

# 1. Einführung

Der Entwurf von digitalen Filtern im Allgemeinen und für die Audiosignalverarbeitung im Besonderen ist eine vielfach behandelte Thematik. Er ist interdisziplinär, weil er die Fachgebiete Elektrotechnik, Psychoakustik und mathematische Optimierung zusammenführt. Dies erfordert die Betrachtung des Entwurfs von Filtern für die Audiosignalverarbeitung für dessen Schnittmenge mit den einzelnen Gebieten.

Viele Entwurfsverfahren sind nicht in der Lage die relevanten Anforderungen sowohl der Elektrotechnik als auch der Psychoakustik an einen Filter in ihre Lösungsansätze aufzunehmen, weil sie für diese Ansätze nur Spezialfälle von Optimierungsproblemen und damit Lösungsverfahren in Betracht ziehen. Diese auf wenige Anwendungsfälle zugeschnittenen Verfahren verwenden darüber hinaus oft spezielle Filterstrukturen und lassen meist nur wenige bestimmte Anforderungen an einen Filter zu.

Wir wollen den Entwurf von Filtern für die Audiosignalverarbeitung jedoch nicht vom Lösungsverfahren her betrachten sondern von der Filterentwurfsaufgabe ausgehen. Aus diesem Grund ist für uns die mathematische Optimierung mit ihren Lösungsverfahren für Optimierungsprobleme ein Werkzeug, das wir zur Lösung von Entwurfsaufgaben für Filter für die Audiosignalverarbeitung einsetzen, vgl. [Pot05]. Der Einsatz allgemeiner Lösungsverfahren ist eine Notwendigkeit und eine Bereicherung gleichermaßen, da nahezu beliebige Anforderungen an Filterentwürfe einheitlich integriert werden können. Der Anwender wird beim Entwurf mit Optimierung von dieser durch die Bereitstellung eines Lösungsansatzes für die allgemein beschriebenen Anforderungen an einen Filter unterstützt. Die allgemeine Beschreibung erlaubt es auch, die Entwurfskriterien und -ansätze entsprechend den noch zu definierenden psychoakustischen Kriterien, insbesondere des Gehörs, zu wählen, ohne dabei auf technische Möglichkeiten bzw. Einschränkungen der zugeschnittenen Verfahren festgelegt zu sein. Gleichzeitig ermöglicht diese Vorgehensweise, im Gegensatz zu vielen zugeschnittenen Entwurfsverfahren, die explizite Berücksichtigung von Anforderungen der Elektrotechnik, wie beispielsweise die Minimalphasigkeit eines Filters.

Diese Unterstützung ist für den Entwurf von beliebigen Filtern für die Audiosignalverarbeitung erforderlich. Es sollen möglichst kurze rekursive und auch nicht-rekursive Filter mit minimaler oder beschränkter gleichmäßiger Abweichung von einer gewünschten Charakteristik im Frequenzbereich entworfen werden können. Dabei muss die Gewichtung oder die Beschränkung einer Abweichung sowie beides gleichzeitig unter Beachtung von psychoakustischen Gesichtspunkten möglich sein. Für den Gehör-angepassten Entwurf benötigen wir insbesondere die Minimierung der gleichmäßigen Abweichung vom Betragsfrequenzgang, wobei auch die Verwendung des logarithmierten Betragsfrequenzgangs möglich sein soll. Der Entwurf soll darüber hinaus keine Hilfsmittel erfordern, die von zugeschnittenen Verfahren verwendet werden und bei Betrachtung des Ziels aus Sicht der Entwurfsaufgaben nicht immer gerechtfertigt sind. Hierzu zählt zum Beispiel bei Fehlermaßen die Ersetzung



der Maximum-Norm durch die quadratische Norm. Im Weiteren erlaubt der Einsatz von Optimierung dem Anwender

- eine einheitliche Beschreibung von Entwurfsaufgaben und eine einheitliche Vorgehensweise zu ihrer Lösung im Gegensatz zur Nutzung vieler unterschiedlicher Entwurfsverfahren, die auf bestimmte Anwendungen beschränkt sind und oft spezielle Kenntnisse vom Anwender erwarten,
- eine veränderte Vorgehensweise durch Zuschnitt der Entwurfsaufgabe auf die Problemstellung und nicht auf einen konstruierten Algorithmus, mit dem gegebenenfalls nur eine Näherungslösung für die Problemstellung erreicht wird,
- den direkten Entwurf eines Filters für die Audiosignalverarbeitung ohne weitere Hilfsmittel wie Identifikation eines zu entzerrenden Frequenzgangs, Digitalisierung analoger Filter, mehrschrittigen Entwurf mit festgehaltenen, d.h. im Vorhinein definierten Filterkoeffizienten oder Verzerrung der Frequenzachse zur Anpassung an die Frequenzgruppenzuordnung des Gehörs,
- eine fast unbegrenzte Vielfalt bei der Beschreibung von Entwurfsaufgaben mit Zielen und Bedingungen an die Charakteristika eines Filters, z.B. durch Vorgabe abstrakter Entwurfsziele oder Vernachlässigung bestimmter Filtercharakteristika wie dem Phasenfrequenzgang, und damit auch Lösung von Entwurfsaufgaben für die bislang kein (zugeschnittenes) Lösungsverfahren existiert,
- die Lösung von Filterentwurfsaufgaben mit einer geringeren Anzahl an Koeffizienten, wenn der Lösungsansatz des zugeschnittenen Entwurfsverfahrens restriktivere Anforderungen benötigt als die Entwurfsaufgabe erfordert,
- die Wahl bzw. Konstruktion von nahezu beliebigen, technisch möglichen Filterstrukturen zur Bestimmung einer Lösung der Entwurfsaufgabe,
- die Beschränkung der einzelnen Koeffizienten auf vom Filterentwerfer vorzugebende Intervalle um zum Beispiel stabile oder auch minimalphasige Filter für definierte Strukturen zu erzwingen,
- die stets simultane Bestimmung der gewünschten, in der Regel von allen, Koeffizienten bei rekursiven und nicht-rekursiven Filtern und damit die Vermeidung von nicht optimalen Lösungen, und
- die Möglichkeit neue Entwicklungen bzw. die Aktualisierung oder Verbesserung existierender Lösungsverfahren der mathematischen Optimierung einzusetzen.

Nach einer kurzen Einführung zur digitalen Verarbeitung von Audiosignalen werden im Folgenden die genannten, sich aus dem Einsatz von Optimierung ergebenden Vorteile für den Entwurf von Filtern für die Audiosignalverarbeitung belegt. Hierzu werden Stand der Technik und die Neuerungen für die Anwendung im Entwurf von Filtern für die Audiosignalverarbeitung getrennt untersucht für die einzelnen Fachgebiete Elektrotechnik, Psychoakustik und mathematische Optimierung.

Die Signalverarbeitung verändert mit Hilfe einer definierten Vorschrift ein Signal beziehungsweise das Spektrum des Signals [Sch08]. Unter einem Signal verstehen wir den zeitlichen Verlauf einer physikalischen Größe und damit die in dieser Größe enthaltene Information

[Sch08]. Die Audiosignalverarbeitung ist die Verarbeitung von Signalen, die zu hörende Schallereignisse darstellen, wie das aus dem Lateinischen stammende "Audio" verdeutlicht. Wir setzen die Audiosignalverarbeitung in der Übertragungsstrecke zwischen Aufnahme und Wiedergabe sowie zur Synthetisierung zu hörender Signale ein. Die Audiosignalverarbeitung kann beispielsweise genutzt werden, um eine zeitliche und räumliche Entkopplung mit gleichem Höreindruck von wiederzugebenden Audiosignalen zu ermöglichen. Sie eignet sich andererseits dafür, eine beabsichtigte Verzerrung herbeizuführen. Aus den Charakteristika des Hörorgans, des Hörens und den technischen Rahmenbedingungen leiten wir die Anforderungen für die Audiosignalverarbeitung ab, vgl. [Dav07].

