

# Inhaltsverzeichnis

<b>Mathematisches Handwerkszeug</b>	<b>9</b>
<b>1 Summen, Produkte und Binomialkoeffizienten</b>	<b>11</b>
(1.1) Das Summenzeichen . . . . .	11
(1.2) Beispiele . . . . .	11
(1.3) Das Produktzeichen . . . . .	11
(1.4) Beispiele . . . . .	11
(1.5) Anfangs- und Endwerte . . . . .	11
(1.6) Indexverschiebung . . . . .	12
(1.7) Beispiel . . . . .	12
(1.8) Multiindizes . . . . .	12
(1.9) Beispiele . . . . .	12
(1.10) Binomialkoeffizienten . . . . .	13
(1.11) Eigenschaften von Binomialkoeffizienten . . . . .	13
Übungsaufgaben . . . . .	14
<b>2 Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen</b>	<b>15</b>
(2.1) Ungleichungen . . . . .	15
(2.2) Fallunterscheidungen . . . . .	15
(2.3) Beträge . . . . .	16
(2.4) Quadratische Ungleichungen . . . . .	16
(2.5) Beispiel . . . . .	16
(2.6) Systeme von Ungleichungen . . . . .	17
Übungsaufgaben . . . . .	18
<b>3 Abbildungen und Funktionen</b>	<b>19</b>
(3.1) Abbildungen . . . . .	19
(3.2) Funktionen . . . . .	19
(3.3) Beispiele . . . . .	19
(3.4) Injektivität, Surjektivität und Bijektivität . . . . .	19
(3.5) Beispiele . . . . .	19
(3.6) Verknüpfung von Funktionen . . . . .	19
(3.7) Umkehrfunktion . . . . .	20
(3.8) Beispiele . . . . .	20
(3.9) Differentialrechnung . . . . .	20
Übungsaufgaben . . . . .	21
<b>4 Trigonometrie</b>	<b>22</b>
(4.1) Winkelmaße . . . . .	22
(4.2) Beispiel . . . . .	22
(4.3) Seitenverhältnisse am rechtwinkligen Dreieck . . . . .	22
(4.4) Eigenschaften von Sinus, Kosinus und Tangens . . . . .	23
(4.5) Definition am Einheitskreis . . . . .	24

(4.6) Weitere Eigenschaften . . . . .	25
(4.7) Der Sinussatz . . . . .	25
(4.8) Der Kosinussatz . . . . .	26
(4.9) Trigonometrische Funktionen . . . . .	27
(4.10) Arcusfunktionen . . . . .	29
Übungsaufgaben . . . . .	30
<b>5 Exponential- und Logarithmusfunktion</b>	<b>31</b>
(5.1) Rechnen mit Potenzen . . . . .	31
(5.2) Der Logarithmus . . . . .	31
(5.3) Logarithmengesetze . . . . .	31
(5.4) Logarithmusfunktionen . . . . .	31
(5.5) Exponentialfunktionen . . . . .	31
(5.6) Die Eulersche Zahl . . . . .	32
(5.7) Allgemeine Potenz und Logarithmus . . . . .	33
Übungsaufgaben . . . . .	34
<b>6 Analytische Geometrie der Ebene</b>	<b>35</b>
(6.1) Kartesische und Polarkoordinaten . . . . .	35
(6.2) Koordinatentransformation . . . . .	35
(6.3) Strecken . . . . .	36
(6.4) Dreiecksungleichung . . . . .	37
(6.5) Geraden . . . . .	37
(6.6) Schnitt zweier Geraden . . . . .	38
(6.7) Kreis . . . . .	38
(6.8) Ellipse . . . . .	39
Übungsaufgaben . . . . .	41
<b>Die Sprache der Hochschulmathematik</b>	<b>43</b>
<b>7 Logik</b>	<b>45</b>
(7.1) Aussagen . . . . .	45
(7.2) Beispiele . . . . .	45
(7.3) Logische Verknüpfungen . . . . .	45
(7.4) Beispiele . . . . .	45
(7.5) Wahrheitstabeln . . . . .	46
(7.6) Tautologien . . . . .	46
(7.7) Beispiele . . . . .	46
(7.8) Aussageformen . . . . .	47
(7.9) Beispiele . . . . .	47
(7.10) Quantoren . . . . .	47
(7.11) Beispiele . . . . .	48
(7.12) Negation von Aussagen mit Quantoren . . . . .	48
(7.13) Beispiel . . . . .	48
Übungsaufgaben . . . . .	49

