

Kapitel 1

Einführung

Viele physikalische oder technische Prozesse verlaufen gleichsam auf verschiedenen Skalen oder wandeln sich mit der Änderung ihrer zugrunde liegenden Längen- oder Zeitskala. Zum Beispiel hat sich unser Universum bei seiner Entstehung um viele Größenordnungen abgekühlt. Nach der Abspaltung der vier Wechselwirkungen führte dies auf unterschiedlichen Zeitintervallen zur Bildung der uns heute bekannten Bestandteile. So wechselwirken Elementarteilchen aufgrund der starken Kraft auf sehr kurzen Skalen. Dagegen bedingt die Gravitation als schwächste Kraft die Wechselwirkung kosmischer Objekte auf sehr langen Skalen.

Unser Dasein in dieser Welt wird aber durch diese Ungleichheit der Kräfte ermöglicht. Starke Kräfte sichern die Beständigkeit der Kerne; die die Atome zusammenhaltenden elektromagnetischen Kräfte sorgen bei einer relativen Stabilität für die zum Leben nötige Variabilität. Die schwache Wechselwirkung betätigt die Sterne für uns als Energiequelle, gleicht dadurch auch die Gravitationskräfte aus, um einen vorzeitigen Kollaps der Sterne zu verhindern.

Károly Simonyi

Unterschiedliche Skalen haben auch eine wichtige Bedeutung bei selbstähnlichen Objekten oder Prozessen. Ein Objekt wird als selbstähnlich bezeichnet, wenn es auf jeder Skala grob gesprochen gleich aussieht. Ein solches selbstähnliches Objekt wird durch gewisse Parameter, welche über ein Potenzgesetz miteinander verknüpft sind, charakterisiert. Abbildung 1.1 (a) zeigt ein einfaches Beispiel in Form eines wiederkehrenden Quadrates, das bei weiterer infinitesimaler Verkleinerung oder beliebiger Vergrößerung immer gleich erscheinen würde. Die Regel hierbei lautet, dass sich die Kantenlänge nach jeder Iteration um einen konstanten Faktor ändert. Berechnet man mit dem erwähnten Potenzgesetz die Fläche, folgt in diesem Beispiel für die Dimension des Skalengesetzes ein Wert von Zwei. Eine besondere Klasse von

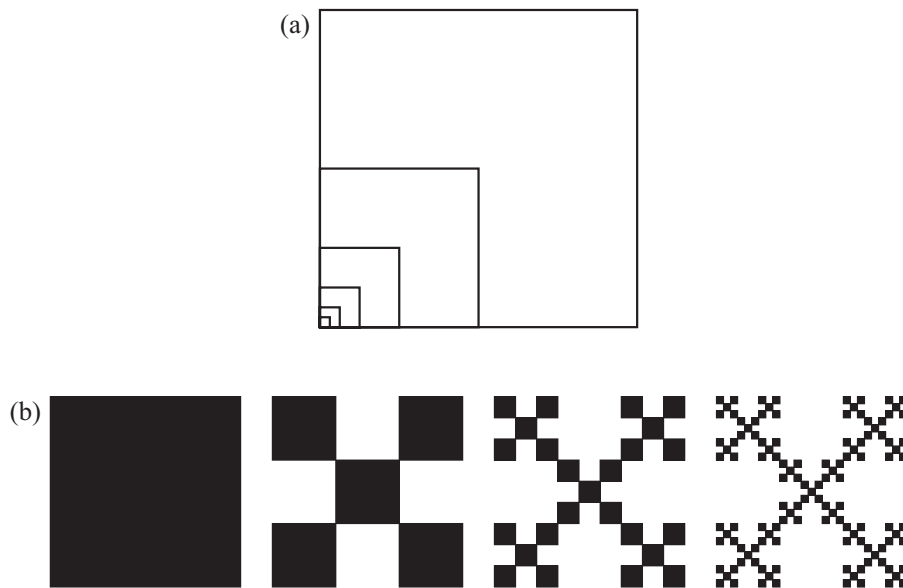


Abbildung 1.1: Veranschaulichung der Skaleninvarianz anhand eines Quadrates (a) und mittels des Kasten-Fraktals (b).

