



# Kapitel 1

## Einleitung

Die Grundlage der Dissertation bildet die Veröffentlichung der Autoren Andrei Shleifer und Robert W. Vishny mit dem Titel „The Limits of Arbitrage“ aus dem Jahr 1997.<sup>1</sup>

### 1.1 Motivation des Themas

„Arbitrage bedeutet gewinnbringendes Ausnutzen von Preisdifferenzen durch simultanen Kauf und Verkauf von Gütern.“<sup>2</sup> Beispielsweise kauft eine Person (der Arbitrageur) ein Gut von einer zweiten Person und verkauft es gleichzeitig zu einem höheren Preis an eine dritte Person weiter. Der Arbitragegewinn entspricht dabei der Differenz zwischen Verkaufs- und Einkaufspreis.<sup>3</sup> Diese einfache Definition von Arbitrage findet sich in dieser oder in ähnlicher Form in diversen weiteren Lehrbüchern und Büchern zur Finanzwirtschaft wieder.<sup>4</sup>

Arbitragemöglichkeiten, wie sie in Lehrbüchern dargestellt werden, erfordern keinen Kapitaleinsatz und sind nicht mit Risiko behaftet.<sup>5</sup> Zudem wird weiter argumentiert, dass Arbitragemöglichkeiten, wenn überhaupt, nur sehr kurzfristig existieren können, da auf einem vollkommenen Kapitalmarkt jeder Marktteilnehmer über den gleichen Informationsstand verfügt.<sup>6</sup> Die entscheidende Voraussetzung für das Vorliegen von

---

<sup>1</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997).

<sup>2</sup>Vgl. Franke/Hax (2004), S. 368.

<sup>3</sup>Vgl. Franke/Hax (2004), S. 368.

<sup>4</sup>Vgl. beispielsweise Sharpe et al. (1999), Glossary S. 907: „The simultaneous purchase and sale of the same, or essentially similar, security in two different markets for advantageously different prices.“

<sup>5</sup>Vgl. Brealey et al. (2006), Glossary S. 993: „Purchase of one security and simultaneous sale of another to give a risk-free profit“.

<sup>6</sup>Zur Definition des vollkommenen Kapitalmarktes vgl. Franke/Hax (2004), S. 153.



(längerfristigen) Arbitragemöglichkeiten sind letztendlich Unvollkommenheiten des Kapitalmarktes. Ohne Unvollkommenheiten würde jede Arbitragemöglichkeit sofort ausgenutzt werden und bei einem funktionierenden Kapitalmarkt sukzessive verschwinden.<sup>7</sup>

Das hier vorgestellte Modell von Shleifer/Vishny (1997) basiert letztendlich auf Unvollkommenheiten des Kapitalmarktes. So besitzen die Arbitrageure in ihrem Modell einen Informationsvorsprung gegenüber allen anderen Marktteilnehmern. Die sich daraus ergebende Arbitragemöglichkeit kann jedoch nicht sofort, sondern erst zu einem späteren Zeitpunkt realisiert werden. Dafür benötigen die Arbitrageure liquide Mittel, die sie nicht selbst besitzen, sondern von Investoren zur Verfügung gestellt bekommen. Es besteht jedoch das Risiko, dass die Investoren die zur Verfügung gestellten Mittel abziehen, bevor die Arbitragemöglichkeit ausgenutzt werden kann. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn die ebenfalls in diesem Modell vorkommenden Noise trader zwischenzeitlich dafür sorgen, dass sich die Arbitragemöglichkeit noch weiter ausweitet. In diesem Szenario, wenn die Arbitragemöglichkeit noch größer und daher umso attraktiver wird, ziehen die Investoren jedoch ihre Mittel ab und verhindern so ein Ausnutzen der Arbitragemöglichkeit durch die Arbitrageure.

Die Betrachtung von unterschiedlichen Gruppen von Marktteilnehmern mit jeweils unterschiedlichen Informationsständen in einem Modell ist typisch für die sogenannten „Behavioral Finance“ Modelle.<sup>8</sup> Auch das Vorhandensein von Noise tradern ist ein Kennzeichen dieser Modelle. Das Modell von Shleifer/Vishny (1997) wird häufig in der einschlägigen Literatur immer dann zitiert, wenn es darum geht, (längerfristige) Arbitragemöglichkeiten insbesondere im Rahmen von Behavioral Finance zu erklären.<sup>9</sup>

Maßgeblich für das Vorliegen dieser Arbitragemöglichkeit ist die Unterscheidung zwischen den verschiedenen Marktteilnehmern, insbesondere die Trennung von Geldgebern und professionellen Anlegern. Das zunächst relativ einfach erscheinende, formale Modell der beiden Autoren entpuppt sich bei genauerer Betrachtung jedoch komplexer als erwartet. Und auch das Ausnutzen der Arbitragemöglichkeit gestaltet sich mitunter um einiges komplizierter, als es wohl nach Shleifer/Vishny (1997) ursprünglich der Fall sein sollte. Modellbedingt ist beispielsweise ein komplettes Ausnutzen der Arbitragemöglichkeit nicht immer notwendigerweise optimal.

---

<sup>7</sup>Vgl. Franke/Hax (2004), S. 368.

