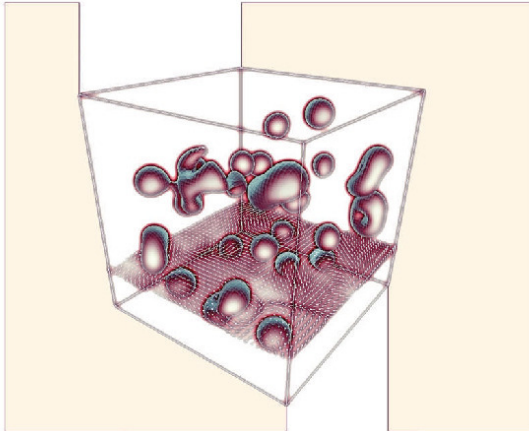




Jürgen Klomfaß (Autor)

## Die Simulation des chiralen Phasenübergangs im (3+1) dimensionalen $O(4)$ Modell

Die Simulation des chiralen Phasenübergangs  
im (3+1) dimensionalen  $O(4)$  Modell



Jürgen Klomfaß

<https://cuvillier.de/de/shop/publications/3376>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,  
Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# KAPITEL 1

## Einleitung

Ursprung aller Materie in unserem Universum ist nach dem Standardmodell der Kosmologie, der Urknalltheorie, eine nahezu unendlich heiße und dichte Singularität. Dieser sich zunächst explosionsartig ausdehnende Materiezustand, in dem alle Teilchen, Antiteilchen und Eichbosonen im thermodynamischen Gleichgewicht standen, durchlief mit abnehmender Temperatur und Dichte eine Folge von Phasenübergängen<sup>1</sup>:

- $T = 10^{29}$  K,  $t = 10^{-35}$  s  
*GUT-Transformation:*  
Abkopplung der starken von der elektroschwachen WW;  
d.h. die stark wechselwirkenden Quarks reagieren kaum noch mit Leptonen.
- $k_B T = 100$  GeV,  $t = 10^{-12}$  s  
*Der elektroschwache Phasenübergang:*  
Entkopplung von schwacher und elektromagnetischer Wechselwirkung.
- $k_B T = 150$  MeV,  $t = 10^{-6}$  s  
*Der Confinement-Phasenübergang:*  
Die Hadronisierung setzt ein; d.h. aus den vorher freien Quarks und Gluonen bilden sich Hadronen.

Als das junge Universum also ca.  $1\mu\text{s}$  alt war, ist dessen Temperatur durch fortlaufende Expansion auf ca. 150 MeV gefallen, was der typischen Energieskala der Hadronenanregungen entspricht. Die zuvor freien Quarks und Gluonen (*Deconfinement*) gingen Bindungszustände in Form von Baryonen und Mesonen ein (*Confinement*), wobei die hadronische Welt geformt wurde, so wie wir sie heute noch vorfinden. Die theoretische Entschlüsselung sowie die experimentelle Nachahmung dieses Phasenübergangs ist eine der größten Herausforderungen gegenwärtiger Physik.

**Ultrarelativistische Schwerionenkollisionen.** Ultrarelativistische Schwerionenkollisionen eröffnen die Möglichkeit, die Eigenschaften und das

---

<sup>1</sup>Für eine etwas ausführlichere Diskussion hierzu siehe [2].

