

Goethe und Jack the Ripper

Phantastilliarden Entschuldigen Sie, dass ich den deutschen Dichterfürsten ‘in einem Atemzug’ mit einem berüchtigten britischen Massenmörder nenne! Zum Schluss wird sich das alles aufklären, vor allem das mit dem Atemzug.

In erster Linie geht es hier um unvorstellbar große Zahlen! So schätzt man das Privatvermögen von Bill Gates, dem Mitbegründer der Firma Microsoft, auf etwa 50 Milliarden Euro. Im gleichen Größenbereich liegt der Gründer der Möbelfirma Ikea, Ingvar Kamprad.

Nun stellen Sie sich spaßeshalber einmal vor, einer dieser Herren würde Ihnen in seinem Testament nur ein einziges Promill seines Vermögens vermachen! Könnten Sie das überhaupt ausrechnen, und hätten Sie damit ausgesorgt?

Nun sind Millionen- und Milliardenbeträge für uns nicht gerade alltäglich, aber verwechseln darf man sie trotzdem nicht. Fangen wir ganz von vorn an. An die sehr nützliche Schreibweise mit Exponenten kann man sich durchaus gewöhnen. Sonst wird einem angesichts so vieler Nullen leicht schwindelig! Der entscheidende Faktor ist Tausend, $1\,000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$:

1 Million:	1 000 000	=	$1\,000 \cdot 10^3$	=	$10^3 \cdot 10^3$	=	10^6
1 Milliarde:	1 000 000 000	=	$1\,000 \cdot 10^6$	=	$10^3 \cdot 10^6$	=	10^9
1 Billion:	1 000 000 000 000	=	$1\,000 \cdot 10^9$	=	$10^3 \cdot 10^9$	=	10^{12}
1 Billiarde:	1 000 000 000 000 000	=	$1\,000 \cdot 10^{12}$	=	$10^3 \cdot 10^{12}$	=	10^{15}

1 Million gleich 10^6 , gesprochen „Zehn hoch Sechs“, ist leicht zu merken:

Mit **6** Richtigen im Lotto können Sie 1 Million = 10^6 € und mehr gewinnen, aber nie Tausend mal so viel, also 1 Milliarde = 10^9 €! Es sei denn, wir bekämen eine unglaublich hohe Inflation. Aber dann laufen Sie schnell zur Auszahlung, sonst ist auch dieser Lottogewinn bald nichts mehr wert!

Wie hoch wäre nun Ihr fiktives Erbe, also 1 Tausendstel von 50 Milliarden? Offensichtlich lautet das Ergebnis 50 Millionen, denn der tausendste Teil einer Milliarde ergibt 1 Million. Mit diesem Erbe hätten Sie ausgesorgt! Man könnte es auch als 0,05 Milliarden schreiben. Das erscheint plötzlich so wenig, ein beliebter Trick in der Politik: Eine Ersparnis von 300 Millionen ist riesig, bei einer Ausgabe dieses Betrags spricht man von 0,3 Milliarden!

Die Amerikaner kennen keine Milliarden, sie nennen diese gleich „billions“. Bei uns kämen nach Billiarden die Trilliarden, Trilliarden, Quadrilliarden usw. Ein gewisser Dagobert Duck aus Entenhausen schwimmt in Phantastilliarden.

Goldgrube Meer Neben vielen Stoffen enthält Meerwasser auch Gold, und zwar rund 14 Tonnen pro Kubik-Kilometer. Sie haben richtig gelesen: Es handelt sich hierbei um Tonnen, nicht um einige Gramm oder Kilogramm! Eine Goldgrube für Goldfinger? Rechnen wir nach: Ein Kubik-Kilometer, also ein Würfel der Kantenlänge $a = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ hat ein Volumen von $V = a^3 = a \cdot a \cdot a = 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m} \cdot 10^3 \text{ m} \cdot 10^3 \text{ m} = 10^9 \text{ m}^3$. Das sind also 1 Milliarde Kubikmeter. Doch 14 Tonnen Gold darin sind auch kein Pappentiel. 1 Tonne entspricht $1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$, 14 Tonnen sind: $14 \cdot 10^3 \text{ kg} = 14 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ g} = 14 \cdot 10^6 \text{ g} = 14 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \text{ mg} = 14 \cdot 10^9 \text{ mg}$. 1 Milliarde Kubikmeter Wasser enthalten 14 Milliarden Milligramm Gold:

1 Kubikmeter Meerwasser enthält 14 Milligramm Gold!

Ein Kubikmeter sind 1000 Liter, so dass ein Liter 14 Mikrogramm, also nur 14 Millionstel Gramm enthält! Zum Vergleich: Die Urkonzentration von Trinkwasser darf bis zu 10 Mikrogramm pro Liter betragen. Auch heute kennt man noch kein lohnendes Verfahren, um derartig geringe Mengen herauszufiltern. Der Chemiker Fritz Haber versuchte dies bereits nach dem ersten Weltkrieg mit dem Ziel, Deutschlands Kriegsschulden zu bezahlen.