<sup>8</sup>Für einen Überblick zu Behavioral Finance vgl. Thaler (1993), Shleifer (2000), Barberis/Thaler (2003), Brunel (2003), Chan et al. (2004) und Thaler (2005).

<sup>9</sup>Vgl. beispielsweise Barberis/Thaler (2003), S. 1056ff und Levy/Post (2005), S. 341f.



Basierend auf der Vorlage von Shleifer/Vishny (1997) wird in dieser Dissertation ein vollständiges Entscheidungsmodell aufgebaut. Insbesondere ökonomische Zusammenhänge stehen dabei im Vordergrund. Das bedeutet, bestimmte Parameterkonstellationen werden insbesondere dann ausgeschlossen, wenn sie zu ökonomisch nicht mehr interpretierbaren Ergebnissen führen. Die Einschränkungen halten sich jedoch dabei in Grenzen. Letztendlich kann gezeigt werden, dass immer mindestens eine optimale Lösung existiert, und dass in Ausnahmefällen höchstens zwei optimale Lösungen vorliegen können.

Nicht hinterfragt wird in dieser Arbeit die Informationseffizienz des Kapitalmarktes.<sup>10</sup> Insbesondere die Befürworter der Behavioral Finance Modelle zweifeln die Informationseffizienz des Kapitalmarktes an.<sup>11</sup> Ebenfalls nicht Gegenstand dieser Arbeit ist die Diskussion, inwieweit es sich bei dem Informationsvorsprung der Arbitrageure um Insiderhandel handelt.<sup>12</sup>

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist in fünf Kapitel gegliedert. In Kapitel 2 wird im Anschluss an diese Einleitung die Struktur des diskreten Drei-Zeitpunkt-Modells aus Shleifer/Vishny (1997) vorgestellt. Da das Modell von der Einteilung in unterschiedliche Gruppen von Marktteilnehmern lebt, werden zunächst diese einzelnen Gruppen näher erläutert. Eine Differenzierung erfolgt dabei insbesondere anhand des Informationsstandes und des Marktzugangs der jeweiligen Gruppe. In den restlichen drei Abschnitten des 2. Kapitels werden die Verhaltensweisen der verschiedenen Marktteilnehmer zeitpunktbezogen formalisiert. Für jeden Zeitpunkt wird sowohl die Nachfragefunktion der Noise trader als auch die Nachfragefunktion der Arbitrageure ausführlich erläutert und zudem die Preisgleichung für den jeweiligen Zeitpunkt abgeleitet. Bei dem zweiten Zeitpunkt liegt dabei noch ein zusätzlicher Schwerpunkt auf der Bestimmung des von den Investoren im zweiten Zeitpunkt zur Verfügung gestellten Betrages. In Verbindung mit dem dritten Zeitpunkt erfolgt die Herleitung der Zielfunktion der Arbitrageure. In Bezug auf Kapitel 2 sind folgende vier Punkte besonders hervorzuheben:

---

<sup>10</sup>Zur Informationseffizienz vgl. insbesondere Fama (1970) und Fama (1991).

<sup>11</sup>Der „Streit“ der beiden Lager erreichte seinen vorläufigen Höhepunkt mit der Veröffentlichung von Fama (1998). Vgl. auch Haugen (1999) und Haugen (2002).

<sup>12</sup>Ein bekanntes Modell, welches sich mit Insiderhandel auseinandersetzt, ist beispielsweise das Modell von Kyle (1985).



1. Die Eingabeparameter und die Festlegungen des Modells werden detailliert und aus ökonomischer Sicht dargestellt. Ein besonderer Schwerpunkt liegt dabei auf der Erläuterung der Nachfragefunktionen und der Preisgleichungen.
2. Sämtliche Einschränkungen der Eingabeparameter werden zunächst kritisch hinterfragt. Erforderliche Einschränkungen werden dabei ausführlich hergeleitet.
3. Es erfolgt eine ausführliche Darstellung des von den Investoren im zweiten Zeitpunkt zur Verfügung gestellten Betrages und eine detaillierte Herleitung der Zielfunktion der Arbitrageure.
4. Das Modell von Shleifer/Vishny (1997) wird um eine zweite Entscheidungsvariable erweitert, welche letztendlich bei einigen Parameterkonstellationen zu einer Verbesserung der Lösung führt.

Kapitel 3 befasst sich mit der sogenannten „Update-Funktion“, welche die Investoren im zweiten Zeitpunkt zur Anpassung ihres Investitionsbetrages heranziehen. Es beginnt mit einer Betrachtung von nicht stückweise definierten Update-Funktionen. Ausgehend von linearen Update-Funktionen, wie sie auch in Shleifer/Vishny (1997) verwendet werden, erfolgt dann eine Verallgemeinerung auf nicht-lineare Update-Funktionen. Um die Unterschiede im Verhalten linearer und nicht-linearer Update-Funktionen zu verdeutlichen, wird der durch die jeweilige Update-Funktion verursachte Mittelzufluss bzw. Mittelabfluss als Vergleichsgrundlage herangezogen. In einem weiteren Abschnitt erfolgt dann die beispielhafte Betrachtung einer stückweise definierten Update-Funktion, welche ebenfalls nach Shleifer/Vishny (1997) als Update-Funktion herangezogen werden kann. Die Abgrenzung einer Update-Funktion von einer anderen Update-Funktion ist insbesondere dann gut möglich, wenn eine Dominanz vorliegt.<sup>13</sup> Vor dem abschließenden Fazit des 3. Kapitels werden daher noch zwei unterschiedliche Formen von Dominanz in Verbindung mit Update-Funktionen betrachtet. Hinsichtlich Kapitel 3 sind insbesondere die folgenden vier Punkte zu erwähnen:

1. Die von Shleifer/Vishny (1997) an eine Update-Funktion gestellten drei Anforderungen werden ausführlich erläutert.
2. Es wird eine eingehende Analyse linearer Update-Funktionen vorgenommen.

