



Reinhard Kürsten (Autor)
Josephson-Feldeffekttransistoren auf p-Typ InAs

Reinhard Kürsten

**Josephson-Feldeffekttransistoren
auf p-Typ InAs**



Cuvillier Verlag Göttingen

<https://cuvillier.de/de/shop/publications/3447>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,
Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden theoretischen Konzepte für Hybridsysteme aus Supraleitern (S) und Normalleitern¹ (N) vorgestellt. Dabei stehen die Modelle im Vordergrund, bei denen der Transport im Normalleiter ballistisch erfolgt. Eine Übersicht über die Theorien diffusiver Systeme wird z.B. in [Lik79] gegeben.

2.1 Bogoliubov-de Gennes-Gleichung

Ausgangspunkt für die Behandlung von Hybridsystemen ist die Bogoliubov-de Gennes-Gleichung (BdG-Gleichung) [dG66]. Sie beinhaltet zwei Schrödingergleichungen, die über das Paarpotential Δ miteinander gekoppelt sind. Für den stationären Fall lautet sie:

$$\begin{pmatrix} H(\vec{r}) & \Delta(\vec{r}) \\ \Delta^*(\vec{r}) & -H^*(\vec{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{pmatrix} = \varepsilon \begin{pmatrix} u(\vec{r}) \\ v(\vec{r}) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

mit dem Hamilton-Operator

$$H(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 - \mu(\vec{r}) + V(\vec{r}) \quad (2.2)$$

Hierbei ist μ das chemische und V das elektrostatische Potential. Die Energie ε hat ihren Ursprung am chemischen Potential μ . Die Eigenvektoren setzen sich jeweils aus einer Elektronwellenfunktion $u(\vec{r})$ und einer Lochwellenfunktion $v(\vec{r})$ zusammen. Letztere bezieht sich dabei auf Löcher im Leitungsband und nicht, wie bei Halbleitern sonst üblich, im Valenzband. Die Lösungen für den normaleitenden Bereich sind reine Elektron- bzw. Lochzustände, da dort $\Delta = 0$ ist. Im Supraleiter besitzen die Lösungen der BdG-Gleichung einen Elektron- und einen Lochanteil. Je nach ihrem Verhalten für $\Delta \rightarrow 0$ bezeichnet man diese Quasiteilchen entweder als elektron- oder als lochartig.

¹Der Begriff *Normalleiter* umfaßt Halbleiter und Metalle.

2.2 Andreev-Reflexion

An einem SN-Kontakt (siehe Abb. 2.1 rechts) kann ein Elektron aus dem Normalleiter mit der Energie $\varepsilon < \Delta$ nicht in den Supraleiter eindringen, da innerhalb der supraleitenden Energielücke keine Zustände vorhanden sind. Es kann an der Grenzfläche in den Normalleiter zurück reflektiert werden (Normalreflexion). Zusätzlich ist ein weiterer Prozeß möglich, der als Andreev-Reflexion bezeichnet wird [And64]. Hierbei bildet das Elektron zusammen mit einem weiteren Elektron des Fermisees ein Cooper-Paar im Supraleiter, wodurch im Normalleiter ein Loch der Energie $-\varepsilon$ entsteht. Das Loch wird retroreflektiert, d.h. es läuft auf der Bahn des ursprünglichen Elektrons zurück. Die Phase der Wellenfunktion ändert sich bei der Andreev-Reflexion um:

$$\Delta\varphi = -\arccos\left(\frac{\varepsilon}{\Delta}\right) \pm \phi_S \quad (2.3)$$

ϕ_S ist die Phase des Supraleiters. Das negative Vorzeichen bezieht sich auf die Andreev-Reflexion eines Elektrons, wie sie in Abb. 2.1 dargestellt ist. Für den analogen Prozeß mit einem Loch anstelle des Elektrons gilt das positive Vorzeichen.

2.3 Streupotential der Grenzfläche

Zur Beschreibung elastischer Streuung an der Grenzfläche des SN-Kontaktes wurde von Blonder, Tinkham und Klapwijk (BTK) ein Deltapotential eingeführt [Blo82]:

$$V_{SN}(x) = \hbar v_{F,S} Z \delta(x) \quad (2.4)$$

Hierbei ist Z ein dimensionsloser Parameter und $v_{F,S}$ die Fermigeschwindigkeit des Supraleiters. Da im allgemeinen die Fermigeschwindigkeit im Normalleiter $v_{F,N}$ hiervon abweicht, wurde das BTK-Modell entsprechend erweitert [Blo83, Mor84]. In den Ausdrücken für die Wahrscheinlichkeiten der Andreev-Reflexion $A(\varepsilon)$, der Normalreflexion $B(\varepsilon)$ und der Transmission $T(\varepsilon)$ muß dann Z durch Z_{eff} ersetzt werden. Für Z_{eff} gilt:

$$Z_{eff} = \sqrt{Z^2 + \frac{(\eta - 1)^2}{4\eta}} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{v_{F,N}}{v_{F,S}} \quad (2.5)$$

Eine Diskrepanz der beiden Fermigeschwindigkeiten hat für die drei Wahrscheinlichkeiten eine Wirkung wie ein zusätzliches Streupotential.