Verhalten hadronischer Materie bei extrem hohen Temperaturen und Energiedichten zu studieren. Die Erzeugung eines Phasenübergangs zwischen dem Confinement und dem Deconfinement bildet einen Schwerpunkt der Experimente, welche seit dem Jahr 2000 am RHIC<sup>2</sup> durchgeführt werden und welche im europäischen Zentrum für Nuklearforschung (CERN) geplant<sup>3</sup> sind. Bei diesen Experimenten werden schwere Kerne wie z.B.  $Pb^{208}$  oder  $Au^{197}$  auf relativistische Geschwindigkeiten (bis zu 100 GeV/Nukleon, RHIC) beschleunigt und dann zur (zentralen) Kollision gebracht. Dabei durchdringen sich die beiden kollidierenden Kerne gegenseitig<sup>4</sup> und hinterlassen im Schwerpunktsystem einen rasch expandierenden zylindersymmetrischen oder auch sphärischen Bereich hochangeregten Vakuums, den sogenannten *Feuerball* [3] (Abb. 1.1). Die nuklearen Bruchstücke, welche sich in Gestalt von lorentzkontrahierten Pfannkuchen annähernd mit Lichtgeschwindigkeit voneinander entfernen (Abb. 1.1.b-d), enthalten im Wesentlichen alle Baryonen der ursprünglichen Kerne. Von besonderem Interesse ist die zentrale Region im Zwischenraum (Abb. 1.1.b), also das hochangeregte Vakuum, da diese Region dem heißen Vakuum des frühen Universums ähnelt. Fluktuationen des Farbfeldes innerhalb dieser heißen Zone wandeln zunächst, durch Produktion von Quark-Antiquark Paaren, die Kollisionsenergie in Teilchen um. Anschließend lösen Sekundärkollisionen eine sich kaskadenförmig verstärkende Flut von weiteren Quarks und Gluonen aus (Abb. 1.1.c). Bei den dabei herrschenden Temperaturen und Teilchendichten können die Quarks keine gebundenen Zustände eingehen. Es kommt vorübergehend (für einen äußerst kleinen Zeitraum von  $\sim 10^{-23}$  s) zur Ausbildung eines Quark-Gluon-Plasma (QGP), wobei der Übergang von der hadronischen Materie zum QGP derselbe ist wie der Confinement-Phasenübergang des frühen Universums, nur in umgekehrter Richtung.

Aufgrund des anfänglich sehr hohen Druckes im Innern dieser heißen Plasma-Blase expandiert das System sehr rasch, kühlt sich dabei adiabatisch ab und erreicht erneut die kritische Temperatur für den QCD-Phasenübergang. Die Hadronisierung setzt ein und es werden eine große Anzahl von Teilchen, größtenteils Pionen, aber auch einige schwere Baryon-Antibaryon-Paare, erzeugt und anschließend emittiert (Abb. 1.1.d). Über deren Nachweis versucht man einen Einblick in die komplexe innere Struktur des QCD-Vakuums zu erlangen.

---

<sup>2</sup>Wertvolle Informationen zum Relativistic Heavy Ion Collider findet man auf der RHIC-Homepage unter <http://www.bnl.gov/RHIC/> .

<sup>3</sup>Der Large Hadron Collider (LHC) soll im Jahr 2007 seinen Betrieb aufnehmen ( $\sqrt{s} \approx 5.5$  TeV/Nukleon.) .

<sup>4</sup>Oberhalb von 14 GeV/Nukleon ist das gegenseitige vollständige Abbremsen der kollidierenden Nukleonen nicht mehr möglich [4].

