

# Kapitel 1

## Einführung

The waves of the sea, the little ripples on the shore, the sweeping curve of the sandy bay between the headlands, the outline of the hills, the shape of the clouds, all these are so many riddles of form, so many problems of morphology, and all of them the physicist can more or less easily read and adequately solve.

D'Arcy Wentworth Thompson  
*On Growth and Form* [1917]

### Von Mustern, Milchkaffee und Modellen

Die Natur ist nicht uniform! Sie hat sich schon kurz nach dem Urknall gegen das Prinzip der räumlichen und zeitlichen Homogenität ihrer Phänomene entschieden. Angefangen bei den Bausteinen der Materie bis hin zu den Galaxien zeigt sich ihr Bestreben, auf mehr oder weniger großen Skalen mehr oder weniger komplexe Strukturen auszubilden. Letztendlich ist die Materie selbst nicht homogen verteilt, sondern sie konzentriert sich in einigen wenigen Orten im Universum, und die Erde ist einer von diesen.

Auch auf der Erde finden sich immer wieder Vorgänge, die zu einer Ausbildung von raum-zeitlichen Strukturen führen. Abbildung 1.1 zeigt einige Beispiele, die den Wissenschaftlern im Sinne des obigen Zitates immer wieder neue Rätsel aufgeben, obwohl sie auf den ersten Blick trivial erscheinen. In der Wüste formieren sich, wie in Abbildung 1.1 (a) gezeigt, mit Dünen und so genannten Sand-Rippeln periodische Strukturen auf unterschiedlichen Längen- und Zeitskalen (Bagnold (1941)). Fließende Lava erstarrt an der Oberfläche und bildet dabei, wie in Abbildung 1.1 (b) zu sehen, ein wellenförmiges Muster. Luftbewegungen in der Atmosphäre führen in entsprechender Höhe zu periodischen Wolkenstraßen, wie sie in Abbildung 1.1 (c) abgebildet sind.

Selbst in seiner unmittelbaren Alltagserfahrung findet der Mensch struktur-bildende Phänomene, beispielsweise in einer Menschenmenge, die sich selbst in

