



Kapitel 1

Grundlagen und Simulation der Lichtausbreitung in Diodenlaser-Resonatoren

In diesem Kapitel werden zuerst die theoretischen Grundlagen der Lichtausbreitung in Diodenlasern zusammengefasst. Anschließend wird auf zwei wichtige Sonderfälle der lateralen Wellenleitung eingegangen. Ausgehend davon werden die Eigenschaften der optischen Moden von Resonatoren mit lateraler Wellenführung sowie offenen Resonatoren abgeleitet. Für Letztere wird eine Unterscheidung in stabile und instabile Resonatoren durchgeführt und ausführlich auf die jeweiligen Charakteristika eingegangen. Abschließend werden die Effekte, welche die Brechzahl in Diodenlaser-Resonatoren bestimmen sowie deren Größenordnung, genannt.

Die Basis für die Betrachtung der Lichtausbreitung im Diodenlaser bilden die Maxwell Gleichungen im Medium

$$\operatorname{rot}\vec{E} = \frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div}\vec{D} = \rho, \quad \operatorname{div}\vec{B} = 0. \quad (1.1)$$

Dabei ist \vec{E} die elektrische und \vec{H} die magnetische Feldstärke, $\vec{D} = \epsilon_0\vec{E} + \vec{P}$ die dielektrische Verschiebung und $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$ die magnetische Induktion. \vec{P} ist die Polarisation und \vec{M} die Magnetisierung im Medium. Aus (1.1) ergibt sich unter den Annahmen eines quellenfreien elektrischen Feldes ($\operatorname{div}E = 0$) sowie eines homogenen, isotropen, nichtmagnetischen ($\vec{B} = \mu_0\vec{H}$), dielektrischen Mediums ohne Ladungen ($\rho = 0$) und Ströme ($\vec{j} = 0$), die inhomogene Wellengleichung für das elektrische Feld

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}. \quad (1.2)$$

$c = 1/\sqrt{\epsilon\mu_0}$ ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Die Polarisation $\vec{P}(\vec{r}, t)$ des Mediums zur Zeit t hängt dabei vom elektrischen Feld zu vergangenen Zeiten $t - t'$ ab. Mit der Näherung einer linearen Abhängigkeit ergibt sie sich als Faltung aus elektrischem Feld und elektrischer Suszeptibilität $\chi(t - t')$

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t \chi(t - t') E(\vec{r}, t') dt', \quad (1.3)$$

wobei sich für streng monochromatische Felder

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, \omega) e^{i\omega t}, \quad (1.4)$$

aufgrund des Faltungstheorems mit

$$\vec{P}(\vec{r}, \omega) = \epsilon_0 \chi(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega), \quad (1.5)$$

die Helmholtzgleichung

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (1.6)$$

ergibt. Brechzahl n , relative Dielektrizitätskonstante ϵ und Suszeptibilität χ , hängen über

$$(1 + \chi) = \epsilon/\epsilon_0 = n^2 \quad (1.7)$$

zusammen. Die Näherung einer linearen Abhängigkeit und monochromatischer Felder reicht für die Betrachtung einfacher Effekte der Wellenleitung meist aus. Für weitergehende Untersuchungen wurde in dieser Arbeit die Software WIAS-LASER verwendet. Sie berücksichtigt quasi-monochromatische Felder und nichtlineare Wechselwirkungen von elektrischem Feld und Polarisation. Einzelheiten zu WIAS-LASER sind im Anhang B.2 aufgeführt.

