Inhalt

Notation **v**

1 Einleitung **1**

2 Grundlagen **3**

2.1 Der zweiseitig angetriebene Rechteckbehälter 3
2.2 Instabilität und Transition 5
2.3 Energieanalyse 9
2.4 Instabilitätsmechanismen 10
2.4.1 Zentrifugale Instabilitäten 10
2.4.2 Instabilitäten durch Wirbeldehnung 13
2.5 Stand der Forschung 16

3 Numerische Methoden **23**

3.1 Lineare Stabilitätsanalyse 23
3.1.1 Grundzustandsgleichungen 23
3.1.2 Das Finite-Volumen-Verfahren 24
3.1.3 Newton-Raphson-Verfahren 26
3.1.4 Numerisches Gitter 28
3.1.5 Gleichungen der linearen Stabilitätsanalyse 29
3.1.6 Inverse Iteration 31
3.2 Dreidimensionale Simulation 33
3.2.1 Grundgleichungen 33
3.2.2 Räumliche Diskretisierung 33
3.2.3 Zeitintegration 35
3.2.4 Direkter Helmholtz-Löser 38
3.2.5 Behandlung der singulären Randbedingungen 40
3.2.6 Ergänzungen zur Simulation 42
3.2.7 Optimierung und Parallelisierung 42

4 Validierung der numerischen Verfahren **45**
4.1 Lineare Stabilitätsanalyse 45
4.2 Dreidimensionale Simulation 47

5 Ergebnisse **61**
5.1 Einseitig angetriebener Rechteckbehälter 61
5.1.1 Zentrifugale Mode C_1^e für $0 < \Gamma \leq 0.889$ 65
5.1.2 Zentrifugale Mode C_2^e für $0.889 < \Gamma \leq 1.163$ 79
5.1.3 Zentrifugale Mode C_3^e für $1.163 < \Gamma \leq 1.207$ 96
5.1.4 Zentrifugale Mode C_4^e für $\Gamma > 1.207$ 105
5.2 Antiparalleler Antrieb 113
5.2.1 Elliptische Moden E_2^a und E_3^a für $1.036 < \Gamma \leq 2.198$ 116
5.2.2 Elliptische Mode E_1^a für $\Gamma \leq 0.775$ 130
5.2.3 Vergleich der elliptischen Instabilität in offenen und geschlossenen Strömungen 134
5.2.4 Quadripolare Mode Q^a für $0.775 < \Gamma \leq 1.036$ 137
5.2.5 Zentrifugale Mode C^a für $\Gamma > 1.951$ 149
5.3 Paralleler Antrieb 154
5.3.1 Gemischte Mode C^p 157
5.4 Unsymmetrischer Antrieb 167
5.4.1 Vergleich mit vorherigen Ergebnissen 175

6 Zusammenfassung **179**
6.1 Ausblick 181

A Strömung in einer angetriebenen Ecke **183**
A.1 1. Ordnung 184
A.2 2. Ordnung 186
A.3 Lösungen für den zweiseitig angetriebenen Rechteckbehälter 188

B Kollokationsmethoden **191**
B.1 Ableitungsoperatoren für $\mathcal{P}_N$ 191
B.2 Erster Ableitungsoperator für $\mathcal{P}_{N-2}$ 192
B.3 Ableitungsoperatoren für periodische Funktionen 193
B.4 Ableitungen in drei Dimensionen 194

C Weitere Stabilitätsdiagramme für $\mathrm{Re}_1 \neq \mathrm{Re}_2$ **197**

Literaturverzeichnis **203**

Danksagung **217**