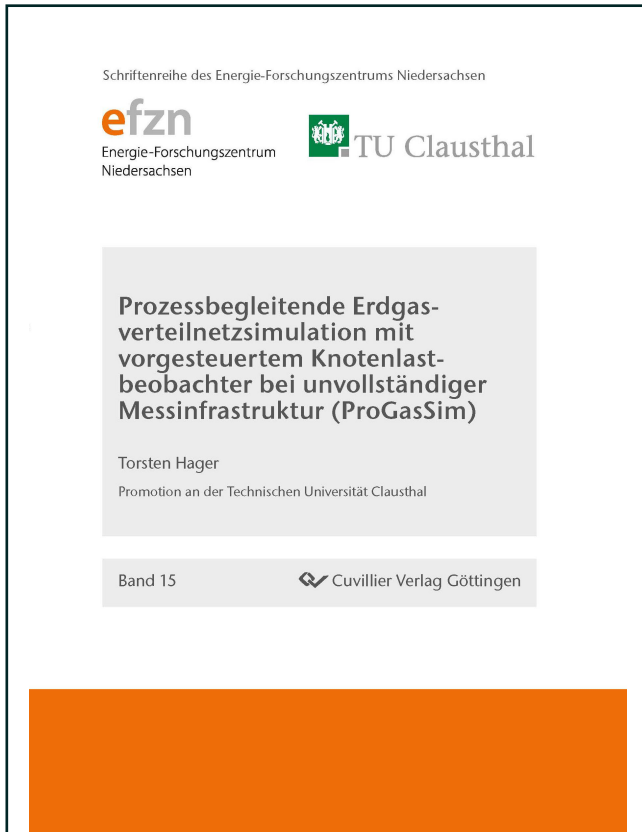




Torsten Hager (Autor)

# Prozessbegleitende Erdgasverteilnetzsimulation mit vorgesteuertem Knotenlastbeobachter bei unvollständiger Messinfrastruktur (ProGasSim)



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/6458>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: [info@cuvillier.de](mailto:info@cuvillier.de), Website: <https://cuvillier.de>

# 1 Einführung

Erdgas ist auf dem besten Wege eine Renaissance in Deutschland zu erleben. Ging der Absatz von Erdgas zum Heizen und Kochen in den letzten Jahren kontinuierlich zurück, so stellt Erdgas inzwischen eine alternative und umweltschonende Energiequelle als Ersatz für die abgeschalteten und in den nächsten Jahren noch abzuschaltenden Atomkraftwerke dar. Erdgas gilt bei vielen Experten und Politikern als Brückentechnologie auf dem Weg zu einer Versorgung mit Erneuerbaren Energien. Daher verwundert es nicht, dass diverse Gaskraftwerke geplant sind, beziehungsweise sich im Bau befinden, um die deutschen Atomkraftwerke zu ersetzen (siehe Abbildung 1-1). Doch nicht nur zur Stromerzeugung bietet sich Erdgas an. Mit der vorhandenen Infrastruktur, bestehend aus den Erdgastransportleitungen, den Erdgasverteilnetzen und den Erdgasspeichern, steht ein sehr großer langfristiger Energiespeicher und ein leistungsstarkes Energietransportnetz zur Verfügung.

Neue, sich teilweise noch in der Entwicklung befindende Nutzungskonzepte für Erdgasnetze, wie beispielsweise die Einspeisung von Biogas, von Wasserstoff aus mit Windstrom betriebener Elektrolyse, von Windmethan (methanisierter Wasserstoff aus Windstrom) oder die Querverbundsteuerung von Strom-, Erdgas- und Wärmenetzen, können zur Stabilisierung der Energieversorgung einen wichtigen Beitrag leisten. Nach aktuell vorherrschender Meinung in der Wissenschaft und in der Wirtschaft, was sich auch durch einen erhöhten Forschungsaufwand zeigt, werden Erdgasnetze zukünftig eine entscheidende Rolle bei der Energiebereitstellung und -speicherung spielen.

Die meisten dieser Verfahren bringen es mit sich, dass Gase mit unterschiedlichen Qualitäten ins Erdgasnetz eingespeist werden. Um eine einheitliche Gasqualität im Netz zu erhalten, welche für die meisten Verbraucher notwendig und vom Gesetzgeber vorgeschrieben ist (vgl. [DVG00] und [DVG04]), müssen die eingespeisten Gase durch Konditionierungsmaßnahmen auf die im Netz vorherrschende Qualität gebracht werden. Diese Maßnahmen sind sehr teuer und verschlechtern die CO<sub>2</sub>-Bilanz des Systems. Daher wäre es sinnvoll, Methoden zu entwickeln, die einen Verzicht auf die Konditionierungsmaßnahmen technisch möglich machen, um anschließend eine Gesetzesänderung zu ermöglichen. Eine Lösung hierfür wäre die Verfolgung der Gasqualitäten im Netz mittels eines Simulationssystems.