selbstähnlichen Objekten sind Fraktale, bei denen sich ausgedehnte Strukturen auf verschiedenen Skalen beobachten lassen und deren Skalengesetz keine ganzzahlige Dimension haben muss. Als Beispiel ist in Abbildung 1.1 (b) das Kasten-Fraktal dargestellt, in dem sich nicht nur die Kantenlänge eines Kastens um den Faktor Drei ändert, sondern auch die Kastenanzahl variabel und die Dimension eine irrationale Zahl ist.

Inwiefern sind die bisher vorgestellten Fakten mit dem Titel dieser Arbeit verknüpft? Die Bildung von Tropfen ist ein alltägliches Phänomen, das man an einer Sprinkleranlage, an einem Wasserstrahl oder an einem tropfenden Wasserhahn beobachten kann. Betrachten wir einen undichten Wasserhahn. Nachdem der Tropfen an der Öffnung gewachsen ist, passiert eine Zeit lang nicht viel bis der Tropfen plötzlich frei fällt. Bereits diese einfache Beobachtung legt es nahe, dass für diese Änderung der Zeitskala während der Abschnürung aufeinander folgende Strömungsformen verantwortlich sein können.

Weiterhin ist bei der Beobachtung verschiedener Fluide eine Änderung der die Tropfenbildung bestimmenden Skalen mit den Stoffeigenschaften auszumachen. So benötigt im Vergleich zu Wasser der Abschnürvorgang eines zähen Öles wesentlich mehr Zeit und findet auf einer größeren Längenskala statt. Letztere äußert sich in einem in Richtung der Symmetrieachse ausgedehnteren Tropfenhals. Dies lässt sich auch leicht überprüfen, wenn man beim Frühstück die Eigenschaften von Kaffee und Honig vergleicht.

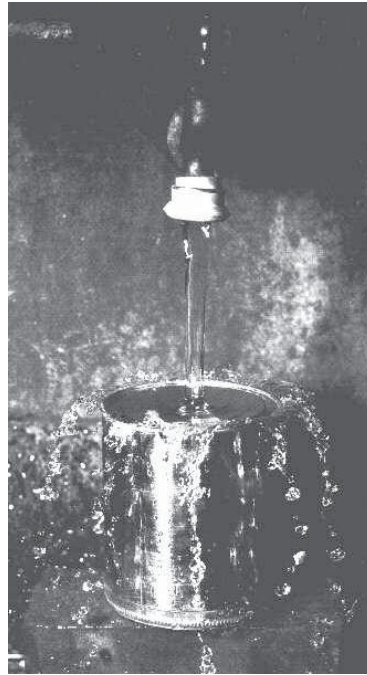


Abbildung 1.2: Der Zerfall eines Wasserstrahls in Tropfen nach der Kollision mit einem Hindernis (entnommen aus Edgerton *et al.* (1988)).

In der Tat ist es so, dass einzig die fluiddynamisch relevanten Materialparameter die Dynamik unmittelbar vor der Ablösung festlegen. Anfangsbedingungen – wie zum Beispiel die Strömungsgeschwindigkeit – haben keinen Einfluss auf die letzte Phase der Entstehung eines Tropfens. Wegen der Skalierung mit den Stoffeigenschaften verläuft die Tropfenbildung verschiedener Substanzen ähnlich. Zudem findet man, dass diese Skalierung auch einen einzigen Abschnürvorgang bestimmt – dieser also selbstähnlich ist. Analog zu den selbstähnlichen Objekten in der Abbildung 1.1 liefert die theoretische Analyse Skalengesetze zur Charakterisierung der Dynamik. Wie wir sehen werden, sind dies eine Skalenfunktion für den Radius und eine weitere für die Geschwindigkeit.