Im Folgenden werden wir den Empfänger für Audiosignale stets dem menschlichen Gehör gleichsetzen. Daher müssen wir bei der Audiosignalverarbeitung die nichtlineare Umsetzung des den Audiosignalen entsprechenden Schalls durch das Gehör in Sinnesreize berücksichtigen. Die Nichtlinearität mit dem größten Einfluss kann durch eine nichtlineare Einteilung der Frequenzachse in Frequenzgruppen modelliert werden, die im Ohr durch die Ohrschnecke erfolgt. Die Frequenzgruppen werden mit zunehmender Frequenz größer, wobei die Frequenzgruppen in grober Näherung durch Frequenzintervalle mit logarithmisch wachsender Breite modelliert werden können [ZF99]. Als weitere wichtige Nichtlinearität zu nennen ist die Zuordnung von Schalldruckpegel zu wahrgenommenem Lautstärkepegel. Bedeutend ist darüber hinaus die große Dynamik des wahrnehmbaren Schalldruckpegels von über 130 dB, der vom gerade noch wahrnehmbaren Geräusch bis zur Schmerzgrenze des menschlichen Gehörs reicht. Des Weiteren ist der Schalldruckpegel für als gleich wahrgenommene Lautstärkepegel von Tönen von der Frequenz der Töne abhängig, und der Lautstärkepegel kann für jede Frequenz in grober Näherung als logarithmisch skaliert betrachtet werden [ZF99]. Daneben gibt es weitere nichtlineare Effekte wie zum Beispiel die Verdeckung. Eine mangelnde Berücksichtigung dieser nichtlinearen Eigenschaften des Hörorgans bei der Audiosignalverarbeitung kann zu einer Beeinträchtigung des Hörerlebnisses führen. Diese Erkenntnisse sollten für die Audiosignalverarbeitung beim Entwurf der Algorithmen und der Berechnung ihrer Koeffizienten gezielt berücksichtigt werden.

Digitale Audiosignalverarbeitung ist die Verarbeitung der analogen Audiosignale in digitalen Schaltungen [Sch08]. Eine digitale Verarbeitung von Signalen ist aus mehreren Gründen anzustreben. Sie bietet viel größere Freiräume zur Realisierung von Anwendungen als es mit einer analogen Verarbeitung möglich ist, weil sie beispielsweise nicht an vorgegebene Bauteilwerte und realisierbare Schaltungen gebunden ist, Alterungserscheinungen nur eingeschränkt unterworfen ist und nicht durch Nichtlinearitäten und Rauschen der analogen Bauelemente benachteiligt wird. Wir berücksichtigen dabei, dass auch bei einer digitalen Verarbeitung und der Digital-Analog-Wandlung Nichtlinearitäten, oft vernachlässigbar, und Rauschquellen vorhanden sind. Weitere Gründe für eine digitale Verarbeitung sind die verlustfreie Speicherung digitaler Audiosignale für kurze bis lange Zeit bei sehr geringen Kosten, den ebenfalls relativ geringen Kosten für digitale Schaltungen bei einer gleichzeitig sehr hohen Leistungsfähigkeit und die einfache Reproduzierbarkeit. Nachteilig sind die zusätzlich erforderliche Analog-Digital (A/D) bzw. Digital-Analog (D/A) Wandlung mit hohem Signal-Störabstand, eine relativ große Wortbreite zur Verarbeitung der Signale sowie das bei Rechenoperationen hinzugefügte Quantisierungsrauschen. Bei der digitalen Verarbeitung stellen die nichtlinearen Eigenschaften des Hörorgans eine besondere Herausforderung dar, weil Standard-Entwurfsverfahren und die Verarbeitungseinheiten in digitalen Systemen



mit der Verwendung der  $Z$ -Transformation und der (schnellen) Fourier-Transformation von einer Abbildung des Zeitbereichs in den Frequenzbereich mit äquidistant verteilten Frequenzabstastwerten und umgekehrt ausgehen <sup>i)</sup>.

Lineare und zeit-invariante Systeme sind für die analoge und digitale Signalverarbeitung von großer Bedeutung. Für diese Systeme steht mit dem analogen bzw. dem digitalen Filter ein Instrument zur Verfügung, für das eine Vielzahl an Verfahren und Bibliotheken für die Analyse, die Identifikation, den Entwurf und zur Implementierung existieren. Als Audiofilter bezeichnen wir diejenigen Filter, die die Eigenschaften des Hörorgans, oder der zu modellierenden Audiosysteme [KPPV07], so berücksichtigen, dass wir in Abhängigkeit von der Anwendung beabsichtigte Entzerrungen und Effekte bewirken und unerwünschte Verzerrungen und Störungen vermeiden bzw. unterdrücken können. Mit diesen Filtern wollen wir die gewünschten Hörerlebnisse mit einer möglichst aufwandsarmen Implementierung schaffen durch Anpassung an die nichtlinearen Charakteristika des Hörorgans oder von zu modellierenden Audiosystemen. Die Eigenschaften eines Audiofilters werden also aus den Gebieten Elektrotechnik und Psychoakustik abgeleitet.

Für Anwendungen werden Filter von geringer Ordnung und daher oft rekursive (IIR) Filter statt nicht-rekursiver (FIR) Filter bevorzugt. Die einzelnen Eigenschaften des Audiofilters sollen dabei nicht nur mittelbar sondern gezielt bestimmt werden. Wir wollen uns im Folgenden mit den Fragen beschäftigen, welche weiteren Gründe es für die Betrachtung von Audiofiltern gibt und warum sie mit speziellen Anforderungen entworfen werden müssen. Die Vorteile, die sich aus dem Einsatz von Verfahren der nichtlinearen Optimierung und der nichtlinearen semi-infiniten Optimierung zum Entwurf von Audiofiltern ergeben, werden betrachtet für die Entwurfsaufgaben, für den Entwurf und für den Anwender. Eine allgemeine Übersicht zur Verwendung der Optimierung und ihrer Vorteile im Filterentwurf finden wir bei Potchinkov [Pot05]. Die Vorteile für den Entwurf von Audiofiltern werden anderen Verfahren, die ohne den Einsatz von Optimierung auskommen und von uns als konventionell bezeichnet werden, gegenüber gestellt. Zu diesen konventionellen Verfahren zählen digitalisierte Filter von analogen Prototypen, das Prony-Verfahren, das Signalinvarianzverfahren und weitere Verfahren wie der Entwurf mit der Parallelstruktur von Bank [Ban07], die zur Lösung die Pseudo-Inverse einsetzen.

Der Audiofilter wird über seine Charakteristika im Frequenzbereich spezifiziert und bewertet, wobei für die Charakteristika eine an das Gehör angepasste Frequenzskala genutzt werden kann. Diese Sichtweise ergibt sich aus der Arbeitsweise des Hörorgans, dessen Funktionsweise mit der eines Spektrum-Analysators mit beschränkter und nichtlinearer Frequenzskala sowie frequenzabhängigen Konstanten für Anstiegs- und Abfallzeit bei der Pegelmessung verglichen werden kann, siehe auch [Smi83]. Die frequenzabhängige Empfindlichkeit des Hörorgans zur Wahrnehmung von Verzerrungen des Betragsfrequenzgangs wird unabhängig von der des Phasenfrequenzgangs angegeben [ZF99]. Die Schwellen für die Wahrnehmbarkeit von Verzerrungen der Charakteristiken sind stets abhängig von den verwendeten Testsignalen und Testumgebungen. Die Bewertung der Verzerrung bzw. die Beschränkung der Abweichung vom Wunschverhalten erfolgt daher getrennt für den Betrags- und den Phasenfrequenzgang. Die nichtlineare Zuordnung zu Frequenzgruppen spielt dabei nur mittelbar

---

<sup>i)</sup>In [Ban08] wird auf die Linearität der Fouriertransformation bei der Zuordnung von Zeit- zu Frequenzbereich hingewiesen. Dies gilt auch für die Verarbeitung von Frequenz-verzerrten Filtern in Systemen der digitalen Signalverarbeitung, vgl. [KHL97].

eine Rolle, da sie die Darstellung der Frequenzachse ändert und damit über der Frequenz die Auflösung des Hörorgans für wahrnehmbare Verzerrungen widerspiegelt. Zur Bewertung von Abweichungen können wir Kurven für die Lautstärke-abhängige Wahrnehmung einsetzen. Für die Abweichung des Betragsfrequenzgangs vom Wunschfrequenzgang sind Lautstärke-abhängige Schwellen verfügbar, ab denen Verzerrungen wahrgenommen werden können, wobei diese wie Toleranzbereiche um den Betrag des Wunschfrequenzgangs betrachtet werden können. Analog kann zur Begrenzung der Verzerrung des Phasenfrequenzgangs auf Schwellwerte für die vom Phasenfrequenzgang abgeleitete Gruppenlaufzeit zurückgegriffen werden. Verzerrungen des Phasenfrequenzgangs bzw. der Gruppenlaufzeit werden meist in reflexionsarmen Räumen gemessen. In Umgebungen wie einem Wohnzimmer werden Verzerrungen wegen der Raumcharakteristik nur eingeschränkt wahrgenommen, sodass Verzerrungen, z.B. durch elektro-akustische Geräte, eine untergeordnete Rolle spielen können [ZF99].

