



Julia Bierbaum (Autor)

Gegenseitige Beeinflussung von Rissen und Beulen in schubbelasteten Aluminiumpanels



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/6624>

Copyright:

Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen, Germany

Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>

1 Motivation

Der Sicherheitsaspekt spielt bei der Entwicklung moderner Flugzeugkonzepte eine zentrale Rolle. Jeder Flugzeugunfall oder unvorhergesehene Vorfall führt zu einer detaillierten Untersuchung, die in vielen Fällen schärfere Richtlinien nach sich zieht. Als Beispiel sei der Aloha Airlines Flug 243 erwähnt, bei dem im Jahr 1988 nicht erkannte Materialermüdung in Kombination mit Korrosion ein Strukturversagen der Flugzeugrumpfschale zur Folge hatte. Als Maßnahme wurden unter anderem kürzere Inspektionsintervalle eingeführt [89]. Ein weiteres Beispiel sind die Risse in diversen A380-Flügeln, die 2012 zu kürzeren Inspektionsintervallen der Flügel und einer Nachbesserung in der Fertigung zur Behebung der Ursachen führten [95].

Die Gewährleistung der Sicherheitsaspekte wird für Flugzeugstrukturen über die nachgewiesene Zuverlässigkeit bei verschiedenen Belastungsszenarien erfüllt. Der Nachweis erfolgt sowohl über Versuche als auch über mathematische und/oder numerische Berechnungen (z.B. Finite Elemente Simulationen). Diese werden an gesamten Bauteilen (z.B. ganzes Flugzeug, vollständiger Flügel, ganzes Leitwerk, etc.) oder aber an einzelnen Komponenten (z.B. Rumpfausschnitt, Flügel-Rumpf-Anschluss) durchgeführt.

Zwei dieser Aspekte sind das Stabilitäts- und das Damage Tolerance Verhalten. Ersteres ist besonders für dünnwandige Strukturen, wie sie zum Beispiel im Flugzeugrumpf vorkommen, ein kritischer Fall. Tritt Instabilität auf, kann sie zu einer Beulverformung führen, die Strömungsablösungen oder im schlimmsten Fall das Totalversagen der Struktur zur Folge hat. Das Damage Tolerance Verhalten beschreibt die Eigenschaft, vorhandene Schäden bis zu einem gewissen Grad zu ertragen, ohne dass ein vollständiges Versagen der Struktur durch Bruch eintritt.

Beide Fachgebiete spielen bei der Entwicklung neuer Flugzeuge eine immer größere Rolle, da die Notwendigkeit nach Gewichtsreduzierung für einen nachhaltigen Betrieb zu einem immer größeren Ausreizen der Grenzen für vorhandene Materialien und Konzepte führt. Dies ist auch deshalb möglich, da die Auslegung von Leichtbaustrukturen dank moderner und rechnergestützter Methoden immer präziser möglich ist.

Bei der Auslegung hinsichtlich der Aspekte Stabilität und Damage Tolerance wird bei metallischen Strukturen im Allgemeinen davon ausgegangen, dass zwei verschiedene Belastungsarten die Ursache des jeweiligen Problems darstellen. Während ein Stabilitätsversagen in der Regel in druck- oder schubbelasteten Regionen auftritt und bei Flugzeugen beispielsweise in seitlichen Rumpfreionen oder auf der Flügeloberseite zum Hautbeulen führen kann, werden zugbelastete Bereiche, wie z.B. die Rumpfoberseite, auf Schädigungen in Form von Ermüdungsrissen untersucht. Somit werden beide Fachgebiete seit Jahren ausführlich betrachtet und die Möglichkeiten zur Vorausberechnung des Verhaltens von Strukturen weiterent-

1 Motivation

wickelt. Die Arbeiten beschränken sich aufgrund der unterschiedlichen, kritischen Belastungsfälle in der Regel auf eine der beiden Disziplinen.

