



---

# 1. Einführung

Baugruppen im Submikro- und Nanobereich werden für zukünftige Technologien zunehmend an Bedeutung gewinnen. Derzeit werden im Mikro- und Nanobereich schwerpunktmäßig die Herstellung schichthafter Strukturen (Sensoren, Transistoren, funktionelle Schichten etc.) sowie die Herstellung synthetischer Nanopartikel mit besonderen Eigenschaften (Katalysatoren, Optoelektronik, medizinische Diagnostik etc.) forciert. Die Herstellung und Anwendung freistehender Bauteile im Submikro- und Nanobereich ist auch aufgrund der erschwerten Umsetzung bisher kaum erforscht, obschon freistehende Bauteile markante Vorteile besitzen. Generell benötigen kleine Systeme wenig Ressourcen, sind leicht und energiesparend. Hierdurch kann ein großes Funktionsspektrum bei einer hohen Funktionsdichte ermöglicht werden. Weiterhin können Systeme mit Abmessungen im Submikro- und Nanobereich in Bereichen eingesetzt werden, in denen Mikrosysteme keinen Zugang haben. Im medizinischen Bereich können das beispielsweise kleinste Gefäße (Kapillaren) mit einem Durchmesser von  $d < 5 \mu\text{m}$  sein. Nanopartikel und freistehende Strukturen sind nicht substratgebunden und können daher unabhängig vom Ort, als Pulver oder in Dispersion, vielseitig eingesetzt werden. Das Umformen ermöglicht die Strukturierung freistehender Bauteile und ist, aufgrund der universellen Werkzeuge, flexibel in der Fertigung. Für mechanische und elektrische Mikro- und Nanosysteme können somit freistehende, individuelle Bauteile hergestellt oder angepasst werden. Daneben können, abgesehen von den mechanischen und elektrischen Eigenschaften, ebenso die magnetischen und thermischen Besonderheiten von Metallen in Form freistehender Bauteile genutzt werden.

## 1. Einführung

---

Das Umformen metallischer Strukturen im Submikrometerbereich wurde erstmals von Rösler et al. [83] beschrieben. Dabei wurden kubische  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Partikel zu flachen Scheiben gestaucht und Umformkräfte gemessen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde neben dem

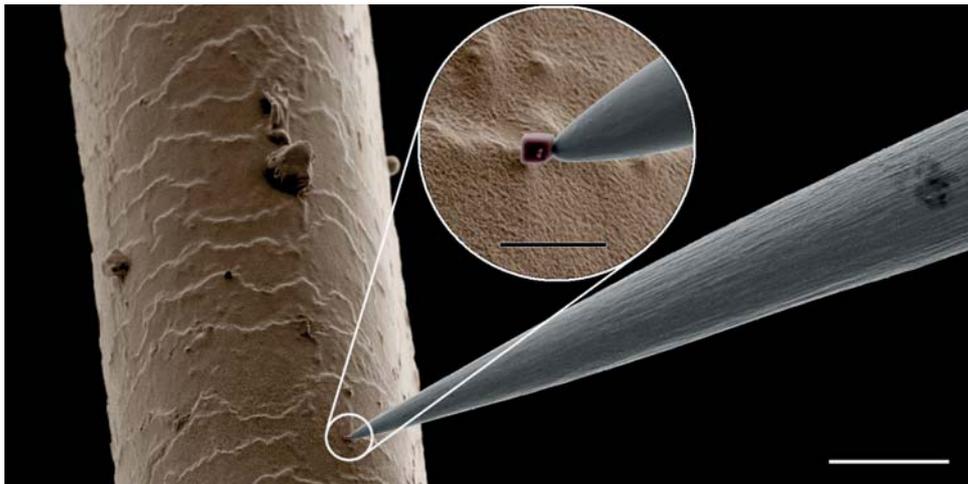


Abbildung 1.1.: Vergleich  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Nanopartikel – menschliches Haar. (Maßstab: Übersicht  $20\ \mu\text{m}$  und Detail  $1\ \mu\text{m}$ )

Stauchten eine Vielzahl weiterer Umformverfahren untersucht und entwickelt. Dies ist im Besonderen auf den Einsatz optimierter und gänzlich neu gestalteter Werkzeuge zurückzuführen. In diesem Zuge sind ebenso die umzuformenden Teile (Halbzeuge) zu erwähnen, für die in dieser Arbeit eine elektrochemische Herstellungsrouten entwickelt wurde. Die hiermit erzielten stabförmigen Halbzeuge aus Wolfram und Titan wurden schließlich, mittels des Umformens, zu definierten Geometrien und ersten Bauteilen umgeformt.

