Michael Stange (Autor)

Dynamik von Kapillarströmungen in zylindrischen Rohren

https://cuvillier.de/de/shop/publications/2854

Copyright:
Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentzsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany
Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: https://cuvillier.de

1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Dynamik von isothermen Kapillarströmungen in zylindrischen Rohren. Als Antrieb dient die Kapillarkraft an der vorrückenden Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Gas, die durch das Zusammenwirken zwischen der Oberflächenspannung und der Krümmung der Grenzfläche entsteht.

Auf der Erde sind kapillar bedingte Strömungen z.B. beim Löten, bei Druck- und Beschichtungsprozessen, beim Färben von Textilien oder auch beim Eindringen von Flüssigkeiten in einen Schwamm oder ein Vliesgewebe anzutreffen. In der Raumfahrt findet der Kapillareffekt seine Anwendung in Satellitentanks oder in Lebenserhaltungs- und Wärmetransportsystemen. Um Treibstoffe zu positionieren werden in so genannten Oberflächenspannungstanks kapillare Steighilfen eingesetzt, die z.B. aus einfachen Stegen oder Platten bestehen, die senkrecht oder parallel zur Tankwand angebracht werden [54].

Kapillarströmungen in zylindrischen Rohren werden seit etwa 100 Jahren quantitativ untersucht [4, 44]. Auch zur Modellierung von Kapillarströmungen in porösen Medien werden einzelne zylindrische Kapillaren [14, 42, 48], bzw. einzelne nicht-zylindrische Rohre [49, 89] oder auch Systeme aus parallel angeordneten Rohrbündeln [33, 48, 58, 59, 60] betrachtet. Dennoch wird der Vorgang der spontanen Bewegung einer Flüssigkeit mit freier Oberfläche nicht vollständig verstanden. So ist das genaue Zusammenspiel aller beteiligten Effekte bisher nicht im Detail geklärt, da in der Literatur überwiegend der Spezialfall der reibungsdominierten Strömung untersucht wurde.

Die vorliegende Arbeit will daher unter den folgenden drei Gesichtspunkten neue Erkenntnisse zur Dynamik von kapillar induzierten Rohrströmungen liefern:

1. Die Einströmbewegung einer Flüssigkeit in ein zylindrisches Rohr soll auf experimentellem Wege untersucht werden. Ziel ist es, den durch frühere Arbeiten abgedeckten Bereich der charakteristischen Parameter so weit zu erweitern, dass erstmals alle Phänomene nachgewiesen werden können, die den Gesamtvorgang beeinflussen. Hierzu zählen z.B. die anfängliche Entwicklung der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche im Rohr, der dynamische Randwinkel, der Einlaufdruckverlust oder der Schwerkrafteinfluss. Es werden

Experimente sowohl unter Erdschwerkraft als auch unter kompensierter Gravitation im Fallturm Bremen durchgeführt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den Fallturmexperimenten, da diese die genaue Untersuchung der bisher vernachlässigten Einflussgrößen erst möglich machen.

2. Der kapillar induzierte Flüssigkeitsanstieg soll umfassend theoretisch untersucht werden. Da in der Literatur derzeit kein vollständiges Modell existiert, will die vorliegende Arbeit die bestehenden Lücken schließen und den Einfluss aller im Experiment beobachteten Phänomene untersuchen. Ziel ist es, den Steighöhenverlauf im gesamten Parameterbereich exakt zu berechnen. Die Untersuchung des zeitlichen Verlaufs aller Kräfte schafft die Grundlage, den Kapillaranstieg in einzelne Phasen zu unterteilen und hierfür analytisch lösbare Näherungslösungen zu formulieren. Auch die für die Rohrgeometrie bisher nicht eindeutig identifizierten Übergangszeiten, die die einzelnen Phasen voneinander trennen, werden formuliert.

3. Den dritten Schwerpunkt bildet die Validierung der Modellgleichung anhand der umfangreichen Experimentdaten der vorliegenden Arbeit. Ziel ist der Nachweis der Allgemeingültigkeit des Modells sowie die Untersuchung des Einflusses, den die einzelnen Phänomene auf den gesamten Kapillaranstieg haben. Alle modellierten Einflussgrößen werden hierzu variiert und mit Experimentdaten aus dem gesamten Parameterbereich verglichen. Unterstützt werden diese Untersuchungen durch eine Gegenüberstellung der Daten der vorliegenden Arbeit mit den Ergebnissen anderer Autoren.