Allgemein erfordert das Management von Erdgasnetzen immer mehr, auch in Anbetracht der aktuellen Gesetzgebung und den oben genannten Punkten, den Einsatz mo-

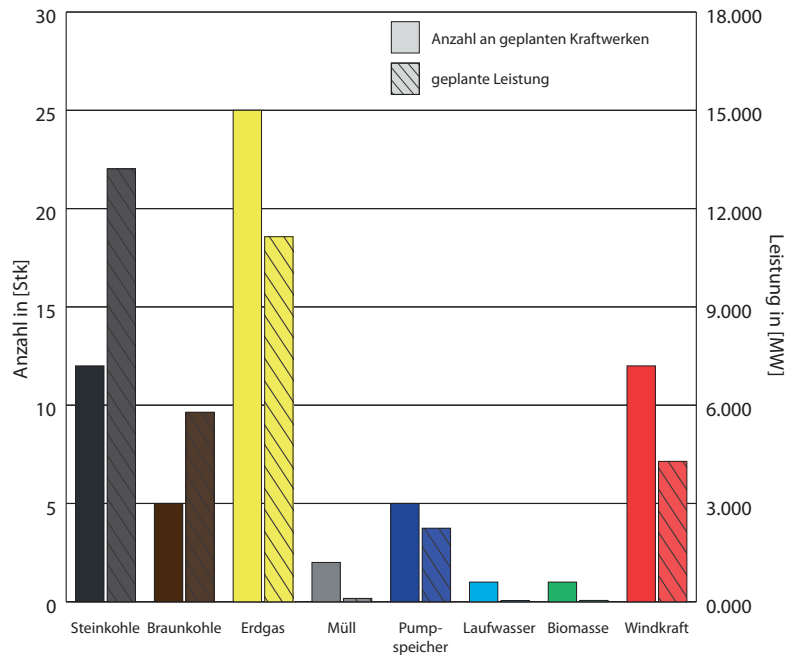


Abbildung 1-1: Geplante Kraftwerksprojekte (ab 20 MW) in Deutschland bis 2019 [We11]

dernster Mess-, Computer- und Simulationstechnik. Schon heute zeichnen sich große Schwierigkeiten bei der gesetzeskonformen Erfüllung von Gasdurchleitungen und anderen Handelsaktivitäten ab. So stellte beispielsweise die Bundesnetzagentur in ihrem „Bericht zur Evaluierung der wirtschaftlichen Wirkungen des Ausgleichs- und Regelenergiesystems gemäß § 30 GasNZV“ vom 01. April 2011 fest, dass eine Verbesserung der Mehr- und Mindermengenabrechnung notwendig ist [Bun11]. Aus diesen Gründen ist es dringend erforderlich den inneren Zustand der Erdgasnetze, das heißt die Drücke an den Netzknoten, die Rohrflüsse sowie die Gasqualitäten zu kennen. Der innere Zustand von Erdgasnetzen wird mittels sogenannten Simulations- oder Rekonstruktionssystemen berechnet, zu deren Weiterentwicklung diese Arbeit einen Beitrag leistet.

## 1.1 Stand der Technik

Die Grundlagen zu dem in der hiesigen Arbeit weiterentwickelten Simulationssystem GANESI wurden über einen Zeitraum von über 30 Jahren in verschiedenen Arbeiten gelegt. Die ersten Modelle hat Andreas Weimann im Jahr 1978 in seiner Arbeit [Wei78] entwickelt. In dieser Arbeit wurden die Grundlagen für die Modellierung und die Simulation von Gasverteilnetzen geschaffen. Darauf aufbauend hat im Jahr 1984 Gerhard Lappus mit seiner Arbeit [Lap84] die Idee eines Zustandsbeobachters umgesetzt. Im Jahr 1999 wurde dieser Ansatz von Dirk Vollmer [Vol99] insoweit erweitert, dass die



ungemessenen Ausspeisemengen in Summe als sogenannte Teilnetz- oder Fehlmenge an einem Knoten (Teilnetzknotten) fiktiv als Ausspeisemenge angesetzt wurde. Hierzu wurde ein linearisiertes Differentialgleichungssystem für Rohrnetze auf Basis des sogenannten Langrohrmodells (vgl. Kapitel 3 und [Wei78], [Lap84]) hergeleitet. Des Weiteren hat er mehrere Beobachterentwürfe auf deren Anwendbarkeit untersucht und die Idee eines Störgrößenbeobachters zur Berechnung der ungemessenen Ausspeisungen hervorgebracht. Dieser Störgrößenbeobachter wurde 2009 von Cathrin Schröder in ihrer Arbeit [Sch09] um eine Vorsteuerung mit synthetischen Lastprofilen erweitert und als sogenannter Knotenlastbeobachter (KLB) umgesetzt (siehe Kapitel 3.2). Die Entwicklung und Überprüfung dieses Verfahrens wurde anhand eines vollständig vermessenen Strahlennetzes mit einer Einspeisung und zehn Ausspeisungen durchgeführt.

Neben dem in dieser Arbeit verwendeten Simulationssystem GANESI (in Kooperation mit der PSI AG) gibt es in Europa mit relevanter Marktrelevanz noch die Produkte Simone von Liwakom und Stanet vom Ingenieurbüro Fischer-Uhrig. Simone deckt hierbei den gleichen Markt wie GANESI, also die dynamische Gasnetzsimulation, ab. Jedoch liegt der Fokus bei Simone auf der Simulation von Transportnetzen und weniger auf Verteilnetzen. Die Systeme unterscheiden sich bei dem verwendeten Beobachter. Bei Simone kommt ein sogenanntes Kalman-Filter (vgl. [BS94]) zum Einsatz, wohingegen bei GANESI ein Luenberger Beobachter (vgl. [Lun08a]) eingesetzt wird. Stanet hingegen wird primär bei stationären Rohrnetzrechnungen für die Netzplanung eingesetzt. Weder von Liwakom noch vom Ingenieurbüro Fischer-Uhrig ist bekannt, dass sie an Techniken zur Simulation von Erdgasnetzen bei unvollständiger Messinfrastruktur arbeiten.