Im Folgenden wollen wir auf die Besonderheit der Auflösung von Frequenzen durch das Ohr eingehen. Für bestimmte Entwurfsaufgaben wie Entzerrung oder Approximation von gemessenen Frequenzgängen existieren speziell dafür konstruierte Lösungsverfahren, die zum Beispiel durch Ausnutzung der Parsevalschen Gleichung einen digitalen Audiofilter über den Zeitbereich berechnen. Damit diese Verfahren auch im für das Hören wichtigen Frequenzbereich akzeptable bis gute Approximationen einer gewünschten Charakteristik erreichen, wird das Signal im Zeitbereich so verändert, dass sich eine nichtlineare Verzerrung der Frequenzachse ergibt und die Frequenzgruppenzuordnung des Hörorgans genähert wird, zum Beispiel mit Allpässen [KHLH97]. Dabei wird die Frequenzachse so auf sich selbst abgebildet, dass mit einer linearen Abtastung des Bildbereichs eine näherungsweise Gehör-angepasste Abtastung des Ursprungbereichs erreicht wird. Neben der Anpassung an das Hörorgan kann, siehe oben, mit einer Verzerrung der Frequenzachse auch eine Anpassung an zu modellierende Audiosysteme erfolgen [KPPV07]. Wegen dem fehlenden Einfluss auf die Qualität der Approximation oder Entzerrung an den Frequenzen in den Entwurfsintervallen steht dies im Widerspruch zu den Bewertungsmaßstäben, vgl. auch [RL06].

Die Notwendigkeit, beim Entwurf eine verzerrte Frequenzachse für die Gehör-Anpassung zu berücksichtigen, wird aus der Physiologie des Hörorgans abgeleitet. Die Wahrnehmung von Frequenzen im Hörorgan ist durch die nichtlineare Frequenz-Ort-Transformation in der Ohrschnecke gegeben [ZF99]. Die Ohrschnecke stellt eine abgeschnittene Frequenzachse mit nichtlinearer Einteilung dar, bei der die Entfernung zwischen Helicotrema und dem Ort auf der Ohrschnecke einer Frequenz zugeordnet wird. Bei Verwendung einer gleichförmigen Zuordnung räumen wir den von der Ohrschnecke geringer "aufgelösten" hohen Frequenzen einen größeren Stellenwert ein. Wenn ein integrierendes Fehlermaß wie die quadratische Norm zum Filterentwurf verwendet wird, führt dies zu einem systematischen Fehler, weil das Fehlermaß den Fehler in den einzelnen Frequenzgruppen nicht Gehör-angepasst abbildet. Zum Beispiel wird bei der Berechnung der Lautheit zur Vermeidung dieses systematischen Fehlers die Frequenzverzerrung explizit berücksichtigt [ZF99, Smi83].

Eine Methode zur Gewährleistung einer Gehör-angepassten Frequenzgruppenzuordnung ist die Verwendung konformer Abbildungen zur Verzerrung der Frequenzachse, insbesondere für integrierende Fehlermaße [KHLH97]. Eine weitere Methode zur Vermeidung einer nicht Gehör-angepassten Behandlung von Frequenzgruppen ist die Betrachtung des maximalen Fehlers. Wegen der Berechnung der Abweichung für jede Frequenz in einem Intervall ent-



fällt die gegebenenfalls nicht Gehör-angepasste Zusammenfassung von zu Frequenzgruppen gehörenden Frequenzen, weil die Frequenzen im Gegensatz zu integrierenden Fehlermaßen nicht mehr implizit zu Gruppen zusammengefasst werden. Die Verzerrung der Frequenzachse ist damit hinfällig und es können dann auch keine Verzerrungen des Phasenfrequenzgangs aus einer Rück-Transformation oder durch spezielle Implementierungen Frequenz-verzerrter Filter entstehen. Die Umgehung der Verzerrung der Frequenzachse bei integrierenden Fehlermaßen mit der Gewichtung des Fehlers hat sich als ungeeignet erwiesen [WS93].

Wir halten fest, dass beim Entwurf von Audiofiltern zur Approximation von Frequenzgängen die Minimierung des gleichmäßigen Fehlers im Frequenzbereich eine bessere Gehör-Anpassung gegenüber der Minimierung integrierender Fehlermaße und damit dem quadratischen Fehler erreichen kann, siehe auch [Smi83]. Der Entwurf hinsichtlich des Betragsfrequenzgangs ist wegen der größeren Empfindlichkeit des Hörorgans gegenüber Verzerrungen des Betragsfrequenzgangs im Vergleich zu Verzerrungen des Phasenfrequenzgangs wichtiger. Dies ist um so interessanter, wenn für nachzubildende oder zu entzerrende Systeme Minimalphasigkeit vorausgesetzt werden kann, weil dann die Koeffizienten auf das Innere des Einheitskreises beschränkt werden können.

Beim Entwurf mit Spezifikation im Frequenzbereich können wir davon profitieren, dass die Wahrnehmung der Lautstärke von Geräuschen oder Klang-Gemischen über die Frequenz in guter Näherung mit einer an das Hörorgan angepassten Glättung des Spektrums modelliert werden kann [ZF99, Smi83]. Dies lässt sich ausnutzen bei der Approximation und Entzerrung von Signalen oder Frequenzgängen mit, im Vergleich zum Signal oder einem FIR Filter, kurzen IIR-Filtern. Bei der Glättung wird der Betragsfrequenzgang von den kaum wahrzunehmenden kleinen Spitzen und Tälern im Spektrum, insbesondere bei den höheren Frequenzen, bereinigt, die wegen psycho-akustischen Effekten wie Verdeckung kaum oder nicht hörbar sind. Dies kommt einer Reduktion der Datenmenge gleich. Während bei realen Audiosystemen mit relativ kurzen Impulsantworten die bei der Glättung verloren gehende Information über die Phase vernachlässigt werden kann [Smi83], muss für nicht-minimalphasige Audiosysteme der Phasenfrequenzgang durch einen weiteren Filter entzerrt werden. Wir erhalten dann analog zur Vorgehensweise in [GH91, Pot98a] für den Entwurf von Filtern zur Approximation oder Entzerrung von Frequenzgängen zwei Entwurfsaufgaben, einmal für den Betragsfrequenzgang und einmal für den Phasenfrequenzgang. Diese können in bestimmten Fällen wieder zu einer Entwurfsaufgabe zusammengefasst werden, wobei diese jedoch komplexer ist und eine Lösung dann eventuell nicht mehr garantiert werden kann.