Die letzten Schulden des *ersten* Weltkriegs wurden 2010 endgültig getilgt, wenn auch nicht mit Gold aus dem Meer. Doch an solchen Verfahren wird heute noch gearbeitet. Viele wichtige Rohstoffe werden immer knapper!

Donauwellen am Rhein Aller Anfang ist schwer, sogar für die Donau. Im Landkreis Tuttlingen zwischen Immendingen und Fridingen versickert das Donauwasser durch Spalten und Klüfte der verkarsteten Landschaft der schwäbischen Alb. Es handelt sich insgesamt um bis zu 20 000 Liter pro *Sekunde*, wodurch das Flussbett der Donau oft monatelang trocken bleibt!

Die Donau im Untergrund auf der Flucht, wo bleiben solche Wassermassen? Schon lange verdächtigte man die etwa 12 Kilometer entfernte Aachquelle, auch Aachtopf genannt. Im Oktober 1877 schüttete der Geologe Adolf Knop 10 kg grünes Natriumfluorescein in die Donau als 'Tracer', übrigens chemisch nahe verwandt mit Eosin, dem ebenso kräftigen Farbstoff der roten Tinte.

Trotz der ungeheuren Verdünnung sah man wenige Tage später 'prachtvoll grünleuchtendes' Wasser im Aachtopf. Mit der Aach gelangt das Donauwasser bei Radolfzell in den Bodensee und somit schließlich in den Rhein! Der genannte Farbstoff hilft auch heute noch Schiffbrüchigen: 100 Gramm davon markieren deutlich sichtbar bis zu 1000 Quadratmeter Meeresfläche.

Eine Luftnummer Heutzutage ist es beinahe schon möglich, einzelne Moleküle gewisser Verbindungen nachzuweisen. Die Anzahl der Moleküle ist unvorstellbar groß, in Wasser sind es beispielsweise $3,33 \cdot 10^{25}$ pro Liter! Wassermoleküle sind äußerst klein und dicht gepackt.

Bei Gasen wie Sauerstoff oder Stickstoff ist die Anzahl wesentlich geringer, bei Zimmertemperatur und normalem Atmosphärendruck etwa $2,5 \cdot 10^{22}/\text{L}$. Das gilt auch für Gemische solcher Gase wie die Atemluft. Auch wenn wir uns diese Zahl kaum vorstellen können, es bleibt wie es ist:

Luft enthält ungefähr $2,5 \cdot 10^{25}$ Moleküle pro Kubikmeter!

Die Rechnung bitte Die Rechnung für alle, die es genauer wissen möchten, ansonsten lesen Sie auf der nächsten Seite weiter!

Beginnen wir einfach mit dem kleinsten Atom, dem Wasserstoffatom H. Es besteht im Kern aus einem einzigen Proton, das praktisch auch die gesamte Masse ausmacht. Natürlich ist so ein Atom unvorstellbar leicht, so dass man unvorstellbar viele davon benötigt, um nur *ein Gramm* zusammen zu bekommen, nämlich

$$6,0 \cdot 10^{23} \text{ Stück.}$$

Für eine derartig große Truppenstärke gebraucht man die *Abkürzung Mol*. Ob nun Atome, Moleküle, Ionen, um was es sich auch immer handeln mag: Mit 1 Mol sind stets $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen dieses Stoffes gemeint.

1 Mol Wasserstoff H ergeben 1 Gramm. Und wie viel 1 Mol Sauerstoff O? Ein Sauerstoffatom ist vergleichsweise 16-mal schwerer als Wasserstoff, deswegen spricht man hier vom relativen Atomgewicht. Aber daraus folgt: 1 Mol atomarer Sauerstoff O wiegt 16 Gramm.

