

Einleitung

Im Jahr 1938 führten Otto Hahn und Fritz Straßmann die erste künstliche Kernspaltung durch. Fünfzehn Jahre später, im Dezember 1953, unterbreitete der damalige Präsident der USA, Dwight D. Eisenhower, der Generalversammlung der Vereinten Nationen erstmalig seine Pläne zur friedlichen Nutzung der Kernenergie. Nach seinen Vorstellungen sollte sie in der Landwirtschaft und der Medizin sowie vor allem zur Stromerzeugung eingesetzt werden. Schon im Jahr 1957 ging das erste kommerzielle Kernkraftwerk in Pennsylvania in Betrieb.

Heute, fünfzig Jahre nach Eisenhowers Rede, sind wesentliche Elemente seiner Vision Realität geworden: Die Kernphysik findet in vielen Bereichen des Alltags, wie z.B. in der Medizin, Archäologie, Landwirtschaft und Industrie, Anwendung. Der Anteil der Kernenergie an der Weltstromproduktion liegt derzeit bei rund 17 Prozent. In mehr als dreißig Ländern befinden sich 438 Reaktoren in Betrieb, und weitere 31 Reaktoren werden gegenwärtig neu gebaut. Von allen Formen der Energiegewinnung ist die Kernenergienutzung heute eine der wirtschaftlichsten. Kernkraftwerke benötigen bei hoher Produktivität nur geringe Mengen an Uran und stoßen kein klimaschädliches Kohlendioxid aus [11, 12]. Diese Fakten belegen, dass die Kernenergie – trotz der Ausstiegspolitik der deutschen Bundesregierung – auch in Zukunft eine wichtige Rolle in der weltweiten Stromversorgung spielen wird.

Das höchste Ziel in einem Kernkraftwerk ist die Sicherheit. Aus diesem Grund sind die Kernkraftwerke im Laufe der Jahre mit immer umfangreicheren Sicherheitssystemen ausgestattet worden: Passive Einrichtungen, wie z.B. Sicherheitsbehälter, dienen zur Entschärfung eines potentiellen Störfalls, und aktive Systeme sollen einen Störfall von vornherein verhindern. Mit moderner Sicherheitsleittechnik wird beispielsweise eine Vielzahl von Betriebsparametern gemessen und hinsichtlich vorgegebener Grenzwerte bewertet. Sobald ein Betriebsparameter in einen kritischen Wertebereich gelangt, lösen die leittechnischen Einrichtungen automatisch Sicherheitsmaßnahmen, wie z.B. die Schnellabschaltung des Reaktors, aus.

Die ursprünglich analoge Sicherheitsleittechnik ist in den letzten Jahren in vielen Kernkraftwerken auf eine digitale Technik umgestellt worden. Bei dieser Digitalisierung hat man sich zunächst auf die Implementierung früher verwendeter Schutzfunktionen beschränkt, obwohl

mit den neuen Systemen die Funktionalität der bisherigen Schutzmaßnahmen erhöht werden könnte. Diese Beschränkung hat den Grund, dass jede Veränderung der Schutzsysteme in einem Kernkraftwerk ein aufwändiges Genehmigungsverfahren erfordert und die Einführung der neuen Technik auf diese Weise von der Lizenzierung neu entwickelter Funktionen entkoppelt werden konnte.

Das Ziel aktueller Forschungsaktivitäten besteht darin, die Vorteile der neuen Digitaltechnik so zu nutzen, dass einerseits die Sicherheit, andererseits aber auch die Effizienz der Kernkraftwerke erhöht wird. In diesem Zusammenhang sind in den letzten Jahren dreidimensionale Kernsimulationsprogramme entwickelt worden, womit die Leistungsdichteverteilung im Reaktorkern unter Einbeziehung des aktuellen Betriebszustands – d.h. des Leistungsniveaus, des Kühlmitteldurchsatzes, der Steuerabstellung usw. – bestimmt werden kann.

Die Leistungsdichte ist eine außerordentlich wichtige Größe für den Kernschutz. Zu ihrer Berechnung ist die Kenntnis der Neutronenflussdichte im Reaktor erforderlich, die mit Hilfe von sogenannter Neutronenflussdetektoren gemessen werden kann. Da die Anzahl dieser Detektoren im Reaktorkern jedoch begrenzt ist, müssen die Neutronenflussdichten in den dazwischen liegenden Bereichen durch Interpolation bzw. Extrapolation ermittelt werden. Bisher wird so verfahren, dass die gemessenen Werte einfach mit einem abbrandabhängigen Faktor multipliziert werden. Dieser Faktor ist so hoch gewählt, dass auch lokale Maxima, die sich zwischen den Detektoren befinden, damit abgedeckt werden und alle sicherheitstechnischen Anforderungen erfüllt werden. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist allerdings, dass hierdurch die Effizienz des Reaktors eingeschränkt wird.