Eine direkte Bearbeitung dieses Themas findet neben der hiesigen Arbeit noch bei der E.ON Ruhrgas statt. Hier wird an einem primär auf MATLAB basierendem System gearbeitet, welches die Nachbildung der ungemessenen Ausspeisungen mittels Standardlastprofilen (SLP) verfolgt. Ziel dieser Entwicklungen ist ein System, welches die Brennwerte zum Zwecke der Gasabrechnung nach DVGW Arbeitsblatt G685 [DVG93] ausreichend genau nachbildet. Aufgrund der hierfür durchzuführenden Mittelwertbildungen erscheint eine grobe Nachbildung der ungemessenen Ausspeisungen als ausreichend. Daher wird der Fokus nicht auf eine exakte Nachbildung der ungemessenen Ausspeisungen gelegt.

Das konkrete Verfahren ist nur eingeschränkt veröffentlicht, so dass hier dessen Funktionsweise nur grob schrittweise beschrieben werden kann. Im ersten Schritt erfolgt eine Simulation bei der anstelle der nicht gemessenen Abflüsse Standardlastprofile angesetzt werden. Zu diesen wird in einem Korrekturschritt die in einer Mengenbilanzierung (siehe Gleichung 1.1) unter Beachtung der Netzatmung übrig gebliebene



Gasmenge verteilt. Diese Verteilung erfolgt nach Gleichung 1.2 auf Basis der Standardlastprofile. Die Berechnung der Netzatmung  $\Delta V_{Netz}$  erfolgt mittels thermischer Zustandsgleichung des idealen Gases (ideales Gasgesetz) mit Korrektur des Realgasverhaltens durch die Kompressibilitätszahl  $K$ , die bei [SSH11] als eins angenommen wird [Cer08], [DVG93]. Hierzu wird die Druckdifferenz eines oder mehrerer Referenzknoten des aktuellen und des vorherigen Zeitschrittes herangezogen (vgl. Gleichung 1.3) [SSH11], [SS11]. Die so erhaltenen Abflussmengen werden als Eingangswerte in Simone eingegeben, um den Netzzustand erneut zu berechnen. Mit diesem Netzzustand erfolgt eine Zuordnung der Brennwerte zu den Ausspeisungen, aus denen anschließend mengengewichtete Monatsmittelwerte nach DVGW Arbeitsblatt G685 gebildet werden.

$$\Delta V_{Bilanz}(t_i) = V_{Einspeisung}(t_i) - V_{Ausspeisung}(t_i) - \Delta V_{Netz}(t_i) \quad (1.1)$$

$$V_{A,SLP,i}^* = \left(1 + \frac{\Delta V_{Kor}}{V_{A,SLP}}\right) \cdot V_{A,SLP,i} \quad (1.2)$$

$$\Delta V_{Netz}(t_i) = V_{Netz}(t_i) - V_{Netz}(t_{(i-1)}) = (p_i - p_{(i-1)}) \cdot \frac{T_n}{p_n} \cdot \frac{V_{Geo}}{T} \quad (1.3)$$

Zur Validierung dieses Systems wurden Messreihen an einem kleineren Erdgasverteilnetz durchgeführt. Wie die in [SS11] dargestellten Ergebnisse zeigen, erfüllen die berechneten Brennwerte die gesetzlichen Vorschriften zur Abrechnung. Jedoch handelt es sich bei der untersuchten Netzstruktur um ein relativ kleines Strahlennetz, was recht einfach zu bilanzieren ist. Bei größeren und vor allem bei vermaschten Netzen, in denen mit örtlichen Druckdifferenzen zu rechnen ist, ist eine so einfache Bilanzierung nicht mehr möglich. Hierfür müssen auch bei diesem Verfahren weitere Lösungen zusätzlich zu den hier vorgestellten gesucht werden.

Parallel zu diesen Arbeiten gab es auch Entwicklungen von Simulationen für andere Gasnetze, wie zum Beispiel Gasnetze in chemischen oder sonstigen verfahrenstechnischen Anlagen (vgl. [BK79]). Diese müssen ebenfalls genannt werden, da in der Vergangenheit ein stetiger Austausch stattfand, der zu Synergien bei der Entwicklung der verschiedenen Simulationsmodelle führte.



## 1.2 Aufgabenstellung

Der in [Sch09] entwickelte Knotenlastbeobachter wurde anhand eines kleinen Netzausschnittes mit 21 Knoten entworfen und erprobt. An großen (deutlich über 100 Knoten und über 100 Ausspeisungen) und vermaschten Erdgasnetzen wurden keine Untersuchungen durchgeführt, wobei dies für den praktischen Einsatz des Knotenlastbeobachters bei Gasversorgungsunternehmen von essentieller Bedeutung ist.

Große und vermaschte Erdgasnetze, Netze mit teils deutlich über einhundert Ausspeisungen, von denen eine Vielzahl ungemessen sind, stellen besondere Anforderungen an deren Simulation, sowohl technisch als auch beim Datenmanagement. Aufgrund der räumlichen Ausdehnung solcher Netze kommt es zu örtlichen Druckunterschieden, die von der Simulationssoftware berücksichtigt werden müssen. Hinzu kommt, dass sich bei Vermaschungen die Fließrichtungen an gewissen Punkten häufig umkehren können, was bei einfachen Strahlennetzen in der Regel nicht der Fall ist. Beiden Phänomenen wird durch die Modellierung des Erdgasnetzes und der Gewichtung der Beobachterrückführung (Details in Kapitel 3 und 4) Rechnung getragen. An dieser Stelle sei vorab darauf hingewiesen, dass anstatt eines Druckmesswertes zum Beobachterabgleich wie in [Sch09] entworfen, mehrere Druckmesswerte bei der Berechnung des inneren Netzzustandes von großen Erdgasverteilnetzen mit einbezogen werden.