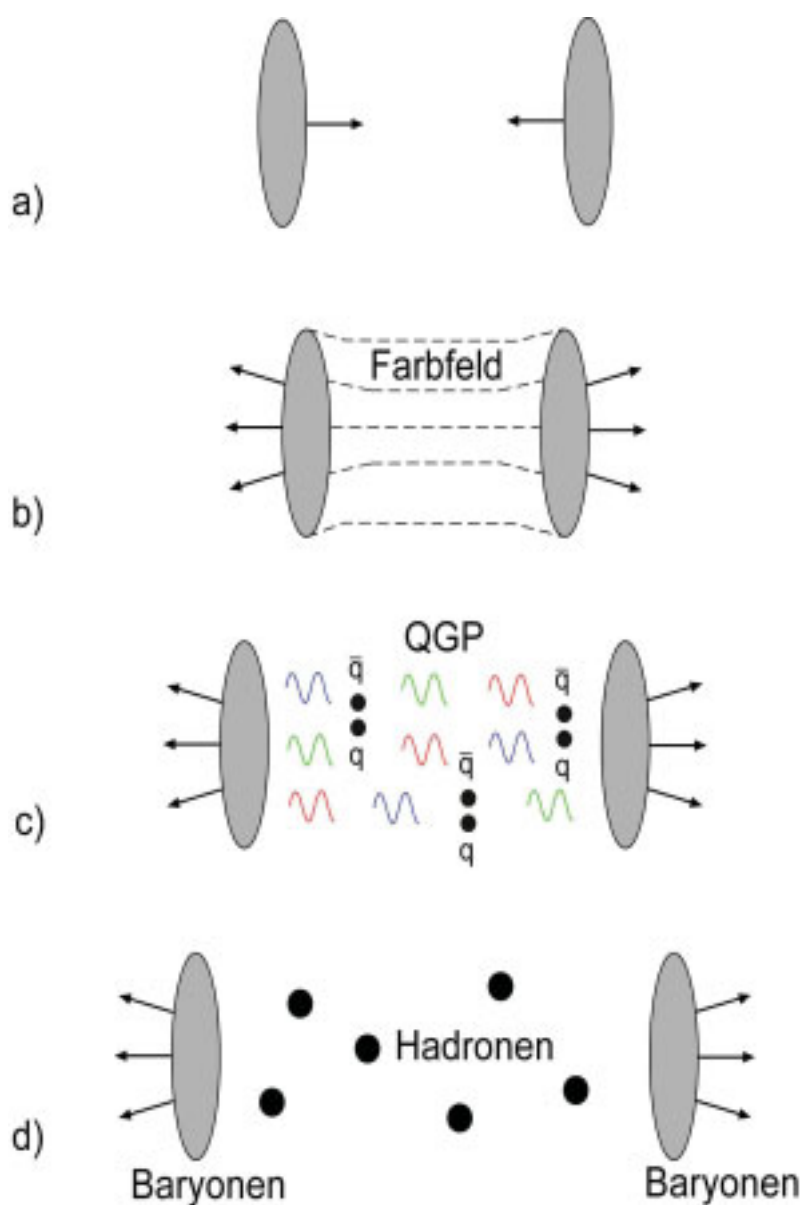


ABBILDUNG 1.1. Die vier Stadien einer Schwerionenkollision [2, 4].

Eine der aufregendsten theoretischen Herausforderungen bei der Untersuchung von Materie extrem hoher Energiedichten liegt in der Entschlüsselung der chiralen Symmetrie, verbunden mit dem Verständnis des Prozesses, welcher den Quarks ihre Massen verleiht.

**Was ist chirale Symmetrie?.** Im Bereich geringer Energie- und Teilchendichten schließen sich die Quarks und Gluonen zu farbneutralen Objekten, den Hadronen, zusammen. Prominente Vertreter dieser Gattung sind z.B. die aus drei (Konstituenten-) Quarks bestehenden Nukleonen, mit einer Masse von ca. 900 MeV, so dass man einem einzelnen, in einem Nukleon eingeschlossenen (Konstituenten-) Quark, eine effektive Masse von

ca. 300 MeV zuschreiben kann. Der größte Teil dieser Masse wird von einer Wolke aus Gluonen und virtuellen Quark-Antiquark-Paaren getragen; d.h. die effektive Quarkmasse ergibt sich aus der Wechselwirkung der Quarks einerseits untereinander und andererseits mit dem sie umgebenden Vakuum. Die effektive Masse eines Quarks schrumpft mit abnehmender Entfernung zu einem zweiten Quark oder Antiquark, mit dem es in Verbindung steht [5, 6]. Man geht heute davon aus, dass die bei den Kollisionsexperimenten erreichten Energie- und Teilchendichten so groß sind, dass die Massen der beiden leichtesten Quarkflavours nahezu verschwinden<sup>5</sup>.

Masselose Quarks besitzen eine Chiralität, d.h. sie sind rechts- bzw. linkshändig (siehe z.B. [7], S. 4-6). Diese Chiralität ist eine fundamentale Symmetrie der QCD. So faktorisiert die Lagrangedichte der QCD,  $\mathcal{L}_{QCD}$ , im Falle von verschwindenden Quarkmassen ( $m_u \sim m_d \sim 0$ ) in einen linkshändigen und einen rechtshändigen Term, d.h. sie ist chiral symmetrisch, bzw. invariant unter den durch

$$(1.1) \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_L + u_R \\ d_L + d_R \end{pmatrix} \longrightarrow U_L \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} + U_R \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix}; \quad U_{R,L} \in SU(2)$$

definierten *chiralen Transformationen*. Hier bezeichnen  $u_{L,R}$ ,  $d_{L,R}$  die links- bzw. rechtshändigen Quarkfelder. Gruppentheoretisch wird diese Invarianz durch die Symmetriegruppe  $\mathcal{G} = SU(2)_L \times SU(2)_R$ , welche isomorph zur  $O(4)$  Gruppe ist, beschrieben.