Ist eine Reduktion der Datenmenge erforderlich, wird bei Verwendung einer komplexen Glättung die korrespondierende Information zur Phase nicht zerstört [PF04], sodass eine Approximation oder Entzerrung von Betrags- und Phasenfrequenzgang mit dem komplexen Frequenzgang simultan möglich ist. Die Bestimmung von Schwellen für die Wahrnehmung von Verzerrungen von Betrag und Phase durch das Hörorgan ist nicht möglich. Für die Wahrnehmung von Verzerrungen der Gruppenlaufzeit und damit implizit auch des Phasenfrequenzgangs sind Schwellwerte nur für einen Teil des Frequenzbereichs verfügbar, für den Schwellwerte zur Wahrnehmung von Verzerrungen des Betragsfrequenzgangs gegeben sind. Damit eignet sich der Entwurf von Filtern zur simultanen Entzerrung des Betrags- und Phasenfrequenzgangs bzw. des (komplexen) Frequenzgangs vor allem für Entwurfsaufgaben, bei denen das Fehlermaß nicht mit Eigenschaften des Hörorgans begründet wird,

wie zum Beispiel bei der Forderung einer linearen Phase zur Filterung bei der Multiratenverarbeitung.

Die Hörbarkeit von Verzerrungen der Gruppenlaufzeit ist stark frequenzabhängig. Die komplette Entzerrung des Phasenfrequenzgangs auch bei tiefen Frequenzen kann selbst wieder zu Verzerrungen führen [KPJH99]. Ein Ausgleich des verzerrten Phasenfrequenzgangs ist in Abhängigkeit von der Anwendung vor allem bei starken Verzerrungen, hoch-qualitativen Audio-Geräten oder für die Messtechnik erforderlich. Bestimmte Entwürfe zeigen ohne weiteres Zutun eine zufriedenstellende Approximation eines linearen Phasenfrequenzgangs bzw. einer konstanten Gruppenlaufzeit entsprechend der Empfindlichkeit des Hörorgans gegenüber Verzerrungen dieser Charakteristiken, wie dies später am Beispiel der Approximation von Equal-Loudness-Filtern mit einem IIR-Filter gezeigt wird.

Die Wahrnehmung der Lautstärke eines Tons kann grob durch eine logarithmische Skala genähert werden [ZF99]. Zur Berücksichtigung der frequenzabhängigen Wahrnehmung der Lautstärke kann die Approximation eines vorgegebenen oder zu entzerrenden Betragsfrequenzgangs bezüglich des logarithmierten Betragsfrequenzgangs wünschenswert sein [Smi83, BW94], jedoch ist dies für die Approximation von Sperrbändern, zum Beispiel für den Entwurf Frequenz-selektiver Filter, ungeeignet. Ist die Abweichung vom gewünschten Betragsfrequenzgang sehr klein, dann nimmt der Betragsfrequenzgang Werte um Eins an und der Logarithmus kann durch eine lineare Funktion genähert werden. Bei der Minimierung des gleichmäßigen Fehlers und der Verwendung einer geeigneten Gewichtung kann in diesem Fall auf die Approximation des logarithmierten Betragsfrequenzgangs verzichtet und diese durch die Approximation des nicht-logarithmierten Betragsfrequenzgangs ersetzt werden, wofür wir in Kapitel 6 eine Anwendung zeigen.

Nun betrachten wir die Berührungspunkte mit der mathematischen Optimierung. Wenn wir die erwähnte Minimierung oder Beschränkung der maximalen Abweichung auf einem Frequenzintervall fordern, führt dies zu einer Entwurfsaufgabe mit Bedingungen, die von einem kontinuierlichen Parameter abhängig sind. Entwurfsaufgaben für IIR-Filter, und damit auch FIR-Filter, zur Frequenzgangsentzerrung oder Approximation von Frequenzgängen mit minimalen gleichmäßigen Fehler sowie Entwurfsaufgaben für Frequenz-selektive minimalphasige Filter können mit nichtlinearer (semi-infiniten) Optimierung gelöst werden während konventionelle Verfahren für diese Entwurfsaufgaben oft nicht verfügbar sind oder der Entwurf scheitert.

Entwurfsaufgaben für Audiofilter bestehen immer aus einem Entwurfsziel und können zusätzliche Bedingungen enthalten. Der Einsatz von Optimierungsverfahren bietet dem Anwender mehr Freiheitsgrade beim Entwurf digitaler Filter als konventionelle Entwurfsverfahren. Ein Beispiel ist der Entwurf von Noise-Shaper-Filtern mit minimaler bewerteter Rauschleistungsdichte und gleichzeitiger Beschränkung des Betragsfrequenzgangs des Filters. Mit dem Einsatz von Optimierung können wir im Gegensatz zu konventionellen Verfahren einen Noise-Shaper-Filter mit diesem Ziel und dieser Bedingung entwerfen. Mit konventionellen Verfahren wurden Filter mit minimaler bewerteter Rauschenergie und damit minimalem quadratischen Fehler ohne Bedingungen entworfen. Mit Optimierung können wir außerdem verschiedene Entwurfsziele simultan erreichen indem wir zum Beispiel einen Kompromiss zwischen zwei Entwurfszielen suchen durch gleichzeitige Minimierung des Abstands zwischen den beiden Entwurfszielen, vgl. [PR02]. Nicht unerwähnt soll bleiben, dass wir mit



## 1. Einführung

Optimierungsverfahren Entwurfsaufgaben lösen können, die Entwurfsziele und Bedingungen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich aufweisen.

Bei konventionellen Entwurfsverfahren kann die Anpassung an das Gehör in der Regel erst nach dem Entwurf des Filters überprüft werden [Asa96], beispielsweise die Vermeidung von wahrnehmbaren Verzerrungen des Betragsfrequenzgangs durch Minimierung oder Beschränkung des Approximationsfehlers mit den gerade noch wahrnehmbaren Änderungen des Pegels (Just Noticeable Differences in Level, JNDL) [ZF99]. Beim Entwurf unter Nutzung der semi-infiniten Optimierung kann dies mit dem beschränkten Fehlermaß als zusätzliche Bedingung berücksichtigt werden. Der Entwurf bezüglich des logarithmierten Betragsfrequenzgangs und die Berücksichtigung der JNDL sind eng miteinander verbunden, weil die JNDL ein logarithmisches Maß sind. Damit ist bei Approximation des logarithmierten Betragsfrequenzgangs bei genügend kleinem Fehler und mit gegebenenfalls vorhandener Gewichtung die Einhaltung der Schwellen der JNDL möglich.

Weitere mögliche, zu hörbaren und damit nicht erwünschten Artefakten führende Effekte können beim Optimierungs-gestützten Entwurf ebenfalls mit Bedingungen berücksichtigt und verhindert werden. Dazu zählt die Verstärkung des Betragsfrequenzgangs in Übergangsbändern oder das Verlassen eines vorgegebenen Toleranzbereichs durch den entzerrten Frequenzgang oder die Gruppenlaufzeit. Die Berücksichtigung der Eigenschaften des Gehörs, die Angabe von Nebenbedingungen wie Minimalphasigkeit und die Unterdrückung von Verstärkung in Übergangsbändern ist für uns ein integraler Bestandteil einer Entwurfsaufgabe für Audiofilter. Verfahren der Optimierung erlauben uns die Aufnahme dieser Anforderungen in die Entwurfsaufgabe und ist einer der wichtigsten Gründe Audiofilter mit Optimierungsverfahren zu entwerfen, weil Entwurfsaufgaben mit nichtlinearen Zielen oder Bedingungen nur in speziellen Fällen mit konventionellen Verfahren gelöst werden können.

Audiofilter müssen eine Charakteristik im Frequenzbereich meist nur auf bestimmten Intervallen des Spektrums erfüllen wie zum Beispiel dem Frequenzbereich des Hörorgans, dem Übertragungsbereich eines Lautsprechers oder einer Schnittmenge von mehreren Frequenzbereichen. Beim Einsatz von Optimierungsverfahren können die jeweiligen Bedingungen auf die entsprechenden Intervalle beschränkt werden, während konventionelle Verfahren oft sogar das gesamte Spektrum berücksichtigen müssen, insbesondere wenn sie die Parsevalsche Gleichung zum Entwurf über den Zeitbereich ausnutzen. Optimierungsverfahren versetzen uns erst in die Lage, diese Vielfalt von Entwurfsaufgaben für Audiofilter zu erschließen und zu lösen, für die keine darauf zugeschnittenen konventionellen Verfahren verfügbar sind.