1.1 Laterale Wellenleitung

In Abb. 1.1 sind ein Breitstreifen-Diodenlaser, die Abmessungen des optischen Wellenleiters, die Divergenz der emittierten Laserstrahlung sowie die Bezeichnung der Raumrichtungen schematisch dargestellt. Die Ausbreitung des Lichts erfolgt entlang einer Vorzugsrichtung z , wobei der transversale Wellenleiter eines Breitstreifenlasers

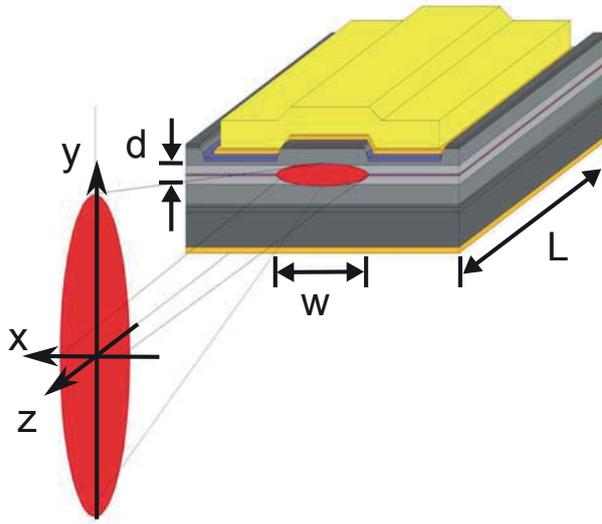


Abb. 1.1: Schematische Darstellung eines Breitstreifen-Diodenlasers, der Divergenz der emittierten Laserstrahlung, der Abmessungen des optischen Wellenleiters und der verwendeten Bezeichnung der Raumrichtungen.

im Allgemeinen in lateraler Richtung x parallel zu den Epitaxieschichten eine wesentlich größere Ausdehnung als in vertikaler Richtung y ($w \gg d$) hat. Dieses erlaubt eine getrennte Betrachtung der Wellenleitung in beiden transversalen Dimensionen. So besteht lediglich über einen effektiven Brechungsindex $n_{\text{eff}}(x, z)$ eine parametrische Abhängigkeit der Lösungen in lateraler Richtung von den Lösungen in vertikaler Richtung. Dabei sei $\Phi(y, x, z)$ das Amplitudenprofil der einzigen geführten vertikalen Mode.

Für transversal elektrische (TE) Polarisierung in lateraler Richtung \vec{e}_x kann über einen Propagationsfaktor k_z folgender Ansatz zur Separation der schnell mit z variierenden Anteile gewählt werden,

$$\vec{E} = \vec{e}_x \Phi(y, x, z) E^\pm(x, z) e^{\mp i k_z z}. \quad (1.8)$$

Für die vor- und rücklaufenden Felder E^\pm ergibt sich bei paraxialer Näherung $\partial^2 E^\pm / \partial z^2 = 0$ aus (1.6) die paraxiale Helmholtzgleichung

$$\frac{\partial^2 E^\pm}{\partial x^2} \mp i 2 k_z \frac{\partial E^\pm}{\partial z} + (k^2(x, z) - k_z^2) E^\pm = 0. \quad (1.9)$$

Dabei ist $k(x, z)^2 = n_{\text{eff}}(x, z)^2 \cdot \omega^2 / c^2$ über den aus der Ausbreitungskonstante k_v der geführten vertikalen Mode bestimmten effektive Brechungsindex $n_{\text{eff}} = k_v \cdot c / \omega$ definiert. Im Folgenden wird mit n immer der effektive Index bezeichnet. In den nächsten Abschnitten werden zwei für die Beschreibung der Wellenleitung in Diodenlasern wichtige Spezialfälle untersucht.

1.1.1 Wellenleiter mit longitudinal homogenem lateralen Brechzahlprofil

Im Wellenleiter mit longitudinale homogenem Brechzahlprofil $n = n(x)$ sind die Felder translationsinvariant in z-Richtung $\partial E^\pm / \partial z = 0$. Somit kann eine Entwicklung in Wellenleitermoden $E_m(x)$ durchgeführt werden

$$E^\pm(x, z) = \sum_m E_m(x) a^\pm(z). \quad (1.10)$$

Mit $k_0 = \omega/c$ erfüllen die Wellenleitermoden die Gleichung

$$\frac{\partial^2 E_m}{\partial x^2} + (k_0^2 n(x) - k_{z,m}^2) E_m = 0. \quad (1.11)$$