**Spontane Symmetriebrechung.** Da einerseits die chirale Symmetrie im Teilchenspektrum nicht beobachtet wurde, man also keine chirale Entartung der Hadronen gefunden hat, und andererseits sich die Hadronen einteilen lassen als entartete Repräsentanten der Isospingruppe  $SU(2)_I$ , dies ist die Untergruppe von  $\mathcal{G}$  für die  $U_L = U_R$  gilt, geht man davon aus, dass der Grundzustand die globale chirale Symmetrie  $\mathcal{G}$  der Lagrangedichte spontan bricht.

Das Prinzip der spontanen Symmetriebrechung ist weit verbreitet in der Natur und tief verwurzelt in vielen Teilbereichen der modernen Physik. Dabei erfolgt die Transformation zwischen zwei Systemen unterschiedlicher Symmetrie im Allgemeinen durch einen Phasenübergang. Man denke hierbei z.B. an einen Ferromagneten, bei dem die Spins oberhalb der Curie-Temperatur keinerlei Ordnung aufweisen (Phase A), sich aber unterhalb dieser Temperatur (auch in Abwesenheit äußerer Magnetfelder)

---

<sup>5</sup>Die Idee, dass die Materie bei extrem hohen Teilchendichten, wie man sie z.B. in Neutronensternen oder in der ersten Phase des expandierenden Universums vorfindet, aus schwach wechselwirkenden Quarks und Gluonen besteht, geht auf eine Arbeit von Collins und Perry [8] zurück.

in endlichen räumlichen Bereichen ausrichten, bis schließlich, im Idealfall (bei  $T=0$ ), alle Spins in eine Richtung zeigen (Phase B). Dadurch wird die anfängliche Rotationssymmetrie des Systems spontan gebrochen. Charakteristisch für einen solchen Phasenübergang ( $A \rightarrow B$ ) ist nach der Landau-Theorie<sup>6</sup> ein Ordnungsparameter, welcher in der einen Phase (A) verschwindet und in der anderen Phase (B) einen endlichen Wert annimmt. Im Falle des Ferromagneten ist ein solcher Ordnungsparameter z.B. durch den Betrag der Magnetisierung gegeben. Um aber die Symmetrie und die mikroskopische Struktur des Systems besser erfassen zu können, lässt sich als Ordnungsparameter aber auch ein dreikomponentiges Vektorfeld  $\Phi$  definieren, dessen räumliche Mittelung gleich der Magnetisierung (diesmal aufgefasst als dreikomponentiger Vektor) ist. Dann gilt oberhalb der Curie-Temperatur (in der paramagnetischen Phase)  $\langle \Phi \rangle = \mathbf{M} = 0$  und unterhalb dieser Temperatur  $\langle \Phi \rangle = \mathbf{M} \neq 0$ . Falls alle magnetischen Dipolmomente in die gleiche Richtung zeigen folgt  $\langle \Phi \rangle = M_s \mathbf{e}_3 \neq 0$ , wobei  $\mathbf{e}_3$  die Richtung der spontanen Symmetriebrechung angibt und  $M_s$  den Vakuumwert der Magnetisierung kennzeichnet.

**Der chirale Phasenübergang.** Nach den Gitterrechnungen [11]-[13] tritt bei einer diskreten Übergangstemperatur von  $T = T_C \approx 160 - 180$  MeV ein chiraler Phasenübergang auf. Letzteres bezeichnet einen Übergang zwischen der normalen Phase, in der die chirale Symmetrie gebrochen ist und in der das isoskalare Quark-Kondensat  $\langle q\bar{q} \rangle$  einen endlichen Wert annimmt, und einer Phase mit einer näherungsweise wiederhergestellten chiralen Symmetrie in Verbindung mit einem verschwindenden Quark-Kondensat. Als relevanter Ordnungsparameter im Sinne der Landau-Theorie kann hierbei zum einen das chirale Kondensat  $\langle q\bar{q} \rangle$  angesehen werden, und zum anderen kann, in Analogie zur Magnetisierung des Ferromagneten, dieses Quark-Kondensat zu einem mehrkomponentigen Vektorfeld ergänzt werden. Da die chirale Symmetrie eine  $O(4)$  Symmetrie ist, hat dieses Vektorfeld, wir nennen es das *chirale Feld*, dann vier Komponenten. Dabei zeigt die vierte Komponente in Richtung der spontan gebrochenen Symmetrie und nimmt bei  $T=0$  den Vakuumwert des isoskalaren Quark Operators  $\langle q\bar{q} \rangle_0$  an.