Die vorliegende Arbeit beschreibt zunächst die Besonderheiten bei der Verkleinerung von Strukturen. Im Mikroskopischen skalieren physikalische und chemische Gesetzmäßigkeiten auf unterschiedliche Art. Dies äußert sich in einem zum Makroskopischen teils

---

gravierend verschiedenen Verhalten. In Kapitel 2 wird auf die größenabhängigen Besonderheiten eingegangen und dies an physikalischen Kräften exemplarisch erläutert. Weiterhin wird auf den mechanischen Größeneffekt an unter uniaxialem Druck beanspruchten  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Partikeln eingegangen und die im Rahmen dieser Arbeit erzielten Ergebnisse aufgezeigt. Weitere Phänomene wie die Kohlenstoffdeposition im Rasterelektronenmikroskop und Aufladungseffekte sowie deren Einfluss auf die Manipulation und das Umformen, werden im Anschluss diskutiert.

In Kapitel 3 wird eine Übersicht der Fertigungsverfahren gegeben und diesbezüglich aktuelle Forschungsergebnisse im Mikro- und Nanobereich eingeordnet. Dabei wird die Einteilung nach DIN 8580 mit den Fertigungsverfahren Urformen, Umformen, Fügen, Trennen, Beschichten und Stoffeigenschaften ändern verwendet. Innerhalb der jeweiligen Fertigungsverfahren wird auf verschiedene Untergruppen eingegangen und deren Anwendbarkeit und Relevanz für die Herstellung funktionaler Strukturen im Mikro- und Nanobereich diskutiert. Dieser Abschnitt soll auch Schnittpunkte der einzelnen Verfahren aufzeigen und Anregung geben, deren Eigenschaften für künftige Untersuchungen zu verknüpfen. Aus der Übersicht der Fertigungsverfahren wird das Umformen als Schwerpunkt dieser Arbeit näher betrachtet. In bewertender Weise (siehe Kapitel 3.2) werden die verschiedenen Umformverfahren vorgestellt und deren Umsetzbarkeit diskutiert. Es werden Kriterien für die Wahl und Durchführung der verschiedenen Umformtechniken definiert. Die Umformverfahren werden nach der Beanspruchungsart in Druck, Zugdruck-, Zug-, Biege- und Schubumformverfahren unterteilt. Zudem wird das Zerteilen als Trennverfahren berücksichtigt, da zahlreiche Parallelen in Aufbau und Prozessablauf zum Umformen gegeben sind. Nach einer kritischen Betrachtung eignen sich besonders die Druckumformverfahren wie das Frei- und Gesenkformen, das Biege- und



## 1. Einführung

---

Schubumformen mit geradliniger Werkzeugbewegung sowie das Zerteilen.

