

Inhaltsverzeichnis

Einführung in die Analysis	10
1 Mathematische Schreibweisen	11
2 Beweistechniken	12
2.1 Direkter Beweis	12
2.2 Indirekter Beweis	12
2.3 Vollständige Induktion	13
2.4 Äquivalente Aussagen und Gleichheit	13
2.5 Widerlegen	13
3 Vollständige Induktion	14
3.1 Die Idee	14
3.2 Das Prinzip	14
3.3 Erklärendes Beispiel	15
3.4 Aufgaben	16
4 Mengenlehre und Abbildungen	23
4.1 Grundlegende Definitionen	23
4.2 Geordnete Mengen	24
4.3 Abbildungen	25
4.4 Äquivalenzrelationen	28
4.5 Mächtigkeit	28
5 Natürliche bis komplexe Zahlen	30
5.1 Natürliche Zahlen	30
5.2 Ganze Zahlen	31
5.3 Rationale Zahlen	31
5.4 Reellen Zahlen	31
5.5 Komplexe Zahlen	36
5.6 Aufgaben	38
6 Mathematische Methoden	43
6.1 Gaußsches Eliminationsverfahren	43
6.2 Partialbruchzerlegung (PBZ)	44

6.3	Horner-Schema	45
Eindimensionale Analysis		48
7	Folgen	49
7.1	Konvergente Folgen	49
7.2	Rechnen mit Folgen	53
7.3	Häufungspunkte	55
7.4	Rekursive Folgen	56
7.5	Aufgaben	57
8	Fundamentale Funktionen	64
8.1	Logarithmus	64
8.2	Arkustangens	66
8.3	Exponentialfunktion	68
8.4	Sinus und Cosinus	69
8.5	Sinushyperbolicus und Cosinushyperbolicus	71
8.6	Aufgaben	72
9	Metrische Räume	76
9.1	Definitionen	76
9.2	Metrische Räume und Folgen	77
9.3	Aufgaben	78
10	Reihen	80
10.1	Definitionen und Sätze	80
10.2	Konvergenzkriterien	82
10.3	q-adische Zahlensysteme	83
10.4	Aufgaben	85
11	Stetigkeit	92
11.1	Definitionen und Sätze	92
11.2	Stetigkeit in metrischen Räumen	94
11.3	Stetige Funktionen	95
11.4	Zwischenwertsatz und Umkehrfunktionen	96
11.5	Aufgaben	99
12	Funktionsfolgen	101
12.1	Grenzwert einer Funktion	101
12.2	Konvergenz von Funktionsfolgen	105
12.3	Banachraum und Funktionsfolgen	107
12.4	Aufgaben	108

13 Differentiation	114
13.1 Definitionen und Sätze	114
13.2 Differentiationregeln	116
13.3 Regel von l'Hopital	118
13.4 Mittelwertsatz	118
13.5 Aufgaben	119
14 Integration	124
14.1 Integrationstheorie	124
14.2 Stammfunktion	127
14.3 Rechenregeln	127
14.4 Integrationsregeln	128
14.5 Sätze und Formeln	132
14.6 Uneigentliche Integration	134
14.7 Aufgaben	135
15 Taylorreihen	139
15.1 Definitionen und Sätze	139
15.2 Erklärendes Beispiel	140
15.3 Aufgaben	141
Mehrdimensionale Analysis	144
16 Normierte Räume	145
16.1 Definitionen und Sätze	145
16.2 Hilberträume	147
16.3 Aufgaben	148
17 Topologische Räume	149
17.1 Definitionen	149
17.2 Von der Norm zur Topologie	150
18 Topologie	151
18.1 Offene Mengen	151
18.2 Abgeschlossene Mengen	152
18.3 Beschränkte Mengen	153
18.4 Das Innere und der Abschluß	153
18.5 Hausdorffscher Raum	154
18.6 Zusammenhängende Mengen	154
18.7 Wegzusammenhängende Mengen	155
18.8 Kompakte Mengen	157
18.9 Aufgaben	158

19 Stetige Abbildungen	163
19.1 Definitionen und Sätze	163
19.2 Kartesisches Produkt	164
19.3 Stetige Fortsetzbarkeit	165
19.4 Umkehrabbildung mit mehreren Variablen	166
19.5 Aufgaben	167
20 Normierte Algebren	172
20.1 Definitionen und Sätze	172
21 Differentiation	174
21.1 Partielle Ableitung	174
21.2 Richtungsableitung	175
21.3 Totale Ableitung	176
21.4 Kettenregel	178
21.5 Konvexe Mengen	180
21.6 Mittelwertsatz	182
21.7 Umkehrabbildungen und Differenzierbarkeit	183
21.8 Zusammenfassende Aufgabe	184
21.9 Aufgaben	186
22 Höhere Ableitungen	192
22.1 Zweite partielle Ableitung	192
22.2 Höhere Ableitung	195
22.3 Aufgaben	198
23 Extrema	203
23.1 Lineare Algebra	203
23.2 Lokale Extrema	203
23.3 Extrema mit Nebenbedingungen	205
23.4 Aufgaben	206
24 Taylorreihen	213
24.1 Definitionen und Sätze	213
24.2 Aufgaben	218
25 Implizite Funktionen	220
25.1 Definitionen und Sätze	220
25.2 Differentialgleichungen	221
25.3 Implizite Funktionen	223
25.4 Aufgaben	226

26	Integrationstheorie	229
26.1	Elementarintegrale	229
26.2	Treppenfunktion	230
26.3	Lebesgue Integral	232
26.4	Konvergenzsätze	234
26.5	Rechenregeln	235
26.6	Aufgaben	237
27	Integration	238
27.1	Integrationsregeln	238
27.2	Substitutionsregel	240
27.3	Volumenberechnung im Raum	241
27.4	Parameterintegrale	242
27.5	Aufgaben	244
28	Anhang	250
28.1	Potenzreihen	250
28.2	Wichtige Grenzwerte	250
28.3	Geometrische Reihen	250
28.4	Ableitungen und Stammfunktionen	251
L	Literaturverzeichnis	252
I	Index	253