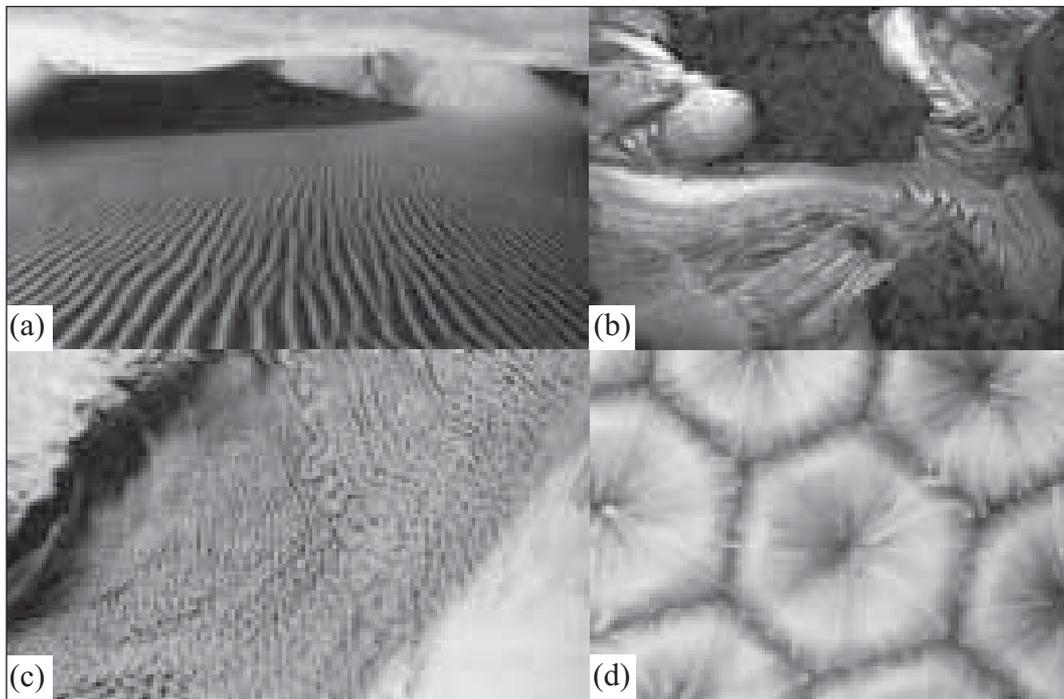


Abbildung 1.1: Strukturbildung in der Natur: (a) Sanddünen und Rippel-Strukturen; (b) Oberflächenwellen auf erstarrender Lava; (c) periodische Wolkenformationen; (d) *Rayleigh-Bénard*-Konvektion. Die Aufnahmen (a), (c) und (d) finden sich in Bell (1999), (b) im GEO-Magazin Heft 1 (1996).

einem rhythmischen Klatschen synchronisiert (Neda *et al.* (2000)), oder aber am Frühstückstisch. Auf diesem können diverse Flüssigkeiten Tropfen bilden, die unter Ausbildung bizarrer Muster trocken, oder sich Granulate nach Art eines Fluids bewegen (Nagel (1999)). Hat der Mensch dabei eine Tasse heißen Kaffees vor sich, in die er vorsichtig kalte Milch schüttet, so kann er unter Umständen ein Phänomen beobachten, das Strukturen, ähnlich den in Abbildung 1.1 (d) gezeigten, hervorbringt: thermisch getriebene Konvektion.

All diese Phänomene sind trotz ihres einfachen Erscheinungsbildes in ihrer jeweiligen Gesamtheit nur schwer beschreibbar. Möchte man ihre Prinzipien, ihre Dynamik und die Strukturbildung untersuchen, so ist das in der Regel nur unter Zuhilfenahme eines Modells möglich. In diesem wird das System von allen störenden Faktoren befreit und auf wesentliche Parameter reduziert, die es dennoch hinreichend gut beschreiben. Idealerweise sind es nur zwei: der so genannte Kontrollparameter, der den Antrieb des Systems widerspiegelt, und der so genannte Ordnungsparameter, der die Größe quantifiziert, die in Abhängigkeit des Kontrollparameters beobachtet wird.

---

Bei der in Abbildung 1.1 (d) gezeigten *Rayleigh-Bénard*-Konvektion (Bénard (1901), Rayleigh (1916)) erfolgt diese Modellbildung durch die Betrachtung eines zwischen zwei parallelen, senkrecht zur Schwerkraft orientierten Platten eingeschlossenen, isotropen Fluids. Zwischen den Platten herrscht ein Temperaturunterschied  $\Delta T$ , wobei die untere Platte die Wärmere ist. Aus diesem Temperaturunterschied und der dritten Potenz der Schichtdicke  $d$ , die dem Abstand der Platten entspricht, wird unter Betrachtung der das System stabilisierenden Kräfte, d. h. der inneren Reibung des Fluides sowie der Wärmediffusion, und der destabilisierenden Auftriebskraft ein Kontrollparameter, die so genannte *Rayleigh-Zahl*, abgeleitet.

Bis zu einer kritischen Temperaturdifferenz bzw. Rayleigh-Zahl erfolgt der Wärmetransport im System nur durch Wärmeleitung. Mit dem Überschreiten des kritischen Wertes der Rayleigh-Zahl gewinnt der Auftrieb gegenüber der inneren Reibung. Das System wird instabil. Warmes, leichteres Fluid steigt nach oben und verdrängt dabei das kältere Fluid an der oberen Platte, das keine andere Möglichkeit hat, als nach unten auszuweichen. Der entsprechende Ordnungsparameter ist z. B. die Geschwindigkeit der sich ausbildenden Strömung. Es entstehen periodische Konvektionsrollen einer bestimmten Wellenlänge, die, neben den in Abbildung 1.1 (d) gezeigten hexagonalen Strukturen, in Abhängigkeit von den Randbedingungen und des Kontrollparameters Rayleigh-Zahl eine große Vielfalt von Mustern und eine reichhaltige raum-zeitliche Dynamik hervorbringen.<sup>1</sup>