Wenn anstelle von Ermüdungsrissen accidental damages berücksichtigt werden, die z.B. durch Fremdkörper (Steine, Metallteile, Werkzeuge, Vögel, etc.) entstehen, ist die Kombination beider Phänomene ein realistisches Szenario. Denn die versteiften, gekrümmten Rumpfschalen eines Flugzeuges sind häufig einer Torsionsbelastung ausgesetzt, was im ebenen Fall eine Schubbelastung darstellt. Durch ein solches, kombiniertes Auftreten entstehen Effekte, die sowohl das Damage Tolerance als auch das Stabilitätsverhalten beeinflussen.

Zum einen führt eine reine Schubbelastung in einem quadratischen, ebenen Panel bereits vor Eintreten einer Beulverformung zur Entstehung eines Spannungsfeldes, das sich in zwei Komponenten aufteilt. Es bildet sich ein diagonal verlaufendes Zugfeld im Panel aus, da die maximale Hauptspannung unter 45° angreift. Gleichzeitig entsteht eine Druckbelastung die senkrecht zum Zuganteil angreift. Somit wirkt bei einer reinen Schubbelastung immer auch eine Zugbelastung in dem Bauteil. Tritt ein accidental damage in diesem Bereich auf, stellt sich die Frage, inwiefern der Schaden durch die Schubbelastung zu einem Versagen im Sinne des Damage Tolerance Verhaltens der Struktur führt.

Zum anderen steigt bei einer Schubbelastung eines Panels mit Eintreten der Beulverformung die maximale Hauptspannung bei Betrachtung der Mittelebene schneller als es für den ungebeulten Zustand bei gleicher Last der Fall ist (vgl. Abbildung 1.1(a)). Je höher die Überschreitung der kritischen Schubkraft $F_{S,krit}$ ist, desto größer ist die Differenz zwischen der Belastung eines ebenen und eines gebeulten Zustandes. Somit ist auch die Beanspruchung eines Risses im gebeulten Zustand stärker, was einen starken Einfluss auf das Risswachstum erwarten lässt.

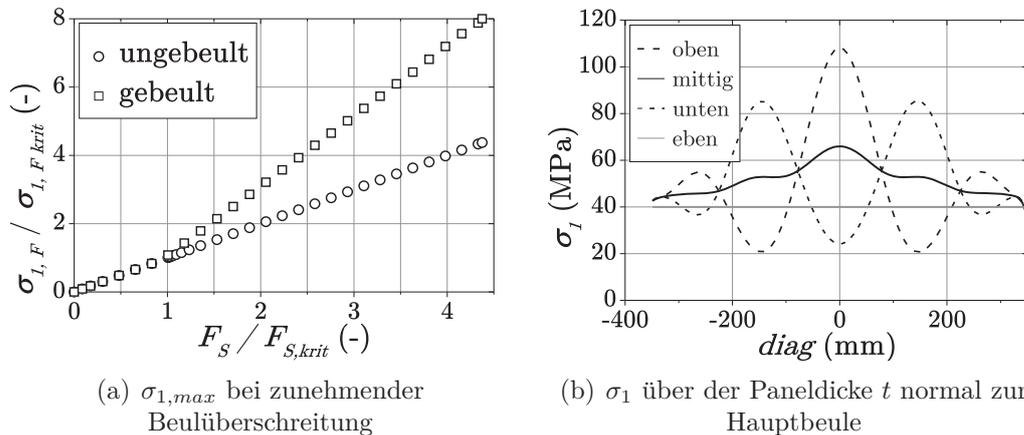


Abbildung 1.1: Vergleich der Hauptspannung σ_1 im ebenen und im gebeulten Zustand

Des Weiteren lassen sich aufgrund der Spannungsverteilung im gebeulten Panel Einflüsse auf einen Riss vermuten: Im Bereich der Hauptbeule ist der Wert der maximalen Hauptspannung am größten und nimmt im Übergang zu den Nebenbeulen

ab (vgl. Abbildung 1.1(b)). Der Spannungszustand im Panels und damit die Beanspruchung eines Risses ist in einem gebeulten Schubpanels demzufolge nicht überall identisch, sondern von der Stärke der Beule und der Beulform abhängig.

Außerdem entsteht aufgrund der Beulverformung auch ein starkes Biegemoment über der Paneldicke. Während die maximale Hauptspannung im ebenen Fall über der gesamten Dicke des Panels identisch ist, steigt der Zuganteil mit der Beulverformung auf der Beulaußenseite an. Auf der Beulinnenseite hingegen wirkt sich der Druckanteil stärker aus (vgl. Abbildung 1.1(b)). Dieser potenzielle Einfluss des Biegemoments auf einen Riss soll ebenfalls untersucht werden.

