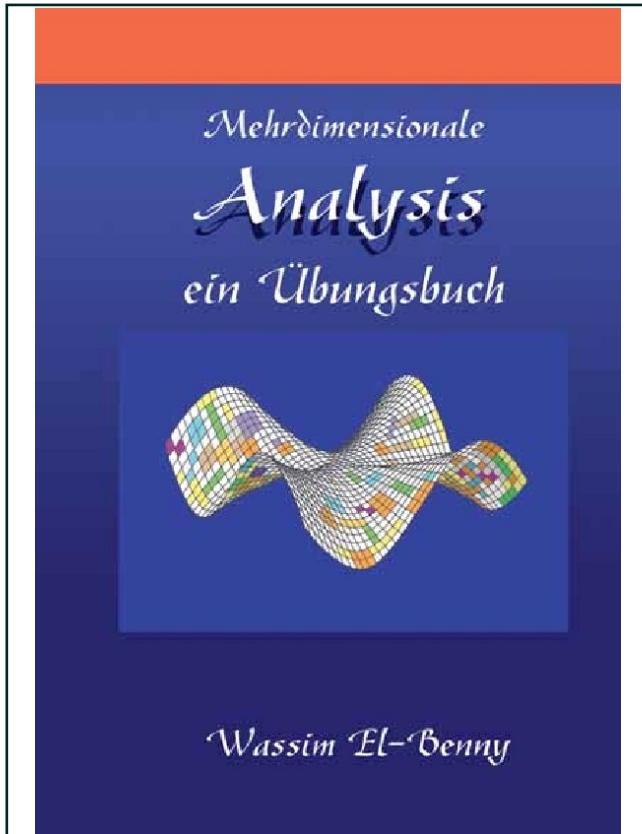




Wassim El-Benny (Autor)
Mehrdimensionale Analysis



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/3221>

Copyright:
Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentzsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,
Germany
Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>

Inhaltsverzeichnis

0.1	Wofür dieses Buch	I
0.2	Lernen durch Aufgaben	I
0.3	Der schmale Grad zwischen Erfolg und Misserfolg	II
0.4	Einstein und der kleine Unterschied	II
0.5	Aufgaben lösen als Spiel	III
1	Metrische Räume	1
1.1	Abstand und Norm	1
1.2	Metrische Räume	3
1.2.1	Definition	3
1.3	Offene Mengen	3
1.3.1	Definition	3
1.3.2	Beispiel 1	4
1.3.3	Beispiel 2	4
1.3.4	Satz	5
1.3.5	Bemerkung	5
1.4	Innerer Kern	6
1.4.1	Definition	6
1.4.2	Beispiele	6
1.4.3	Satz	6
1.4.4	Beispiel 1	7
1.4.5	Beispiel 2	7
1.5	Abgeschlossene Mengen	7
1.5.1	Definition	7
1.5.2	Beispiele	8
1.5.3	Satz	8
1.5.4	Bemerkung	8
1.6	Häufungspunkte	9
1.6.1	Definition	9
1.6.2	Beispiele	10
1.6.3	Satz	10

1.6.4	Beispiele	10
1.7	Abgeschlossene Hülle	10
1.7.1	Definition	11
1.7.2	Satz	11
1.7.3	Beispiel	11
1.8	Rand	11
1.8.1	Definition	11
1.8.2	Beispiel	12
1.8.3	Satz	12
1.9	Aufgaben	13
1.10	Lösungen	17
2	Zusammenhang	25
2.1	Definition von Zusammenhang	25
2.1.1	Definition	25
2.1.2	Beispiele	26
2.1.3	Satz	26
2.1.4	Beispiel	27
2.1.5	Warnung	27
2.1.6	Satz	27
2.1.7	Beispiel	27
2.2	Wegzusammenhang	28
2.2.1	Definition	28
2.2.2	Satz	28
2.2.3	Beispiel	28
2.2.4	Satz	29
2.3	Aufgaben	30
2.4	Lösungen	32
3	Kompaktheit	39
3.1	Kompaktheit	40
3.1.1	Definition	40
3.1.2	Beispiele	40
3.1.3	Bemerkung	41
3.2	Wichtige Sätze über Kompakte Mengen	41
3.2.1	Satz (Bolzano-Weierstrass)	41
3.2.2	Satz (Heine-Borel)	41
3.2.3	Satz (Maximum-Satz)	42
3.3	Aufgaben	43
3.4	Lösungen	45