---

<sup>13</sup>Anhand des Mittelzuflusses bzw. Mittelabflusses wurden zuvor lineare und nicht-lineare Update-Funktionen voneinander abgegrenzt. Mit Hilfe von Dominanzen ist nun beispielsweise auch die Abgrenzung zweier linearer Update-Funktionen voneinander möglich.

3. Es erfolgt eine Verallgemeinerung auf nicht-lineare Update-Funktionen und die beispielhafte Betrachtung einer stückweise definierten Update-Funktion.
4. Zur Abgrenzung von Update-Funktionen werden zwei unterschiedliche Formen von Dominanz herangezogen.

In Kapitel 4 wird zunächst die in Kapitel 2 hergeleitete Zielfunktion der Arbitrageure mit Hilfe einer linearen Update-Funktion zu einem konkreten Entscheidungsmodell weiterentwickelt. Dabei wird zunächst untersucht, welche Anforderungen eine lineare Update-Funktion erfüllen muss, damit ein vollständiger Mittelabzug seitens der Investoren im zweiten Zeitpunkt ausgeschlossen ist. Im Anschluss daran erfolgt der Einbezug der Möglichkeit des vollständigen Mittelabzugs. Anhand der Eingabeparameter lassen sich fünf Fälle unterscheiden. Für diese fünf Fälle werden mathematisch notwendige Einschränkungen bezüglich der linearen Update-Funktion herausgearbeitet, damit im Rahmen des Modells ökonomisch begründbare Ergebnisse erzielbar sind. Die optimale Lösung wird dann durch eine zustandsbezogene Betrachtungsweise näher erörtert, bevor abschließend ausführlich konkrete Zahlenbeispiele zum Modell mit einer Entscheidungsvariable in Verbindung mit einer linearen Update-Funktion behandelt werden.<sup>14</sup> Im Anschluss daran wird anhand eines Beispiels untersucht, welchen Einfluss nicht-lineare Update-Funktionen auf die optimale Entscheidung besitzen. Dabei wird insbesondere auf die Untersuchungen aus dem 3. Kapitel zurückgegriffen. Der letzte Abschnitt befasst sich mit dem Modell mit zwei Entscheidungsvariablen unter Verwendung einer linearen Update-Funktion.<sup>15</sup> Es kann gezeigt werden, dass die Berücksichtigung einer zweiten Entscheidungsvariable bei einigen Konstellationen von Eingabeparametern zu einer Verbesserung der Lösung führt. In Bezug auf Kapitel 4 sind die nachfolgenden sechs Punkte besonders hervorzuheben:

1. In Shleifer/Vishny (1997) wird unterstellt, dass der sogenannte „Noise trader shock“, wenn er im zweiten Zeitpunkt auftritt, stärker ist als im ersten Zeitpunkt. Im Rahmen der Entscheidungsmodelle wird hier auch ein gleich hoher bzw. ein schwächerer Noise trader shock in Betracht gezogen.

---

<sup>14</sup>Die Unsicherheit wird im Modell durch zwei mögliche Zustände im zweiten Zeitpunkt modelliert. Daher bietet sich hier eine zustandsbezogene Betrachtungsweise an.

<sup>15</sup>Das Modell mit zwei Entscheidungsvariablen unter Verwendung einer nicht-linearen Update-Funktion wird im Rahmen dieser Dissertation nicht mehr untersucht, da in der Regel nur numerische Lösungen erzeugt werden können und eine detaillierte Betrachtung dieses Falls den Umfang der vorliegenden Arbeit nicht unerheblich erhöhen würde.



2. Die von Shleifer/Vishny (1997) angegebene Stabilitätsbedingung zur Vermeidung des vollständigen Mittelabzugs ist fehlerhaft. Diese wird entsprechend korrigiert. Ergänzend wird in dieser Dissertation aber auch die Funktionsweise des Modells für Fälle sichergestellt, in denen der vollständige Mittelabzug auftritt.
3. Es wird gezeigt, dass immer mindestens eine optimale Lösung existiert, und dass höchstens zwei optimale Lösungen vorliegen können.
4. Mit Hilfe der zustandsbezogenen Betrachtungsweise kann gezeigt werden, dass unabhängig von den konkreten Eintrittswahrscheinlichkeiten der beiden Zustände im zweiten Zeitpunkt bei vielen zulässigen Parameterkonstellationen ein Vollinvestment im ersten Zeitpunkt seitens der Arbitrageure nicht optimal sein kann. Dies widerspricht der Aussage von Shleifer/Vishny (1997).
5. Die in Shleifer/Vishny (1997) angegebene Optimalitätsbedingung führt in der Regel nicht zu einer optimalen Lösung im Sinne der Zielfunktion. Insbesondere ist auch die im Beispiel von Shleifer/Vishny (1997) angegebene Lösung nicht optimal.
6. Die Annahme des Vollinvestments seitens der Arbitrageure im zweiten Zeitpunkt bei Vorlage eines weiteren (stärkeren) Noise trader shocks führt bei einigen zulässigen Parameterkonstellationen zu einer suboptimalen Lösung. Dies kann durch die Einführung einer zusätzlichen Entscheidungsvariable im zweiten Zeitpunkt behoben werden.