Ziel dieser Arbeit ist es den aufgrund der genannten Effekte wechselseitigen Einfluss von Rissen und Schubbeulen in ebenen, unversteiften Aluminiumstrukturen zu beschreiben. Sowohl die Versteifungen als auch Krümmung der realen Flugzeugpanels werden dabei nicht berücksichtigt, um zum einen die Einflussparameter überschaubar zu halten, zum anderen die vorhandene Versuchsanlage am Institut für Flugzeugbau und Leichtbau der Technischen Universität Braunschweig nutzen zu können. Bei den Untersuchungen stehen sowohl das veränderte Beulverhalten aufgrund der Schädigung als auch das Risswachstum resultierend aus der Beulbelastung im Fokus. Es soll eine Abschätzung der zu ertragenden Lastwechsel eines Panels nach Auftreten eines Risses für die Kombination beider Vorfälle ermittelt werden, um die Empfindlichkeit der wechselseitigen Beeinflussung bewerten zu können. So ist es möglich die Auswirkungen von Rissen in schubbeanspruchten Bereichen und die daraus resultierende Notwendigkeit zur Ergreifung möglicher Maßnahmen zu beurteilen.

1.1 Stand der Forschung

Untersuchungen zum Stabilitäts- und Damage-Tolerance-Verhalten sind seit den 60er Jahren bis heute ein zentrales Thema in der Forschung und Entwicklung. So wurden in den vergangenen Jahren im Bereich des Stabilitätsverhaltens zum Beispiel Untersuchungen zum Nachbeulverhalten von versteiften und unversteiften Strukturen bei unterschiedlichen Belastungen und Materialien (z.B. Mariano et al. [5], Horst [38], Heitmann [35], Mallela et al. [50], Sun et al. [82]) oder zur Optimierung nicht konventioneller Strukturen als Flugzeugrumpfversteifungen (z.B. Klinzmann [43], Mulani et al. [54]) durchgeführt. Außerdem sind mittels praktischer Versuche und Simulationsmethoden Schädigungen und Risse sowie Risswachstum sowohl für metallische als auch Faserverbundwerkstoffe bei verschiedenen Beanspruchungen untersucht und beurteilt worden (z.B. Adden [1], Aliabadi [2], Häusler [39], Moreira et al. [52], Ritchie et al. [71], Shen et al. [77]). Da in der Literatur eine Vielzahl von Veröffentlichungen zu jeweils einer der beiden Disziplinen zu finden ist, ist eine vollständige Darstellung an dieser Stelle nicht sinnvoll. Es wird daher nur der Stand der Forschung von kombinierten Belastungen in Metallen berücksichtigt.

1 Motivation

1.1.1 Einfluss von Rissen auf das Stabilitätsverhalten

Der Einfluss von Rissen auf das Stabilitätsverhalten unterschiedlicher Strukturen wird häufig mit Hilfe der Finiten Elemente Methode analysiert. Als Vergleichswert dient der kritische Eigenwert einer gerissenen Struktur.

Brighenti [17, 18, 19] untersucht den Einfluss von unterschiedlichen Querkontraktionszahlen, Risspositionen und -orientierungen sowie Einspannungszuständen auf den kritischen Beulwert von gerissenen, ebenen Rechteckpanels unter axialer Zug- und Druckbelastung. Die wesentlichen Erkenntnisse sind, dass bei Druckbelastungen nur die Einspannungsart von Bedeutung ist und der kritische Beulwert mit zunehmender Risslänge sinkt. Unter Zugbelastung entstehen lokale Beuleffekte, die den Riss ebenfalls beeinflussen.

Vaziri et al. [90] vergleichen gerissene Rumpfstrukturen, die mit Innendruck- und axialer Druckbelastung beaufschlagt werden. Dabei steht die Veränderung des Beulverhaltens mit unterschiedlicher Lastverteilung (von reiner Axialdruck- bis zu reiner Innendruckbelastung) im Fokus. Sie zeigen auch, dass der kritische Schubbeulwert bei Rissen in axialer Richtung mit zunehmender Risslänge sinkt. Dies wird auch von Rose et al. [72] für die numerische Untersuchung des Verhaltens von Längsrissen in gekrümmten Rumpfstrukturen mit Schalelementen bestätigt.