Der Versuchsaufbau sowie die Herstellung benötigter Werkzeuge und Halbzeuge werden im Kapitel 4.1 und 4.2 beschrieben. Die Steuerung der Umform- und Manipulationsbewegungen erfolgt unter Verwendung sog. Mikromanipulatoren in einem Rasterelektronenmikroskop. Die Piezomotoren der Mikromanipulatoren ermöglichen die Bewegung in mehrere Bewegungsachsen im Nanobereich und erlauben die Positionierung in einem großen Arbeitsbereich. In die Aufnahme der Mikromanipulatoren werden Werkzeuge und Halbzeuge in Form eines Drahtes mit einem Durchmesser  $d = 0,5 \text{ mm}$  eingesetzt. Neben diesen manipulatorischen Werkzeugen und Halbzeugen werden weitere Werkzeuge hergestellt, die in Verbindung mit den manipulatorischen Werkzeugen ein großes Funktionsspektrum für das Umformen abdecken. Die Fertigung der Werkzeuge und Halbzeuge wird nach der Herstellungsart beschrieben. In einem elektrochemischen Abtragprozess im Bereich der Spitze werden alle manipulatorischen Werkzeuge und Halbzeuge in Form eines  $d = 0,5 \text{ mm}$  Drahtes aus reinem Wolfram und Titan hergestellt. Freistehende kubische  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Halbzeuge mit einer Kantenlänge von  $300 \text{ nm}$  bis  $600 \text{ nm}$  werden ebenfalls in einem elektrochemischen Prozess hergestellt, indem die Partikel als  $\gamma'$ -Phase aus der Nickelbasis-Superlegierung CMSX-4 extrahiert werden. Der fokussierte Ionenstrahl ermöglicht die Herstellung verschiedener Werkzeuge aus Silizium. Daneben werden drei weitere Herstellungstechniken für Werkzeuge als Gesenkform aus Silizium erläutert.

Der Abschnitt 4.3 dieses Kapitels befasst sich mit der Anwendung der Umformverfahren im Submikro- und Nanobereich und orientiert sich an den theoretischen Vorbetrachtungen der Umformverfahren. Das Freiformen, das Gesenkformen, das Biegeumformen, das Schubumformen und das Zerteilen werden

---

detailliert betrachtet. Dabei werden verschiedene Werkzeuge und Techniken für das Umformen der stabförmigen Halbzeuge aus Wolfram und Titan und der  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Halbzeuge angewendet. Die Gestaltung des Bauteils wird für jeden Umformschritt in situ im Rasterelektronenmikroskop verfolgt, sodass die plastische Formgebung direkt überprüft und gesteuert werden kann. Am Beispiel des Freiformens werden Techniken wie das Stauchen, Anstauchen, Recken und Absetzen mit verschiedenen Werkzeugen und Halbzeugen beschrieben. Die mit dem Recken erreichte kleinste Objektabmessung liegt im Bereich von 20 nm bis 30 nm. Mit dem Gesenkformen ist die Fertigung von Zahnradgeometrien durch Umformen von  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Partikel formfüllend realisierbar und stabförmige Halbzeuge werden zwischen konturierten Gesenkflächen zu einer Zahnwelle umgeformt. Das Biegen wird unter anderem in Form des Gesenkbiegens an einem flachen, stabförmigen Halbzeug zu einer Halbkreisform demonstriert. Weiterhin zeigt das Fertigungsverfahren Zerteilen am Beispiel des Beißschneidens das unproblematische Trennen stabförmiger Halbzeuge.

In der vorliegenden Arbeit werden weiterführende Untersuchungen als Basis für zukünftige Forschungstätigkeiten im Kapitel 5 vorgestellt. Dabei werden Lösungen für problematische Umformtechniken diskutiert und Optimierungsmöglichkeiten verwendeter Verfahren ausgewertet. Unter anderem werden Lösungen für das Zugdruckumformverfahren Tiefziehen und Möglichkeiten der Werkzeugoptimierung für das Biegen und Zerteilen vorgestellt sowie Lösungen für die Werkstückentnahme aus Gesenkformen diskutiert. Ferner werden Schnittpunkte zwischen dem Umformen und weiteren Fertigungstechniken, wie der Bearbeitung mit dem fokussierten Ionenstrahl aufgezeigt. Im Zuge dessen werden mechanische Prinzipien wie ein Kugelgelenk oder eine Klippverbindung als Beispiele für die Kombination verschiedener Fertigungstechniken vorgestellt.



## 1. Einführung

---

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung der fundamentalen Ergebnisse und zeigt die zukünftigen Möglichkeiten des Umformens im Submikro- und Nanobereich in einem Ausblick auf.