Beide hier diskutierten Systeme zeichnen sich durch eine, unterhalb einer bestimmten Temperatur auftretende, spontane Symmetriebrechung aus, welche nach dem Goldstone-Theorem [14] von masselosen Anregungen des Vakuums, den sogenannten *Goldstone-Bosonen*, begleitet ist. Dies sind die Spin-Wellen beim Ferromagneten und sie entsprechen den drei

---

<sup>6</sup>Für eine allgemeine Einführung zur Landau-Theorie von Phasenübergängen siehe z.B. [9, 10].

Pionen im chiralen  $O(4)$  Modell der QCD. Während die chirale Symmetrie im Grenzfall verschwindender Quarkmassen eine exakte Symmetrie der QCD ist, stellt sie unter Berücksichtigung der tatsächlichen Massen nur eine Näherung dar, was sich unter anderem darin ausdrückt, dass die Pi-Mesonen, als die Goldstone-Bosonen der spontan gebrochenen chiralen Symmetrie, nicht masselos sind. Manchmal werden die Pionen daher auch als *Pseudo-Goldstone-Bosonen* bezeichnet [15]. Die Berücksichtigung der kleinen Quarkmassen führt zu einer expliziten Brechung der chiralen Symmetrie, so wie ein äußeres Magnetfeld die Rotationssymmetrie eines Ferromagneten bricht.

Der QCD-Phasenübergang zwischen dem QGP und der normalen Phase hadronischer Materie manifestiert sich in zwei Formen:

- i) *Der Confinement-Phasenübergang*<sup>7</sup>:  
Zusammenschluss der zuvor freien Quarks und Gluonen zu den farbneutralen Hadronen.
- ii) *Der chirale Phasenübergang*:  
Die Bildung der Quark-Massen führt zur spontanen Brechung der chiralen Symmetrie.

Wir gehen davon aus, dass der Farbeinschlussprozess zu keinerlei Vorzugsrichtungen des chiralen Feldes führt, so dass wir den chiralen Phasenübergang getrennt von dem Confinement-Phasenübergang untersuchen können.

**Disoriented Chiral Condensate (DCC).** Wir betrachten einen, bei einer Schwerionenkollision gebildeten, rasch expandierenden Feuerball, mit einem inneren Bereich geringerer Energiedichte, welcher durch eine dünne heiße Schale hadronischer Überreste von dem äußeren Vakuum abgegrenzt ist<sup>8</sup> (siehe Abb.1.2.a). Es wird nun angenommen, dass sich in diesem inneren Bereich ein Quark-Kondensat  $\langle 0|q_L\bar{q}_R|0\rangle$  ausbilden kann, welches sich durch eine chirale Drehung von der üblichen Orientierung im Isospin-Raum, dem echten Vakuum, unterscheidet [17]-[20]. Der Zerfall eines solchen räumlich lokalisierten disorientierten chiralen Kondensats (DCC), d.h. die Relaxation dieses Bereichs zum echten Vakuum, ist begleitet von der

---

<sup>7</sup>Die einzelnen Experimente und die erwarteten Signaturen für den Confinement-Phasenübergang sind in [16] zusammengetragen.

<sup>8</sup>Die Vorstellung einer heißen dünnen Schale welche einen kälteren Innenraum umschließt wurde von J.D. Bjorken, K.L. Kowalski, und C.C. Taylor ins Leben gerufen [17] und ist heute unter dem Namen *baked-alaska model* bekannt.

