

1 Einleitung

In fast allen Bereichen der verfahrenstechnischen Industrie, aber auch im täglichen Leben begleiten uns Schüttgüter. Schüttgüter sind granulare oder pulverförmige Stoffe und bestehen aus Partikeln und Hohlräumen. In 1kg Zucker befinden sich ca. 62 Millionen Partikel. Die Packung als Ganzes scheint sich ähnlich einem Festkörper zu verhalten. Wird der Zucker jedoch aus der Packung geschüttet, fließen die Körner.

Ein einzelnes Sandkorn ist für sich gesehen ein Festkörper und das Spannungs-Dehnungsverhalten kann mit den Gesetzen der Mechanik ohne Einschränkungen beschrieben werden. Das Verhalten von Schüttgütern bei einer Belastung ist von dem eines Feststoffes verschieden. Wird ein Schüttgut einer besonders hohen Last ausgesetzt, wird der Hohlraumanteil im Schüttgut verringert und die Einzelpartikel bilden Agglomerate. Eine Tablette ist ein Agglomerat aus vielen Einzelpartikeln und verhält sich wieder wie ein Festkörper. Das mechanische Verhalten wird in diesem Fall von dem der Festkörper bestimmt. Eine Steigerung des Hohlraumanteils, z.B. durch eine Belüftung, bewirkt genau das Gegenteil: Der Abstand zwischen den Einzelpartikeln wird größer und im Extremfall einer sehr starken Belüftung beginnt das Schüttgut zu fließen. Aufgrund des hohen Hohlraumanteils wird das Verhalten des fließenden Schüttguts durch die Eigenschaften des Fluids dominiert.

Ein Schüttgut kann also fließen wie eine Flüssigkeit, kann aber auch die mechanischen Eigenschaften eines Festkörpers annehmen. Aber weder die Gesetze der Fluidmechanik noch die der Festkörpermechanik können das mechanische Verhalten von Schüttgütern komplett beschreiben. Die heutigen Programme und Computer sind in der Lage, Haufwerke mit ca. 1 Million Partikeln zu berechnen. Das ist keine 1kg-Zuckerpackung, geschweige denn ein Vorratssilo von mehreren m³. Berechnungen und Simulationen stützen sich stets auf experimentelle Ergebnisse. Die Untersuchungen an Schüttgutproben werden ähnlich wie Untersuchungen an Festkörpern durchgeführt. Festkörper werden meist durch Zugkräfte, Schüttgüter durch Druckkräfte belastet. Die Geschwindigkeit der Belastung, die Dehnungsrate, ist ein zu variierender Parameter. Für trockene Schüttgüter gilt im Allgemeinen, daß die Dehnungsrate keinen Einfluß auf die Ergebnisse ausübt. Feuchte Schüttgüter wie z.B. Zahnpasta, Gips und Stärkesuspensionen verhalten sich jedoch geschwindigkeitsabhängig. Das bedeutet, daß der Verformungswiderstand mit steigender Dehnungsrate ebenfalls ansteigt. In dieser Arbeit wird untersucht, ob auch trockene Schüttgüter geschwindigkeitsabhängige Effekte zeigen, wie sie sich äußern und welche physikalischen Ursachen dafür zu finden sind.

Die Untersuchung einer Zeitabhängigkeit bei der Verformung eines Materials beinhaltet nicht nur die Bestimmung des Verformungswiderstands, sondern auch die Untersuchung von Relaxation und Kriechen. Relaxation bedeutet eine Veränderung des Spannungszustands bei gleichzeitig konstantem Dehnungszustand. Kriechen ist der genau entgegengesetzte Fall: eine Veränderung des Dehnungszustands bei gleichzeitig konstantem Spannungszustand. Des Weiteren werden Ergebnisse von Versuchen mit mehreren Richtungswechseln der Verformung, Entlastungsversuche und Belastungsversuche vorgestellt.

2 Grundlagen

2.1 Schüttgüter

Ein Schüttgut ist ein disperses System aus zwei Phasen. Die disperse Phase besteht aus Festkörpern, die kontinuierliche Phase ist ein Fluid. In dieser Arbeit wird das Verhalten von trockenen Schüttgütern untersucht. Die kontinuierliche Phase ist hier die Umgebungsluft. Diese Zusammensetzung eines Schüttguts führt zu mechanischen Eigenschaften, die weder durch die Gesetze der Fluidmechanik noch durch die Gesetze der Festkörpermechanik vollständig beschrieben werden können. Schüttgüter können sowohl die Eigenschaften eines Festkörpers annehmen (z.B. bei starker Kompression zu einer Tablette), sie können aber auch wie eine Flüssigkeit fließen (aus dem Vorratsbehälter).

In einem Flüssigkeitsbehälter ist der Flüssigkeitsdruck richtungsunabhängig und nimmt linear mit der Höhe des Behälters zu. In einem Schüttgutbehälter dagegen strebt der vertikale Schüttgutdruck einem Endwert entgegen und ist richtungsabhängig. Der Grund für dieses Verhalten ist die Fähigkeit eines Schüttguts, auch im Ruhezustand Schubkräfte zu übertragen. Somit können die Wände des Behälters einen Teil der Last tragen. Das Verhältnis zwischen der Horizontalspannung σ_h und der Vertikalspannung σ_v wird Hauptspannungsverhältnis $\lambda = \sigma_h/\sigma_v$ genannt.