## 2. Besonderheiten im Submikro- und Nanobereich

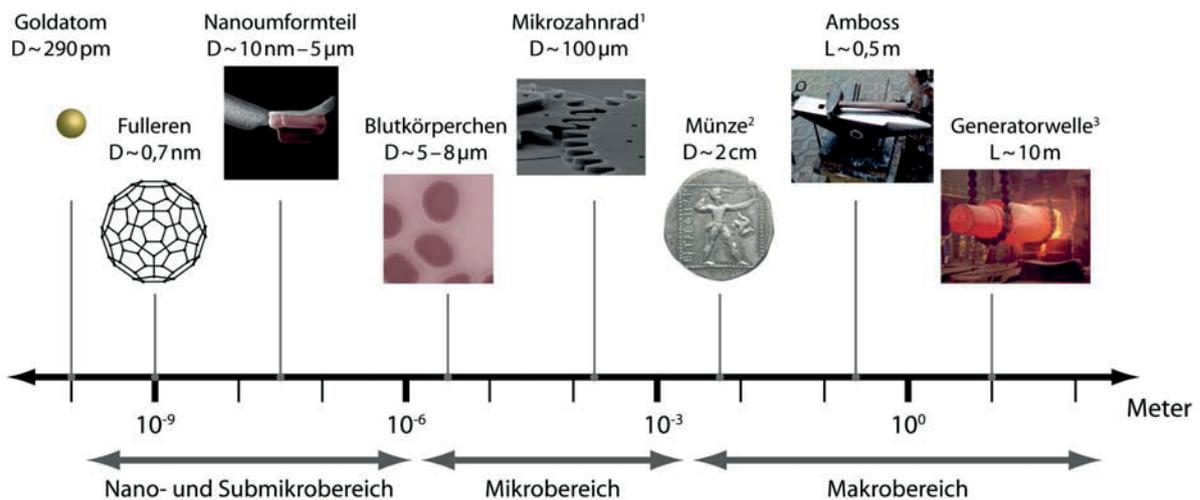


Abbildung 2.1.: Einordnung der Größenskalen. (Verwendung mit freundlicher Genehmigung von <sup>1</sup>Sandia National Laboratories [16], <sup>2</sup>Roland Müller [70] und <sup>3</sup>Hartmut Kluck [53]).

Das Verhalten von Objekten im Submikro- und Nanobereich weicht teils erheblich von den makroskopischen Eigenschaften ab. Physikalische und chemische Gesetzmäßigkeiten skalieren auf unterschiedliche Art. Dies äußert sich in einem zum Makroskopischen teils gravierend verschiedenen Verhalten. Die Definition des Nanobereichs wird zumeist für Objekte mit mindestens zwei Dimensionen in der Größenordnung von 1 nm bis 100 nm verwendet. Darüber bis unter 1  $\mu\text{m}$  bezeichnet den sog. Submikrobereich. Abbildung 2.1 zeigt eine Übersicht der Größenordnungen. Teilt man beispielsweise einen Würfel von 1 cm Kantenlänge in Würfel der Kantenlänge 100 nm, so erhält man  $10^{15}$  Würfel (siehe Vergleich

## 2. Besonderheiten im Submikro- und Nanobereich

---

Abbildung 2.2). Die Oberfläche der 100 nm Würfel liegt in ihrer Gesamtheit um das  $10^{10}$ -fache höher, als der des 1 cm Würfels bei gleichem Volumen (Masse). Die relative Vergrößerung der Oberfläche ist folglich maßgeblich für die besonderen Eigenschaften in kleinen Größenskalen verantwortlich.

