



Vorwort

Das vorliegende Buch ist ein reines Mathematik-Buch, auch wenn das aus dem Titel nicht in eindeutiger Weise hervorgeht. Anders als die übliche Literatur gleichen oder sinnverwandten Namens, die in großem Umfang und hoher Qualität vorhanden ist, soll es hier nicht um eine formal rigorose Darstellung des wohl wichtigsten physikalischen Theoriengebäudes und schon gar nicht um Anwendungen desselben gehen. Stattdessen steht diejenige Mathematik, die von der Quantenmechanik oder genauer gesagt einer ihrer speziellen Darstellungsformen verwendet wird, als Selbstzweck im Mittelpunkt der Betrachtung.

Die Hilbertraum-Formulierung der nichtrelativistischen Quantenmechanik, um die es sich bei der soeben erwähnten Darstellungsform handelt, kann heute zwar nicht mehr in Anspruch nehmen, den formal allgemeinsten und grundlegendsten Zugang darzustellen, dennoch steht sie in Anbetracht ihrer historischen und auch didaktischen Bedeutung nach wie vor im Zentrum des Aufbaus unseres physikalischen Weltbilds. Dabei macht sie nicht nur wie in der theoretischen Physik üblich von sehr abstrakten mathematischen Hilfsmitteln Gebrauch; ihre Entwicklung hat in ganz besonders starkem Maß überhaupt erst dazu geführt, einen wesentlichen Bereich der Mathematik in Gestalt der Funktionalanalysis und deren Randgebiete auf ihre moderne Form zu bringen. Dabei war es keineswegs das erste Mal, daß ein solches Phänomen zu beobachten war; man denke etwa an die deutlich frühere schrittweise Entdeckung der elementaren Analysis. Es stellt inzwischen auch keine Ausnahme mehr dar. Der Nebeneffekt der Physik, als Quelle für primär innermathematische Erkenntnisse zu dienen, trat dabei jedoch erstmals in völlig neuer Dimension auf.

Hier soll in zwei Bänden genau derjenige Teil der Mathematik detailliert beschrieben werden, aus dem die Hilbertraum-Quantenmechanik aufgebaut ist, aber nicht, um das notwendige Handwerkszeug zur Beschäftigung mit dieser bereitzustellen – dafür gibt es wie gesagt genügend hervorragende Anleitungen – sondern um diesen Teil der Mathematik selbst kennenzulernen, ohne Rücksicht auf Anwendungen, dafür jedoch mit einem geschärften Blick auf Zusammenhänge, Querverbindungen und Verallgemeinerungen, welche die Sache um ihrer selbst willen besonders interessant machen. Dabei wird die Mathematik zu jeder Zeit als etwas real existierendes aufgefaßt, dessen Bestandteile entdeckt und nicht erfunden werden. Es darf darüber gestaunt werden, ohne es irgendwie erklären zu können, daß Mathematik zur Beschreibung von Naturvorgängen hervorragend geeignet ist; im Mittelpunkt des Interesses steht das hier jedoch nicht, vielmehr dient die mathematische Physik als Fundgrube für Themen, die zu betrachten aus rein mathematischer Motivation lohnt.