

Inhaltsverzeichnis

Übersicht der algebraischen Strukturen	9
1 Algebraische Strukturen	10
1.1 Mengen	10
1.2 Gruppen	10
1.3 Ringe	10
1.4 Körper	10
1.5 Vektorräume	11
2 Abbildungen zwischen Strukturen	12
2.1 Homomorphismus	12
2.2 Endomorphismus	13
2.3 Isomorphismus	13
2.4 Automorphismus	13
Analytische Geometrie und lineare Algebra	14
3 Körper	15
3.1 Definition	15
3.2 Folgerungen	16
4 Vektorräume	17
4.1 Punkte und Vektoren	17
4.2 Vektorräume	17
4.3 Untervektorräume	19
4.4 Affine Teilräume	21
4.5 Aufgaben	21
5 Der Dimensionsbegriff	28
5.1 Lineare Unabhängigkeit	28
5.2 Erzeugendensystem	29
5.3 Basis eines Vektorraums	29
5.4 Steinitz'scher Austauschsatz	30
5.5 Dimension eines Vektorraums	30

5.6	Die Dimensionsformel	32
5.7	Lösen einer Grundaufgabe	32
5.8	Aufgaben	33
6	Lineare Abbildungen	37
6.1	Definition und Sätze	37
6.2	Bild und Kern linearer Abbildungen	38
6.3	Verknüpfung linearer Abbildungen	39
6.4	Abbildung der Basisvektoren	42
6.5	Aufgaben	42
7	Linearformen	44
7.1	Definitionen und Sätze	44
7.2	Aufgaben	46
8	Matrizen	48
8.1	Lineare Abbildungen und Matrizen	48
8.2	Rechnen mit Matrizen	50
8.3	Weiteres Definitionen und Sätze	52
8.4	Transformationsformel	53
8.5	Rang einer Matrix	55
8.6	Invertierbare Matrizen	57
8.7	Aufgaben	59
9	Lineare Gleichungssysteme	65
9.1	Lösungsmengen linearer Gleichungssysteme	65
9.2	Aufgaben	68
10	Determinantentheorie	71
10.1	Multilinearformen	71
10.2	Permutationen	72
10.3	Multilinearformen und Permutationen	73
10.4	Determinanten von Endomorphismen	75
10.5	Determinanten von Matrizen	76
11	Determinanten von Matrizen	77
11.1	Rechenregeln und Sätze	77
11.2	Weitere Sätze	79
11.3	Aufgaben	81
12	Eigenwerte und Eigenvektoren	83
12.1	Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren	83
12.2	Weitere Sätze	87
12.3	Eigenräume	87
12.4	Jordansche Normalform	88

12.5 Aufgaben	88
13 Euklidische Geometrie	90
13.1 Skalarprodukt	90
13.2 Definitionen und Sätze	91
13.3 Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren	93
13.4 Normierte Vektorräume	95
13.5 Hessesche Normalform	95
13.6 Vektorprodukt	96
13.7 Aufgaben	97
14 Orthogonale Abbildungen	99
14.1 Definitionen und Sätze	99
14.2 Orthogonale Gruppen	100
14.3 Isometrien und Matrizen	101
14.4 Aufgaben	102
15 Hauptachsentransformation	103
15.1 Selbstadjungte Abbildungen	103
15.2 Hauptachsentransformation	103
16 Teilweise geordnete Mengen	105
16.1 Definitionen und Sätze	105
16.2 Zornsches Lemma	107
16.3 Abbildungen	108
16.4 Aufgaben	108
17 Gruppen	109
17.1 Definitionen und Sätze	109
17.2 Untergruppen	110
17.3 Ordnungen	112
17.4 Normalteiler und Quotientengruppen	113
17.5 Zykelschreibweise	116
17.6 Aufgaben	117
18 Ringe	123
18.1 Definitionen und Sätze	123
18.2 Ideale	124
18.3 Moduln	127
18.4 Aufgaben	129
19 Bilinearformen	136
19.1 Symmetrische Bilinearformen	137
19.2 Orthogonale Gruppen	142
19.3 Alternierende Bilinearformen	145

19.4 Aufgaben	147
20 Quadriken	153
20.1 Beispielaufgaben	153
21 Projektive Geometrie	159
21.1 Definitionen und Sätze	160
21.2 Das Dualitätsprinzip	163
21.3 Projektive Abbildungen	165
21.4 Zentralprojektion	167
21.5 Hauptsatz	167
21.6 Aufgaben	168
22 Tensoralgebra	176
22.1 Das Tensorprodukt	176
22.2 Definitionen und Sätze	178
22.3 Tensoralgebren	179
L Literaturverzeichnis	182
I Index	183