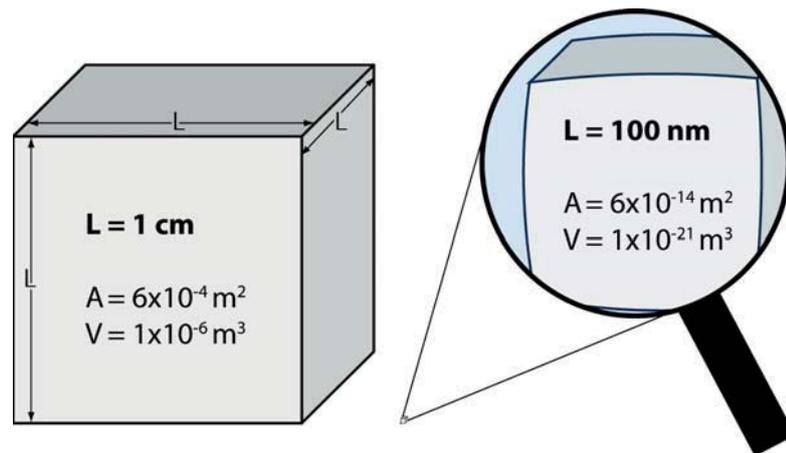


Abbildung 2.2.: Vergleich von Würfeln mit 1 cm und 100 nm Kantenlänge.  $10^{15}$  Würfel der Kantenlänge 100 nm haben, bei gleichem Volumen (Masse) wie ein Würfel mit 1 cm Kantenlänge, eine  $10^{10}$ -fach größere Oberfläche.

### 2.1. Größeneffekt

Die Bindungsart sowie die Anordnung der Atome und Moleküle zueinander bestimmen im Wesentlichen die idealen (defektfreien) Eigenschaften eines Festkörpers. Beim Blick auf die Materialeigenschaften im Makroskopischen wird deutlich, dass diese von den „idealen“ Eigenschaften oft signifikant abweichen. Festkörper sind im Makroskopischen wesentlich durch die mikroskopische Struktur definiert. In besonderem Maße werden die Eigenschaften durch sog. Gitterfehler (Defekte) sowie deren Anzahl und Verteilung im Materialvolumen bestimmt.

Am Beispiel von Metallen wird nach der Dimensionalität in null-dimensionale Defekte (Punktdefekte wie z. B. Leerstellen und

Zwischengitteratome), eindimensionale Defekte (Liniendefekte wie z. B. Schrauben- und Stufenversetzungen), zweidimensionale (Flächendefekte wie z. B. Korngrenzen) sowie dreidimensionale Defekte (Volumendefekte wie z. B. kohärente und inkohärente Ausscheidungen) unterschieden [33]. In makroskopischen Objekten ist eine Vielzahl dieser Defekte homogen verteilt. Sie bestimmen im Wesentlichen das mechanische Verhalten, indem sie interagieren und in ihrer Zahl und Ausprägung variabel sind. Nachstehend wird auf den Einfluss von Defektstrukturen wie Versetzungen und Korngrenzen in kleinskaligen Objekten eingegangen.

Generell sinkt die Wahrscheinlichkeit für vorhandene Defekte proportional mit kleiner werdendem Volumen. Folglich haben kleine Objektvolumina eine geringe Anzahl an Defekten. Die Versetzungsdichte<sup>1</sup>  $\rho$  wird für unverformte Metalle im Bereich von  $\rho = 10^{10} \text{ m}^{-2}$  bis  $\rho = 10^{12} \text{ m}^{-2}$  angegeben. Ausgehend von einer geringen Versetzungsdichte in einem Einkristall mit  $\rho = 10^{10} \text{ m}^{-2}$  hat ein Würfel mit 1 cm Kantenlänge ( $A = 1 \text{ cm}^2$ ) über den Querschnitt  $10^6$  Versetzungen und ein Würfel mit 100 nm Kantenlänge ( $A = 10^4 \text{ nm}^2$ ) über den Querschnitt  $10^{-4}$  Versetzungen. Dies ist ein Grund, weshalb kleine Objektvolumina im Submikro- und Nanobereich als nahezu versetzungsfrei angesehen werden können. Eine weitere Ursache ist durch die im Vergleich zum Volumen große Oberfläche und die daraus folgende hohe Beweglichkeit der Oberflächenatome begründet. In Untersuchungen an intermetallischen Nanopartikeln im TEM (Transmissionselektronenmikroskop) wurde ebenfalls eine defektfreie Kristallstruktur von submikro- und nanoskaligen Objekten bestätigt [68].