Das Phänomen der Tropfenbildung ist seit geraumer Zeit Gegenstand des wissenschaftlichen Interesses. Bereits Mariotte (1718) bemerkte, dass ein Wasserstrahl in Tropfen zerfällt und gab als Grund die Gravitation an. Beim Betrachten der Abbildung 1.2 mag vielleicht dieser Eindruck entstehen. Zu sehen ist ein abwärts gerichteter Wasserstrahl, der nach der Kollision mit einem Hindernis in eine Vielzahl von Tropfen zerfällt, welche im Schwerfeld fallen. Wir wissen heute jedoch, dass die Erdanziehung nicht ursächlich für diesen Prozess ist, wie es in der Abbildung 1.3 deutlich wird. Nachdem hier ein Tropfen auf die Flüssigkeitsoberfläche gefallen ist, geht aus dieser

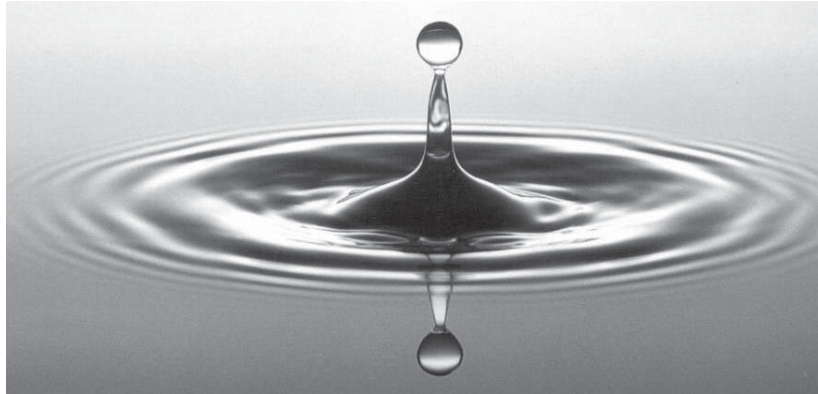


Abbildung 1.3: Die Bildung eines Tropfens entgegen der Richtung der Gravitation.

entgegen der Richtung der Gravitation ein Strahl hervor, an dessen Ende sich ein Tropfen abschnürt.

Savart (1833) führte Experimente mit Flüssigkeitsstrahlen durch, und beobachtete von der Düse ausgehende, sich auf dem Strahl fortpflanzende Störungen. Die Amplitude der wellenförmigen Störung wächst immer hinreichend, um den Strahl in Tropfen zerfallen zu lassen. Unabhängig von der Richtung der Gravitation und den Anfangsbedingungen – Düsenradius, Strömungsgeschwindigkeit und Stoffeigenschaften – werden Tropfen stets erzeugt. Ausgehend von diesen Befunden erkannte Plateau (1873), dass die wachsenden Störungen zu einer Minimierung der Oberfläche führen und somit die Oberflächenspannung die Ursache der Bildung von Tropfen ist. Schließlich fand Rayleigh (1878) zum einen, dass die Trägheit der Oberflächenspannung entgegenwirkt, weshalb wie in der Abbildung 1.2 viele kleine Tropfen entstehen. Zum anderen fand er im Rahmen einer linearen Stabilitätsanalyse, dass eine Wellenlänge existiert, die mit einer Störung maximaler Instabilität korrespondiert. Im Allgemeinen liefert das Konzept der Rayleigh–Plateau–Savart–Instabilität, meist kurz Rayleigh–Instabilität genannt, ein Band von Wellenlängen. Diese sind mit verschiedenen Wachstumsraten der Störungsamplitude verknüpft, wonach ein Flüssigkeitszylinder je nach eingestellter Wellenzahl in unterschiedlich große Tropfen zerfallen kann. Solch ein Zylinder ist zum Beispiel ein mit hoher Geschwindigkeit aus einer Düse austretender Strahl, wie es in der Abbildung 1.4 zu sehen ist. Der Strahl wird mit Störungen verschiedener Frequenz moduliert, und bildet Tropfenfolgen unterschiedlicher Größe und Periodizität. In vielen praktischen Fällen ist die Reynoldszahl klein genug, so dass zusätzlich viskose Effekte zu berücksichtigen sind. Überwiegt die Viskosität die Trägheit, kann man das Problem ausgehend von der Stokes Näherung betrachten (Rayleigh, 1892; Chandrasekhar, 1981). Die experimentelle Bestätigung der Theorie von Rayleigh er-