Anhand dieses Beispiels, das das Ordnungs- und Kontrollparameter-Konzept veranschaulicht, wird auch die nichtlineare Dynamik dieser Strukturbildungsphänomene deutlich. Unterhalb eines bestimmten Schwellwertes des Kontrollparameters ist der unstrukturierte Grundzustand stabil, und der Ordnungsparameter hat den Wert Null. Beim Erreichen des Schwellwertes reicht eine kleine Störung aus, um das System zu destabilisieren und den Ordnungsparameter daraufhin einen endlichen, von Null verschiedenen Wert annehmen zu lassen. Oft erfolgt dies unter Ausbildung einer so genannten kritischen Wellenzahl im System. Infolge dieser Instabilität geht das System in einen neuen Zustand über.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde mit der Elektrokonvektion in einem Flüssigkristall ein anderes Modellsystem der nichtlinearen Dynamik und Strukturbildung unter bestimmten neuen Aspekten betrachtet, das in seinen Grundzügen inzwischen ebenso klassischen Charakter trägt wie die Rayleigh-Bénard-Konvektion.

---

<sup>1</sup>Eine sehr ausführliche Darstellung zur Problematik der Rayleigh-Bénard-Konvektion sowohl im Experiment als auch in der Theorie inkl. einer großen Zahl weiterer Referenzen findet sich in der Arbeit von Cross & Hohenberg (1993).

## Flüssigkristalle

Ein Flüssigkristall vereint aufgrund seiner molekularen Eigenschaften zwei physikalische „Welten“ miteinander: Zum einen verhält er sich hydrodynamisch wie ein Fluid, zum anderen zeigt er richtungsabhängige Eigenschaften, wie sie ein Festkörper aufweist.

Mit *nematisch*, *smektisch* und *cholesterisch* unterscheidet man im Wesentlichen drei Arten von Flüssigkristallen aufgrund ihrer Ordnungseigenschaften. Die in den Experimenten dieser Arbeit verwendeten nematischen Flüssigkristalle, die den kleinstmöglichen Ordnungsgrad in dieser Einteilung besitzen, zeigen keine ausgezeichnete Ordnung bezüglich der Schwerpunkte ihrer Moleküle. Deren Längsachsen hingegen weisen, mit gewissen Schwankungen zwar, in eine wohl definierte, einheitliche Richtung. Diese Orientierung wird mit dem Konzept des so genannten Direktors ( $\hat{n}$ ) beschrieben. Smeaktische Flüssigkristalle weisen zusätzlich eine schichtartige Anordnung der Schwerpunkte der Moleküle auf, dagegen zeigen cholesterische Flüssigkristalle eine helixartige Struktur. Eine ausführliche Darstellung der Physik von Flüssigkristallen findet sich beispielsweise in de Gennes & Prost (1993), Blinov & Chigrinov (1993) und Chandrasekhar (1994).

Im nematischen Flüssigkristall, der im Sinn der Optik als einachsig und doppelbrechend angesehen wird (s. a. Bergmann & Schaefer (1993)), werden zwei Richtungen unterschieden: die ordentliche, zur Molekülachse senkrecht ( $\perp$ ) und die außerordentliche, parallel ( $\parallel$ ) zur Molekülachse liegende. In diesen Richtungen weist der Brechungsindex  $n$  unterschiedliche Werte auf, deren Differenz  $n_a = n_{\parallel} - n_{\perp}$  als optische Anisotropie bezeichnet wird. Parallel manifestieren sich auch die Anisotropien seiner Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_a = \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}$  und seiner elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma_a = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}$ . Die elastischen Eigenschaften des nematischen Flüssigkristalls werden nach ihrem Charakter klassifiziert und in einer tensoriellen Beschreibung mit entsprechenden Konstanten  $k_{ii}$  versehen. Man unterscheidet dabei Verformungen durch Querverbiegung (engl. *splay*) -  $k_{11}$ , Verdrillung (*twist*) -  $k_{22}$  und Längsbiegung (*bend*) -  $k_{33}$ . Die viskosen Eigenschaften werden über sechs (davon fünf unabhängig) entsprechende Koeffizienten  $\alpha_i$  beschrieben.