Für das Wassermolekül H_2O ergibt sich ein relatives Atomgewicht von 18. Demnach entsprechen 18 Gramm Wasser einem Mol, und diese 18 Gramm oder 18 Milliliter bestehen aus $6,0 \cdot 10^{23}$ Wassermolekülen. Die Umrechnung auf einen Liter ist eine einfache Dreisatzaufgabe und ergibt die oben genannten $3,33 \cdot 10^{25}$ Moleküle pro Liter.

Bei den Gasen wie Sauerstoff, Stickstoff oder Luft muss man noch nicht einmal die relativen Atomgewichte kennen! Es genügt zu wissen, dass 1 Mol eines solchen Gases, also $6,0 \cdot 10^{23}$ Gasmoleküle, bei gleichem Druck und gleicher Temperatur immer das gleiche Volumen beanspruchen! Bei üblichem durchschnittlichen Luftdruck und 0°C sind es 22,4 L, bei Zimmertemperatur etwa 24 L: Das ergibt $0,25 \cdot 10^{23}$ pro Liter oder $2,5 \cdot 10^{25}$ pro Kubikmeter!

Gleich kommt es Da wir gerade beim Rechnen sind: Pro Atemzug atmen wir etwa $\frac{1}{2}$ Liter Luft ein und natürlich wieder aus. Pro Minute sind das *minderstens* 4 Liter, pro Tag $5,76 \text{ m}^3$. Das macht in nur 20 Jahren mehr als $40\,000 = 4 \cdot 10^4 \text{ m}^3$. Multipliziert mit der Anzahl der Moleküle, erhalten wir:

Jeder Mensch atmet insgesamt mehr als 10^{30} Moleküle wieder aus.

Das gilt auch für Johann Wolfgang von Goethe, er atmete beinahe 83 Jahre! Sie ahnen noch nichts Böses? Warten Sie noch ein bisschen, es kommt gleich.

Der Vorrat reicht Die Oberfläche $F = 4 \pi r^2$ der Erdkugel beträgt, bei einem angenommenen Radius von $r = 6\,370 \text{ km}$: $F = 4 \pi (6\,370 \text{ km})^2$. Das sind rund 510 Millionen Quadratkilometer, umgerechnet $5,1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$.

Die Höhe der Atmosphäre dürfen wir mit runden $10 \text{ km} = 10^4 \text{ m}$ annehmen. Sie reicht zwar höher, wird aber immer dünner. Das ergibt als Luftvolumen der Erde: Grundfläche $5,1 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$ mal Höhe 10^4 m , also runde $5 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$:

Das Luftvolumen der Erde beträgt ungefähr $5 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$.

Der Sack ist zu Machen wir uns einmal klar, was wir ausgerechnet haben! Goethes Atemluft ist schon längst vom Winde verweht und gewiss rund um den Erdball verteilt worden. Wenn sich aber 10^{30} Moleküle auf $5 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$ verteilen, sind das *durchschnittlich* immer noch

$\frac{10^{30}}{5 \cdot 10^{18}} = 2 \cdot 10^{11}$ Moleküle pro Kubikmeter oder $2 \cdot 10^8$ Moleküle pro Liter.

Bei $\frac{1}{2}$ Liter pro Atemzug sind das rund $10^8 = 100 \cdot 10^6$ Moleküle, in Worten:

Pro Atemzug 100 Millionen Moleküle,

die bereits Goethe in seiner Lunge hatte! Ist das nicht atemberaubend?

Wie es Euch gefällt? Als Germanist kann man von diesem Ergebnis auch begeistert sein. Pro Atemzug 100 Millionen Luftmoleküle von Goethe, muss das nicht inspirieren? Wie sagt doch der Theaterdirektor bei Faust: „Wer vieles bringt, wird manchem etwas bringen.“ Sind Sie damit zufrieden?

Aussuchen können Sie sich nichts! Es sind mit Sicherheit auch Luftmoleküle von Jack the Ripper dabei – wohltemperierte von Bach, Mozart und Liszt, messerscharfe Grüße von Königin Elisabeth I von England und Maria Stuart, wohlüberlegte von Euler, Gauß, Ramanujan, Hilbert, von Leibniz und Kant – Phantasie ohne Grenzen! Wenn Moleküle nur leise sprechen könnten:

Welch ein Hintergrundrauschen der Geschichte!

ER ZWINGT MOLEKÜLE ZUM SPRECHEN
UND UNTERSUCHT IHRE HERKUNFT!

TO BE...
OR NOT TO BE...
☠️ ♂