Gerissene Schalen unter Schubbelastung werden von Alinia et al. [3, 4] ebenfalls in einer umfangreichen FE-Analyse betrachtet. Auch hier steht die Veränderung des Beulwerts im Fokus, der Einfluss auf Rissfortschrittsparameter wird nicht betrachtet. Die wesentlichen Erkenntnisse sind, dass der Beulwert mit zunehmender Risslänge sinkt und Risse im Zugfeld der Beule kritischer zu bewerten sind als in den Druckbereichen. Dies spiegelt sich auch in der Bedeutung der Rissposition (im Randbereich oder Zentrum des Panels) und -orientierung für die Verringerung der Steifigkeit und die Durchbiegung des Panels im Nachbeulbereich wider. Hierbei ist ein Riss mitten in der Platte, der quer zur Beule liegt, der kritischste Fall.

Alle hier genannten Untersuchungen lassen den Einfluss der Beulen auf den Rissfortschritt außer Acht.

1.1.2 Einfluss von Krümmungen auf Risse

Folias [28], [29] präsentiert als einer der ersten einen mathematischen Zusammenhang zwischen Spannungsintensitätsfaktoren und der Krümmung einer Schale. Dabei nimmt der Spannungsintensitätsfaktor aufgrund der Krümmung zu. Diese rein mathematischen Betrachtungen basieren auf jeweils einem einzigen Lastfall bzw. einer vorgegebenen Krümmung (sphärisch, zylindrisch) und berücksichtigen ausschließlich die Initialkrümmung, aber nicht die Veränderung des Risses oder des damit verbundenen Beulverhaltens.

Risse und ihr Aufbiegeverhalten in Schalen-Rumpfstrukturen, die mit Innendruck belastet werden, betrachten Rahman et al. für unversteifte, versteifte und genietete Bauteile mittels nichtlinearer Finiten Elemente Berechnungen [63]. Dabei nimmt das Aufbiegen mit zunehmender Risslänge bei konstanter Last zu, bei steigender Last

und konstanter Risslänge jedoch ab, da der Riss aufgrund der steigenden Umfangsspannung „gerade gezogen“ wird. Die Variation der Krümmung und der Zusammenhang zwischen Aufbiegen und Spannungsintensitätsfaktoren wird dabei nicht berücksichtigt.

Vergleichbare Berechnungen gibt es auch von Young et al. [102]. Der Biegefaktor stellt das Verhältnis zwischen den Spannungsintensitätsfaktoren einer ebenen und gekrümmten Schale dar. Zusätzlich zu den von Rahmann präsentierten Ergebnissen stellt Young eine Zunahme des Biegefaktors bei steigender Krümmung der Schale fest.

Desweiteren zeigen FE-Berechnungen an versteiften, gekrümmten Rumpfstrukturen unter axialer Drucklast, dass lokales Hautbeulen in der Regel eine Steigerung der Spannungsintensitätsfaktoren zur Folge hat, da sich sowohl die Längs- als auch Umfangsspannungen verändern (vgl. Young [103]). Dabei wird eine Abhängigkeit der Risslänge und -position festgestellt. Experimentelle Vergleiche werden nicht dargestellt.

Obodan et al. [57] untersuchen den Einfluss von Krümmungen auf das J -Integral. Sowohl analytisch, numerisch als auch experimentell bestätigt er, dass mit zunehmender Krümmung auch der Wert des J -Integrals aufgrund der höheren Biegung des Risses steigt. Je kürzer der Riss ist, desto stärker ist der Einfluss der Krümmung auf das Risswachstum.

Die FE-Berechnungen von Rissen in innendruckbelasteten, versteiften Rumpfstrukturen bei Tavares et al. [87] beschreiben die Rissfront über der Dicke und darüber den Einfluss der Biegung auf den Riss. Die Arbeit bestätigt, dass die Spannungsintensitätsfaktoren durch das Aufziehen des Risses steigen. Außerdem wird die Rissfront über der Dicke unterschiedlich belastet und verläuft demzufolge schräg über der Dicke.