Bei vielen Netzen kommt hinzu, dass mehrere Ausspeisungen über das nachgelagerte Ortsnetz miteinander verbunden sind, was als „mitteldruckseitige Kopplung“ der Ausspeisungen bezeichnet wird. Sind diese Ausspeisungen nicht gemessen, kann das Netz mit bisher erhältlichen Simulationssystemen nicht simuliert werden. Deshalb ist es absolut notwendig diese mitteldruckseitig gekoppelten Ausspeisungen zu messen oder Alternativen zu finden (siehe hierzu Kapitel 5.3).

Mit steigender Anzahl an ungemessenen Ausspeisungen steigt auch die Schwierigkeit für den Knotenlastbeobachter diese korrekt nachzubilden. Daher ist es von entscheidender Bedeutung die Beobachterrückführung  $\underline{L}$  (vgl. Kapitel 4.2) so auszulegen, dass die Berechnung und die Verteilung der gesamten ungemessenen Ausspeisemenge (Fehlmenge) auf die ungemessenen Ausspeisungen korrekt erfolgt.

Abgesehen davon muss eine recht große Datenmenge kontinuierlich zur Verfügung gestellt werden. Dies beinhaltet sowohl gemessenen Ein- und Ausspeisungen, Drücke, Brennwerte wie auch Standardlastprofile der ungemessenen Ausspeisungen. Vor allem bei den Standardlastprofilen muss auf deren Aktualität und Korrektheit geachtet werden, da sie ein entscheidendes Element des Knotenlastbeobachters sind, wie später noch gezeigt wird. Das heißt, dass Änderungen in der Abnehmerstruktur unmittelbar bei der Bestimmung der Standardlastprofile berücksichtigt werden müssen.



Aus diesen Problemstellungen resultiert die Aufgabenstellung dieser Arbeit. Dabei teilen sich die Aufgaben in zwei Bereiche auf. Der erste Bereich befasst sich mit der Entwicklung einer wissenschaftlich fundierten und allgemein gültigen Methode zur Bestimmung einer minimalen Messinfrastruktur, die den Anforderungen der Beobachtungsaufgabe durch den Knotenlastbeobachter genügt. Hierzu sind sowohl empirische wie auch mathematische Methoden zu untersuchen, anzupassen und zu erproben.

Der zweite Bereich der Arbeit beschäftigt sich mit der Überprüfung, Weiterentwicklung und Erprobung des in [Sch09] entwickelten Knotenlastbeobachters bei Anwendung auf große und vermaschte Erdgasverteilnetze. Ziel ist ein System zu entwickeln, welches den Anforderungen an die Genauigkeit, die Stabilität und die Praktikabilität so genügt, dass der tägliche Betrieb von Erdgasverteilnetzen (Dispatching) damit unterstützt werden kann.

## 2 Untersuchungsnetze

Die Entwicklung und Validierung des Knotenlastbeobachters erfolgt an zwei Untersuchungsnetzen, mit verschiedenen Eigenschaften sowie unterschiedlichen Vor- und Nachteilen. Bei beiden Netzen handelt es sich um reale Erdgasverteilnetze von deutschen Erdgasnetzbetreibern. Es stehen zum einen die Daten eines kleinen komplett instrumentierten Erdgasverteilnetzes der E.ON Thüringer Energie AG (Untersuchungsnetz I) und zum anderen die Daten eines großen Erdgasverteilnetzes der E.ON Avaccon AG (Untersuchungsnetz II) für die Untersuchungen zur Verfügung. Der Vorteil des Untersuchungsnetzes I besteht darin, dass es aufgrund der kleinen Knotenanzahl (Knoten  $< 100$ ) sehr übersichtlich ist und mit MATLAB/Simulink von The MathWorks Inc. [Mat12a], [Mat12b] abgebildet und simuliert werden kann. Dies ermöglicht die Durchführung verschiedenster Untersuchungen in sehr kurzer Zeit. Jedoch sind die Möglichkeiten zur Überprüfung und Validierung des Simulationssystems aufgrund der geringen Netzgröße limitiert. Im Gegensatz dazu können am Untersuchungsnetz II aufgrund seiner Größe (Knoten  $> 100$ ) und der daraus resultierenden Rechenzeit viele Untersuchungen nicht mehr sinnvoll in MATLAB/Simulink durchgeführt werden. Hierfür wird auf das von der Firma PSI AG für Forschungszwecke zur Verfügung gestellte Untersuchungssystem mit GANESI-Kern [PSI06] zurückgegriffen. Aufgrund von offenen Schnittstellen und des für die Simulation von Gasnetzen optimierten Rechenkerns eignet sich das Untersuchungssystem hervorragend zur Simulation von größeren Erdgasnetzen. Einzig die Flexibilität bei der Weiterentwicklung des Simulationssystems ist im Vergleich zu MATLAB/Simulink etwas eingeschränkter. Dafür lassen sich die am Untersuchungsnetz II erlangten Erkenntnisse und daran entwickelten Systeme leicht auf andere Erdgasverteilnetze übertragen, was die aufgezeigten Nachteile aufwiegt.

