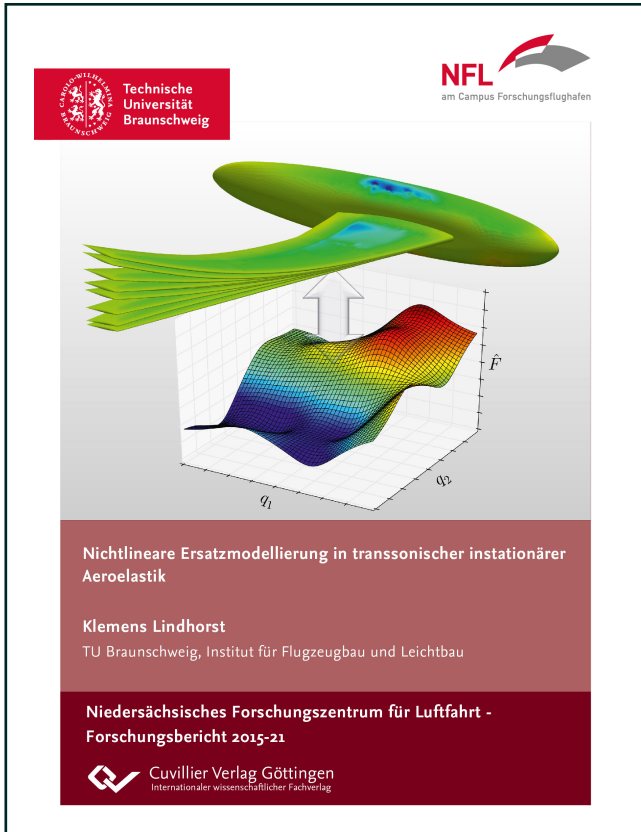




Klemens Lindhorst (Autor)
**Nichtlineare Ersatzmodellierung in transsonischer
instationärer Aeroelastik**



<https://cuvillier.de/de/shop/publications/7164>

Copyright:
Cuvillier Verlag, Inhaberin Annette Jentsch-Cuvillier, Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen,
Germany
Telefon: +49 (0)551 54724-0, E-Mail: info@cuvillier.de, Website: <https://cuvillier.de>

1. Einleitung

In der Aeroelastik werden Probleme und Effekte untersucht, die aufgrund der wechselseitigen Interaktion von Strömung und Struktur entstehen. Diese Strömungs-Struktur-Interaktion kann in vielen technischen Bereichen eine Rolle spielen, wie beispielsweise im Bauingenieurwesen bei Türmen und Brücken, im Maschinenbau bei Pumpen, Turbo- und Verbrennungskraftmaschinen oder auch in der Medizin, wie beispielsweise bei der Untersuchung der Entstehungsmechanismen von Aneurysmen.

Bei der Auslegung von Flugzeugen können Interaktionseffekte bezüglich der Flugzeugstruktur, aber auch der Flugdynamik, dimensionierende Größenordnungen erreichen, weshalb aeroelastische Effekte im Auslegungs- und Nachweisprozess eines Flugzeugs berücksichtigt werden müssen.

Die Herausforderung bei der Aeroelastik liegt vor allem im Interdisziplinären, also in der Interaktion physikalischer Effekte, welche von unterschiedlichen wissenschaftlichen Fachdisziplinen untersucht werden. Das Wechselspiel der im aeroelastischen System vorhandenen Kräfte wird übersichtlich im Kräftradreieck nach Collar in Abbildung 1.1 dargestellt, auf welches auch von Wright und Cooper [80] verwiesen wird.

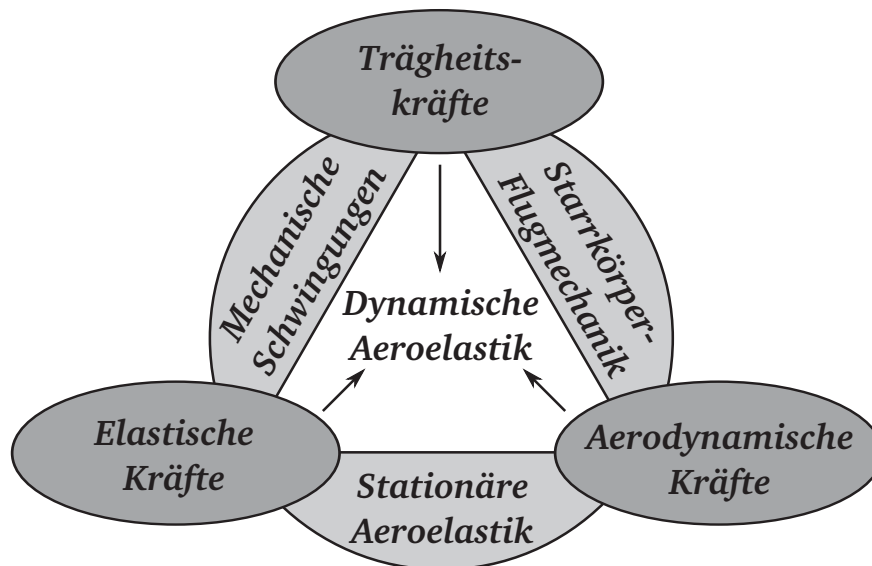


Abbildung 1.1.: Aeroelastisches Kräftradreieck nach Collar (referenziert durch Wright und Cooper [80])

In dieser Arbeit wird neben der stationären Aeroelastik vor allem die dynamische Aeroelastik betrachtet, bei welcher die elastischen, die aerodynamischen und die Trägheitskräfte zusammen wirken. Dementsprechend erfordert die korrekte Analyse und Vorhersage der aeroelastischen Effekte eine hinreichend genaue Berechnung der aerodynamischen und strukturellen Kräfte unter Berücksichtigung der Dynamik.

1. Einleitung

Im Bereich der stationären Aeroelastik wird im Flugzeugbau in erster Linie der schwingungsfreie aeroelastische Gleichgewichtszustand in verschiedenen stationären Flugphasen untersucht. Hierbei stellt die Torsionsdivergenz ein zentrales Stabilitätsproblem dar, bei welchem die aeroelastische Torsion des belasteten Flügels zusätzliche Auftriebskräfte erzeugt, wodurch die Torsion weiter zunimmt. Dies kann im äußersten Fall bis zum strukturellen Versagen des Flügels führen.

Neben der Torsionsdivergenz ist die Steuerbarkeit und Flugstabilität des elastischen Flugzeugs in den unterschiedlichen stationären Flugphasen zu gewährleisten. Darüber hinaus steht auch die aerodynamische Güte der Flugzeugkonfiguration im stationären Geradeausflug im Fokus, wobei der Zustand im Reiseflug von besonderem Interesse ist. Hierbei ist unter anderem das Ziel, im Reiseflug mit entsprechend strukturell verformten Flügeln eine möglichst ideale, elliptische Auftriebsverteilung und folglich ein hohes Auftriebs- zu Widerstandsverhältnis zu erreichen.

Weitere Themen der stationären Aeroelastik sind zum einen der Effekt der Ruderumkehr in Verbindung mit Steuerflächen und zum anderen stationäre Manöver, wie beispielsweise der stationäre Kurvenflug.