Eine numerische Berechnungsmethode für die Risspitzenbelastung von Mixed-Mode Problemen einschließlich Biegung geben sowohl Rankin et al. [64] als auch Viz et al. [91]. Weiterführende Arbeiten ergänzen die Betrachtung auf komplexe, dreidimensionale Mixed-Mode Belastung aufgrund von nichtebenen Scher-, Torsions- und Biegebelastungen. Eine FE-Analyse der Risspitzenbelastung zeigt, dass eine ebene Plattentheorie für die Beschreibung von z.B. nichtebenen Scherbeanspruchungen in unmittelbarer Risspitzenumgebung nicht ausreicht. Lokale 3D-Effekte führen zu Abweichungen der klassischen Theorien. Dabei steht aber die Beschreibung der Risspitzenbeanspruchung und nicht das Rissfortschrittsverhalten im Vordergrund. (vgl. Zehnder et al. [105])

In entsprechenden Mode-I/Mode-III-Versuchen treten Kontaktprobleme der Rissflanken auf, die bei steigender Risslänge das Risswachstum mindern. Ohne Kontakt weisen Zehnder et al. auch experimentell einen Einfluss der Scherbeanspruchung auf das Risswachstum mit verringerter Restfestigkeit nach (vgl. Zehnder et al. [104], Yan et al. [101]).

Diese Darstellung ist nicht vollständig, zeigt aber, dass es eine wechselseitige Beeinflussung von Rissen und Beulen gibt. In keiner dieser Arbeiten liegt eine Schubbe-

1 Motivation

lastung als Ursache für die Beule zugrunde noch wird das Rissfortschrittsverhalten näher betrachtet.

1.2 Darstellung der Vorgehensweise

In den folgenden Kapiteln werden die Vorgehensweisen und Ergebnisse der in dieser Arbeit durchgeführten Versuche und Berechnungen an schubbelasteten, gerissenen Aluminiumpanels dargestellt. Zum leichteren Verständnis wird ein kurzer Überblick über den Aufbau und die Struktur der Arbeit gegeben.

Kapitel 2 stellt zunächst die Grundlagen bereit, die für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit notwendig sind. Es beinhaltet sowohl die Grundgedanken der linear-elastischen Bruchmechanik als auch analytischen Methoden für ihre Berechnung. Desweiteren werden analytische Verfahren zur Berechnung von Stabilitätsproblemen von ebenen Schubpanels vorgestellt. Es wird außerdem die Methode der Finiten Elemente erläutert. Dabei liegt der Fokus auf der Bereitstellung numerischer Ansätze zur Lösung bruchmechanischer und geometrisch nichtlinearer Probleme. Letztere sind für die numerische Analyse von Stabilitätsproblemen notwendig. In Kapitel 3 folgt eine Darstellung der Schubversuche, die an unversteiften, gerissenen Aluminiumpanels durchgeführt werden. Ziel dieser Versuche ist es, grundsätzliche Erkenntnisse über die Interaktion von Rissen und Beulen zu gewinnen. Somit stellen die Variationen von Versuchs- und Panelparametern die Basis der Arbeit dar. Die Ergebnisse der Versuche werden ausführlich diskutiert und verglichen. Anhand einer Betrachtung möglicher Einflussparameter auf die Versuche werden die Ursachen für die Streuungen der Ergebnisse erörtert.

Die Versuchspanels werden mittels der Finiten Elemente Methode (FEM) simuliert. Die Simulation ermöglicht unter anderem durch die Auswertung der Rissspitzenumgebung mithilfe der Spannungsintensitätsfaktoren K eine tiefer gehende Betrachtung der im Versuch beobachteten Phänomene. Sowohl das Vorgehen als auch die Ergebnisse werden in Kapitel 4 präsentiert. Nach der Darstellung der Modellierungsaspekte und Berechnungsmethoden, werden die FE-Modelle anhand der Versuchsergebnisse validiert. Anschließend erfolgt die Darstellung und der Vergleich der FE-Ergebnisse sowohl untereinander als auch mit den Versuchsergebnissen.

