Inhaltsverzeichnis

Einleitung	v
I Eine Signatur für nicht-isolierte Singularitäten	1
1 Signatur isolierter reeller Singularitäten	3
1.1 Frobenius-Algebren	3
1.2 Nulldimensionale vollständige Durchschnitte	4
1.2.1 Der klassische Zugang	4
1.2.2 Lokale Dualität für nulldimensionale vollständige Durchschnitte	7
1.2.3 Berechnung der Signatur	10
1.3 Signatur isolierter Singularitäten	10
1.4 Einige Beispiele für topologische Interpretationen von Sig- naturen	12
1.4.1 Der Satz von Eisenbud und Levine	12
1.4.2 Reelle Zweige von Kurvensingularitäten	13
1.4.3 Eulercharakteristik reeller Milnorfasern	15
1.4.4 Eulercharakteristik reeller Hyperflächen mit iso- lierten Singularitäten	16
2 Signatur nicht-isolierter reeller Singularitäten	19
2.1 m -Torsionsmodul fast-vollständiger Durchschnitte	20
2.2 Eine Homologie-Kohomologie-Spektralfolge	21
2.3 Eine Paarung für den m -Torsionsmodul	24
2.3.1 Lokale Dualität für den m -Torsionsmodul	24

2.3.2	Alternative Konstruktion der Paarung auf dem m -Torsionsmodul	26
2.4	Nicht-isolierte Singularitäten mit einem eindimensionalen kritischen Ort	29
2.5	Berechnung der Paarung und ihrer Signatur	30
2.6	Singularitäten mit Ringstruktur auf dem Jacobimodul	42
2.7	Eine Paarung auf dem Jacobimodul durch Einbettung in eine Serie	44
2.7.1	Serien isolierter Singularitäten	44
2.7.2	Eine Paarung durch Einbettung in eine Serie	46
3	Topologische Bedeutung der Signatur	49
3.1	Paarung über flache Deformationen	49
3.2	Deformationen nicht-isolierter Singularitäten	50
3.3	Symmetrie der Paarung	54
3.4	Topologie komplexer nicht-isolierter Singularitäten	54
3.5	Interpretation der Signatur reeller nicht-isolierter Singularitäten	55
3.6	Singularitäten ohne Morsifikation	62
3.7	Anwendung auf ebene algebraische Kurven	64
3.7.1	Klassische Nullstellenlokalisierung	64
3.7.2	Signatur für Kegel	66
II	Deformationen und Jacobifaktoren isolierter Kurvensingularitäten	69
4	Cohen-Macaulay-Moduln auf Kurven und ihre Extensionen	71
4.1	Cohen-Macaulay-Moduln auf Hyperflächen	71
4.1.1	Kurvensingularitäten endlichen Darstellungstyps	72
4.1.2	Matrixfaktorisierungen und periodische Auflösungen von Cohen-Macaulay-Moduln	72
4.1.3	Cohen-Macaulay-Moduln vom Rang Eins	74
4.2	Extensionen von Cohen-Macaulay-Moduln	74
4.3	Extensionen $\text{Ext}^i(M, M)$	77
4.4	Selbstdualität der Extensionen auf Kurven	79
4.5	Deformation von Matrizen, Moduln und Ringen	85

4.5.1	Deformationen von Moduln	85
4.5.2	Deformationen von Matrizen	86
4.5.3	Zusammenhänge zwischen den Deformationen . .	87
4.6	Beispiele von Moduln auf Kurven	90
4.6.1	Einfache gewichtet homogene irreduzible Singu- laritäten	90
4.6.2	Unimodale gewichtet homogene Singularitäten . .	93
4.6.3	Eine bimodale Singularität	99
5	Jacobivarietäten und Deformationen von Moduln	101
5.1	Kompaktifizierte Jacobivarietäten	103
5.2	Lokale Struktur kompaktifizierter Jacobivarietäten	104
5.3	Die Modulvarietät	106
5.4	Lokale Struktur der Jacobifaktoren	107
5.5	Eulerzahlen der Jacobifaktoren einiger Klassen von Sin- gularitäten	109
5.5.1	Reduktion auf den rationalen einzweigen Fall . .	109
5.5.2	Eulerzahl der Jacobifaktoren zu $x^p - y^q$	109
5.5.3	Eulerzahl der Jacobifaktoren einfacher Singulari- täten	110
5.6	Bettizahlen der Jacobifaktoren monomialer Singularitäten	111
5.7	Stratifikation der Modulvarietät einfacher Singularitäten .	112
5.8	Singularitäten positiver Modalität	113
6	Reelle Morsifikationen und das δ-konstante Stratum	117
6.1	Multiplizität des δ -konstanten Stratums	117
6.2	Reelle Morsifikationen einfacher irreduzibler Singularitäten	119
6.2.1	Die A_{2k} -Singularitäten	119
6.2.2	Die E_6 -Singularität	122
6.2.3	Die E_8 -Singularität	127
6.3	Problematik für Singularitäten höherer Modalität	128
A	Algebraische Grundlagen	131
A.1	Lokale Kohomologie und lokale Dualität	131
A.1.1	Definition des lokalen Kohomologiefunktors	131
A.1.2	Der lokale Kohomologiefunktor als direkter Limes von Extensionsfunktoren	132

A.1.3	Čech-Komplexe zur Berechnung lokaler Kohomologie	133
A.1.4	Verschwindungssätze	137
A.1.5	Lokale Dualität	138
A.2	Koszul-Komplexe	142
A.3	Auflösung von Komplexen	144
B	Singular-Bibliotheken	147
B.1	Bibliothek zur Berechnung der Signatur	147
B.1.1	Die Bibliothek <code>paarung.lib</code>	147
B.1.2	Die Bibliothek <code>iso.lib</code>	151
C	Ein Signaturkatalog	157
C.1	Einige Klassen von Geradensingularitäten	157
C.2	Kegel über Quartiken	162