4	Normierte Räume	51
4.1	Normierte Räume	52
4.1.1	Definition	52
4.1.2	Bemerkung	52
4.1.3	Definition	52
4.1.4	Definition	53
4.1.5	Definition	53
4.1.6	Satz	54
4.1.7	Satz	54
4.2	Banach-Räume	54
4.2.1	Definition	54
4.2.2	Beispiele	54
4.3	Inneres Produkt	55
4.3.1	Definition	56
4.3.2	Bemerkung	56
4.3.3	Satz (Cauchy-Schwarz Ungleichung)	56
4.3.4	Satz (Parallelogramm-Identität)	57
4.3.5	Satz (Polarisations-Identität)	57
4.3.6	Satz (Stetigkeit des Skalarprodukts)	57
4.4	Hilberträume	57
4.4.1	Definition	57
4.4.2	Beispiele	58
4.5	Aufgaben	59
4.6	Lösungen	61
5	Stetige Funktionen	67
5.1	Funktionen von \mathbb{R}^n nach \mathbb{R}^m	67
5.1.1	Beispiel 1	68
5.1.2	Beispiel 2	68
5.1.3	Beispiel 3	69
5.1.4	Beispiel 4	70
5.2	Stetigkeit	70
5.2.1	Definition	70
5.2.2	Satz	71
5.2.3	Definition (Stetigkeit)	72
5.2.4	Beispiel 1	72
5.2.5	Beispiel 2	73
5.2.6	Satz	74
5.2.7	Beispiel 1	74
5.2.8	Beispiel 2	75
5.2.9	Warnung	75

5.2.10	Satz	76
5.2.11	Beispiele	76
5.2.12	Satz (Zwischenwertsatz)	77
5.2.13	Satz (Norm-unabhängigkeit)	77
5.3	Aufgaben	78
5.4	Lösungen	80
6	Differenzierbarkeit	89
6.1	Partielle Ableitung	89
6.1.1	Beispiel	90
6.2	Partielle Ableitungen Höherer Ordnung	90
6.2.1	Beispiel	91
6.3	Partielle Ableitung Impliziter Funktionen	91
6.3.1	Beispiel	91
6.4	Totales Differential	92
6.4.1	Definition	92
6.4.2	Beispiel	92
6.5	Richtungsableitung	92
6.5.1	Definition	93
6.5.2	Beispiel 1	93
6.5.3	Beispiel 2	94
6.5.4	Spezialfälle	94
6.5.5	Satz	95
6.5.6	Satz	95
6.5.7	Satz	95
6.5.8	Satz	95
6.6	Totale Ableitung	96
6.6.1	Definition	96
6.6.2	Satz (Jacobi-Matrix)	96
6.6.3	Beispiel 1	97
6.6.4	Beispiel 2	97
6.6.5	Satz (Differenzierbarkeitsbedingung)	98
6.6.6	Beispiel	98
6.6.7	Satz (Differenzierbarkeit und Stetigkeit)	99
6.6.8	Satz (Richtungsableitung)	99
6.6.9	Beispiel	99
6.7	Aufgaben	101
6.8	Lösungen	104
7	Kettenregel und Mittelwertsatz	115
7.1	Kettenregel	115

7.1.1	Satz (Kettenregel)	116
7.1.2	Beispiel 1	116
7.1.3	Beispiel 2	117
7.1.4	Beispiel 3	117
7.2	Mittelwertsatz	118
7.2.1	Definition	118
7.2.2	Satz (Mittelwertsatz)	118
7.2.3	Beispiel	119
7.3	Aufgaben	120
7.4	Lösungen	122
8	Taylorformel	127
8.1	Satz von Schwarz	127
8.1.1	Einführung	127
8.1.2	Beispiel (Schwarz)	128
8.2	Der Satz von Taylor	129
8.2.1	Beispiel 1	130
8.2.2	Beispiel 2	130
8.2.3	Beispiel 3	131
8.3	Aufgaben	132
8.4	Lösungen	133
9	Implizite Funktionen	137
9.1	Einführung	137
9.1.1	Beispiel 1	139
9.1.2	Beispiel 2	139
9.2	Satz über Implizite Funktionen	140
9.2.1	Satz	140
9.2.2	Beispiel	141
9.3	Aufgaben	142
9.4	Lösungen	144
10	Umkehrbarkeit	149
10.1	Einführung	149
10.2	Satz über Umkehrbare Funktionen	151
10.2.1	Satz	151
10.2.2	Bemerkung	151
10.2.3	Beispiel	151
10.3	Aufgaben	153
10.4	Lösungen	155