Betrachtet man die Kristallstruktur von Metallen, sind die mechanischen Eigenschaften innerhalb der Kristalle (Körner) stark

---

<sup>1</sup>Gesamtlänge der Versetzungslinien pro Volumeneinheit ( $L/V = [m/m^3] = [m^{-2}]$ ) oder Anzahl der Durchstoßpunkte mit der Oberfläche ( $1/d^2 = [1/m^2] = [m^{-2}]$ )



## 2. Besonderheiten im Submikro- und Nanobereich

---

richtungsabhängig (anisotrop). Im Fall von hoher Reinheit und geringer Defektdichte, nähern sich diese Einkristalle folglich den „idealen“ Eigenschaften an. Metalle bestehen allerdings in der Regel aus vielen, verschieden orientierten mikroskopischen Kristalliten, sie sind polykristallin. Die mechanischen Eigenschaften eines feinkristallinen Polykristalls sind im Mittel in alle Raumrichtungen gleich (isotrop), da die unterschiedlichen Eigenschaften der Kristallite über die Anzahl im Mittel gleich sind. Verkleinert man das Volumen bei gleichbleibender Korngröße bis in den Mikro- und Nanobereich, sind nur noch wenige Körner über den Querschnitt verteilt und das Verhalten kann nicht mehr als isotrop angesehen werden. Für das Umformen ist dies von Bedeutung, da sich das Verformungsverhalten und die mechanischen Kennwerte aufgrund der Mikrostruktur bei gleichem Material vom Makro- zum Nanobereich gravierend verändern [100].

Physikalische Gesetze besitzen im Nanobereich ebenso Gültigkeit wie im Makrobereich, jedoch verändert sich der Einfluss von Gesetzmäßigkeiten mit den Abmessungen von Objekten. Da eine Vielzahl von physikalischen Größen nicht direkt proportional zur Länge skaliert, folgt aus einer Größenänderung eine teils signifikante Änderung des mechanischen, elektrischen, magnetischen, thermischen, optischen sowie des chemischen Verhaltens. Im Folgenden wird das Hauptaugenmerk auf geometrische, mechanische, elektrische und elektromagnetische Phänomene geworfen. Weitere Informationen zur Skalierung von beispielsweise optischen und chemischen Gesetzmäßigkeiten sowie Effekten in Fluiden sind u. a. bei Rogers et al. [82] und Wautelet et al. [101–103] zu finden.

In kleinen Systemen haben physikalische Phänomene, die direkt mit der Oberfläche verknüpft sind eine besondere Bedeutung. Für die Würfel in Abbildung 2.2 skaliert das Verhältnis aus Oberfläche  $A = 6 \cdot L^2$  und Volumen  $V = L^3$  umgekehrt proportional zur Länge:

$$\text{für (a): } \frac{A}{V} = 600 \quad (\text{mit } L = 1 \text{ cm}) \quad (2.1)$$

$$\text{für (b): } \frac{A}{V} = 60 \cdot 10^6 \quad (\text{mit } L = 100 \text{ nm}) \quad (2.2)$$

Physikalische Kräfte setzen sich aus Größen zusammen, die verschiedenartig mit der Länge, der Fläche und dem Volumen skalieren. Nachfolgend wird der Größeneffekt für verschiedene Kräfte betrachtet. Dazu ist anzumerken, dass die dargestellten Verhältnisse lediglich der Orientierung dienen und das Verhalten der physikalischen Größen im Allgemeinen beschreiben. Zur Vereinfachung wurde die Annahme, den Werkstoff als Kontinuum zu betrachten, gewählt. In der Realität kann insbesondere im Nanobereich das Verhalten der physikalischen Größen signifikant von der Annahme, aufgrund des größeren Einflusses der Oberfläche, abweichen [82]. Dennoch geben die vorgestellten physikalischen Beziehungen eine grundlegende Orientierung für die Auslegung von Mikro- und Nanosystemen.

Im Schwerfeld der Erde wirkt auf jede Masse  $m$  in Verbindung mit der Fallbeschleunigung  $g$  die Gewichtskraft  $F_G$ . Gewichtskraft und Masse sind proportional. Die Masse ist wiederum proportional zum Volumen.

$$F_G = m \cdot g \quad \text{und} \quad m = \frac{V}{\rho} \quad (2.3)$$

Aus 2.3 folgt:

$$F_G \propto m \propto V \propto L^3 \quad (2.4)$$

Entsprechend ist die auf Objekte im Submikro- und Nanobereich wirkende Gewichtskraft äußerst klein und kann meist vernachlässigt werden. Kleinere Systeme besitzen im Verhältnis zum Volumen und damit zur Masse eine große Oberfläche (siehe Vergleich