<b>8</b>	<b>Der mathematische Beweis</b>	<b>50</b>
(8.1)	Beweisstruktur . . . . .	50
(8.2)	Direkter Beweis . . . . .	50
(8.3)	Beispiel . . . . .	50
(8.4)	Indirekter Beweis . . . . .	50
(8.5)	Beispiel . . . . .	51
(8.6)	Spezialfall . . . . .	51
(8.7)	Beispiel . . . . .	51
(8.8)	Vollständige Induktion . . . . .	51
(8.9)	Beispiel . . . . .	52
(8.10)	Gegenbeispiele . . . . .	52
(8.11)	Fallunterscheidung . . . . .	52
(8.12)	Beispiel . . . . .	52
	Übungsaufgaben . . . . .	53
<b>9</b>	<b>Mengenlehre</b>	<b>54</b>
(9.1)	Mengen . . . . .	54
(9.2)	Beispiele . . . . .	54
(9.3)	Teilmengen . . . . .	54
(9.4)	Beispiele . . . . .	55
(9.5)	Verknüpfungen von Mengen . . . . .	55
(9.6)	Eigenschaften der Verknüpfungen . . . . .	56
(9.7)	Kartesisches Produkt . . . . .	56
(9.8)	Beispiele . . . . .	56
(9.9)	Potenzmenge . . . . .	57
(9.10)	Beispiele . . . . .	57
	Übungsaufgaben . . . . .	58
<b>10</b>	<b>Entwicklung des Zahlbegriffs</b>	<b>59</b>
(10.1)	Die natürlichen Zahlen . . . . .	59
(10.2)	Die Null . . . . .	59
(10.3)	Die ganzen Zahlen . . . . .	59
(10.4)	Die rationalen Zahlen . . . . .	59
(10.5)	Die reellen Zahlen . . . . .	59
(10.6)	Die komplexen Zahlen . . . . .	59
	Übungsaufgaben . . . . .	60
<b>11</b>	<b>Rechnen mit komplexen Zahlen</b>	<b>61</b>
(11.1)	Komplexe Zahlen . . . . .	61
(11.2)	Eigenschaften . . . . .	61
(11.3)	$\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$ . . . . .	62
(11.4)	Die $i$ -Schreibweise . . . . .	62
(11.5)	Beträge und komplexe Konjugation . . . . .	62
(11.6)	Beispiele . . . . .	63
(11.7)	Polarkoordinaten . . . . .	63
(11.8)	Beispiele . . . . .	63

(11.9) Komplexe Wurzeln . . . . .	64
(11.10) Beispiel . . . . .	64
(11.11) Die Eulersche Formel . . . . .	64
(11.12) Beispiel . . . . .	64
Übungsaufgaben . . . . .	65
<b>12 Grundbegriffe der Algebra</b>	<b>66</b>
(12.1) Äquivalenzrelationen . . . . .	66
(12.2) Beispiele . . . . .	66
(12.3) Gruppen . . . . .	66
(12.4) Beispiele . . . . .	66
(12.5) Endliche Gruppen . . . . .	67
(12.6) $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ . . . . .	67
(12.7) Körper . . . . .	67
(12.8) Beispiel . . . . .	67
(12.9) $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ . . . . .	67
Übungsaufgaben . . . . .	68
<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>	<b>69</b>
<b>Summen, Produkte und Binomialkoeffizienten</b>	<b>71</b>
<b>Rechnen mit Ungleichungen und Beträgen</b>	<b>72</b>
<b>Abbildungen und Funktionen</b>	<b>73</b>
<b>Trigonometrie</b>	<b>74</b>
<b>Exponential- und Logarithmusfunktion</b>	<b>75</b>
<b>Analytische Geometrie der Ebene</b>	<b>76</b>
<b>Logik</b>	<b>77</b>
<b>Der mathematische Beweis</b>	<b>79</b>
<b>Mengenlehre</b>	<b>83</b>
<b>Entwicklung des Zahlbegriffs</b>	<b>84</b>
<b>Rechnen mit komplexen Zahlen</b>	<b>85</b>
<b>Grundbegriffe der Algebra</b>	<b>89</b>