Durch den Einsatz der Kernsimulationsprogramme wird nun versucht, die Verläufe der Neutronenflussdichten zwischen den Detektoren genauer zu bestimmen und auf diese Weise einen situationsabhängigen und effizienteren Reaktorbetrieb zu erreichen. Eine genaue Kenntnis der Neutronenflussdichten verhilft überdies zu einer frühzeitigen Erkennung von anomalen Trends, so dass auch die Sicherheit des Anlagenbetriebs noch weiter erhöht wird.

Die mathematische Grundlage zur Berechnung der Neutronenflussdichten bilden die *Neutronendiffusionsgleichungen in zwei Energiegruppen*. Hierbei handelt es sich um ein gekoppeltes System partieller Differentialgleichungen, das – mit Ausnahme einiger Sonderfälle – analytisch nicht berechnet werden kann. In der Vergangenheit sind daher zahlreiche Verfahren zur numerischen Lösung der Neutronendiffusionsgleichungen entwickelt worden. Obwohl viele dieser Verfahren zu sehr guten Ergebnissen führen, sind sie bisher noch nicht direkt in das Schutzsystem eines Kernkraftwerks integriert worden, sondern sie werden – mit Vereinfachungen – nur in ergänzenden Überwachungseinrichtungen genutzt. Der Grund hierfür ist unter anderem, dass es bislang noch nicht gelungen ist, einen Korrektheitsbeweis für die verwendeten Algorithmen zu führen.

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, die Neutronendifusionsgleichungen mit dem *Wellendigital-Konzept* zu berechnen. Hierbei handelt es sich um ein vielversprechendes Lösungsverfahren, das beispielsweise die folgenden positiven Eigenschaften aufweist:

- Wellendigital-Algorithmen haben bemerkenswerte Stabilitätseigenschaften und verhalten sich bei auftretenden Störungen sehr robust. Dies gilt sowohl für den Idealfall unendlicher Wortlängen als auch für beschränkte Koeffizienten-, Signal- und Speicher-Wortlängen [23].
- Im Jahr 1998 ist es gelungen, einen Korrektheitsbeweis für eine ganze Kategorie von Wellendigital-Algorithmen zu führen [41]. Im Vergleich zu den dort behandelten *ein-dimensionalen* Algorithmen unterscheidet sich der in dieser Arbeit verwendete *mehr-dimensionale* Wellendigital-Algorithmus im Wesentlichen nur dadurch, dass hier neben der Zeitkoordinate auch noch drei Ortskoordinaten als unabhängige Variablen auftreten. Demzufolge sollte es möglich sein, die Korrektheit des Algorithmus zur Berechnung der Neutronendifusionsgleichungen auf eine ähnliche Weise nachzuweisen.
- Die massive Parallelität, mit der Wellendigital-Algorithmen berechnet werden können, lässt sich gut in die dezentrale Multiprozessor-Struktur eines Leittechnik-Systems integrieren. Auf diese Weise kann der Speicherbedarf verteilt und eine kürzere Rechenzeit erzielt werden [40].

Bei der Lösung der Neutronendifusionsgleichungen mit dem Wellendigital-Konzept handelt es sich um eine interdisziplinäre Aufgabe, die Hintergrundwissen sowohl aus der Reaktorthorie als auch aus der Theorie der Wellendigital-Strukturen erfordert. Die meisten Leser dieser Arbeit werden sich wahrscheinlich nicht in beiden Gebieten auskennen, sondern sie werden entweder aus dem Kernkraftbereich stammen oder sich schon einmal mit Wellendigital-Strukturen befasst haben. Um diesen Interessenten – und natürlich auch solchen, die sich weder in dem einen noch in dem anderen Bereich auskennen – die Möglichkeit zu geben, sich das zum Verständnis der Arbeit erforderliche Basiswissen anzueignen, werden im Kapitel 1 zunächst die Grundlagen der Neutronendifusionsgleichungen und anschließend, im Kapitel 2, die Grundlagen des Wellendigital-Konzepts vorgestellt. Hierbei handelt es sich nicht nur um einfache Rekapitulationen bereits bekannter Ergebnisse: Vielmehr ergänzen eigene Ideen, Interpretationen und Herleitungen die bekannten Zusammenhänge zu einer anschaulichen, wohl strukturierten und umfassenden Darstellung. Dadurch, dass bewusst darauf verzichtet worden ist, den Text durch Literaturverweise abzukürzen, werden dem Leser aufwändige Literaturrecherchen in fachfremden Gebieten erspart.