### 2.1 Untersuchungsnetz I

Bei dem Untersuchungsnetz I handelt es sich um ein Erdgasverteilnetz, das bei einem Nenndruck von 16 bar betrieben wird und ein Netzvolumen von 2.903 Kubikmetern hat. In dieses Netz speisen 4 Stationen ein und 26 Stationen aus (weitere Details in Tabelle 2-1). Für die Ein- und Auspeisungen liegen aus einem früheren Forschungsprojekt gemessene Zeitreihen der Gasmengen in stündlicher Auflösung für die Jahre





2006 bis 2009 vor. Des Weiteren steht ein Druckmesswert, ebenfalls in stündlicher Auflösung, für einen Knoten (TN07) im Netz zur Verfügung. Für jede Ausspeisung ist ein Standardlastprofil nach [WG05] vorhanden. Auffällig ist, dass sich die Kundenstrukturen an den Ausspeisungen kaum unterscheiden und in der Regel ausschließlich aus Ein- und Mehrfamilienhaushalten bestehen. Nur wenige Ausspeisungen versorgen auch Industrie- und Gewerbekunden. Eine Besonderheit stellen hierbei die Einspeisung K 60 und die Ausspeisung K 61 dar. Bei diesen beiden Knoten handelt es sich um eine Überschleusung, durch eine Ein- und eine Ausspeisung modelliert, in den benachbarten Netzbereich. Aufgrund der Versorgungssituation im Netz, wird in der Regel keine Menge am K 60 eingespeist und eine sehr große Menge am K 61 ausgespeist. Das Untersuchungsnetz I übernimmt hierbei eine Durchleitungsfunktion. In Abbildung 2-1 ist die gesamte Netztopologie gezeigt. Durch die vorhandenen Messreihen können die Ergebnisse der Simulationen direkt mit den Messwerten verglichen werden, was die Qualität der Auswertungen der Simulationsergebnisse deutlich erhöht. Dadurch können sehr schnell Weiterentwicklungen am Simulationssystem überprüft und bei Bedarf angepasst werden.

Tabelle 2-1: Netzparameter Untersuchungsnetz I

Anzahl Einspeisungen	4
Anzahl Ausspeisungen	26
Anzahl Rohre	64
Anzahl Knoten	63
Rohrvolumen	2.903 m <sup>3</sup>