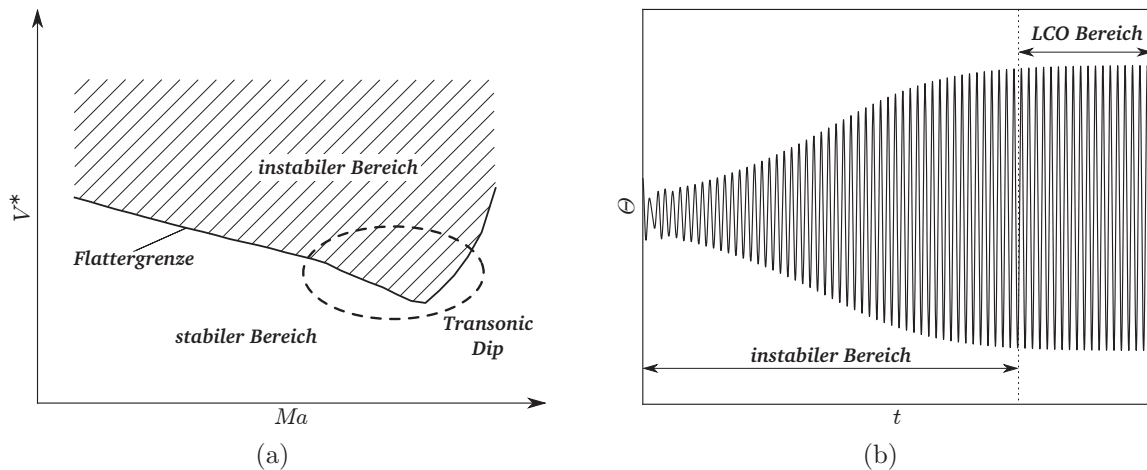


Abbildung 1.2.: (a) Geschwindigkeit-Machzahl-Diagramm mit exemplarischer Fluttergrenze, welche einen Transonic Dip aufweist; (b) Anstellwinkelschwingung im LCO-Fall

In der instationären Aeroelastik werden im Flugzeugbau dynamische Effekte untersucht. Hier ist vor allem das Flügelflattern von zentraler Bedeutung, da ein instabiles Flatterverhalten zur Zerstörung der Flügelstruktur führen kann. Damit stellt der Effekt des Flatterns eine ernste Gefahr für die Betriebssicherheit des Flugzeugs dar. Es ist folglich beim Flugzeugentwurf wie auch bei anschließenden Flugversuchen sicherzustellen, dass die Fluttergrenze, welche den stabilen vom instabilen Flatterbereich abgrenzt, in keiner Flugphase überschritten wird. Des Weiteren ist eine definierte Sicherheitsmarge (englisch: *flutter safety margin*) zur Fluttergrenze in allen auslegungskritischen Flugphasen nachzuweisen, welche eine zusätzliche Sicherheit gegen das Überschreiten der Fluttergrenze gewährleistet.

In Abbildung 1.2(a) ist eine exemplarische Fluttergrenze in einem Geschwindigkeits-Machzahl-Diagramm dargestellt, wobei der Geschwindigkeitsindex V^* der dimensionslosen

Anströmgeschwindigkeit entspricht. Es ist erkennbar, dass die Flattergrenze sich mit steigender Machzahl zu immer niedrigeren Geschwindigkeitsindizes verschiebt. Besonders kritisch ist hierbei der transsonische Bereich, in welchem das Auftreten lokaler Überschallgebiete einsetzt (etwa zwischen $0,7 < Ma < 1,0$). In diesem Bereich zeigt sich ein Phänomen, welches in der Literatur als *Transonic Dip* (frei übersetzt: transsonische Senke) bezeichnet wird [80]. Dieses beschreibt ein überproportional starkes Absinken der Flattergrenze gefolgt von einem Wiederanstieg in der Regel bei Machzahlen nahe der Schallgeschwindigkeit, wie in Abbildung 1.2(a) beispielhaft zu sehen ist. Dieser Effekt kann von linearen Analyseverfahren, wie sie im subsonischen Bereich vielfach eingesetzt werden, nicht erfasst werden. Deshalb führen diese Methoden im transsonischen Bereich zu nichtkonservativen Vorhersagen bezüglich der Flattergrenze. Da die Reisfluggeschwindigkeiten vieler Verkehrsflugzeuge im transsonischen Bereich liegen, ist dieses Phänomen von besonderem Interesse.

Ein weiteres Phänomen in Verbindung mit Flattern sind die Grenzzyklusschwingungen, für welche in der Aeroelastik in der Regel der englische Begriff der *Limit Cycle Oscillations* (LCO) verwendet wird. Diese Art von Schwingungen sind ein Sonderfall, welcher auch in anderen Bereichen der Physik und der Mathematik auftreten kann. In der Aeroelastik beschreiben Limit Cycle Oscillations ein zunächst angefachtes, also instabiles Flatterverhalten, welches jedoch ab einer gewissen Schwingungsamplitude durch nichtlineare Effekte gedämpft wird und letztendlich in einer indifferenten Schwingung, der Grenzzyklusschwingung, verweilt. In Abbildung 1.2(b) ist die Schwingung des Torsionswinkels θ über der Zeit t für einen Flutterfall mit auftretenden LCO exemplarisch dargestellt.

Die dämpfenden nichtlinearen Effekte können unterschiedliche Ursprünge haben, im Falle der Aeroelastik also entweder von struktureller und/oder aerodynamischer Natur sein oder im Falle der Aeroservoelastik auch durch Steuerflächen hervorgerufen werden. Folglich kann das LCO-Verhalten nur durch entsprechend nichtlineare Lösungsansätze abgebildet werden. Neben dem Flattern werden im Rahmen der instationären Aeroelastik auch noch weitere dynamische Effekte, wie dem *Buffeting*, einer oszillierenden Stoß-Grenzschicht-Interaktion, oder in der Aeroservoelastik dem *Ruder-Buzz*, einer oszillierenden Interaktion zwischen Verdichtungsstoß und Ruderausschlag, betrachtet. Des Weiteren sind dynamische Flugmanöver und äußere Störungen durch Böen Gegenstand instationärer aeroelastischer Untersuchungen.

1.1. Motivation und Forschungshypothese

Im modernen Flugzeugdesign stellt die ingenieurmäßige Berücksichtigung aeroelastischer Effekte immer noch eine Herausforderung dar. Aufgrund der vielseitigen Abhängigkeiten des aeroelastischen Verhaltens vom Flug- sowie Beladezustand ergibt sich eine hohe Anzahl an Lastfällen. Aufgrund der großen Anzahl der Lastfälle können diese heutzutage nicht bzw. nur vereinzelt mit aufwändigen numerischen Methoden untersucht werden, trotz moderner Großrechner. Daher muss heutzutage zum finalen Nachweis der aeroelastischen Stabilität zumeist auf kostenintensive Flugversuche mit Prototypen zurückgegriffen werden. Da diese naturgemäß erst in einer sehr späten Entwicklungsphase zur Verfügung stehen, sind auch etwaige Modifikationen der Flugzeugkonfiguration aufgrund der Erkenntnisse aus den Flugversuchen mit hohen Kosten verbunden. Aus diesem Zusammenhang lässt sich die Forderung nach einem schnellen Verfahren ableiten, welches in einer möglichst frühen Entwicklungsphase eingesetzt werden kann, um aeroelastische Effekte in der strukturellen Auslegung zu berücksichtigen.



1. Einleitung

Ein etabliertes Verfahren zur Analyse aeroelastischer Probleme ist das potentialtheoretische Wirbelleiterverfahren (englisch: *Doublet Lattice Method, DLM*), welches beispielsweise von Wright und Cooper [80] beschrieben wird. Dieses schnelle lineare Verfahren wird vielfach zur Bestimmung der aerodynamischen Lasten im Entwurfs- bzw. Nachweisprozess eingesetzt. Jedoch ist die Gültigkeit auf den subsonischen Bereich beschränkt und kann im transsonischen Bereich nur mit Hilfe von Korrekturverfahren verwendet werden, welche in der Regel wiederum auf kostenintensive Windkanaldaten oder numerische Analysen zurückgreifen, wie von Brink-Spalink und Bruns beschrieben wird [9]. Zudem stellt auch die korrigierte DLM immer noch ein lineares Verfahren dar, das bei nichtlinearer Aerodynamik nur für kleine Störungen um den Korrekturpunkt gültig ist. Das Phänomen des Transonic Dip (vgl. Abb. 1.2(a)) kann durch die DLM beispielsweise nicht abgebildet werden.

Aus diesen Gründen ist das Ziel dieser Arbeit die Entwicklung eines Ansatzes, mit dem aus einer endlichen Zahl hochgenauer aber aufwändiger aerodynamischer Analysen ein effizientes aerodynamisches Ersatzmodell für aeroelastische Untersuchungen erstellt werden kann. Dieses Ersatzmodell soll in der Anwendung nicht erneut auf den numerischen Strömungslöser angewiesen sein und innerhalb einer Kopplungsumgebung ohne Modifikation derselben einsetzbar sein.

Da die Reisefluggeschwindigkeit moderner Verkehrs- und Transportflugzeuge im transsonischen Bereich liegt, soll der Ersatzmodellansatz die relevanten nichtlinearen Effekte insbesondere in diesem spezifischen Flugbereich auflösen und abdecken können. Ferner soll das Verfahren möglichst flexibel auf fallspezifische Besonderheiten angepasst werden können, so dass auch Sonderkonfigurationen, beispielsweise mit aktiven Hochauftriebsmitteln oder Klappenauerschlägen, prinzipiell erfasst werden können.

Als Nebenbedingung soll das Ersatzmodell ohne Modifikationen sowohl in stationären als auch in transienten aeroelastischen Analysen anwendbar sein, wobei der Einsatz in transienten Analysen im Vordergrund steht. Zudem wird die Wunschforderung formuliert, dass der Ersatzmodellansatz auch flexibel für andere ingenieurwissenschaftliche Problemstellungen ohne tiefgreifende Anpassungen verwendet werden kann.

Zur Bewertung der Genauigkeit des Ersatzmodells wird eine relative Abweichung der relevanten Größen von unter 2% als akzeptabel eingestuft, wohingegen eine relative Abweichung von unter 1% als gut angesehen wird.

Aus diesen Forderungen und Bedingungen wird ein Ansatz entwickelt, welcher die Kombination mehrerer mathematischer Verfahren beinhaltet. Dieser wird im folgenden Abschnitt 1.2 im Kontext bereits bestehender Verfahren eingeordnet.

1.2. Stand der Forschung

Mit der Entwicklung rechenaufwändiger numerischer Verfahren zur Lösung des Fluid- und Strukturproblems ist auch das Bestreben nach dem Einsatz von Reduktionsverfahren aufgenommen. Hierbei sind in den letzten Jahren verschiedene Ansätze mit sehr unterschiedlichen Zielen verfolgt worden. Ein Überblick über die Entwicklung wird von Henshaw et al. [16] gegeben.

Sowohl Farhat [21] als auch Ahmed [1] teilen die verschiedenen Reduktionsverfahren in der Aeroelastik in zwei Kategorien ein, welche von Farhat als innere Beschreibung (englisch: *internal description*) und äußere Beschreibung (englisch: *external description*) bezeichnet werden.

Die Verfahren der ersten Kategorie projizieren das zu lösende Differentialgleichungssystem in einen niederdimensionalen Raum, um anschließend das reduzierte Differentialgleichungssystem mit einem geeigneten Verfahren zu lösen. Bei diesen Verfahren ist es möglich, abhängig von der Projektionsmethode, die physikalischen Zusammenhänge zu erhalten. Bei diesem Ansatz ist jedoch nach wie vor ein stabiles Lösungsverfahren für das reduzierte Differentialgleichungssystem notwendig. Ein Beispiel für diese Vorgehensweise aus dem strukturmechanischen Ingenieurbereich ist die Projektion der Bewegungsdifferentialgleichung eines hochdimensionalen Strukturproblems mit Hilfe der dominierenden Eigenformen in einen niederdimensionalen Unterraum.

In diese Kategorie lässt sich der strömungslöserbasierte *Harmonic-Balance*-Ansatz von Thomas et al. [67] einordnen, mit welchem sowohl Amplitude als auch Frequenz der Grenzyklusschwingungen (LCO) im Frequenzbereich bestimmt wird. Demgegenüber wird von Willcox und Peraire [77] die exakte orthogonale Zerlegung (englisch: *Proper Orthogonal Decomposition, POD*) verwendet um ein Zustandsraummodell (englisch: *State Space Model*) der Aerodynamik aufzubauen. Bei diesem Zustandsraummodell handelt es sich jedoch um ein linearisiertes Modell, welches für kleine Störungen zulässig ist. Chen und Yan [13] hingegen verwenden die POD-Projektion in Kombination mit einem nichtlinearen Strömungslöser für die Vorhersage von LCO-Verhalten. Des Weiteren zeigen viele Publikationen aus der Farhat Forschungsgruppe den Einsatz der Graßmann-Mannigfaltigkeit zum Parametrisieren und Kombinieren von POD-Unterräumen, wie beispielsweise Amsallem et al. [4, 3] und Carlberg et al. [12] darlegen.

Bei der zweiten Kategorie handelt es sich um Ersatzmodelle, welche die Lösung des physikalischen Systems aus bekannten Lösungen interpolieren. Es wird also eine explizite, rein mathematische Abbildung von den Eingangs- auf die Ausgangsgrößen hergestellt. Beispielsweise verwenden Voitcu et al. [69, 70] mehrschichtige Perzeptren, welche eine Klasse von neuronalen Netzen darstellen (vgl. Abschnitt 3.3.3), für die Modellierung von kompletten aeroelastischen Systemen mit strukturellen Nichtlinearitäten. Han et al. [27] setzen eine modifizierte Krigingmethode ein, um aus Strömungslösungen unterschiedlicher Auflösungsgüte ein Ersatzmodell für die Vorhersage der globalen aerodynamischen Beiwerte zu erstellen. Demgegenüber untersuchen Marzocca et al. [44], Lucia et al. [43, 42] und Silva [61] den Einsatz der Volterra-Reihe zur Konstruktion zeitabhängiger, nichtlinearer Ersatzmodelle. Nach Raveh [54] ist die Volterra-Reihe jedoch aufgrund der Identifikation mit Impulsanregungen bezüglich der Anregungsamplituden ein lineares Verfahren (vgl. Abschnitt 3.3.3). Anstelle der Volterra-Reihe greift Won [79] auf die lineare ARMA-Methode zurück, welche in Abschnitt 3.2.1 näher erläutert wird. Zhang et al. [82] verwenden hingegen ein NARMA-Modell (vgl. Abschnitt 3.2.2) mit einem einfachen neuronalen Netzwerk mit radialen Basisfunktionen zur Vorhersage der globalen aerodynamischen Beiwerte in einer gekoppelten aeroelastischen Analyse. Fagley et al. [20] kombinieren ein neuronales Netz mit Wavelet-Ansatzfunktionen (Wavenet) mit der POD und einem NARMA-Modell zur Vorhersage des nichtlinearen dynamischen Verhaltens von freien Scherströmungen. Ghoreyshi et al. [24, 23] vergleichen die Volterra-Reihe, ein Kriging-Modell und ein RBF-ANN zur Vorhersage des globalen Momentenbeiwerts in Manövern der starren X-31 Flugzeugkonfiguration.

Der in dieser Arbeit entwickelte Ansatz ist in die zweite Kategorie einzuordnen, wobei Ähnlichkeiten zu den Ansätzen von Fagley et al. [20] und Zhang et al. [82] existieren. Ähnlich wie bei Fagley wird in dieser Arbeit die POD mit einem NARMA-Modell kombiniert, wobei jedoch anstelle der Wavenet-Methode ein neuronales Netzwerk mit radialen Basisfunktionen



1. Einleitung

und explizitem Trainingsalgorithmus verwendet wird. Des Weiteren wird in dieser Arbeit das Modell in einer gekoppelten aeroelastischen Analyse eingesetzt, was aufgrund von Rückkopplungseffekten eine besondere Robustheit und Stabilität des Ersatzmodells erfordert.

Analog zu Zhang wird in dieser Arbeit ein neuronales Netzwerk mit radialen Basisfunktionen eingesetzt, wobei diverse Modifikationen bezüglich des expliziten Identifikationsalgorithmus vorgenommen werden. Außerdem wird im Gegensatz zu Zhang in dieser Arbeit das neuronale Netz mit der Parameterreduktion mittels POD kombiniert. Dadurch wird der Ansatz für dreidimensionale Probleme anwendbar, was in dieser Arbeit demonstriert wird.

2. Analyse aeroelastischer Systeme

In der Analyse von Interaktionsproblemen, wie sie beispielsweise in der Aeroelastik auftreten, hat sich der partitionierte Ansatz etabliert. Bei diesem Ansatz wird das Gesamtproblem in zwei oder mehr Teilprobleme geteilt, wie es beispielhaft in Abbildung 2.1 für die zwei Gebiete Ω_1 und Ω_2 mit der jeweiligen Berandung Γ_1 und Γ_2 dargestellt ist. Die beiden Gebiete interagieren miteinander über einen bestimmten Bereich ihrer Berandung, welcher im Folgenden als Kopplungsfläche bezeichnet wird. Die Kopplungsfläche kann auch die komplette Berandung eines Teilgebiets ausmachen, wenn ein Gebiet das andere komplett umschließt.

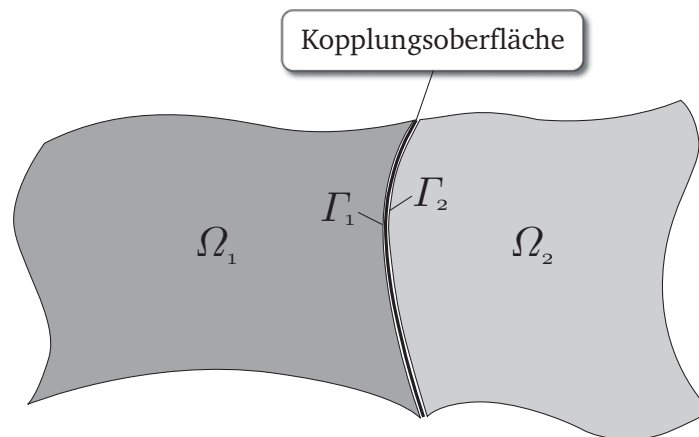


Abbildung 2.1.: Allgemeine Darstellung eines partitionierten Gesamtproblems

Bei dem partitionierten Ansatz wird jedes Teilproblem sequenziell gelöst, wobei die Lösung prinzipiell unabhängig von dem anderen Teilproblem, aber unter Berücksichtigung der jeweiligen Randbedingungen erfolgt. Anschließend werden über die Kopplungsfläche die berechneten Zustandsgrößen des gelösten Teilproblems als Randbedingungen des anderen Teilproblems gesetzt und dieses Problem gelöst. Diese Prozedur wird iteriert bis eine konvergierte Gesamtlösung erreicht ist. Bei aeroelastischen Analysen wird das Strömungsproblem und das Strukturproblem jeweils als ein Teilgebiet aufgefasst.

Auf den partitionierten Ansatz in der Aeroelastik und Details der Kopplung wird in Abschnitt 2.3 weiter eingegangen. Zunächst werden in Abschnitt 2.1 und 2.2 die Lösungsansätze des aerodynamischen und strukturellen Teilproblems näher betrachtet.

2.1. Lösung des Strömungsproblems

Ziel der Lösung des Strömungsproblems bei der aeroelastischen Analyse ist die Bestimmung der aerodynamischen Lasten, welche die Randbedingungen für das Strukturproblem bilden. Unger et al. [68] führen aus Gründen einer kompakteren Schreibweise für das aerodynamische Untersystem den Operator \mathcal{F} ein, womit sich das Strömungsproblem wie in Gleichung 2.1 formulieren lässt.

2. Analyse aeroelastischer Systeme

Da bei diesem Fall die abhängigen Variablen in Form der Deformation als Randbedingungen vorgegeben sind, stellt dies ein Dirichlet-Problem dar.

$$\mathcal{F}\underline{u}_f = \underline{F}_f \quad (2.1)$$

Zur Bestimmung der Kräfte in Abhängigkeit der Deformationen existieren viele verschiedene Ansätze unterschiedlicher Komplexität. Ein sehr einfacher zweidimensionaler Ansatz ist die lineare Gleichung für ein vertikal und rotatorisch oszillierendes Profil. Da diese Gleichung als Ausgangspunkt für die Ausgestaltung des Ersatzmodells dient, wird dieser Ansatz in Abschnitt 2.1.1 näher vorgestellt.

Ein höherwertiges und sehr verbreitetes Verfahren zur Lösung des Strömungsproblems ist die in Abschnitt 1.1 bereits erwähnte DLM, welches zur Lösung dreidimensionaler Probleme geeignet ist und vor allem für subsonische Flatteranalysen im Frequenzbereich eine breite Anwendung findet. Da nichtlineare Effekte wie Verdichtungsstöße oder der Transonic Dip durch die DLM nicht abgedeckt werden, ist diese Methode für Analysen im transsonischen Bereich nicht geeignet. Es sei jedoch angemerkt, dass Korrekturmethode und Modifikationen zur Erweiterung der DLM auf den transsonischen Bereich existieren, wie beispielsweise die Transonic Doublet Lattice Method, welche beispielsweise von Pi et al. [51] oder von Voß beschrieben wird [41].

Einen hochgenauen Ansatz stellt das numerische Verfahren der *Computational Fluid Dynamics* (CFD) dar, auf welches in Abschnitt 2.1.2 weiter eingegangen wird. Dieses numerisch aufwändige Verfahren ist in der Lage, nichtlineare aerodynamische Effekte wie Verdichtungsstöße abzubilden und ist damit für die Berechnung transsonischer Strömung besonders geeignet. Aus diesen Gründen leitet sich die Forderung für das Ersatzmodell ab, dass es die aerodynamischen Kräfte mit vergleichbarer Qualität vorhersagen soll.

2.1.1. Analytischer Ansatz für ein zweidimensionales Profil

Ein einfacher analytischer Ansatz für die Beschreibung des Zusammenhangs von Profilbewegung und den aerodynamischen Kräften ist die lineare Gleichung für ein zweidimensionales Profil, welche von Wright und Cooper [80] beschrieben wird. Da dieser sehr einfache Ansatz als Ausgangspunkt für die Modellierung der instationären Aerodynamik mittels der Markovkette in Abschnitt 3.2.3 dient, wird er an dieser Stelle kurz erläutert.

Es wird ein zweidimensionales Profil mit dem Anstellwinkel α und den zwei Bewegungsfreiheitsgraden Torsion $\theta(t)$ und Hub $h(t)$ betrachtet, wie es in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt ist. Gesucht wird der Zusammenhang zwischen der Profilbewegung und dem aerodynamischen Auftrieb A_{aero} bzw. Moment M_{aero} im stationären sowie instationären Fall. Es ist üblich für den Auftrieb und das Moment die dimensionslosen aerodynamischen Beiwerte C_A und C_M zu verwenden, welche wie folgt definiert sind:

$$C_A = \frac{A_{aero}}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 c} \quad ; \quad C_W = \frac{W_{aero}}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 c} \quad ; \quad C_M = \frac{M_{aero}}{\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2 c^2} \quad (2.2)$$

Hierbei ist c die Profiltiefe und ρ_∞ die Dichte sowie U_∞ die Geschwindigkeit der freien Anströmung. Der Widerstand W_{aero} wird analog zum Auftrieb normiert, wobei der Widerstandsbeiwert C_W in den folgenden einfachen analytischen Gleichungen vernachlässigt wird.

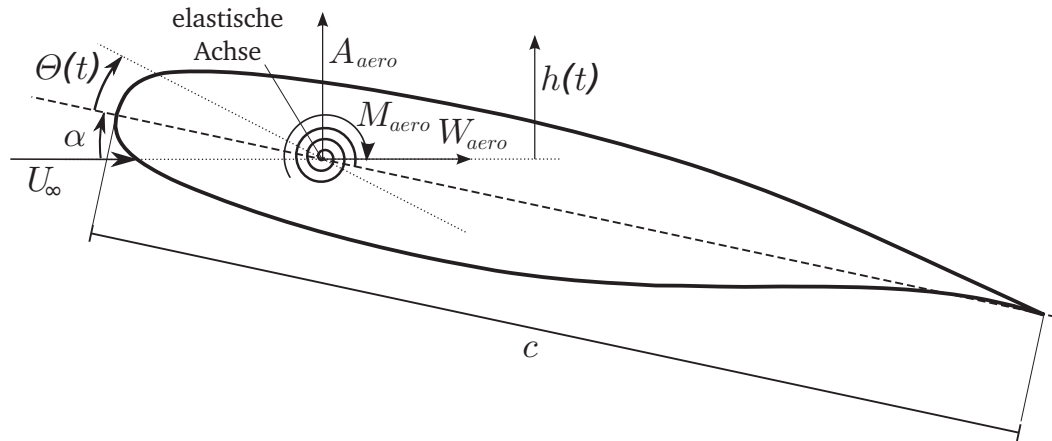


Abbildung 2.2.: Schematische Darstellung der globalen aerodynamischen Kräfte und Momente, sowie der Bewegungsvariablen an einem zweidimensionalen Profil mit zwei Bewegungsfreiheitsgraden

Stationärer Fall

Beim stationären Fall gilt für kleine Anstellwinkel ein linearer Zusammenhang zwischen dem Anstellwinkel und den dimensionslosen Beiwerten C_A und C_M . Die vertikale Position h des Flügels hat im stationären Fall keine Auswirkung auf die Aerodynamik. Damit ergibt sich für den Auftrieb und das Nickmoment der einfache lineare Zusammenhang aus Gleichung 2.3, wobei die Derivative $C_{A,\alpha}$ und $C_{M,\alpha}$ sowie der Nullauftriebswinkel α_0 das aerodynamische Verhalten des Profils charakterisieren.

$$\begin{pmatrix} C_A \\ C_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{A,\alpha} \\ C_{M,\alpha} \end{pmatrix} (\alpha - \alpha_0) \quad (2.3)$$

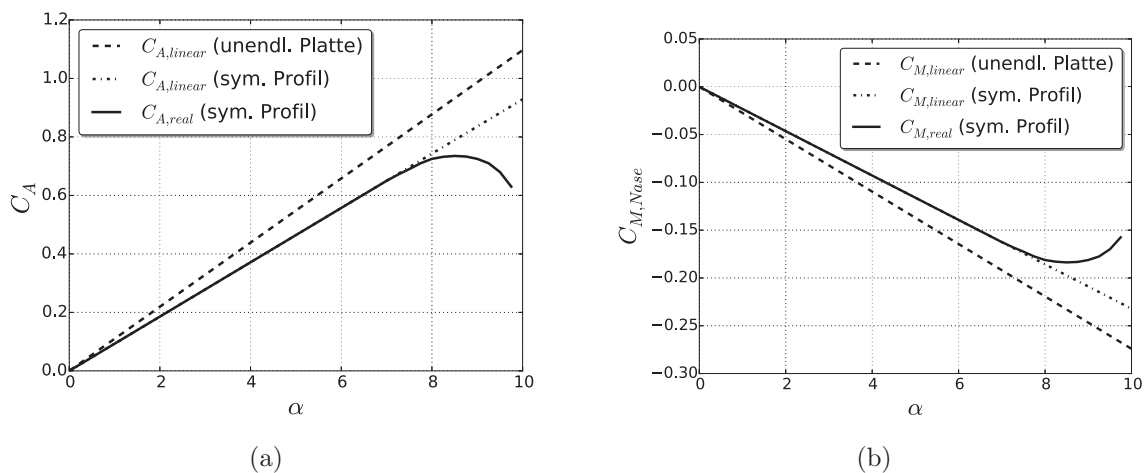


Abbildung 2.3.: Schematische Verläufe der linearen Theorie für die unendliche ebene Platte und ein symmetrisches Profil sowie dem realen Verlauf des symmetrischen Profils: (a) Auftriebsbeiwert über dem Anstellwinkel; (b) Momentenbeiwerts über dem Anstellwinkel

2. Analyse aeroelastischer Systeme

Eine reibungsfreie ebene Platte unendlicher Spannweite und mit Flügeltiefe $c = 1$ besitzt einen theoretischen Auftriebsanstieg von $C_{A,\alpha} = 2\pi$. Dieser Auftriebsanstieg stellt nach Schlichting und Truckenbrodt [60] die physikalische Obergrenze für alle realen Profile ohne aktive Hochauftriebssysteme dar. Des Weiteren tritt in der Realität bei höheren Anstellwinkeln Strömungsablösung auf, welche das Zusammenbrechen des Auftriebs verursacht. In den Abbildungen 2.3(a) und 2.3(b) sind beispielhafte Verläufe des Auftriebs- sowie Nickmomentenbeiwerts des linearen Ansatzes der unendlichen ebenen Platte und eines symmetrischen Profils mit $C_{A,\alpha} < 2\pi$ gezeigt. Des Weiteren ist ein beispielhafter nichtlinearer Verlauf des symmetrischen Profils mit Strömungsablösung dargestellt.

Instationärer Fall

Bei dem instationären Ansatz wird zunächst von einer vereinfachten Form der Theodorsen-Funktion ausgegangen, welche von Wright und Cooper [80] hergeleitet wird. Nach Wright und Cooper lässt sich die Theodorsen-Funktion unter Annahme einer oszillierenden Strukturbewegung mit konstanter Kreisfrequenz ω als einfache lineare Differentialgleichung formulieren:

$$\begin{pmatrix} C_A(t) \\ C_M(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{A,h} \frac{2h(t)}{c} + C_{A,\dot{h}} \frac{\dot{h}(t)}{U_\infty} + C_{A,\theta} \theta(t) + C_{A,\dot{\theta}} \frac{c\dot{\theta}(t)}{2U_\infty} \\ C_{M,h} \frac{2h(t)}{c} + C_{M,\dot{h}} \frac{\dot{h}(t)}{U_\infty} + C_{M,\theta} \theta(t) + C_{M,\dot{\theta}} \frac{c\dot{\theta}(t)}{2U_\infty} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Wobei für die oszillierende Strukturbewegung gilt:

$$h(t) = h_0 e^{i\omega t}, \quad \dot{h}(t) = h_0 i\omega e^{i\omega t}, \quad \theta(t) = \theta_0 e^{i\omega t}, \quad \dot{\theta}(t) = \theta_0 i\omega e^{i\omega t} \quad (2.5)$$

Überführt man Gleichung 2.4 in die Matrixschreibweise und berücksichtigt zusätzlich noch den Anstellwinkel α und den Nullauftriebswinkel α_0 , ergibt sich Gleichung 2.6.

$$\begin{pmatrix} C_A(t) \\ C_M(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} C_{A,h} & C_{A,\dot{h}} & C_{A,\theta} & C_{A,\dot{\theta}} \\ C_{M,h} & C_{M,\dot{h}} & C_{M,\theta} & C_{M,\dot{\theta}} \end{pmatrix}}_{\text{Derivativmatrix}} \begin{pmatrix} \frac{2}{c} h(t) \\ \frac{\dot{h}(t)}{U_\infty} \\ \theta(t) + \alpha - \alpha_0 \\ \frac{c}{2} \frac{\dot{\theta}(t)}{U_\infty} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Aus Gleichung 2.4 bzw. 2.6 geht hervor, dass die instationären aerodynamischen Beiwerte $C_A(t)$ und $C_M(t)$ aus dem Deformationszustand $h(t)$ und $\theta(t)$ und den normierten Geschwindigkeiten $\frac{\dot{h}(t)}{U_\infty}$ und $\frac{\dot{\theta}(t)}{U_\infty}$ berechnet werden. Die Profiltiefe c und der Nullauftriebswinkel α_0 sind profilspezifische Parameter und daher konstant. Des Weiteren ist der Anstellwinkel α ein fallspezifischer Parameter und innerhalb einer instationären aeroelastischen Analyse in der Regel konstant.

Die Derivativmatrix enthält in Analogie zu Gleichung 2.3 die Informationen über das spezifische aerodynamische Verhalten des betrachteten Flügelprofils. Es sei darauf hingewiesen, dass die Derivative bezüglich des Anstellwinkels aus Gleichung 2.3 den Derivativen bezüglich des Nickwinkels aus Gleichung 2.6 gleichen, es gilt also $C_{A,\alpha} = C_{A,\theta}$ und $C_{M,\alpha} = C_{M,\theta}$. Die unterschiedliche Bezeichnung dient lediglich der klaren Trennung des Anstellwinkels α und des elastischen Torsionwinkels θ .

Gleichung 2.6 stellt den Ausgangspunkt für die instationäre Ersatzmodellierung in dieser Arbeit dar, auf welche in Abschnitt 3.2.3 weiter eingegangen wird.

2.1.2. Numerisches Verfahren: Computational Fluid Dynamics (CFD)

Ein numerisches Verfahren zur konservativen Berechnung von komplexen Strömungen ist die Methode der *Computational Fluid Dynamics* (CFD), welche seit den frühen 1970er Jahren entwickelt wird. An dieser Stelle wird nur ein kurzer Überblick über den prinzipiellen Ansatz nach Blazek [7] gegeben, auf welchen für weitere Details der Methode verwiesen wird. Ziel des numerischen Ansatzes ist es, in einem betrachteten Strömungsfeld die drei Erhaltungssätze zu erfüllen:

- Erhaltung der Masse
- Erhaltung des Impulses
- Erhaltung der Energie

Hierfür wird zunächst ein diskretes Kontrollvolumen Ω_{KV} mit einer abgeschlossenen Berandung Γ_{KV} betrachtet, welches von einer Strömung mit der Geschwindigkeit \underline{U} durchdrungen wird, wie es in Abbildung 2.4 dargestellt ist. Der Vektor \underline{n}_{KV} stellt den Normalenvektor auf der Berandung dar.

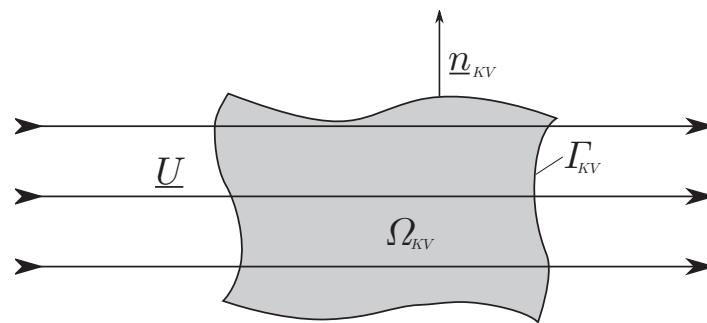


Abbildung 2.4.: Betrachtetes Kontrollvolumen

Die Erhaltung der Masse wird durch die Kontinuitätsgleichung gegeben, nach welcher die zeitliche Änderung der Masse im Kontrollvolumen dem Massenfluss über die Berandung entsprechen muss:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{KV}} \rho d\Omega_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} \rho(\underline{U} \cdot \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} = 0 \quad (2.7)$$

Die Impulsbilanz wird in analoger Weise formuliert, wobei zusätzliche Quellterme auf der rechten Seite hinzugefügt werden müssen. Diese Quellterme setzen sich aus den Volumenkräften, wie beispielsweise der Gravitation, und den Oberflächenkräften aufgrund des äußeren Drucks und den reibungsbedingten Schubspannungen $\underline{\tau}$ zusammen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{KV}} \rho \underline{U} d\Omega_{KV} + \oint_{\partial\Omega} \rho \underline{U} (\underline{U} \cdot \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} = & \underbrace{\int_{\Omega_{KV}} \rho \underline{f}_e d\Omega_{KV}}_{\text{Volumenkräfte}} - \\ & \underbrace{\oint_{\partial\Omega_{KV}} p \underline{n}_{KV} d\Gamma_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} \underline{\tau} \cdot \underline{n}_{KV} d\Gamma_{KV}}_{\text{Oberflächenkräfte}} \end{aligned} \quad (2.8)$$

2. Analyse aeroelastischer Systeme

Bei der Energieerhaltung müssen, neben der zeitlichen Änderung der Energie E im Volumen und dem Fluss über die Oberfläche, ebenfalls Quellterme berücksichtigt werden. Diese setzen sich aus den Quelltermen aufgrund der Volumen- und Oberflächenkräfte (vgl. Gl. 2.8) sowie den Wärmeströmen über die Oberfläche aufgrund von Strahlung oder chemischer Reaktionen zusammen. Beide Wärmeströme werden hier zu einem resultierenden Wärmestrom \dot{q}_h zusammengefasst. Des Weiteren ist der Wärmestrom aufgrund des Kontakts der Oberfläche mit der Umgebung $k_{th} \nabla T$ zu beachten, mit k_{th} als Wärmeübergangskoeffizienten. Dies führt zu der folgenden Energiebilanz:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{KV}} \rho E d\Omega_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} \rho H(\underline{U} \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} = \underbrace{\int_{\Omega_{KV}} (\rho \underline{f}_e \underline{U} + \dot{q}_h) d\Omega_{KV}}_{\text{Volumenquellen}} - \underbrace{\oint_{\partial\Omega_{KV}} k(\nabla T \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} \underline{\tau} \underline{U} \underline{n}_{KV} d\Gamma_{KV}}_{\text{Oberflächenquellen}} \quad (2.9)$$

Hierbei wird der Fluss der Energie E über die Oberfläche und die Energie aufgrund des äußeren Drucks p zum Fluss der Enthalpie H zusammengefasst:

$$\oint_{\partial\Omega_{KV}} \rho H(\underline{U} \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} = \oint_{\partial\Omega_{KV}} \rho E(\underline{U} \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} p(\underline{U} \underline{n}_{KV}) d\Gamma_{KV} \quad (2.10)$$

Die drei Erhaltungssätze können in einer Gleichung, der Navier-Stokes-Gleichung, zusammengefasst werden, welche die reibungsbehaftete Strömung beschreibt:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_{KV}} \underline{W} d\Omega_{KV} + \oint_{\partial\Omega_{KV}} (\underline{F}_k - \underline{F}_v) d\Gamma_{KV} = \int_{\Omega_{KV}} \underline{Q} d\Omega_{KV} \quad (2.11)$$

Hierbei steht \underline{W} für den Vektor der konservativen Zustandsgrößen, \underline{F}_k für die konvektiven Flüsse und \underline{F}_v für die viskosen Flüsse aufgrund der Reibung:

$$\underline{W} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad \underline{F}_k = \begin{pmatrix} \rho(\underline{U} \underline{n}_{KV}) \\ \rho u(\underline{U} \underline{n}_{KV}) + n_x p \\ \rho v(\underline{U} \underline{n}_{KV}) + n_y p \\ \rho w(\underline{U} \underline{n}_{KV}) + n_z p \\ \rho H(\underline{U} \underline{n}_{KV}) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\underline{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} \\ n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} \\ n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} \\ n_x \Theta_x + n_y \Theta_y + n_z \Theta_z \end{pmatrix}$$

Die Terme Θ_x , Θ_y und Θ_z in der Energiebilanz fassen den Energiefluss aufgrund der Reibung und der Wärmeleitung zusammen:

2.1. Lösung des Strömungsproblems

$$\Theta_x = u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} + k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.13)$$

$$\Theta_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.14)$$

$$\Theta_z = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.15)$$

Der Vektor \underline{Q} enthält die Terme der Volumenquellen:

$$\underline{Q} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho f_{e,x} \\ \rho f_{e,y} \\ \rho f_{e,z} \\ \rho \underline{f_e} \underline{U} + \dot{q}_h \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Lösen der Navier-Stokes-Gleichung

Da ein allgemeines, explizites Lösungsverfahren der Navier-Stokes-Gleichung bisher nicht existiert, haben sich implizite numerische Lösungsverfahren etabliert. Ein verbreitetes Verfahren zur näherungsweise Lösung der Navier-Stokes-Gleichung ist die Finite Volumen Methode (FVM), bei welcher das Strömungsfeld mit einer endlichen Anzahl an Volumenzellen räumlich diskretisiert wird. Anschließend wird die Navier-Stokes-Gleichung in jeder Zelle unter Berücksichtigung der jeweiligen Randbedingungen iterativ gelöst, worauf an dieser Stelle aber nicht weiter eingegangen werden soll. In dieser Arbeit wird der DLR TAU Code [22] als numerischer Strömungslöser verwendet, welcher eine Lösung der Navier-Stokes-Gleichung mit Hilfe der FVM approximiert.

Turbulenzmodellierung

Ein weiterer Aspekt ist die Modellierung der turbulenten Grenzschicht, welche sich aufgrund der reibungsbehafteten Strömung nach dem Transitionspunkt, also dem Umschlagen von laminarer zu turbulenter Strömung, ausbildet. Die turbulente Grenzschicht weist sehr komplexe Molekülbewegungen auf, welche annähernd chaotischen Charakter haben. Zur Berechnung des Grenzschichtverhaltens stehen unterschiedlich aufwändige Verfahren zur Verfügung. Die direkte numerische Simulation (englisch: *Direct Numerical Simulation, DNS*), bei welcher die Bewegung jedes Moleküls berücksichtigt wird, stellt hierbei den aufwändigsten Ansatz dar. Bei der Grobstruktursimulation (englisch: *Large Eddy Simulation, LES*) werden größere Wirbelstrukturen direkt berechnet und kleinere Strukturen separat modelliert, womit dieses Verfahren mit weniger numerischen Aufwand verbunden ist als die DNS. Dieser Aufwand ist jedoch für viele Anwendungen immer noch zu groß, weshalb sich die Reynolds-gemittelten Verfahren (englisch: *Reynolds Averaged Navier Stokes Equation, RANS*) etabliert haben, welche auch in dieser Arbeit eingesetzt werden. Bei einer RANS-Analyse wird für die Modellierung der turbulenten Grenzschicht ein Turbulenzmodell benötigt. In dieser Arbeit wird durchweg das Turbulenzmodell nach Spalart und Allmaras [64] verwendet, welches durch den DLR TAU Code zur Verfügung gestellt wird. Dieses Turbulenzmodell gehört zu den Eingleichungsmodellen erster Ordnung. Für weitere Details zur Turbulenzmodellierung sei der Leser an die Literatur zu diesen Themen verwiesen, wie zum Beispiel Blazek [7].

2. Analyse aeroelastischer Systeme

Analyse instationärer Strömung

Bei instationären Analysen wird für die Berechnung der zeitlichen Änderung ein Zeitintegrationsverfahren benötigt. Ein bekanntes Zeitintegrationsverfahren in der Strömungsmechanik ist beispielsweise das explizite Runge-Kutta-Verfahren. In dem DLR TAU Code ist die Zeitintegration mittels des impliziten *Dual Time Stepping* Ansatzes realisiert, welcher ebenfalls von Blazek [7] beschrieben wird. Dieser Ansatz sieht an jedem physikalischen Zeitschritt die Lösung eines quasi-stationären Problems vor, wobei die Zeitderivative mittels des Rückwärtigen Eulerverfahrens (englisch: *Backward Euler Approximation*) bestimmt werden.