Das abschließende 5. Kapitel fasst die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammen und gibt einen kurzen Ausblick auf weitere Untersuchungsmöglichkeiten im Rahmen des hier vorgestellten Modells von Shleifer/Vishny (1997).



# Kapitel 2

## Modellstruktur

In diesem Kapitel wird die Grundstruktur des Modells aus Shleifer/Vishny (1997) vorgestellt.<sup>1</sup> Bei dem Modell handelt es sich um ein diskretes Drei-Zeitpunkt-Modell mit den Zeitpunkten  $t = 1, \dots, 3$ . Es wird ein spezielles Marktsegment betrachtet, in dem ein bestimmter Vermögensgegenstand gehandelt wird.<sup>2</sup> Es existieren drei Gruppen von Marktteilnehmern: Investoren, Noise trader und Arbitrageure. Der risikolose Zinssatz beträgt 0% pro Periode.

Der Vermögensgegenstand besitzt den Grundwert  $V > 0$ .<sup>3</sup> In Shleifer/Vishny (1997) wird zwar nicht direkt erwähnt, dass es sich bei dem Grundwert um einen positiven Wert handelt. In den Beispielen zu Beginn des Artikels werden jedoch durchweg positive Grundwerte aufgeführt.<sup>4</sup> Und auch in ihrem konkreten Zahlenbeispiel zum Modell wählen sie einen positiven Grundwert  $V = 1$ .<sup>5</sup> Zudem bildet Shleifer/Vishny (1990) die Grundlage für das Modell aus Shleifer/Vishny (1997).<sup>6</sup> In Shleifer/Vishny (1990) werden die von zwei Projekttypen in Zukunft erwarteten Einzahlungsüberschüsse jeweils mit  $V$  bezeichnet. Da es sich dabei um Investitionsprojekte handelt, muss  $V$  entsprechend positiv sein.<sup>7</sup> Im weiteren Verlauf wird daher  $V > 0$  vorausgesetzt.

Der Grundwert kann als fairer Wert des Vermögensgegenstandes aufgefasst werden bzw. als der Wert, welcher sich ergibt, wenn alle Marktteilnehmer über den gleichen

---

<sup>1</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38ff.

<sup>2</sup>Für einen Handel mit mehreren, identischen Vermögensgegenständen vgl. Abschnitt 2.2.

<sup>3</sup>Shleifer/Vishny (1997) benutzen in ihrem Artikel die englische Bezeichnung „fundamental value“ für den Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes (vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38).

<sup>4</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 35f.

<sup>5</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 44 sowie Abschnitt 4.1.4.1.

<sup>6</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38.

<sup>7</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1990), S. 150.



Informationsstand und Marktzugang verfügen.<sup>8</sup> Der Marktwert des Vermögensgegenstandes stimmt in allen drei Zeitpunkten mit dem Grundwert  $V$  überein. Dies liegt zum einen an der angenommenen risikolosen Verzinsung von 0% pro Periode und zum anderen an der Annahme, dass der Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes nicht risikobehaftet ist.<sup>9</sup>

In Abschnitt 2.1 werden zunächst die einzelnen Gruppen von Marktteilnehmern näher erläutert. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem Informationsstand und dem Marktzugang der einzelnen Gruppen. In den sich anschließenden drei Abschnitten werden die drei Zeitpunkte des Modells ausführlich dargestellt und somit die Modellstruktur weiter konkretisiert.

## 2.1 Marktteilnehmer

Das Modell lebt von der Einteilung in unterschiedliche Gruppen von Marktteilnehmern. Nur dadurch liegt letztendlich eine Arbitragemöglichkeit im Rahmen des Modells vor. Welchen Informationsstand und welchen Marktzugang die jeweilige Gruppe besitzt, wird in den nachfolgenden drei Abschnitten genauer erörtert. Dadurch werden insbesondere auch die Beziehungen zwischen den Gruppen untereinander verdeutlicht. Der letzte Abschnitt 2.1.4 fasst die gewonnenen Erkenntnisse noch einmal kurz zusammen.

### 2.1.1 Investoren

Die Investoren besitzen keinen eigenen Marktzugang und sind somit bei ihren Investitionen auf andere Marktteilnehmer mit Marktzugang angewiesen. Im Rahmen des Modells erhalten sie den Marktzugang nur über die Arbitrageure. Die Investoren haben aber auch die Möglichkeit, ihre liquiden Mittel Arbitrageuren in anderen Marktsegmenten zur Verfügung zu stellen.

Bezüglich des Vermögensgegenstandes sind sie Laien. Der Grundwert  $V$  ist ihnen zu keinem Zeitpunkt im Modell bekannt. Somit besitzen sie insbesondere auch keine Vorstellung über den fairen Wert bzw. Preis des Vermögensgegenstandes. Dies gilt entsprechend auch für die Vermögensgegenstände in den anderen Marktsegmenten.