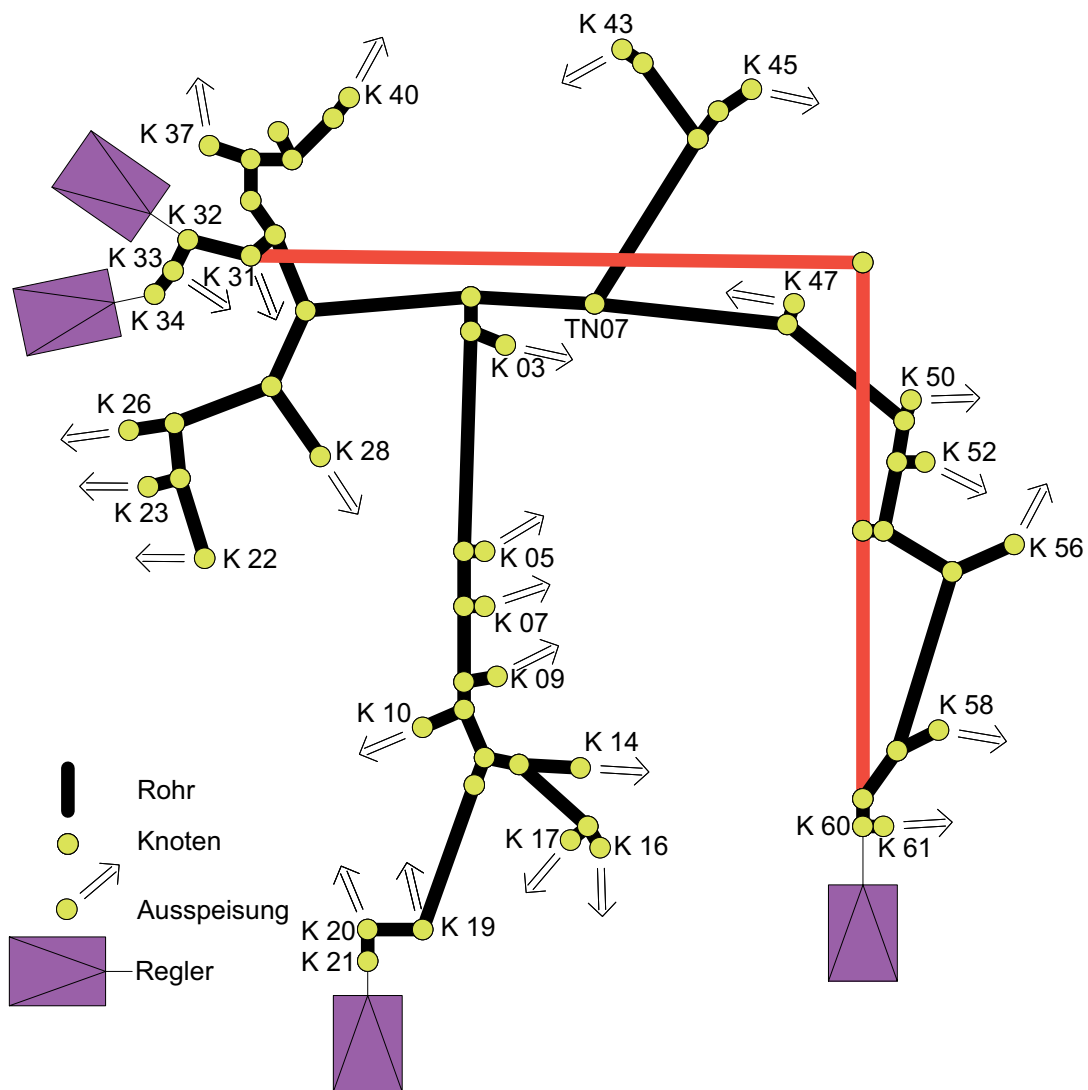


Abbildung 2-1: Netztopologie des Untersuchungsnetzes I mit 4 Ein- und 26 Auspeisungen. Charakterisiert wird dieser Netzabschnitt durch eine Transportleitung (rot eingefärbt) worüber große Gasmengen zur Auspeisung K 61 transportiert werden und dem dazu parallelen Versorgungsstrang, worüber die nachgelagerten Ortsnetze versorgt werden. Ein großer Teil dieser Ortsauspeisungen befindet sich in einem vom Versorgungsstrang in Richtung Süden verlaufenden Strang, der sich über die Knoten K 03 bis K 21 erstreckt. Entsprechend fließt hier auch eine große Gasmenge. Verglichen mit dem Untersuchungsnetz II (Abbildung 2-2) gestaltet sich das Untersuchungsnetz I strukturell sehr einfach und ist deutlich kleiner.



## 2.2 Untersuchungsnetz II

Die Auswahl des Untersuchungsnetzes II wurde im Rahmen der Diplomarbeit [Hag09] zusammen mit der E.ON Avacon AG, die freundlicherweise eines ihrer Netze für diese Untersuchungen zur Verfügung gestellt hat, getroffen und darin ausführlich beschrieben und begründet. Die Auswahlkriterien nach denen das Untersuchungsnetz II ausgewählt wurde sind in der folgenden Liste aufgeführt:

- unvollständige Messinfrastruktur
- hoher Vermaschungsgrad des Netzes
- heterogene und repräsentative Kundenstruktur im Netz
- dezentrale Biogaseinspeisung

Durch die genannten Eigenschaften ist eine Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere, beliebige Erdgasverteilnetze gewährleistet, was eine Grundvoraussetzung für den weiteren Einsatz der in dieser Arbeit gewonnen Erkenntnisse ist. Des Weiteren ist durch das Vorhandensein einer Biogasanlage eine zukünftig flächendeckend zu erwartende Eigenschaft von Erdgasverteilnetzen vorhanden, die einen großen Einfluss auf den Betrieb der Erdgasnetze hat.

Aus dem Auswahlverfahren ergab sich ein Erdgasverteilnetz (siehe Abbildung 2-2) mit einem Nenndruck von 16 bar und einem Netzvolumen von 34.925 Kubikmetern. Die weiteren Netzparameter sind in Tabelle 2-2 aufgeführt. In diesem Netz wurden ursprünglich die 11 Einspeisungen, 22 Ausspeisungen und die Drücke an 41 Punkten im Netz stündlich gemessen. Im Kapitel 5 werden Methoden und Maßnahmen erläutert, die zu einem gezielten Ausbau der Messinfrastruktur in Anbetracht der Simulationenaufgabe führen. Durch diese Maßnahmen erhöht sich die Anzahl an gemessenen Ausspeisungen um 16 weitere auf 38. Als Vorgriff auf Kapitel 5 sei hier darauf hingewiesen, dass nicht alle 16 Stationen mit Messeinrichtungen ausgestattet wurden. Einige Stationen wurden stattdessen in einen Standby-Zustand versetzt. Bei denjenigen wo ein Ausbau erforderlich war, wurde die Planung und der Bau von der E.ON Avacon AG durchgeführt.

Tabelle 2-2: Netzparameter Untersuchungsnetz II

Anzahl Einspeisungen	11
Anzahl Ausspeisungen	173
davon gemessene Ausspeisungen	38
Anzahl Rohre	371
Anzahl Knoten	372
Rohrvolumen	34.925 m <sup>3</sup>