Auf den Erkenntnissen der Versuchs- und FE-Ergebnisse basieren drei Ansätze zur Rissfortschrittsberechnung, die in Kapitel 5 hergeleitet und erläutert werden. Sie prognostizieren die Rissfortschrittsgeschwindigkeit für verschiedene Versuchskonfigurationen. Es wird zum einen sowohl die Spannungsverteilung eines ungebeulten, ungerissenen als auch eines gebeulten, ungerissenen FE-Modells genutzt, zum anderen die Ergebnisse der K -Faktoren aus den FE-Berechnungen. Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse von drei Fällen (1. ebenen, 2. gebeult ohne Wechselwirkung und 3. gebeult mit Wechselwirkung der out-of-plane Verformung bei Risswachstums) verdeutlicht den Einfluss der Beulverformung auf den Rissfortschritt.

Kapitel 6 fasst die wesentlichen Ergebnisse aus den Versuchen und Modellen zusammen. Abschließend erfolgt ein Ausblick auf mögliche, weiterführende Arbeiten.

2 Grundlagen

Im Folgenden sollen die grundlegende Ansätze und Berechnungsmethoden bereitgestellt werden, die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet werden. Dazu zählen in erster Linie analytische und numerische Methoden der Bruchmechanik sowie der Stabilitätstheorie.

2.1 Bruchmechanik

Im Rahmen der Bruchmechanik werden Versagens- und Bruchprozesse von Strukturen beschrieben, die ihren Ursprung zum Beispiel in unvermeidlichen Materialdefekten, konstruktionsbedingten Fehlern oder auch Schädigungen des Bauteils durch externe Eingriffe haben. Da Defekte wie Fehlstellen oder Poren im Material zum Teil naturgemäß gegeben sind, verfolgt die Bruchmechanik den Ansatz, ihre Beanspruchung in Abhängigkeit von der Geometrie des Bauteils, der Belastung, dem Material und dem Defekt selbst zu beschreiben. Diese Beanspruchung wird mit einem bruchmechanischen Kennwert verglichen, so dass über den Vergleich eine Bewertung erfolgt, beispielsweise ob die Sicherheit und Funktionalität des Bauteils trotz des Risses gewährleistet ist oder kurz-/längerfristig kritisch wird. Der Grundgedanke ist, dass der Riss sich dann ausbreiten wird, wenn eine kritische Belastung oder Verschiebung an der Risspitze überschritten wird. (vgl. Kuna [47])

Die linear elastische Bruchmechanik setzt perfekt elastisches Material voraus. Da duktile Werkstoffe wie das im Rahmen dieser Arbeit verwendete Aluminium diese Voraussetzung nicht erfüllen, müssen Einschränkungen gelten.

1. Die Verformungen sind reversibel.

2. Vorhandene Nichtlinearitäten sind im Verhältnis zum restlichen Bauteil oder der Risslänge auf ein sehr kleines Gebiet beschränkt.

Deshalb können sie vernachlässigt und das Verformungsverhalten des gesamten Bauteils mithilfe des Hooke'schen Gesetzes beschrieben werden (vgl. Hahn [34]):

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.1)$$

Diese Annahme der lokalen Beschränkung ist nur für makroskopische Betrachtungen zulässig, das heißt auf Bauteilebene im Millimeterbereich. Auf kleinerer Ebene, z.B. der Nano- oder Meso-Ebene, werden Bruchvorgänge im Rahmen der Materialwissenschaften ebenfalls beschrieben. In diesen Größenordnungen bestimmen atomare Bindungen oder das Materialgefüge das Rissverhalten, so dass z.B. spezifische Materialmodelle zur Beschreibung notwendig sind. (vgl. Gross et al. [33], Liebowitz [48]) Diese Arbeit beschränkt sich ausschließlich auf die Betrachtung auf makroskopischer Ebene, um dem Aspekt des Hautbeulens gerecht zu werden.