Die Nutzung von Optimierungsverfahren hat weitere Vorteile, denn sie erlaubt die direkte Formulierung und Lösung von Entwurfsaufgaben ohne die Nutzung von Hilfskonstruktionen. Viele Entwurfsverfahren sind, bedingt durch die ihnen zugrunde liegenden Methoden, nur in der Lage Näherungen von Lösungen zu berechnen, insbesondere für IIR-Filter, weil sie beispielsweise nichtlineare Probleme in mehreren Schritten und dabei gegebenenfalls linearisierte Probleme lösen. Sie nutzen unter Anderem zur Anpassung des Entwurfsproblems an die nichtlineare Frequenzgruppenzuordnung des Hörorgans eine vorherige Festlegung eines Verzerrungsparameters oder feste Polstellen der Allpässe bzw. der Filter zur Bestimmung von Gewichtungsfaktoren und erreichen damit gleichzeitig die Konvexifizierung bzw. Linearisierung des nichtlinearen Entwurfsproblems [KHL97, Ban07]. Wir beachten, dass mit fest vorgegebenen Werten für Polstellen ungünstige Quantisierungen von Koeffizienten und

Grenzyklen vermieden werden können. Für einen im Sinne eines minimalen Approximationsfehlers optimalen Filter ist eine simultane Bestimmung von Gewichtungsfaktoren und Verzerrungsparametern bzw. der Null- und Polstellen erforderlich. Mit Verfahren der nichtlinearen Optimierung können wir die Filterkoeffizienten simultan berechnen und sind nicht auf die Konstruktion von Lösungsverfahren angewiesen, die suboptimale Ergebnisse liefern können. Für viele existierende Entwurfsprobleme sind somit Lösungen mit kleinerem Fehlermaß möglich, auch indem die Lösungen der konstruierten Verfahren verbessert werden. Eine Lösung mit kleinstmöglichem Fehler kann jedoch nur für bestimmte Entwurfsaufgaben garantiert werden. Das Optimierungsproblem zu einer Entwurfsaufgabe kann aber manchmal durch Downgrading [Pot05], zum Beispiel durch Konvexifizierung und Diskretisierung, so vereinfacht werden, dass sich konvexe Optimierungsprobleme ergeben und damit Lösungen mit globalem Minimum berechnen lassen.

Verfahren der nichtlinearen Optimierung bieten den Vorteil der nahezu unbegrenzten Nutzung von beim Entwurf vorzugebenden Filterstrukturen, wobei die möglichen Strukturen für bestimmte Fälle wie stabile oder minimalphasige Filter eingeschränkt sind, weil dies ansonsten komplizierte Bedingungen für die Koeffizienten zur Erzwingung der Stabilität oder Minimalphasigkeit zur Folge hätte. Zudem können wir verhindern, dass zwischen dem Entwurf und der Implementierung Unterschiede durch numerische Stabilitätsprobleme beim Zerlegen oder Zusammenfassen von Teilfiltern auftreten, die sich zum Beispiel durch Grenzyklen akustisch bemerkbar machen können [RL06]. Durch explizite Begrenzung von Pol- und Nullstellenradien können hörbare Verzerrungen bzw. Rauschen zumindest verringert werden, zum Beispiel mit Sicherheitsabstand zum Rand des Einheitskreises oder durch Vorgabe einer Region des Stabilitätsdreiecks für Teilfilter zweiter Ordnung. Die Strukturen erlauben die Vorgabe nahezu beliebiger Anzahlen an Zähler- und Nennerkoeffizienten. Die Filterordnung kann somit immer in Abhängigkeit von der Entwurfsaufgabe gewählt werden, sodass keine Koeffizienten zur Entzerrung von im Zähler- oder Nennerpolynom "zu viel" vorhandenen Null- oder Polstellen eingesetzt werden müssen, wie wir dies am Beispiel der Rauschformungsfilter zur Rosa-Rauschen-Generierung zeigen werden.

Die nichtlineare Frequenzgruppencharakteristik zeigt sich bei Audiofiltern in der Verteilung der Resonanzen und damit der Null- und Polstellen im Einheitskreis. Bei IIR-Audiofiltern liegen die Null- und Polstellen häufig in dem den niedrigen Frequenzen entsprechenden Bereich der komplexen Ebene dichter als in dem den höheren Frequenzen entsprechenden Bereich. Bei FIR-Audiofiltern ist dagegen meist eine gleichmäßigere Verteilung der Nullstellen zu beobachten. In Kapitel 6 werden dazu Beispiele vorgestellt. Die Beschreibung eines digitalen Audiofilters im Frequenzbereich unter Verwendung einer Transformation mit Allpass-Frequenzverzerrung führt zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Resonanzen über der verzerrten Frequenzachse bzw. der Null- und Polstellen im Einheitskreis [RKEV03]. Statt der Nutzung einer speziellen Transformation zur Abbildung des Zeitbereichs in den verzerrten Frequenzbereich können die Polstellen eines IIR-Filters aber auch als eine spezielle Frequenzverzerrung mit nicht-orthogonalen Basisfunktionen betrachtet werden, mit der die Abtastwerte des Signals gezielt einer gewählten oder berechneten nichtlinearen spektralen Skala zugeordnet werden, vgl. [Ban10].

Für den Entwurf mit Optimierung können wir immer eine Struktur wählen, die ein günstiges numerisches Verhalten aufweist, zum Beispiel durch geringen Einfluss von Rundungsfehlern. Die Konvergenzrate eines Lösungsverfahrens wird also auch von der gewählten Filterstruktur



beeinflusst. Bei einigen Strukturen konvergiert es in der Nähe einer Lösung vergleichsweise langsam zu dieser Lösung im Gegensatz zur Verwendung anderer Strukturen. Zur Berechnung einer optimalen Lösung kann stets ein Verfahren und eine Struktur eingesetzt werden, das in Abhängigkeit von den Gründen für Abbrüche und einer gegebenenfalls vorhandenen Zwischenlösung mit weniger Rechenaufwand zur Lösung führt. Insbesondere bei "stark" nichtlinearen Funktionen in Entwurfsaufgaben, zum Beispiel oszillierenden Funktionen oder Funktionen mit Singularitäten, können Abbrüche eines Lösungsverfahrens auftreten, beispielsweise durch Erreichen der maximal erlaubten Anzahl an Iterationen oder wegen nicht lösbaren Unterproblemen.

Beim Einsatz von Optimierung können wir Vorwissen ausnutzen. Einzelne Koeffizienten einer Entwurfsaufgabe können fest vorgegeben werden, wobei dies keine Linearisierung oder Konvexifizierung des Optimierungsproblems ergeben muss. Dies erlaubt auch den Entwurf von Filtern mit einzelnen fest vorgegebenen Radien für Null- oder Polstellen. Zum Entwurf von Frequenz-verzerrten Filtern im Frequenzbereich mit Optimierung wird zur Konvexifizierung des Optimierungsproblems der oder die Verzerrungsparameter vorgegeben. Vorwissen zur Struktur eines Filters können wir bei Aufstellung der Entwurfsaufgabe ebenfalls mit einfachen Mitteln berücksichtigen. So kann beim Entwurf von Filtern mit Rosa-Rauschen-Charakteristik in der Entwurfsaufgabe vorgegeben werden, dass bei der Realisierung mit einem IIR-Filter nur reelle Nullstellen in Zähler und Nenner möglich sind.

Einen weiteren wichtigen Grund für die Nutzung der Optimierung sehen wir in der Unterstützung des Anwenders durch die einheitliche Beschreibung einer Entwurfsaufgabe und in der flexiblen Nutzung von verschiedenen Verfahren und Ansätzen der mathematischen Optimierung [Pot05]. Die abstrahierte Entwurfsaufgabe wird durch einen Übersetzer in ein allgemeines Optimierungsproblem übersetzt, das anschließend auf das Darstellungsformat eines Lösungsverfahrens spezialisiert wird. Damit ist es uns möglich, von der Verfügbarkeit von Lösungsverfahren und neuen Entwicklungen im Bereich der mathematischen Optimierung mit dem Erscheinen neuer Lösungsverfahren für nichtlineare Probleme oder nichtlineare semi-infinite Probleme zu profitieren. Zur Einbindung eines Lösungsverfahrens ist nur eine Anpassung des Optimierungsproblems an die Aufrufspezifikation des jeweiligen Verfahrens vorzunehmen und der Löser zu starten.

Digitale Audiofilter werden bei der Erzeugung, der Übertragung im weitesten Sinn und zur Beeinflussung der menschlichen Wahrnehmung von Schallen eingesetzt und haben die Aufgabe einen gewünschten Höreindruck zu erzielen. Unter dem Erzielen eines gewünschten Höreindrucks verstehen wir eine vor dem Hörvorgang gezielt vorgenommene Ver- oder Entzerrung von Audiosignalen. Im Weiteren werden Audiofilter in der Messtechnik zur Nachbildung des Höreindrucks verwendet, um die Hörcharakteristik bei der Messung von Signalen berücksichtigen zu können. Die Audiofilter in den genannten Einsatzbereichen können in die Kategorien Frequenz-selektive Filter, Rauschformungsfilter, Entzerrungsfilter und Effektfiler eingeteilt werden.

Frequenz-selektive Filter haben ein sehr breites Anwendungsgebiet. In Analog-Digital-Konvertern dienen sie zur verzerrungsarmen Digitalisierung von abgetasteten analogen (Audio-)Signalen. In der Tonstudio-Technik und in Hörgeräten werden sie zur Manipulation des Höreindrucks durch Verstärkung oder Abschwächung des Pegels in Frequenzbändern eingesetzt. Ein weiterer Verwendungszweck sind digitale Frequenzweichen. Für viele

dieser Filter können konventionelle Entwurfsverfahren verwendet werden. Die Audiosignalverarbeitung mit geringer Latenz benötigt jedoch minimalphasige oder quasi-linearphasige Frequenz-selektive Filter mit geringer Gruppenlaufzeit. Bei der Approximation von quasi-linearphasigen FIR-Filtern mit Gruppenlaufzeiten zwischen der von minimal- und linearphasigen Filtern und evtl. gleichzeitiger Entzerrung treten zu vermeidende gegenläufige Effekte auf, wenn die Gruppenlaufzeit im Vergleich zur Anzahl der Koeffizienten sehr klein bzw. umgekehrt die Anzahl der Koeffizienten für die gewählte Gruppenlaufzeit zu groß gewählt wird, und wenn keine Beschränkung des Betragsfrequenzgangs in Übergangsbändern vorgesehen ist. Zu beobachten ist in diesen Fällen eine verringerte Sperrdämpfung, eine größere Welligkeit, Verstärkung in Übergangsbändern sowie nicht mehr innerhalb des Einheitskreises verbleibende Nullstellen für Sperrbänder. Der Radius dieser nicht mehr innerhalb des Einheitskreises liegenden Nullstellen wird größer je kleiner die zu approximierende konstante Gruppenlaufzeit ist. Gleichzeitig erreichen wir gegenüber linearphasigen FIR-Filtern mit quasi-linearphasigen FIR-Filtern bei geeigneter Wahl der Entwurfsbedingungen stets eine bessere Dämpfung in Sperrbändern bei gleichmäßiger Gruppenlaufzeit in Durchlassbändern und Beschränkung in Übergangsbändern.

Rauschformungsfilter formen das Spektrum von Rauschsignalen und anderen breitbandigen Rausch-ähnlichen Signalen. Ein wichtiger Anwendungsfall für Rauschformungsfilter ist die synthetische Generierung von Tönen für die Erzeugung von Musik mit digitalen Mitteln sowie zur Erforschung des Klangs von Musikinstrumenten [VPEK06]. Diese Audiofilter stellen an den Entwurf die Herausforderung der nichtlinearen Zuordnung der Frequenzen bei einer dem Gehör- bzw. dem zu modellierenden Audiosystem-angepassten Approximation der Signalantworten bzw. des Frequenzgangs. Für den Entwurf dieser Filter können verschiedene auf physikalischen Modellen aber auch auf dem Quellen-Filter-Modell basierende Methoden herangezogen werden [VPEK06]. Bei dem letztgenannten Modell wird ein System, zum Beispiel der Resonanzkörper eines Instruments oder das Instrument selbst, als mit einem Audiofilter zu realisierende Black-Box betrachtet, die durch eine Quelle mit periodischem oder aperiodischem Ausgangssignal angeregt wird. Die gemessene und zu approximierende Signal- bzw. Impulsantwort ist in vielen Fällen nahezu minimalphasig. Dabei ergeben sich oft sehr lange Signal- bzw. Impulsantworten, die in Abhängigkeit von der Signal- oder (nicht-idealen) Impulsdauer und der Abtastrate einen Umfang von mehreren Hundert bis zu vielen Tausend Abtastwerten haben, und auf denen einige Entwürfe im Kapitel 6 beruhen. Impulsantworten oder Signale sind zur Implementierung als FIR-Filter mit endlicher Impulsantwort in der Regel nicht praktikabel und können meist mit einem kürzeren IIR-Filter approximiert werden, das zu einem Audiofilter wird, wenn die nichtlinearen Eigenschaften des Hörorgans oder des zu modellierenden Audiosystems beim Entwurf geeignet berücksichtigt sind. Zur Reduktion des Einflusses zufälliger Störungen wird mit der Minimierung der quadrierten Abweichung oft ein Entwurfsziel bzw. ein davon abgeleitetes Verfahren zur Identifikation gewählt, das robust gegenüber statistischen Ausreißern ist und einfache Berechnungen ermöglicht, siehe [KHLH97, Ban07]. Mit dem Entwurf im Frequenzbereich hinsichtlich des geglätteten Frequenzgangs mit minimalen gleichmäßigen Fehler, oft verwendet wird eine Drittel-Oktave, wird ein Gehör-angepasster Entwurf durch die Vermeidung von Amplitudenverzerrungen angestrebt, auf die beim Entwurf hinsichtlich des kleinsten quadratischen Fehlers kein direkter Einfluss gegeben ist. Der geglättete Betragsfrequenzgang wird oft auch zur Analyse der Filter verwendet, weil dies, wie oben



geschildert, die Wahrnehmung der Lautstärke durch das Hörorgan widerspiegelt. Daneben kann bei einem geglätteten entzerrten Betragsfrequenzgang die Entzerrung durch einen ebenen Betragsfrequenzgang gut erkannt werden.

Filter zur Rauschformung werden darüber hinaus in speziellen Audioanwendungen eingesetzt. Das bei der digitalen Verarbeitung durch Requantisierung hervorgerufene empfundene Rauschen kann mit Hilfe der psycho-akustischen Rauschformung (Noise shaping) durch Filterung verringert werden [SS62], wobei die tatsächliche, d.h. nicht mit einer psycho-akustischen Bewertungsfunktion gewichtete Rauschleistung ansteigt. In Anlagen zur öffentlichen Beschallung werden Rauschformungsfilter zur Erzeugung von Rosa-Rauschen genutzt, um die Übertragungscharakteristik beim sogenannten Einrauschen einzustellen [Web07]. Außerdem wird band-begrenztes Rosa-Rauschen in vielen weiteren Anwendungen eingesetzt, unter anderem zur Bestimmung der thermischen Belastbarkeit von Lautsprechern [AES03, Kee01]. Eine weitere Variante von Rauschformungsfiltern sind psophometrische Filter. Einige dieser Filter dienen der Bewertung eines vom Hörorgan wahrgenommenen Schalldruckpegels im Vergleich zum tatsächlichen Schalldruckpegel [DIN03b]. Psophometrische Filter werden auch zur Unterdrückung der bei der Speicherung auf oder Wiedergabe von analogen Speichermedien entstandenen Störanteile eingesetzt wie dem Rumpeln bei der Wiedergabe von Schallplatten oder dem Rauschen durch den Antrieb für das Magnetband [Web07]. Diese Variante von Rauschformungsfiltern unterscheidet sich von den im vorigen Absatz beschriebenen Filtern dadurch, dass sie im Frequenzbereich mit idealen Verläufen oder abstrakten Anforderungen statt durch ein gemessenes Signal oder eine gemessene Frequenzbereichscharakteristik definiert werden. Konventionelle Verfahren sind unter anderem nicht verfügbar, können keine stabilen Filter entwerfen oder der gewünschte Frequenzgang wird nur verzerrt approximiert. Für diese Filter ist der Entwurf mit Optimierung unumgänglich.

Im Folgenden wollen wir auf die Kategorie der Entzerrungsfilter eingehen. Die zur Schallwandlung genutzten Mikrophone und Lautsprecher sollen im Frequenzbereich eine Übertragungscharakteristik aufweisen, die einem Audiosignal keine Verzerrungen hinzufügt. Insbesondere Lautsprecher weisen in ihrem Übertragungsbereich bedingt durch ihre Konstruktion als elektro-mechanisches System ein nicht-ideales Verhalten und damit keinen konstanten Betragsfrequenzgang auf, sodass sich dieser bei der Wahrnehmung von wiedergegebenen Schallen negativ auf die Wahrnehmung auswirken kann. Audiofilter werden hier zur Gehörangepassten Entzerrung des beispielsweise mittels TDS oder Maximalfolgen-Messtechnik ermittelten Frequenzgangs eingesetzt, um einen vom Lautsprecher unabhängigen Höreindruck vermitteln zu können [Mül08]. Bei den für HiFi-Anwendungen üblichen Lautsprechersystemen erfolgt eine Aufteilung mit einer Frequenzweiche entsprechend den eingesetzten Lautsprechern, beispielsweise auf Bereiche für die tiefen Frequenzen und die mittleren bis hohen Frequenzen [Web07]. In diesen Systemen finden Audiofilter Anwendung in der Frequenzweiche zur Trennung der Frequenzbereiche und zur Entzerrung des Frequenzgangs der einzelnen Lautsprecher. Bei der Entzerrung des Gesamtsystems ist die Betrachtung der kompletten Übertragungsfunktion wichtig, da in der Frequenzweiche wegen den unterschiedlichen Laufzeiten der Filter Phasenverzerrungen entstehen können [Haw93, Gar80]. Ein weiterer Punkt ist die Entzerrung des Frequenzgangs im tiefen Frequenzbereich, für die oft ein Multiraten-System zur Reduktion des Rechenaufwands durch Verarbeitung bei einer geringeren Abtastrate eingesetzt wird. Die Entzerrung von Raumimpulsantworten oder

von kombinierten Lautsprecher-Raumimpulsantworten stellt eine weitere Anwendung dar. Statt der Anhebung oder Unterdrückung einzelner Frequenzbänder oder -spitzen mit Hilfe von Pegelstellern in Frequenzbändern oder Peak-/Notch-Filtern kann dies auch mit speziell entworfenen Entzerrungsfiltern realisiert werden.

Ähnlich den Rauschformungsfiltern können Entzerrungsfiler im Zeitbereich mit kleinstem quadratischen Fehler oder im Frequenzbereich mit minimalen gleichmäßigen Fehler entworfen werden. Beim Optimierungs-gestützten Entwurf nutzen wir aus, dass zur Berechnung des Filters keine Identifikation des Übertragungsverhaltens des Systems notwendig ist, während viele konventionelle Entwurfsverfahren zur Entzerrung erst eine Identifikation des zu entzerrenden Systems durchführen müssen. Damit ist gegenüber Verfahren mit Identifikation keine Unterscheidung zwischen minimalphasigem Anteil und Allpass-Anteil und keine Invertierung der Systemfunktion notwendig, die sich bei Nullstellen nahe des Einheitskreises durch musikalisches Rauschen bemerkbar machen können. Mit Optimierung kann neben der Entzerrung des Betragsfrequenzgangs auch gleichzeitig die Entzerrung des Phasenfrequenzgangs vorgenommen bzw. die Gruppenlaufzeit im Entwurf beschränkt oder minimiert werden. Die sich dabei ergebenden Entwurfsaufgaben können einen hohen Berechnungsaufwand erfordern und sollten daher trotz des größeren Entwurfs- und Implementierungsaufwands auf zwei Entwurfsaufgaben für den Betrag und die Phase aufgeteilt werden. Wird keine komplexe Glättung des Frequenzgangs durchgeführt, ist die Verwendung zweier aufeinander folgender Entwurfsschritte unausweichlich, weil die Phaseninformation im Entwurf bezüglich des geglätteten Betragsfrequenzgangs nicht berücksichtigt werden kann.

Audiofilter werden genutzt, um ein Audiosignal an die Übertragungseigenschaften eines Kanals anzupassen, wie im Fall der Wiedergabe von Magnetbändern oder Schallplatten [Web07]. Durch Ver- und Entzerrungsfiler wird die Dynamik in bestimmten Frequenzbereichen vergrößert oder verringert. Bei der Schallplatte wird wegen des Ansprechverhaltens des Kopfes beim Abtasten der Rillen der Schneidfrequenzgang so verändert, dass die Übertragungseigenschaften des Abtastkopfes bei der Wiedergabe mit einer möglichst langen Spieldauer optimal ausgenutzt werden [Web07]. Für den Schneidvorgang müssen niedrige Frequenzen abgeschwächt und hohe Frequenzen verstärkt werden. Diese Kennlinie ist bei der Wiedergabe zu invertieren, um das abgespielte Signal unverzerrt wiederzugeben. Bei Magnetbändern werden Vor- bzw. Entzerrungsfiler ebenfalls eingesetzt, um die Übertragungseigenschaften in der Kette von der Aufnahme bis zur Wiedergabe verwendeten Glieder bestmöglich auszunutzen, die absichtlichen Verzerrungen zurückzunehmen und bei der Verarbeitung hinzugefügte Störungen zu unterdrücken.

Die Übertragung von Schallen wird von der Charakteristik des Raums und den darin platzierten Objekten, der Position und der Statur der wahrnehmenden Person beeinflusst. Zur Simulation von Räumen und anderem können Audiosignale mit diesen Impulsantworten gefaltet werden. Impulsantworten, insbesondere von großen Räumen wie Sälen oder Kirchen, können sehr lang sein. Zur aufwandsarmen Realisierung einer an das Hören angepassten Realisierung dieser Impulsantworten können Approximationen mit einem Effektfiler genutzt werden. Beim binauralen Hören werden diese Effektfiler eingesetzt, um eine virtuelle Position der Schallquelle oder -senke durch Nutzung von (approximierten) Kopf-bezogenen Übertragungsfunktionen (HRTF) zu simulieren. Damit kann für die mit Kopfhörern wahrnehmende Person ein vom tatsächlichen Raum oder der Person abweichender Höreindruck simuliert werden, sodass eine Klassikaufnahme vom Wohnzimmer in den Konzertsaal verlegt



wird, oder dass bei Verwendung von Kopfhörern der Schall in Abhängigkeit von der Position und Ausrichtung des Empfängers im Raum wiedergegeben wird. Für die beschriebenen Anwendungen werden Audioeffektfilter auf der Grundlage von Messungen entworfen. Eine weitere Anwendung für Effektfilter ist die Erzeugung von künstlichem Hall [Zöl08].

Der auch zu Effektfiltern zählende Equal-Loudness-Filter wird zur Erzielung eines vom Aufnahmepegel unabhängigen Höreindrucks durch Anpassung des frequenzabhängigen Pegels, insbesondere bei niedrigen und hohen Frequenzen, eingesetzt. Die Wiedergabe bei Aufnahmelautstärke ist beispielsweise nicht gewünscht oder nicht möglich, wenn die Lautstärke des wiedergegebenen Signals sehr hoch sein würde. Beim Abspielen von klassischer Musik kann durch eine solche Korrektur bei "Zimmerlautstärke" der gleiche Höreindruck vermittelt werden wie während der Aufnahme. Diese Entwurfsaufgabe eignet sich wegen der Beschreibung der Wunschfunktion im Frequenzbereich mit einem vergleichsweise glatten Verlauf besonders für den Entwurf mit Optimierung hinsichtlich des minimalen gleichmäßigen Fehlers.