Diese Gleichung ist analog zur 1-dim. Schrödinger-Gleichung, wobei das Potential durch das laterale Indexprofil $n(x)^2$ und die Eigenwerte durch die Propagationsfaktoren k_z^2 bestimmt sind. Die Eigenfunktionen $E_m(x)$ entsprechen den Wellenleitermoden. Für einen symmetrischen 3-Schicht Wellenleiter aus Wellenleiterkern der Dicke d mit der Brechzahl n_K und Mantel der Brechzahl n_M lässt sie sich die Gleichung leicht analytisch lösen. Mit TE-Randbedingungen ergibt sich als Bedingung für geführte Moden

$$k_0^2 n_M^2 < k_{z,m}^2 < k_0^2 n_K^2, \quad (1.12)$$

wobei für die Feldverteilungen im Wellenleiterkern die Winkelfunktionen

$$E_m(x) = \begin{cases} \cos(k_x x) \\ \sin(k_x x) \end{cases}, \quad (k_x = \sqrt{n_K^2 k_0^2 - k_{z,m}^2} = n_K k_0 \sin(\Theta_m)), \quad (1.13)$$

und außerhalb die abklingende Exponentialfunktionen

$$E_m(x) = a e^{-b(x-d/2)}, \quad (b = \sqrt{k_{z,m}^2 - n_M^2 k_0^2}) \quad (1.14)$$

die Gleichung (1.11) lösen. Der Parameter a sowie die Eigenwerte $k_{z,m}$ ergeben sich aus den Stetigkeitsbedingungen der Feldverteilung sowie deren erster Ortsableitung an den Grenzflächen. Die geführten Moden im Wellenleiterkern können also in jeweils zwei ebene Wellen zerlegt werden, die sich unter den Winkeln $\pm\theta_m$ ausbreiten. Je größer der Indexsprung zwischen Mantel und Kern ist, desto grösser ist der Winkel der Moden die im Wellenleiter geführt werden. Das Modell eines 3-Schicht-Wellenleiters ohne optischen Gewinn reicht für qualitative Abschätzungen oft aus.

Kompliziertere Profile des i. allg. komplexen Brechungsindex erfordern numerische Lösungsverfahren. In dieser Arbeit wurde dafür das im Anhang B.1 beschriebene numerische Werkzeug CAMFR verwendet, mit welchem auch stückweise longitudinal homogene Wellenleiterstrukturen stückweise gelöst und dann über die Kontinuitätsbedingungen der Felder an den Grenzflächen analysiert werden können.

1.1.2 Freiraumpropagation

Bei Freiraumpropagation, d.h. Ausbreitung des Lichts in z-Richtung in einem in lateraler Richtung nicht begrenztem Medium mit homogener Brechzahl, gilt im Differenzterm der paraxialen Helmholtzgleichung (1.9) $k(x, z) = k_z$. Die Gleichung vereinfacht sich daher zu

$$\frac{\partial^2 E^\pm}{\partial x^2} \mp i2k \frac{\partial E^\pm}{\partial z} = 0. \quad (1.15)$$

Sie entspricht bei Ersetzung von $(t \leftrightarrow z)$ der zeitabhängigen Diffusionsgleichung bzw. der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung ohne Potential. Bei Kenntnis der lateralen Feldverteilung bei der Position z' ergibt sich die Feldverteilung bei einer Position z

$$E^\pm(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} E^\pm(x', z') \cdot G^\pm(x, x', z - z') dx' \quad (1.16)$$

über die passende Green'sche Funktion

$$G^\pm(x, x', z - z') = \sqrt{\frac{\pm ik}{2\pi(z - z')}} e^{\mp \frac{ik(x-x')^2}{2(z-z')}}. \quad (1.17)$$