11	Extremwerte in mehreren Variablen	161
11.1	Lokales Maximum und Minimum	161
11.1.1	Einführung	161
11.1.2	Beispiel 1	162
11.1.3	Beispiel 2	163
11.1.4	Beispiel 3	163
11.1.5	Definition	164
11.2	Die Hesse-Matrix	165
11.2.1	Definition (Hesse-Matrix)	165
11.3	Definitheit einer Matrix	165
11.3.1	Definition (Positiv-Negativ Definitheit)	165
11.3.2	Beispiele	166
11.3.3	Satz (Definitheitskriterium 1)	166
11.3.4	Satz (Definitheitskriterium 2)	167
11.4	Berechnung von Lokalen Extrema	168
11.4.1	Satz (Notwendiges Kriterium)	168
11.4.2	Satz (Hinreichendes Kriterium)	168
11.4.3	Beispiel 1	168
11.4.4	Beispiel 2	169
11.4.5	Beispiel 3	170
11.5	Aufgaben	172
11.6	Lösungen	174
12	Extremwerte mit Nebenbedingungen	183
12.1	Langrange Multiplikatoren	183
12.1.1	Problem	183
12.1.2	Lagrange Idee	184
12.1.3	Beispiel	184
12.2	Warnung	185
12.3	Aufgaben	186
12.4	Lösungen	188
13	Kurven	199
13.1	Beispiele von Kurven	199
13.1.1	Warnung	200
13.1.2	Beispiel	200
13.2	Parametrisierung von Kurven	200
13.2.1	Warnung	201
13.2.2	Definition	202
13.3	Bogenlänge einer Kurve	202
13.3.1	Satz	202

13.4	Aufgaben	204
13.5	Lösungen	205
14	Kurvenintegrale	209
14.1	Kurvenintegral über einem Skalarfeld	209
14.1.1	Definition	210
14.1.2	Beispiel	210
14.2	Kurvenintegral über einem Vektorfeld	211
14.2.1	Definition	212
14.2.2	Beispiel	212
14.3	Aufgaben	213
14.4	Lösungen	214
15	Gradientenfelder und Vektorfelder	221
15.1	Einführung	221
15.1.1	Definition	221
15.1.2	Beispiel	222
15.2	Konservative Vektorfelder	222
15.2.1	Definition	222
15.2.2	Beispiel	222
15.2.3	Satz	223
15.2.4	Beispiel	223
15.3	Kriterium für die Existenz einer Stammfunktion	224
15.3.1	Satz (Integrabilitätsbedingung)	224
15.3.2	Beispiel	224
15.4	Aufgaben	225
15.5	Lösungen	226
16	Mehrdimensionale Integration	233
16.1	Einführung	233
16.2	Mehrfachintegrale	234
16.2.1	Satz (Fubini)	234
16.2.2	Beispiel 1	234
16.2.3	Beispiel 2	235
16.2.4	Satz (Substitutionsregel)	236
16.2.5	Beispiel	236
16.3	Flächenberechnung im \mathbb{R}^2	237
16.3.1	Beispiel 1	237
16.3.2	Beispiel 2	238
16.4	Flächenberechnung in Polarkoordinaten	238
16.4.1	Beispiel	239

16.5	Volumenberechnung im \mathbb{R}^3	239
16.5.1	Beispiel	240
16.6	Volumenberechnung in Kugelkoordinaten	240
16.6.1	Beispiel	241
16.7	Volumenberechnung in Zylinderkoordinaten	242
16.8	Schwerpunkte und Trägheitsmomente	242
16.8.1	Definition	242
16.8.2	Beispiel 1	243
16.8.3	Beispiel 2	244
16.8.4	Beispiel 3	245
16.9	Aufgaben	246
16.10	Lösungen	248

17 Flächen 253

17.1	Flächen	253
17.1.1	Beispiel	253
17.2	Flächenelement	254
17.2.1	Definition	254
17.3	Flächeninhalt	254
17.3.1	Definition	254
17.3.2	Satz	255
17.4	Oberflächenintegrale	255
17.4.1	Definition	255
17.4.2	Beispiel	256
17.5	Flußintegral	257
17.5.1	Definition	257
17.6	Aufgaben	258
17.7	Lösungen	259