Das Hauptanwendungsgebiet von Flüssigkristallen besteht in ihrem Einsatz in Anzeige und Computerbildschirmen. Dabei wird unter Ausnutzung der optischen Anisotropie und der Möglichkeit, die Verdrillung oder die Querverbiegung von außen elektrisch zu schalten, die Transmission für polarisiertes Licht gesteuert. Örtlich aufgelöst wird so ein Kontrast oder auch über entsprechende Filter eine Farbwiedergabe erzeugt. Auch die Lichtstreuung durch turbulente Zustände, wie sie beim Anlegen hoher Spannungen auftritt, wird für diese Zwecke verwendet (Heilmeyer *et al.* (1968)). Eine ausführliche Darstellung über diese Anwendungen findet sich in Demus (1998).

## Elektrokonvektion

Das Phänomen der Elektrokonvektion in einem Flüssigkristall wurde erstmals von Williams (1963) experimentell beobachtet und von Carr (1969) und Helfrich (1969) theoretisch beschrieben. Den beiden Letztgenannten verdankt der Mechanismus seinen Namen.

Bringt man einen nematischen Flüssigkristall in einen Plattenkondensator und orientiert ihn dabei planar, d. h. mit dem Direktor parallel zu den Platten in der so definierten  $x$ -Richtung, so übt das elektrische Feld in  $z$ -Richtung zunächst bei einem  $\epsilon_a < 0$  einen stabilisierenden Einfluss aus. Da in diesem Fall  $\epsilon_{\perp}$  den größeren Betrag hat, ist es für die Moleküle günstiger, sich senkrecht zum Feld zu orientieren, da dadurch die Freie Energiedichte des Systems minimiert wird. Eine weitere Stabilisierung erfolgt durch die elastischen Rückstellkräfte im Flüssigkristall.

Befinden sich Ladungsträger im System, die entweder durch Verunreinigungen oder gezielte Dotierung erzeugt werden, so „sehen“ diese bei idealer planarer Ausrichtung nur die Leitfähigkeit  $\sigma_{\perp}$  senkrecht zu den Molekülen. Die fließenden Ladungsträger üben zwar ein Moment auf die Flüssigkristallmoleküle aus, das sich aber in der Summe aufhebt.

Bei einer positiven Anisotropie der Leitfähigkeit reicht eine kleine Störung der perfekten Orientierung, beispielsweise durch thermische Fluktuationen aus, um einen Strom entlang der Molekülachse hervorzurufen. Dies führt, wie in Abbildung 1.2 gezeigt, zur Ausbildung von periodisch im System verteilten Raumladungen, die durch das elektrische Feld beschleunigt werden. Durch den damit verbundenen Materialtransport entsteht eine hydrodynamische Strömung im Flüssigkristall, die auf den Direktor zurückwirkt und seine anfängliche Auslenkung weiter verstärkt. Dies führt zu einer weiteren Erhöhung des Stromes parallel zu den Molekülen. So entsteht eine positive, den Effekt verstärkende Rückkopplung. Ab einem bestimmten Schwellwert der angelegten Spannung siegt dessen destabilisierende Wirkung über die stabilisierenden Kräfte. Es kommt zu einer konvektiven Strömung im Flüssigkristall. Dabei bilden sich entlang der  $x$ -Richtung periodische Konvektionsrollen aus, wobei sich eine Wellenlänge  $\lambda$  bzw. Wellenzahl  $q$  definieren lässt. Die Strömung innerhalb der Rollen ist in Abbildung 1.2 durch die großen Pfeile symbolisiert.