Schüttgüter werden in kohäsionlose und kohäsionsbehaftete Schüttgüter unterteilt. Die Kohäsion ist ein Maß für den Zusammenhalt der einzelnen Partikeln. Kohäsionslose Schüttgüter werden auch als freifließende Schüttgüter bezeichnet. Das zeigt, daß Probleme bei der Lagerung und der Handhabung überwiegend bei kohäsionsbehafteten Schüttgütern auftreten. Schüttgüter mit einer hohen Kohäsion können meist nicht ohne Austraghilfen aus einem Silo gefördert werden. Das Fließen von Schüttgütern ist eine Deformation im Sinne der Plastizitätslehre, wobei die Deformationen sehr groß sein können. Damit Probleme bei der Lagerung und bei der Handhabung vermieden werden können, ist die Kenntnis des Spannungs-Dehnungsverhaltens notwendig und muß deswegen untersucht werden.

In der Schüttgutmechanik werden Druckspannungen (Verdichtung) als positiv und Zugspannungen (Ausdehnung) als negativ definiert. Dies folgt aus dem Tatsache, daß Schüttgüter nur sehr geringe Zugspannungen aufnehmen können.

2.2 Spannungen und Dehnungen

Die mechanische Beschreibung des Spannungs-Deformationszustands eines Schüttgutelements kann aus Büchern der allgemeinen Mechanik oder Schüttgutmechanik [z.B. 21, 23, 33] entnommen werden. Da in dieser Arbeit die Hauptspannungen und die Hauptdehnungen einer Schüttgutprobe direkt gemessen werden, werden die grundlegenden Beziehungen kurz dargestellt.

Der vollständige dreidimensionale Spannungszustand jedes Stoffes wird durch einen Spannungstensor \mathbf{T} beschrieben, der in einer kartesischen Basis die Darstellung:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (1)$$

besitzt. Die Diagonalelemente beschreiben die Normalspannungen, die übrigen Elemente die Tangential- bzw. Schubspannungen.

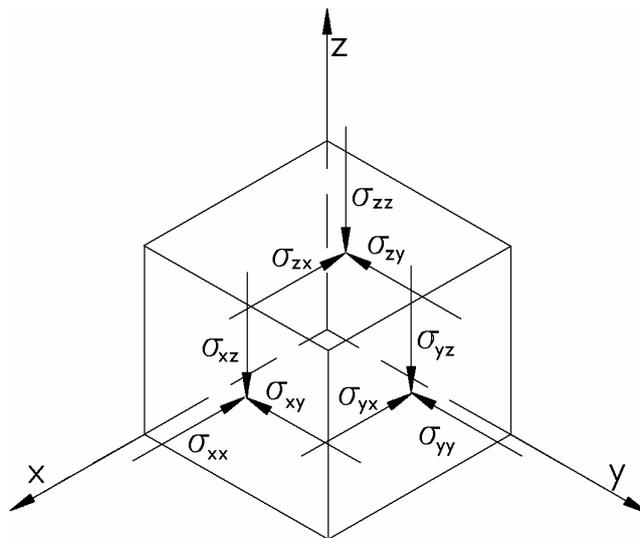


Abbildung 2.1: Kartesische Komponenten des Spannungstensors [24]

Das Momentengleichgewicht an der in Abbildung 2.1 dargestellten Probe führt auf die Beziehung:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2)$$

Der Spannungstensor ist also symmetrisch.

Die Dehnungen einer Probe werden durch einen Dehnungstensor dargestellt:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3)$$

In linearer Näherung lassen sich die Koeffizienten ε_{ij} angeben in der Form:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (4)$$

Auch der Dehnungstensor ist also symmetrisch. In dieser Dehnungsdefinition bezeichnen die Funktionen u_i

$$u_i = u_i(x, y, z), \quad i=x, y, z \quad (5)$$

die Verschiebung des Punktes (x, y, z) der Probe im unbelasteten Zustand in Richtung der x_i -Achse.

Für die Diagonalelemente gilt nach (1):

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}. \quad (6)$$

Durch die Aufintegration der Dehnungen erhält man die makroskopische Verformung eines Körpers. Ist die Dehnung überall gleich, läßt sie sich auch direkt über die makroskopische Verformung darstellen.

Im Hauptachsensystem gilt etwas für die Dehnung bei einem quaderförmigen Bauteil:

$$\varepsilon_i = \frac{dl_i}{l_i}, \quad (7)$$

worin l_i die Ausgangskantenlänge und dl_i die Kantenlänge in Richtung x_i bezeichnen.

In dieser Arbeit wird durchwegs die Dehnung über eine Beziehung ermittelt. Angemerkt sei noch die Definition der Volumendehnung ε_v . Für sie gilt:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (8)$$