---

<sup>8</sup>Zum Informationsstand und Marktzugang der Marktteilnehmer vgl. Abschnitt 2.1.

<sup>9</sup>„[...] there is no long run fundamental risk in this trade (this is not risk arbitrage).“ (vgl. dazu Shleifer/Vishny (1997), S. 38).

Im ersten Zeitpunkt stellen sie den Arbitrageuren im Rahmen des Modells einen bestimmten Investitionsbetrag zur Verfügung.<sup>10</sup> Im zweiten Zeitpunkt können dann die Investoren ihren Investitionsbetrag anpassen, indem sie den Arbitrageuren beispielsweise noch zusätzliche Mittel zur Verfügung stellen. Da die Investoren jedoch keine Vorstellung vom Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes besitzen, treffen sie ihre Entscheidung über die Anpassung des Investitionsbetrages ausschließlich anhand der Wertentwicklung des Investitionsbetrages vom ersten zum zweiten Zeitpunkt. Wie hoch die Anpassung des Investitionsbetrages dabei konkret ausfällt, wird formal mit Hilfe einer sogenannten „Update-Funktion“ dargestellt:<sup>11</sup>

Bei einer positiven Wertentwicklung stellen die Investoren in der Regel noch zusätzliche Mittel zur Verfügung und bei einer negativen Wertentwicklung erfolgt in der Regel ein Abzug von Mitteln.<sup>12</sup> Hat sich der Wert ihres Investitionsbetrages vom Zeitpunkt  $t = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 2$  nicht verändert, erfolgt keine Anpassung. Die Möglichkeit eines Zuflusses von Mitteln bei einer negativen Wertentwicklung und eines Abzuges von Mitteln bei einer positiven Wertentwicklung wird im Rahmen des Modells nicht in Betracht gezogen.<sup>13</sup>

Auch wenn die Investoren Laien bezüglich des Vermögensgegenstandes sind, so handeln sie in ihrer Gesamtfunktion dennoch rational.<sup>14</sup> Insbesondere die Entscheidung über die Anpassung des Investitionsbetrages anhand der Wertentwicklung des Investitionsbetrages vom ersten zum zweiten Zeitpunkt kann hier nicht als eine irrationale Verhaltensweise ausgelegt werden. Vielmehr entspricht dies genau dem Verhalten vieler Investoren bei ihren Investitionsentscheidungen.<sup>15</sup> Die Investoren können hier durchaus als risikoneutral bezeichnet werden, da sie ihre Entscheidung im Zeitpunkt  $t = 2$  ausschließlich auf Basis der Wertentwicklung treffen und nur diese Wertentwicklung in ihre Update-Funktion einfließt.<sup>16</sup>

---

<sup>10</sup>Eine formale Darstellung der Zusammenhänge erfolgt ab Abschnitt 2.2 mit der detaillierten Betrachtung der einzelnen Zeitpunkte.

<sup>11</sup>Vgl. dazu Abschnitt 2.3.3 sowie Kapitel 3.

<sup>12</sup>Die Formulierung „in der Regel“ berücksichtigt die Möglichkeit, dass sich die Investoren im Zeitpunkt  $t = 2$  komplett passiv verhalten und keine Anpassung vornehmen (vgl. Satz 23 und die sich daran anschließenden Ausführungen).

<sup>13</sup>Vgl. insbesondere Shleifer/Vishny (1997), S. 41. Für ein Modell, welches sich mit einem derartigen Verhalten von Investoren beschäftigt, vgl. beispielsweise Shefrin/Statman (1985) in Verbindung mit Kahneman/Tversky (1979), S. 287.

<sup>14</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38.

<sup>15</sup>Viele Anbieter von Investmentfonds führen daher in ihren Verkaufsprospekten die positive Performance ihrer Investmentfonds in der Vergangenheit an, um neue Investoren zu gewinnen.

<sup>16</sup>In Shleifer/Vishny (1997) findet sich jedoch kein Hinweis im Bezug auf die Risikoeinstellung der Investoren.



## 2.1.2 Noise trader

Die Noise trader besitzen einen direkten, eigenen Zugang zu dem speziellen Marktsegment. Zusätzlich sind sie in einem gewissen Umfang mit Kapital ausgestattet, so dass sie entsprechend Eigenhandel betreiben können.

Der Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes ist den Noise tradern im Zeitpunkt  $t = 1$  nicht bekannt. Die Noise trader verhalten sich zudem pessimistisch gegenüber dem speziellen Vermögensgegenstand.<sup>17</sup> Die daraus resultierenden, sogenannten „Noise trader shocks“ bewirken dadurch zumindest im Zeitpunkt  $t = 1$  letztendlich einen Preis kleiner als  $V$ .<sup>18</sup> Optimistische Noise trader und somit Preise größer als  $V$  im Zeitpunkt  $t = 1$  werden im Rahmen des Modells nicht betrachtet.

Im Zeitpunkt  $t = 2$  sind die Noise trader entweder weiterhin pessimistisch gegenüber dem speziellen Vermögensgegenstand eingestellt und verursachen einen weiteren Noise trader shock oder sie erlangen bereits in diesem Zeitpunkt Kenntnis vom Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes. Spätestens im Zeitpunkt  $t = 3$  ist den Noise tradern der Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes jedoch bekannt.