Gleichung (1.16) ist das Fresnel-Kirchhoff'sche Beugungsintegral. Alternativ zur hier skizzierten Herleitung über die Green'sche Funktion der paraxialen Helmholtzgleichung kann es auch über die Green'sche Funktion der vollständigen Helmholtzgleichung (Kugelwellen im 3-dimensionalen Fall, bzw. Zylinderwellen (Hankel-Funktionen) im 2-dimensionalen Fall) und anschließende paraxiale Näherung erhalten werden. Weiterhin muss beachtet werden, dass bei der Herleitung des Beugungsintegrals der Propagationsfaktor k als reell angenommen wurde. In aktiven Medien ist dieser, aufgrund des imaginären Anteils des komplexen Brechungsindex (siehe Abschnitt 1.4), jedoch ebenfalls komplex. Da jedoch der Realteil der Propagationskonstante um mehrere Größenordnungen größer als der Imaginärteil ist, wird dieser üblicherweise vernachlässigt.

Gauß-Moden

Das Fresnel-Kirchhoff'sche Integral (1.16) lässt sich mit $L = z - z'$ und Substitution

$$u(x', z') \equiv E(x', z') e^{-i\pi x'^2 k/2L} \quad (1.18)$$

über die Fourier-Transformation, des mit einer sphärischen Phase multiplizierten Eingangsfeldes, bestimmen [25]

$$E(x, z) = e^{-\frac{ikx^2}{2L}} \sqrt{\frac{ik}{2\pi L}} e^{ikL} \int u(x', z') e^{\frac{ik}{L}xx'} dx'. \quad (1.19)$$

Da bekanntlich die Fouriertransformierten von Gauß-Funktionen ebenfalls Gauß-Funktionen sind, eignen sich diese als Basis für eine Modenentwicklung bei Freiraumpropagation besonders. In kartesischen Koordinaten bilden die Hermite-Gauß-Funktionen und in Zylinderkoordinaten die Laguerre-Gauß-Funktionen vollständige Sätze an Basisfunktionen. Die Hermite-Gauß Moden der Ordnung n ergeben sich über die hermiteschen Polynome H_n

$$E_n(x, z) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/4} \sqrt{\frac{e^{-i(2n+1)\psi(z)}}{2^n n! w(z)}} \times H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) e^{-ikz - i\frac{kx^2}{2R(z)} - \frac{x^2}{w^2(z)}}. \quad (1.20)$$

Sie sind durch gaußförmige Intensitätsprofile

$$I(x, z) \propto e^{-\frac{2x^2}{w(z)}} \quad (1.21)$$

gekennzeichnet, wobei die halbe Strahlbreite

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad (1.22)$$

entlang der Ausbreitungsrichtung, bei $z = 0$ ein Minimum, die Strahltaile mit der halben Tailenbreite

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}}, \quad (1.23)$$

durchläuft. Beim Durchlauf ändern sich sowohl der Krümmungsradius der Phasenfronten

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad (1.24)$$

als auch die Phase entlang der optischen Achse

$$(n + 1/2)\psi(z) - kz, \quad (1.25)$$

wobei

$$\psi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right) \quad (1.26)$$

die Phasenretardierung aufgrund des Guoy-Effekts ist. Die Gauß-Moden sind also neben der Modenordnung n , Wellenlänge λ und Strahlteilenposition $z = 0$ nur noch über eine weitere Größe, die Rayleigh Länge z_R charakterisiert.

1.2 Resonatoren mit longitudinal homogenem, lateralen Wellenleiter

Viele Arten von Diodenlaser-Resonatoren, z.B. die von Streifenlasern oder Rippenwellenleiterlasern, weisen, bei Vernachlässigung nichtlinearer Effekte (siehe Abschnitt 1.4), ein longitudinal homogenes, laterales Brechzahlprofil auf.