Aufbauend auf den ersten beiden Kapiteln wird das Wellendigital-Konzept im Kapitel 3 auf die Neutronendifusionsgleichungen angewendet. Hierzu ist zunächst eine „Hyperbolisierung“ der

Gleichungen notwendig, d.h. den ursprünglichen Differentialgleichungen werden zeitliche Ableitungsterme hinzugefügt, die den Einsatz des Wellendigital-Konzepts überhaupt erst ermöglichen. Danach wird eine Schaltungsdarstellung des modifizierten Gleichungssystems entworfen, auf deren Basis anschließend die gesuchte Wellendigital-Struktur entwickelt wird. Einen besonderen Schwerpunkt bildet hierbei die Elimination mehrerer verzögerungsfreier gerichteter Schleifen durch eine geschickte Neustrukturierung von Streumatrizen.

Die graphische Spezifikation der Wellendigital-Struktur, die im Kapitel 3 entworfen worden ist, wird im Kapitel 4 systematisch in den gesuchten Algorithmus zur Bestimmung der Neutronenflussdichten umgesetzt. Eine ausführliche Anleitung zur Initialisierung und Randbehandlung sowie Hinweise zur Durchführung eines Korrektheitsbeweises ergänzen dieses Kapitel.

Im Kapitel 5 wird schließlich anhand von Referenzlösungen gezeigt, dass die mit dem Wellendigital-Konzept berechneten Lösungen der „hyperbolisierten“ Neutronendifusionsgleichungen mit den Lösungen der ursprünglichen Gleichungen übereinstimmen. Simulationsergebnisse, die den Verlauf der Neutronenflussdichten im vereinfachten Modell eines Leichtwasser-Reaktors wiedergeben, demonstrieren ebenfalls die Leistungsfähigkeit des entworfenen Wellendigital-Algorithmus.

Kapitel 1

Die Neutronendiffusionsgleichungen

Das Ziel dieser Arbeit ist die numerische Lösung der Neutronendiffusionsgleichungen in zwei Energiegruppen mit dem Wellendigital-Konzept. Um ein besseres Verständnis für die physikalischen Hintergründe dieser Gleichungen zu vermitteln, wird im Abschnitt 1.1 zunächst einmal in anschaulicher Weise auf die kontrollierte Kernspaltung eingegangen. Darauf aufbauend werden im Abschnitt 1.2 die monoenergetische Diffusionsgleichung, die Neutronendiffusionsgleichungen in G Energiegruppen sowie der Spezialfall der Neutronendiffusionsgleichungen in zwei Energiegruppen hergeleitet. Zusammen mit dem Fickschen Gesetz ergibt sich daraus das zu lösende Gleichungssystem. Im Abschnitt 1.3 wird ein Reaktormodell vorgestellt, das trotz starker Vereinfachungen in der Geometrie und Materialzusammensetzung realitätsnah genug ist, um damit später die Leistungsfähigkeit des Wellendigital-Konzepts demonstrieren zu können. Die Übergangs-, Symmetrie-, Rand- und Normierungsbedingungen, welche neben dem oben erwähnten Gleichungssystem erforderlich sind, um das Reaktormodell berechnen zu können, bilden den Inhalt des letzten Abschnitts dieses Kapitels.

1.1 Die kontrollierte Kernspaltung

Trifft ein langsames Neutron auf einen Atomkern des Kernbrennstoffs Uran-235, wird es mit hoher Wahrscheinlichkeit in den Kern aufgenommen. Daraufhin entsteht ein hochangeregter Zwischenkern des Isotops Uran-236, dessen Lebensdauer nur etwa 10^{-14} s beträgt [9]. In ca. 15 Prozent der Fälle geht der Atomkern danach durch Aussenden eines Gammaquants in das langlebige Isotop Uran-236 über. Dieser Vorgang lässt sich durch die folgende Reaktionsgleichung beschreiben:

