



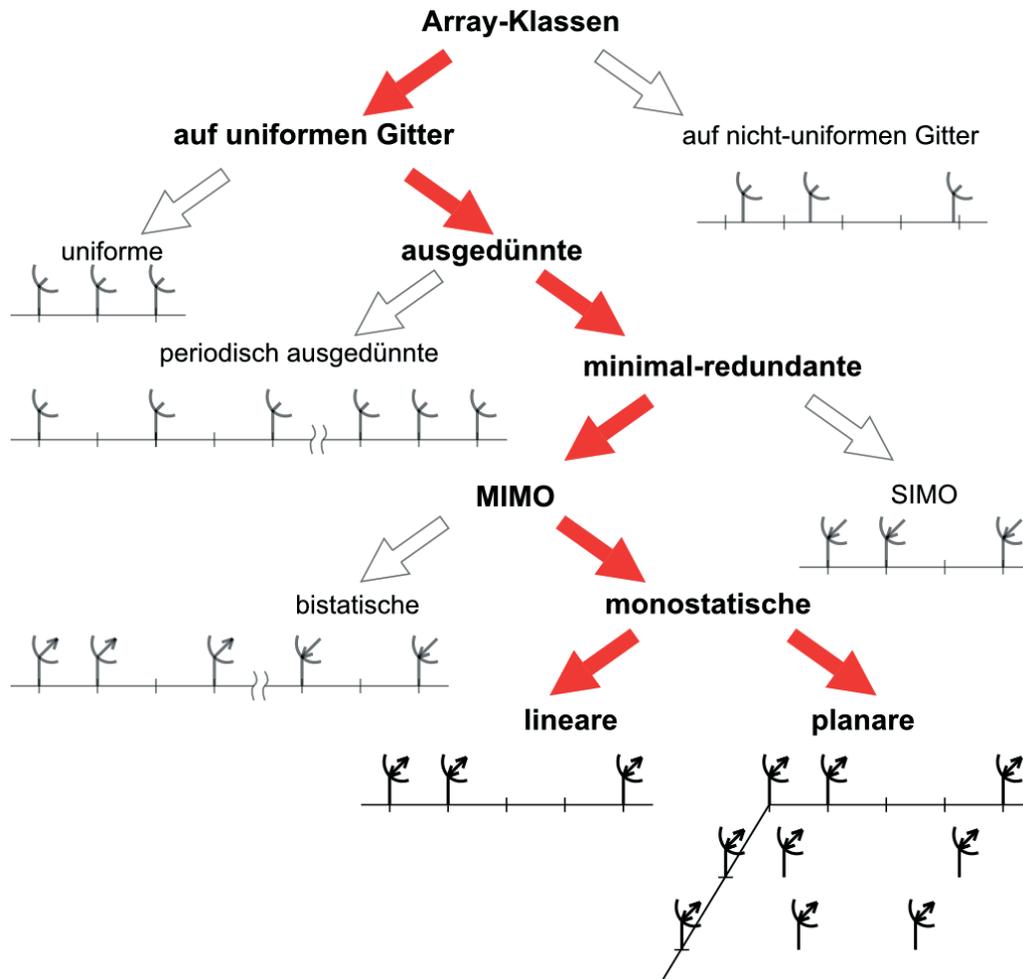
# 1 Einleitung

In dieser Arbeit geht es um minimal-redundante Antennen-Arrays für bildgebende MIMO-Radare. Die MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) Antennen-Arrays weisen verglichen mit SIMO (*Single-Input Multiple-Output*) mehr Freiheitsgrade und Antennendiversität auf [1], weshalb die MIMO-Arrays immer mehr Verbreitung in modernen Radaren finden. Die Entwicklung von Radarelektronik mit stets steigender Komplexität sowie die ständige Weiterentwicklung von leistungsfähigen Signalprozessoren und Algorithmen beschleunigen zusätzlich die Verbreitung dieser Array-Klasse.

Die Winkelauflösung von Antennen-Arrays hängt grundsätzlich von der Array-Größe ab. Weil der Abstand zwischen den Array-Elementen eines herkömmlichen uniformen Arrays meistens die halbe Betriebswellenlänge beträgt, ist die gesamte Anzahl der Array-Elemente umgekehrt proportional zu der geforderten Array-Auflösung: Je feiner die Auflösung sein soll, desto länger muss das Array werden und entsprechend mehr Elemente muss es erhalten [2]. Das erfordert wiederum eine komplexere Systemarchitektur und Signalverarbeitung. Eine Alternative mit feiner Auflösung und kleiner Elementanzahl bieten hierzu minimal-redundante Antennen-Arrays [3]. Eine schematische Einteilung dieser Array-Klasse ist in Bild 1.1 dargestellt.

Der dargestellten Einteilung zufolge zählen die minimal-redundanten Arrays zu der Klasse der ausgedünnten Arrays – d.h. ihre Array-Elemente befinden sich auf Knoten eines uniformen Gitters. Das unterscheidet die ausgedünnten Arrays von den nicht-uniformen Antennen-Arrays, bei deren Elementverteilung keine solche Einschränkung gefordert wird. Ein Vorteil der uniformen Arrays ist eine effiziente Bildsignalverarbeitung mit der schnellen Fourier-Transformation der Array-Antwort. Dies verhilft wiederum zur Vereinfachung der Systemarchitektur des Radars [4].

Der Preis für die Array-Ausdünnung liegt vor allem bei den hohen Nebenkeulen im Array-Diagramm, was wiederum in bildgebenden, kohärenten Radaren die Bildung von störenden Kreuzprodukten begünstigt [5]. Die klassische Fensterung der Array-Antwort zum Zweck der Nebenkeulenreduzierung ist als Verfahren für ausgedünnte Arrays fraglich, weil die Array-Antwort eben nichtlinear ist. Andererseits ist das Ko-Array eines minimal-redundanten Arrays per Definition (zumindest zum größten Teil) uniform. Das Ko-Array kann aus der Array-Antwort mittels Autokorrelationsfolge generiert und zum Zweck der Nebenkeulenreduzierung mit herkömmlichen Fensterfunktionen gewichtet werden [6].



**Abbildung 1.1:** Minimal-redundante MIMO-Arrays als Array-Unterklasse.

Das Aufstellen der Array-Elemente eines minimal-redundanten Antennen-Arrays ist in der Regel ein empirisches Verfahren. An den Verfahren und Algorithmen zur Positionierung der Elemente in minimal-redundanten SIMO-Arrays wurde bereits in den 1950-er geforscht [7]. Die Verbreitung der ausgedünnten MIMO-Arrays und der Bedarf an Entwurfsverfahren für diese Array-Klasse sind eher in den letzteren Jahren entstanden. Das Ziel dieser Arbeit sind die Entwicklung von empirischen Verfahren für sowie Analyse, Optimierung und Synthese von minimal-redundanten MIMO-Arrays.

Neben den linearen Arrays wird dem Entwurf von planaren Arrays für dreidimensionale bildgebende Radarverfahren eine wichtige Rolle zuteil. Ein Schritt in Richtung von planaren minimal-redundanten MIMO-Arrays wird in dieser Arbeit durch den Entwurf und die Analyse von quadratischen minimal-redundanten MIMO-Arrays getan. Ebenso werden in dieser Arbeit Amplituden-

---

und Phasenfehler in minimal-redundanten Arrays untersucht und Einflüsse des additiven Gaußschen Rauschens auf das Array-Spektrum diskutiert.

Weil das Thema der MIMO-Arrays umfangreich ist, konzentriert sich diese Arbeit auf monostatische MIMO-Arrays, in welchen jedes Array-Element sowohl die Sende- als auch die Empfangsfunktion erfüllt. Im Vergleich zu bistatischen MIMO-Arrays (deren Array-Elemente entweder senden oder empfangen können) bieten die monostatischen Arrays etwa doppelt so viele Freiheitsgrade [1]. Das resultiert in hohen Ausdünnungsraten der monostatischen MIMO-Arrays [8]. Ebenso wenig wird in dieser Arbeit auf periodisch ausgedünnte Arrays eingegangen, die zwar mit einfachen Syntheseverfahren generiert werden können, aber weniger Freiheitsgrade bzw. kleineres Ausdünnungsvermögen als minimal-redundante Antennen-Arrays aufweisen [3, 5].

### **Gliederung der Arbeit**

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert. Die Grundlagen der Antennen-Arrays sowie der bildgebenden Radare sind in Kapitel 2 dargestellt. Ein Optimierungsverfahren sowie eine Synthesemethode zur Elementpositionierung in linearen minimal-redundanten MIMO-Arrays sind in Kapitel 4 dargestellt. Die Synthesemethode ist ihrerseits abgeleitet von dem Verfahren für lineare SIMO-Arrays. Darauf wird in Kapitel 3 eingegangen. In dem Kapitel sind ebenso das Konzept des Ko-Arrays sowie das Verfahren der Fensterung der Ko-Array-Antwort dargestellt. Die Problematik der störenden Kreuzprodukte im Radarspektrum von minimal-redundanten Antennen-Arrays ist hier auch besprochen.

Eine Synthesemethode zur Elementpositionierung in quadratischen minimal-redundanten MIMO-Arrays ist in Kapitel 5 dargestellt. In Kapitel 6 werden Mechanismen der Amplituden- und Phasenfehler in minimal-redundanten Arrays beschrieben sowie die Streuung der Hauptkeulenrichtung des Arrays infolge des additiven Rauschens analysiert. Kapitel 7 beschreibt den experimentellen Teil der Arbeit. Hierbei werden ein lineares und ein quadratisches minimal-redundantes MIMO-Array in einer Radaranwendung eingesetzt und untersucht.



## 2 Grundlagen der Antennen-Arrays

In diesem Kapitel sind die wichtigsten Grundlagen der Radare mit Antennen-Arrays gegeben. Neben der Radargleichung wird hier zuerst auf den Aufbau von Radarsystemen mit phasengesteuerten und Mehrkanal-Arrays eingegangen. Auch ein Verfahren zur Auflösung der Ziele nach ihrer Entfernung ist dargestellt. Dafür wird das Modell des Radars mit Frequenzmodulation besprochen. Das Modell ist auch wichtig für die Signalverarbeitung im experimentellen Teil der Arbeit. Als nächstes werden die Modelle der Array-Antwort von SIMO- und MIMO-Arrays dargestellt. Darauf basiert das Modell des Ko-Arrays. Mit Hilfe des Ko-Array-Modells wird in diesem Kapitel die Entstehung von störenden Kreuzprodukten analysiert.

### 2.1 Radargleichung

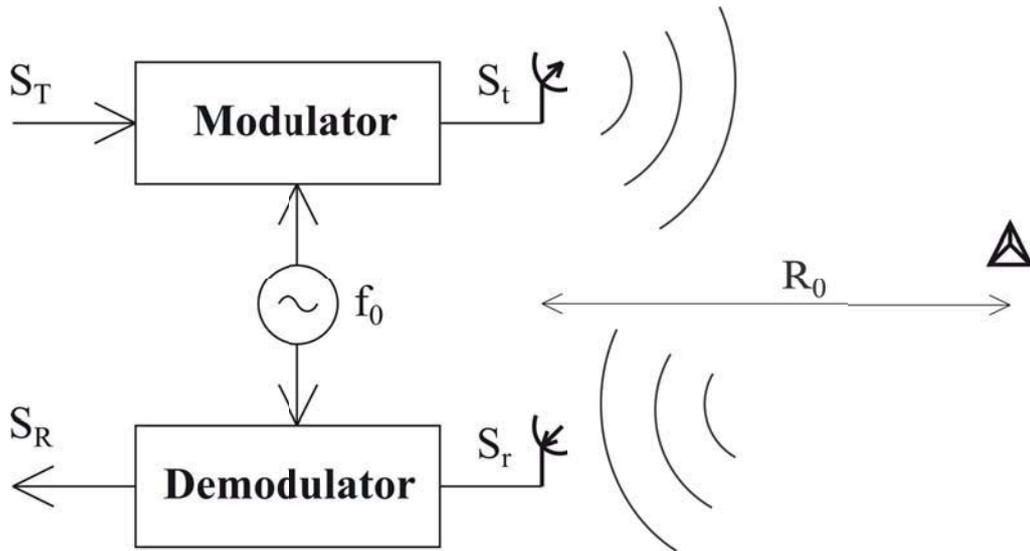
Bildgebende Radare sind Systeme für die Darstellung (Abbildung) der aus dem reflektierten Signal gewonnenen Zielintensität, die wiederum als Funktion des Ortes dargestellt werden kann. Die Helligkeit oder Farbkodierung eines Ziels im Radarbild ist in der Regel proportional zum Radarquerschnitt  $\sigma$  des Ziels. Vom Radarquerschnitt des Ziels hängt die empfangene Leistung  $P_r$  am Radareingang gemäß der Radargleichung

$$P_r = \frac{P_t G_{tr} G_{rec} \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R_0^4} \quad (2.1)$$

ab, wobei  $P_t$  die Sendeleistung,  $G_{rec}$  und  $G_{tr}$  der Antennengewinn der Empfangs- bzw. der Sendeantenne,  $\lambda$  die Wellenlänge und  $R_0$  die Zielentfernung sind [9].

Um die Entfernungsinformation des Ziels zu gewinnen, werden in der Regel Verfahren zur Laufzeitmessung der reflektierten Welle angewandt. Bei diesen Verfahren werden modulierte Sendesignale verwendet, wobei grundsätzlich zwischen den Impuls- und Dauerstrichradarverfahren unterschieden wird [9].

Das Prinzip des Radars mit Dauerstrichmodulation ist vereinfacht in Bild 2.1 dargestellt. Mit Hilfe des Signalmodulators wird im Radar die Trägerfrequenz  $f_0 = \omega_0/(2\pi)$  mit dem Modulationssignal  $S_T$  moduliert. Das daraus resultierende Sendesignal  $S_t$  wird dann an die Sendeantenne geleitet. Ein



**Abbildung 2.1:** Prinzip der Entfernungsmessung mit frequenzmodulierten Signalen.

Teil  $S_r$  des vom Ziel reflektierten Signals wird von der Empfangsantenne aufgenommen und im Demodulator mit dem gleichen Trägersignal ins Basisband umgesetzt. Daraus entsteht das demodulierte Signal  $S_R$ , das die Information über die Zielentfernung enthält [9].

Die Betriebsart von Dauerstrichradaren mit Frequenzmodulation wird in *lineare* und *frequenzcodierte* eingeteilt, wobei im Verfahren mit Frequenzcodierung eine stufenförmige Frequenzmodulation am häufigsten verwendet wird. Da im experimentellen Teil dieser Arbeit ein Radarsystem mit der frequenzcodierten Modulation verwendet wird, wird das Modulationsverfahren hier näher betrachtet. Für einen breiteren Überblick über die Modulationsarten in Radaren wird auf [9] verwiesen.

## 2.2 Radare mit stufenförmiger Frequenzmodulation

Das Modulationssignal für die stufenförmige Frequenzmodulation kann wie folgt dargestellt werden:

$$S_T = \exp(j\Delta_\omega n_f t), \quad (2.2)$$

wobei  $\Delta_\omega$  der Frequenzschritt,  $t$  die Zeit und  $n_f = 1..N_f$  die ganzzahlige Frequenzvariable sind. Der Frequenzhub des modulierten Sendesignals beträgt entsprechend  $(N_f - 1)\Delta_\omega$ . Das hochfrequente Sendesignal am Ausgang des Modulators ergibt sich zu

$$S_t \propto \cos((\omega_0 + \Delta_\omega n_f)t). \quad (2.3)$$

Das Signal am Eingang des Demodulators

$$S_r \propto \sqrt{\sigma} \cos((\omega_0 + \Delta_\omega n_f)(t - \tau)) \quad (2.4)$$

beinhaltet die Information über den Radarquerschnitt  $\sigma$  sowie die Zielentfernung  $R_0 = c_0\tau/2$ , wobei  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (ggf. Wellengeschwindigkeit im Übertragungsmedium) und  $\tau$  die Zeitverzögerung zwischen dem gesendeten und dem empfangenen Signal sind.

Um die Information über die Zielentfernung zu gewinnen, wird zuerst das ins Basisband umgesetzte Empfangssignal

$$S_R \propto \sqrt{\sigma} \exp(j\Delta_\omega n_f(t - \tau) - j\tau\omega_0) \quad (2.5)$$

zum Modulationssignal (2.2) ins Verhältnis gesetzt. Daraus ergibt sich die sogenannte Zielantwort

$$S_{tar} = \frac{S_R}{S_T} \propto \sqrt{\sigma} \exp(-j\tau\Delta_\omega n_f - j\tau\omega_0). \quad (2.6)$$

Die Zielantwort ist somit eine komplexe Schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega_{tar} = \tau\Delta_\omega$ , die beispielsweise mit Hilfe der inversen diskreten Fourier-Transformation [10] bestimmt werden kann. Aus der Kreisfrequenz lässt sich wiederum die gesuchte Zielentfernung als  $R_0 = (c_0\omega_{tar})/(2\Delta_\omega)$  bestimmen. Der von der Trägerfrequenz abhängige Phasenbetrag  $j\tau\omega_0$  in (2.6) spielt für die Entfernungsbestimmung keine Rolle und wird erst für das in Unterkapitel 2.4 folgende Array-Modell wichtig.

Des Weiteren stellt die Fourier-Transformation der Zielantwort (2.6)

$$I(m_f) = \frac{1}{N_f} \sum_{n_f=1}^{N_f} S_{tar}(n_f) \exp(j2\pi(n_f - 1)m_f/N_f), \quad (2.7)$$

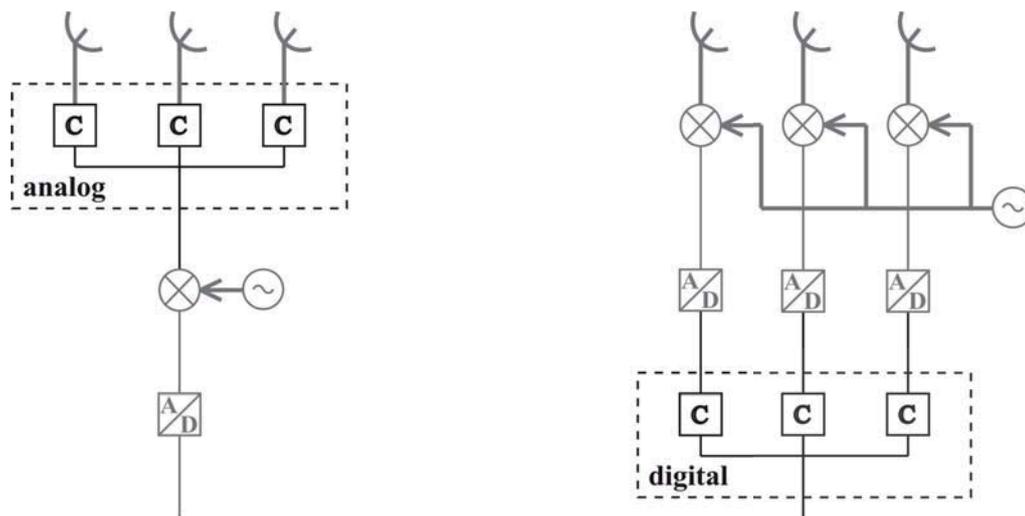
eine Schätzung des komplexen, diskreten Entfernungsspektrums dar, wobei  $m_f = 1..N_f$  die ganzzahlige Variable des Entfernungsbereichs darstellt. Der Eindeutigkeitsbereich des Spektrums beträgt  $R_{max} = (c_0 2\pi)/(2\Delta_\omega)$ . Das Spektrum ist geteilt in  $N_f - 1$  gleichgroße Entfernungsabschnitte (*range bins*). Die Entfernungsauflösung des Radars ist gleich der Länge des Entfernungsabschnittes und beträgt:  $\Delta_R = (c_0 2\pi)/(2N_f\Delta_\omega)$ .

Weil die Amplitude des Empfangssignals mit dem Quadrat der Entfernung (s. (2.1)) sinkt, muss die Amplitude des Entfernungsspektrums im Radarbild mit dem Faktor  $R^2$  korrigiert werden, damit die Intensität von Radarzielen mit gleichem Radarquerschnitt aber unterschiedlicher Entfernung konstant dargestellt wird. Die Normierung des Spektrums kann ihrerseits zu einer nichtlinearen Verstärkung des Hintergrundrauschens führen, dessen Einfluss auf das Bild durch eine sinnvolle Beschränkung des Entfernungsbereichs vermindert werden kann.

Das Modell (2.6) der Zielantwort in Radaren mit stufenförmiger Frequenzmodulation ist ähnlich dem Modell eines linear frequenzmodulierten Dauerstrichradars [11]. Bei diesem verläuft die Zielantwort gemäß  $\exp(-j\tau\alpha t)$ , wobei  $\alpha$  die *Chirp-Rate* darstellt. Die Kreisfrequenz  $\tau\alpha$  der Zielantwort und somit die Zielentfernung lassen sich ebenso mit Hilfe der Spektralschätzung nach (2.12) bestimmen. Allgemein kann die Spektralschätzung (2.12) als ein räumliches Filter betrachtet werden, das die komplexe Zielantwort nach Entfernungsabschnitten auflöst. Um die Radarziele, die sich im gleichen Entfernungsabschnitt befinden und in unterschiedlichen Winkeln zum Array stehen, unterscheiden zu können, werden Array-Systeme mit Spektralschätzung im Winkelbereich eingesetzt.

## 2.3 Radarsysteme mit phasengesteuerten und Mehrkanal-Arrays

Die in dieser Arbeit betrachteten Radarsysteme mit Antennen-Arrays gehören zur Klasse kohärenter Radare. Die Arrays dieser Radar-Klasse können in zwei Hauptgruppen aufgeteilt werden: die Gruppe der phasengesteuerten Arrays und die der Mehrkanal-Arrays. Der schematische Aufbau der beiden Array-Varianten ist in Bild 2.2 dargestellt. Der grundlegende Unterschied zwischen den bei-



**Abbildung 2.2:** Prinzip der analogen (links) und der digitalen (rechts) Signalüberlagerung in phasengesteuerten bzw. Mehrkanal-Arrays.

den Array-Systemen liegt in der Art der Überlagerung der Signale der Array-Elemente, die analog bzw. digital erfolgt. Die für die Strahlschwenkung erforderliche komplexe Gewichtung (in Bild 2.2 mit C gekennzeichnet) der Array-Signale erfolgt im phasengesteuerten Array-System im Trägerfrequenzband und im Mehrkanal-Array-System im Basisband.

Das optimale Ausnutzen der Vorteile des einen oder des anderen Array-Systems kann je nach Radar-anwendung sowie Systemanforderungen erfolgen. So ist zum Beispiel zurzeit noch der Kostenaufwand für ein Millimeterwellenradarsystem mit einem phasengesteuerten Array niedriger als für ein herkömmliches Mehrkanal-System mit diskret aufgebauter Kanalelektronik. Andererseits gewähren die Mehrkanal-Arrays für beispielsweise die digitale Strahlformung in modernen Radar-anwendungen mit Zielverfolgung (*tracking*) den dafür erforderlichen Freiheitsgrad [12]. Interessant sind auch Radar-anwendungen mit gemischter Architektur, die die Vorteile der beiden Array-Systeme ausnutzen [13].

Die Implementierung von den in dieser Arbeit behandelten bildgebenden Radarverfahren ist mit den beiden Array-Systemen möglich. Während in phasengesteuerten Arrays erst das komplexe Winkelspektrum aufgenommen und dann die Entfernung der Ziele bestimmt wird, ist die Reihenfolge der Spektralberechnung im Mehrkanal-Array ohne Bedeutung – oft wird das gesuchte Winkel-Entfernung-Spektrum mit Hilfe der zweidimensionalen (bzw. dreidimensionalen in Radaren mit planaren Arrays) Fourier-Transformation gewonnen. Für die Array-Modellierung werden in dieser Arbeit Mehrkanal-Arrays wegen der etwas einheitlicheren Beschreibung bevorzugt.

### 2.4 SIMO-Arrays

Das in dieser Arbeit dargestellte SIMO-Array-Modell gilt für kohärente Radarsysteme. Des Weiteren wird angenommen, dass einzelne Ziele sich im Fernfeld des Arrays befinden und somit als Punktziele betrachtet werden können. Die Array-Antwort wird als schmalbandig betrachtet und der Abstand zwischen den uniform verteilten Array-Elementen wird auf  $\lambda/2$  gesetzt.

Ein verallgemeinertes Mehrzielszenario mit einem linearen SIMO-Array ist in Bild 2.3 dargestellt. Das Sendeelement (nicht im Bild dargestellt) befindet sich im Koordinatenursprung, die Empfangselemente sind auf der  $x$ -Achse uniform verteilt. Die Array-Antwort  $i^{(t)}(x)$  an der Stelle  $x$  eines Array-Elements auf das  $t$ -te Einzelziel mit den Parametern  $\sigma_t$  für den Radarquerschnitt und  $\varphi_t$  für den Richtungswinkel bezüglich der Array-Achse entspricht

$$i^{(t)}(x) \propto \sqrt{\sigma_t} \exp(-j\tau_t \omega_0), \quad (2.8)$$

wobei  $\tau_t = -x \cos(\varphi_t)/c_0$  den winkelabhängigen Teil der Signalverzögerung (vgl. (2.6)) zwischen dem gesendeten und dem empfangenen Signal darstellt. Darauf basierend ergibt sich die Antwort des Arrays mit  $\lambda/2$ -Abstand zwischen den Elementen zu:

$$i^{(t)}[n] \propto \sqrt{\sigma_t} \exp(j\pi \cos(\varphi_t)n), \quad (2.9)$$

wobei  $n$  durch die Substitution  $x = n\lambda/2$  gewonnen wird.

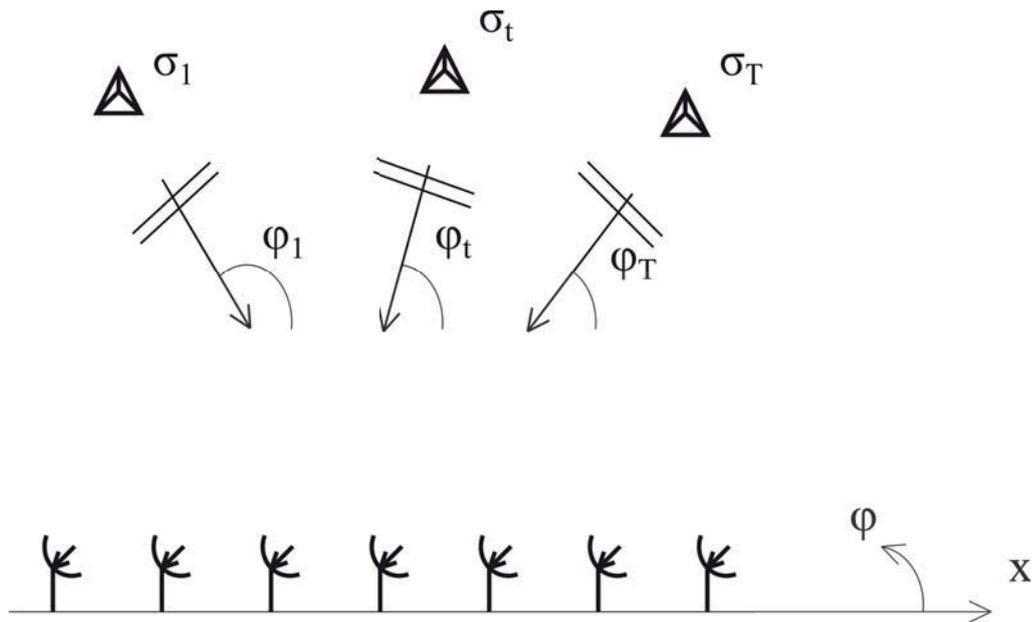


Abbildung 2.3: Mehrzielszenario mit linearem SIMO-Array.

Das verallgemeinerte Modell der Antwort des SIMO-Arrays kann nun wie folgt dargestellt werden:

$$i[n] = \sum_{t=1}^T A_t \exp(j(\omega_t n + \phi_t)), \quad (2.10)$$

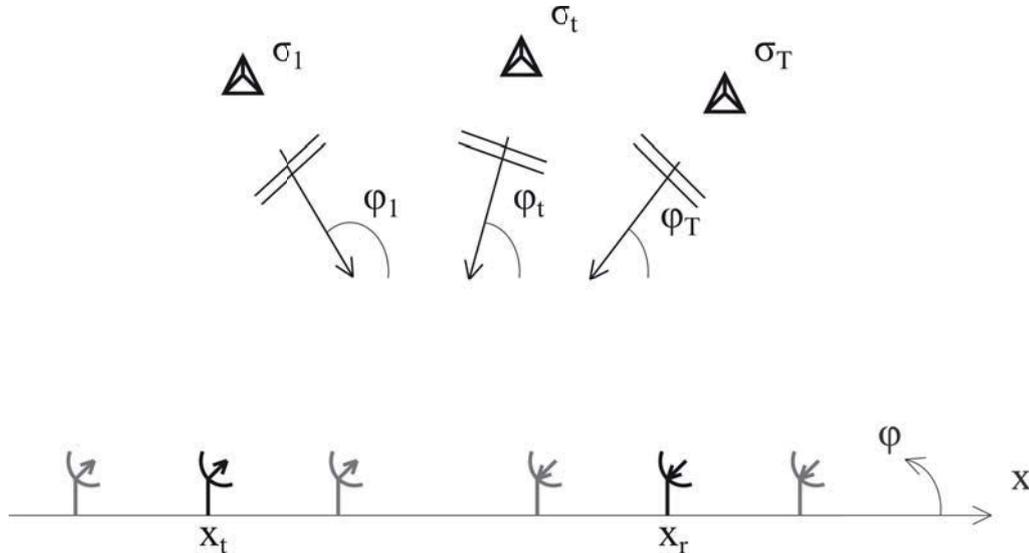
wobei das Summenzeichen die Überlagerung von insgesamt  $T$  Zielantworten darstellt. Die Array-Antwort ist somit eine Komposition von mehreren räumlichen Wellen: Jede Welle wird durch die Amplitude  $A_t \propto \sqrt{\sigma_t}$ , die dem Radarquerschnitt des Ziels entspricht, sowie die Ortsfrequenz  $\omega_t = \pi \cos(\varphi_t)$ , die ihrerseits von der Winkelposition des Ziels abhängt, beschrieben. Der Phasenfaktor  $\phi_t$  dient der Vervollständigung des Array-Modells und ist ebenfalls ein Zielparameter. Der winkelunabhängige Phasenfaktor kann weitere Zielinformation wie beispielsweise die Doppler-Frequenz oder den Polarisationswinkel beinhalten. Weil eine weitgehende Filterung der Ziele nicht der Gegenstand dieser Arbeit ist, wird dieser Faktor über die gesamte Array-Länge als konstant angenommen.

Insgesamt ist das aufgestellte Array-Modell (2.10) den gängigen Array-Modellen aus [1, 13, 14] ähnlich. Des Weiteren lässt sich das Modell auf ausgedünnte Arrays leicht übertragen: Die Array-Antwort auf den unbesetzten Stellen des Arrays wird mit Nullen aufgefüllt.

## 2.5 MIMO-Arrays

Das im vorherigen Abschnitt dargestellte Modell (2.10) des linearen SIMO-Arrays wird nun auf den Fall der MIMO-Arrays erweitert. Dabei wird angenommen, dass die Elemente des Sende-Arrays im

sogenannten Zeit-Multiplex also zeitlich nacheinander betrieben werden. Das für Verständnis des Modells hilfreiche Mehrzielszenario ist in Bild 2.4 dargestellt.



**Abbildung 2.4:** Mehrzielszenario mit linearem MIMO-Array.

Die Signalverzögerung  $\tau_{tr} = -(x_r + x_t) \cos(\varphi_t)/c_o$  zwischen dem von der Position  $n_t$  aus gesendeten und dem an der Stelle  $n_r$  empfangenen Signal geht in die Antwort des MIMO-Arrays mit

$$i[n_t + n_r] = \sum_{t=1}^T A_t \exp(j(\omega_t(n_t + n_r) + \phi_t)) \quad (2.11)$$

ein. Wie bereits erwähnt, gilt das Array-Modell (2.11) für MIMO-Systeme mit orthogonalen Sendesignalen, die im Allgemeinen in Zeit- und Frequenz-Multiplex basierte aufgeteilt werden können. Bei den Multiplexverfahren kann die Zuordnung von Empfangssignalen seitens des Empfangs-Arrays in einem Demultiplexer oder in einem Optimalfilter (*matched filter*) erfolgen [15]. Die Empfangssignale an den Ausgängen des Filters werden den Elementen an den Stellen  $\tilde{n} = n_t + n_r$  eines virtuellen Arrays zugeordnet, wie es in Bild 2.5 dargestellt ist. Das Array wird auch als äquivalentes Empfangs-Array oder Faltungs-Array bezeichnet [1, 15].

Die Array-Antwort des äquivalenten Empfangs-Arrays ist durch Gleichung (2.11) gegeben. Die Generierung der Elementpositionen des Arrays kann durch die mathematische Faltung der Konfigurationen der Sende- und Empfangsuntergruppen erfolgen. Dafür werden die Positionen der MIMO-Elemente in vektorieller Schreibweise dargestellt. Dabei werden Vektoreinträge mit Einsen für die von den Elementen besetzten Positionen eines beispielsweise ausgedünnten Arrays beschrieben und die Vektoreinträge mit Nullen beschreiben die unbesetzten Elementpositionen im Array.