Berechnung einer diskreten Böe

Die Methode der CFD bietet auch die Möglichkeit der Berechnung eines diskreten Böentreffers. Im Unterschied zur kontinuierlichen Turbulenz, welche einen chaotischen Charakter besitzt, ist die diskrete Böe nach Wright und Cooper [80] ein näherungsweise deterministisches Ereignis. Zur Modellierung einer Böe ist innerhalb des verwendeten CFD Löser - des DLR TAU Codes - der Störgeschwindigkeitenansatz (englisch: *Disturbance Velocity Approach, DVA*) implementiert, welcher von Heinrich und Reimer beschrieben wird [29]. Dies ist ein in der Aerodynamik verbreiteter Ansatz und wird auch von Wright und Cooper erläutert, wenn auch nicht mit Bezug auf die CFD. An dieser Stelle wird lediglich ein kurzer Überblick über das Konzept des Störgeschwindigkeitenansatzes gegeben, da auf dessen Basis die Einbindung in das Ersatzmodell erfolgt.

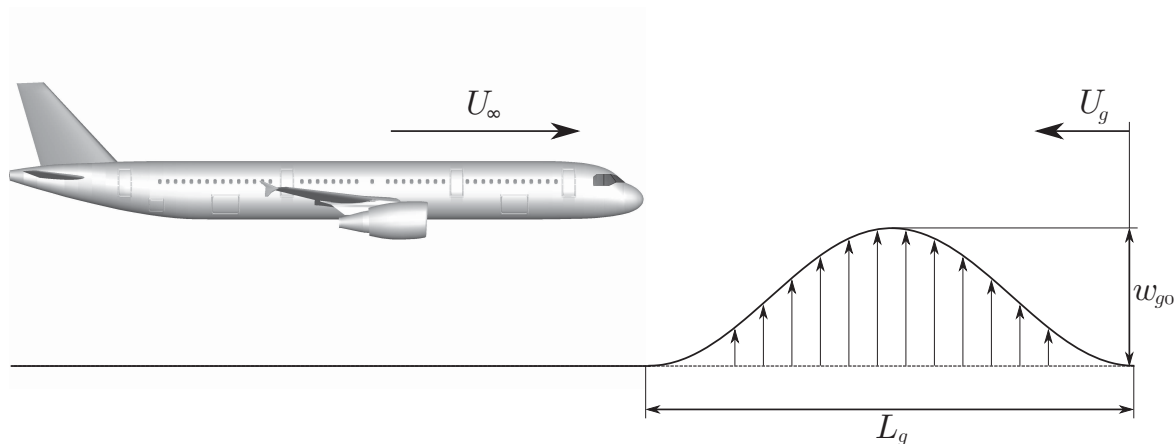


Abbildung 2.5.: Modellierung einer '1-cos'-Böe

Wie in Abbildung 2.5 dargestellt, wird die Böe als ein Feld vertikaler oder horizontaler Störgeschwindigkeiten aufgefasst, welches dem Strömungsfeld überlagert wird. Für die räumliche Verteilung des Felds wird in der FAR (*Federal Aviation Regulations*) Abschnitt 25.341 [30] eine Standardböe, die '1-cos'-Böe, definiert, welche durch Gleichung 2.17 beschrieben wird.

$$w_g(x_g) = \begin{cases} \frac{w_{g0}}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x_g}{L_g} \right) & \text{für } 0 \leq x_g \leq L_g \\ 0 & \text{für } x_g < 0 \mid x_g > L_g \end{cases} \quad (2.17)$$

Hierbei ist w_{g0} die maximale Störgeschwindigkeit, L_g die Länge der Böe und x_g die räumliche Koordinate entlang der Bewegungsrichtung der Böe, welche in dieser Arbeit grundsätzlich entgegen der Flugrichtung orientiert ist. Zudem bewegt sich die Böe mit der Geschwindigkeit U_g relativ zum Flugzeug, wie aus Abbildung 2.5 hervorgeht.

Neben der '1-cos'-Böe sei noch die 'Sharp Edge'-Böe erwähnt, welche ebenfalls von Wright und Cooper beschrieben wird. Diese Böe hat eine sprunghafte, diskontinuierliche Form und wird in dieser Arbeit nicht näher untersucht.

Bewertung der CFD-Methode

Aus der Herleitung der Navier-Stokes-Gleichung sind Vor- und Nachteile des numerischen Verfahrens ersichtlich. Als Vorteil ist in erster Linie die Konservativität, also die Erfüllung der physikalischen Erhaltungssätze innerhalb der diskreten Volumenzellen zu nennen. Dadurch wird das Strömungsfeld auch um komplexe Geometrien hinreichend genau angenähert, sofern die Stabilität des impliziten Lösungsschemas und eine adäquate räumliche Diskretisierung gewährleistet ist. Des Weiteren können nichtlineare Effekte wie Strömungsablösung oder Verdichtungsstöße abgedeckt werden, wobei auch hier die räumliche Diskretisierung auf eine hinreichend genaue Auflösung dieser Effekte abgestimmt sein muss.

Nachteilig hingegen ist der große numerische Aufwand, bis eine näherungsweise Lösung berechnet wird. Hierbei ist zu erwähnen, dass unter gewissen Umständen das Lösungsverfahren nicht stabil ist und dementsprechend keine näherungsweise Lösung erreicht wird.

Im Hinblick auf die aeroelastische Analyse ist weiterhin anzumerken, dass in erster Linie die diskreten aerodynamischen Kräfte \underline{F}_f auf der Kopplungsoberfläche benötigt werden. Bei der CFD müssen zur Bestimmung dieser Kräfte jedoch die konservativen Zustandsgrößen des gesamten Strömungsfelds berechnet werden, mithin also ein Vielfaches der benötigten Größen.

Aus diesen Gründen leitet sich die Forschungshypothese dieser Arbeit ab (vgl. Abschnitt 1.1), dass mit Hilfe von bereits durchgeführten CFD Analysen eine Vorhersage vergleichbarer Qualität für neue Analysen gemacht werden kann. Hierbei wird der Vorteil der Konservativität zu Gunsten von schnellen, expliziten Vorhersagen der aerodynamischen Kräfte aufgegeben. Im Vergleich zu den analytischen Verfahren sollen jedoch weiterhin die komplexen Geometrien, sowie die dominierenden nichtlinearen Effekte berücksichtigt werden, sodass der Ersatzmodellansatz eine Zwischenstufe zwischen den linearen und numerischen Methoden bildet.

2.2. Lösung des Strukturproblems

Bei der Lösung des Strukturproblems wird die Flügel- bzw. Flugzeugstruktur als elastisches Kontinuum betrachtet. Ziel innerhalb der aeroelastischen Analyse ist hierbei die Berechnung der strukturellen Deformationen \underline{u}_s infolge der aerodynamischen Kräfte \underline{F}_s . Analog zur Formulierung für das aerodynamische Untersystem in Gleichung 2.1, wird für das strukturelle Untersystem der Operator \mathcal{S} eingeführt, welcher ebenfalls der Notation von Unger et al. [68] entspricht. Damit ergibt sich die Gleichung 2.18 für das Strukturproblem. Da bei diesem Teilproblem die Flüsse in Form von Kräften als Randbedingung vorgegeben sind, stellt dies ein Neumann-Problem dar.