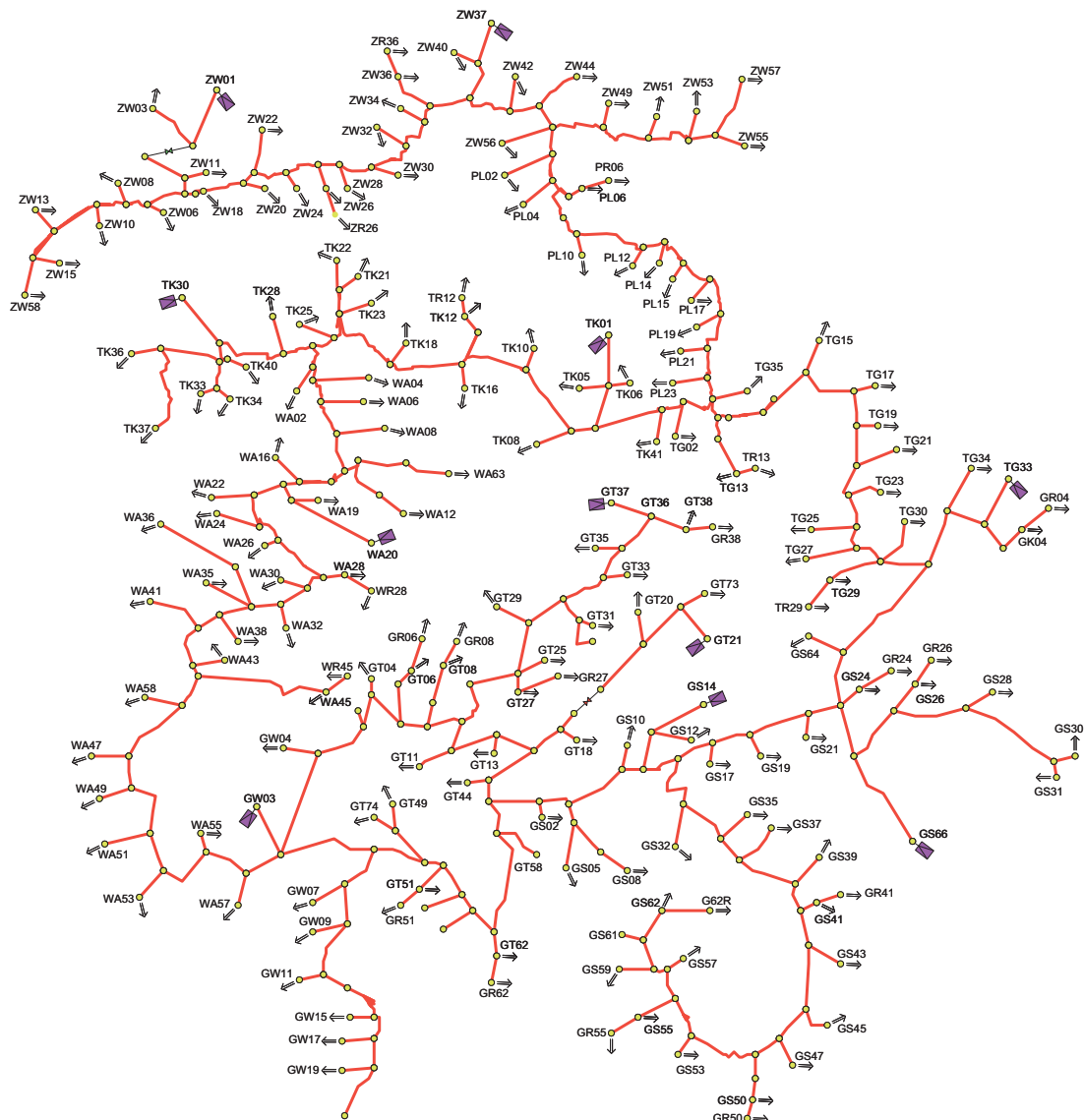


Abbildung 2-2: Netztopologie des Untersuchungsnetzes II mit 11 Ein- und 173 Auspeisungen. Das Netz teilt sich in drei charakteristische Bereiche auf. Im Norden erstreckt sich ein Netzstrang von Westen nach Osten und nach einer Aufgabelung nach Süden, wo er auf einen großen Ring trifft. Von diesem zweigen mehrere kleine Stränge ab. Zusätzlich befindet sich im südlichen Netzbereich ein weiterer kleiner Ring (als innerer Ring bezeichnet). Auch von diesem gehen zwei kleinere Stränge ab. Die Verteilung der Auspeisungen ist in allen Netzbereichen vergleichbar. Dies zeigt die deutlich höhere Komplexität dieses Netzes im Vergleich zum Untersuchungsnetz I.



## 3 Mathematische Modelle

Die Grundlage jeder Simulation bildet ein mathematisches Modell, welches das reale System abbildet. Hierbei besteht immer der Konflikt wie exakt das System mathematisch abgebildet werden soll. Eine exaktere Abbildung geht mit einem komplexeren mathematischen Modell einher, welches in der Regel schwieriger zu behandeln ist. Wohingegen ein einfacheres mathematisches Modell gut zu behandeln ist, jedoch nicht alle Details des realen Systems abbildet. Das in dieser Arbeit und auch bei kommerziellen Simulationssystemen von Erdgasverteilnetzen verwendete Modell zur Beschreibung von Erdgasnetzen wird in diesem Kapitel vorgestellt. Ebenso werden die in früheren Arbeiten entwickelten Simulationsmodelle erläutert, die als Grundlage für Weiterentwicklungen herangezogen werden.

### 3.1 Prozessmodell von Erdgasnetzen

Das in dieser Arbeit für die Beschreibung und die Simulation der Erdgasnetze verwendete Modell basiert auf den Arbeiten von Weimann [Wei78], Lappus [Lap84], Vollmer [Vol99] und Schröder [Sch09]. Demnach kann das Erdgasnetz durch ein um einen Arbeitspunkt linearisiertes Differentialgleichungssystem, welches aus den Grundgleichungen einer eindimensionalen Rohrströmung, der Kontinuitätsgleichung und der Impulsbilanz, unter der Annahme des sogenannten „Langrohrmodells“ hergeleitet wird, beschrieben werden. Damit berechnen sich die Drücke an den Netzknoten zu

$$\dot{p}_{kno}^{(i)} = \frac{c_T^2(p_{kno}^{(i)})}{V_{kno}^{(i)}} \cdot \left( \sum_{j=1}^{n_{ror}} k_{i,j} \cdot q_{ror}^{(j)} - q_R^{(i)} \right) \quad (3.1)$$

und die Rohrflüsse zu



$$\dot{q}_{ror}^{(j)} = \underline{f}^T \cdot \begin{bmatrix} q_{ror}^{(j)} \\ p_{kno}^{(i)} \\ p_{kno}^{(k)} \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad (3.2)$$

$$\underline{f} = \begin{bmatrix} \frac{-2 \cdot \lambda^{(j)} \cdot c_T^2(p_m)}{d^{(j)} \cdot F^{(j)}} \cdot \frac{|q_{ror}^{(j)}|}{p_{kno}^{(i)} + p_{kno}^{(k)}} \\ \frac{-k_{i,j} \cdot F^{(j)}}{2 \cdot \Delta z^{(j)}} + \frac{\lambda^{(j)} \cdot c_T^2(p_m)}{d^{(j)} \cdot F^{(j)}} \cdot \frac{q_{ror}^{(j)} \cdot |q_{ror}^{(j)}|}{(p_{kno}^{(i)} + p_{kno}^{(k)})^2} \\ \frac{-k_{k,j} \cdot F^{(j)}}{2 \cdot \Delta z^{(j)}} + \frac{\lambda^{(j)} \cdot c_T^2(p_m)}{d^{(j)} \cdot F^{(j)}} \cdot \frac{q_{ror}^{(j)} \cdot |q_{ror}^{(j)}|}{(p_{kno}^{(i)} + p_{kno}^{(k)})^2} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