Beim Anlegen einer Gleichspannung würde es zu einer Ladungstrennung kommen und die Konvektion würde aussterben. Man legt aus diesem Grunde eine Wechselspannung der Form  $U(t) = \sqrt{2}U_0 \cos(2\pi ft)$  an, über die sich auch der Kontrollparameter des Systems

$$\varepsilon = \frac{U_0^2 - U_c^2}{U_c^2} \quad (1.1)$$

definiert, wobei  $U_c$  die Schwellspannung des Konvektionseinsatzes ist. Dieses  $\varepsilon$  beschreibt so den Abstand zur primären Instabilität des Systems.

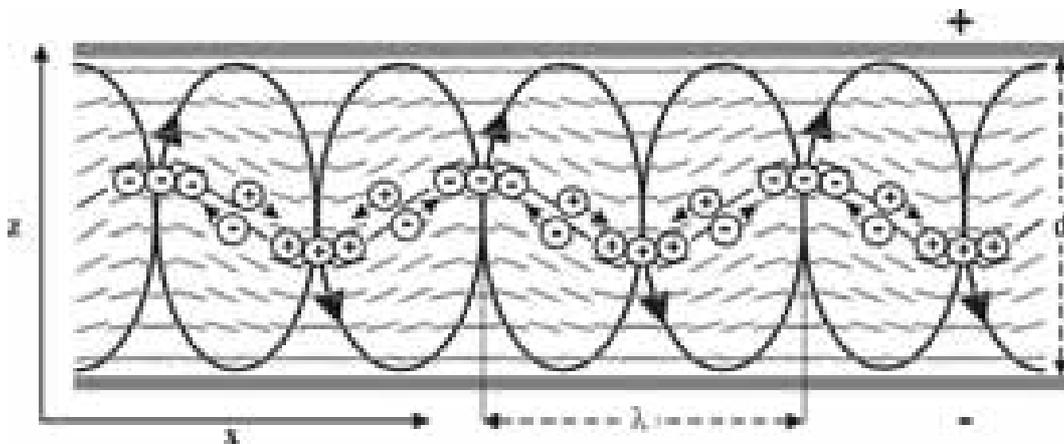


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung des *Carr-Helfrich*-Mechanismus der Elektrokonvektion mit Ladungsträgerbewegung und Strömung in einem planar orientierten, nematischen Flüssigkristall.  $z$  und  $x$  sind die ausgezeichneten Raumrichtungen des zweidimensionalen Effektes. Die grauen Stäbchen symbolisieren den Direktor  $\hat{n}$  an der jeweiligen Position,  $d$  ist der Abstand der Kondensatorplatten und  $\lambda$  ist die sich einstellende Wellenlänge der Konvektion. Die Symbole  $+$  und  $-$  an den Kondensatorplatten kennzeichnen deren aktuell dargestellten Ladungszustand.

Durch die Wechselfspannung bedingt, tauschen zwar die Raumladungen innerhalb einer Periode ihre Plätze, die Strömungsrichtung selbst ist davon aber unbeeinflusst. Die Frequenz  $f$  der treibenden Spannung ist ein zusätzlicher, externer Kontrollparameter.

Der Ordnungsparameter dieses Systems ist die durch die Strömung hervorgerufene Auslenkung des Direktors aus seiner Ruhelage, die über die Wirkung der optischen Anisotropie in einem *Schattenverfahren* messbar ist (Rasenat *et al.* (1989), Joets & Ribotta (1994)). Darüber hinaus werden durch dieses Verfahren die Orte im System sichtbar gemacht, an denen Auf- und Abströmung auftritt. Auf das Schattenverfahren wird in dieser Arbeit in Kapitel 2.6.2 gesondert eingegangen.

Die Elektrokonvektion wird seit nunmehr über 20 Jahren intensiv hinsichtlich der in ihr auftretenden Strukturbildung und deren Dynamik untersucht. In Abhängigkeit von den dabei betrachteten Substanzen und deren Materialeigenschaften sowie den Randbedingungen wurden eine Reihe von Strukturen und Phänomenen beschrieben, von denen einige exemplarisch in Abbildung 1.3 als Schattenbildaufnahmen dargestellt sind.

Die in Abbildung 1.3 (a) gezeigten, so genannten Normalrollen werden auch