Sobald die Noise trader Kenntnis vom Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes erlangen, stellt sich dann auch ein Preis in Höhe von  $V$  für den Vermögensgegenstand ein und die Arbitragemöglichkeit verschwindet.<sup>19</sup>

Modelle mit Noise tradern zählen zur Klasse der sogenannten „Behavioral Finance“ Modelle.<sup>20</sup> Diese Modelle unterstellen im Gegensatz zu klassischen Modellen beispielsweise nicht nur einen „repräsentativen“ Investor, sondern berücksichtigen mehrere, unterschiedliche Gruppen von Investoren. Die Noise trader werden in diesen Modellen meistens als Gegenpol zu den rational handelnden Investoren aufgefasst und teilweise als „Irrational trader“ angesehen. Noise trader mit Irrational tradern gleichzusetzen, scheint jedoch etwas zu streng zu sein. Black (1986) befasst sich in seiner Ausarbeitung etwas genauer mit der Bedeutung des Wortes noise und dem Noise trader: „Noise trading is trading on noise as if it were information“.<sup>21</sup> Dies ist meiner Meinung nach eine

<sup>17</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38.

<sup>18</sup>Vgl. dazu Abschnitt 2.2. Die Unterbewertung ist hier der Investitionsanreiz für die Arbitrageure.

<sup>19</sup>Erlangen die Noise trader bereits im Zeitpunkt  $t = 2$  Kenntnis vom Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes, dann entspricht dies einem „vorgezogenen“ Zeitpunkt  $t = 3$  und die Preisgleichung nach Abschnitt 2.4.2 besitzt bereits Gültigkeit im Zeitpunkt  $t = 2$ .

<sup>20</sup>Weitere bekannte Modelle, in denen Noise trader eine entscheidende Rolle spielen, finden sich beispielsweise in De Long et al. (1990) und Daniel et al. (1998).

<sup>21</sup>Vgl. Black (1986), S. 531. Rationale Investoren werden daher auch oft als „Information trader“ bezeichnet. Eine ähnliche Erklärung zum Noise trader findet sich in Shleifer (2000), S. 33.



etwas treffendere Charakterisierung der Noise trader. Nach Black (1986) denken Noise trader somit, dass sie auf Basis von Informationen handeln, erkennen jedoch nicht, dass es sich in Wahrheit nicht um Informationen handelt, sondern nur um „noise“. Somit könnte es sich bei Noise tradern auch um Investoren handeln, die eingehende Informationen falsch auslegen oder falsch deuten.<sup>22</sup>

Alternativ kann im vorliegenden Modell auch beispielsweise davon ausgegangen werden, dass ein Liquiditätsproblem anstelle der pessimistischen Einstellung der Noise trader vorliegt: Aufgrund eines Liquiditätsbedarfs sind die Noise trader dazu gezwungen, ihre Positionen zu reduzieren. Durch die geringere Nachfrage nach dem Vermögensgegenstand ergibt sich im Zeitpunkt  $t = 1$  ein geringerer Preis. Dieser Liquiditätsbedarf verschwindet dann spätestens im Zeitpunkt  $t = 3$  gleichzeitig mit der Kenntnis vom Grundwert  $V$ , liegt aber unter Umständen auch noch im Zeitpunkt  $t = 2$  vor.<sup>23</sup> Da der Begriff „Liquidity trader“ bereits in einem anderen Zusammenhang in Modellen zum Insiderhandel Verwendung findet, wird weiterhin die Bezeichnung Noise trader benutzt, auch wenn die Noise trader hier wegen eines Liquiditätsbedarfs handeln sollten.<sup>24</sup>

Die Noise trader stellen im Rahmen des Modells jedoch nur eine passive Gruppe dar: Der Noise trader shock im Zeitpunkt  $t = 1$  ist in der späteren Modellierung exogen vorgegeben und bei dem Noise trader shock im Zeitpunkt  $t = 2$  handelt es sich um eine Zufallsvariable. Insofern ist auch die Risikoeinstellung der Noise trader hier nicht von Bedeutung.<sup>25</sup>

### 2.1.3 Arbitrageure

Die Arbitrageure besitzen analog zu den Noise tradern einen direkten, eigenen Zugang zu dem speziellen Marktsegment. Allerdings besitzen sie keine eigenen liquiden Mittel, so dass für den Handel in dem speziellen Marktsegment auf die liquiden Mittel der Investoren angewiesen sind.<sup>26</sup>

---

<sup>22</sup>In Daniel et al. (1998) ist dies der Fall: Der Noise trader unterschätzt das Risiko eines Preissignals, wohingegen der rationale Investor dieses Risiko richtig einschätzt.

<sup>23</sup>Diese Auslegung wird in den nachfolgenden Abschnitten an den entsprechenden Stellen noch einmal genauer aufgegriffen.

<sup>24</sup>In Biais/Hillion (1994) wird beispielsweise zwischen einem Insider und Liquidity tradern unterschieden. Der Insider besitzt einen Informationsvorsprung gegenüber den Liquidity tradern und die Liquidity trader handeln aus Hedgingmotiven.