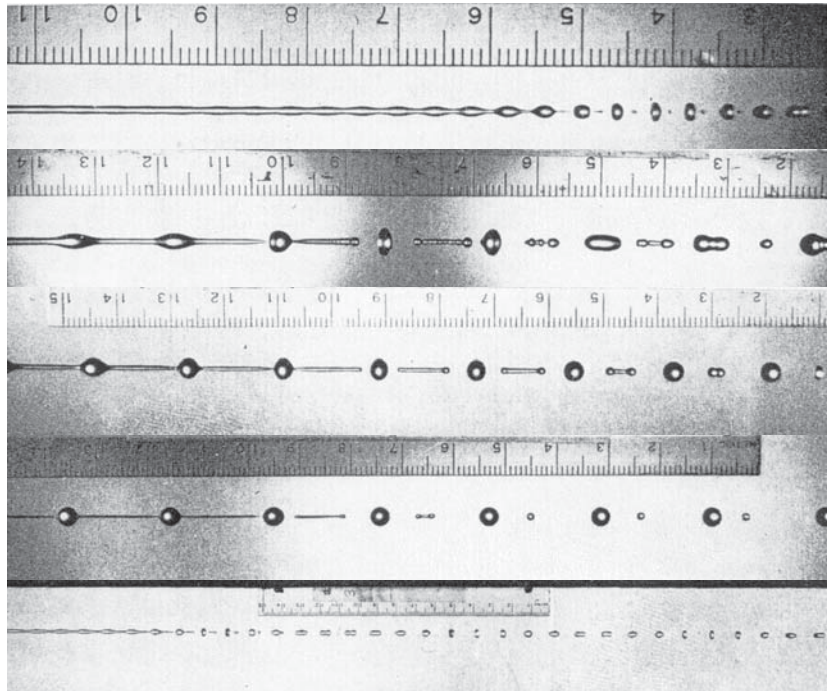


Abbildung 1.4: Der Zerfall von Flüssigkeitsstrahlen bei verschiedenen Reynoldszahlen und unterschiedlichen Frequenzen der aufgeprägten Störung (entnommen aus Goedde & Yuen (1970)).

folgte anhand der Untersuchung des Zerfalls von Strahlen durch Donnelly & Glaberson (1966) sowie Goedde & Yuen (1970). Durch die gezielte Anregung von Störungen unterschiedlicher Frequenz konnte die gesamte Dispersionsrelation vermessen werden.

Man unterscheidet drei Typen von Experimenten zur Untersuchung der Tropfenbildung. Dies sind die Instabilität von Flüssigkeitszylindern oder –strahlen, das langsame Abtropfen von einer Düsenöffnung und die Einschnürung einer Flüssigkeitsbrücke. Die Instabilität von flüssigen Strahlen wurde ebenfalls von Haenlein (1931) untersucht. Er fand mit steigender Reynoldszahl einen Wandel vom axialsymmetrischen Strahl (entsprechend Rayleigh) über eine helikale Geometrie hin zu dem Zerstäuben des Strahls. Die Ursache dieser Veränderung ist der Einfluss des umgebenden Mediums (Luft). In der theoretischen Analyse führte Weber (1931) zur Charakterisierung die nach ihm benannte dimensionslose Kennzahl ein. Ohnesorge (1936) verknüpfte die Reynolds- mit der Weberzahl zu einer einzigen dimensionslosen Kennzahl. Weiterhin findet man, dass bei hohen Reynoldszahlen die Strahlgeschwindigkeit die Wellenzahl der wachsenden Störung mitbestimmt. Die Messung der korrespondierenden Wachstumsrate und der Vergleich mit der Theorie von Weber wurde von Blaisot & Adeline (2000) vorgenommen.