2 Grundlagen

2.1.1 Rissbeanspruchungsarten

Risse werden in drei grundlegende Beanspruchungsarten eingeteilt (vgl. z.B. Hahn [34], Richard et al. [70]). Über die Öffnungsart bezogen auf die Rissfront bzw. -ebene bedingt durch die Belastung werden folgende Rissmodi charakterisiert:

- Mode I entsteht durch Normalbeanspruchungen (vgl. Abbildung 2.1(a)) und wird Öffnungsmodus genannt.
- Mode II entsteht durch Gleiten der Rissoberflächen in entgegengesetzte Richtungen (vgl. Abbildung 2.1(b)). Er wird als ebener, transversaler Schermodus bezeichnet.
- Mode III entsteht durch Gleiten der Rissoberflächen quer zueinander (vgl. Abbildung 2.1(c)). Er heißt nichtebener, longitudinaler Schermodus.

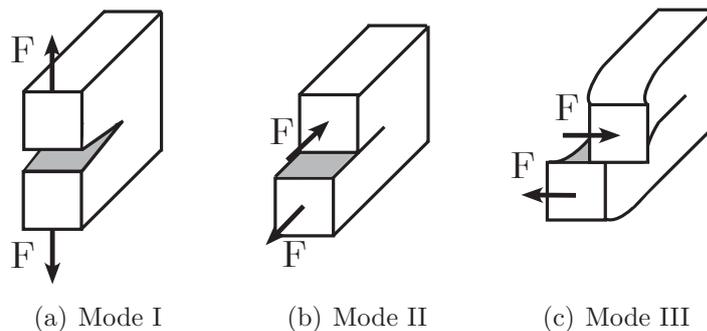


Abbildung 2.1: Prinzipskizze der drei grundlegenden Rissmodi [47]

Alle Rissöffnungsarten lassen sich auf diese drei Modi zurückführen. Überlagern sie sich, wird von einer Mixed-Mode Belastung gesprochen (vgl. Kapitel 2.1.3).

2.1.2 Spannungs- und Verschiebungsfeld an einer Risspitze

Die Beschreibung des Spannungsfeldes an einer Risspitze basiert auf Arbeiten von Griffith [32] und Westergaard (in [84] und [97]). Irwin [40] formulierte den folgenden Ansatz für eine ideal scharfe Risspitze (der physikalisch endliche Kerbradius wird als Null angenommen) in einer unendlichen Scheibe unter einachsiger Zugbelastung σ normal zur Rissflanke. Dabei ist der betrachtete Radius r um die Risspitze deutlich kleiner als die halbe Risslänge a ($r \ll a$). Die Lösung des Randwertproblems eines solchen Risses (idealer Mode I-Fall) beschreibt in Polarkoordinaten r und θ geschrieben den Spannungszustand an der Risspitze:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \left[1 - \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right] \\ \cos\frac{\theta}{2} \left[1 + \sin\frac{\theta}{2} \sin\frac{3\theta}{2} \right] \\ \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} f_{11}^I(\theta) \\ f_{22}^I(\theta) \\ f_{12}^I(\theta) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Für die beschriebene Risskonfiguration und den speziellen Belastungsfall einer reinen Zugspannung σ gilt für den Spannungsintensitätsfaktor K_I (auch K -Faktor genannt)

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \quad (2.3)$$

In vergleichbarer Weise kann auch eine Lösung für das Verschiebungsfeld an der Risspitze gefunden werden:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} &= \frac{K_I}{2G_S} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (\kappa - \cos(\theta)) \begin{Bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ \sin\frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2G_S} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} g_1^I(\theta) \\ g_2^I(\theta) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

mit $\kappa = 3 - 4\nu$ für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) bzw. $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ für den ebenen Spannungszustand (ESZ). G_S ist der Schubmodul, der sich für isotrope Materialien wie folgt berechnet:

$$G_S = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.5)$$

Für eine detaillierte Herleitung dieser asymptotischen Nahfeldlösungen sei auf die Literatur verwiesen (z.B. Hahn [34], Kuna [47], Richard et al. [70]).

Für ein gerissenes Bauteil in einer unendlichen Scheibe unter ebener Schubbelastung (Mode II-Riss) ergibt sich äquivalent zu Gleichung 2.3:

$$K_{II} = \tau \cdot \sqrt{\pi a} \quad (2.6)$$

mit einem zu Gleichung 2.2 vergleichbaren Gleichungssystem.

