimierung lässt sich als Erweiterung der „klassischen" Optimierung auffassen. Letztere behandelt Minimierungs- bzw. Maximierungsprobleme, bei denen alle Eingangsdaten deterministisch sind. Hingegen bezieht man bei der *stochastischen* Optimierung ungewisse Eingangsdaten ein. Typische Beispiele sind Produktionsentscheidungen, die frühzeitig getroffen werden müssen, bevor ein zu befriedigender Bedarf feststeht. Eine andere Quelle der Ungewissheit sind Preisentwicklungen, die Verkaufserlöse oder Herstellungskosten beeinflussen. In der stochastischen Optimierung geht es um die Formulierung eines zufallsbehafteten Optimierungsproblems als mathematisches Modell mit einer geeigneten Zielfunktion und zufälligen Eingangsdaten.

Als Standardwerke zur Einführung und Vertiefung in das mathematische Forschungsgebiet seien hier Birge und Louveaux (1997) sowie Kall und Wallace (1994) genannt. Sowohl Grundlagen als auch aktuelle, vertiefende Kenntnisse verschiedener Gesichtspunkte der stochastischen Optimierung bietet das von Ruszczyński und Shapiro herausgegebene Buch (Ruszczyński und Shapiro 2003). Die *Stochastic Programming Bibliography* ist eine