

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Der Marangoni-Effekt	2
1.2	Das Zonenschmelzen in der Kristallzucht	4
1.3	Stand der Forschung	7
1.3.1	Experimente	7
1.3.2	Numerische Arbeiten	9
1.3.3	Untersuchungen nichtzylindrischer Halbzon	14
1.4	Zielsetzung und Gliederung	17
2	Modell und Modellgleichungen	21
2.1	Die hydrodynamischen Grundgleichungen	22
2.2	Die Form der freien Oberfläche	26
2.3	Die Strömung in der Halbzone	30
3	Die Stabilitätsanalyse der Strömung	33
3.1	Die lineare Stabilitätsanalyse	35
3.2	Formulierung der Grundströmung	36
3.3	Die linearisierten Störungsgleichungen	38
3.3.1	Die Störungsgleichungen für $m = 0$	39
3.3.2	Die Störungsgleichungen für $m \neq 0$	39
3.4	Die Energiebilanz der Störungen	40
4	Numerische Methoden	45
4.1	Angepaßte Koordinaten	45
4.1.1	Grundzustandsgleichungen in angepaßten Koordinaten	46

4.1.2	Linearisierte Störungsgleichungen für $m = 0$	47
4.1.3	Linearisierte Störungsgleichungen für $m \neq 0$	47
4.2	Diskretisierung	48
4.3	Berechnung der statischen freien Oberfläche	51
4.4	Berechnung des Grundzustandes	53
4.4.1	Das Newton-Raphson Verfahren	53
4.4.2	Die LU -Zerlegung	54
4.5	Numerik der linearen Stabilitätsanalyse	56
4.5.1	Methode der inversen Iteration	57
5	Validierung des numerischen Codes	61
5.1	Validierung der statischen Deformation	61
5.2	Validierung des stationären Grundzustandes	62
5.2.1	Die Stromfunktion im Wirbelzentrum	62
5.2.2	Die Strömung in den Ecken	64
5.2.3	Thermische Energieerhaltung	67
5.3	Validierung der linearen Stabilitätsanalyse	67
6	Ergebnisse	71
6.1	Die stationäre achsensymmetrische Strömung	71
6.2	Lineare Stabilität bei kleinen Prandtlzahlen	80
6.2.1	Die inertialen Instabilitätsmechanismen	81
6.2.2	Volumeneffekte bei kleinen Prandtlzahlen	86
6.2.3	Halbzonen mit $Pr = 0.02$ im Schwerfeld	92
6.2.4	Der Einfluß von Γ bei kleinen Prandtlzahlen	97
6.3	Lineare Stabilität bei großen Prandtlzahlen	100
6.3.1	Instabilitätsmechanismus hydrothormaler Wellen	101
6.3.2	Volumeneffekte	105
6.3.3	Gravitationseffekte	111
6.3.4	Einfluß des Aspektverhältnisses	115
6.4	Wärmetransfer durch die freie Oberfläche	119

6.4.1	Der Wärmetransfer für $Pr \ll 1$	119
6.4.2	Wärmetransfer für $Pr = \mathcal{O}(1)$	122
6.4.3	Kühlung durch Verdunstung	125
6.5	Dynamische Oberflächendeformationen	131
6.5.1	Normalspannungsbilanz für $Ca \ll 1$	132
6.5.2	Oberflächendeformationen des Grundzustandes	135
6.5.3	Oberflächendeformationen der kritischen Moden	139
7	Zusammenfassung und Ausblick	147
A	Terme in den Energiebilanzen	151
B	Volumen, extremer Radius und Kontaktwinkel	155
C	Einige Materialparameter	157
D	Die Notation	159
D.1	Griechische Symbole	159
D.2	Lateinische Symbole	160
D.3	Operatoren und sonstige Symbole	161
D.4	Dimensionslose Kennzahlen	162
D.5	Materialparameter	163