1 Einleitung

Das Formänderungsvermögen metallischer Werkstoffe in umformtechnischen Fertigungsverfahren wird häufig durch Instabilitäten begrenzt, die zu einem abrupten oder graduellen Abweichen vom intendierten Deformationsprozess führen. Im ersten Falle werden die durchlaufenen, zunächst stabilen Gleichgewichtslagen bei Erreichen eines kritischen Prozesszeitpunktes instabil, so dass das System in einem dynamischen Prozess in eine neue Gleichgewichtslage übergeht (Durchschlagen); im zweiten Falle führen geometrische Effekte zu Verzweigungen des Deformationspfades (Einschnüren, Beulen, Knicken) und damit nach dem kritischen Zeitpunkt zu einem allmählichen Entfernen vom Grundprozess, der fertigungstechnisch realisiert werden soll. Selbst dann, wenn eine geeignete Prozessführung geometrische Effekte durch kinematische Zwangsbedingungen ausschließt, kann es im Innern des Werkstoffs zu ausgeprägten Inhomogenitäten infolge Lokalisierung der Deformationen (makroskopische Scherbänder) in bestimmten Zonen kommen, die als Instabilitäten des Materials gedeutet werden können. Die angesprochenen Typen der Instabilität, die ihrer Natur nach kurz als geometrisch, materiell und dynamisch bezeichnet werden sollen, treten in der Regel auch in dieser Reihenfolge auf: Einschnüren, Ausbildung von Scherbändern im Innern, Erreichen einer instabilen Gleichgewichtslage, sofern nicht vorher akkumulierte Schädigungen des Werkstoffs zum Bruch führen.

In dieser Arbeit werden ausschließlich materielle Instabilitäten in Form von Scherbändern untersucht. Wegen ihrer großen Bedeutung als mögliche Vorläufer des Werkstoffversagens werden derartige Lokalisierungen der Deformationen seit etwa 20 Jahren intensiv studiert. Trotz zahlreicher theoretischer und numerischer Ergebnisse ist die Forschung auf diesem Gebiet wegen der Komplexität des Materialverhaltens im plastischen Bereich noch nicht zum Abschluss gekommen. Die grundlegenden Arbeiten zu dieser Thematik (Hill und Hutchinson, 1975, Rudnicki und Rice, 1975, Rice, 1977) zeigen, dass bereits der Zeitpunkt des Auftretens lokalisierter Deformationen empfindlich von den Materialdaten abhängt.

Es ist inzwischen allgemeiner Wissensstand, dass die klassische Plastizitätstheorie — d. h. ein Plastizitätsmodell mit glatter Fließfläche, Gültigkeit der Normalenregel und einer linearen Beziehung zwischen Spannungs- und Verzerrungsraten im plastischen Belastungsbereich — eine realistische Beschreibung des Lokalisierungsprozesses nicht erlaubt. Für ein solches zeitunabhängiges Material ohne innere Längenskala erhält man nach dem Verlust der Elliptizität der linearisierten Grundgleichungen ein nicht mehr korrekt gestelltes Randwertproblem. In numerischen Simulationen des nachkritischen Deformationsprozesses äußert sich dies in einer extremen Abhängigkeit der Simulationsergebnisse von der Diskretisierung des Finite-Element-Netzes. Nachkritische Berechnungen werden damit praktisch unbrauchbar.

Um diese Schwierigkeiten zu überwinden, sind zahlreiche Vorschläge zur Regularisierung gemacht worden (vgl. hierzu die Übersichten Tomita, 1994, Aifantis, 1995, Fleck und Hutchinson, 1997, de Borst und van der Giessen, 1998), die typischerweise in Modifizierungen des klassischen Plastizitätsgesetzes bestehen, um eine oder mehrere charakteristische Längen einzuführen, die die Mikrostruktur des Materials widerspiegeln. Eine Möglichkeit hierzu bieten die in letzter Zeit vielfach untersuchten Theorien, die Gradienten der Verzerrung höherer Ordnung einbeziehen (vgl. z. B. Fleck und Hutchinson, 2001).