Der Hauptteil der vorliegenden Arbeit ist in vier Abschnitte gliedert. In Kapitel 2 wird der Stand der Forschung diskutiert, wobei neben den zylindrischen Rohren auch andere Geometrien berücksichtigt werden. Die experimentellen Untersuchungen sowie die Auswertung und Ergebnisse der Experimente sind in Kapitel 3 dokumentiert. Die ausführliche Herleitung des mathematischen Modells für den Kapillaranstieg wird in Kapitel 4 beschrieben. Hier werden auch die numerischen Lösungen der Modellgleichung, die analytischen Näherungslösungen und die Ergebnisse dieser Methoden dargestellt. In Kapitel 5 werden die Ergebnisse der experimentellen und der theoretischen Untersuchungen in dimensionsbehafteter und in dimensionsloser Darstellung verglichen und diskutiert. Nach der ausführlichen Untersuchung der einzelnen Phänomene, die den Kapillaranstieg beeinflussen, erfolgt ein Vergleich mit Daten aus der Literatur. Die Arbeit wird mit einer Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse abgeschlossen.

2 Stand der Forschung

Thema der vorliegenden Arbeit sind Flüssigkeitsströmungen in zylindrischen Rohren, die durch den an der gekrümmten Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Gas (kurz Meniskus) entstehenden Kapillardruck angetrieben werden. Die Kapillardrücke in den hier untersuchten Systemen liegen im Bereich von wenigen Pascal. Unter terrestrischen Bedingungen wirkt kapillar induzierten Strömungen der hydrostatische Druck entgegen. Dadurch sind solche Systeme auf Geometrien mit kleinen Längenskalen beschränkt, die in der Größenordnung der Kapillarlänge $L_\sigma = \sqrt{\sigma / (\rho g)}$ [81] liegen. Bekannte Phänomene sind das Eindringen von Flüssigkeiten in poröse Medien wie es z.B. beim Bedrucken von Papier oder der Benetzung von Textilien vorkommt. Weitere Beispiele sind Löschpapier und Schwämme, die Flüssigkeit in ihre feinporige Struktur saugen.

Wird die Gravitation teilweise oder vollständig kompensiert,[1] wie es in orbitalen Systemen der Fall ist, wird der hydrostatische Druck vernachlässigbar klein und die Kapillarkraft kann zum dominierenden Effekt werden. In Oberflächenspannungstanks, die z.B. in Satelliten eingesetzt werden, können Treibstoffe ausschließlich durch die Wirkung der Kapillarkraft in unterschiedlich ausgeführten Geometrien (Spalt, Nut, Steg) gefördert und positioniert werden [19, 54]. Zusätzliche Pumpen sind hierzu nicht erforderlich. Weitere orbitale Anwendungen sind Lebenserhaltungs- und Wärmetransportsysteme.

Die Gestalt statischer Grenzflächen unter dem Einfluss der Oberflächenspannung ist bereits gut untersucht [38]. Da die Krümmung des Meniskus und der daraus resultierende Drucksprung an der Grenzfläche den Antrieb für die hier untersuchten Strömungen darstellt, wird in Abschnitt 2.1 kurz auf kapillare Grenzflächen eingegangen. Im Anschluss daran wird in Abschnitt 2.2 der Stand der Forschung auf dem Gebiet der kapillar getriebenen Strömungen vorgestellt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Verhalten einer Grenzfläche zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas in Rohren mit zylindrischem Querschnitt. Es wird jedoch auch auf Systeme eingegangen, bei denen andere

[1] Für den Begriff kompensierte Gravitation sind in der Literatur auch die Begriffe Schwerelosigkeit und Mikrogravitation (bzw. μg) gebräuchlich. Schwerelosigkeit wird dann erreicht, wenn die aufgrund der Erdbeschleunigung auf einen Körper wirkende Volumenkraft durch eine entgegen gerichtete Kraft kompensiert wird, die aus der Beschleunigung des Bezugssystems resultiert.

Geometrien oder Grenzflächen zwischen zwei Flüssigkeiten betrachtet werden.

Abschnitt 2.3 ist drei Phänomenen gewidmet, die in der Literatur zu Kapillarströmungen bisher kaum Berücksichtigung fanden. Hierbei handelt es sich um die Entwicklung der Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche zu Beginn des Steigvorgangs, die bei Experimenten in einem Fallturm relevant ist, und den dynamischen Randwinkel, der aus der Vorrückgeschwindigkeit des Meniskus resultiert. Beide Effekte beeinflussen den Meniskus und somit direkt die treibende Kapillarkraft des hier untersuchten Phänomens. Schließlich wird der Einlaufdruckverlust diskutiert, der bei Rohrströmungen mit einem kleinem Verhältnis zwischen Strömungslänge und Rohrdurchmesser von Bedeutung ist. Dies trifft speziell auf Fallturmexperimente zu, bei denen größere Rohrdurchmesser als in Laborexperimenten untersucht werden, deren Experimentdauer jedoch begrenzt ist.