<sup>25</sup>In Shleifer/Vishny (1990), der Grundlage für das hier betrachtete Modell aus Shleifer/Vishny (1997), werden die Noise trader als risikoneutral eingestuft (vgl. Shleifer/Vishny (1990), S. 150).

<sup>26</sup>Zusätzlich verfügen die Arbitrageure noch über eine sogenannte „borrowing capacity“. Diese wird im weiteren Verlauf des Artikels aber nicht mehr explizit erwähnt. Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38.



Die Arbitrageure sind Experten bezüglich des speziellen Vermögensgegenstandes und agieren nur in diesem speziellen Marktsegment. Ihre Spezialisierung bzw. ihr Wissensvorsprung zeichnet sich dadurch aus, dass ihnen der Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes in allen drei Zeitpunkten des Modells bekannt ist.<sup>27</sup> Dadurch sind die Arbitrageure in der Lage, eine Fehlbewertung des Vermögensgegenstandes zu identifizieren und entsprechend auszunutzen.

Die Entlohnung der Arbitrageure durch die Investoren erfolgt prozentual vom erzielten Endvermögen im Zeitpunkt  $t = 3$ . Das Endvermögen im Zeitpunkt  $t = 3$  spiegelt dabei die Wertentwicklung des Investitionsbetrages vom Zeitpunkt  $t = 1$  unter Berücksichtigung entsprechender Mittelanpassungen durch die Investoren im Zeitpunkt  $t = 2$  wider. Die Arbitrageure sind demnach bestrebt, möglichst eine positive Wertentwicklung vom Zeitpunkt  $t = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 2$  zu erzielen, damit ihnen im Zeitpunkt  $t = 2$  noch mehr Mittel seitens der Investoren zur Verfügung gestellt werden. Bestenfalls können sie diesen aufgestockten Betrag dann noch einmal gewinnbringend bis zum Zeitpunkt  $t = 3$  investieren.

Die Arbitrageure müssen somit entscheiden, wie viel sie von dem Investitionsbetrag, der ihnen durch die Investoren zur Verfügung gestellt wird, im jeweiligen Zeitpunkt investieren. Die Arbitrageure sind somit im Modell von Shleifer/Vishny (1997) die aktive Gruppe bzw. die Entscheider, und die Zielfunktion im Rahmen des Modells ist letztendlich die Zielfunktion der Arbitrageure.<sup>28</sup> Um eine optimale Entscheidung treffen zu können, benötigen die Arbitrageure jedoch noch weitere Informationen:

Von den Investoren ist den Arbitrageuren die Update-Funktion bekannt. Dadurch kennen sie die Reaktion der Investoren auf jede mögliche relative Wertentwicklung vom Zeitpunkt  $t = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 2$ .<sup>29</sup> Da das Verhalten der Investoren durch die Update-Funktion vorgegeben wird, nehmen die Investoren wie die Noise trader modelltechnisch eher eine passive Rolle ein.

Von den Noise tradern kennen die Arbitrageure die Gestalt der Nachfragefunktionen.<sup>30</sup> Da in dem speziellen Marktsegment nur die Noise trader und die Arbitrageure agieren,

<sup>27</sup>Die Darstellung von „risk arbitrage“ in Form von  $\tilde{V}$  wird in Shleifer/Vishny (1997) und auch in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet.

<sup>28</sup>Vgl. Abschnitt 2.4.3.

<sup>29</sup>Die Update-Funktion kann hier als eine Art vertragliche Fixierung der Anpassungsmöglichkeiten aufgefasst werden: Im Vorfeld bzw. im Zeitpunkt  $t = 1$  wird schon vertraglich festgehalten, wie hoch der Zufluss bzw. der Abfluss an liquiden Mitteln seitens der Investoren im Zeitpunkt  $t = 2$  bei einer bestimmten Wertentwicklung ausfällt.

<sup>30</sup>Dies kann beispielsweise durch die Spezialisierung der Arbitrageure erklärt werden.



sind die Arbitrageure durch die Kenntnis der Gestalt der Nachfragefunktionen auch mit der Preisbildung in diesem Marktsegment vertraut. Zusätzlich ist den Arbitrageuren noch der Noise trader shock im Zeitpunkt  $t = 1$  bekannt.<sup>31</sup> Die einzige Unsicherheit im Rahmen des Modells stellt letztendlich der Noise trader shock im Zeitpunkt  $t = 2$  dar.<sup>32</sup>

Die Arbitrageure handeln rational auf Basis der ihnen vorliegenden Informationen und verhalten sich risikoneutral.<sup>33</sup> Durch die Risikoneutralität maximieren die Arbitrageure letztendlich den Erwartungswert des Endvermögens im Zeitpunkt  $t = 3$ .<sup>34</sup>

#### 2.1.4 Zur Unterscheidung von Marktteilnehmern

Das Modell kommt letztendlich nur durch die Einteilung in unterschiedliche Gruppen von Marktteilnehmern zustande. Dabei spielt insbesondere die Trennung von Wissen (Arbitrageure) und Ressourcen (Investoren) eine entscheidende Rolle:

Die Arbitrageure kennen den Grundwert des speziellen Vermögensgegenstandes, besitzen aber keine eigenen liquiden Mittel, um dieses Wissen auszunutzen. Sie sind somit auf die finanzielle Mithilfe der Investoren angewiesen. Die Investoren hingegen besitzen kein Fachwissen hinsichtlich des Vermögensgegenstandes. Sie müssen sich dementsprechend bei ihrem Investment auf die Arbitrageure und deren Fähigkeiten verlassen.<sup>35</sup>

Die Arbitrageure sind daher dazu gezwungen, die Investoren davon zu überzeugen, finanzielle Mittel zur Verfügung zu stellen. Abgesehen von einer gewissen Anfangsausstattung im Zeitpunkt  $t = 1$  spielt dabei insbesondere der Zeitpunkt  $t = 2$  eine besondere Rolle, da die Entlohnung der Arbitrageure in Abhängigkeit vom erzielten Endvermögen im Zeitpunkt  $t = 3$  erfolgt.<sup>36</sup> Denn im Zeitpunkt  $t = 2$  besitzen die Investoren die Möglichkeit, ihr Investment anzupassen:

---

<sup>31</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38.

<sup>32</sup>Der zweite Noise trader shock ist in Form einer Wahrscheinlichkeitsverteilung angegeben (vgl. Tabelle 2.1, S. 51). Unter Berücksichtigung dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung können die Arbitrageure dann eine optimale Entscheidung treffen.

<sup>33</sup>Vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 38. Die Möglichkeit einer anderen Risikoeinstellung der Arbitrageure wird in Shleifer/Vishny (1997) und auch in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

<sup>34</sup>Vgl. Abschnitt 2.4.3.

<sup>35</sup>Dies gilt auch für die anderen Marktsegmente, in denen Arbitrageure aktiv sind und Investoren liquide Mittel zur Verfügung stellen.

<sup>36</sup>Der im Zeitpunkt  $t = 1$  von den Investoren zur Verfügung gestellte Betrag ist im Modell exogen vorgegeben (vgl. Shleifer/Vishny (1997), S. 39).



In Abhängigkeit von der Wertentwicklung ihres im Zeitpunkt  $t = 1$  zur Verfügung gestellten Betrages stellen die Investoren im Zeitpunkt  $t = 2$  noch weitere Mittel zur Verfügung oder sie ziehen entsprechend Mittel ab. Werden im letzteren Fall alle Mittel abgezogen, besitzen die Arbitrageure keine Möglichkeit mehr, die Arbitragemöglichkeit auszunutzen. Und da ein Mittelabzug nur bei einer negativen Preisentwicklung erfolgt, ist gerade im Fall eines vollständigen Mittelabzugs die Arbitragemöglichkeit umso attraktiver.<sup>37</sup>

Die Gefahr des vollständigen Mittelabzugs im Zeitpunkt  $t = 2$  könnte die Arbitrageure dazu veranlassen, im Zeitpunkt  $t = 1$  nicht zu investieren und die Arbitragemöglichkeit nur vom Zeitpunkt  $t = 2$  zum Zeitpunkt  $t = 3$  auszunutzen. Dadurch verändert sich der Investitionsbetrag vom Zeitpunkt  $t = 1$  zum Zeitpunkt  $t = 2$  nicht, wodurch dann im Zeitpunkt  $t = 2$  aber auch keine weiteren Mittel seitens der Investoren zur Verfügung gestellt werden. Zudem besteht die Möglichkeit, dass die Noise trader bereits im Zeitpunkt  $t = 2$  Kenntnis vom Grundwert  $V$  des Vermögensgegenstandes erlangen und die Arbitragemöglichkeit verschwindet, bevor sie überhaupt ausgenutzt werden kann.

Die langfristige Arbitragemöglichkeit vom Zeitpunkt  $t = 1$  bis zum Zeitpunkt  $t = 3$  birgt das Risiko eines (vollständigen) Mittelabzugs im Zeitpunkt  $t = 2$  und spricht daher eher für ein geringes Investment im Zeitpunkt  $t = 1$ . Tritt dann jedoch nur eine kurzfristige Arbitragemöglichkeit vom Zeitpunkt  $t = 1$  bis zum Zeitpunkt  $t = 2$  auf, wäre ein hohes Investment im Zeitpunkt  $t = 1$  von Vorteil gewesen. Die Arbitrageure müssen daher diese beiden Risiken bei ihrer optimalen Investitionsentscheidung berücksichtigen und gegeneinander abwägen.<sup>38</sup>

Die Verhaltensweisen der verschiedenen Marktteilnehmer werden nun zeitpunktbezogen in den nachfolgenden Abschnitten formalisiert.

## 2.2 Der Zeitpunkt $t = 1$

Der erste Unterabschnitt 2.2.1 befasst sich mit der Nachfragefunktion der Noise trader und der Nachfragefunktion der Arbitrageure. Aus den Nachfragefunktionen wird die Preisgleichung bezogen auf den Zeitpunkt  $t = 1$  abgeleitet, welche ausführlich in Unterabschnitt 2.2.2 besprochen wird.

<sup>37</sup>Vgl. dazu insbesondere die nachfolgenden Abschnitte dieses Kapitels.

<sup>38</sup>Mit den beiden Risiken sind hier der (vollständige) Mittelabzug und das vorzeitige Verschwinden der Arbitragemöglichkeit im Zeitpunkt  $t = 2$  gemeint.