## 2. Besonderheiten im Submikro- und Nanobereich

---

Abbildung 2.2). Auf Oberflächen basierende Wechselwirkungen dominieren mit kleiner werdender Objektgröße und abnehmender Distanz auf das Volumen (Masse) bezogene physikalische Größen. Die Van-der-Waals-Kraft skaliert mit der Oberfläche:

$$F_{vdW} \propto A \propto L^2 \quad (2.5)$$

Adhäsionskräfte wie die Van-der-Waals-Kraft sind bereits im Bereich unter  $L = 1 \text{ mm}$  gegenüber der Gewichtskraft dominant, wenn der Abstand zweier Objekte hinreichend klein ist. Somit kann aus dem Beispiel der beiden Würfel das Verhältnis und damit der Einfluss der Van-der-Waals-Kraft gegenüber der Gewichtskraft direkt abgeleitet werden.

$$\frac{F_{vdW}}{F_G} \propto L^{-1} \quad (2.6)$$

Die Van-der-Waals-Kraft basiert auf Fluktuationen in der Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen innerhalb der Elektronenwolke. Diese Fluktuation resultiert in einer Ladungsverteilung und damit in einer Polarisierung von Atomen. Hieraus folgt eine anziehende (oder abstoßende) Wechselwirkung zwischen gegensätzlich polarisierten Atomen, sobald der Abstand zwischen den Objekten hinreichend klein (etwa  $2 - 10 \text{ nm}$ ) ist. Diese anziehende Wechselwirkung besitzt für den gesamten Nanobereich Gültigkeit<sup>2</sup>. Aus der Van-der-Waals-Wechselwirkung ergeben sich starke

---

<sup>2</sup>Bei weiterer Annäherung überlappen sich die Elektronenwolken und Elektronen müssen in energetisch höhere Zustände ausweichen. Da nach dem Pauli-Prinzip nur ein Zustand von jeweils einem Elektron eingenommen wird (pro Orbital maximal zwei Elektronen mit verschiedenem Spin), kommt es zur Erhöhung der Gesamtenergie und damit zur Abstoßung. Dies gilt für sehr geringe Abstände und ist insbesondere für quantenmechanische Betrachtungen von Bedeutung.



Kräfte für Objekte im Submikro- und Nanobereich, die einerseits die Handhabung der Objekte erleichtern (z.B. müssen  $\text{Ni}_3\text{Al}$ -Nanoteilchen für eine Manipulation lediglich mit einer Manipulationsnadel berührt werden), andererseits das Lösen des adhäsiven Kontaktes erschweren. Problematisch wird die Manipulation insbesondere dann, wenn die Kontaktfläche zwischen Objekt und Substrat größer ist als zwischen Objekt und dem Manipulationswerkzeug. Folglich kann das Objekt durch das Werkzeug, allein auf Basis adhäsiver Kräfte, nicht manipuliert werden. Im Rahmen dieser Arbeit war die Problematik besonders beim Umformen in Gesenkformen präsent (siehe Kapitel 4.3.2 auf Seite 131). Da die Ausprägung der Van-der-Waals-Wechselwirkung materialabhängig ist, beeinflusst ebenso die Werkstoffpaarung die wirkenden Kräfte. Eine weitere Adhäsionskraft, die Casimir-Kraft, kann bei geringen Objektabständen und großen Objektflächen beobachtet werden. Der Casimir-Effekt basiert auf der Quantisierung des elektrischen Feldes [103] und wurde erstmals im Vakuum zwischen parallelen Platten bei geringem Abstand im Nanometerbereich nachgewiesen. Bei Dalvit et al. [17] werden aktuelle Ergebnisse auf dem Forschungsgebiet vorgestellt und mögliche Anwendungen als nächste Generation hochempfindlicher Kraftmessensoren diskutiert.