In den Gleichungen 3.1 und 3.3 repräsentiert  $c_T$  die isotherme Schallgeschwindigkeit,  $V_{kno}$  das Rohrvolumen am Netzknoten nach Gleichung 9.10,  $q$  die Rohrflüsse (ror) und Ein- und Ausspeisungen (R),  $\lambda$  die Rohrreibungszahl,  $d$  den Rohrdurchmesser,  $F$  die Rohrfläche und  $\Delta z$  die Ortsschrittweite, welche der halben Rohrlänge entspricht. Des Weiteren legt der Faktor  $k_{i,j}$  die Zählrichtung der Rohrflüsse fest.

$$k_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{falls Fluss } q_{ror}^{(j)} \text{ auf den Knoten } i \text{ zufließt,} \\ -1, & \text{falls Fluss } q_{ror}^{(j)} \text{ vom Knoten } i \text{ wegfließt,} \\ 0, & \text{falls Rohr } j \text{ nicht an den Knoten } i \text{ angebunden ist.} \end{cases} \quad (3.4)$$

Ebenso müssen für die Ein- und Ausspeisungen Vereinbarungen zu den Zählrichtungen getroffen werden. Es gilt:

$$q_R^{(j)} = \begin{cases} > 0, & \text{bei einer Ausspeisung und} \\ < 0, & \text{bei einer Einspeisung.} \end{cases} \quad (3.5)$$

Stellt man die Druck- und Flussgleichungen für alle Knoten und für alle Rohre des Erdgasnetzes auf (siehe Anhang 9.1), linearisiert diese um den Arbeitspunkt, der dem im letzten Zeitschritt berechneten Systemzustand entspricht [Vol99], [Sch09] und fasst sie in Matrizenform zusammen, ergibt sich die Zustandsraumdarstellung des Systems [Vol99]

$$\dot{\hat{x}} = \underline{A} \cdot \hat{x} + \underline{B} \cdot u \quad (3.6)$$

$$\hat{y} = \underline{C} \cdot \hat{x} \quad (3.7)$$



mit den Zustands-  $\underline{\hat{x}}$ , Mess-  $\underline{\hat{y}}$  und Eingangsgrößen  $\underline{u}$

$$\underline{\hat{x}} = \begin{bmatrix} p_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n-1} \\ p_n \end{bmatrix}, \quad \underline{\hat{y}} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_r \end{bmatrix}, \quad \underline{u} = \begin{bmatrix} q_{ab,1} \\ \vdots \\ q_{ab,m} \end{bmatrix}.$$

Dabei repräsentieren die Eingangsgrößen  $\underline{u}$  die Ein- und Ausspeisungen des Erdgasnetzes und die Ausgangsgrößen  $\underline{\hat{y}}$  die gemessenen Drücke. In Anhang 9.1 ist die Besetzung der Matrizen  $\underline{A}$  und  $\underline{B}$  sowie die Berechnung der verwendeten Parameter ausführlich dargestellt, worauf an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet wird. Mittels dieses Modells wurde in [Lap84] ein Luenberger Beobachter (vgl. [Lun08a]) entworfen, mit dem der gesamte innere Netzzustand  $\underline{\hat{x}}$  numerisch berechnet werden kann (siehe Abbildung 3-1). Hierfür verwendet der Luenberger Beobachter die Differenz aus gemessenen und berechneten Zustandsgrößen  $\underline{y}(t) - \underline{\hat{y}}(t)$ , welche auf das Modell zurückgeführt wird. Durch diese Rückführung wird, unter der Voraussetzung, dass die Beobachterrückführung  $\underline{G}$  korrekt entworfen wurde, der Fehler im Systemzustand verringert (siehe Gleichung 3.8). Das heißt der Grenzwert der Differenz aus dem gemessenen Systemzustand  $\underline{x}(t)$  und dem simulierten Systemzustand  $\underline{\hat{x}}(t)$  strebt für  $t \rightarrow \infty$  gegen null [Lun08a]. Die Rückführung erfolgt nach [Lap84] nur auf Zustandsgleichungen von Netzknoten, wodurch sich die meisten Elemente von  $\underline{G}$  zu null ergeben.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\underline{x}(t) - \underline{\hat{x}}(t)\| = 0 \quad (3.8)$$

Voraussetzung für die korrekte Funktion des Luenberger Beobachters bei der Anwendung an Erdgasnetzen ist, dass alle Ein- und Ausspeisungen und eine Druckmessung in mindestens stündlicher Auflösung gemessen sind. Im Folgenden werden unter Messwerten immer, wenn nicht explizit anders aufgeführt, stündlich aufgelöste Zeitreihen verstanden.

Das vorgestellte um einen Arbeitspunkt linearisierte Differentialgleichungssystem, dessen Zulässigkeit in [Vol99] nachgewiesen wurde, hat den Vorteil, dass viele theoretische Untersuchungen durch die umfassender untersuchte und beschriebene lineare Beobachtertheorie einfacher durchgeführt werden können. Dabei muss aber beachtet werden, dass die vorgestellte Linearisierung in jedem Zeitschritt um den Systemzustand