Mit der Einschränkung der Gültigkeit für kleine Radien r um die Risspitze ist dies ein weit verbreiteter Ansatz. Er besagt, dass unabhängig vom Belastungsfall für $r \rightarrow 0$ eine Spannungssingularität um die Risspitze herrscht, die proportional zu $\frac{1}{\sqrt{r}}$ ist.

Plastische Zone an der Risspitze

Die Spannungssingularität führt aufgrund der lokalen Spannungsüberhöhung und der damit überschrittenen Fließgrenze des Materials zur Ausbildung einer plastischen Zone in der Rissspitzenumgebung. Eine Abschätzung des Gebiets, in dem die Fließgrenze überschritten wird, führt zu einer typischen Nierenform um die Risspitze. Sie ist für den ebenen Spannungszustand (ESZ) in Abbildung 2.2(a) prinzipiell dargestellt. Abbildung 2.2(b) zeigt die Veränderung der plastischen Zone im Bereich des ebenen Dehnungszustandes (EVZ) anhand eines dicken Bauteils.

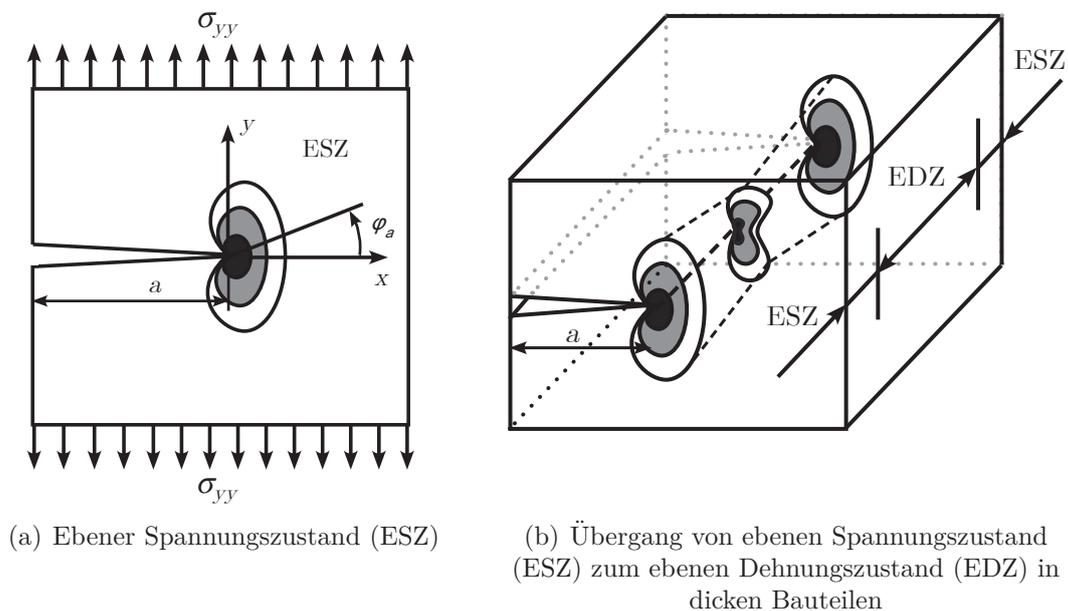


Abbildung 2.2: Prinzipielle Darstellung der plastischen Zonen an Risspitzen nach [70]

Die plastische Zone bewirkt eine theoretische Verlängerung des vorhandenen Risses und lässt sich für idealisierte Zustände berechnen (vgl. z.B. Dugdale [24], Irwin et al. [41], Rice [66] und [67]). Unter der Annahme, dass die plastische Zone um die Risspitze sehr klein ist, gelten weiterhin die Theorien der linearen elastischen Bruchmechanik.

2.1.3 Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren K

Der in Kapitel 2.1.2 eingeführte Spannungsintensitätsfaktor K hängt vom Rissmodus ab. Da für einen Mode I-Riss sowohl die Spannung σ als auch die Risslänge a in die Berechnung eingehen (vgl. Gleichung 2.3) eignet sich K als Parameter, um die Beanspruchung unterschiedlicher Risskonfigurationen direkt miteinander vergleichen zu können.