In Abb. 2.2 sind die mit der BTK-Theorie berechneten Wahrscheinlichkeiten der drei Prozesse als Funktion der Energie ε gezeigt. Bei idealen Grenzbedingungen, d.h. bei $Z_{eff} = 0$, gibt es keine Normalreflexion. Für $\varepsilon \leq \Delta$ ist deshalb nur die Andreev-Reflexion möglich. Oberhalb von Δ nimmt ihre Wahrscheinlichkeit rasch ab, während die der Transmission entsprechend bis auf eins ansteigt. Für $Z_{eff} \neq 0$, ist jedoch Normalreflexion möglich (siehe Abb. 2.2 rechts). Durch sie verringert sich für $\varepsilon < \Delta$ die Wahrscheinlichkeit für die Andreev-Reflexion und für $\varepsilon > \Delta$ die der Transmission.

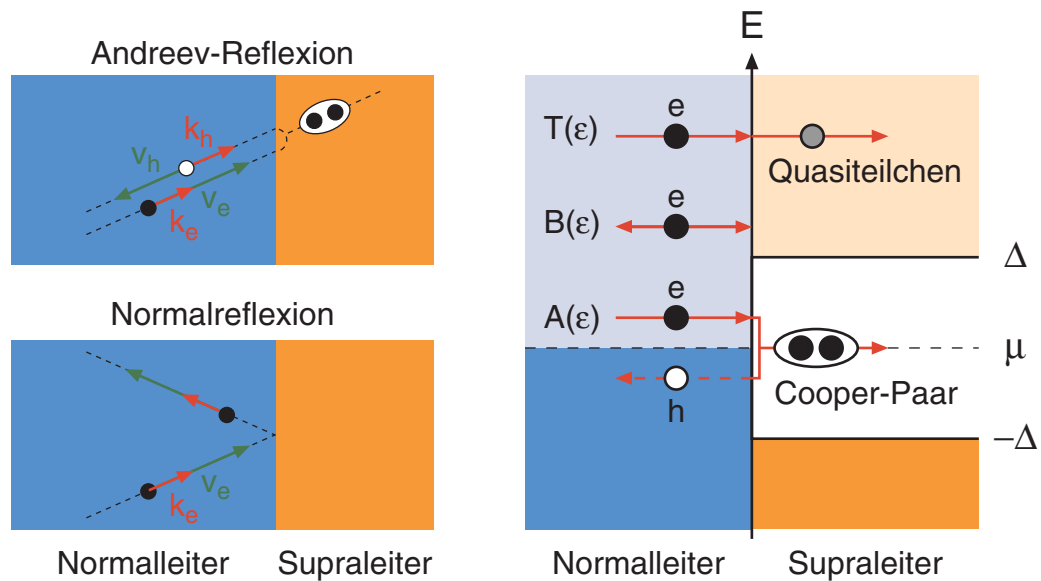


Abbildung 2.1: Prozesse an der Grenzfläche zwischen Normal- und Supraleiter. **(links)** Schematische Darstellung der Andreev- und der Normalreflexion im Ortsraum. **(rechts)** Transmission $T(\epsilon)$, Normalreflexion $B(\epsilon)$ und Andreev-Reflexion $A(\epsilon)$ im Bandschema der Grenzfläche.