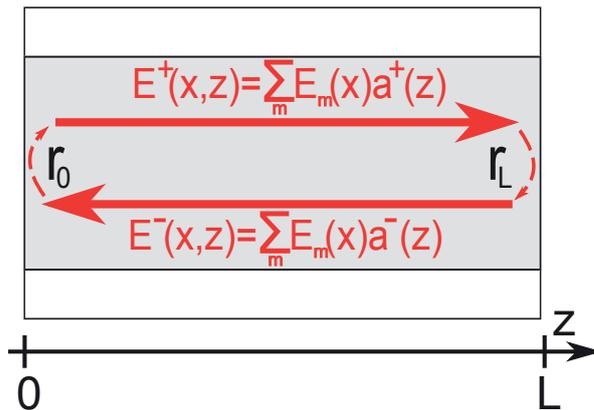


Abb. 1.2: Schematische Darstellung der vor- und rücklaufenden Wellen in einem Resonator mit longitudinal homogenem, lateralem Wellenleiter.

Das elektrische Feld in optischen Resonatoren mit longitudinal homogenem, lateralem Brechzahlprofil $n(x)$ kann, wie in Abschnitt 1.1.1 ausgeführt, in die Moden des lateralen Wellenleiters $E_m(x)$ entwickelt werden

$$E^\pm(x, z) = \sum_m E_m(x) a^\pm(z). \quad (1.27)$$

Für die Amplituden $a^\pm(z)$ folgt dann, mit den Propagationsfaktoren der Wellenleitermoden $k_{z,m}$ aus (1.9), folgende Differentialgleichung

$$0 = \pm \frac{da^\pm}{dz} + \frac{i}{2k_z} (k_{z,m}^2 - k_z^2) a^\pm \approx \pm \frac{da^\pm}{dz} + i(k_{z,m} - k_z) a^\pm, \quad (1.28)$$

für welche ein Exponentialansatz

$$a^\pm(z) = a_0^\pm \cdot e^{-i(k_{z,m} - k_z) \cdot z} \quad (1.29)$$

gewählt wird. Aus den Randbedingungen an den beiden Resonatorspiegeln der Reflektivität r_0 bei $z = 0$ und r_L bei $z = L$

$$a^+(0) = r_0 \cdot a^-(0) \quad (1.30)$$

$$a^-(L) = r_L \cdot a^+(L)e^{-i2k_z L} \quad (1.31)$$

folgt die Schwellenbedingung an den Imaginär- und die Phasenbedingung an den Realteil von k_z

$$1 \stackrel{!}{=} r_L r_0 e^{-i2k_z L}. \quad (1.32)$$

Für den Realteil der Summe im Exponentialansatz (1.29) ergibt sich somit

$$\Re(k_{z,m} - k_z) = k_{z,m} - \frac{p\pi}{L}, \quad (1.33)$$

wobei p der ganzzahlige, longitudinale Modenindex ist. In dispersiven Materialien mit wellenlängenabhängigem Brechungsindex $n(\lambda)$ ist der Zusammenhang von Wellenzahl k und Wellenlänge λ

$$\frac{\Delta k}{\Delta \lambda} = -\frac{n(\lambda)2\pi}{\lambda^2} + \frac{n(\lambda)2\pi}{\lambda} \frac{\partial n}{\partial \lambda} = -\frac{2\pi n_g}{\lambda^2} \quad (1.34)$$

vom Gruppenindex n_g abhängig. Der spektrale Abstand zweier Resonatormoden mit gleichem lateralen Modenindex m und um Eins verschiedenem longitudinalen Index p ist somit

$$\lambda_p - \lambda_{p+1} = \frac{\lambda^2}{2Ln_g}, \quad (1.35)$$

der spektrale Abstand von zwei Moden mit gleichem longitudinalem Index und um Eins verschiedenem lateralen Index ist

$$\lambda_m - \lambda_{m+1} = \frac{\lambda^2}{2\pi n_g} (k_{z,m} - k_{z,m+1}) = \frac{\lambda}{n_g} (n_{eff,m} - n_{eff,m+1}). \quad (1.36)$$

Dabei ist $n_{eff,m} = k_{z,m}/k_0$ der effektive Index der Wellenleitermoden.