Die Reibungskräfte sind im Makroskopischen primär von der Gewichtskraft abhängig. Im Mikroskopischen bestimmen im Wesentlichen Adhäsionskräfte die Reibungskräfte  $F_R$  zwischen Objekten.

$$F_R \propto L^2 \quad (2.7)$$

Demzufolge skaliert die Reibungskraft wie die Van-der-Waals-Kraft mit der Fläche und gewinnt mit kleiner werdender Objektgröße (großes Fläche- zu Volumenverhältnis) an Einfluss [102]. Dieser Zusammenhang ist für die Auslegung von mechanischen



## 2. Besonderheiten im Submikro- und Nanobereich

---

Antrieben im Submikro- und Nanobereich von Bedeutung. Zwischen sich bewegenden Objekten im Submikro- und Nanobereich sind die Reibungskräfte durch die adhäsiven Kräfte bestimmt. Die Federkraft  $F_F$  ist von der Auslenkung der Feder abhängig. Für die Federkraft besteht ein proportionaler Zusammenhang zur Auslenkung (Längenänderung)  $\Delta L$ .

$$F_F \propto \Delta L \quad (2.8)$$

Daher sind z. B. Kraftmessungen basierend auf Prinzip des Biegebalkens (Cantilever) im Mikro- und Nanobereich umsetzbar und Stand der Technik [82]. Die Frequenz einer Feder verhält sich wie folgt:

$$f_F \propto L^{-3/2} \quad (2.9)$$

Die elektrische Leitfähigkeit wird durch die Anzahl an Defekten im Materialvolumen charakterisiert. Mit kleiner werdendem Volumen, reduziert sich die Wahrscheinlichkeit für innere Fehler und es ändern sich folglich die elektrischen Eigenschaften. Ein weiterer Einfluss ist durch die geometriebezogene Abhängigkeit der elektrischen Eigenschaften gegeben. Der elektrische Widerstand  $R$  ist materialabhängig und skaliert bei konstanten spezifischen Widerstand  $\rho_{el}$  des elektrischen Leiters proportional mit  $L/A$  [82, 102]:

$$R = \rho_{el} \cdot \frac{L}{A} \propto L^{-1} \quad (2.10)$$

Der elektrische Widerstand erhöht sich folglich mit dem Verkleinern der Objektabmessungen [82]. Entsprechend verhält sich bei konstanter Spannung  $U$  die Stromstärke  $I$  umgekehrt proportional zum elektrischen Widerstand.



$$I = \frac{U}{R} \propto L \quad (2.11)$$

Die Kraft, welche elektrische Ladungen auf den sie umgebenden Raum ausüben, wird als elektrische Feldstärke bezeichnet. Zwischen zwei Punkten skaliert die elektrische Feldstärke bei konstanter Spannung umgekehrt proportional mit dem Abstand.

$$E_{el} = \frac{U}{L} \propto L^{-1} \quad (2.12)$$

Das magnetische Feld  $B$  einer mit dem Strom  $I$  durchflossenen Zylinderspule mit der Windungszahl  $N$  verhält sich proportional zur Länge  $L$ , da  $I \propto L^2$  gilt<sup>3</sup>. Die Permeabilität  $\mu$  ist materialabhängig [102].

$$B = \mu \cdot \frac{N}{L} \cdot I \propto L \quad (2.13)$$

Die magnetische Feldenergie  $E_{mag}$  ist durch das Volumen  $V$  des felderfüllten Raums charakterisiert.

$$E_{mag} = \frac{B^2 \cdot V}{2\mu_0} \propto L^5 \quad (2.14)$$

Die gespeicherte Energie im Magnetfeld sinkt für kleine Objekte folglich drastisch.

Die thermischen Besonderheiten von Objekten im Submikro- und Nanobereich sind primär mit der Oberfläche verknüpft, da die Wärmeleitung  $Q_L$ , die Konvektion  $Q_K$  und die Wärmestrahlung  $Q_S$  ebenfalls direkt mit der Oberfläche in Zusammenhang stehen.

---

<sup>3</sup>Der Ansatz  $I \propto L^2$  gilt unter der Annahme, dass die Stromdichte in dem Leiterdraht der Spule konstant gehalten werden kann und sich lediglich die Abmessungen und die Stromstärke reduzieren [103].