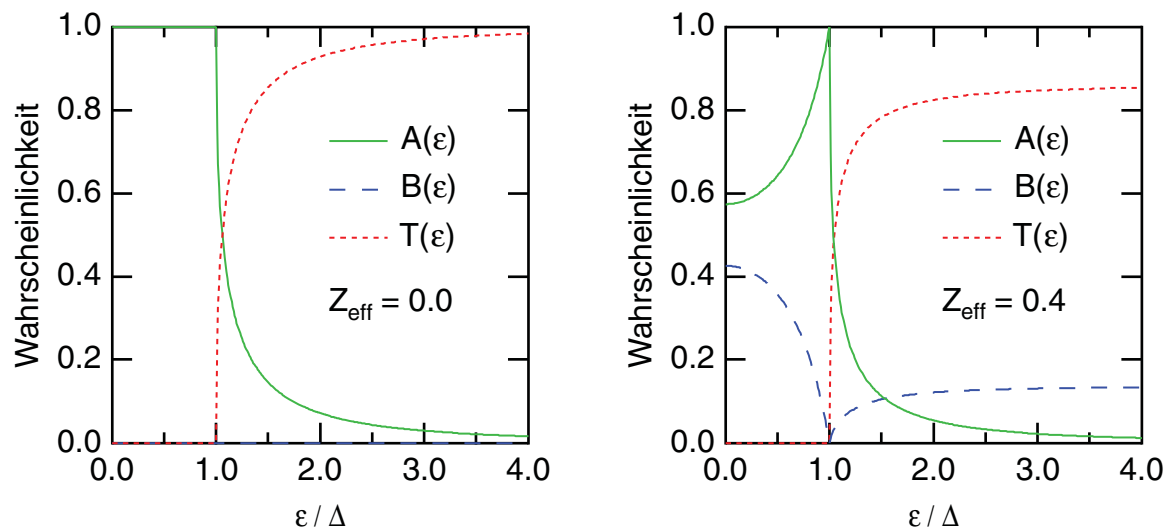


Abbildung 2.2: Mit der BTK-Theorie berechnete Wahrscheinlichkeiten für Andreev-Reflexion $A(\epsilon)$, Normalreflexion $B(\epsilon)$ und Transmission $T(\epsilon)$ als Funktion der Energie des Elektrons bzw. des Lochs. **(links)** Ideale Grenzbedingungen, d.h. $Z_{\text{eff}} = 0.0$. **(rechts)** hochtransparente Grenzfläche mit $Z_{\text{eff}} = 0.4$ (entspricht einem Transmissionskoeffizienten von $D_{SN} = 0.86$).

Für hohe Energien ($\varepsilon \gg \Delta$) wird die Wahrscheinlichkeit $T(\varepsilon)$ gleich dem Transmissionskoeffizienten der Grenzschicht D_{SN} . Es gilt deshalb:

$$D_{SN} = \frac{1}{1 + Z_{eff}^2} = \frac{4\eta D}{4\eta + D(\eta - 1)^2} \quad (2.6)$$

Hierbei ist $D = 1/(1 + Z^2)$ die sich für $\eta = 1$ ergebende Transmission. Im weiteren wird η und D bzw. D_{SN} zur Beschreibung der Grenzfläche verwendet.

2.4 Gebundene Andreev-Zustände

Bei einem SNS-Kontakt sind an beiden Grenzflächen Andreev-Reflexionen möglich (siehe Abb. 2.3 links). Ausgehend von idealen Grenzbedingungen (d.h. $D_{SN} = 1$) wird ein sich nach rechts bewegendes Elektron mit der Energie $\varepsilon \leq \Delta$ am rechten Supraleiter Andreev reflektiert. Dadurch wird im Supraleiter ein Cooper-Paar erzeugt. Das zurücklaufende Loch der Energie $-\varepsilon$ wird am linken Supraleiter Andreev reflektiert, wodurch dort ein Cooper-Paar vernichtet wird. Durch die zweite Andreev-Reflexion entsteht wieder ein Elektron der Energie ε . Insgesamt wird also ein Cooper-Paar vom linken in den rechten Supraleiter transportiert. Bei dem entsprechend gegenläufigen Prozeß wird ein Cooper-Paar in umgekehrter Richtung befördert. Setzt man zusätzlich ballistischen Transport im Normalleiter voraus, so lautet die Quantisierungsbedingung für einen solchen Kreisprozeß [Lan00]:

$$2\pi n = 2 \arccos \left(\frac{\varepsilon_n^\pm}{\Delta} \right) \pm \phi - 2 \left(\frac{\varepsilon_n^\pm a}{\hbar v_{F,N}} \right) \quad (2.7)$$

Die ersten beiden Terme auf der rechten Seite geben die Phasenänderung der beiden Andreev-Reflexionen an (siehe Gleichung 2.3), wobei ϕ die Phasendifferenz der beiden Supraleiter ist. Das positive Vorzeichen in der Gleichung bezieht sich dabei auf ein nach rechts laufendes Elektron bzw. ein nach links laufendes Loch. Für die gegenläufige Bewegung gilt das negative Vorzeichen. Der dritte Term beschreibt die Phasenänderung der ballistischen Bewegung des Elektrons bzw. des Lochs. Hierbei ist a der Abstand der beiden Supraleiter. Da $\varepsilon \ll \mu$ ist, wurde die Andreev-Näherung $\hbar(k_e - k_h) \approx 2\varepsilon/v_{F,N}$ verwendet.

Die Niveaus $\varepsilon_n^\pm < \Delta$ bilden das diskrete Spektrum der gebundenen Andreev-Zustände. Auch für $\varepsilon > \Delta$ gibt es noch eine endliche Wahrscheinlichkeit für eine Andreev-Reflexion (siehe Abb. 2.2). Deshalb existieren auch in diesem Energiebereich Andreev-Zustände. Ihr Spektrum bildet jedoch ein Kontinuum.

Gleichung 2.7 ist nur für ideale Grenzflächen gültig. Berücksichtigt man den Transmissionskoeffizienten D_{SN} , der für beide Grenzflächen gleich sei, so ist ϕ in Gleichung 2.7 durch θ zu ersetzen [Lan00]:

$$\theta = 2 \arcsin \left(\sqrt{D_{SN}} \sin \left(\frac{\phi}{2} \right) \right) \quad (2.8)$$