Im Gegensatz zu diesen Ansätzen wird in der vorliegenden Arbeit ein zeitunabhängiges Plastizitätsgesetz ohne charakteristische Längenparameter jedoch unter Einbeziehung nicht-glatter Fließflächen behandelt. Die Ausbildung einer Fließecke im aktuellen Belastungspunkt steht in Übereinstimmung mit mikro-mechanischen Modellierungen des Verhaltens polykristalliner Metalle (Hill, 1967, Hutchinson, 1970). Der Fließeckeneffekt ist insbesondere für das Studium plastischer Instabilitäten und Bifurkationen von Bedeutung, da hierbei mit raschen Veränderungen der Belastungsrichtung gerechnet werden muss. Er führt zu einer beträchtlichen Reduktion der inkrementellen Steifigkeit bei einem Wechsel der Verzerrungsrichtung, die die Ausbildung von Scherbändern bei Deformationen wirklichkeitsnaher Größe begünstigt. Als spezielles inkrementell nichtlineares Materialgesetz wird in den nachfolgenden Untersuchungen die J_2 - Fließeckentheorie (Christoffersen und Hutchinson, 1979) benutzt.

Ein solches Materialmodell wurde zur Untersuchung der Lokalisierung in biaxial gezogenen Scheiben und bei der Analyse des Scherbandprozesses bereits erfolgreich eingesetzt (Petryk und Thermann, 1995, 1996, 2000, 2002). Neben der inkrementellen Nichtlinearität ist das von Petryk (1982, 1985) eingeführte Energiekriterium für Deformationsprozesse ein wesentliches Element dieser Studien. Zusammen mit den üblichen statischen und kinematischen Bedingungen ermöglicht es die Auswahl eines stabilen Deformationsinkrementes aus einer Familie mathematisch gleichberechtigter, nicht eindeutiger Lösungen unter physikalischen Gesichtspunkten.

Die vorliegende Dissertation greift die zuletzt genannten Arbeiten zur Scherbandanalyse auf und ergänzt sie in verschiedenen Richtungen. Ziel dabei ist es, durch systematische Parameterstudien die Einflussgrößen auf die nachkritische Scherbandentwicklung zu erfassen. Die direkten Auswirkungen der Materialparameter der J_2 - Fließeckentheorie lassen sich in eindimensionalen Modellen semi-analytisch und durch Finite-Element-Rechnung bestimmen. Bei der zweidimensionalen numerischen Analyse mit Hilfe der Methode der finiten Elemente spielen die Gestaltung der FE-Netze, die Feinheit der Diskretisierung und die Art der Randbedingungen eine zusätzliche Rolle. Der hohe Rechenaufwand solcher Simulationen setzt dem systematischen Studium dieser Einflussgrößen allerdings Grenzen.

Da die symbolische Notation in der Literatur uneinheitlich ist, sei darauf hingewiesen, dass wir in dieser Arbeit der Notation von Gurtin (1972) folgen. Insbesondere bezeichnet ein Punkt zwischen Tensoren oder Vektoren stets die Abbildung auf einen Skalar, z. B. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_{ij} B_{ij}$ bzw. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_i b_i$, wobei über doppelt auftretende Indizes zu summieren ist. Tensoren vierter Stufe werden durch serifenlose Großbuchstaben in Fettdruck symbolisiert. Die lineare Abbildung, die dem Tensor zweiter Stufe $\mathbf{B}$ den Tensor zweiter Stufe $\mathbf{A} = \boldsymbol{\mathsf{C}}\mathbf{B}$ zuordnet, lautet in Komponentenform $A_{ij} = C_{ijkl} B_{kl}$. Die Komponentendarstellungen beziehen sich stets auf eine kartesische Basis.