Die Gemeinsamkeit der vorgestellten Anwendungen besteht darin, dass sie bei niedrigen Frequenzen für die Wahrnehmung wichtige Anteile aufweisen und die Anteile bei höheren Frequenzen nicht vernachlässigt werden dürfen, und dass Verzerrungen des Betragsfrequenzgangs vermieden werden sollen. Die Erzielung eines minimalen gleichmäßigen Fehlers bei einer nichtlinearen Gruppierung der Frequenzen stellt daher die größte Herausforderung für den Entwurf von Audiofiltern dar. Wir fassen die gewonnenen Erkenntnisse zusammen: die Darstellung von digitalen Signalen mit dem über die (diskrete) Fourier-transformierte verknüpften Frequenzbereich geht von einer gleichförmigen Zuordnung der Frequenzen aus und steht im Widerspruch zur Physiologie des Hörorgans. Das Maß für die Abweichung einer Charakteristik muss der besonderen Bedeutung der tiefen Frequenzen Rechnung tragen. Wird ein integrierendes und damit gegenüber statistischen Ausreißern in gemessenen Signalen robustes Fehlermaß wie die quadratische Norm verwendet, dann muss die Abweichung bei tiefen Frequenzen einen größeren Anteil im Wert des Maßes haben als bei den höheren Frequenzen. Transformationen zur Verzerrung der Frequenzachse sind für den Entwurf besser geeignet als Gewichtungen [KHLH97], weisen jedoch oft das Problem der im Voraus zu bestimmenden Verzerrungsparameter auf. Diese werden oft so gewählt, dass die Verzerrung mit der Frequenzgruppenzuordnung des Gehörs oder des zu modellierenden Systems übereinstimmt [SA99]. Bei Verwendung des gleichmäßigen Fehlers ist die Nutzung einer Frequenzverzerrung nicht erforderlich, jedoch muss der Nachteil der mangelnden Robustheit gegenüber statistischen Ausreißern in gemessenen Signalen entweder hingenommen werden, oder er kann beispielsweise durch Glättung des Betragsfrequenzgangs gemildert werden. Die Nichtlinearität der Frequenzachse kann stattdessen beim Entwurf mit bestimmten Verfahren der semi-infiniten Optimierung durch eine modifizierte, d.h. Gehör-angepasste Diskretisierung der Frequenzachse berücksichtigt werden. Wir werden in dieser Arbeit zeigen, dass mit der Verwendung von nichtlinearer Optimierung bzw. nichtlinearer semi-infiniter Optimierung eine bessere Approximation der Eigenschaften im Frequenzbereich, insbesondere des Betragsfrequenzgangs, für den an den Eigenschaften des Gehörs ausgerichteten Filterentwurf erreicht wird.

Zur nichtlinearen Frequenzskala kommt die unterschiedliche Lautstärkeempfindlichkeit des Ohrs über der Frequenz hinzu. Die größte Empfindlichkeit weist das menschliche Ohr in der Umgebung der akustischen Mitte bei 1 kHz auf [ZF99]. Zu den tieferen und höhe-

ren Frequenzen hin nimmt die Empfindlichkeit ab. Entwurfsverfahren können diese Eigenschaft dahingehend ausnutzen, dass die maximal zulässige Abweichung von der geforderten Charakteristik frequenzabhängig ist und in der akustischen Mitte den geringsten Wert annehmen soll. Die maximal zulässige Abweichung kann beispielsweise proportional zur A-Bewertungskurve [DIN03b] gewählt werden. Für eine Approximation ist im Allgemeinen nur der Frequenzbereich der Hörfläche von 16 Hz bis 20 kHz wichtig. Noch tiefere Frequenzen werden vom Körper wahrgenommen, wenn sie eine sehr große Amplitude haben [Fin85]. Mit Verfahren der nichtlinearen Optimierung können wir eine Approximation auf den für das Hören oder die Anwendung relevanten Bereich beschränken, statt eine Approximation über das Intervall der digitalen Frequenz von Null bis  $\pi$  zu fordern, die in Abhängigkeit von der Abtastfrequenz über den relevanten Frequenzbereich der Hörfläche hinausgehen kann. Zur Vermeidung von unerwünschten Verläufen des Frequenzgangs außerhalb des für das Hören oder für die Anwendung relevanten Bereichs müssen wir gegebenenfalls beschränkte Übergangsbereiche und Sperrbänder definieren.

Die digitale Verarbeitung durch Filterung kann im Zeit- sowie im Frequenzbereich realisiert werden. Ein wichtiger Aspekt bei der Auswahl der Domäne ist die hinzugefügte Latenz. Im Zeitbereich ist die Verzögerung zwischen eingehendem und ausgehendem Signal durch den Filter gegeben, während durch die Blockverarbeitung im Frequenzbereich die Verzögerung proportional zur verarbeiteten Blocklänge zunimmt. Für die Audiosignalverarbeitung ziehen wir die Realisierungen im Zeitbereich vor, weil die durch eine Verarbeitung hinzugefügte Latenz im Echtzeitbetrieb möglichst kurz sein soll. Zu große Latenzen werden als Echo wahrgenommen.

Die Aufgabe des Entwurfs besteht darin, für die zu realisierenden Anforderungen mit der gewählten Struktur geeignete Werte zu bestimmen. Der Entwurf eines digitalen Filters mit Optimierung erfolgt in zwei Schritten:

- Beschreibung der Entwurfsaufgabe mit Anforderungen bezüglich der Charakteristika, die in vielen Fällen mit einem Toleranzschema dargestellt werden können, und
- Übersetzung der Entwurfsaufgabe in ein mathematisches Optimierungsproblem und Lösung dieses Problems mit einem oder einer Kaskade von geeigneten Verfahren und Strukturen.

Die Lösung eines Problems selbst kann in mehreren Schritten erfolgen. Wird beim Lösen einer Filterentwurfsaufgabe eine definierte Abfolge von Schritten durchlaufen, so bezeichnen wir dies als Entwurfsstrategie. Optimierungsverfahren unterstützen diese Strategien durch die Nutzung von Startlösungen für die einzelnen Schritte. Als Beispiel sei der Entwurf Frequenzselektiver minimalphasiger FIR-Tiefpassfilter genannt. Eine mögliche Strategie lautet: zuerst Entwurf eines linearphasigen FIR-Tiefpassfilters mit einer vom minimalphasigen Filter übernommenen Spezifikation der Bereiche. Von diesem linearphasigen Filter ausgehend wird nach Umformungen der minimalphasige Filter berechnet, wobei hierfür verschiedene Strukturen genutzt werden können.

Die Arbeit ist im Weiteren wie folgt gegliedert: im zweiten Kapitel werden die speziellen Anforderungen durch das Hörorgan für den Filterentwurf und wichtige psycho-akustische Eigenschaften beschrieben sowie die in dieser Arbeit verwendeten konventionellen Entwurfsverfahren für Audiofilter kurz vorgestellt. Das dritte Kapitel erklärt die Überführung einer Filterentwurfsaufgabe in ein mathematisches Optimierungsproblem und beschreibt die zum



Einsatz kommenden Filterstrukturen mit ihren numerischen Eigenschaften. Kapitel Vier gibt eine kurze Einführung zu Optimierungsproblemen und den Grundlagen von Optimalitätsbedingungen für Optimierungsverfahren für allgemeine finite und semi-infinite Optimierungsprobleme. Im fünften Kapitel beschreiben wir die an den Verfahren durchgeführten notwendigen Modifikationen zum Filterentwurf und untersuchen die Eignung der Optimierungsverfahren und der Filterstrukturen für den Entwurf anhand von Beispielen. Im Anschluss daran wird die Benutzerschnittstelle für das Filterentwurfsprogramm mit der Anpassung an die verwendeten Optimierungsverfahren vorgestellt. Das sechste Kapitel zeigt die Anwendung des Filterentwurfs mit Optimierung auf die genannten Kategorien von Audiofiltern mit Beispielen, vergleicht die mit Optimierung und konventionellen Verfahren erzielten Ergebnisse und gibt Empfehlungen, welche der eingesetzten Entwurfsverfahren sich für die jeweiligen Anwendungen eignen bzw. mit welchen Verfahren zufriedenstellende Ergebnisse erzielt wurden.