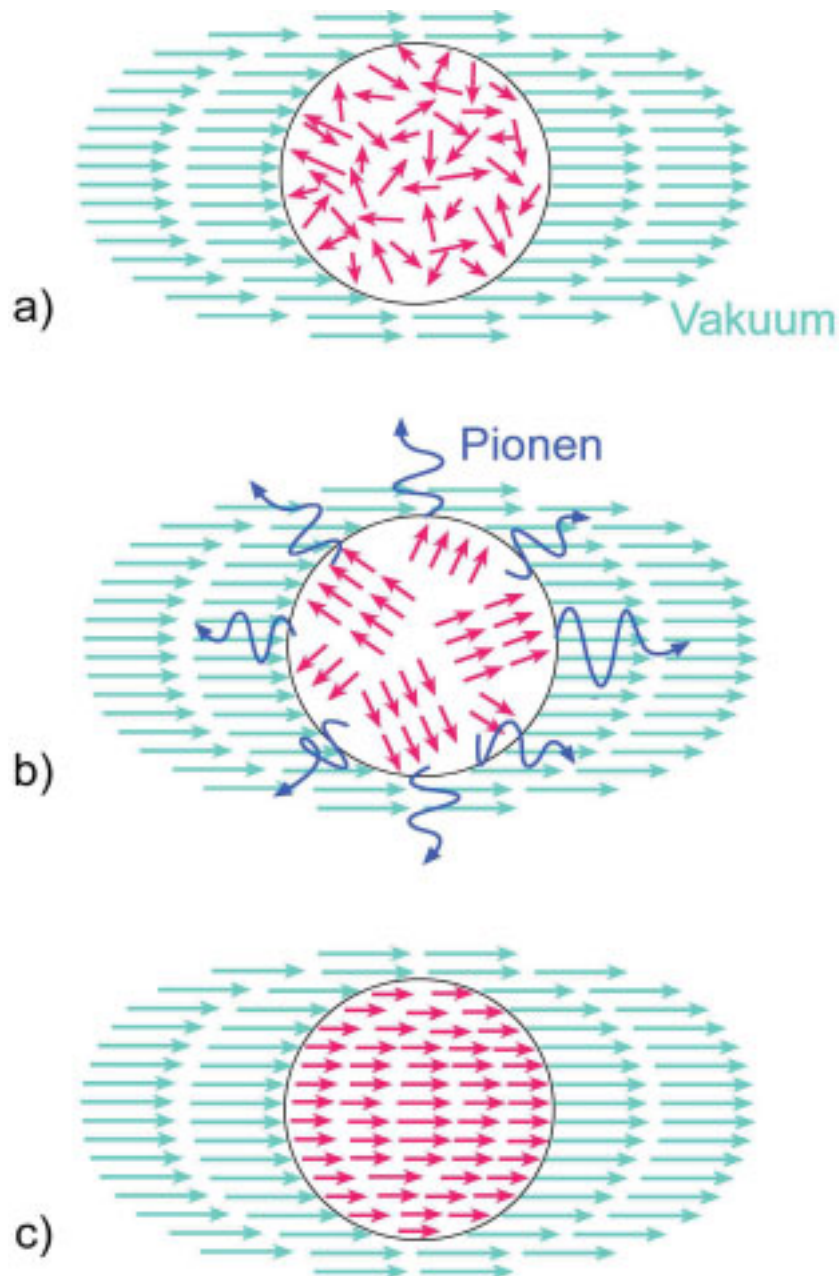


ABBILDUNG 1.2. Ausbildung und Zerfall eines chiral disorientierten Kondensats. Die Pfeile repräsentieren das chirale Feld. Die obere Abbildung zeigt den Feuerball mit einem inneren heißen Bereich, welcher vom angrenzenden ( $T=0$ )-Vakuum umgeben ist. Die Abkühlung der inneren Regionen führt zur Ausbildung von Domänen mit ausgerichtetem chiralem Feld (Abb. mitte). Die Relaxation eines solch chiral (dis)orientierten Bereiches zum echten Vakuum ist begleitet von der Emission kohärenter Pionen.

Emission kohärenter Pionen (siehe Abb.1.2.b+c). Dabei genügt der Anteil neutraler Pionen

$$(1.2) \quad f = \frac{N_{\pi^0}}{N_{\pi^0} + N_{\pi^+} + N_{\pi^-}}$$