2.1 Kapillare Grenzflächen und Randwinkel

Im Gegensatz zu Gasen, füllen Flüssigkeiten einen zur Verfügung stehenden Raum im Allgemeinen nicht vollständig aus, sondern bilden eine freie Ober- bzw. Grenzfläche [81]. Hierfür sind Kohäsionskräfte zwischen den einzelnen Molekülen der Flüssigkeit verantwortlich, die für deren Zusammenhalt sorgen. Moleküle im Inneren der Flüssigkeit werden allseitig und mit gleichem Kraftbetrag von den benachbarten Molekülen angezogen. An der Grenzfläche wird ein Molekül jedoch nur noch teilweise von gleichartigen Molekülen umgeben und die Anziehungskräfte können sich nicht mehr kompensieren. Als Folge wirkt eine resultierende Kraft auf das Molekül, die ins Innere der Flüssigkeit gerichtet ist [1].

Um ein Molekül aus der Flüssigkeit an die Oberfläche zu bewegen, muss Arbeit gegen diese resultierende Kraft verrichtet werden. Nimmt die Anzahl der Moleküle in der Grenzfläche zu, vergrößert sich diese Grenzfläche entsprechend. Die Arbeit dW, die zur Schaffung neuer Oberfläche dA erforderlich ist, wird definiert durch

$$dW = -\sigma \, dA \,, \tag{2.1}$$

worin σ die Grenz- oder Oberflächenspannung bezeichnet, die als Dimension „Energie pro Fläche“ bzw. „Kraft pro Länge“ hat [1].

An einer gekrümmten, ruhenden Oberfläche bestimmt die Oberflächenspannung σ die Druckdifferenz Δp zwischen Gas und Flüssigkeit gemäß [1]

$$\Delta p = p - p_0 = -\sigma \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right\}. \tag{2.2}$$

Hierin ist p der Druck in der Flüssigkeit, p_0 ist der Druck im Gas und R_1 und R_2 sind die beiden Hauptkrümmungsradien im betrachteten Punkt der Grenzfläche.

Gl. (2.2) folgt aus einer Normalspannungsbilanz und wird im Allgemeinen als Gauss-Laplace-Gleichung bezeichnet. Unter nicht-isothermen Bedingungen bewirken Tangentialspannungen, die durch einen Gradienten der Oberflächenspannung entlang der Grenzfläche entstehen, eine Strömung in der Grenzfläche. Dieses Phänomen ist als Marangoni-Konvektion bekannt [1]. In der vorliegenden Arbeit werden jedoch ausschließlich isotherme Kapillarphänomene betrachtet, wodurch die Stoffwerte als räumlich und zeitlich konstant angenommen werden.

Trifft eine Grenzfläche zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas auf eine feste Wand, bildet sich am Kontaktpunkt zwischen der Tangente der Grenzfläche und dem Festkörper der sogenannte scheinbare, statische Randwinkel γ_s, der sich aus dem Verhältnis von Kohäsions- und Adhäsionskräften ergibt. Jede der drei Grenzflächen (flüssig-gasförmig, fest-gasförmig und fest-flüssig) hat eine bestimmte Grenzflächenenergie (σ, σ_{fg} und σ_{ff}), die nach Young [99] in folgendem Zusammenhang stehen

$$\sigma \cos \gamma_s = \sigma_{fg} - \sigma_{ff} \,. \tag{2.3}$$

Der statische Randwinkel γ_s an der Drei-Phasen-Grenzlinie ist kein konstanter Wert, sondern variiert je nachdem, ob sich die Randlinie vor oder zurück bewegt hat. Dieses Phänomen wird als Randwinkelhysterese bezeichnet und der Rauheit oder Inhomogenität der festen Oberfläche zugeschrieben [6]. Solche Oberflächeninhomogenitäten werden ebenfalls für die bei Experimenten zum kapillaren Steigen beobachtete ruckende Bewegung (engl. „stick-slip“) der Randlinie verantwortlich gemacht [12, 27, 29, 52, 67, 91, 92].

Bei einem Randwinkel von $\gamma_s = 0$ spricht man von vollständiger Benetzung, wobei die Flüssigkeit versucht, die gesamte Wand mit einem dünnen Film zu überziehen. Dies ist z.B. bei Petroleum und Glas zu beobachten. Im Bereich $0 < \gamma_s < 90°$, spricht man von einer benetzenden Flüssigkeit. Bei $\gamma_s \geq 90°$ ist die Flüssigkeit nicht benetzend.

2.2 Strömungen mit kapillarem Antrieb

Zur Klassifizierung der in der Literatur beschriebenen Experimente werden zunächst die für kapillar induzierte Rohrströmungen charakteristischen Zeitskalen und Kennzahlen eingeführt (Abschnitt 2.2.1). Anschließend erfolgt ein Überblick über die Literatur zum Kapillarphänomen. Da alle in der Literatur angegebenen Modelle auf eine allgemeine Gleichung reduziert werden können,